UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

FACULTAD DE FILOSOFÍA y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Departamento de Teoría e Historia de la Educación

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO, LOS LIBROS DE TEXTO y LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UPV – EHU (1970 – 2008)

TESIS DOCTORAL

DIRECTOR: Paulí Dávila Balsera
DIRECTOR: Juan Etxeberria Murgiondo
DOCTORANDO: Josu Ruiz de Gauna Gorostiza

Donostia, julio de 2010

ISBN: 978-84-9860-510-5

ÍNDICE

CAPÍTULO II. REFORMAS EDUCATIVAS

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE TEXTOS

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS

PARTE II
ACCESO A LA UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO – EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA EN LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS DURANTE EL PERIODO 1994 - 2008

INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se analiza la enseñanza de las Matemáticas en el Bachillerato y curso previo a la Universidad, durante la época 1970 – 2008. Es un tema de interés general, no sólo desde el punto de vista pedagógico, sino también científico, así como importante para la sociedad en su conjunto. La enseñanza de las matemáticas es un concepto muy amplio que nosotros hemos delimitado, atendiendo al estudio de los libros de texto del periodo y a los resultados de ese proceso de enseñanza, medidos a través de las pruebas de selectividad.

Las matemáticas han sido, y son, importantes para la formación intelectual de las personas y por ello ocupan un papel primordial en todos los currículos. Un conocimiento de las matemáticas básicas es imprescindible para defenderse en la vida y para ser considerado culto. En el mundo actual la competencia en matemáticas es paso previo para poder acceder a ciertos conocimientos tecnológicos en los que las matemáticas son herramienta básica.

Abordaremos en este estudio las matemáticas del bachillerato, que en la época que nos ocupa han sufrido, como consecuencia de las Reformas habidas, grandes cambios curriculares y metodológicos. Será por tanto necesario conocer la historia, siquiera sea superficialmente, del surgimiento y evolución de la Segunda Enseñanza y de paso, la de los Centros en los que se imparte, los Institutos de Enseñanza Secundaria.

En ella se encuadra el Bachillerato que comprende los cursos que han correspondido a la edad de 15 - 18 años según el periodo y, que han tenido diferentes denominaciones, tanto en lo referente al tramo de Enseñanza en el que se inserta, Enseñanza Media, Enseñanza Intermedia, Enseñanza Secundaria, Segunda Enseñanza,…, como a la denominación especial que se le ha dado: Bachillerato Superior y COU, BUP y COU, Bachillerato LOGSE, Bachillerato LOE, etc.

Es cierto que la denominación de bachiller significa cosas diferentes en los diferentes periodos; en el comienzo de los años 70 comprendía tres cursos (5º, 6º y COU), con la LGE, pasó a tener cuatro cursos (3 cursos de BUP y COU) y a partir de la LOGSE, tiene dos cursos (1º y 2º de bachillerato). Aunque a veces, se produce un solapamiento entre planes de estudios —debido a que siempre hay un periodo transitorio en el que las nuevas leyes coexisten con planes de estudio del periodo anterior—, y por lo tanto influencias e interrelación de un periodo con el siguiente.

Los objetivos del curso Terminal sí son comparables, precisamente por ser el último de la Educación Secundaria y servir de acceso a la Universidad. Este curso siempre ha estado de alguna manera, diferenciado de los demás, ─en parte, por su denominación, en parte por que en determinados periodos ha pertenecido a la Universidad, en parte porque era la preparación para un examen posterior que daba acceso a la Universidad─, y en fin, por otras varias razones que a lo largo de la investigación aparecerán.

Siempre ha sido un curso con características especiales como las siguientes: su mayor o menor carácter de curso propedéutico, el mayor o menor salto que en cuanto a contenidos tenía con respecto a los cursos anteriores y a los posteriores; la mayor o menor influencia que la prueba posterior de madurez (selectividad) ejercía en los programas y también el mayor o menor acercamiento de esos programas a las matemáticas académicas o a las matemáticas aplicadas a la sociedad del momento.

Por otra parte con el Bachillerato se cierra un ciclo de enseñanza, el de la enseñanza general a la que todo el mundo puede aspirar y por lo tanto el estudio de las pruebas finales que los alumnos deben pasar, aporta informaciones sustanciales sobre lo que han aprendido en su etapa escolar, pero también sobre como lo han aprendido.

Si además se estudian conjuntamente con las pruebas, los libros de texto, el campo de observación se amplia permitiendo obtener una panorámica, bastante exacta de lo que en ese proceso, largo si consideramos toda la vida escolar del alumno, pero corto si lo ponemos en relación con la duración del bachillerato, ha sucedido.

Los libros de texto son por otra parte un material con el que crecemos, que nos sugieren diversos recuerdos, unos más gratos, otros no tanto, que algunos adultos conservan durante toda su vida y que incluso pasan de generación en generación, llegando a ser una de las joyas de la familia. A eso se añade el interés, que como profesor en ejercicio durante todos los años que comprende el estudio, hace que tengamos hacia los libros de texto ─con los que tantas horas hemos pasado, de los que tanto hemos esperado y que tanto han evolucionado en unos pocos años─ deseos personales de profundizar en el estudio del tema.

Los textos, como material de trabajo que son para los profesores, son de motu propio analizados para compararlos entre sí, para una preparación mejor documentada de las clases, para extraer ejemplos interesantes u otros modos de abordar un tema o una demostración, etc. Es decir, la experiencia que en el trabajo con libros de texto tenemos, las intuiciones que como usuarios hemos podido percibir, van aquí a ser abordadas mediante el método científico, cuál es efectuar de una manera sistemática y en igualdad de condiciones la comparación para todos ellos, premisas que nos permitirán validar las conclusiones.

Además vienen proliferando los estudios sobre textos, tanto a nivel internacional como nacional, durante los últimos años. Eso hace que aparte de ser reconocido objeto de investigación, se vaya convirtiendo en un tema clásico. No sólo es que se hayan propuesto diversas metodologías para el estudio de los libros de texto; o que se analicen libros de texto de casi todas las materias curriculares, sino que se estudian globalmente, o parcialmente, analizando ciertos aspectos de los textos que pueden se interesantes de comparar ─las imágenes que acompañan al texto, la forma de abordar un determinado concepto, etc.─ e incluso efectuando comparaciones de textos de diferentes estados.

Pero el estudio por nosotros efectuado, creemos que aporta elementos nuevos que permiten catalogarlo de original por varios motivos que pasamos a exponer:

1. Adoptamos una metodología propia, similar a otras, pero con singularidades que la diferencian de ellas.
2. Ponemos en relación este estudio de textos, con los resultados obtenidos en las pruebas de acceso del periodo, análisis que por separado ya se han realizado en otras ocasiones, pero en conjunto no.
3. Efectuamos un estudio empírico y muy actual pues se ha realizado en el presente curso escolar, de las metodologías que para la enseñanza de las matemáticas se utilizan en bachillerato y de la forma en que los centros preparan el examen de selectividad, así como de la utilización que hacen de los libros de texto en esos dos aspectos.
4. De este estudio empírico y de lo analizado a través del estudio de los textos y de las pruebas de selectividad vamos a poder sacar conclusiones interrelacionando los tres elementos. Sobre estilos de enseñanza, nivel de éxito en el proceso de enseñanza para determinado estilo de enseñanza, o para determinado tipo de preparación del examen de selectividad, o en fin, múltiples variables a las que dan lugar la puesta en común de los tres elementos analizados por separado.
5. El estudio se hace en el ámbito geográfico de la Comunidad Autónoma de Euskadi (C.A.V.), analizando las pruebas de acceso de la Universidad del País Vasco (UPV – EHU) y en eso también hay especificidad pues es la primera vez que se hace.

6. Se estudian, cómo no, los libros de texto producidos en euskera, ya que comenzaba en aquellos años la enseñanza de las matemáticas en euskera en el bachillerato.

Estos estudios son de indudable importancia para amplios sectores de la Comunidad Educativa, comenzando por los Profesores de Matemáticas y por los propios Centros Docentes, pero lo son también para la Universidad y Administración Educativa, y para el alumnado y familias en general. Porque las consecuencias que del estudio se puedan extraer, dan pautas de actuación para todos ellos, cada uno desde su propia arista del poliedro.

Para desarrollar la investigación hemos estructurado este trabajo en dos partes. En la primera parte se estudiarán la Enseñanza de las Matemáticas, las Reformas Educativas habidas en el periodo y el Análisis de Libros de Texto. En la segunda parte del trabajo se estudia el Acceso a la Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea, a través del análisis de sus resultados tanto a nivel individual (alumno), como a nivel centro, durante algunos de los cursos del periodo de los que hemos dispuesto de datos. También se realiza un estudio sobre utilización de libros de texto en los centros, metodología de uso y de aprendizaje y preparación de pruebas de selectividad.

Así en el primer capítulo sobre "Currículo y Modelos de Enseñanza de las Matemáticas" se recopilan las bases teóricas del currículo y se tratan los modelos de enseñanza de las matemáticas. Es la manera de situar nuestro discurso posterior en un marco teórico adecuado y actual que servirá de referencia en el análisis de los textos.

En el segundo capítulo sobre "Reformas Educativas", se analizan las reformas y las leyes habidas en el periodo, sus principales características, las consecuencias que tienen en el ordenamiento académico, en los modelos de enseñanza y en los libros de texto.

En el tercer capítulo sobre "Análisis de Textos", se sitúa al lector en el tema, definiendo lo que se entiende por Libro de Texto, señalando algunos de sus posibles usos y algunas de las críticas que se les hacen para pasar a estudiar diversas propuestas metodológicas que para evaluar los libros de texto se han hecho.

El análisis de textos es ya un clásico en la literatura, tanto de Historia de la Educación, como de Teoría Curricular, como de las Didácticas en general. Además, en España y debido al proyecto MANES de investigación sobre Manuales Escolares, es éste un tema actualmente objeto de investigación en el mundo académico.

El objetivo principal del Centro de Investigación MANES, es la investigación de los manuales escolares producidos en España, Portugal y América Latina durante el periodo 1808-1990. En el proyecto MANES, se señalan para el cumplimiento de su objetivo las siguientes tareas:

- Elaborar un censo lo más completo posible de los libros de texto publicados en el periodo indicado.
- Recoger y analizar toda la legislación producida acerca de los libros escolares.
- Reconstruir la historia de las principales editoriales escolares.
- Realizar el estudio bibliométrico de la producción editorial.
- Examinar las características pedagógicas, políticas e ideológicas de dichos manuales, de acuerdo con diversos cortes temáticos y cronológicos.

Entre los objetivos específicos a corto y medio plazo del Proyecto MANES figura el siguiente: "*Promover la realización de estudios sobre la evolución histórica del currículo en los niveles educativos primario y secundario*".

El objeto de nuestro trabajo son los libros de texto de matemáticas producidos a partir de 1970, año en el que se promulgó la L.G.E., y por lo tanto se puede incluir dentro del objetivo específico del proyecto MANES señalado anteriormente.

En el capítulo cuarto sobre "Análisis de Textos de Matemáticas" se analizan los libros de texto del periodo, pero comenzando a mediados de los setenta que es cuando efectivamente se implantó la L.G.E., con una metodología propia pero sencilla, en la que a través del estudio de determinadas categorías de los textos se obtengan conclusiones.

Los textos de matemáticas se han analizado en investigaciones varias y con diferentes objetivos y metodologías. Se han considerado todos los libros de una determinada editorial relativos a una etapa de la educación y se han analizado diferentes características matemáticas que subyacen en ellos y se han comparado con los de otras editoriales; también se han considerado diferentes temas o conceptos y se ha visto su desarrollo en algunos textos y se ha efectuado la comparación pertinente.

Nuestra selección de libros de texto de matemáticas se ha realizado conforme a unos criterios que se especifican en el capítulo correspondiente.

La segunda parte de este trabajo está centrada en el análisis sobre las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU) del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea, que se efectuará mediante un análisis estadístico de resultados de estas pruebas durante varios años, para pasar luego a realizar un estudio empírico en los centros de enseñanza de la CAV sobre metodología de enseñanza de las matemáticas, preparación de la prueba de selectividad y libros de texto.

En el análisis de las PAU de Matemáticas de la UPV - EHU se ha dispuesto de datos individuales, por alumno, para las dos asignaturas de matemáticas ─Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales─ desde el curso 93-94, hasta el curso académico 2007-2008. Los datos de selectividad anteriores al año 1994, no se digitalizaban en la UPV ─ EHU y por lo tanto no los tienen en este formato. En el análisis se han considerado el conjunto de notas individuales obtenidas por todos los alumnos que van a selectividad.

Dentro del capítulo dedicado al "*Estudio empírico: opinión de los Seminarios de Matemáticas*" primeramente se ha pasado un cuestionario a los centros sobre textos, selectividad y metodología didáctica que emplean, que nos ha permitido conocer la opinión de los centros en cuanto a la prueba se refiere, analizar la percepción que de ella tienen, así como la forma de preparación que utilizan, los textos que utilizan, su estilo de enseñanza, etc.

A continuación, se analizan los resultados de la selectividad en las dos asignaturas de matemáticas en la UPV ─ EHU, pero esta vez a nivel de centro, considerando las notas medias obtenidas en selectividad por todos los alumnos de un determinado centro, y esto desde el curso 2003-2004, hasta el 2007-2008.

Finaliza el capítulo poniendo en relación los resultados de los dos estudios anteriores; es decir, se elaborará una tipología de centros por resultados obtenidos en selectividad, se caracterizarán las clases resultantes, y se extraerán conclusiones sobre ciertas variables pedagógicas, estudiadas a través de la encuesta, para cada clase de centros de la tipología. El tipo de conclusiones serán relativas a estilos de enseñanza – aprendizaje, forma de preparación de la selectividad, utilización del libro de texto o de material propio, etc.

Finalmente en el último capítulo hacemos una labor de síntesis de los resultados obtenidos, señalando y comentando algunas de las conclusiones más relevantes. También se proponen posibles investigaciones que han quedado abiertas en la línea de este trabajo. En este sentido podemos adelantar que respecto a los libros de texto se corrobora la hipótesis de su rápida evolución, para adaptarse a las exigencias curriculares y metodológicas que las Reformas han impuesto, pero que aunque tecnológicamente sean de una alta calidad y en cuanto a secciones recojan todas las prescritas ─introducciones históricas de los temas y conceptos, apartado de resolución de problemas, aspectos lúdicos, aplicabilidad de las matemáticas y utilización de software─ el tratamiento que del contenido matemático hacen, ha variado muy poco con respecto a textos de la época anterior.

Se concluye también que hay una falta de originalidad y de ideas creativas nuevas, como las que surgieron en los años 80 con los textos producidos por algunos grupos de profesores pertenecientes a los Movimientos de Renovación Pedagógica.

En cuanto a resultados de las Pruebas de Acceso, son muchas las conclusiones extraídas, tales como que los resultados de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales son malos y siempre están por debajo de los de Matemáticas II; por otra parte con el cambio del Sistema de Selectividad, al pasar al Sistema LOGSE, se obtuvieron durante varios cursos peores resultados que lo que era usual en Matemáticas II, no así en las otras matemáticas, para rápidamente recuperarse y volver a niveles anteriores.

En cuanto a los resultados por Centros, se observan grandes diferencias que corresponden en parte al tamaño y la tradición del Centro, ─si son centros pequeños o no, si tradicionalmente han sido Centros de FP─ matizadas por el hecho de que hay un gran grupo de Centros situado en el grupo medio, que obtienen resultados normales o buenos en las dos asignaturas y, a que son muy pocos los Centros que obtienen mejores medias en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en Matemáticas II, e incluso son pocos los que tienen las notas medias de las dos matemáticas próximas entre sí.

En cuanto a la Encuesta de Opinión, cabe resaltar que los libros de texto utilizados pertenecen a seis o siete editoriales distintas, con mayor variedad en la Enseñanza Privada que en la Pública; y que la Editorial más extendida, en las dos matemáticas, es Anaya – Haritza, seguida de lejos por las demás. Los Centros se decantan por preparar la selectividad a lo largo del curso con todos los alumnos, utilizando para ello preferentemente exámenes de selectividad de otros años, pero también el propio libro de texto y material específico; consideran las partes del examen de selectividad como difíciles, pero no en exceso, su estilo de enseñanza es tradicional pero práctico y su objetivo es el aprendizaje de las matemáticas.

De los dos estudios anteriores se extraerán otras conclusiones relativas muchas de ellas a la variable Titularidad del Centro; así por ejemplo se observa que los Centros Privados utilizan los libros de texto de manera diferente a los Públicos, utilizan más material específico en la preparación de la selectividad, son más tradicionales pero enfocados a la práctica en su enseñanza y el objetivo del aprendizaje está más marcado que en los Públicos. En cuanto a los resultados en función de la variable titularidad señalaremos también varias diferencias.

Llegados a este punto, todo el mundo sabe que en la realización de una tesis intervienen más personas que el propio doctorando, sin las cuales el trabajo no llegaría a buen fin. Queremos aquí agradecer a todas esas personas la ayuda que de una u otra forma me han prestado; en particular a las siguientes:

- En primer lugar debo agradecer sinceramente la colaboración de la Universidad del País Vasco, a través del Director de Acceso D. Julián Agirre Estibalez, quien se interesó por el tipo de datos que le requeríamos y nos puso en contacto con el Negociado de Acceso, a quien por supuesto agradecemos la costosa labor práctica de extracción de ficheros y adecuación de estos al tipo de datos solicitados.
- Quiero también agradecer la ayuda prestada por D. Santiago Fernández Fernández, Coordinador de Matemáticas II, porque nos ha facilitado bibliografía sobre Historia de las Matemáticas y de su enseñanza, fundamentales para documentar ciertas partes de este trabajo.
- Agradecer a mi buen amigo D. Jesús García Iturrioz, profesor del Departamento de Didáctica de la Matemática, su lectura de una de las partes de la Tesis y el facilitarme textos que eran necesarios para recabar determinadas informaciones.
- Y como no, agradecer a mis dos Directores de Tesis, D. Paulí Dávila Balsera y D. Juan Etxeberria Murgiondo, las líneas de trabajo que me han marcado, los ánimos que de ellos he recibido, las orientaciones y la ayuda que me han prestado, imprescindibles para la realización del trabajo de investigación. A ellos debo la coherencia y estructura argumental de la tesis, así como una redacción menos barroca que facilita su lectura.

PLANTEAMIENTO METODOLÓGICO

1. OBJETO DE LA INVESTIGACIÓN

Como se ha dicho al comienzo de la introducción, el eje en torno al cuál pivota la investigación es el análisis del proceso de enseñanza de las Matemáticas del Bachillerato y COU, a través de los libros de texto y de las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAUs), en el periodo que va desde el año 1970 hasta el 2008, aunque con las matizaciones en cuanto a fechas que se han hecho para las Pruebas de Acceso. Este análisis se ha efectuado a varios niveles.

1.1. Discurso Oficial

Por un lado se ha analizado la evolución de los currículos oficiales, a través precisamente, del análisis de los programas oficiales vigentes en cada periodo. Se trata de ver, en los cursos seleccionados, cuales son los contenidos que se incluyen y las diferencias que surgen de un periodo a otro, viendo cuáles tienen continuidad, cuáles desaparecen y cuáles son los nuevos contenidos que los reemplazan. Es decir su evolución.

También, estudiaremos y compararemos entre ellas, las orientaciones metodológicas, que acompañaban a los planes de estudio, pues aportan información valiosa sobre las intenciones didácticas de quienes redactaron el currículo. Las orientaciones metodológicas, nos dicen como se debe abordar ese currículo, sí con más intuición o con más rigor, si con más carga deductiva o utilizando el método heurístico, etc.

Como se verá al hacer el estudio histórico de los Planes de Estudio, hasta muy entrado el siglo XX no era usual acompañar a las programaciones con ninguna orientación, en todo caso con algunas breves indicaciones. Es en los años 60, con la introducción de la Nueva Matemática (Teoría de Conjuntos), cuándo comienzan a aparecer indicaciones, recomendaciones u orientaciones para un mejor uso didáctico de la teoría. Estas orientaciones han sido cada vez más extensas y precisas, y su carácter ha pasado de ser orientador a prescriptivo en algunos casos.

El interés de este análisis es relevante porque con el Discurso Oficial se inicia el camino que es el proceso de enseñanza – aprendizaje; habremos de estar atentos al tipo de contenidos que se incluyen en cada periodo y a los que desaparecen, así como al tratamiento que se les da en el currículo oficial. De esas grandes líneas marcadas por el currículo oficial, es de donde se derivan los cambios que ─en el tratamiento práctico que al currículo se le da a través de los libros de texto─ observaremos.

1.2. Discurso Práctico

Para hacer un seguimiento práctico de dicha evolución, nada más adecuado que la concreción del currículo en los diferentes libros de texto de la época. Es decir analizamos la plasmación práctica del currículo de las Matemáticas escolares en los cursos seleccionados, a través de los libros de texto de los diferentes periodos en los que se subdivide la época considerada.

Estos libros de texto son el elemento vivo a través de los cuales habla el profesor y moldea la clase. Los textos son ricos pues siempre presentan una gran diversidad, ya sea en el tratamiento que a un tema o concepto se le da, ya sea por la forma original de abordar un tema, ya sea por los interesantes ejercicios que incluye, etc. Esas son las características del diverso discurso práctico que los textos representan y que nosotros analizaremos.

El interés de este estudio es pertinente, porque los manuales escolares gozan de una dilatada historia, en la que ha habido periodos de todo tipo; épocas en las que el número de textos por asignatura era sólo de tres, y su autorización estaba férreamente centralizada, hasta épocas de total libertad, donde la calidad de muchos de los textos llegaba a ser escasa. Por ello el profesor siempre ha hurgado en los textos de los que dispone, para encontrar el que mejor se adapte a su concepción de la didáctica y a los alumnos a los que va dirigido. Realizar este análisis de una manera sistemática, permite por tanto, una economía de medios y obtener unas conclusiones apoyadas en hechos objetivos y por lo tanto científicas.

1.3. Examen de Selectividad

El COU y en la actualidad el 2º curso de Bachillerato, es un curso claramente definido, pero que en ocasiones no tuvo el carácter cerrado que hoy en día posee, en el sentido de que actualmente están perfectamente especificados tanto el programa, como las orientaciones metodológicas para su plasmación en los libros de texto, habiendo además un consenso bastante generalizado, referente a los contenidos principales y a su forma de impartición.

En gran medida es esto debido al examen de Selectividad, que uniformiza el programa y orienta su desarrollo. Cuándo no había el citado examen, o cuándo no se vivía en la sociedad de la información, los textos de este curso reflejaban mayores diferencias. Dada la conocida importancia que el examen tiene como regulador del saber, consideramos necesario analizar los exámenes de selectividad como complemento inseparable del estudio del currículo.

Por todo ello, se ha estudiado también la evolución de estas pruebas, su relación con los programas oficiales, su similitud con las actividades y ejercicios de los libros de texto seleccionados y su influencia en la configuración de estos.

Y como parte final del proceso de enseñanza, los resultados de esta prueba aportan información sobre el grado y tipo de conocimientos adquiridos, y también sobre el currículo, los textos y los modelos de enseñanza.

1.4. Opciones de Matemáticas

Dentro de la época estudiada se da con cierta generalidad la existencia de dos programas de matemáticas para algunos de los cursos considerados: lo que se ha denominado matemáticas de letras y de ciencias (aunque las denominaciones cambian según el periodo considerado).

Ya desde la implantación del COU, aparecieron dos tipos de Matemáticas en el currículo, unas de ellas comunes, y así se denominaban "*Matemáticas Comunes*", y otras optativas para los alumnos que quisieran cursar carreras de ciencias, que se denominaban "*Matemáticas Especiales*".

Después de unos pocos cursos, esta organización se sustituyó por otra en la que había dos matemáticas, una para las opciones A y B, y otra para las opciones C y D. Básicamente esta estructura ha perdurado desde entonces, aunque las opciones y las asignaturas han recibido diferentes denominaciones en el Bachillerato LOGSE.

Como por supuesto los programas de esas dos matemáticas no son iguales, pero sí que tienen partes en común, ni es igual la metodología con que se abordan, unas más prácticas, las otras más deductivas, su estudio se abordará por separado, como asignaturas distintas que son.

1.5. Textos en euskera

Para los textos en euskera utilizamos la metodología general, pero los textos presentan ciertas especificidades a tener en cuenta:

a) La enseñanza en euskera en el bachillerato y en el curso anterior a la Universidad comenzaba en los años objeto de nuestra investigación.

b) No había una experiencia previa, ni unos textos en los que apoyarse.

c) Tenían una limitada difusión.

d) Su evolución, ha ido pareja a la de los textos de castellano, pero ha sido mucho más rápida, en relación con el nivel inicial del que se partía.

e) El euskera batua tenía todavía un corto recorrido en el campo científico y no estaba suficientemente estandarizado, ni en la parte terminológica, ni en la parte correspondiente a la prosa científico/didáctica.

1.6. Cambios producidos en el curso previo a la Universidad (COU, 2º Bachillerato)

Los programas de este curso han sufrido una gran evolución, tanto en lo referente a sus contenidos cómo a sus planteamientos didácticos. Esto es así por diversas razones:

a) Era un curso Terminal preparatorio para la Universidad y como tal su objetivo era adquirir los conocimientos necesarios para poder “entender” las matemáticas de la Universidad. (Hoy en día, esto no es exactamente así, prueba de ello es que en numerosas universidades se organizan cursos “cero”, que completan las matemáticas del periodo anterior y sin las cuales es difícil entender las de la Universidad).

b) Era un curso al que accedía una muy pequeña proporción de la población y por lo tanto tenía un marcado carácter selectivo. Además antes de acceder al curso había que haber superado diferentes cribas. Esto ha ido cambiando sustancialmente a lo largo del tiempo, pero es claro que el carácter de selección previa ha ido paulatinamente desapareciendo. No sólo no hay prácticamente selección, sino que sin tener el curso aprobado no se puede acceder a determinados estudios de Formación Profesional, lo cuál hace que en gran medida, o al menos para una buena parte de los alumnos, se haya convertido en enseñanza obligatoria.

c) La transmisión de la información es infinitamente más rápida y potente en la sociedad actual que en la de 1970. Hoy en día todo el mundo tiene acceso a la información (está generalizada) y es casi instantánea; la diferencia de medios con los que se cuenta hoy en día para transmitirla, es enorme con respecto a los de 1970. Sin embargo hay una mayor uniformidad en el tratamiento de la información. Hay muchos más textos que en 1970, pero los textos presentan una menor disparidad entre ellos. El tratamiento didáctico está más uniformizado y, si cabe, normalizado.

d) En determinados periodos, los programas de este curso eran meras relaciones de temas a tratar que luego los autores de los libros desarrollaban de maneras muy diferentes. Es decir, la enseñanza estaba menos normativizada y eso permitía una mayor libertad a la hora de desarrollar el currículo. Los textos eran más libros de Autor, que libros de Editorial, cómo son hoy en día.

1.7. Paso de Secundaria a la Universidad

Los objetivos de la Enseñanza Media (entiéndase Bachillerato) anterior a la LGE, y en cierta medida también los de la LGE, eran esencialmente impartir una enseñanza selectiva, basada en la transmisión de conocimientos. En la Enseñanza Secundaria actual, los conocimientos se valoran por su función instrumental, pero también cultural y educativa, y se supeditan a objetivos más generales de la Enseñanza como son el desarrollo individual y una integración social equilibrada en términos de solidaridad, espíritu crítico, etc.

El salto entre la Enseñanza Secundaria y la Universidad se viene estudiando en algunos países desde hace décadas. En concreto, ya a finales de los 50, el gran salto entre las matemáticas enseñadas en las universidades y en los cursos inferiores, así como la preocupación creciente acerca de la disminución de inscripciones en los cursos universitarios de matemáticas, dieron paso a una riada de proyectos de reforma curricular en varios países, que en conjunto, se llegó a conocer como las matemáticas modernas (Keitel y Kilpatrick, en Howson, Keitel y Kilpatrick, 1981, p. 61).

Este cambio ha llevado a algunos autores a plantearse las siguientes preguntas en relación a las rupturas que se producen en el paso de Secundaria a la Universidad (Gascón, 2002, p. 677) y (Bosch, Fonseca, Gascón, 2004):

a) ¿Cuáles son las causas y las consecuencias previsibles de la progresiva disminución de las matemáticas de los currículos de Secundaria, de los planes de estudio de las diferentes especialidades de los maestros en las universidades españolas, y de determinadas carreras científicas y tecnológicas? ¿Qué relación tiene este fenómeno con la invisibilidad cultural de las matemáticas?

b) ¿Cuál es la naturaleza y el origen de las crecientes dificultades para pasar de estudiar matemáticas en Secundaria a estudiar matemáticas en la Universidad?

c) ¿Cómo suavizar o disminuir las enormes dificultades que encuentran los alumnos cuando pasan de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad?

d) ¿Cómo podrían superarse las crecientes dificultades con las que tropiezan los profesores de matemáticas del primer ciclo universitario para llevar a cabo su trabajo?

Estos autores dicen que estas dificultades se materializan en un elevado fracaso escolar, que en el primer curso de algunos estudios universitarios llega a superar el 80%.

Postulan que el problema del paso de secundaria a la universidad debe ser analizado a través del estudio de las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en las dos instituciones docentes.

En general se imputan a las actividades de secundaria las siguientes carencias:

- Dependencia de la nomenclatura asociada a una técnica
- Aplicar una técnica no incluye interpretar el resultado
- No se emplean dos técnicas diferentes para realizar una tarea
- Ausencia de técnicas para realizar la tarea inversa
- Ausencia de situaciones abiertas de modelización

En secundaria la demostración ha desparecido prácticamente de las clases de matemáticas y las justificaciones que pueden surgir sirven únicamente de adorno para el discurso del profesor (en las recomendaciones de acceso a la universidad se indica que es suficiente con citar los teoremas y justificar los mismos gráficamente). Esta es una de las razones por las que en la época objeto de estudio, la distancia entre las matemáticas de secundaria y las de la universidad se ha agrandado. En secundaria las definiciones no se construyen sobre una estructura lógica, sino que son meramente descriptivas.

En cuanto a los problemas, se pasa de ejercicios de manipulación en secundaria, ejercicios para practicar, a los ejercicios abstractos y verdaderos problemas abiertos de la universidad. Por lo tanto el alumno pasa de ser dependiente del profesor y del libro de texto, a ser un alumno con mayor autonomía y mayor iniciativa.

2. HIPÓTESIS DE LA INVESTICAGIÓN

La práctica docente nos hace intuir que los programas del Bachillerato y del curso previo a la Universidad, han experimentado una gran evolución, tanto en contenidos, como en metodología. Progresivamente han desaparecido bloques de contenidos referentes a determinadas áreas de la matemática, para dar paso a temas más modernos y de más aplicación en el mundo actual. Unas matemáticas más acordes con el mundo que nos toca vivir. Además el enfoque con el que se introducen y tratan los temas ha ido evolucionando de la autojustificación desde las propias matemáticas, hacia la justificación hacia fuera de las matemáticas. Los conceptos se relacionan con los hechos y necesidades de los que surgieron, con los problemas a los que daban solución, y así mismo, conectan con las aplicaciones a que dan lugar.

Son esas ideas las que nos llevan a formular las siguientes hipótesis de investigación:

■ H1: "El currículo de las matemáticas del Bachillerato y curso previo a la Universidad ha evolucionado en la época considerada desde posiciones matemáticas más academicistas, hacia posiciones en las que la matemática es considerada como un campo de conocimientos y de potentes técnicas, cuya aplicabilidad en la sociedad y tecnología actual se manifiesta de forma más clara a través de los libros de texto. Es decir, los contenidos del currículo de matemáticas se han ido adaptando a los requerimientos de la sociedad actual y a los de la evolución del saber matemático de la época, eliminando partes demasiado teóricas y de poca aplicabilidad e introduciendo otras de corte más actual, cuyo conocimiento es necesario para la ciencia y la sociedad moderna"

Interés de la Hipótesis:

Es esta una hipótesis básica y origen de la investigación. Sabemos que el currículo oficial experimenta cambios a lo largo del tiempo, pero se trata de decir cuáles son exactamente esos cambios, cuándo se producen y aunque esto necesita de posteriores análisis a través de los textos, porqué se producen esos cambios.

Evidentemente había bloques de contenido a principios de los 70 que reflejan la concepción bourbakista de la matemática y que rápidamente desaparecieron del currículo oficial. Otros temas fueron perdiendo peso paulatinamente, como los temas referentes a la geometría, a las progresiones, a los números complejos, etc. Y otros cobraron una mayor importancia y un tratamiento más reposado y pormenorizado, por ejemplo: matemática discreta, introducción intuitiva del análisis, estadística, etc.

Por ello consideramos que hay suficientes indicios, basados en la experiencia docente y en el análisis de los programas oficiales, que hacen intuir que la hipótesis es pertinente y que merece ser estudiada científicamente.

También nos interesa apuntar algunas de las razones que han llevado al cambio del currículo en la época señalada. Estas son:

- *Sociedad en continua evolución*: evidentemente la sociedad está siempre en continuo cambio y por lo tanto las necesidades formativas de los alumnos se adaptan a los requerimientos de la sociedad del momento. Pero las características de la sociedad de los 70, de los 80, de los 90 o del momento actual, siglo XXI, son muy diferentes. La velocidad del cambio social ha sido mayor en las dos últimas décadas que en las dos anteriores. Se ha pasado de considerar la enseñanza como una forma de ascender en la escala social, que por lo tanto era valorada y valorado el esfuerzo que el aprendizaje suponía, a ser una obligación y como tal a perder para muchos alumnos el interés por el estudio.

En la sociedad actual no se asciende simplemente por tener un título universitario. Son necesarios otras capacidades y conocimientos. Además la irrupción en la sociedad de las nuevas tecnologías ha hecho que la información se transmita desde otros puntos de interés. Por lo tanto la escuela, y el currículo en particular, han tenido que adaptarse a este cambio estructural.

- *El tipo de alumnado*: la generalización de la enseñanza hasta prácticamente los 18 años, obligatoria hasta los 16, supone que los alumnos que cursaban el bachillerato en los años 80 y los que lo cursan actualmente tengan intereses y necesidades muy diferentes. Hoy en día los alumnos de estas edades persiguen un saber más inmediato y más práctico; el pensamiento abstracto no lo tienen tan elaborado cuando abordan los estudios del 2º ciclo de la ESO, o incluso del bachillerato.

Es notorio en algunos de ellos su interés por incorporarse al mercado del trabajo, o por iniciar estudios profesionales que les lleven al mundo laboral. De hecho, uno de los cambios que se aprecian en estas edades con respecto a periodos anteriores, es que algunos de los alumnos trabajan a tiempo parcial, o en fines de semana, o en el verano. Ello conlleva en algunos casos una falta de concentración en los estudios y el tener unas necesidades sociales que relegan a la enseñanza a un segundo plano.

Análisis de la Hipótesis:

Abordamos la hipótesis analizando el desarrollo curricular de los programas oficiales a través de los textos seleccionados. Analizamos la organización y secuenciación de contenidos. En otras palabras el desarrollo práctico del currículo oficial (lo que antes se denominaba el programa del libro).

■ **H2: "Los libros de texto de matemáticas han evolucionado tanto en su aspecto, como en contenido, pero sobre todo en la forma de abordar la transposición didáctica de los conceptos matemáticos: justificación de su introducción, señalando sus relaciones con otros campos de la ciencia y tecnología, variando su forma de presentación, añadiendo diferentes tipos de actividades y pruebas para la evaluación e incorporando el uso de las nuevas tecnologías tanto en el diseño y recursos utilizados en la elaboración del propio libro de texto, como en las imágenes y lenguaje gráfico y simbólico utilizado, como en los contenidos de nuevas tecnologías objeto de estudio para los estudiantes"**

Interés de la Hipótesis:

Los libros de texto de comienzo de los años 70, cuando todavía estaba vigente el plan de estudios de 1957, eran textos en los que la matemática era transmitida y justificada desde la propia matemática. El componente didáctico de esos textos era mínimo. Se trataba de construir un edificio lógico-rigorista en el que todo estuviera bien fundamentado; todo tenía que ser consistente con lo anterior y ser rigurosamente deducido.

Se pasó, con la implantación de la LGE y la introducción del BUP, a otro tipo de textos escolares. Son textos, para empezar, elaborados con más medios. Son más voluminosos y de una cuidada presentación. En ellos se suelen explicitar intenciones, objetivos y metodología. Algunos incluso presentaban diferentes tipos de objetivos señalados al comienzo de cada tema. Los temas se tratan todavía desde el rigor de la teoría de conjuntos, lo que hace que la exposición siga siendo lógico-rigorista, pero el planteamiento didáctico ha evolucionado notablemente. En estos textos hay una intención didáctica. Lo que sucede es que el aspecto matemático se impone a la intención didáctica de los autores, condicionados por la fundamentación conjuntista de la matemática de la época y por los objetivos que se esperaba alcanzasen los estudiantes de bachillerato. Los textos de BUP tuvieron una larga vida cercana a la veintena de años y, en consecuencia, sufrieron modificaciones. Fueron perdiendo la carga rigorista de la matemática e incorporando paulatinamente un componente más intuitivo y contextualizado. Fueron apareciendo textos basados en el modelo constructivista, en los que los alumnos eran el objeto del aprendizaje y no tanto la matemática en sí misma.

Algunos de estos textos revolucionaron la enseñanza de las matemáticas del periodo. Textos audaces, escritos por movimientos de renovación pedagógica, que basados en experiencias piloto, y en la labor personal de difusión de los autores, a través principalmente de jornadas y cursillos de formación, llegaron sino a ser texto oficial, sí a ser texto de apoyo del que se extraían actividades y ejemplos, en numerosos centros de enseñanza.

Las grandes editoriales, Anaya, Santillana, comenzaban a impulsar un negocio en el que al albur de unos pingues beneficios, intentaban ofrecer productos de calidad en los que era necesario invertir, para destacarse y ser líderes en el mercado. Atrajeron a autores del mundo universitario, Miguel de Guzmán por ejemplo, interesados en la enseñanza de la matemática en general, que colaboraron con equipos muy variados en cuanto a su composición y que elaboraron textos de una gran calidad. Eran textos, en los que el formato era agradable, con ilustraciones sugerentes adaptadas al contenido que pretendían hacer más atractivo, con profusión de colorido, con recursos gráficos y una maquetación excelentes. Pero además, los temas iban precedidos de presentación, ejemplos en los que aparecían tipos de actividades que con el estudio del tema se podrían resolver y un desarrollo didáctico, repleto de sugerencias y aplicaciones.

Después del 92 y hasta la implantación de la LOGSE, hubo unos años de una cierta confusión en los que las editoriales intentaron llevar los libros renovadores del periodo anterior a un extremo en el que fracasaron. Los textos de la ESO de ese periodo cambiaron radicalmente. Se propusieron textos muy simplificados, de los que prácticamente desaparecía todo lenguaje y contenido matemático que no se introdujera de una forma práctica. Además, se impuso progresivamente el texto fragmentado por unidades didácticas, que a la vez era cuaderno del alumno. Duraron poco tiempo. No son los textos que analizamos en este trabajo, pero era claro que se había pasado de un extremo a otro en los libros de matemáticas. Aunque los de bachillerato no sufrieron tantas variaciones, si tuvieron que adaptarse al nuevo tipo de alumnado que accedía a él.

El perfil del alumnado cambió; eran alumnos que casi por inercia accedían al bachillerato, sin saber bien que es lo que el bachillerato era, ni para que servía. La motivación de este alumnado era menor, adolecían de falta de concentración y el saber que requerían era un saber más inmediato. Muchos de ellos esperaban incorporarse al mundo laboral y su estancia en el bachillerato era por lo tanto un mero tránsito.

Por lo tanto los textos de los libros de bachillerato del que vamos a denominar periodo LOGSE, son más concisos, más prácticos, más esquemáticos, aunque mantienen una cierta contextualización de la matemática e incorporan las nuevas tecnologías como objeto de estudio. Son textos basados en el modelo constructivista, en los que la resolución de problemas, la aplicabilidad de las matemáticas, la presentación intuitiva e histórica de los conceptos está por supuesto presente, pero a la vez impregnados de un pragmatismo en cuanto a la realidad del alumnado al que se dirigen y de los objetivos inmediatos que tienen que cubrir. Textos que algunos investigadores denominan tecnológicos.

Análisis de la Hipótesis:

Evidentemente esta es una parte central de nuestra tesis; aquí es donde abordaremos el análisis detallado de los textos escogidos. Siguiendo la literatura que sobre análisis de textos escolares recogemos en la bibliografía y conforme a lo señalado en el apartado correspondiente, proponemos estudiar los textos a través de: Lenguaje simbólico, lenguaje gráfico, tratamiento didáctico, ejercicios y actividades propuestas, y tratamiento del idioma utilizado en su caso.

Este análisis global nos permitirá visualizar el modelo de aprendizaje que llevan emparejado y extraer los datos relevantes para la hipótesis. En definitiva, pensamos que del análisis de los libros de texto seleccionados, se comprobará que la plasmación del currículo oficial en el aula, presenta características cambiantes de un periodo a otro, pero con una clara tendencia a enseñar “otras” matemáticas y a enseñarlas de “otra” manera.

■ **H3: “Las actividades propuestas en los libros de texto también han sufrido una gran evolución: ha variado la forma de presentación de las actividades y su lugar mismo de encaje en los textos, ha variado su cantidad y también la calidad y clase de las actividades que se proponen”**

Interés de la Hipótesis:

Las matemáticas del bachillerato actual no son deductivas; son más bien prácticas. Por lo tanto, como continuación y complemento natural de la hipótesis anterior en la que analizamos los textos en su conjunto y la forma de presentar los temas y contenidos, tenemos el análisis de los ejercicios propuestos en los libros.

Los ejercicios siempre han sido consustanciales a la matemática; de hecho, es imposible aprender matemáticas sin la realización de un buen y adecuado número de ejercicios. Si por algo se caracterizan las matemáticas es por que llevan asociadas una gran cantidad de problemas, que la hacen una ciencia difícil para algunos alumnos. Por lo tanto el análisis de los ejercicios propuestos en los textos es esencial para poder clasificar el propio texto, para conocer cual es el modelo de enseñanza en el que se apoya y para conocer cuales son sus objetivos.

Digamos que esto también tiene que ver con el currículo oculto; a través de los ejercicios se explicitan las intenciones del autor, se sabe a qué se le da más o menos importancia, cuáles son los conceptos que se quiere resaltar, cuales las partes de la teoría que se quiere ampliar. En fin, muchas de las cosas que a través del desarrollo del tema sólo se intuyen parcialmente, tienen su corroboración en los ejercicios planteados.

Análisis de la Hipótesis:

Estudiaremos para cada tema el número de ejercicios propuestos, su colocación en el texto, su carácter de ejercicios o problemas (en el sentido del término acuñado por Polya), su carácter más o menos teórico, si pertenecen a la categoría de "clásicos", estudiaremos los denominados problemas de "letra" y su lenguaje, y señalaremos la inclusión o no de ejercicios sacados de pruebas de selectividad.

Además para los textos en euskera planteamos la siguiente hipótesis:

■ H4: "Los textos en euskera han evolucionado en aspectos como los siguientes:
- Formato y recursos utilizados en la elaboración del propio libro
- Progresiva, pero rápida estandarización del euskera utilizado en los textos escolares de matemáticas
- Una mayor calidad tipográfica, pasando del blanco y negro a la utilización de colores
- Unas exiguas ilustraciones han dado paso al uso de un rico lenguaje gráfico
- Mayor difusión y alcance, al ir su uso parejo con el incremento de la enseñanza en euskera
- Introducción en el mercado de las grandes editoriales de ámbito estatal
Por todas estas razones han pasado de ser casi meros apuntes a convertirse, en un lapso breve de tiempo, en textos normalizados traducción de los utilizados en castellano"

Interés de la Hipótesis:

Los textos de matemáticas en euskera publicados a comienzos del siglo XX estaban todos ellos dedicados a la enseñanza primaria. "*El primero de ellos era un texto de López Mendizábal —Ume koxkorentzat euzkeraz egindako zenbakiztiya edo aritmetica (= Aritmética escrita en euskera para los niños), publicado en 1913. El* *siguiente texto es de 1920 ─Lenengo ikasle malarako Euskal-Zenbakiztia (=Aritmética vasca para los alumnos del primer nivel) y lo publicó Luis de Elizalde. Posteriormente se publicaron algunos artículos sobre textos de aritmética en 1929 y 1932 respectivamente. También figura en un catálogo de López de Mendizábal de 1933, una geometría en euskera, Daneurtiztia*" (Dávila, 2003, p.66). Hasta 1975 no se tiene noticia de otros textos de matemáticas de primaria publicados en euskera, hasta que se publicó "*el trabajo de Feli Etxeberria, titulado ─Matematika Hastapenak. Iniciación a la Matemática─ que fue muy utilizado en ikastolas*" (Dávila, 2003, p. 75).

En cuanto a la enseñanza media o secundaria se refiere, los textos en euskera tienen una historia que comienza en el año 1972 cuando se pública un libro (no propiamente de texto, porque no era oficial ni podía serlo) denominado "NEURRIZTIA" del autor Luís Eguia (ver bibliografía), cuya temática era la geometría elemental y cuya forma expositiva recuerda a la de un libro de texto.

Posteriormente, a cargo de UZEI, se publicó un librito titulado "*Matematika, Hiztegia, Hizkera, Irakurbideak*" (Matemática, Diccionario, Terminología, Ejemplos de lectura) en el año 1978 cuyo autor Mikel Zalbide es hoy miembro de Euskaltzaindia. Este tampoco era un libro de texto, pero su intención era proponer un vocabulario para la matemática escolar que está más cercano al utilizado hoy en día que el del texto anterior de Luís Eguía y que lo traemos a colación por que se convirtió en un clásico.

Los textos de matemáticas en euskera del BUP y COU comenzaron a publicarse de manos de ELHUYAR (con ayuda de Eusko Ikaskuntza), a comienzos de los 80. Aunque esos textos eran traducciones de libros de amplia difusión de matemáticas en castellano, la labor fue ingente, realizada de una forma muy voluntariosa y con pocos medios.

Se establecieron equipos de redacción de los textos que no eran los mismos para los diferentes cursos del bachillerato, debido a la premura de tiempo que hacía que los recursos humanos utilizados se debieran optimizar. Además hay que tener en cuenta que los libros de texto y en concreto los de matemáticas requieren de una tipografía especial y de unas ilustraciones, que en aquella época eran imposibles de conseguir con los medios de los que se disponía.

Hay, por otra parte, una cierta unanimidad en denominar a los textos escolares de esa época con la etiqueta de "históricos" en el sentido de que pertenecen a la historia del euskera científico estandarizado. La terminología utilizada se estaba haciendo en aquellos años, se constituían grupos de trabajo en las facultades en las que había sensibilidad euskaldun, la UEU comenzaba a caminar y se hacía camino al andar. Quiere eso decir que el análisis de estos primeros libros de BUP es extraordinariamente rico. Por supuesto relativizándolo conforme a las características del periodo en el que se publican los textos.

Por todo ello el análisis de estos primeros textos de BUP, en particular el de primero de BUP que es el más antiguo, es de sumo interés. En él aparecen los primeros intentos por expresar en euskera conocimientos matemáticos que en castellano estábamos acostumbrados a utilizar y no creaban por tanto mayores conflictos didácticos. En este texto empezando por ciertas notaciones, siguiendo por la descripción verbal que de las propiedades matemáticas se hacía y finalizando con la misma matemática utilizada, todo en él es sugerente y digno de análisis. Los otros textos que completan el bloque, de 2º, 3º de BUP y el de COU, representan un pequeño salto respecto al de 1º. Utilizan una terminología más moderna y aportan una mayor cantidad de ilustraciones (por supuesto en blanco y negro).

A continuación de estos, ELHUYAR realizó un gran esfuerzo y publicó unos textos originales (no eran traducción de textos de castellano) en el intervalo de años 85-87, que creemos merecen un detenido análisis por su especificidad. Luego vinieron más y mejores textos, pero ya de manos de importantes editoriales y por supuesto cada vez más estandarizados.

Análisis de la Hipótesis:

El análisis de estos textos se efectuará con la misma metodología descrita para los textos de castellano, lo que permite la consistencia de las comparaciones. Pero además de los aspectos generales determinados anteriormente, añadiremos un análisis terminológico y de legilibidad en lo referente al euskera utilizado. Creemos que es pertinente y que aporta luz sobre la hipótesis planteada.

Además para estos primeros textos históricos compararemos las traducciones al euskera con los textos del castellano de los que parten. Pensamos que este análisis también aportará alguna evidencia sobre la hipótesis planteada.

Por otra parte como también queremos estudiar la relación entre los programas, los libros de texto y la prueba de selectividad, plantearemos también la siguiente hipótesis de investigación:

■ <u>H5</u>: Esta es una hipótesis relativa a la selectividad, a sus resultados, tanto a nivel individual, como a nivel de centro y a su influencia en los libros de texto y en el proceso de enseñanza-aprendizaje. También se refiere a las conclusiones que se pueden deducir de la interrelación entre el estudio empírico de opinión y los resultados por centro. Por lo tanto la subdividimos en:
H5.1: "Los resultados de Matemáticas II y de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, son diferentes entre sí y diferentes a lo largo del periodo analizado. En ellos se reflejan los cambios de modelo educativo (reformas educativas) y la red educativa a la que pertenece el centro"
H5.2: "Los centros perciben las diferentes partes de la prueba, como distintas y de dificultad variada. Estableceremos una escala para estas percepciones y un índice global de dificultad de la prueba. Esta percepción no depende del tipo de centro, ni de los resultados obtenidos por sus alumnos"
H5.3: "La preparación de la prueba de selectividad condiciona la forma de utilización del libro de texto y el método de enseñanza aprendizaje utilizado por los centros en las asignaturas de matemáticas"
H5.4: "Los libros de texto se adaptan no sólo al currículo oficial, sino a la praxis que supone la prueba de selectividad, incorporando ejercicios propuestos en ella, modificando la forma y presentación de ciertos contenidos, resaltando la importancia de algunos de ellos sobre otros. En definitiva la prueba de selectividad moldea el libro de texto, yendo en cierto sentido por delante suyo"

<u>Interés de las Hipótesis</u>:

En otras épocas en las que existían el examen de grado o las reválidas se publicaban libros específicos para su preparación. Luego ha habido en la literatura varios trabajos en los que se han analizado desde distintos puntos de vista las pruebas, los resultados alcanzados por los estudiantes, la adecuación de estas a los programas, su pertinencia etc. Cabe citar los trabajos publicados por el CIDE (citados en la Bibliografía) de Muñoz Repiso y otros: "*Las calificaciones en las pruebas de aptitud para el acceso a la universidad*", el de Muñoz Vitoria: "*El sistema de acceso a la Universidad de España 1940-1990*" y el de Olmeda: "*Las pruebas de acceso a la Enseñanza Superior antes de la LGE*".

Más recientemente en otras disciplinas diferentes de las matemáticas, tales como la Historia o la Filosofía se han analizado las pruebas de selectividad profusamente.

Además el referente del examen PISA, que a nivel europeo se realiza a los alumnos al finalizar la etapa obligatoria, suscita titulares de periódicos, comparaciones entre estados y dentro de estos entre comunidades autónomas, permitiendo un ranking de puntuaciones, en fin, aunque tiene detractores, está asumido que una buena posición en el ranking es un síntoma de calidad del sistema educativo.

El análisis de las pruebas de selectividad no tiene un referente internacional. No es una prueba estándar y homologable en todos los Estados y por lo tanto las comparaciones son más limitadas y locales. Además los exámenes varían de una comunidad a otra y por lo tanto no permiten elaborar comparaciones. Aún así, es este un análisis que interesa a diferentes sectores del mundo académico. Por supuesto interesa a los alumnos y a los docentes de matemáticas, puesto que tienen el interés propio por conocer el resultado alcanzado, la nota media conseguida y el ranking en el que el profesor y el centro escolar se sitúan. Interesa a los Departamentos de Educación por que son una medida de la calidad del sistema educativo. Y también a la opinión pública, por que en muchos casos las opiniones detractoras superan a las favorables hacia este sistema de acceso a la universidad. Por supuesto que también interesa a las universidades; son ellas las que reciben el alumnado conforme, en muchos casos, a la nota obtenida en la selectividad. Por lo tanto son en cierto sentido, reguladoras del flujo futuro de alumnado hacia la universidad.

Análisis de las Hipótesis:

Como se ha dicho anteriormente vamos a analizar los exámenes de selectividad de matemáticas de la UPV - EHU (en sus diferentes opciones) desde el año en que se comenzaron a digitalizar sus resultados (curso 93-94) y hasta el curso 2007-2008. Esos exámenes constan de partes diferentes y por lo tanto las analizaremos por separado.

Clasificaremos los tipos de ejercicios propuestos en cada una de las partes, con el objetivo de estudiar su evolución. Veremos cuales de esos tipos de ejercicios permanecen en distintos años y durante cuantas convocatorias. Cuando se produzcan rupturas, porque aparece algún tipo de ejercicio nuevo lo señalaremos y estudiaremos su permanencia en el examen durante las siguientes convocatorias. Cuando estas rupturas den lugar a algún cambio significativo también lo señalaremos.

Haremos también un análisis estadístico de datos referentes a las diferentes convocatorias, relativo al número de alumnos presentados y notas obtenidas. Esto permitirá establecer si hay diferencias de resultados entre los distintos años y también relacionarlos con las posibles rupturas existentes en algunos de los exámenes y con los cambios legislativos producidos en el periodo.

Se analizará la metodología de enseñanza-aprendizaje, a través de un cuestionario enviado a los centros, en el que se hacen preguntas sobre el texto, su forma de utilización, la forma de preparar el examen de selectividad y el objetivo de la enseñanza de las matemáticas. En ese cuestionario se les preguntará sobre la percepción de la dificultad de la prueba y de las partes de las que se compone. Así se podrá establecer un índice de percepción de la dificultad de cada una de las partes y de la prueba en su conjunto.

Se efectuará un análisis de resultados de selectividad, por centros, para los cursos que van del 2003-2004 al 2007-2008. Este análisis permitirá extraer conclusiones relativas a la evolución de las notas y compararlas en relación con los resultados de la encuesta, permitiendo así, sacar conclusiones entre el modelo de enseñanza y utilización del libro de texto y los resultados obtenidos.

Cuándo hablamos de contenidos lo hacemos en un sentido amplio, no dándole a esta palabra el significado que tiene desde hace unos pocos años, diferenciando entre conceptos, procedimientos y actitudes, sino entendiendo por tal todos los que aparecen en los libros de texto y no sólo los de carácter teórico. Es decir entendiendo el texto en su conjunto, como una unidad con partes diferentes, parte teórica, ejemplos, ejercicios, que se analizarán separadamente pero respetando la globalidad.

3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Objetivo General

"Estudiar la evolución de la enseñanza de las Matemáticas del Bachillerato a través de los libros de texto y de la Prueba de Selectividad. El análisis de los libros de texto de la época, nos permitirá describir las rupturas y continuidades que haya habido, así como la evolución metodológica que reflejan, y las características y adaptación de la prueba de selectividad al currículo. Análisis de resultados de selectividad a diferentes niveles ─ nivel alumno, nivel centro─ evolución y comparación de resultados y estudio de opinión de los centros. Deducir de la interrelación de los anteriores elementos conclusiones sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en el periodo considerado".

3.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos que se derivan de la formulación de este objetivo general son los siguientes:

O.1. Analizar la evolución del desarrollo didáctico de los contenidos a través de los libros de texto seleccionados.

O.2. Analizar los libros de texto seleccionados con arreglo a la descripción hecha en la primera parte, posibilitando su clasificación y comparación.

O.3. Estudio de las especificidades de los textos en euskera y análisis de su evolución y rápida normalización.

O.4. Analizar las pruebas de selectividad de la UPV - EHU, sus características y resultados, tanto a nivel individual como de centro, estudiando su evolución, efectuando comparaciones y proponiendo algunas razones que justifiquen los cambios observados.

O.5. Estudiar la práctica de los centros en relación a la utilización del libro de texto, a la forma de preparación de la selectividad, al método de enseñanza-aprendizaje utilizado y analizar cuál es su objetivo final de enseñanza de las matemáticas y su percepción de la dificultad de la prueba de selectividad.

O.6. Extraer conclusiones respecto del proceso global de enseñanza relacionando el estudio empírico de opinión con los resultados de los centros en selectividad y con el análisis de textos realizado.

PARTE I

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

REFORMAS EDUCATIVAS

LIBROS DE TEXTO

CAPÍTULO I. CURRÍCULO Y MODELOS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

El currículo es una de las dimensiones más importantes del proceso de enseñanza – aprendizaje. A través de él se regulan aspectos tan relevantes como los programas, la metodología, los recursos, el estilo de enseñanza, las necesidades de formación, etc. Tiene una influencia decisiva en la estructura de los libros de texto, que son resultado de la didáctica de la disciplina, las corrientes pedagógicas del momento, las intenciones de los autores y lo estipulado oficialmente mediante el currículo.

Por ello iniciamos el capítulo con un apartado en el que analizamos cómo las diferentes teorías pedagógicas entienden el currículo y cuáles son sus dimensiones. Abordaremos el concepto tan actual de currículo oculto, aportando algún ejemplo de nuestra disciplina, para pasar luego a hacer un breve repaso de los currículos que ha habido en matemáticas y explicar algunas de sus características más importantes.

Uno de los objetivos de nuestro trabajo es estudiar el currículo que abordan los libros de texto y su evolución, por ello es conveniente definirlo primeramente y señalar cuáles son sus fundamentos y las diversas teorías en las que se sustenta, aunque sea someramente.

Es igualmente importante observar que los libros de texto de cada época, además de reflejar la plasmación práctica de un determinado currículo, recogen las teorías pedagógicas, la didáctica y los modelos de enseñanza en vigor, cada uno de ellos eligiendo entre las varias posibilidades existentes, o moldeando lo que sea prescriptivo según su particular punto de vista.

Por ello en la segunda parte del capítulo se aborda también el estudio de los diferentes modelos que existen en la enseñanza de las matemáticas, se exponen sus características y se hace una incursión en algunos de los modelos más recientes.

1.1. CURRÍCULO: DEFINICIÓN Y DIMENSIONES

Son muchas las definiciones de currículo, de tal manera que prácticamente cada autor tiene la suya, con pequeños matices cambiantes respecto a las de los demás, o surgidas de un enfoque diferente. Vamos a citar a continuación algunas de las definiciones dadas por autores conocidos.

Según Rico "*currículo es toda actividad que planifique una formación*" (Rico, 1990, en Rico, 1998, p. 25).

Cesar Coll da la siguiente definición de currículo: *"El currículum es el proyecto que preside las actividades educativas escolares, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los profesores que tienen la responsabilidad directa de su ejecución"* (Coll, 1987, p. 31).

Pero casi hay tantas definiciones posibles de currículo como autores de renombre que las postulan; por citar algunos de ellos: Sarramona (1977), Taba (1983), Stenhouse (1984), Gimeno (1988), Martínez Santos (1989), etc.

De esas definiciones, un tanto generales, se puede deducir que el currículo debe ofrecer propuestas concretas sobre:

- Modos de entender el conocimiento
- Interpretar el aprendizaje
- Poner en práctica la enseñanza
- Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados

Según Coll los enfoques cognitivos que determinan el marco de referencia del currículum son:

- La teoría genética de Piaget
- La teoría de la actividad, formulada por Vygotsky
- La teoría del aprendizaje verbal significativo de Ausubel
- Las teorías de los esquemas de Anderson, Norman y Minsky
- La teoría de la elaboración de Merril

Por lo tanto todo currículo, y en concreto el de matemáticas, necesita estar basado en alguna teoría o esquema conceptual.

Por otra parte una forma clásica de abordar el currículo en general, y el de matemáticas en particular, consiste en considerar las disciplinas que lo fundamentan:

- Psicología
- Pedagogía

- Sociología
- Epistemología e Historia de las Matemáticas

Pero el currículo admite diferentes niveles de reflexión, según en que aspecto del currículo se ponga el interés; estos aspectos se denominan también dimensiones y se consideran los siguientes:

- Dimensión cultural/conceptual
- Dimensión cognitiva o de desarrollo
- Dimensión ética
- Dimensión social

Desde este nivel de reflexión académica las cuatro dimensiones del currículo se pueden relacionar con las disciplinas que lo fundamentan de la siguiente forma (Rico, L. 2007, p. 409):

Tabla 1.1: Dimensiones del currículo

Nivel	*1ª dimensión*: Cultural/conceptual	*2ª dimensión*: Cognitiva o de desarrollo	*3ª dimensión*: Ética o formativa	*4ª dimensión*: Social
Disciplinas Académicas	Epistemología e Historia de la Matemática	Teorías del Aprendizaje	Pedagogía	Sociología

El currículo está ligado a la práctica y al cambio. Aunque el currículo se diseña lejos de la escuela, su puesta en práctica es la que lo hace efectivo. Según Freudenthal, el currículo se entiende como práctica: "*es lo que se hace en las escuelas en colaboración con profesores y estudiantes*" (Gravenmeijer, Teruel, 2000, pp. 777-796). Es aquí, en la puesta en práctica del currículo oficial, donde aparecen aprendizajes no señalados, pero que son necesarios si se quiere tener éxito en el sistema escolar.

Por lo tanto podemos definir el currículo oculto como: "*Los aprendizajes que no aparecen como objetivos explícitos de la enseñanza, pero que sin embargo, el alumno tiene que realizar para poder progresar en el sistema escolar*" (Castela, C. 2005, p. 112).

Si nos centramos en las matemáticas, tenemos dos tipos de conocimientos: teoría por una parte y problemas y ejercicios por la otra. La teoría es la trasposición del saber sabio (Chevallard) y los problemas constituyen la práctica necesaria para la correcta asimilación de la teoría.

La resolución de los problemas requiere a veces de conocimientos, no directamente relacionados con la teoría estudiada; algoritmos, destrezas y procedimientos diversos que pueden, o no, intervenir en su resolución y que por lo tanto son parte del bagaje científico que tiene el que los utiliza.

Por ejemplo, el teorema de Pitágoras es objeto de estudio en un determinado nivel y los ejercicios con él relacionados forman parte del currículo explícito. Pero si un alumno de otro nivel educativo, utiliza esta herramienta en la solución de un problema más complejo de su nivel, esta movilizando un conocimiento, tal vez necesario, pero que no forma parte del currículo explícito del citado nivel.

1.1.1. Currículos de Matemáticas

En los colegios de los Jesuitas en el siglo XVI la labor de un profesor de matemáticas consistía en explicar los seis primeros libros de Euclídes, por este orden: aritmética, la esfera, cosmografía, astronomía, teoría de los planetas y óptica.

No siempre han estado las matemáticas dentro del currículo escolar. Así por ejemplo en la Inglaterra del siglo XVII, Wallis que en el año 1635 era profesor del Emmanuel College, señalaba que *"las matemáticas casi no se consideraban dignas de estudios académicos y que pocos estudiantes estaban dispuestos a acometer una disciplina tan poco valorada"* (Montesinos Sirera, J. 2000, p. 112)

En la mitad del siglo XIX, en toda Europa, se suscitó un debate entre los partidarios de los estudios "clásicos" y los de los llamados "científicos modernos", que afectó a dos formas diferentes de concebir el bachillerato o los estudios de secundaria.

Incluso en Estados Unidos, a comienzos del siglo XX, hubo debates sobre qué matemáticas necesitaba un ciudadano para defenderse en la vida diaria y laboral, y cuáles debían ser por tanto las matemáticas que se debían estudiar.

Es decir, el debate de si las matemáticas, y qué matemáticas se deben enseñar, es antiguo, y aparece como tema de discusión cada vez que se aborda una reforma curricular.

1.1.1.1. <u>Breve historia de los dos últimos siglos</u>

Vamos a hacer un pequeño repaso de los planes de enseñanza, de los libros de texto y de las matemáticas que en España se han enseñado durante los últimos dos siglos, pues así son más fáciles de entender y situar las reformas curriculares que en los últimos 30 años se han producido y que forman parte de nuestra investigación.

Seguiremos en esta parte a Arenzana, Vea y Hormigón que han estudiado en profundidad la obra de los autores de libros, tanto de texto como generales, de matemáticas, en la España de los siglos XVIII y XIX.

Nos dicen estos autores, que ya en el siglo XVIII, Benito Bails (1730-1797), director de la sección de Matemáticas de la Real Academia de San Fernando, tuvo una prolija obra docente en la que se decantaba por una relativa pérdida del rigor a favor de la mejora didáctica y de la claridad expositiva. Esta actitud también era compartida en Francia, por su contemporáneo, Lacroix, autor de numerosos textos de matemáticas de la época.

Benito Bails publicó entre los años 1775 y 1781 diez tomos de sus “Elementos de Matemática” y libros de texto como “Principios de Matemática” y la síntesis de sus “Elementos”. Su obra sirvió de texto en el último cuarto del siglo XVIII en numerosos centros educativos y cabe indicar su modernidad y singularidad al contener los “Principios de Matemática” un “Apéndice sobre los principios de las probabilidades”. Trataba dentro de la Aritmética, los números fraccionarios complejos, mixtos o “denominados” (terminología de la época; otras dos curiosidades terminológicas de la época son “potestades” como potencias y “solideces” como volúmenes de cuerpos), cuyo estudio era necesario por la falta de unidad en el sistema de pesos y medidas.

El francés Lacroix (Silvestre Francisco Lacroix 1765-1843), citado más arriba, tuvo una prolija obra traducida al castellano, pero hay que destacar sus modernos planteamientos educativos y su influencia en la enseñanza de las Matemáticas en España durante los dos primeros tercios del siglo XIX. Atribuía a la enseñanza de las Matemáticas dos objetivos: “*el cultivo de las matemáticas como modo de ejercitar el espíritu, de desarrollar las facultades intelectuales y como preceptos y resultados inmediatamente aplicables*” (Vea, F. 1995, p. 181).

En los textos españoles del siglo XVIII de Segunda Enseñanza, era habitual la inclusión de cuatro secciones denominadas: Aritmética, Geometría, Algebra y Trigonometría. Dentro de la aritmética se incluían sus aplicaciones, algunas de las cuales comprenden las progresiones, la combinatoria y los logaritmos. Dentro de la geometría, a veces, aparecían las secciones cónicas y en ocasiones, situadas de forma independiente, o incluidas en alguna de las anteriores, las series, funciones y cálculo diferencial e integral, aunque no todos estos contenidos se estudiaban en la enseñanza secundaria. También hay que señalar que a veces omitían, o trataban muy por encima, conceptos como el de las raíces imaginarias de una ecuación, a las que denominaban indeterminadas.

Durante el siglo XIX, entre otros autores de matemáticas y de libros de texto en España cabe mencionar los siguientes: Juan Justo García (1752-1830); Gabriel Císcar y Císcar (1760-1829); Alberto Lista y Aragón (1775-1848) que fue, aunque solo durante un año pues luego se traslado a Madrid, catedrático de Matemáticas del Consulado de Bilbao en 1819; José Mariano Vallejo (1779-1846) y José de Odriozola (1785-1864).

También de la misma época (1885) son las recomendaciones que J. de Caso hace sobre la enseñanza de la Aritmética: "*Proscribir en absoluto las definiciones y reglas teóricas, limitándose a presentar todas las cuestiones del cálculo bajo una forma práctica y familiar para el niño*" (Rico, L. y Sierra, M. 1994, p. 118)

En el Plan de estudios de1894 se decía sobre la metodología de impartición de las matemáticas que: "*deben descartarse los teoremas hasta el límite más estrictamente indispensable y desarrollarse los problemas con cuanta práctica real y viva sea posible*". (Rico, L. y Sierra, M. 1994, p. 107)

Ya en el siglo XX y en el periodo posterior a la guerra civil de 1936, hubo autores de libros de texto de matemáticas, en general catedráticos de Instituto, que consiguieron un cierto renombre, como Benigno Baratech y José Esteban que publicaban juntos y Emilio Perez Carranza. Pero de todos ellos las figuras más destacadas son la de Puig Adam, catedrático de Instituto y Profesor de Universidad, que impulsó la didáctica de la matemática y tuvo mucha influencia en los autores de textos más próximos a nosotros y la de Rey Pastor, matemático español de renombre internacional. Otros autores un poco posteriores son: R. Rodríguez Vidal, catedrático de la Universidad de Zaragoza y Sixto Ríos, catedrático de la Universidad de Madrid, que hicieron varias incursiones en la enseñanza secundaria con textos muy utilizados que tuvieron varias reediciones. De una época más tardía son S. Segura Doménech, catedrático de Instituto que publicó con editorial ECIR, textos de bachillerato de amplia implantación en los Institutos de Enseñanza Media y Constantino Marcos y Jacinto Martínez, que colaboraban con la editorial SM y confeccionaron unos textos muy didácticos de amplia implantación, sobre todo en la enseñanza privada.

Como antecesor inmediato de las Reformas que vamos a analizar, podemos situar un Decreto que en 1953, estableció un nuevo Plan de Estudios para el Bachillerato. Este Plan contenía por primera vez cuestionarios detallados para cada una de las asignaturas, acompañados de unas Orientaciones Metodológicas, en las que se marcaban líneas para el desarrollo de los temas, se señalaban posibles errores y se marcaba el límite de algunos contenidos.

En 1955 se publicaron unos Cuestionarios para la Enseñanza Primaria que contenían las siguientes dos normas didácticas para la disciplina de matemáticas

- *"Norma fundamental en la enseñanza de las matemáticas será la fundamentación sólida de los conocimientos como punto de partida indispensable para la ampliación y adquisición de otros nuevos. Las repeticiones, el ejercicio constante de cada mecanismo adquirido son indispensables medios didácticos; junto a ellos el escalonamiento en los pasos sucesivos del aprendizaje, procurando, además, adecuar el tipo de trabajos y ejercicios a las diferencias individuales que inevitablemente existirán en toda clase"* (Kilpatrick, J.; Rico, L. y Sierra, M. 1994, p.133).
- *"Los problemas deben ir graduados en progresión creciente de dificultad y agrupados, dentro de lo posible, en tipos análogos; pero no por las operaciones que haya que hacer en ellos, sino por el concepto a discurrir según los casos de la realidad de la vida; tener bien presente también todas las partes en la resolución: planteamiento, resolución, discusión y comprobación. La representación gráfica debe utilizarse asimismo como medio auxiliar y complementario"* (Kilpatrick, J.; Rico, L. y Sierra, M. 1994, p.134).

Más recientemente en los currículos de la Educación Obligatoria se señalan las siguientes características de las matemáticas: claridad, precisión, abstracción, valor argumentativo de las pruebas, valor de veracidad en las demostraciones, vinculación con sistemas simbólicos de representación y aplicabilidad en la resolución de problemas y en la interpretación de fenómenos (Rico,L. 2007, p. 382).

Se puede por lo tanto deducir que ha habido un importante salto cualitativo, en la concepción del currículo de matemáticas desde el siglo XVIII hasta nuestros días.

Si nos referimos a la situación internacional el currículo de las matemáticas varía de unos países a otros, e incluso puede tener pequeñas diferencias dentro del mismo país. Por ejemplo en España en la enseñanza secundaria se estudia desde hace 40 años, cómo hallar la fracción generatriz de un número decimal periódico, cosa que no se hace en Francia, donde se le da más importancia a la geometría vectorial. En Inglaterra, como consecuencia de su sistema métrico y monetario, se han venido estudiando desde antaño las fracciones mixtas, que hace ya unos años que desparecieron del currículo de matemáticas en España.

Los congresos internacionales se han preocupado sobre cuestiones curriculares, pero sin continuidad. En el III ICME de Karlsruhe (1976) la preocupación sobre cuestiones curriculares fue prioritaria, pero hay que esperar hasta 1985 en que se celebra una conferencia en la Universidad de Chicago, en la que participan matemáticos y educadores de 36 países diferentes, para que se trate de una manera específica el desarrollo para todos los estudiantes de un currículo de matemáticas orientado a las aplicaciones. Es pues en este contexto internacional donde se deben situar las reformas acometidas en España en el último tercio del siglo XX.

1.2. MODELOS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Platón atribuía a la Geometría una finalidad estética, y así es como ven la matemática los que cultivan las matemáticas denominadas puras. Creen que las matemáticas, como actividad inteligente que son, tienen un valor en sí mismas; además como toda obra bien acabada poseen una indudable belleza.

Cercanos a quienes defienden este punto de vista están los que además le añaden el papel que en la formación del pensamiento lógico juegan las matemáticas; como señala Poincaré: "*la meta principal de la educación matemática es desarrollar ciertas facultades de la mente*" (Kilpatrick J., Rico L. y Sierra M. 1994, p.31).

Pero no debemos olvidar el papel que como herramienta para otras ciencias juegan las matemáticas. Las matemáticas tienen un valor práctico porque pueden ser aplicadas para interpretar la realidad que nos rodea. En ese sentido se habla de matemáticas Aplicadas.

Por lo tanto el fin de la enseñanza de las matemáticas va desde quienes la defienden como ciencia pura en un extremo, a quienes defienden su aplicabilidad en el otro.

En cada periodo de la historia de las matemáticas ha habido unos campos que tenían un lugar predominante y que han contribuido a su evolución. Así los matemáticos pre-helénicos nos dejaron las fracciones, los grados sexagesimales, la medida y las formas geométricas, junto con la astronomía. Los matemáticos griegos concibieron la idea de demostración deductiva e impulsaron la Geometría. Para Platón la enseñanza de la Geometría es formativa, teórica y abstracta. Los matemáticos de oriente clarificaron el papel de los símbolos e introdujeron un sistema único de numeración. Fruto directo de ellos fue el álgebra simbólica del Renacimiento.

Entraron las matemáticas en la era moderna con Descartes que las concebía *“como la herramienta necesaria para el logro de un progreso técnico capaz de mejorar las condiciones de vida de la humanidad”* (Montesinos Sirera, J. 2000, p.108). De esta misma época es Newton, para el que el fin de las matemáticas era eminentemente práctico, estas servían para interpretar las leyes físicas de la naturaleza.

Ya en el siglo XIX comienza con Karl Weierstrass lo que se denominaría matemática pura, en la que la abstracción y la generalización son fines en sí mismos.

En el siglo XX con el movimiento de las “matemáticas modernas” y la fundamentación axiomática y nacimiento de las grandes estructuras, han surgido opiniones en las mismas dos direcciones, de matemáticos de gran prestigio. Por citar algunas de ellas, el matemático M.H. Stone señala que “*las matemáticas, definidas como el estudio de los sistemas abstractos generales, son independientes de la realidad física*” y que “*el divorcio entre las matemáticas y sus aplicaciones, ha hecho posible el inmenso crecimiento que han experimentado las matemáticas en el siglo XX*” (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p.40). Para Brouwer “*las matemáticas puras son una creación libre del espíritu y no están ligadas a la experiencia*” y sin embargo para Engels “*son una ciencia de las relaciones cuantitativas más generales del mundo real*” (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p.198).

Estas matemáticas del siglo XX se caracterizan por su mayor generalidad, su mayor grado de abstracción y su mayor rigor lógico. Esa abstracción es como señala Freudenthal fuente del problema pedagógico: *“en un sentido objetivo la matemática más abstracta es sin duda la más flexible. Pero no subjetivamente, porque hay individuos que no están en condiciones de percibir esa flexibilidad”* (Gravenmeijer, K. y Teruel, J. 2000, pp. 777-798). Siguiendo a Freudenthal en la cita anterior *“la educación matemática es un proceso de hacer matemáticas que conduzcan a un resultado, matemáticas como un producto”*.

Puig Adam concibe la Matemática como ciencia de los esquemas que, mediante la abstracción, es capaz de simplificar la complejidad de los fenómenos naturales, por lo que no cabe distinción entre Matemática pura y aplicada (Kilpatrick, J.; Rico, L. y Sierra, M. 1994, p.136).

Cuando se le planteó, al matemático español Rey Pastor, la pregunta de si era partidario de una enseñanza de la matemática logicista o intuitiva, mantuvo una postura ecléctica, sosteniendo que lógica e intuición son propiedades del espíritu que deben ser cultivadas en la enseñanza de las matemáticas, en grado adecuado al desarrollo mental del alumno (Kilpatrick, J.; Rico, L. y Sierra, M. 1994, p.122).

Como ya señalamos más arriba las matemáticas han tenido que probar su valor práctico-formativo para estar incluidas en el currículo. No se ha puesto tanto en duda su presencia, como la cualidad de las matemáticas que se deben enseñar. A finales del siglo XIX, se consideraban más importantes materias como la historia, las ciencias naturales y las lenguas modernas, con las que la matemática compartía el currículo. De hecho en Estados Unidos hubo, a principios del siglo XX, un intento por restringir el currículo escolar a las materias con utilidad social (Kilpatrick, Rico y Sierra 1994, p. 47).

Las matemáticas permiten comunicar, interpretar, predecir y conjeturar y aparecen en todas las formas de expresión humana, por lo cuál empiezan a ser uno de los elementos esenciales de la cultura de nuestra época.

En el aspecto comunicativo de las matemáticas, el sistema de escritura utilizado constituye una de sus principales características. Las matemáticas escritas con símbolos pueden traducirse al lenguaje natural de la persona. Quepa aquí la siguiente cita de Goethe: "*los matemáticos son una especie de franceses. Siempre que les dices algo, ellos lo traducen a su propia lengua y de inmediato se convierte en algo completamente distinto*" (Pimm, D. 1990, p. 25)

Las matemáticas, su forma de razonamiento, su rigor, enseñan a no contentarse con verdades a medias u opiniones subjetivas. Este método matemático es por lo tanto útil, si somos capaces de traspasarlo a la vida cotidiana. Por ejemplo Skemp señala que para "*el aprendizaje inteligente que, en pocas palabras, significa la formación de estructuras conceptuales, comunicadas y manipuladas por medio de símbolos, las matemáticas ofrecen lo que es, quizá, el ejemplo más claro y concretado*" (Skemp, R. 1980, p. 11).

Más que nunca la sociedad actual en la que vivimos no podría funcionar como la conocemos sin la presencia de las matemáticas; aunque esa presencia es a veces difícil de observar y de reconocer, las matemáticas están en la prensa, en la información, en los avances tecnológicos y sanitarios de los que hacemos uso diario, sin percatarnos de ello. Consecuencia directa de ello es la presencia de las matemáticas en el currículo escolar. Sin embargo, en la parte negativa, también se les han achacado a las matemáticas un papel de selección para el acceso a estudios superiores, tal y como el que desempeñaba el latín en otros tiempos.

Pero la transferencia de los conocimientos matemáticos no está asegurada, depende del modo en como se enseñe. En el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas surgen obstáculos que se manifiestan mediante errores reproducibles, con cierta coherencia interna, persistentes, resistentes y relativamente universales (Chevallard, Bosch, Gascón. 1997, p. 224).

Surgen por lo tanto teorías y formas de enseñar, y en particular enseñar matemáticas, que se suelen clasificar con arreglo a los siguientes modelos que describimos a continuación.

1.2.1. Modelo Tradicional

Tradicionalmente las clases de Matemáticas se impartían de forma magistral y el profesor explicaba con la mayor claridad posible cómo se aplicaban los conceptos, lo ilustraba con unos ejemplos en la pizarra y mandaba hacer una serie de ejercicios del libro de texto que, por repetición se suponía, iba a servir para que el alumno adquiriera el conocimiento deseado. Fundamentalmente era el profesor el que hacía matemáticas delante de sus alumnos, que son básicamente receptores.

Está forma de enseñanza, basada en la teoría conductista del aprendizaje, consiste en fijar y formular los objetivos de la enseñanza con precisión y en reforzarlos minuciosamente con actividades que lleven al logro de los citados objetivos. Se pone el énfasis en el crecimiento del conocimiento individual a partir de un conocimiento matemático ya adquirido, no en la creación de contenidos curriculares nuevos.

La concepción de las matemáticas que subyace en este modelo es la de que las matemáticas son un cuerpo establecido de conceptos, hechos, principios y destrezas, que se encuentran en los programas y en los materiales curriculares y bajo este punto de vista la didáctica tradicional responde bien a las características de las matemáticas para las que fue inventada.

Algunos de los defectos de la enseñanza tradicional son: memorización excesiva, aprendizaje mecánico y calculista del álgebra y axiomático de la geometría, excesiva cantidad de trigonometría, escasa calidad de los libros de texto y sobre todo, ausencia de motivaciones de todo tipo (Kline, Morris. 1976, pp. 17-20).

"*En esta educación matemática tradicional, el resultado de la actividad matemática de otros es tomado como punto de partida de la enseñanza, y Freudenthal caracteriza a esto como una inversión anti-didáctica de la instrucción tradicional deductiva*" (Gravemeijer y Teruel, 1973, pp.777-796).

1.2.2. Modelo Constructivista

Siempre ha habido profesores que a pesar de estar inmersos en una dinámica imperante de enseñar Matemáticas basada en la teoría conductista, han sido buenos profesores que hacían continuas referencias al entorno real, utilizaban materiales manipulativos para apoyar las explicaciones o contextualizaban los conceptos utilizando instrumentos reales para efectuar mediciones, simular juegos, etc.

En los años 70, surgen movimientos renovadores de profesores que comienzan a publicar revistas de tipo didáctico y crean grupos de trabajo innovadores con la intención de mejorar la enseñanza de las Matemáticas. Estos grupos renovadores defendían y proponían el modelo constructivista del aprendizaje.

La teoría constructivista sentaba las bases del aprendizaje significativo, cuya característica esencial es que un nuevo conocimiento debe relacionarse de un modo significativo con los conocimientos previos del alumno y que éste debe adoptar una actitud favorable y autónoma en la tarea, dotando de significado propio al nuevo contenido que asimila (Ausubel 1976) (Novak 1982). Es decir la nueva información se debe conectar con las estructuras del conocimiento ya existentes, y elaborar nuevas relaciones entre esas estructuras. Ese es el concepto de zona de desarrollo próximo definido por Vygotsky.

Para el modelo constructivista las matemáticas constituyen un conjunto de conocimientos construidos por los individuos. Son los alumnos los que hacen matemáticas.

Los DCBs (Diseño Curricular Base) del MEC para la Educación Primaria y Secundaria (MEC, 1989) ofrecen una visión constructivista-social de las matemáticas, que permiten apreciar los rasgos característicos de esta visión de las matemáticas. Lo importante no es que los profesores "enseñen" sino que los alumnos "aprendan". Podría decirse que la diferencia entre los métodos tradicionales y los métodos actuales viene dada por el cambio de énfasis en la didáctica de la Matemática, que ha pasado de estar centrada en el acto de enseñar a estar centrada en el acto de aprender (Gutiérrez, 1991).

Actualmente se aceptan una serie de aspectos constructivistas para su aplicación en el aula como son:

- Enseñanza Inductiva (que lo descubra el propio alumno)
- Enseñanza Gráfica (que interiorice desde el exterior)
- Enseñanza Participativa (que comunique lo aprendido)

- Enseñanza Relacional (con lo que ya sabe y pueda así avanzar)

Siguiendo al Informe Cockroft, se deben plantear en la Enseñanza de la Matemática desde los 6 hasta los 18 años, oportunidades para:

- Explicaciones a cargo del Profesor/a
- Discusiones entre profesor/a y alumnos/as y entre alumnos/as
- Trabajo práctico apropiado
- Consolidación y práctica de técnicas y rutinas fundamentales
- Resolución de problemas, incluida la aplicación a situaciones de la vida cotidiana
- Trabajos de investigación

En definitiva, saber matemáticas coincide con hacer matemáticas y por lo tanto se presentan en la clase como un proceso y no como un producto acabado. Se resalta el contexto en el que se presentan las actividades matemáticas propuestas a los alumnos, promoviendo su actividad matemática. Por ejemplo Freudenthal señala el modo didáctico de explicar el concepto de inducción completa: *"primero dar al alumno oportunidades de aplicar este principio de modo intuitivo, en hacerle descubrir como dichas aplicaciones tienen algo en común, en verificar posteriormente (considerando otros ejemplos) que lo ha comprendido y, finalmente, en hacerle encontrar una expresión verbal adecuada del principio, es decir, en hacérselo formular explícitamente"* (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p.163).

1.2.3. Enseñanza por Resolución de Problemas

La importancia atribuida a la resolución de ejercicios, de ejemplos y de problemas para el aprendizaje efectivo de las matemáticas viene de antiguo y está unida a su misma concepción como ciencia que surge para dar solución a determinados problemas prácticos de la vida diaria.

La enseñanza de la matemática atendiendo a sus contenidos debe estar sustentada en la práctica y esto ha sido señalado desde siempre; por ejemplo ya Séneca afirmaba que "*largo es el camino por preceptos, breve y efectivo por ejemplos*", donde precepto debe entenderse como enseñanza teórica, y Newton que "*más sirven los ejemplos que los preceptos en el estudio de las ciencias*" (Vea, F. 1995, p. 412).

Algunos autores como Chevallard, Bosch y Gascón señalan "*que las matemáticas sirven sobre todo para resolver problemas*" y que olvidar eso "*es la enfermedad didáctica*". Estos mismos autores nos indican que hasta principios del siglo XIX no se hablaba de matemáticas aplicadas sino de aplicaciones de las matemáticas y el término utilizado era el de matemáticas mixtas. Con sus palabras *"...bastaba con saber algo de Física, Biología o Comercio, y a partir de ahí, dejar que las Matemáticas hicieran su labor"*. (Chevallard, Bosch y Gascón. 1997, pp. 33 y 43).

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento y aprendizaje más que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método predomina sobre el contenido.

La distinción entre ejercicios y problemas y la importancia concedida a la inclusión de "problemas interesantes" en los libros de texto se suscitó muy vivamente con la introducción de la "matemática moderna" en la enseñanza en Francia. Una de las pegas que se le achacaba a la enseñanza del álgebra es que proporciona ejercicios rutinarios y carentes de interés, al contrario de lo que sucede con la geometría que es fuente de problemas cuya resolución supone un reto para los alumnos. En este sentido, los movimientos de contrarreforma planteaban la idea de *"iniciar a los alumnos en el trabajo "matematizante" y en la aplicación del conocimiento matemático, utilizando para ello ejemplos no triviales, cuidadosamente escogidos en distintos dominios, con una finalidad metodológica formativa y no directamente práctica"* (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 190).

Las matemáticas se consideran como una actividad humana que surge de las situaciones reales y en las que los estudiantes aprenden al investigar problemas. Esto supone darles a las matemáticas una naturaleza social. Es por esto que los alumnos deben llegar a comprender y a apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que las matemáticas han contribuido a su desarrollo.

Para esto los programas de matemáticas y los libros de texto deben reflejar la idea de "*matemáticas como elemento de la cultura general del hombre moderno*" y el análisis de los libros de texto permite dilucidar esta cuestión.

1.2.4. Otros Modelos

Hay que señalar también enfoques modernos que analizan la enseñanza de las matemáticas desde otras perspectivas. Entre otros, los siguientes:

a) *Modelo cuasiempírico*

Una de las tendencias relativamente recientes en Didáctica de la Matemática es enfocar su atención al carácter cuasiempírico de la actividad matemática (I. Lakatos) y a los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad.

El carácter cuasiemprírico de la matemática, no era aceptado por los griegos para los que las técnicas heurísticas no tenían valor probatorio. Intuitivamente y gracias a determinadas técnicas heurísticas podían conseguir un resultado que no tenía validez hasta que no era probado deductivamente. A lo largo de la historia esto ha seguido siendo así, como lo corrobora el hecho de que Galileo tampoco diera por válidos los resultados que su alumno Cavalieri consiguiera mediante técnicas infinitesimales.

Hoy en día conjeturar, plantear preguntas, hacer suposiciones y desarrollar argumentos heurísticos forma parte de la metodología propugnada en los currículos oficiales.

b) *Modelos psicológicos del aprendizaje de las Matemáticas*

Estos modelos ponen en relación los esquemas conceptuales del conocimiento, las relaciones y operaciones y las formas de organizar, almacenar y transformar dichos esquemas conceptuales.

Piaget dice que existe un parentesco entre los esquemas de asimilación y las leyes de la lógica. Piaget señala dos principios psicopedagógicos muy generales: "*la comprensión real de una noción o una teoría supone su reinvención por el sujeto*" y "*la verdadera comprensión se manifiesta por nuevas aplicaciones espontáneas, o dicho de otra manera, por una generalización activa que supone encontrar las razones de la verdad que se intenta comprender*" (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 225).

c) *Programa Epistemológico de Enseñanza de las Matemáticas*

Se incluyen dentro de los conocimientos matemáticos las condiciones de su utilización en situación escolar e incluyen también los fenómenos relacionados con la reconstrucción escolar de las matemáticas. Aparecieron así, el concepto de transposición didáctica de Chevallard, y el concepto de organización matemática que constituye el núcleo de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, Godino).

"*El problema de la Educación matemática puede ser abordado a partir del análisis de las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en las diferentes instituciones*" (Gascón, 2002).

Respecto a la comparación entre modelos de enseñanza cabe señalar que es una cuestión que ha sido eje de numerosas investigaciones, pero de ellas no parece que pueda deducirse la relevancia absoluta de ninguno de ellos sobre los demás. Cada modelo incide en aspectos diferentes del conocimiento matemático.

d) *Concepto de Transposición Didáctica*

Aunque este concepto no es un modelo de enseñanza de las matemáticas, sí que es común a todos ellos y por ello lo incluimos en este apartado como un epígrafe final.

Hay que señalar la relevancia de esta nueva aportación desarrollada por Chevallard a partir de 1982, quien la define como el reflejo del saber académico (savoir savant) en el saber escolar (savoir enseigné) que es el que contienen los libros de texto. Dice Chevallard que la reconstrucción escolar de las matemáticas es absolutamente imprescindible y denomina transposición didáctica "*al conjunto de transformaciones adaptativas que sufre una obra para ser enseñada*". Pero Chevallard concibe el estudio del sistema didáctico formado por tres componentes, que son el maestro, el alumno y el saber (académico), a los que denomina triángulo de la didáctica.

Según señala Fandiño Pinilla (2002), la transposición didáctica es más compleja de lo que parece a primera vista, porque en realidad se pasa del "*Saber matemático al saber de enseñar el saber enseñado*". (Damore, B. 2005, p. 61). La transposición didáctica consiste por tanto en extraer un elemento del saber de su contexto (académico) para readaptarlo en el contexto siempre individual y único de la propia aula. Ahí es donde entra la Institución escolar que le da especificidad al saber escolar.

La transposición didáctica produce entonces una serie de efectos tales como: simplificación y desdogmatización y producción de objetos totalmente nuevos. Desde el momento en que un saber entra en el programa escolar, este es desnaturalizado, formando un nuevo estatus de contenido escolar que supone otra lógica y otra racionalidad.

Hay que señalar que el concepto de transposición didáctica ha recibido críticas por tomar como punto de partida el conocimiento experto de los matemáticos (Freudenthal, 1986, en Gravemeijer y Teruel, 2000, pp. 777-796).

CAPÍTULO II. REFORMAS EDUCATIVAS

Como ya se ha esbozado a lo largo del trabajo, las Reformas Educativas en los dos últimos siglos han sido muchas y de distinto signo. Esto en parte se ha debido a que la Segunda Enseñanza era un concepto nuevo, todavía sin afincar, y que cada cuál lo entendía a su manera. Luego intervenían factores políticos que hacían que cada gobierno le diera el sesgo ideológico que ellos defendían. Aunque en España esto ha estado acentuado por la inestable política del siglo XIX y comienzos del XX, Reformas Educativas ha habido, en mayor o menor medida, en todos los países de nuestro entorno.

Hay que señalar la importancia que todas las Reformas Educativas tienen, pues todas ellas suponen cambios de distinto signo, pero inevitablemente todas traen consigo una remodelación o cambio de currículo. Unido a esto suelen llevar aparejadas otro tipo de cambios como: organizativos, estructurales, reordenación de cuerpos del profesorado y sistema de acceso, cambio de planes de estudio y condiciones de acceso y promoción, nuevas enseñanzas y nuevas asignaturas, etc. Además se imponen de arriba abajo, sin participación de las personas que luego deberán ejecutarlas, salvo contadas excepciones en los que ha habido experimentación previa y debate, y por todo ello son acogidas con cierto recelo por la Comunidad Educativa y por razones distintas, no suelen ser bien recibidas por casi ninguno de los estamentos afectados.

En casi todas las Reformas habidas en España en los dos últimos siglos, se han tocado los currículos y en particular los currículos de matemáticas. Se reordenaban los temas, se suprimían algunos y aparecían otros, aparecían asignaturas nuevas o con diferente denominación y otras desaparecían. Por lo tanto el estudio de las Reformas habidas en el periodo que nosotros consideramos, es importante porque han supuesto grandes cambios en el Sistema Educativo en general y en la Enseñanza de las Matemáticas en particular.

Las Reformas que vamos a estudiar son la Ley General de Educación de 1970 y la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo de 1990. Las dos fueron reformas integrales que reordenaron el Sistema Educativo en su conjunto, trajeron cambios estructurales y metodológicos profundos, que afectaron por supuesto a la Enseñanza de las Matemáticas. En concreto en España tras la Ley Moyano de 1857 no había habido una gran reforma que tocase el sistema educativo en su totalidad y la Ley General de Educación fue por lo tanto muy esperada, generó grandes expectativas y fue la segunda gran ley educativa de nuestro País, que estuvo en vigor durante 20 años.

Pero la sociedad actual evoluciona rápidamente y sus nuevas demandas de formación y la tipología de los alumnos llevaron a una nueva reforma, materializada a través de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo, que volvió a reorganizar la totalidad del sistema educativo e introdujo grandes cambios metodológicos, conceptuales y organizativos, necesarios para adaptar nuestro sistema educativo a los del entorno y a los requerimientos y necesidades de la sociedad del momento.

En estas dos grandes reformas se vieron afectados los currículos, porque cambiaron parte de los contenidos a enseñar y más importante, el modo de enseñarlos. Como consecuencia se vieron afectados los libros de texto que tuvieron que adaptarse a tiempos diferentes y a requerimientos cada vez más exigentes.

Por otra parte el concepto, las características y finalidades e incluso la denominación de lo que hoy en día es enseñanza secundaria, ha sufrido grandes cambios a lo largo de sus dos siglos de historia. Al igual que en el capítulo anterior analizamos los fines de la Enseñanza de las Matemáticas, en éste, analizaremos los fines que se le atribuyen a la Enseñanza Secundaria y haremos un breve repaso de su implantación y evolución tanto en Europa como en España.

Al hilo del concepto de Segunda Enseñanza, haremos una somera incursión en la historia de la creación de los Institutos donde esta enseñanza se impartía, Institutos de Segunda Enseñanza, y de su profesorado.

Las Reformas siempre han traído un cambio metodológico, y por tanto la necesaria Formación del Profesorado para adaptarse a las nuevas exigencias de las Reformas y los Movimientos de Renovación Pedagógica, que avanzan por delante de las Reformas, exigiendo y colaborando en su implantación, son elementos consustanciales a ellas. Abordaremos por tanto, y aunque someramente, estos dos aspectos, porque han tenido mucha influencia en los modelos de enseñanza y en la elaboración de textos, en los que, los Movimientos de Renovación Pedagógica, han colaborado profusamente.

El análisis de las dos grandes reformas educativas vigentes en nuestro periodo, con sus características, sus fundamentos teóricos y los cambios que introdujeron en la enseñanza, ocuparán la segunda parte del capítulo.

Comenzamos pues con una reseña histórica en la que mencionamos las muchas reformas habidas en el siglo XIX y comienzos del XX en España, para centrarnos luego en las reformas objeto de nuestro estudio.

2.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

En Europa, es Prusia la primera que tras la derrota contra Napoleón en el año 1806, creó un Ministerio de Instrucción Pública y estableció la obligatoriedad de la enseñanza. Desde 1794 el Código Civil General para los Estados

.s, imponía *"la obligación a los padres de familia de procurar una adecuada instrucción para sus hijos y el sistema educativo se definía como público y en la mayoría de los casos estaba bajo el control del Estado"*. (Montesinos Sirera, J. 2000, p. 142). En Alemania el bachillerato se introdujo en 1788, siendo obligatorio a partir de 1834 para acceder a estudios universitarios. Para el año 1900, la asistencia a la escuela en Alemania estaba generalizada y el número de maestros ascendía a más de 140.000.

El debate sobre las finalidades de la segunda enseñanza es parejo a su creación. Ya a finales del siglo XIX, en el Congreso Nacional de Pedagogía de 1892 se aprobó que *"la enseñanza media fuese una ampliación de la cultura general que se impartía en la escuela primaria y a la vez sirviese de preparación para la enseñanza superior y especial"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 75).

Pero un poco más tarde en el año 1894 el político español Puigcerver manifestaba que *"la segunda enseñanza debía limitarse a los estudios de cultura general y, en consecuencia, no debía tener un carácter de preparación para los estudios universitarios, ni debía bifurcarse en dos secciones"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 126).

A finales del siglo XIX y comienzos del XX, las finalidades del bachillerato eran debatidas tanto en Europa como en América, pero eso no traía consigo una proliferación de planes de enseñanza como sucedió en España. En Francia desde 1864 a 1891 hubo tres planes de enseñanza y en Alemania solamente dos.

Vamos a señalar que para Azorín, notable escritor y subsecretario de Instrucción *"el bachillerato debía comprender cuatro años y sólo se debían estudiar lengua francesa, geografía y ciencias físicas y exactas"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 343).

La expresión de "*Segunda Enseñanza para todos*", no es nueva, sino que se le atribuye a Tawney, quién la acuñó en 1924, dándole el sentido de enseñanza común, diferenciadora y lo menos desigualitaria posible (Viñao, A. 2004a, p. 12).

Hoy en día el debate sobre la finalidad de la segunda enseñanza, sigue siendo de permanente actualidad, pero hay un cierto consenso en atribuirle a la segunda enseñanza dos finalidades:

1ª La de proporcionar a todo el mundo una buena formación general que asegure una introducción racional y gradual al saber humano.

2ª Servir de preparación para el acceso a estudios superiores.

2.1.1. Planes de estudio y Reformas en la Enseñanza Secundaria

En España, en fechas parecidas a las de Alemania, la Real Cédula de 25 de octubre de 1787, reconoce oficialmente la validez de los estudios, realizados en centros no universitarios, para obtener el grado de Bachiller y poder así acceder a las Facultades Mayores.

Entre estos centros no universitarios cabe destacar algunos centros semioficiales tales como el Seminario de Nobles, Reales Estudios de San Isidro, Seminario de Bergara, Real Instituto Militar Pestalozziano, Real Instituto Asturiano y algunos otros como las Reales Sociedades Económicas de Amigos del País, de carácter privado, que han sido considerados por algunos, (Viñao, 1982, pp. 57 y ss.), como punto de partida histórico del establecimiento de la segunda enseñanza.

Vamos a traer a colación una cita que sobre el valor formativo de la enseñanza de las matemáticas expresaba Jovellanos en su "Memoria sobre Educación Pública" del año 1802:

"No olviden jamás que en esta exacta correspondencia de los signos con las ideas consiste el verdadero saber, porque la verdad no es otra cosa que la conveniencia de los hechos o percepciones con lo que afirmamos de ellas; que no por otra razón se llama exactamente las ciencias matemáticas, que porque en su nomenclatura hay esta exacta conveniencia entre las palabras y las ideas; y en fin, que éste es el único camino de elevar las ciencias intelectuales a la clase de demostrativas" (Vea Muniesa, 1995, p. 82).

Dentro de los antecedentes sobre Reformas de la Enseñanza, sin duda la más importante, la que atañe a la formación de la enseñanza secundaria, tiene un interés particular para el objeto de este estudio. Debemos remontarnos al siglo XIX, para seguir rastreando lo que fueron los comienzos de la enseñanza secundaria en España.

Las Facultades Mayores de las Universidades españolas eran: Cánones, Jurisprudencia, Teología y Medicina. El acceso a estos estudios no estaba exactamente regulado, ni se exigían unos estudios previos al estilo de los actuales; pero tampoco era algo carente de todo tipo de regulación. Se asumía que para ingresar en las Facultades Mayores, había que haber pasado previamente por las Facultades Menores, de Artes y Filosofía, en las que se cursaban Estudios de Gramática, a través de los cuales se accedía a las Facultades Mayores. Otra forma de adquirir la formación previa a la universitaria era hacerlo en centros privados, cuyo número era escaso.

A finales del siglo XVIII se reformaron los planes de estudio de las universidades españolas, siendo pionero y guía el Plan de 1771 de la Universidad de Salamanca. Este plan suponía el paso de unas Humanidades Latinas a unas Humanidades Castellanas, que daban paso a la enseñanza de algunas asignaturas como las matemáticas. Se incluían las Matemáticas en la Facultad de Artes, dotando una cátedra de Geometría que sustituía a la de Súmulas (principios fundamentales de Lógica) *"en la cual se expliquen los principios de geometría, álgebra y aritmética"*. Esta asignatura era obligada para quienes iban a cursar estudios de Medicina, optativa para los demás.

Pero como se desprende del "Informe Quintana" (Manuel José Quintana y Lozano), no parece que la ordenación de los diferentes niveles educativos sirviera para acumular conocimientos de una manera progresiva, puesto que considera muy deficiente el nivel con el que se accedía a las Facultades Mayores, donde prácticamente había que empezar de cero. Es decir, los estudios previos tenían la consideración de distintas vías de formación.

La Ilustración no consideraba la Segunda Enseñanza como un nivel previo a la Universidad, sino como una enseñanza que debía servir para elevar el nivel cultural medio de la ciudadanía. Fue de nuevo Jovellanos el que en su "Memoria sobre Educación Pública" desarrolló una propuesta sobre los dos primeros niveles educativos que se materializó en sus "Bases para la formación de un Plan General de Instrucción Pública", que fue el germen para la creación de lo que llegarían a ser los Institutos para la Segunda Enseñanza. Jovellanos pedía que estos centros se extendiesen a las capitales y pueblos y señalaba como objeto de su educación, aquellos estudios sin los cuáles los jóvenes recibirían una instrucción imperfecta (Vea Muniesa, 1995, p.95).

Volviendo al "Informe Quintana" de 1813, es ahí donde tomando la idea de la reforma educativa llevada a cabo en Francia en 1802, se acuñó por primera vez el término segunda enseñanza o enseñanza secundaria (término no utilizado en el siglo XVIII), señalando las que serían sus señas de identidad:

"El objeto de este segundo grado de instrucción es el de preparar el entendimiento de los discípulos para entrar en el estudio de aquellas ciencias, que son en la vida civil

objeto de una profesión liberal, y el de sembrar en sus ánimos la semilla de todos los conocimientos útiles y agradables que consiguen la ilustración de una nación civilizada”.
Señalaba más adelante que así *“los jóvenes podrían emprender con fruto otros estudios más profundos si se seguía la carrera de letras”* (Vea Muniesa, 1995, p. 96).

Ya en 1824 se establece que los tres primeros cursos del estudio en la Facultad Menor de Filosofía son indispensables para recibir el grado de Bachiller, ó para comenzar estudios en las Facultades Mayores, aumentando de esta manera las condiciones previas para el ingreso en la universidad, yendo en la dirección de considerar el bachiller como una segunda enseñanza previa y necesaria para el ingreso en la universidad (otra cosa es donde se estudiaría ese bachiller).

La Segunda Enseñanza en España recibe su espaldarazo definitivo en 1836, donde aparece como tal en el Plan del Duque de Rivas, mediante el que se la considera como un nivel de ampliación de la primera enseñanza y preparatorio para la universidad, pero sin el objetivo de la preparación para el ejercicio de una profesión.

Casi en cada uno de los numerosos planes de estudio habidos a lo largo del siglo XIX se establecían consideraciones sobre los fines de la Segunda Enseñanza; así en el de 1850 (Real Decreto de 4 de setiembre), se dice que:
“Es por lo tanto indispensable sentar las bases de una educación que, suministrando a los jóvenes los elementos de cuanto debe saber el hombre culto, desarrollase sus facultades intelectuales, y los dispusiera convenientemente, no solo para las carreras científicas, sino también para todas las situaciones de la vida civil y política”

Pasemos pues a repasar algunos de los Planes de Estudios habidos en el siglo XIX en España y a considerar sus principales características, en relación con los dos temas objeto de este trabajo, es decir la Segunda Enseñanza y la enseñanza en ella de las Matemáticas.

- Plan de 4 de agosto de 1836 (Plan del Duque de Ribas)

Divide la Instrucción Secundaria en elemental y superior, estableciendo un riguroso examen para pasar de la una a la otra. No se concretan los contenidos de las asignaturas, pero como había obligación de seguir un libro de texto, era preceptivo presentar y publicar un programa de la asignatura a principios del curso, aprobado por el Claustro de profesores. Al amparo de este plan, se establece en el reglamento de 1838, la pormenorización de contenidos por edades en las diferentes materias de la primera enseñanza elemental.

Se establecieron algunos Institutos de Enseñanza Secundaria en diferentes localidades (1839, Santander, Tudela y Cáceres; 1841, Lérida; 1842, Logroño y San Lucar de Barrameda; 1843, Ciudad Real).

- Plan de 17 de setiembre de 1845 (Plan Pidal)

Representa el punto de partida efectivo de la legislación en materia de enseñanza secundaria y el punto de partida a partir del cual se crean los institutos. Divide la Enseñanza Secundaria en "Elemental" y "De Ampliación". A su vez la "De Ampliación" en dos secciones, una de ciencias y otra de letras. En el nivel "Elemental" las matemáticas se impartían en dos cursos. En la sección de Ciencias de la de "Ampliación" aparecían unas "Matemáticas Sublimes". Aprobando la segunda enseñanza elemental se obtenía el grado de bachiller en Filosofía. Los libros de texto eran aprobados para cada asignatura por el Consejo de Instrucción Pública y entre ellos debían elegir los profesores.

Este plan tuvo sus detractores, entre ellos los padres de familia que lo criticaban por varias razones, contrapuestas a sus intereses de que los estudios fueran *"breves, fáciles y baratos"* (Díaz de la Guardia Bueno, E. 1988, p. 16).

- Ley de Instrucción Pública de 9 de setiembre de 1857 (Ley Moyano)

Se establece por primera vez la obligatoriedad de la enseñanza primaria y su gratuidad para quien no la pueda pagar, los objetivos de la Segunda Enseñanza, que son ampliar los conocimientos obtenidos en la Primera Enseñanza y preparar para el ingreso al estudio de las carreras superiores.

Divide la Segunda Enseñanza en Estudios Generales, con dos periodos, el primero de dos años y el segundo de cuatro años y Estudios de Aplicación a las Profesiones Industriales. Hay examen de reválida para pasar del primer al segundo periodo de los Estudios Generales y al acabar estos se obtiene el grado de "Bachiller en Artes". Al acabar los "Estudios de Aplicación" se obtiene un certificado de Perito. No se elabora una distribución de materias por cursos y se establece que los libros de texto serán los mismos en todos los centros y los señalará el Consejo de Instrucción Pública, que cada tres años publicará una lista de tres libros por materia. También se regula que en cada provincia haya un Instituto que imparta la totalidad de los Estudios Generales y De Aplicación.

El desarrollo de esta ley se efectuó por medio del decreto de 22 de mayo de 1859 que estableció un nuevo reglamento de Segunda Enseñanza. En él se fijó el calendario escolar entre el 16 de septiembre y el 15 de junio, instauró un examen de ingreso en la

Segunda Enseñanza a la edad de nueve años, y estableció un examen para la obtención del grado de “Bachiller en Artes”.

Se fijaba en 12 el número de catedráticos de los Institutos, dos de ellos de Matemáticas. Establecía que el ingreso en el profesorado fuera mediante una prueba de suficiencia (cosa que debido al caciquismo imperante no siempre se llevó a cabo y que siguió siendo reivindicación de las asociaciones de catedráticos a lo largo del tiempo).

Entre las novedades pedagógicas establecía que la enseñanza *“se debía acomodar a la capacidad de los alumnos, no remontándose a teorías superiores a su alcance”* (Vea Muniesa, 1995, p. 72).

- Plan de Estudios de 25 de octubre de 1868

Inspirado en la ideología liberal progresista, estableció un amplio concepto de libertad de enseñanza. Se dejaba al profesorado la libre elección de métodos, libros de texto y programa de la asignatura.

El Plan presenta un concepto avanzado de Enseñanza Secundaria, “como complemento y ampliación de la Primera Enseñanza”, indicando que es la educación necesaria a los ciudadanos. Solo establece Estudios Generales, pero suprime la exigencia del Latín para el ingreso en las Facultades de Ciencias, Farmacia y Medicina.

Durante el periodo de vigencia de este plan se publicó en Madrid en 1878 un libro de texto, de título “Compendio de Aritmética y Álgebra” de Carlos Botello del Castillo, catedrático y director del Instituto de Badajoz, innovador porque introducía en los contenidos nociones de máximos y mínimos y de probabilidades.

Aunque no llegó a regir la vida académica, queremos mencionar el Plan de 3 de junio de 1873 de la I República, derogado el 21 de junio del mismo año, porque en él se le dan a la Segunda Enseñanza los dos objetivos que ya eran clásicos, estableciendo además su “universalidad”, que es una característica muy actual: *“su objeto se limita a formar hombres cultos, preparados para producirse debidamente en cualquier esfera de la vida social; de aquí proviene el carácter de universalidad que la distingue”* (Vea Muniesa, 1995, p.106).

- Plan de Estudios de 13 de Agosto de 1880

Similar al de 1857. Queremos señalar un dato curioso referido a este periodo ya que por “orden de 23 de setiembre de 1880 se concedieron exámenes extraordinarios a los alumnos suspensos de todos los grados de la enseñanza para festejar el nacimiento de la infanta heredera del trono” (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 24).

- Plan de Estudios de 16 de septiembre de 1894

Publicado en el contexto de las guerras coloniales de Marruecos y Cuba. Divide la Segunda Enseñanza en Estudios Generales de cuatro años de duración y Estudios Preparatorios de dos años de duración. Establece de nuevo el examen de ingreso en la enseñanza secundaria, fija en diez la plantilla de catedráticos (5 de ciencias y 5 de letras), fija una lista de libros de texto cada tres años y tras un examen se obtiene el "Certificado de Estudios Generales" y el grado de "Bachiller de Segunda Enseñanza". Tiene como novedad la de explicar sucintamente la idea pedagógica de cada asignatura, así como su alcance y tendencias.

En cuanto a las matemáticas las considera en los Estudios Generales como un auxiliar fundamental para los estudios de ciencias. La Ampliación de Matemáticas, asignatura de los Estudios Preparatorios, tiene las siguientes consideraciones: *"No deberán comprenderse todas aquellas materias que como la teoría de radicales, imaginarias y otras, carecen de finalidad y aplicación inmediatas. En cambio deben ampliarse y reforzarse las razones, proporciones, logaritmos etc. Fecundos en aplicaciones. Así mismo deben descartarse los teoremas hasta el límite más estrictamente indispensable y desarrollarse los problemas en cuanta práctica real y viva sea posible"* (Vea Muniesa, 1995, p. 118).

De entre los catedráticos de ciencias dos lo serían de matemáticas, uno para los tres cursos de matemáticas elementales y el otro para los dos cursos de Ampliación de Matemáticas y de Geografía Astronómico-física.

- Plan de Estudios de 26 de Mayo de 1899

Desaparecen los dos ciclos de la Segunda Enseñanza formando un único bloque de 7 años. El objetivo prioritario es fijar un cuadro de asignaturas y el método de exponerlas. Las matemáticas se imparten en los seis primeros cursos, más o menos el 33% del total horario. Se establecen en el Plan la distribución de contenidos para cada curso de cada una de las asignaturas, es decir un esquema del programa. Esto se hace así por primera vez y en cuánto a las matemáticas figura:

1º Aritmética práctica: las cuatro operaciones fundamentales con números enteros y decimales. Ejercicios variados.

2º Aritmética práctica: fracciones ordinarias y decimales y conversión de unas en otras. Sistema métrico. Geometría: líneas, rectas, ángulos. Polígonos en general. Circunferencias y círculo. Triángulos. Ejercicios variados, sin demostración.

3º Aritmética: teoremas fundamentales de las cuatro operaciones (sin demostración). Divisibilidad. Números primos. Máximo común divisor. Mínimo común múltiplo. Elevación a potencias. Cuadrado y raíz cuadrada. Cubo y raíz cúbica (la práctica), sin demostración. Geometría: figuras planas en general. Rectas proporcionales. Semejanza de polígonos. Áreas.

4º Aritmética: cantidades proporcionales y proporciones. Regla de tres simple por el método de las proporciones. Aplicaciones. Álgebra: lenguaje algebraico. Las cuatro operaciones con monomios. Fracciones monomios. Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Geometría del espacio: perpendiculares y oblicuas a un plano. Paralelismo de las rectas y de los planos. Ángulos diedros y triedos.

5º Aritmética: interés simple. Descuento. Aligación. Regla conjunta. Álgebra: operaciones fundamentales con polinomios. Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Geometría: poliedros. Cuerpos redondos. Áreas y volúmenes

6º Repaso de los cursos anteriores. Álgebra: discusión de las ecuaciones de primer grado con una incógnita. Resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Progresiones, logaritmos y aplicaciones al interés compuesto. Elementos de trigonometría rectilínea. Cosmografía elemental (sin demostración en 10 lecciones).

- Otros planes del primer tercio del siglo XX

Ya entrados en el siglo XX, el 17 de agosto de 1901 se establece un nuevo Plan de Estudios, mediante el cuál se introduce un cambio cualitativo en la organización de los Institutos de Segunda Enseñanza que pasan a denominarse Institutos Generales y Técnicos y "que abarcan además de los estudios de segunda enseñanza, las enseñanzas técnicas de Magisterio, de Agricultura, Industria, Comercio, Bellas Artes y Artes Industriales y las enseñanzas para obreros".

Este plan de estudios denominado reforma de García Alix, tuvo un desarrollo legislativo muy extenso, llegando a fijar con minuciosidad multitud de aspectos prácticos. Cabe señalar como ejemplo que en los exámenes de bachillerato se fijaron como únicas calificaciones las de aprobado o suspenso, pudiendo los aprobados volverse a presentar para optar a la calificación de notable o sobresaliente. Además el número de notables y sobresalientes se fijó como máximo en un 10% del número total de aprobados en cada asignatura.

Los títulos obtenidos a través de estos estudios eran los de Magisterio, Perito Agrónomo, Perito Agrimensor, Práctico Industrial, Título de Mecánico, Electricista, Metalurgista, Químico y Aparejador, Contador de Comercio y Profesor Mercantil;

algunos de los cuales todavía existen en la actualidad y otros mantuvieron su denominación hasta la entrada en vigor de la Ley General de Educación.

En 1903 se publicó un plan de bachillerato y en el año 1911, con el plan de Ruiz Jiménez, se creó el Instituto de Cartagena y se establecieron cuestionarios de enseñanza a los que se ajustarían los libros de texto, vigilándose también los precios. Recogía "el repaso" en el último año del bachillerato y se redujeron las horas y el nivel de la Geometría, Algebra, Trigonometría y Física, señalando para ello el siguiente argumento pedagógico: *"…los límites elementales que deben tener, atendiendo a la índole de la segunda enseñanza y a la edad de los alumnos, cuya desaplicación muchas veces es debida al desaliento que les ocasiona la dificultad de comprender conocimientos superiores a su capacidad"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 307).

En el plan de Elías Tormo de 1930 se estableció una disposición, singular para la época, pero precursora de las prácticas actuales, en la que se señalaba *"la obligación de los alumnos de llevar a clase cuaderno de apuntes, donde irán anotando las explicaciones del profesor y todo lo que éste considere oportuno dictarle"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 440).

El que a lo largo de los siglos XIX y comienzos del XX haya habido multitud de planes de enseñanza parece que no se circunscribe al caso español, aunque aquí tal vez esté acentuado, sino que por ejemplo en Francia en la enseñanza media hubo durante el siglo XIX, al menos quince planes de estudio distintos.

En España entre 1836 y 1931 se aprobaron veinticinco planes de estudio diferentes. Está claro que la enseñanza media estaba en sus etapas iniciales y como tal no estaba asentada y por lo tanto hay que decir que tuvo unos comienzos un tanto turbulentos. En muchos de esos planes se planteaba la supresión de los exámenes anuales y en alguno de ellos, se logró sustituirlos, para los alumnos oficiales, por pruebas periódicas, verdadero precursor de las evaluaciones actuales, pero se mantenían los exámenes de grado.

Posteriormente a la guerra civil, en el año 1953 se publicó un plan de estudios, modificado parcialmente en 1957 y que estuvo vigente en la práctica hasta el año 1975, aunque con la introducción de la matemática moderna en los programas oficiales en 1967, algunos lo dan por finalizado. Los cambios introducidos en el Plan de Estudios de 1957 consolidaron la división del Bachillerato en elemental y superior, dividiendo este último en Ciencias y Letras e introduciendo, como curso posterior al Bachillerato, el curso de preparación a la Universidad, el Preuniversitario. Estos planes de estudio ya contenían orientaciones didácticas para su implantación.

También conviene hacer un poco de historia para recordar que el concepto de curso académico, los exámenes de promoción y la existencia de una titulación eran algo propio del bachillerato, pero ajeno a la enseñanza primaria hasta bien entrado el siglo XX. Si bien es cierto que ya en el año 1887 se establecieron las vacaciones de verano de 45 días de duración, no existieron hasta la década de los sesenta del pasado siglo XX, reglamentaciones relativas a exámenes de promoción y expedición de títulos al finalizar la enseñanza primaria y forma de paso de la primaria a la secundaria establecida por primera vez en la Ley de Educación Primaria de 1965.

2.1.2. Creación de los Institutos de Segunda Enseñanza y su Profesorado

Uno de los primeros en utilizar la denominación de Instituto para los centros donde impartir los Estudios de Humanidades parece que fue Jovellanos, que denominaba a la Escuela de Náutica y Mineralogía de Gijón, Real Instituto Asturiano. (Vea Minuesa, 1995, p.114).

En el Reglamento General de Instrucción Pública de 1821 hay un título, el tercero, cuya denominación es "De la segunda enseñanza", que recogiendo las ideas educativas del Informe Quintana, denomina "Universidades de provincia" a los establecimientos donde impartir la segunda enseñanza. (En el Informe Quintana se les denomina Institutos, en el sentido de institución o establecimiento) e indica las localidades donde ubicar centros de este tipo. También establece las cátedras de las que se dotaría a estos centros.

Pero se establece la fecha de 1836 ─plan de estudios del Duque de Rivas─ como la de la creación de los Institutos de segunda enseñanza, la de 1845 ─plan Pidal─ como la de su asentamiento y la primera ley de educación, la conocida como Ley Moyano, es la de su definitiva consolidación, en 1857.

En el Plan de 1836 se establece que "la instrucción secundaria elemental se dará en establecimientos públicos que llevarán el nombre de Institutos elementales y la secundaria superior en establecimientos públicos que llevarán el nombre de Institutos superiores y que todo instituto superior tendrá anejo un instituto elemental. El número de Institutos elementales no debe tener más límites que el de la posibilidad de erigirlo y que donde exista Instituto y una o más facultades superiores, el cuerpo moral formado por la reunión de todos los estudios tomará el nombre de Universidad".

- Creación de los Institutos Provinciales

Se barajan las cifras de 6 institutos creados para 1842 (Santander 1839, Tudela 1839, Cáceres 1839, Lérida 1841, Logroño 1842, San Lucar de Barrameda 1842), uno en 1843 el de Ciudad Real y 26 institutos creados en 1845 al amparo del Plan Pidal. En el año 1850 eran 11 los Institutos agregados a la universidad, 24 provinciales de primera clase y seis locales de segunda clase. Para 1860 se consolida la cifra de 50 Institutos provinciales. El Instituto de Murcia fue Universidad de 1840 a 1843.

Para la parte correspondiente a la creación de los Institutos de Bilbao, San Sebastián y Vitoria seguimos el libro de Dávila, P. (2003), en el capítulo dedicado a la Segunda Enseñanza.

El instituto de Bilbao, se denomina actualmente Instituto de Enseñanza Secundaria Miguel Unamuno y se puede leer en la página web del centro lo siguiente:

"*Es el instituto histórico de Bilbao, en donde se han formado muchísimos bilbaínos y vizcaínos desde 1847, año en que nació en el Casco Viejo con el nombre de <<Instituto Vizcaino de Primera Enseñanza>>*".

El Instituto de nueva planta, se creó en el año 1847 como continuación del Colegio General de Vizcaya, que a su vez tuvo su origen en el antiguo Colegio de Santiago y en el Colegio de Humanidades de Vizcaya. El Colegio General de Vizcaya estuvo planificado desde 1840, e incorporó sus estudios a la Universidad de Valladolid, elevándose a la categoría de Instituto provincial de Vizcaya en el año 1847, siguiendo las disposiciones del Plan Pidal. La iniciativa de su construcción partió de la Diputación Foral, Ayuntamiento de Bilbao y Real Junta de Comercio (Dávila, 2003, p. 149).

El de San Sebastián, fue en un principio Real Seminario Vascongado, fundado en 1779 y establecido en Bergara hasta 1873. Tras la ocupación carlista de 1839, el Colegio de los Jesuitas de Loyola, pasó a denominarse Real Seminario de Vergara. Este centro se convirtió en 1845 en Instituto Superior Guipuzcoano de Segunda Enseñanza. El Instituto se trasladó a la capital de la provincia en 1873. Pero ya desde 1863 funcionó un Colegio Privado de Segunda Enseñanza y Segunda Clase, que debido a su buen funcionamiento, pasó a ser de primera clase. Este colegio se convirtió en 1869 en Instituto Libre de San Sebastián, desapareciendo en 1874 al fusionarse con el trasladado Instituto de Vergara, para así constituir el Instituto provincial de Guipúzcoa (Dávila, 2003, p. 144).

Los antecedentes más inmediatos a la creación del Instituto de Vitoria en 1842, los encontramos en la creación en 1841 por parte del Ayuntamiento de Vitoria de unas

Escuelas de Humanidades y Comercio, que desaparecen por Real Orden de 13 de setiembre de 1842, para crear el correspondiente Instituto, a iniciativa del gobierno central. *"En 1851-1855 se consiguió la construcción de un edificio destinado al Instituto. El Instituto recibió inicialmente el nombre de Instituto Alavés, que en 1859 se cambia por el de Instituto Provincial de Segunda Enseñanza de Vitoria, en 1901 toma el nombre de Instituto General y Técnico, en 1923 el de Instituto Nacional de Segunda Enseñanza de Vitoria y finalmente a partir de 1940 el de Instituto Nacional de Enseñanza Media"* (Dávila, 2003, p. 140).

Para 1875, además de los 49 Institutos provinciales existían 11 de carácter local. Había además institutos denominados libres, algunos de ellos en San Sebastián, Orduña y Oñate.

En el año 1899, Ricardo Macías Picabea, catedrático de Instituto, publicó una obra titulada "El problema nacional" donde ofrecía la siguiente información estadística:

Tabla 2.1 Evolución y desarrollo de la Enseñanza Media

Primera enseñanza		**Segunda enseñanza**	
Nº de escuelas públicas y privadas	30.000	Nº de Institutos	60
Habitantes por escuela	560	Nº de colegios privados	300
Nº de escuelas públicas	24.000	Nº de alumnos de instituto	35.000
Total de alumnos	1.300.000	Gastos de mantenimiento de los institutos en ptas.	2.500.000
Analfabetos, en %	68%	Total de matrículas abonadas por los alumnos	1.500.000
Gastos del Estado, municipios y provincias en escuelas públicas en ptas.	27.000.000	Gastos de las Diputaciones en segunda enseñanza	1.000.000
		Gastos del Estado	0

Fuente: Díaz de la Guardia, E. (1988). Evolución y desarrollo de la enseñanza media. Madrid. CIDE. p.156.

Se deduce de estos datos que la segunda enseñanza no le suponía ningún coste al Estado, cosa que por otra parte era manifiestamente conocida, pues la falta de presupuesto era el argumento reiterado para no acometer reformas.

En 1900 había en España 10 universidades, 60 institutos provinciales y locales y 8 escuelas de Artes y Oficios.

Pero los institutos eran a finales del siglo XIX y comienzos del XX, centros en los que los alumnos no oficiales eran mucho más numerosos que los oficiales, llegando a convertirse en centros para la realización de exámenes y con un carácter más burocrático que educativo. Hay que tener en cuenta que hacia el año 1900 se estima que del total de alumnos de institutos y universidades solo el 25% eran alumnos oficiales, siendo el resto libres.

Unos datos referidos a este año de 1900 y en relación al País Vasco son los siguientes: El Instituto de Bilbao tenía 10 colegios incorporados, el de San Sebastián 5, el de Pamplona 3 y el de Vitoria 2. En el curso 1931-32, el instituto de Vitoria tenía 17 colegios asociados, los dos institutos de Gipuzkoa tenían 7 colegios y el instituto de Bilbao tenía 5 colegios (Díaz de la Guardia, 1988, pp. 246-248).

En cuanto a la evolución del alumnado de los Institutos de la CAV y Pamplona tenemos los siguientes datos:

Tabla 2.2 Evolucióndne la Enseñanza Media en las capitales de provincia de Euskal Herria. Finales del s. XIX y comienzos del s. XX

	1876			**1889**		**1895**		**1900**			**1914**			**1926**		
	Oficial	Privada	Doméstica	Ofic	Pri Domes	Of	Pri Lib	Of	Pri	Lib	Ofi	Pri	Lib	Ofi	Pri	Lib
Bilbao	277		89	281	337	380	434	496	1789	189	942	1590	650	1469	1581	1841
Pamplona	247	37		178	236	233	206	141	216	41	199	217	146	444	132	538
San Sebastián	148		74	188	278	143	390	158	239	70	181	142	87	248	184	371
Vitoria	142		32	179	15	243	53	127	131	71	211		443	447		969

Fuente: Díaz de la Guardia, E. (1988). Evolución de la enseñanza media en España. Madrid. CIDE. pp.504-507

El número de institutos siguió incrementándose según la escala que se presenta a continuación, pero ya en 1950 en una publicación oficial se decía que durante la República había habido una <<innecesaria multiplicación de Institutos>>, que permanecieron estancados en los 119 existentes en 1940, y así hasta el año 1956. (Viñao, A. 2004a, p. 69).

Tabla 2.3 Evolución del nº de Institutos 1835 - 1964

Años	Nº Institutos
1835-1849	59
1849-1868	66
1913	67
1921	68
1927	69
1940-1956	119
1964	178

En 1953, siendo Ruiz Giménez ministro de Educación, se promulga la Ley de Ordenación de la Enseñanza Media, modificada parcialmente en 1957. Se puede situar en este periodo previo a la promulgación de la LGE que va de 1951 a 1968 como el de la crisis del bachillerato selectivo tradicional y el inicio del proceso hacia la enseñanza secundaria. Los cambios introducidos en el Plan de Estudios de 1957 consolidaron la división del Bachillerato en Elemental y Superior, dividiendo este último en Ciencias y Letras e introduciendo, como curso posterior al Bachillerato, el curso de preparación a la Universidad, el Preuniversitario.

Hay que tener en cuenta que a partir de 1960 el número de institutos era en realidad mayor, porque la mayoría de los institutos oficiales tenían secciones o filiales, que también impartían bachillerato; es por ello que la evolución del número de alumnos que cursaba bachillerato pasó de 221.809 en 1950, a 474.057 en 1960 y a 1.207.006 en 1968. (Viñao, A. 2004a, p. 76).

- <u>El Profesorado de Secundaria</u>

En cuanto al profesorado, ya en el reglamento de 1821 se fijó la obligación de establecer escuelas de educación primaria en las localidades de más de 100 habitantes. El sueldo del maestro corría a cargo de la Diputación y Ayuntamiento. Antes hemos señalado también algunas de las referencias que sobre el número de catedráticos se hacían en los planes de enseñanza del siglo XIX.

En el año 1901 se incluyó un artículo que reglamentaba y estructuraba el escalafón de catedráticos de la siguiente manera (Díaz de la Guardia, 1988, p.269):

- 50 catedráticos de término, a 8.000 Ptas.
- 50 catedráticos de cuarto ascenso, a 7.500 Ptas.
- 50 catedráticos de tercer ascenso, a 7.000 Ptas.
- 100 catedráticos de segundo ascenso, a 6.000 Ptas.
- 100 catedráticos de primer ascenso, a 5.000 Ptas.
- El resto de entrada, a 4.000 Ptas.

Hay que señalar que el decreto se dejó en suspenso al año siguiente hasta que se pudiera incluir en alguna de las leyes presupuestarias. El mismo año 1901, mediante decreto de 26 de octubre, se dispuso que el Estado se haría cargo de los salarios de los maestros.

Datos del año 1915 señalan que el número de escuelas era de 31.777, 26.108 públicas y 5.669 privadas, y que había 37.401 maestros. Hasta 1908, sólo había un inspector por provincia y en 1918 había 140 inspectores para 28.200 maestros oficiales. (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 345).

La Inspección General de Segunda Enseñanza se crea en 1932 (Viñao, 2004a, p. 271). También en este año de 1932, se crea en la Facultad de Filosofía y Letras de Madrid, una Sección de Pedagogía, que tenía entre otros, el objetivo de impartir las enseñanzas destinadas a la formación del profesorado de bachillerato. Con este fin, se expedía el certificado de estudios pedagógicos, necesario para opositar a profesor de bachillerato.

- <u>Escolaridad obligatoria</u>

La edad de escolarización obligatoria ha variado en España en las diferentes épocas, estableciéndose los siguientes tramos de edades (Viñao, 2004a, pp. 269-274):

- Ley Moyano, 1857, de los 6 a los 9 años (ambos inclusive)
- Real Decreto de 26 de octubre de 1901, de los 6 a los 12 años
- Año 1923, hasta los 14 años
- Año 1964, hasta los 14 años
- Ley General de Educación (LGE), 1970, hasta los 14 años, pero de facto hasta los 16 años
- Ley de Ordenación del Sistema Educativo (LOGSE), 1990, hasta los 16 años

2.2. REFORMAS EDUCATIVAS DESDE 1970. DE LA LGE A LA LOGSE

En la década de los años 70 ya se hacía imprescindible una reforma educativa a fondo, debido a las nuevas necesidades económicas y sociales. En este sentido en el año 1962, se creó la Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderna que fijó los tópicos que debían ser tratados en la Enseñanza no universitaria. En el año 1967 se publicaron los textos piloto de la citada Comisión, siendo las ideas recogidas en ellos, el punto de partida de los planes de estudio y de las orientaciones metodológicas de la Ley General de Educación de 1970, la Ley Villar Palasí.

Al comienzo del mandato de Villar Palasí, comienzo de los 70, se crearon la Universidad de Bilbao y también la red CENIDE-ICEs (Centro Nacional de Investigaciones para el Desarrollo de la Educación y los Institutos de Ciencias de la Educación).

La LGE era la primera ley general educativa aprobada desde la Ley Moyano y en nuestro sistema educativo han constituido, junto a las posteriores LOGSE de 1990 y la Ley de Calidad de la Educación de 2002 (posteriormente también la actual LOE), los pilares sobre los que se ha sustentado la educación en los últimos 150 años.

También hay que señalar la aprobación en el periodo que estamos investigando de otras leyes, que aunque tuvieron una menor importancia fueron en parte fruto de la falta de consenso entre las fuerzas políticas sobre el modelo de educación a seguir; entre ellas está la LOECE, Ley Orgánica del Estatuto de Centros Escolares, de 19 de junio de 1980, conocida como Estatuto de Centros y que vio la luz estando en el gobierno la UCD (Unión de Centro Democrático) de Adolfo Suárez. Esta ley tenía un marcado sesgo hacia las posiciones ideológicas de la derecha y por tanto supuso el comienzo de un hacer y deshacer leyes en el campo educativo.

Al llegar el PSOE al gobierno en el año 1982, se comenzaron a introducir cambios y mejoras en aspectos tales como la educación de adultos, la integración de alumnos con necesidades especiales, programas de educación compensatoria, incremento sustancial de la política de becas, y se aprobaron las leyes de Reforma Universitaria (LRU, 1983) y la ley Orgánica del Derecho a la Educación (LODE, 1985). Esta última suponía la sustitución del Estatuto de Centros y un giro a la izquierda en la política educativa. Ambas leyes se movían en el terreno de los derechos y libertades, dentro del desarrollo natural de lo que había sido el pacto educativo constitucional.

A partir de este momento en el que se estableció la constitución de 1978 queda delineado un sistema educativo adaptado a las estructuras del mundo occidental, lo que no impide, como nos enseña el profesor Manuel de Puelles, que aún estemos lejos del apasionamiento y de la carga ideológica, como lo demuestra el debate en torno a la asignatura de Educación para la ciudadanía y la posición de la enseñanza de la religión en las aulas, terreno en el que todavía resuenan los ecos ideológicos del pasado. (Puelles Benítez, M. 2009).

En el año 1987, el por entonces ministro Maravall, presentó un documento titulado "Proyecto para la reforma de la enseñanza. Propuesta para debate", al que siguieron otros de títulos: "Papeles para el debate", "Proyecto para la reforma de la educación técnico-profesional" y ya en 1989 la publicación del denominado "Libro Blanco para la Reforma del Sistema Educativo". El terreno pues, estaba abonado para la publicación de la segunda gran reforma de la educación del periodo en estudio, que fue la LOGSE.

Es pues en este contexto de reforma de planes de estudio y de cambio desde una matemática tradicional hacía la matemática moderna, donde se inicia nuestra investigación.

Las Reformas Educativas más relevantes

El año 1970 se publica la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa, LGE, que supuso la introducción de la EGB, el BUP y el COU. La ley respondía a un cierto espíritu de apertura e innovación con respecto a los oscuros periodos anteriores y contenía un preámbulo de intenciones considerado como bastante progresista. No se implantó en el bachillerato hasta el año 1975, tras la aprobación del Plan del Bachillerato Unificado y Polivalente por el decreto 160/1975 de 23 de enero. Ello supuso que al incrementar el número total de años precisos para finalizar el bachillerato en uno, el curso 1978-79 no hubiera entrada de alumnos en la universidad. Los cinco primeros cursos que van desde el 70 al 75 los analizaremos como introducción y para que sirva de punto de partida y comparación para nuestro estudio.

La LGE vino a romper el llamado sistema dual de escuela, establecido en el siglo XIX, que separaba a los niños y niñas de 10 años entre la educación primaria superior y la enseñanza media. Estableció una escuela única desde los 6 hasta los 14 años, aunque de facto extendía la obligatoriedad hasta los dieciséis años, al establecer que los alumnos que al acabar la EGB no pasasen a bachillerato debían cursar necesariamente la formación profesional de primer grado.

En junio del año 1973 se produjo un cambio en el Gobierno pasando a ser ministro de Educación Julio Rodríguez, quien implantó para el curso 73-74 el denominado “calendario juliano” en determinadas enseñanzas de la universidad (el curso comenzaba en enero y tenía la duración del año natural). En enero de 1974 hubo un nuevo cambio, pasando a ser ministro Cruz Martínez Esteruelas y aquí comenzaron, como ya ha pasado en multitud de ocasiones, a ser relegados los aspectos más progresistas de la LGE. Aquí comenzó la contrarreforma educativa que redujo los planes de estudio a una relación exhaustiva de asignaturas.

La LGE estuvo vigente durante una veintena de años y aunque hubo modificaciones de los programas oficiales correspondientes a las diferentes etapas del sistema educativo, estas fueron poco importantes y corresponden a pequeños cambios en los programas oficiales. En las programaciones apareció un concepto al que se le dio mucha importancia y que fue el de “*Objetivo*”. Había diferentes tipos de objetivos que debían explicitarse al efectuar las programaciones, cada uno de ellos redactado conforme a un tiempo concreto de los verbos.

Con la LGE se crearon las Delegaciones Provinciales de Educación, lo que suponía una cierta descentralización administrativa.

En el año 1990 se publicó la LOGSE, segunda gran ley educativa del periodo. La LOGSE introdujo la Educación Secundaria Obligatoria, eliminó el COU y redujo el Bachillerato a dos cursos. En este periodo se produjo una transformación radical de los currículos y se habló por primera vez de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Supuso la introducción de la enseñanza obligatoria hasta los 16 años, la remodelación de los centros educativos y una reordenación de los cuerpos y escalas del profesorado que tuvo efectos importantes en el modelo de impartición de enseñanza.

La LOGSE establecía la autonomía pedagógica y organizativa de los centros, la evaluación tanto de los profesores y centros como del sistema educativo en su conjunto y la introducción de la calidad, a la que se dedicaba un título específico de la ley, como concepto que permitía establecer una cierta competencia entre centros. La LOGSE supuso a su vez una reforma curricular en base a criterios psicopedagógicos alejados de las concepciones pragmáticas de buena parte del profesorado, que afectaron a la metodología de enseñanza y evaluación y que sobre todo en la enseñanza secundaria, fueron recibidos con mucha incertidumbre y un cierto malestar, lo que a la larga supuso el rechazo de una parte del profesorado de ese nivel.

La LOGSE proponía una segunda enseñanza comprensiva, que hasta entonces nunca había existido en España, que aunque como objetivo había sido largamente reclamado en algunos sectores de la sociedad, requería el apoyo financiero necesario para su cumplimiento y para así poder superar las dificultades que su implantación traería; una de ellas era el tipo de profesorado que impartía clases en bachillerato, con una orientación preuniversitaria, que verían claramente perjudicadas sus condiciones laborales. Sobre todo el cuerpo de Catedráticos de Bachillerato fue el que más dejó transmitir su malestar, que comenzó con la introducción de la LGE y siguió con la LOGSE, leyes a las cuales atribuían, y atribuyen, el descenso de la calidad de la enseñanza. La enseñanza secundaria actual requiere profesorado, no tan especialista, sino con una formación más de área que de asignatura y ese es un reto al que la universidad todavía no ha sabido dar respuesta.

La LOGSE supuso de hecho el fin del bachillerato como etapa diferenciada de la enseñanza primaria, con un espíritu preuniversitario, para convertirlo en una prolongación de esta, es decir en una segunda enseñanza para todo el mundo.

Otro de los cambios que supuso con respecto a la LODE (Ley Orgánica del Derecho a la Educación), fue la sustitución de un modelo democrático participativo de dirección, por uno más profesionalizador, lo que sin duda estaba relacionado con los conceptos de calidad y competencia que promovía.

También había cambiado el tipo de alumnado al que va dirigida la enseñanza de los años 90 y posterior, que era, y es, muy diferente al de las dos décadas anteriores. Es un alumnado que algunos califican como de mente "*televisivo-publicitaria*". Sus rasgos principales son: *"respuestas instantáneas y exigencia de gratificación, predominio de la concreción sobre la abstracción, cierta dificultad hacia la comunicación escrita, menor capacidad de concentración lo que lleva a una mayor dispersión y poca capacidad de esfuerzo. Consecuencia de todo ello son la escasa fluidez verbal y la dificultad para el seguimiento de un discurso escrito"* (Viñao, A. 2004a, p. 116).

Esto por supuesto es fruto de los cambios acaecidos en la sociedad, y de los cambios de hábitos de los adolescentes y jóvenes; cabe citar dos datos al respecto: un gran porcentaje de los jóvenes sale por la noche los fines de semana, y el consumo de alcohol está bastante generalizado. También es relevante el dato del número medio de televisores por familia: dos televisores en el 70% de los hogares y el número medio de horas de televisión vistas diariamente que es de cuatro.

Todos estos factores llevaron por un lado al denominado "*malestar docente*" y por otro al de los "*objetores escolares*", que eran alumnos que rechazaban abierta o solapadamente la permanencia obligada en la institución escolar.

El año 1995 se publicó la Ley Orgánica de Participación, Evaluación y Gobierno de los Centros Docentes (LOPEG), que venía a suponer un cambio más en la dirección neoliberal, orientando la enseñanza hacia un modelo de calidad.

Finalmente el período denominado a veces como la "*Reforma de la Reforma*", comienza con la promulgación de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (2002, LOCE) y la Ley Orgánica de la Educación (2006, LOE).

La contrarreforma, había de venir por la vía de la supresión de la promoción automática de curso en la ESO y el intento de establecer una prueba al final de la ESO para acceder al bachillerato. Se amplia el número de horas de matemáticas del 1º ciclo de la ESO y se incrementan los contenidos para el 2º ciclo y para el Bachillerato de Ciencias. Los nuevos programas se aprobaron en los decretos de mínimos del año 2000. La LOE publicada en el año 2006, no ha alterado sustancialmente los programas y la distribución de horas de matemáticas en la enseñanza secundaria, pero si ha introducido algunos cambios en el Bachillerato. Uno de los conceptos que la caracterizan es el de *"Competencia"*.

Una de las críticas que se hace a todas las reformas educativas, y de la que no se han librado las actuales, es la de que uno de sus principales problemas es la divergencia que suele existir entre los teóricos, los legisladores y los encargados de llevar a cabo las reformas, o sea, los profesores, que se sienten faltos de apoyo y sin los suficientes recursos y la necesaria formación para llevarlas a cabo. A este respecto dice Viñao: "*La posición y puntos de vista diferentes de reformadores y profesores determina, en parte, el relativo fracaso de las reformas educativas hasta el punto de hacerlo, en cierto modo, inevitable*" (Viñao, 2004b, p. 90).

2.2.1. Ley General de Educación (L.G.E.)

- <u>Principales Características</u>

Los fines del bachillerato están marcados en el art. 21 de la LGE:

"*El Bachillerato, que constituye el nivel posterior a la Educación General, además de continuar la formación humana de los alumnos, intensificará la formación de éstos en la medida necesaria para prepararlos al acceso a los estudios superiores o a la Formación Profesional de segundo grado y a la vida activa en el seno de la sociedad*".

Los contenidos de la asignatura de matemáticas son continuación de los del ciclo superior de la EGB y están claramente marcados por la tendencia estructuralista. En las orientaciones para el 1º de BUP aparece que "se debe abordar el cuestionario partiendo de los conceptos de Anillo y Cuerpo introducidos en la Segunda Etapa de la Educación General Básica”.

El Curso de Orientación Universitaria se regula en el artículo 32 de la LGE, recogiéndose en él sus finalidades:

a) Profundizar la formación de los alumnos en Ciencias Básicas

b) Orientarles en la elección de las carreras o profesiones para las que demuestren mayores aptitudes o inclinaciones

c) Adiestrarles en la utilización de las técnicas de trabajo intelectual propias del nivel de educación superior

Los contenidos de matemáticas responden a una misma idea de lo que son las matemáticas, de cómo se organizan, de cómo se enseñan y aprenden y de cuál es la finalidad de la asignatura. Los programas del BUP y COU son metodológicamente coherentes y tienen continuidad conceptual. Se basan en los siguientes tres supuestos:

- Planteamiento estructuralista y formalista, influenciado por la concepción de las matemáticas modernas (new mathematics). Las matemáticas se presentan como un producto acabado.
- Aprendizaje memorístico de las matemáticas. Se trata de memorizar conceptos, propiedades y algoritmos operatorios y todo ello evaluado a través del logro de determinados objetivos operativos relativos a los contenidos de cada nivel.
- Se les atribuye a las matemáticas una finalidad sobre todo formativa. Las matemáticas ayudan a pensar bien y contribuyen a mejorar el intelecto de las personas. Escasa potenciación del fin práctico de las matemáticas.

A lo largo de la historia se ha usado el adjetivo de moderno en más de una ocasión para calificar las matemáticas, o una parte de ellas (álgebra moderna, geometría moderna), que se hacían en el momento en relación con otras de épocas anteriores. Las matemáticas modernas se han entendido históricamente como las matemáticas que correspondieron al periodo de la historia que empieza hacia mediados del siglo XVII con Descartes y Newton y posteriormente a las matemáticas hechas desde finales del siglo XIX, desde el año 1870, hasta hoy en día. Estas últimas serían las “Matemáticas modernas” o “Matemáticas del siglo XX”. Estas matemáticas se identifican con las estructuras y los principios axiomáticos, la abstracción, la generalidad, el formalismo, el lenguaje simbólico y el método deductivo. La noción de estructura surge de las ideas comunes a varias ramas de las matemáticas y supone una economía de pensamiento que

Bourbaki compara con un proceso de “taylorización” aunque subraya que la intuición interviene de modo esencial en el trabajo matemático.

A esta matemática moderna introducida en los libros de texto franceses en la década de los 70 y en los españoles en la de los 80, se le hacen las siguientes críticas: uso de un vocabulario pedante e innecesariamente abundante, empleo injustificado y más frecuente de lo necesario de ciertos símbolos, olvido de motivaciones físicas y pobreza de los ejercicios (Kline, Morris 1976); también Freudenthal ha señalado que el hecho de que una teoría matemática sea lógicamente consistente no justifica su enseñanza sino que lo hace la explicación didáctica en la que se apoya.

Pero las matemáticas modernas traían consigo innovaciones que se trasladaron a los libros de texto del periodo; algunas de esas innovaciones son las siguientes (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros.1978, pp. 60-61):

1. Insistencia mayor en las ideas abstractas.
2. Mayor atención al rigor lógico.
3. Uso de un vocabulario contemporáneo.
4. Insistencia en la precisión del lenguaje.
5. Insistencia en las ideas matemáticas nuevas.

- Estructura del BUP y COU

Las normas básicas para el Bachillerato contemplado en la LGE, no se desarrollaron hasta 1975, en el BOE de 18 de abril, donde se establecen las bases de la programación de las asignaturas, su horario semanal y se señalan además los objetivos y las orientaciones metodológicas fundamentales. En la LGE aparecían los programas oficiales acompañados de orientaciones metodológicas (tuvieran o no este nombre). Así, por ejemplo, en el programa de 3º de BUP, aparecían los dos temas de Estadística siguientes, con unas orientaciones metodológicas:

- *Variable aleatoria. Distribuciones binomial y normal*
- *Distribuciones bidimensionales. Rectas de regresión. Correlación*

Se definirá, mediante ejemplos sencillos, el concepto de función de distribución, valor medio y varianza de la misma. Se introducirá el concepto de variable aleatoria continua. Estos conceptos se aplicarán a las distribuciones binomial y normal, respectivamente, debiendo utilizarse las tablas correspondientes en la resolución de ejercicios de aplicación.

Las distribuciones estadísticas bidimensionales se limitarán al caso de variables discretas.

La Orden de 13 de julio de 1971 sobre regulación del Curso de Orientación Universitaria (BOE 20-jul-1971), lo implanta con carácter general en el curso 1971-1972. En su artículo primero, establece que las materias comunes serán:

- Lengua española
- Un idioma extranjero moderno
- Matemáticas

En el artículo 1.3. se dice que: "*Las materias optativas están directamente relacionadas con los estudios impartidos en los Centros de Educación Superior y quedan agrupadas del siguiente modo: Física, Química, Biología, Geología y Matemáticas especiales*". Es decir aparecen dos clases de matemáticas en el COU, las Matemáticas comunes, obligatorias para todos los alumnos y las Matemáticas especiales, que eran opcionales. En cuanto al horario se establecieron dos horas semanales para las matemáticas comunes y tres para las optativas.

La Orden de 22 de marzo de 1975, de 23 de enero, cambió la regulación del Curso de Orientación Universitaria (BOE 18-abr-1975). Desaparecieron las Matemáticas Comunes y quedan unas únicas matemáticas, que en el caso de los alumnos de la opción A (letras) son opcionales. Se señala que este nuevo COU entraría en vigor el curso 1978-1979.

Esto se mantuvo así hasta el año 1987 en que se cambió otra vez la estructura del COU, y se introdujo una nueva asignatura de matemáticas para los alumnos que no iban a cursar carreras de ciencias, opciones C y D del nuevo COU, a la que se le denominó Matemáticas II.

2.2.2. LOGSE y LOE

a) LOGSE

- <u>Principales Características</u>

En el año 1987, siendo ministro de Educación José María Maravall, se presentó el documento "Proyecto para la Reforma de la Enseñanza en los niveles de Educación Infantil, Primaria, Secundaria y Profesional. Propuesta para Debate". Este documento generó un amplio debate fruto del cual fue publicado en el año 88 otro documento de nombre más breve "Papeles para el debate" que sirvió de base para la reforma del sistema educativo que el gobierno pretendía acometer. Fruto de esta reforma serían por un lado la publicación de los Diseños Curriculares Básicos, que se publicaron antes que la Ley de Ordenación del Sistema Educativo (LOGSE).

La LOGSE pretendía dar respuesta a las profundas transformaciones surgidas en la sociedad española en el transcurso de los 20 años que habían pasado desde la publicación de la LGE. Eran cambios políticos, sociales, económicos y culturales. La LOGSE amplió la escolarización obligatoria hasta los 16 años, reordenó el sistema educativo en su conjunto, e implanto una enseñanza comprensiva. Definió un modelo de enseñanza basado en el constructivismo, apostando por un currículo abierto con diferentes niveles de concreción.

Otras características de la LOGSE son:

- Establecer el término de “Necesidades Educativas Especiales” y desarrollar adecuadamente este nuevo concepto.
- Hablar de la Formación permanente del profesorado
- Fomentar la compensación de desigualdades

En la LOGSE se le asigna al bachillerato una triple finalidad educativa: *“de formación general, de orientación de los alumnos y de preparación de los mismos para estudios superiores”*. Aunque declara la unidad del bachillerato, reflejada en: *“sus objetivos educativos, que son comunes a todas las modalidades, en las materias comunes que todos los alumnos han de cursar y en el propio titulo de bachiller, que será único”*, el bachillerato se caracteriza también por su diversidad, que se concreta principalmente en: *“sus diferentes modalidades y en las materias optativas que lo componen”*.

Por lo tanto el bachillerato se asienta en dos principios, uno de unidad y otro, que equilibra el anterior, de diversidad y especialización. Para poder dar respuesta a este principio de diversidad se establecen las modalidades del bachillerato, que dice se organizan en función de los campos del saber y de los posteriores estudios a los que da acceso.

En la LOGSE se distingue entre conceptos, procedimientos y actitudes, como contenidos del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se definen los procedimientos como:

“Aún cuando los contenidos conceptuales están presentes en la actividad matemática, no son los únicos elementos que actúan en su desarrollo. En los contenidos del currículo es preciso otorgar un lugar importante a los procedimientos o modos de saber hacer, como los que se refieren a:

a) Habilidades en la comprensión y en el uso de diferentes lenguajes matemáticos.

b) Las técnicas, rutinas y algoritmos particulares que tengan un propósito concreto.

c) Las estrategias generales o heurísticas necesarias en la resolución de problemas como análisis de tareas, búsqueda de regularidades y pautas, expectativas de resultados, comprobación y refutación de hipótesis.
d) Decisiones ejecutivas y de control utilizadas al hacer un plan y llevarlo a cabo para plantear y resolver un problema y tomar decisiones sobre los conceptos, algoritmos o estrategias que se van a utilizar"

En cuanto a las actitudes, en la CAV, se tratan como un bloque transversal en el currículo de matemáticas, y como ejemplo de algunas de ellas, señalamos las siguientes que corresponden a Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II:

- Confianza en las propias capacidades
- Curiosidad
- Perseverancia y tenacidad
- Reconocimiento y estima del trabajo en equipo
- Valoración crítica de las informaciones de tipo matemático

- **Estructura del Bachillerato**

Se establecen cuatro modalidades de bachillerato y dos matemáticas, las Matemáticas I y II, y las Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales (I y II).
En la LOGSE, hay decretos que regulan las enseñanzas mínimas que se deben impartir y evaluar y decretos en los que se establece el currículo de las materias. Estos decretos presentan diferencias con respecto a los de la LGE:

1º En el preámbulo, se recogen los principios metodológicos básicos de la enseñanza de cada materia. Es decir, las características de la asignatura y las finalidades de su enseñanza.

2º Se enumeran los objetivos generales, en términos de capacidades, que tiene la enseñanza de la asignatura.

3º Se detallan, en términos de adquisición de capacidades, los criterios de evaluación.

Por lo tanto suponen otra concepción del currículo y una evolución con respecto a los de la LGE.

En matemáticas aparece además un nuevo bloque de contenidos como es la "Resolución de Problemas", que hasta ahora no se recogía como tal y no se trabajaba de manera sistemática. Sobre la "Resolución de Problemas" se dice:
"Los contenidos incluidos bajo el nombre de «Resolución de problemas», básicamente procedimentales, pretenden desarrollar en el alumno hábitos y actitudes propios del

modo de hacer matemático, entendido como un proceso dinámico, mediante la ocupación activa con problemas relacionados con el resto de los contenidos; entendiendo aquí como problema una situación abierta, susceptible de enfoques variados, que permite formularse preguntas, seleccionar las estrategias heurísticas y tomar las decisiones ejecutivas pertinentes. Estos contenidos han de tener, por consiguiente, un marcado carácter transversal, y deben estar presentes también en las Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II.
Consistirán en la selección de estrategias y planificación del trabajo en situaciones de resolución de problemas, así como la aplicación de recursos técnicos y herramientas matemáticas adecuadas"

Los programas de matemáticas se establecieron en el año 1992, a través de un decreto de enseñanzas mínimas y de otro decreto curricular. El año 2001 se produjo una modificación, mediante un decreto que establecía un nuevo currículo, justificando los cambios introducidos, por la experiencia acumulada durante los años previos, que, se había visto, aconsejaba una nueva reorientación de los contenidos.

b) LOE

- <u>Principales Características</u>

Cuando se publica la Ley Orgánica de Educación (2006), España se encuentra según el informe "Educación para todos", elaborado por la UNESCO, en el puesto 26 del ranking, por debajo de muchos de los países de la Unión Europea. Urgía por tanto introducir nuevas reformas en el sistema educativo que vinieran a apuntalar los cambios que ya se percibían en la Ley de Calidad de la Educación de 2002.

La LOE se inspira en los siguientes tres principios:

- Calidad de la educación
- Igualdad de oportunidades
- Transmisión de valores tales como: libertad, responsabilidad, tolerancia, igualdad, etc.

- **<u>Competencias y Evaluaciones de Diagnóstico</u>**

La LOE ha venido a afianzar la comprensividad en la enseñanza, instaurada por la LOGSE, introduciendo nuevos retos, como son los de la realización periódica de evaluaciones externas y la de situar las competencias como eje vertebrador de la enseñanza.

- ¿Qué son las Competencias?

“Las competencias básicas, desde una perspectiva educativa, se definen como el conjunto de habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales que pueden y deben ser alcanzadas a lo largo de la enseñanza obligatoria por todo el alumnado, respetando las características individuales, cuyo ejercicio resulta imprescindible para garantizar el desenvolvimiento personal y social y la adecuación a las necesidades de su contexto vital, así como para la ejercitación efectiva de sus derechos y deberes ciudadanos (MEC, 2007)”.

- Competencia Matemática

“Es el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones propias del entorno natural, social y cultural de los alumnos”.

■ Evaluaciones del Sistema Educativo

En la actualidad existe un amplio consenso internacional en considerar que las competencias son un buen indicador de la calidad de los sistemas educativos en cuanto a sus rendimientos y que, además, el nivel de rendimiento que alcanzan los alumnos y alumnas está condicionado por el contexto escolar y social. Ese consenso también recomienda establecer, en algún momento del desarrollo del currículo, algún tipo de prueba que permita valorar la eficacia del sistema educativo, informar sobre él e introducir medidas correctoras.

- <u>TIMSS</u>

Las evaluaciones del sistema educativo se han introducido en Euskadi en el año 1995, al participar en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y en Ciencias, TIMSS, que es una de las evaluaciones que realiza la IEA, Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo, con sede en Boston. Se participó con alumnos de 2º de ESO y se volvió a participar el año 1999. En TIMSS 2003 y 2007 Euskadi ha participado, aplicando la prueba en 2º de ESO, y habiendo sido la única Comunidad Autónoma del Estado que participó en ellas, en calidad de Región.

- <u>PISA</u>

El Programa para la Evaluación Internacional de los alumnos, es una propuesta de evaluación promovida por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). El objetivo principal de la evaluación es disponer de información sobre el grado de preparación para la vida del alumnado de 15 años.

En PISA 2003 y 2006 Euskadi ha participado de forma oficial, a través del Instituto de Evaluación (IE) mediante un acuerdo con la organización y el consorcio de empresas encargadas de su desarrollo. El proceso de elaboración de materiales, traducción, edición, aplicación, corrección y tratamiento inicial de los datos, ha sido realizado por el ISEI-IVEI en coordinación con los demás organismos.

- Evaluaciones de Diagnóstico

Las evaluaciones generales de diagnóstico se establecen en la Ley Orgánica de Educación (LOE), y en Euskadi se regulan en el decreto 175/2007, que dice en su artículo 36: *"Al menos al finalizar el segundo ciclo de Educación Primaria y el segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria se realizará una evaluación de diagnóstico. No tendrá efectos académicos sino carácter formativo y orientador para los centros e informativo para las familias y para el conjunto de la comunidad educativa"*.

El objetivo inmediato de las evaluaciones generales de diagnóstico es: "*Obtener datos representativos del grado de adquisición de las competencias básicas del currículo en Enseñanza Primaria y Secundaria"*.

2.3. LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO Y LOS MOVIMIENTOS DE RENOVACIÓN PEDAGÓGICA

El movimiento de los "enseñantes" y los grupos de renovación pedagógica comenzaron a funcionar a la par. El año 1975 se crea la revista Cuadernos de Pedagogía, que estaba muy unida a estos últimos y que tanta importancia ha tenido en la Reforma habida en la educación.

Los ICEs, Institutos de Ciencias de la Educación, son institutos universitarios fruto de la nueva estructura universitaria que posibilitaba la LGE.

Desde finales de los años 80 las Administraciones Educativas y el MEC han organizado Planes de Formación Permanente del Profesorado. En el área que nos ocupa de matemáticas, estos cursos de formación han versado sobre las siguientes materias:
Epistemología e Historia de las Matemáticas, Sociología de la Educación, Psicología Cognitiva, Psicología Evolutiva, Teoría Curricular, Teoría del Aprendizaje, Didáctica de la Matemática, Materiales y Recursos Educativos (incluido el software) y Resolución de Problemas.

A finales del año 1984 se crean los Centros de Profesores (decreto 2112/1984 de 14 de noviembre). El esquema academicista de formación que imperaba en los ICEs de las universidades llevó a la creación de los Centros de Profesores por parte de las Administraciones Educativas. Su objetivo principal era ofertar una formación al profesorado más práctica e innovadora, ligada a la experiencia y a las necesidades del aula. En estos Centros la figura principal es la del Asesor de las diferentes áreas y en concreto en el área de matemáticas, algunos de ellos han realizado una gran labor dinamizadora de experiencias, participando en la creación de grupos de trabajo, organizadores de cursos y jornadas y en algunos casos, publicando materiales y libros.

En el sistema actual, la LOGSE determina las condiciones para ejercer la docencia en Enseñanza Secundaria, que son además de las de licenciado tener un título de especialización didáctica:

"*Para impartir las Enseñanzas de la Educación Secundaria será necesario además estar en posesión de un título profesional de especialización didáctica. Este título se obtendrá mediante la realización de un curso de cualificación pedagógica, con una duración mínima de un año académico, que incluirá en todo caso un periodo de prácticas docentes*".

En Euskadi la formación Permanente del profesorado se materializó en una oferta institucional de cursos, que bajo la denominación de Plan Garatu ha venido desarrollándose durante los últimos años. Ha sido un plan muy versátil que se ha sabido adaptar a circunstancias cambiantes, con una oferta de cursos muy variada y para todas las etapas, por la que han pasado la mayoría de los profesores en activo de la CAV.

A través del Plan Garatu se han impartido cursos de pedagogía en general, de didácticas específicas, de utilización de herramientas informáticas, de preparación ante el cambio en el rol del profesorado y últimamente cursos de idiomas para capacitar al profesorado ante el nuevo reto de la enseñanza trilingüe.

Ello unido a una amplia red de Berritzegunes (con diversas denominaciones) con una dilatada experiencia y varios centros Institucionales de Apoyo a la Enseñanza (ISEI-IVEI, IVAC, TKNIKA, Agencia de Calidad de FP) ha hecho que el profesorado esté informado y se sienta respaldado ante los nuevos retos que tiene que afrontar.

Por otra parte los movimientos de renovación pedagógica han sido un pilar fundamental del cambio experimentado en la enseñanza, pues contribuyeron en la sensibilización del profesorado ante la necesidad de adecuar las prácticas docentes a las nuevas realidades y estimularon la actividad de la Administración, que recogió y plasmó en las leyes, muchas de las experiencias y propuestas por ellos realizadas.

Hay que destacar por ejemplo la Institución Rosa Sensat, en Cataluña, organizadora de las Escolas d´Estiu, que ya en 1966 reanudó la tradición anterior al régimen franquista y señalar que en el año 1977 organizaron 350 cursos a los que asistieron 7.896 profesores.

En los párrafos siguientes, al tratar de los Movimientos Pedagógicos en el País Vasco, seguiremos a Fernández, I. en el libro coordinado por Dávila, P. (2003).

En el País Vasco, la primera manifestación de los deseos de renovación educativa son los Congresos de la Sociedad de Estudios Vascos que comenzaron a organizarse a partir de 1918, y en éste y en los de 1920, 1922 y 1926 se trataron temas pedagógicos (Fernández, I.; en Dávila, 2003, p. 81).

Durante el franquismo, desde el movimiento de ikastolas, se iniciaron contactos con dos polos de referencia en innovación, como son Catalunya y Francia. Los primeros contactos entre Rosa Sensat y los profesores vascos tuvieron lugar en Getaria en 1966. El influjo de la pedagogía Freinetiana es también claro en el movimiento de ikastolas, pues ya desde el año 1968 se iniciaron contactos entre estas y una escuela pública de Agen (Francia) (Fernández, I.; en Dávila, 2003, pp. 89-90).

Desde el movimiento de ikastolas nació también "Gordailu" en 1969; que se organizó como asociación de profesores que contaba con una sede en Donostia y ya en 1970 contaba con 300 asociados. Entre sus líneas de actuación destacan: Formación del profesorado, la creación y distribución de materiales didácticos y la acción editorial (Fernández, I.; en Dávila, 2003, p. 91). De la confluencia de Gordailu, Irakasle Elkartea y los Colegios de Doctores y Licenciados y por iniciativa de un grupo de maestros y maestras, surgió el Colectivo Pedagógico "Adarra" al final de los años setenta (1976). A las primeras Jornadas Pedagógicas de Euskadi, organizadas por Gordailu-Bide-Adarra, acudieron 1200 profesores y en las siguientes, en Gasteiz, 2000 enseñantes (el 15% del total del profesorado) (Fernández, I.; en Dávila, 2003, p. 93).

El colectivo "Adarra" ha tenido desde su nacimiento, entre otros, la reflexión crítica y la búsqueda de alternativas, como campos de actuación. Adarra llegó a reunir cerca de 3.000 personas en sus jornadas de verano del año 1980. Las jornadas de verano eran un lugar de encuentro de profesores de diferentes niveles educativos implicados en mejorar y transformar la enseñanza.

Hoy en día, en Euskadi, el trabajo pedagógico de base sigue adelante y así en las Jornadas Pedagógicas, organizadas por la revista Hik Hasi en los veranos de 2000 y 2001 en Donostia, acudieron 800 maestros y maestras (Fernández, I.; en Dávila, 2003, p. 95).

Hubo también algunas editoriales como Laia, Cuadernos para el Diálogo, Zero, y otras que colaboraron en los procesos de cambio y en la publicación de materiales y propuestas.

Adarra, participó a partir de la iniciativa impulsada por revistas pedagógicas como Perspectiva Escolar, Infancia y Aprendizaje, Cuis y Cuadernos de Pedagogía en los encuentros de los ya autodenominados Movimientos de Renovación Pedagógica (MRP) a nivel estatal, inaugurados en Almagro en 1979. Los Movimientos de Renovación Pedagógica celebraron sus IV y XI Encuentros en Donostia en 1982 y 1990 respectivamente (Fernández, I.; en Dávila, 2003, pp. 93-94).

Para entonces ya se habían creado los Centros de Profesores (año 1984) y a ellos se habían incorporado los miembros más activos de los movimientos de renovación, por lo que su funcionamiento y el tipo de actividades a las que se dedicaban comenzaron a cambiar.

Baste como ejemplo de ello, la evolución que Adarra ha sufrido a partir de los años 90, centrándose hoy en día en publicar su visión crítica sobre las propuestas de la Administración, realizar convocatorias puntuales sobre determinadas áreas o colaborar con la Administración en la impartición de cursos de Formación Permanente del profesorado (Plan Garatu).

En el campo de la matemática, el retorno a las matemáticas tradicionales, con el abandono de la enseñanza de la matemática moderna, se había producido en Estados Unidos, antes que en Europa y en España hubo un cierto retardo con respecto a los países de Europa. A finales de los 70 ya había una corriente crítica que preconizaba la enseñanza de una matemática más natural y menos alejada de la realidad. Es en esta época cuando surgen grupos tales como: Grupo Zero de Barcelona, Grupo Cero de Valencia, Rosa Sensat, Colectivo de Didáctica de Matemáticas de Sevilla, Equipo Granada-Mats, etc. que investigan nuevos programas y experimentan nuevas metodologías, difundiéndolas a través de publicaciones y realizando una intensa labor divulgativa y formadora en el profesorado a través de jornadas y cursillos. Algunos de estos grupos surgieron como respuesta a la preocupación que generaron los efectos de la implantación de la matemática moderna. Desasosiego entre el profesorado, reto ante una materia relativamente desconocida, implantación sin experimentación previa, y lo que es más grave, fracaso escolar elevado.

El equipo Granada-Mats, se constituyó en el año 1971, elaboraron nuevos materiales curriculares y propuestas didácticas para la EGB. Cabe señalar su concepción de la enseñanza de las matemáticas (Escuela de maestros, nº1; p. 121; en Kilpatrick, Rico y Sierra 1994, p. 164):

“Para un nivel básico y general la Matemática no puede constituir un fin en sí misma. Hay que entender —y enseñar— esta Ciencia como una herramienta intelectual que sirve para interpretar y actuar sobre el mundo físico, económico, cultural y social en el que nos movemos”.

El nacimiento del Grupo Cero de Valencia se produjo en el año 1975, a través de un artículo publicado ese año en la revista del Colegio Oficial de Doctores y Licenciados de Valencia, con el título de ¿*Para qué las matemáticas*?. Ese artículo iba firmado por seis profesores de bachillerato que luego constituyeron el embrión del Grupo Cero de Valencia. De la colaboración de este grupo con el movimiento pedagógico Rosa Sensat, surge el Grup Zero de Barcelona y aunque mantuvieron nombres diferenciados colaboraron estrechamente en la elaboración de materiales y en la difusión de una enseñanza innovadora de las matemáticas. Entre 1975 y 1985 el Grup Zero publicó 28 libros sobre enseñanza de las matemáticas en el bachillerato. El Grupo Cero de Valencia publicó en el mismo periodo 8 libros. Un clásico de este grupo fue el libro “*De 12 a 16, un proyecto de currículum de matemáticas*”, que sirvió de guía para algunas de las modificaciones que se introdujeron en los currículos oficiales.

Estos grupos colaboraron con los ICEs de las Universidades y muchas de sus publicaciones fueron fruto de esa colaboración, tanto con el ICE de la Universidad de Granada, como con el ICE de las Universidades de Barcelona y Valencia. También las grandes editoriales de la época, como Vicens-Vives y Teide les publicaron diversos trabajos.

Las semillas puestas por estos grupos dieron su fruto en los años 80, mediante la constitución de numerosas sociedades de profesores de matemáticas a lo largo de la geografía española, siendo este un aspecto asociativo novedoso en España, pero con arraigo en los países de nuestro entorno.

Entre las sociedades cabe mencionar:

- Sociedad Canaria “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas (1978)
- Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas “Thales” (1980)
- Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas “Pedro Ciruelo” (1981)
- Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía (1984)
- Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales” (1987, producto de la fusión de las dos sociedades que existían en Andalucía)

En 1989 se federaron, constituyendo la “Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas”. Fueron numerosas las sociedades provinciales o locales que se crearon posteriormente y se integraron en la federación. Por citar una próxima, la Sociedad Navarra "Tornamira". Entre las labores desarrolladas por estas sociedades, la publicación de revistas de matemáticas de gran difusión y prestigio entre los enseñantes, es una de las principales.

Algunas de las revistas eran publicadas por las sociedades de profesores, otras por los ICEs de diferentes Universidades y otras por Organismos institucionales, tipo Centros de Profesores o Departamentos de Educación. Por ejemplo, las siguientes:

- Revista "Enseñanza de las Ciencias" editada por el ICE de la Universidad de Barcelona y el Servicio de Formación Permanente de la Universidad de Valencia. Comienza a publicarse en 1983.
- La revista "Thales" editada por la sociedad de igual nombre, en 1984.
- La revista "Epsilon", que comenzó a publicarse en 1984 y tuvo diferentes fases.
- La revista "Números" de la sociedad canaria "Isaac Newton", en 1985.
- La revista "Suma" editada por la federación de asociaciones, comienza a publicarse en 1988.
- La revista "Sigma", cercana a nosotros, porque está publicada por el Departamento de Educación del Gobierno Vasco.

En la presentación en formato digital de esta revista puede leerse (de la página web de la revista):

"La revista SIGMA de Matemáticas está dirigida al profesorado, tanto de Educación Primaria como de Secundaria, y tiene un doble objetivo:

- *Colaborar en la formación permanente del profesorado e impulsar la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.*
- *Servir de vehículo de comunicación de experiencias y actividades de aula entre el profesorado.*

Es una publicación auspiciada por el departamento de Educación del Gobierno Vasco, bajo la responsabilidad de los asesores de matemáticas de los Berritzegunes de dicho Departamento y dirigida por Santiago Fernández.

La revista comenzó su andadura allá por el año 1989 y desde entonces ha pasado por distintas vicisitudes antes de llegar al momento actual en el que se publican dos números por año y goza de una excelente salud como lo acreditan la cantidad y calidad de sus artículos".

- La revista "UNO" comienza a publicarse en el año 1994 dentro de un proyecto de Didácticas específicas auspiciado por Departamentos Universitarios y Centros de

Profesores. Los objetivos de estas publicaciones suelen ser similares y como ejemplo recogemos los de esta revista (de la página web de la revista):

“*Objetivos*

- *Proporcionar información útil para la práctica docente y para la autoformación del profesorado.*
- *Contribuir a la construcción de un campo específico de la didáctica de las matemáticas.*
- *Crear redes de intercambio de ideas, iniciativas y experiencias entre el profesorado.*
- *Favorecer la renovación del discurso pedagógico dominante, abriendo vías para su superación crítica.*
- *Buscar una influencia intelectual y práctica que permita trasladar las ideas educativas innovadoras a un sector de la profesión y a la práctica escolar.*
- *Dar a las experiencias didácticas la misma «categoría» científica y el mismo valor que la investigación teórica”*

Los temas que abarcan las revistas son muy variados y van desde experiencias, a propuestas metodológicas, resolución de problemas, didáctica de la enseñanza de la matemática, reseñas de libros, etc.

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE TEXTOS

Hasta ahora hemos visto que para analizar los resultados del producto que emerge del sistema educativo, debemos conocer las leyes educativas que los regulan, los currículos implantados y las metodologías que se prescriben. De todo ello surgen los libros de texto que son la plasmación práctica del currículo. Por lo tanto el análisis de textos que sustancia este capítulo, nos permitirá extraer consecuencias importantes asociadas con el periodo al que pertenecen, y al estudiar su evolución, podremos saber si efectivamente han cambiado para adaptarse a los requerimientos de las nuevas leyes educativas y en qué medida.

Aunque el libro de texto no va a ser el currículo práctico que se imparte, porque en el proceso de enseñanza – aprendizaje intervienen otros factores que nosotros no vamos a considerar, sí que son un referente para analizar el modelo de enseñanza subyacente, los contenidos que se deben aprender y los tipos de problemas para la práctica. Ello constituye el objeto del aprendizaje de los alumnos que será después evaluado para ver si efectivamente se ha producido y en qué grado, a través en nuestro caso, de las pruebas de selectividad que cierran el ciclo de la enseñanza no universitaria. Por tanto como nosotros pretendemos analizar el sistema educativo en el periodo considerado como un proceso en el que intervienen varios factores concatenados que desembocan en unos aprendizajes, debemos prestar especial atención a uno de ellos como son los libros de texto.

En el capítulo se comienza repasando la historia de los libros de texto y el concepto de libro de texto, para pasar después a enumerar algunos de los modelos que se proponen para efectuar el análisis. Esto se llevará al campo que nos ocupa de las matemáticas y ya entraremos en el diseño metodológico de nuestro estudio señalando los textos que se van a analizar, así como especificando el método elegido y definiendo las principales componentes de este modelo.

Dejaremos para el siguiente capítulo un practicum extenso en el que los textos aparecerán cronológicamente, con los análisis efectuados, para acabar con las conclusiones que se obtienen de ese análisis.

3.1. ANÁLISIS DE TEXTOS ESCOLARES. DEFINICIONES Y MODELOS.

3.1.1. Estado de la cuestión

La sociedad actual está inmersa en el mundo de las tecnologías de la información y por lo tanto la enseñanza debe basarse en tales tecnologías multimedia (audiovisual y software educativo) que tenemos a nuestro alcance. Pero, las nuevas tecnologías no vienen a eliminar las anteriores sino a ampliarlas y mejorarlas. Por ello, el libro de texto, además de no haber desaparecido del contexto actual de la enseñanza, sigue siendo un recurso didáctico de enorme importancia y pilar fundamental de la enseñanza. Por todo ello, la investigación en torno a los libros de texto, además de ser relativamente nueva, sigue siendo de pleno interés y actualidad.

Ya Comenius en su "Didáctica Magna", publicada en el año 1632, sentaba las bases de la instrucción simultánea señalando para ello que *"un solo preceptor dirige cada escuela, o mejor, una sola clase unificando los contenidos para un mismo nivel de enseñanza, a través de un auxiliar normalizador, un "libro panmetódico" en el que "el trabajo esté distribuido para cada año, cada mes, cada día y aún cada hora"* (Comenius, J. 1986, p. 176).

También Popkewitz señala que el libro de texto ha sido el centro de la escolarización de las escuelas islámicas, cristianas y judías al menos desde la Edad Media (Martínez Bonafé, J. 2002, p. 13). Los libros de texto tienen tradición y arraigo en la enseñanza impartida en España y *"su desarrollo ha sido considerado como un elemento fundamental del modernismo"*. (Vea, F.; 1995, p. 179).

En el siglo XIX se pueden distinguir dos periodos en la Segunda Enseñanza en relación con la mayor o menor libertad para elegir el libro de texto. En el periodo de 1836 a 1868 era el Gobierno quien a través del Consejo de Instrucción Pública, elaboraba listas de textos para cada materia, que eran actualizadas cada tres años y en la que solía haber tres textos por materia entre los que el profesor podía elegir. En el resto del periodo, que va desde el año 1868 hasta comienzos del siglo XX, había una mayor libertad de elección por parte del profesorado, exigiéndose la autorización previa del Gobierno, declarando la obra apta para la instrucción pública.

Tanto en un periodo como en el otro se esgrimían diferentes razones para actuar en una u otra dirección; a comienzos del siglo XIX se fomentaba la producción de textos propios por parte del profesorado, lo que era valorado para conseguir pensiones de jubilación e incrementar el sueldo. Ante estos estímulos debió producirse una producción excesiva de textos de baja calidad y ello motivó el giro en la otra dirección. Se argumentó entonces que los textos debían tener una mínima calidad y que además así, puesto que no había programas escritos (salvo los que cada centro publicaba a comienzo de curso), se uniformizaba la enseñanza.

Así por ejemplo, en el Plan de Estudios publicado el 13-IX-1898 que regula la Enseñanza Media, se abandona la especialización y se vuelve a una formación común de 6 cursos de bachillerato, estableciéndose la obligatoriedad de seguir un libro de texto por materia. Ya en el siglo XX en la Reforma de Callejo de 1926 se establecía un texto único “para acabar con los abusos”. La Cámara Oficial del Libro protestó, ya que además se había impuesto un precio de venta que no superase al de coste en un 25%.

Por otra parte, en cuanto a los textos y la enseñanza en lengua vernácula, Dávila, señala tres periodos para la producción de textos escolares en euskera. “*El primero abarca hasta 1876, fecha en que se pierden los Fueros de las Provincias Vascongadas y la producción de textos está dominada por los distintos y abundantes catecismos para la enseñanza de la Doctrina Cristiana. El segundo periodo abarcaría desde aquella fecha hasta 1937, y en el que desde la década de los noventa del siglo XIX se comenzaría a publicar silabarios, libros de lectura, cuentos, textos para la enseñanza de la geografía o la aritmética etc*.” (Dávila, P. 2003, pp. 53-54). El tercer periodo abarca desde 1937 hasta nuestros días, pero como señala Dávila, “*En el periodo anterior a la guerra civil, la publicación de textos escolares estaba sujeta a las escasas experiencias escolares que planteaban la introducción del euskera en la enseñanza*” (Dávila, P. 2003, p. 54). “*Entre 1937 y 1960 las publicaciones en euskera no sobrepasan los 90 libros*” (Dávila, 2003, p. 70). Dentro del tercer periodo y “*desde 1975 y en mayor medida a partir de la ley de normalización del uso del euskera de 1982, las nuevas necesidades surgidas de la aplicación legal en el ámbito escolar, creará una demanda incesante de libros de texto en euskera, siguiendo los criterios técnicos y las innovaciones pedagógicas propias de este proceso de escolarización*” (Dávila, 2003, p. 55).

En el primer tercio del siglo XX, en Euskadi, muchas de las publicaciones iban de la mano de la Sociedad de Estudios Vascos y de las Diputaciones Forales. En Cataluña la situación ha sido bastante diferente pues ya desde el final del s. XIX hubo bastante producción en catalán.

A ello hay que añadir las limitaciones, cuando no prohibiciones, que la enseñanza en euskera, y en otras lenguas vernáculas, sufría. Por ejemplo por Real Decreto de 21 de noviembre de 1902 se prohibía utilizar en la enseñanza cualquier otra lengua distinta del castellano para la enseñanza de la doctrina cristiana y cualquier otra materia; una Real Orden de 21 de diciembre de 1923 declaraba que *"ningún centro docente oficial podrá autorizar la enseñanza de disciplinas que no estén incluidas en el plan de estudios plenamente aprobado"* (Díaz de la Guardia, E. 1988, p. 404) con lo que se excluyó en los centros oficiales la enseñanza en lenguas vernáculas.

La Ley de Educación Primaria de 17 de julio de 1945 imponía como única lengua para la enseñanza el castellano y no fue hasta la LGE, en que se permitió que en la educación preescolar se hicieran actividades en lengua nativa y, esta se cultivase en la EGB. En ella *"se hace mención expresa a la incorporación de las peculiaridades regionales, que enriquecen la unidad y el patrimonio cultural de España, recomendando el cultivo, en su caso, de la lengua nativa*" (Dávila, 2003, p.75).

Pero el desarrollo de la ley en lo referente a estos puntos no se produciría hasta el año 1975 "*en que a través de los decretos 1433 y 2929, se regula la incorporación de las lenguas nativas en los programas de Educación Preescolar y General Básica, justificándose por la necesidad de favorecer la integración escolar y la necesidad de respetar y amparar el cultivo de las lenguas regionales*" (Dávila, 2003, p.76).

La importancia de los libros de texto en los centros de enseñanza ha sido remarcada por varios autores: Richaudeau, 1981; Rosales, 1983; Martínez Santos, 1987; Choppin, 1992. Estos autores señalan que el libro de texto "se debería seleccionar en función de criterios estrictamente pedagógicos, además de la necesidad de hacer un uso crítico y reflexivo de los mismos". Martínez Bonafé señala lo siguiente: *"la práctica totalidad del tiempo de trabajo del escolar se realiza sobre o en relación con un tipo específico de material, el libro de texto. Gran parte del trabajo del profesorado en la planificación, desarrollo y evaluación se realiza sobre o en relación con un libro de texto. El mercado editorial mueve todos los años cientos de millones en la publicación y venta de libros de texto. Y las familias valoran a menudo lo que se enseña a sus hijos por el avance en el temario del libro de texto"* (Martínez Bonafé, 1992, pp. 8-13).

J. Frenkel (1978) señala que *"A la hora de obtener buenos resultados pedagógicos, la importancia de los programas es muy pequeña, y la del profesor, enorme. La influencia de los manuales es casi tan grande como la de los profesores, porque contribuyen ─mucho más que los programas─ a crear una tradición y, en último término, forman tanto a los profesores como a los alumnos"* (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 391).

Dávila, señala que “*el estudio de los textos escolares plasma de forma clara los cambios que se producen tanto en el currículum escolar, como en las políticas educativas desarrolladas en Euskal Herria*” (Dávila, 2003, p. 53).

Se regulan las autorizaciones y supervisiones de libros de texto y otros materiales curriculares para su uso en los Centros docentes de la Comunidad Autónoma Vasca, mediante el Decreto 143/1993. Se dispone que competa al Departamento de Educación “la aprobación y supervisión de los libros de texto y otros materiales curriculares en cuanto a su contenido y corrección idiomática”. La aplicación de la normativa “*provocó una cierta crítica por parte de las editoriales asentadas en el país respecto a los proyectos presentados por otras editoriales del resto del Estado, cuyos proyectos están diseñados al margen de las necesidades de Euskal Herria, ya que el único mérito de los mismos es haber sido traducidos al euskera*” (Dávila, 2003, p. 77).

En la normativa vigente actual no existe la obligatoriedad de utilizar un libro de texto estándar.

3.1.2. Definiciones de libro de texto

Primeramente precisaremos lo que entendemos por manual escolar o libro de texto. Para Fernández y Sarramona (1984) el libro de texto es *“todo libro planeado sistemáticamente para el aprendizaje de los contenidos de una determinada materia, a un cierto nivel, según la legislación o cultura vigente”* (p. 324). No les cabe ninguna duda acerca de la evolución que han sufrido los libros de texto gracias a la aplicación de principios provenientes de la psicología, la semiología de la imagen y las teorías del aprendizaje.

Richaudeau (1981) define el libro de texto como *“material impreso, estructurado, destinado a utilizarse en un determinado proceso de aprendizaje y formación”* (en Prendes, M. 2001, p. 2).

Choppin (1992) afirma que el libro de texto *“es el espejo en el que se refleja la imagen que la sociedad quiere dar de sí misma, lo que conduce a considerarlo como vehículo ideológico y cultural que transmite un sistema de valores específico y además, como instrumento pedagógico, es inseparable de las condiciones y métodos de enseñanza de su tiempo”* (pp. 19-21).

Martínez Bonafé afirma que *“no son únicamente medios para la enseñanza sino que son fundamentalmente una teoría sobre la escuela, un modo de concebir el desarrollo del currículum, un instrumento de codificación de la cultura que* *previamente seleccionan y un modo de concebir la relación entre el profesor y los alumnos"* (Martínez Bonafé, 1992, pp. 8-13).

Gimeno Sacristán (1988) resalta *"la importancia de la función asignada a los materiales curriculares y subraya los condicionantes que su uso impone tanto al profesor como al alumno"* (en Prendes, M. 2001, p. 3).

Hay que resaltar también, siguiendo a Angulo Rasco, el discurso técnico-administrativo que transmiten los libros de texto y que se sustancia en la programación, los modelos tecnológicos para el diseño didáctico y las taxonomías para la organización y secuenciación de objetivos y contenidos (Angulo Rasco, J.F. 1991, pp. 315-342).

Agustín Escolano, señala que "*el libro de texto es un soporte curricular, a través del cual se vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir. Por otra parte, es un espacio de memoria como espejo de la sociedad que lo produce, en cuanto en él se representan valores, actitudes, estereotipos e ideologías que caracterizan la mentalidad dominante de una determinada época*" (Escolano, 2009, p. 172). En cuanto a la relación entre currículo y libro de texto, señala que "*Un texto puede llegar a constituirse en el mismo currículo, y hasta llegar a suplantar al programa educativo prescrito por la Administración*" (Escolano, 2009, p. 176). En cuanto al rol del profesor y la organización del trabajo en el aula y su relación con el libro escolar, Escolano señala que "*El manual escolar es un sintetizador de la cultura profesional de los enseñantes*" (Escolano, 2009, p. 169) y sigue diciendo "*todo libro es un conjunto sistemático de datos seleccionados, ordenados y simplificados que pueden ser enseñados, su textualidad está dotada de autoridad, y constituye la tradición académica que más influye en la organización del trabajo educativo*" (Escolano, 2009, p. 176).

Desde el Ministerio de Educación y Ciencia español (R.D. 388/1992 de 15 de abril, BOE 23-4-92) se consideran como *"materiales curriculares los libros de texto y otros materiales que los profesores y los alumnos utilizan en los centros docentes, para el desarrollo y aplicación del currículo establecido oficialmente".*

3.1.3. Evaluación de libros de texto

Señala Escolano que "*El interés de los historiadores por los manuales escolares es, relativamente reciente*" y que se habían considerado como *"un cierto tipo de literatura didactizante, llena de errores y plagios, reduccionista en sus contenidos y moralizadora en sus fines, destinada sólo a servir de mediación para cubrir las ritualidades académicas del ordenamiento pedagógico y del oficio del profesor*"

(Escolano, 2009, p. 170). Reconoce sin embargo que hoy en día "*hay un inusitado interés por el estudio del libro escolar y sus relaciones con los contextos de producción, uso y consumo del mismo*" y dice que "*desde la década de los noventa del último siglo se está configurando toda una corriente, que se define como un intento de exhibición pública, conforme a criterios historiográficos y sistemáticos, de los libros y documentos en que se objetiva la memoria empírica de la educación*" (Escolano, 2009, p. 171).

Por todo ello, los manuales escolares se vienen analizando y evaluando desde hace varios años y su estudio está considerado como campo de investigación, tanto en lo que se refiere a su relación con el currículo, como en lo que se refiere a la historia y epistemología, y también en el aspecto relacionado con la transmisión del conocimiento. A este respecto señala Escolano que "*se está generando un nuevo ámbito disciplinario que podría ser acogido, bajo el término "manualística", y que agruparía todo el conjunto de estudios en torno a la historia de los modos de diseño, producción y uso de libros escolares*" (Escolano, 2009, p. 172).

Los libros han de evaluarse en su contexto social, en el cual se definen unos valores. Pero la escala de valores de una sociedad va evolucionando y cambiando con ella, de tal modo que los libros de texto han de ir actualizándose.

- Algunos modelos

Maillo (1973) señala, entre otros, la atención a las características didácticas: método, elementos motivadores, ejercicios, evaluación (en Prendes, M. 2001, p. 10).

Bernard Mainar (1979) propone los siguientes criterios básicos de evaluación (en Prendes, M. 2001, p. 11).:

1º Postulados educativos generales:

- Concepto general de educación que presenta
- Adecuación al perfil psicológico del alumno
- Concepción del texto "abierto" (si presenta referencias y llamadas a otras fuentes de información) o "cerrado"

2º Programación del proceso de aprendizaje:

- Objetivos
- Contenido (valor científico, estructura)
- Metodología (motivación, creatividad, personalización, globalización, transferencia de aprendizaje, lenguaje)
- Evaluación (tipo y adecuación)

3º Cumplimiento de la normativa legal vigente

La UNESCO encarga a Richaudeau en 1981 un estudio para la elaboración de una guía práctica para la creación y producción de manuales escolares en el que se señala como difícil o imposible concebir un mismo cuestionario que permita calificar a la vez un manual de historia y un manual de matemáticas, un curso tradicional y un curso programado.

Ferrández y Sarramona (1984) acentúan la enorme proliferación de editoriales que publican textos escolares y dicen que es reflejo del crecimiento desorbitado de la información impresa.

Hartley (1986) dice que en la evaluación de los contenidos se deben analizar las situaciones de resolución de problemas, la secuencialidad de los contenidos, la claridad de las exposiciones y la organización de los capítulos. En cuanto a las ilustraciones señala que se debe ver si añaden información y, su colocación cercana al texto de referencia.

Martínez Santos (1987) señala en cuanto a la planificación de las actividades: el nivel de motivación, nivel de participación, nivel de elaboración de resultados, modalidad y la conceptualización (en Prendes, M. 2001, p. 13).

Martínez Bonafé (1992) señala siete tópicos a evaluar en un libro de texto (en Prendes, M. 2001, p. 15):

- Modelo pedagógico, finalidades educativas y principios curriculares
- Cultura y valores
- Estrategias didácticas
- Modelo de profesionalidad docente implícito
- Sugerencia de tareas organizativas que implican al centro
- Evaluación del material
- Vinculación con programas de formación

En la propuesta de guía de evaluación realizada por Prendes Espinosa, M.P. (2001) se recogen:

1º Análisis de contenidos:

- Conceptos básicos
- Adecuación a demanda curricular
- Valor en relación a objetivos curriculares
- Adaptación a contexto socio-cultural e ideológico

- Coherencia en la estructura interna (secuenciación)
- Adecuación al nivel de los alumnos
- Actualidad
- Densidad de información

2º Texto:

- Lenguaje y Legibilidad

3º Ilustraciones

4º Ejercicios, actividades:

- Frecuencia
- Adecuación a contenidos y objetivos
- Adecuación a alumnos (grados de dificultad)
- Propuestas ajenas al uso del propio libro

5º Aspectos generales:

- Análisis ideológico/axiológico (currículo oculto)
- Carácter abierto o cerrado (flexibilidad de uso)
- Modelo de enseñanza
- Recursos motivadores
- Guía del profesor (orientaciones didácticas)

González Astudillo, M. y Sierra Vázquez, M. (2004), proponen un análisis de textos (de matemáticas) dividido en categorías y dimensiones, que son las siguientes:

1º Sintáctica:

- Estructura del problema
- Descripciones teóricas
- Símbolos utilizados en las tablas
- Tipos de expresiones simbólicas

2º Semántica:

- Fenomenología
- Tipos de descripciones
- Tipos de tablas
- Tipos de gráficas
- Significado de las expresiones simbólicas

3º Pragmático-didáctica:

- Función de los ejercicios

- Papel de las definiciones
- Actividades relacionadas con las tablas
- Actividades gráficas
- Papel de las expresiones simbólicas

4º Socio-cultural:

- Influencia social y adaptación al currículo
- Influencias didácticas
- Aplicación de las tablas
- Presentación de las gráficas (estática/dinámica)
- Complejidad de las expresiones simbólicas

3.1.4. Críticas al libro de texto

Vamos a señalar algunas de las críticas que han recibido los libros de texto:

a) Ya hemos señalado más arriba la referencia (Martínez Bonafé, 2002) al *"gran negocio editorial con importante influencia en las políticas educativas de los gobiernos"*. Señala que en el mercado español en ningún caso la oferta es inferior a 16 títulos para una misma asignatura (Martínez Bonafé, 2002, p. 22).

También señala este autor que *"el libro de texto define un enfoque tecnológico de la enseñanza, es portador de ideología y catalizador de una forma hegemónica de entender la enseñanza y el aprendizaje"*.

"El libro ofrece una secuenciación de objetivos, contenidos y actividades de enseñanza y aporta pruebas de evaluación estructuradas según el modelo con que se ha desarrollado el material. Por lo tanto sustrae al profesor la responsabilidad de la reflexión".

b) También señala Martínez Bonafé *que: "Además tiene efectos sobre la profesión docente al ser una preelaboración del currículo que transmite unas determinadas tareas y prescripciones administrativas. El libro de texto hace que el saber docente sea repetitivo y rutinario dificultando la posibilidad de desarrollo profesional. Planificación y ejecución se separan y el trabajo del profesor es expropiado de su propio control profesional"* (Martínez Bonafé, 2002, pp. 60-80).

Según Martínez Valcárcel (2002), *"el libro de texto ha contribuido a la desprofesionalización docente, ya que ha renunciado a labores de planificación didáctica, que le corresponden en su perfil profesional, delegando esta tarea en el libro de texto"*

c) Según, Simone *“el libro de texto es uno de los instrumentos para conseguir que la escuela como Institución nos proteja del conocimiento”*. Para Simone, la escuela *“no es el lugar de la movilidad del conocimiento, sino el lugar en el que algunos conocimientos son transmitidos y clasificados”* (Simone, 2000, pp. 85-86).

Según Thom, *“tan pronto como alguien utiliza un libro de texto, establece un didactismo, un academicismo, aunque el libro se haya escrito para promover la investigación individual”* (Thom, R. 1973, p. 196).

En la época de la “matemática moderna” y en concreto en su introducción pionera en Francia, los primeros textos de matemáticas escolares, recibieron numerosas críticas que llevaron a su calificación por parte de la Academia de Ciencias, como “*de textos aburridos o aberrantes, conducentes a una enseñanza deficiente”* (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 352). A la elaboración de manuales “*cuyos autores se considerarían deshonrados si diesen una sola definición menos que sus competidores (aunque esa definición no vuelva a aparecer en el resto del libro)*” (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 364).

Aunque no son libros de texto, las tecnologías didácticas que para la enseñanza en general, y para la enseñanza de las matemáticas en particular, existen hoy en día son diversas y en general independientes del contenido didáctico a enseñar, tales como los medios audiovisuales y la informática educativa. En el caso de esta última y en el campo de las matemáticas hay que reconocer que el software educativo es cada vez más sencillo de utilizar, se integra de una manera natural en el contexto de la clase, la hace más intuitiva y permite la manipulación y simulación digitales, siendo por lo tanto, directamente aplicable en la clase de matemáticas. Es por ello que hay docentes que fundamentan su clase, no en el libro de texto, que pasa a ser un recurso auxiliar usado tal vez como elemento de apoyo para realizar y consolidar algunos ejercicios y tareas, sino en la diversidad de elementos didácticos extraídos de diferentes entornos tecnológicos. Esto último da frescura, flexibilidad a la clase, la vuelve más amena, motivadora, dando además una sensación de actualidad y de estar al día.

3.2 ANÁLISIS DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS. HISTORIA Y SITUACIÓN ACTUAL.

Siguiendo a Schubring (1987), podemos afirmar que las leyes, ordenes, decretos…y demás desarrollo legislativo, no tienen tanta influencia en la práctica de la enseñanza, como la tienen los libros de texto utilizados en el aula. Tal y como señala

Richaudeau, en la mayor parte de los casos es el libro de texto el que condiciona la enseñanza, en lugar de ser una herramienta más de las muchas posibles. Es el tercer nivel de concreción lo que principalmente condiciona lo que al final se enseña.

Sin embargo hay que señalar que aún hoy, en determinados niveles de la enseñanza secundaria, y en la enseñanza de los últimos cursos del bachillerato y COU anteriores, el libro de texto de matemáticas jugaba un papel auxiliar al servir básicamente para proporcionar listas de problemas y alguna ilustración o gráfica que aclarase los conceptos explicados por el profesor y tomados en apuntes por los alumnos.

Schubring estudió la metodología para el análisis histórico de los libros de texto y recalca la importancia de una aproximación global en la que se analicen las sucesivas ediciones del libro de texto, se estudien los cambios introducidos y se relacionen estos cambios con los programas, la evolución de la matemática y de su didáctica, la epistemología y la contextualización de los contenidos.

Aunque cada vez son más los trabajos de investigación que han tenido como objeto de estudio el análisis de los libros de texto, no lo son tantos aquellos en los que se han estudiado los textos de matemáticas. Son trabajos de análisis de manuales escolares que han dado lugar a artículos, comunicaciones, exposiciones, tesis,….

"El libro de texto es un "hecho empírico" sobre el que se elaboran desde la investigación experimental enunciados generalizables" (Zuev, 1988; en Martínez Bonafé, J. 2002, p. 51).

- <u>Análisis de textos como campo de investigación</u>

En las clasificaciones de investigaciones curriculares en educación matemática aparece como una de las variables los libros de texto. Esto es así, en la realizada por Begle en 1979, donde aparecen, entre otras, las siguientes:

- Textos escolares editados comercialmente
- La presentación formal de los contenidos
- Los textos alternativos para proyectos de innovación
- La secuencialidad en la presentación de los contenidos
- Las características de los textos

En la clasificación realizada por Keitel (1982, pp. 257-267), aparecen:

- Textos: se integran en esta categoría las variables: textos comerciales, textos alternativos, programas de instrucción especial y características de los textos.

En el caso español Rico hace una clasificación de investigaciones en educación matemática, que incluye dentro de lo que el denomina el nivel de diseño curricular:

- *“El campo de la preparación de materiales curriculares y la selección de medios, modelos y recursos para el aula. Se incluyen aquí estudios sobre libros de texto, su estructura, composición, ilustraciones, vocabulario y empleo de modelos y materiales”* (Rico, 2007, p. 270).

Además, constituyen un campo de estudio en Didáctica de la Matemática, tal y como lo señalan varios autores. Por ejemplo, Rico, Sierra y Castro (2000), señalan que los tres campos de actuación que constituyen la Educación Matemática son: *“La transmisión del conocimiento matemático en los sistemas educativos; la formación, actuación y desarrollo del profesorado y, la fundamentación y teorización de los fenómenos derivados de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”*

Según Biehler et al., (1994), “*Las grandes áreas de problemas de investigación en Didáctica de la Matemática, se clasifican, desde un punto de vista general, en: Currículum de Matemáticas, Formación del Profesorado, Historia y Epistemología; Interacción en el aula, Materiales y Recursos, Cognición matemática, Necesidades especiales y Etnomatemáticas*”.

Vea Muniesa, señala en relación con los textos de matemáticas y más centrado en el siglo XIX, *“la importancia que el estudio de los libros de texto tiene para el conocimiento específico, interno y formal de la educación matemática impartida en cada momento, no sólo en cuanto a los contenidos y su ordenación, sino en cuanto a métodos de exposición, orientaciones pedagógicas, carácter teórico-práctico, lenguaje matemático utilizado, predominio de unos contenidos sobre otros, y tantos otros parámetros que nos descubre la observación de cualquier obra impresa”* (Vea Muniesa. 1995, p. 37).

Howson (1995) distingue dos clases de análisis:

a) A priori: son numerosos y consisten en analizar el desarrollo en los textos de los programas oficiales. Para este análisis es fundamental el concepto de transposición didáctica desarrollado por Chevallard (1985). Este concepto no es más que el reflejo del saber académico (savoir savant) en el saber escolar (savoir enseigné) que es el que contienen los libros de texto.

b) A posteriori: aunque hay cada vez mas estudios de este tipo son más escasos que los anteriores. Se refieren a la forma de usar el libro de texto, a las dificultades que surgen en su aplicación en el aula, a su contribución al proceso de aprendizaje. Es decir al estudio de su utilización práctica como instrumento didáctico.

- <u>Algunas investigaciones realizadas sobre textos de matemáticas</u>

En el caso francés, Choppin (1992) publicó un balance bibliométrico de la investigación francesa sobre la historia de los manuales escolares, atribuyendo la escasez de trabajos en torno a los textos de matemáticas, como ya es clásico, a la falta de interés de los matemáticos por este tema o a la escasa formación matemática de los investigadores de la didáctica en general.

Hay otros autores que han centrado sus investigaciones en aspectos como los siguientes:

- Lenguaje utilizado, legilibidad (Tavignot, 1993)

- Interpretación en los textos del conocimiento académico (Otte, 1986)

- Construcción del lenguaje matemático en los textos (Sanz, I. 1995). Señala la importancia del uso de esquemas gráficos ficticios –imaginarios, sin conexión con la realidad exterior─, que faciliten el paso de la representación mental a la representación gráfica, a través de la verbal.

También se han clasificado los elementos imprescindibles en un libro de texto de matemáticas (Dormolen, 1986) y se habla de cuatro elementos que interactúan: el alumno, el autor, el profesor y el propio libro. Al interactuar entre ellos dan lugar a uno u otro proceso de aprendizaje (Lowe, 1996).

Por fin Howson (1995) hace un estudio comparativo sobre los textos para alumnos de 13 años de ocho países diferentes, publicado en TIMSS (Third Internacional Mathematic and Science Study).

Hormigón, Vea Minuesa y Arenzana han analizado los textos de matemáticas producidos en España durante los siglos XVIII y XIX, desde distintos puntos de vista, tanto en su relación con los conocimientos de la época, como con los textos producidos en Europa y sus influencias, como con la normativa legal del momento.

En concreto Arenzana, sostiene que "*hay tres diferencias sustanciales entre los textos del siglo XVIII y los actuales: proximidad temporal con la creación de los conceptos, ausencia de un principio unificador que enmarque la parte expositiva y la introducción histórica de conceptos y teorías*" (Vea Muniesa, 1995, p. 152).

González Astudillo, M. y Sierra Vázquez, M. (2004), hacen una propuesta de análisis de textos de matemáticas que se basa en los modos de representación (Janvier, 1987), que son: descripciones verbales, tablas de datos, representaciones gráficas y expresiones simbólicas. Pero también proponen estudiar el sistema matemático de signos, a través de sus aspectos sintáctico, semántico, pragmático y sociocultural (Rojano, 1994). Desdoblando las descripciones verbales, según sea el caso, en teoría y práctica y combinando las clases anteriores, obtienen una parrilla de 20 celdas (descritas anteriormente) que les permite clasificar los libros en tres categorías: expositivos, tecnológicos y comprensivos.

En investigaciones realizadas en España por Cantarero, J. (2000) se demuestra que los libros no explicitan, ni problematizan su teoría pedagógica (en Martínez Bonafé, J. 2002, p. 67). Así mismo constata este autor que, por encima de retóricas reformistas, los libros de texto han sufrido escasas modificaciones en los últimos años (Cantarero, J. 2000).

- Mercado editorial

Respecto al mercado de libros de texto conviene aportar unos sucintos datos (fuente: Ministerio de Cultura):

Tabla 3.1. Datos del mercado editorial español

	ISBNs inscritos				
Subsectores	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**
Libros de Texto	12.558	13.104	11.104	12.002	13.917
Materias	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**
Enseñanza Educación	14.651	15.284	13.159	13.856	16.647
Porcentaje	**86%**	**86%**	**84%**	**87%**	**84%**

El año 2008 se inscribieron 12.363 ISBN para el subsector “Libros de texto” de un total de producción para “Enseñanza y Educación” de 14.960 títulos, lo que viene a representar una tendencia confirmada en los últimos años en la que el porcentaje de los libros de texto viene siendo en torno al 83% de los libros publicados en el subsector de Enseñanza. A la vez se ha dado una concentración empresarial, pasando de 70 empresas que operaban en este mercado editorial en 1974, a menos de la mitad en el año 2000.

En el caso de las matemáticas, para el curso 1º de la ESO había 21 textos distintos en el año escolar 96-97 (Martínez Bonafé, J. 2002, p. 84).

Por otra parte, y la evolución es clara en el área de matemáticas, se ha pasado del libro de autor al libro de editorial. Los equipos de autores, personas conocidas y de prestigio dentro del área y de diferente procedencia geográfica, son fichados por una editorial que marca la política de reediciones y con ello impone en cierta medida el contenido didáctico del libro.

3.3. DISEÑO METODOLÓGICO

Por lo que respecta al conjunto de libros de texto que son objeto de nuestra investigación, los seleccionaremos con arreglo a los siguientes criterios:

a) Libros que han sido de uso bastante generalizado, por haber sido libros de autor o pertenecientes a Editoriales importantes.

b) Libros que han tenido continuidad en varios cursos y en más de un período.

c) Libros innovadores, que marcaron el camino de la reforma de la enseñanza de las matemáticas.

d) Además en el caso del euskera, utilizaremos el criterio de analizar desde los textos precursores de la enseñanza de las matemáticas en este nivel en euskera, hasta los textos actuales, viendo su evolución a través de los productos de varias editoriales.

En el análisis que efectuaremos, los libros de texto aparecerán cronológicamente y por editorial. El orden cronológico es el orden en el que aparecieron y por lo tanto parece natural que ese sea el primer criterio de ordenación para nosotros, porque además permite comparar las evoluciones metodológicas o curriculares introducidas en los textos. El analizar los textos de una editorial en bloque (p. ej. todos los de una serie de BUP y COU de una editorial) es porque son textos hechos por unos mismos autores y con una misma línea metodológica, y por lo tanto nos parece que lo adecuado es hacer el análisis en su conjunto, resaltando las características más importantes en cuanto a los epígrafes de nuestro método de análisis, y señalando si las hay, las especificidades de alguno de los textos. Además algunos de los autores han colaborado para la misma editorial en diferentes periodos y en diferentes series de libros, por lo que también se puede apreciar de este modo la evolución del autor en cuanto a su planteamiento didáctico.

Vamos a señalar para cada periodo los libros de texto a analizar:

A) Periodo 1970-1995

- Editorial Anaya (castellano):

- Etayo J., Colera J. y Ruiz A. Matemáticas 1º. Anaya. Madrid, 1976.
- Etayo J., Colera J. y Ruiz A. Matemáticas 2º. Anaya. Madrid, 1976.
- Etayo J., Colera J. y Ruiz A. Matemáticas 3º. Anaya. Madrid, 1977.
- Etayo J., Colera J. y Ruiz A. Matemáticas de COU. Anaya. Madrid, 1978.

▫ Elhuyar-1 (primeros textos en euskera; traducciones):

- Elhuyar Matematika Taldea. Matematika BUP 1. Elhuyar. 1979.
- Elhuyar Matematika Taldea. Matematika BUP 2. Elhuyar. 1980.
- Elhuyar Matematika Taldea. Matematika BUP 3. Elhuyar. 1981.
- Arenzana V., Buera P., Verge C. (Itzultzaileak: Alkain M., Carrascal B., Oñatibia I., Traductores) Matematika UBI. Elhuyar. 1982.

▫ Grupo Cero (castellano):

- Borrás E., Salvador A. y otros. Matemáticas de Bachillerato Volumen 1. Valencia. ICE. 1977.
- Borrás E., Salvador A. y otros. Matemáticas de Bachillerato Volumen 2. Valencia. ICE. 1978.
- Borrás E., Salvador A., Puig L. y otros. Estadística. Geometría y Cónicas. Valencia. ICE. 1980.

▫ Elhuyar-2 (textos originales en euskera):

- Aizpurua J.R., Eguren I., Enparantza R., Larrañaga P., Martinez M., Mendizábal X., Rodríguez I. Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 1. Elhuyar. 1984.
- Azkune I., Aizpurua J.R., Etxebarria J., Larrañaga P., Mendizábal X., Rodríguez I. Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 2. Elhuyar. 1985.
- Azkune I., Aizpurua J.R., Etxebarria J., Larrañaga P., Mendizábal X., Rodríguez I. Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 3. Elhuyar. 1986.
- Aizpurua J., Angulo P., eta beste batzuk. Matematika U.B.I. Unibertsitaterantz. Elhuyar. 1987.
- Aizpurua J., Angulo P., Rodríguez I. Matematika U.B.I. (II) C eta D aukerak. Elhuyar. 1989.

▫ Editorial Akal (castellano):

- Compostela B., González A., González J., Laborda M., Menéndez R. Matemáticas 1º BUP. Akal. Madrid. 1986.
- González A., González J., Laborda M. Matemáticas 2º BUP. Akal. Madrid. 1987.
- González A., González J., Laborda M. Matemáticas 3º BUP. Akal. Madrid. 1988.
- González A., González J. Matemáticas COU. Akal. Madrid. 1989.

▫ Editorial Anaya (castellano):

- Guzmán M., Colera J., Salvador A. Matemáticas Bachillerato 1. Anaya. Madrid. 1987.
- Guzmán M., Colera J., Salvador A. Matemáticas Bachillerato 2. Anaya. Madrid. 1987.
- Guzmán M., Colera J., Salvador A. Matemáticas Bachillerato 3. Anaya. Madrid. 1988.
- Guzmán M., y Colera J., Matemáticas I COU. Anaya. Madrid. 1989.
- Guzmán M., y Colera J., Matemáticas I I COU. Anaya. Madrid. 1989.

▫ Editorial Edelvives-Ibaizabal (euskera):

- Lazkano I., Barolo P. Matematikak BBB 1. Edelvives-Ibaizabal. Madrid. 1992.
- Lazkano I., Barolo P. Matematikak BBB 2. Edelvives-Ibaizabal. Madrid. 1992.
- Lopez Barriuso J. Matematikak BBB 3. Edelvives-Ibaizabal. Madrid. 1993.
- Lopez Barriuso J. Matematikak UBI. Edelvives-Ibaizabal. Madrid. 1995.

B) Periodo 1995-2005:

▫ Editorial Anaya-Haritza (euskera):

- Colera J., Oliveira M.J., García R. y Fernández S. Matematika I. Anaya-Haritza. Madrid. 2000.
- Colera J., Oliveira M.J., García R. y Fernández S. Matematika II. Anaya-Haritza. Madrid. 2000.
- Colera J., Oliveira M.J., García R. y Fernández S. Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika I. Anaya-Haritza. Madrid 2000.
- Colera J., Oliveira M.J., García R. y Fernández S. Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II. Anaya-Haritza. Madrid 2000.

▫ Editorial Edelvives-Ibaizabal (euskera):

- Cámara M.T., Monteagudo M.F., Paz J. Matematika I. Edelvives- Ibaizabal. Zaragoza. 1997.
- Monteagudo M.F., Paz J. Matematika II. Edelvives-Ibaizabal. Zaragoza. 2003.

Vamos a elaborar un "corpus documental" de los libros de texto analizados.

a) Tabla con niveles y editoriales:

Tabla 3.2 Libros de texto analizados por editorial y nivel

	EDITORIAL						
NIVEL	**Anaya**	**Elhuyar**	**Edelvives**	**Akal**	**Cero**	**Cenlit**	**Total**
1º BUP	2	2 (EUS)	1 (EUS)	1	1		7
2º BUP	2	2 (EUS)	1 (EUS)	1	1		7
3º BUP	2	2 (EUS)	1 (EUS)	1			6
COU	1		1 (EUS)	1		1 (EUS)	4
COU A-B	1	1 (EUS)					2
COU C-D	1	1 (EUS)					2
Matemáticas I	1 (EUS)		1 (EUS)				2
Matemáticas II	1 (EUS)		1 (EUS)				2
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I	1 (EUS)						1
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II	1 (EUS)						1
Estadística					1		1
Geometría-Cónicas					1		1
Total	13	8	6	4	4	1	36

En los libros señalados con EUS, se ha analizado el texto en euskera

b) Tabla con autores y niveles

Tabla 3.3 Autores de libros de texto por niveles

	1º BUP	2º BUP	3º BUP	COU	MATE I	MATE II	M. SOC. I	M. SOC. II	ESTA DISTICA	GEO CONI
Aizpurua, J.	1	1	1	2						
Angulo, P.				2						
Arenzana, V.				1						
Azkune I.		1	1							
Barolo, P.	1	1	1	1						
Borrás, E.	1	1							1	1
Buera, P.				1						
Cámara, M.T.							1			
Carrillo, M.	1	1							1	1
Casany, J.		1							1	
Colera, J.	2	2	2	3	1	1	1	1		
Compostela, B.	1									
Dopazo, J.	1	1							1	1
Eguren, I.	1									
Enparantza, R.	1									
Etayo, J.	1	1	1	1						
Etxeberria, J.		1	1							
Fernández, S.					1	1	1	1		
García, C.									1	1
García, R.					1	1	1	1		
González, A.	1	1	1	1						
González, J.	1	1	1	1						
González, M.	1	1								
Gozalbo, D.	1	1							1	
Guzmán, M.	1	1	1	2						
Hernán, F.	1	1							1	1
Laborda, M.	1	1	1							
Larrañaga, P.	1	1	1							
Lazkano, I.	1	1								
López, J.			1	1						
Martínez, M.	1									
Mendizabal, X.	1	1	1							
Monteagudo, F.					1	1				
Morata, M.		1							1	1
Oliveira, J.					1	1	1	1		
Paz, J.					1	1				
Puig, L.		1							1	1
Rodríguez, I.	1	1	1	2						
Ruiz, A.	1	1	1	1						
Salar, A.									1	1
Salvador, A.	2	2	1						1	1
Talens, V.	1	1							1	1
Verge, C.				1						

Se efectuará un análisis transversal de contenidos en los textos señalados. Se estudiará la transposición de esos contenidos oficiales en los libros de texto, analizando sus principales características y su evolución. Se trata de examinar, tema por tema, la forma de desarrollar los contenidos en los textos, tanto desde el punto de vista teórico, como estudiando los tipos de ejercicios y problemas que se plantean o las actividades complementarias y de evaluación que se incluyan.

Se analizarán los textos de COU y 2º de Bachillerato en relación con las pruebas de selectividad; viendo si en los textos se incluyen ejercicios de selectividad, analizando cuáles y de qué tipo, y estudiando el reflejo y la influencia de la selectividad en la redacción de los textos.

Como ya se ha indicado en el modelo teórico, la resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento y por ello analizaremos los ejercicios y ejemplos que se incluyen en los libros de texto.

Siguiendo la literatura que sobre análisis de textos escolares recogemos en la bibliografía y conforme a lo señalado en el apartado correspondiente, proponemos estudiar los textos a través de: Lenguaje simbólico, lenguaje gráfico, presentación de contenidos, ejercicios y actividades propuestas y tratamiento del idioma utilizado en su caso.

Realizaremos tres tipos de análisis que son:

a) Análisis conceptual: que se refiere a cómo se define y organiza el concepto a lo largo del texto, representaciones gráficas y simbólicas utilizadas, problemas y ejercicios resueltos o propuestos, así como ciertos aspectos materiales de los libros de texto que determinan la presentación del concepto.

b) Análisis didáctico-cognitivo: se refiere tanto a la explicitación de los objetivos que los autores pretenden conseguir como al modo en el que se intenta que el alumno desarrolle ciertas capacidades cognitivas (Duval, 1995).

c) Análisis fenomenológico: se caracteriza por los fenómenos que se toman en consideración con respecto al concepto en cuestión. Es decir los diferentes usos que de un concepto son utilizados. Se considera el análisis fenomenológico didáctico (teoría de Freudenthal, 1983), en el que intervienen los fenómenos que se proponen en las secuencias de enseñanza que aparecen en los libros analizados (Puig, 1997). Según Freudenthal el estudio de la fenomenología de cada campo conceptual y su empleo sistemático durante los procesos de enseñanza es un factor decisivo para el logro de una correcta comprensión y un aprendizaje completo (en Rico, L. 2007, p. 396).

Vamos a precisar algunos de los términos que para el análisis de textos utilizaremos, tanto en el análisis descriptivo, como en los comentarios que siguiendo los apartados anteriores hagamos sobre los textos.

1. *Notación, simbolismo y lenguaje matemático*: un símbolo es algo visible conectado mentalmente a una idea; un único símbolo puede emplearse para varios conceptos; la notación es el simbolismo empleado para expresar una idea de modo preciso y breve (es una especie de abreviatura); el uso de la notación matemática ayuda a reducir el esfuerzo cognoscitivo y puede tener una influencia directa en el desarrollo de las ideas.

Pero los símbolos en matemáticas han recorrido un largo camino y ha costado que su aceptación sea general. Baste citar a Hobbes que decía que *"los algebristas confunden los símbolos con la geometría y describía la obra de John Wallis sobre el tratamiento algebraico de las cónicas como un libro canallesco y como un amasijo de símbolos"* (Montesinos Sirera, 2000, p. 102).

Las matemáticas escritas con símbolos pueden traducirse al lenguaje natural de la persona. Si los símbolos se aprenden a través de situaciones irrelevantes, su conocimiento es superficial y puede desorientar y confundir a los alumnos.

El lenguaje simbólico utilizado por los profesores de matemáticas y en los libros de texto es de elevada categoría, en general es refinado y producto de sucesivas redacciones y se espera que sea perfecto. Esto contrasta con el utilizado por los alumnos y supone un gap para la comprensión. En los textos aparecen símbolos de varios alfabetos, se incluyen signos de puntuación con significados distintos de los habituales y se utilizan símbolos inventados para designar operaciones y relaciones. También el Informe Cockroft señala en el párrafo 306 que "*el lenguaje desempeña un papel esencial en la formulación y expresión de las ideas matemáticas*".

Acabamos este párrafo con la siguiente cita del filósofo Wittgenstein: "*Comprender un lenguaje significa dominar una técnica*" (en, Pimm., D. 1990, p. 274)

2. *Algoritmo*: es un conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema. Un algoritmo es el camino del mínimo esfuerzo para la resolución de un problema. Supone una economía de medios y su esencia es la repetición. Supone la realización de una serie de instrucciones.

3. *Técnicas*: son hechos numéricos, procedimientos de cálculo y en general procedimientos que se puedan desarrollar con el uso de rutinas.

4. *Estructuras conceptuales*: son cuerpos de conocimientos interrelacionados entre sí; incluyen las rutinas requeridas para el ejercicio de las técnicas. Se les denominan también esquemas conceptuales. Las funciones de los esquemas son integrar conocimiento existente y ser un instrumento mental para la adquisición de nuevo conocimiento.

5. *Razonamiento formal*: considerar la forma de un argumento independientemente de su contenido.

6. *Sistema axiomático y razonamiento deductivo y definiciones*: los conceptos fundamentales de las matemáticas son indefinibles y han de ser postulados; a partir de ahí y utilizando principios lógicos se deducen las demás proposiciones. Las definiciones de conceptos evitan la repetición de perífrasis en enunciados o razonamientos. Solo deben darse si van a utilizarse posteriormente.

7. *Rigor*: siguiendo al matemático R. Thom diremos *"que no existe una definición rigurosa del rigor. Una demostración es rigurosa, si es capaz de suscitar en cualquier lector suficientemente instruido y preparado, un estado de ánimo que le lleve a mostrarse de acuerdo"* (Piaget, Choquet, Dieudonné, Thom y otros. 1978, p. 122). A cada nivel le corresponde su propia forma de exactitud (o de rigor). Cuenta Sixto Ríos que *"el concepto de límite, basado en* (ε, N)*, señala el paso de la Aritmética al Análisis Matemático. Su formulación rigurosa en la forma actual, que elimina toda idea de movimiento, fue lograda por Cauchy y costó siglos a los matemáticos que se ocuparon de ello desde las famosas paradojas de Zenon"*. (Ríos, S. 1973, p. 18).

Baste esto como ejemplo de lo que alcanzar el grado actual de rigor ha supuesto en la historia de las matemáticas y en su enseñanza, porque tal y como dice Sixto Ríos en la obra citada *"no es extraño que el alumno tenga ciertas dificultades para comprender la definición de límite"*.

8. *Matemáticas contextualizadas*: el contexto puede ser una tarea práctica, o una necesidad percibida por los alumnos o un concepto matemático en sí mismo. La comprensión de los conceptos se facilita utilizándolos en diferentes contextos. Deben seleccionarse problemas contextuales que permitan una amplia variedad de procedimientos de solución.

9. *Aplicabilidad de las Matemáticas*: está en relación directa con el mundo de fenómenos a los cuales modeliza. O también, un concepto matemático o técnica matemática es aplicable cuando es transferible a diferentes contextos de utilización.

■ **Esquema utilizado en nuestro análisis**

El esquema que para analizar cada bloque de textos vamos a utilizar es el siguiente:

1. Datos de carácter general

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

2.2. Tratamiento Didáctico

2.3. Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

2.5. Otros aspectos

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

3.2. Lenguaje escrito

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

3.3.4. Color y tratamiento digital

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

4.3. Selectividad

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

5.1. Continuidades

5.2. Rupturas

5.3. Innovaciones

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

6. Tratamiento del euskera

Además utilizamos para cada bloque de textos unas fichas resumen denominadas "ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS", que son fichas que contienen los siguientes apartados:

- Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático
- Lenguaje Gráfico-Simbólico

- Problemas y Ejercicios
- Modelo de Enseñanza-Aprendizaje

Dentro del Modelo de Enseñanza-Aprendizaje, se clasificarán los textos en relación con los siguientes subapartados: Modelo (propiamente dicho), Enfoque, Tipo de Texto, Aprendizaje, Tendencia y Metodología. Consideraremos las siguientes posibilidades:

Tabla 3.4 Modelos de Enseñanza - Aprendizaje

MODELO DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE		
MODELO	Positivista	Empírico
	Racionalidad Tecnológica	Resolución de Problemas
		Ejercicio de la razón práctica
ENFOQUE	Conductual	Integrado
	Instrumental	Constructivista
	Funcional	Intuitivo
TIPO TEXTO	Expositivo	Tecnológico
	Clásico	Innovador
	Tradicional	Experimental
APRENDIZAJE	Transmisivo	Por descubrimiento
	Práctico	Resolución de Problemas
		Análisis de situaciones
TENDENCIA	Formalista	Innovadora
	Estructuralista	Empírica
	Tradicional	Tecnológica
MÉTODO	Hipotético – Deductivo	Deliberativo – Reflexivo
	Lógico - Deductivo	Intuitivo

Los términos que corresponden a alguna de las categorías, tienen pequeñas diferencias de matiz entre ellos, pero los hemos considerado como sinónimos y por tanto hemos utilizado indistintamente uno u otro.

Definamos los conceptos tipo:

1. MODELO

a) Positivista: “Analizan los hechos reales verificados por la experiencia mediante el método científico”

b) Racionalidad tecnológica: “Entiende la práctica educativa como un problema técnico”

c) Empírico (Resolución de problemas, ejercicio de la razón práctica): “El interés práctico es la comprensión del entorno y se enfrenta al alumno a situaciones reales, complejas y de la experiencia”

2. ENFOQUE

a) Conductual: “Transfieren los conocimientos del saber científico e intentan que el alumno se comporte de una manera determinada ante este saber transmitido”

b) Instrumental (funcional): “Formación dirigida al conocimiento de conceptos básicos y dominio de destrezas”

b) Enfoque Integrado (constructivista, intuitivo): “La formación se basa en la creatividad y en la mejora del pensamiento del alumno y de su autonomía”

3. TIPO DE TEXTO

a) Expositivo (academicista, tradicional): “Se expone una teoría cerrada construida por expertos”

b) Tecnológico: “Textos de gran calidad técnica, que desarrollan el currículo recogiendo las innovaciones generalmente aceptadas, basado en desarrollos prácticos y con el tratamiento teórico imprescindible”

c) Innovador (experimental): “Abren nuevas líneas para la presentación de determinados contenidos, o presentan materiales originales tratados con nuevas metodologías”

4. APRENDIZAJE

a) Transmisivo “Basado en la exposición de teorías y práctica mediante ejemplos”

b) Por descubrimiento (Resolución de problemas, análisis de situaciones): “Al alumno se le plantean situaciones y se le guía en su resolución”

c) Práctico: “Se enseñan técnicas y procedimientos directamente aplicables en diferentes contextos”

5. TENDENCIA

a) Formalista (estructuralista, tradicional): “La matemática dispone de métodos propios de pensamiento y razonamiento y llegar a comprenderlos es el objetivo de su enseñanza”

b) Innovadora: “El texto plantea situaciones nuevas y ensaya líneas metodológicas diferentes. Se elige para las actividades matemáticas el entorno de la experiencia de los alumnos”

c) Empírica: “El alumno experimenta para llegar al conocimiento”

d) Tecnológica: “Textos en los que se transmiten los conceptos fundamentales de manera directa y práctica. Contemplan aspectos lúdicos y motivadores y la utilización de recursos multimedia y aplicaciones informáticas”

6. MÉTODO

a) Lógico – Deductivo (hipotético – deductivo): “Se parte de unos axiomas y definiciones para mediante las reglas de la lógica llegar a deducciones válidas”

b) Deliberativo – reflexivo (intuitivo): “Se parte de lo próximo y conocido para mediante la razón práctica y la intuición llegar al aprendizaje”

Para finalizar el capítulo debemos observar que el método de análisis de textos propuesto en nuestra metodología, nos permite explicar la evolución de la disciplina en el periodo considerado, nos permite también efectuar el análisis de la plasmación práctica del currículo, las propuestas metodológicas recogidas explícitamente o no en los libros de texto y la comparación entre ellas. También nos va a permitir analizar la relevancia dada a los contenidos incluidos en los textos, la evolución que experimentan, conceptos que son relevantes en una época, o para unos autores, pero no en otra época o para otros autores. El sentido práctico de los textos también puede ser directamente analizado con nuestra metodología, pues es un apartado a realizar en todos nuestros análisis de forma sistemática, entendiendo la practicidad, no sólo en relación al número de prácticas propuestas, sino también en relación a las aplicaciones prácticas de las matemáticas que se proponen.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS

4.1. <u>TEXTOS - LGE – 1. ANAYA</u> (1976 – 1980)

1. Datos de carácter general

- Matemáticas 1º (1976). Autores: Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz. Editorial Anaya. Pág. 406.

- Matemáticas 2º (1977). Autores: Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz. Editorial Anaya. Pág. 274.

- Matemáticas 3º (1980). Autores: Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz. Editorial Anaya. Pág. 326.

- Matemáticas COU (1980). Autores: Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz. Editorial Anaya. Pág. 463.

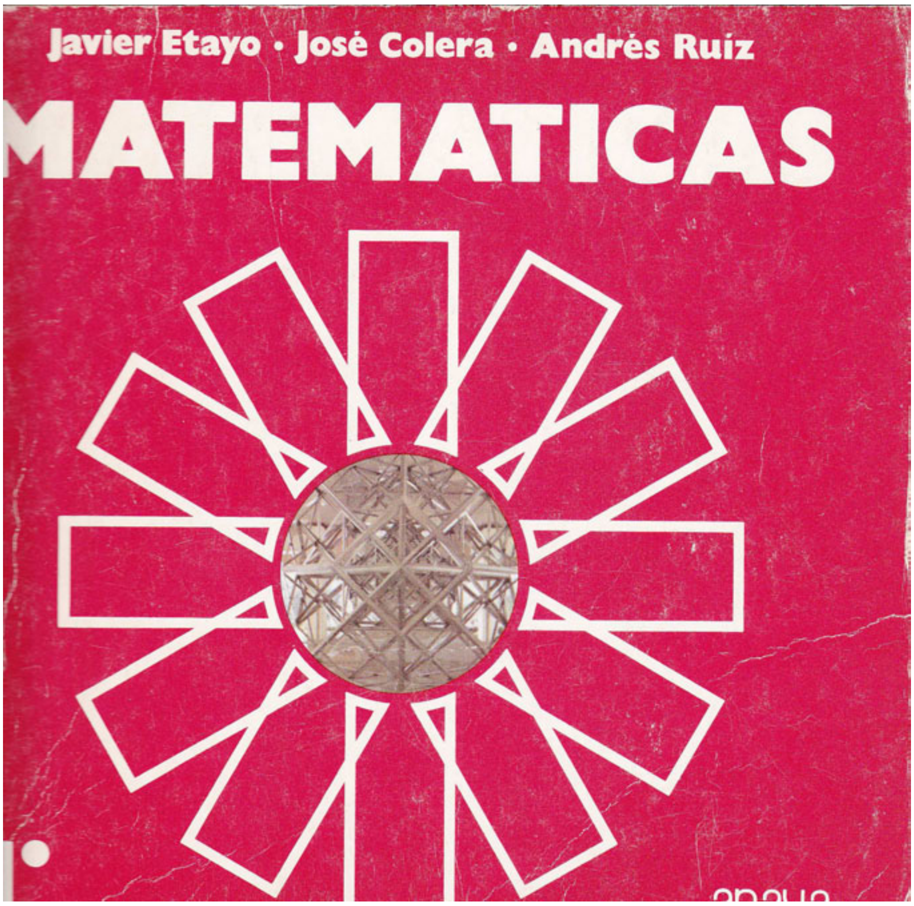


Figura 4.1 Libro de texto de Matemáticas 1º. Javier Etayo

Tabla 4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS – Matemáticas BUP y COU – Editorial ANAYA

Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Se enseñan las matemáticas oficiales elaboradas por la comunidad científica - Todo el edificio se sustenta en sus aspectos lógico-deductivos - Las propiedades y teoremas se demuestran con rigor - El concepto de “elegancia” matemática es leitmotiv para la introducción de algunas teorías y demostraciones - El aspecto pedagógico se limita a proponer distintos puntos de vista que justifiquen la introducción de conceptos, a resolver ejemplos que guían las demostraciones posteriores y a la práctica mediante ejercicios que facilitan el aprendizaje - El esfuerzo individual es fundamental para avanzar en el aprendizaje - Se resaltan algunas aplicaciones de las matemáticas y se consideran a éstas también como elemento cultural - Se prepara al alumno para posteriores retos y los temas quedan abiertos a otros enfoques y ampliaciones	- El lenguaje gráfico acompaña a las propiedades y ejemplos, siendo su función la de facilitar la comprensión - No hay gráficos cuyo contenido sea lúdico o motivador o que no sean en cierto sentido matemáticos - No hay fotografías, ni ilustraciones a color (tipo viñeta o cómic) - Tablas de doble entrada, diversos tipos de diagramas (sectores, árboles, histogramas), gráficas de funciones, diagramas de Venn - Profusa utilización del lenguaje lógico-formal y abundancia de demostraciones - Se utilizan tres colores, y se recuadran definiciones y propiedades. Las páginas del final de cada lección, que contienen los ejercicios son de color negro	- Hay un esfuerzo por elegir buenos ejemplos que den lugar a la introducción de conceptos y propiedades - Sirven de guía previa a las demostraciones de las propiedades y teoremas - Se utilizan también para profundizar y ampliar aspectos de la teoría - Los hay manipulativos para el aprendizaje de destrezas, pero también de tipo general, no concretos y más teóricos - Hay ejercicios a lo largo de los temas, al final de los mismos y una colección de ejercicios de ampliación y profundización al final del libro	- Modelo: Racionalidad tecnológica - Enfoque Instrumental - Texto adaptado a la matemática moderna - Aprendizaje: Práctico-transmisivo - Tendencia formalista - Método lógico-deductivo - Tratamiento formal en el desarrollo matemático de propiedades y teoremas.

Los textos cubrían los programas oficiales de BUP y COU, están redactados en castellano y tuvieron sucesivas ediciones y amplia difusión en el mundo educativo, aunque sin llegar a monopolizar el mercado editorial, que en esos años se encontraba muy segmentado.

Son textos que ya no son de un único autor, como se estilaba en los textos justo de la época anterior y con ellos las grandes editoriales comenzaban a renovar y extender sus mercados al ámbito educativo, conscientes del incremento de ventas que en este campo se iba a producir.

Los autores eran profesores de universidad y de instituto, con renombre y tradición, tanto pedagógica, como profesional en el ámbito universitario. Eran por una parte un experimentado catedrático de Universidad, Javier Etayo, con numerosas publicaciones tanto científicas como didácticas y dos jóvenes profesores de instituto, José Colera y Andrés Ruiz, que comenzaban una prolija producción de textos y una andadura con la editorial Anaya, que les convirtió en referencia para la enseñanza de las matemáticas y para su innovación.

Los textos comenzaban a cambiar de apariencia, en cuanto al volumen, a la presentación cuidada y esmerada de los temas, a la tipografía utilizada, a los colores, que en estos textos se reducen a tres (dos en el de COU) y a la inserción de gráficos, tablas y demás elementos auxiliares, que pedagógicamente tienen un gran valor y que suponen un gran esfuerzo de elaboración e impresión.

Los tres primeros libros, de 1º a 3º de BUP, constituyen un bloque en el que tanto la metodología utilizada, como el aspecto externo, la maquetación y las secciones de los capítulos son iguales. Son textos de formato apaisado, con pastas de color rojo, con hojas en las que hay amplios márgenes, a izquierda y derecha, que se utilizan para intercalar distintos tipos de información: ejercicios, ejemplos, definiciones, resúmenes, aspectos a resaltar, etc.

El texto de COU es totalmente diferente de los otros tres, tanto en su aspecto externo como en la distribución interna, como en la metodología utilizada. El libro no es de formato apaisado, sino normal; las pastas no son rojas, como en los otros tres volúmenes, sólo se utilizan en su interior dos colores, y no tres como en los otros y los ejercicios del final de cada tema no están impresos en hojas de distinto color. Además no hay márgenes especiales en las hojas; en resumen su apariencia es diferente, tiene el aspecto de un texto normal, al uso, un texto superior de matemáticas. La metodología utilizada en este texto de COU también ha cambiado: no siempre se introducen nociones con un ejemplo previo bien elegido, mediante el cual se ilustran los pasos teóricos posteriores de una manera concreta. Incluso la notación utilizada, por ejemplo en geometría, ha cambiado.

Los cuatro volúmenes cuentan con prólogos en los que los autores desarrollan su concepto de didáctica de la matemática. Extraemos las siguientes ideas:

1ª Se dice que el texto de 2º de BUP es una extensión del de 1º y puede considerarse como parte de una "*saga*" o "*novela-río*", que eran palabras de moda en aquellos tiempos, según nos dicen los autores.

2ª Lamentaban ya entonces los autores, la postración a la que se ha sometido a la geometría elemental en la enseñanza y consideran que su lugar debiera ser el bachillerato.

3ª Vuelven a incidir en la importancia del trabajo personal y el esfuerzo, que *"puede ser aliviado pero nunca abaratado"*, y hace que contemplemos el panorama con "*interés, gusto y satisfacción"*

4ª Antes de introducir un nuevo concepto hay que llegar a definirlo a través del análisis de casos, algunos cumpliendo la definición y otros que no la cumplen. Es decir se remarca de nuevo la importancia de los ejemplos introductorios.

5ª Se critica el aprendizaje de las matemáticas *"según pautas literarias, demostrando por analogías y utilizando un lenguaje aproximado"*. Frente a esto resaltan la *"univocidad de su lenguaje como una de las principales aportaciones de las matemáticas a la formación del alumno"*

6ª Insisten en que entender en matemáticas es saber hacer; saber reconocer si un objeto concreto responde o no a una definición y saber aplicarla a ejemplos concretos. Utilizan un símil diciendo que es "*como el que cree que ha aprendido a nadar leyendo un folleto de instrucciones; no basta, hay que echarse al agua"*

7ª Inciden en su concepción del libro de texto "*como suave apoyatura de un auténtico esfuerzo personal"*

8ª "*Hemos procurado, a lo largo de los cuatro cursos, no salir de los cauces reglamentarios, pero hemos buscado igualmente desarrollarlos con la libertad, y también con la prudencia, que considerábamos imprescindible"*

Es importante señalar que los autores consideran las matemáticas como parte del acerbo cultural de la sociedad moderna, es decir como un producto de su cultura, siendo este un punto de vista muy actual y desde luego innovador para la época.

Pasemos a analizar los epígrafes señalados en nuestra metodología de análisis de textos.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

Se enseñan las matemáticas oficiales elaboradas por la comunidad científica, sustentando todo el edificio matemático en sus aspectos lógico-deductivos y demostrando con rigor matemático las propiedades y teoremas.

Se prima la consistencia interna de las matemáticas y el concepto de "elegancia" matemática es leitmotiv para la introducción de algunas teorías y demostraciones.

En los textos se recogían los nuevos programas elaborados según la matemática moderna y por lo tanto se le da una gran importancia a la teoría de conjuntos, a las estructuras algebraicas (1º BUP, pág. 184:*"Una vez más se comprueba como entes muy distintos pueden ser manejados de la misma forma y la importancia que tiene conocer ese manejo, es decir, conocer la estructura de los entes")* y a los aspectos lógico-formales que conlleva la deducción de las propiedades matemáticas.

Los textos contienen una gran cantidad de teoremas y propiedades que son demostrados rigurosamente; se pretende sustentar la matemática que se ofrece dentro del entramado lógico-deductivo de esta ciencia. Es decir, no basta para los autores con el uso de la intuición para justificar determinadas propiedades, sino que siempre hay que recurrir a la demostración formal sin la cual la propiedad no pasa de ser una mera conjetura que no merece el nombre que se le adjudica.

También es verdad que hay veces, en las que después de demostrar algunas propiedades los autores quitan importancia a la demostración misma, para hacer hincapié en el resultado; están reconociendo un cierto sentimiento de culpa, al no atreverse a romper con los cánones al uso, viendo que determinadas pruebas de teoremas, superan la capacidad de razonamiento y, sobre todo, el interés de los alumnos de esta edad.

El programa de 2º de BUP, se ha tratado de forma clásica en la mayor parte de los temas, con una excepción notable: el tema de derivadas. Como señalaremos más adelante los autores marcaron una línea pedagógica, que sigue vigente hoy en día. Los conceptos de tasas de variación media e instantáneas, el uso de gráficas de funciones sobre las que se hacían determinadas preguntas y el uso también de funciones definidas a trozos, era innovador, suponía una clara ruptura con el estilo pedagógico anterior y ha resultado muy fructífero, porque conectaba con la intuición y con las nuevas tecnologías que han supuesto una mayor facilidad en la elaboración de los gráficos y en la realización de los cálculos.

Se da respuesta a todos los contenidos de los programas oficiales.

2.2. Tratamiento Didáctico

Tratamiento formal en el desarrollo matemático de propiedades y teoremas. La intuición se usa como recurso, pero no como justificación.

Los autores utilizan una didáctica expositiva consistente en la introducción de conceptos y definiciones apoyados en la elección de unos buenos ejemplos, no siempre matemáticos, que ilustran el concepto, sus diferentes acepciones y los pasos teóricos a seguir posteriormente.

Con esa justificación más o menos intuitiva, se sienten luego obligados a precisar definiciones y teoremas con un riguroso lenguaje matemático y demostraciones formales, y siempre que se pueda, lo más generales que sea posible.

Inciden también en el entrenamiento de lo aprendido en los ejercicios, reservando para los ejercicios algunos de los temas que consideran de ampliación.

En algunos aspectos del tratamiento de derivadas y funciones fueron innovadores y marcaron tendencias, pero mantuvieron, más en algunos temas que en otros, el aspecto estructuralista de la matemática.

2.3. Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización

Se resaltan algunas aplicaciones de las matemáticas, y muy importante e innovador, se consideran a éstas también como elemento cultural.

Por ejemplo en el texto de 3º de BUP se estudian algunas aplicaciones de las matemáticas a la física, la economía y a cuestiones técnicas.

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

No se trata

2.5. Otros aspectos

Se prepara al alumno para posteriores retos y los temas quedan abiertos a otros enfoques y ampliaciones

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- Profusa utilización del lenguaje lógico-formal y del lenguaje de teoría de conjuntos.

Ej. 1: En el texto de 1º de BUP se habla de divisores y múltiplos con notaciones lógico-conjuntistas para las definiciones.

Por ejemplo D(24) = $\{divisores\ de\ 24\}$, D(24) $\cap$ D(36)

Ej. 2: Algunos de los símbolos que representan conjuntos numéricos:

$$R^{+},\ R^{-},\ R_{*},\ R_{*}^{+},\ R_{*}^{-},\ R^{+}\cap R^{-},\ R^{+}\cup R^{-},\ R_{*}^{+}\cap R_{*}^{-},\ R_{*}^{+}\cup R_{*}^{-}\cup\{0\}=R$$

- Una observación que sobre el lenguaje simbólico debemos hacer es que no utilizan para los límites la notación $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, sino, $\lim a_n$ *;* creemos que esto es así, porque lo consideran más sencillo para el alumno y suficiente para este nivel. Es decir supeditan el rigor matemático al estadio formal de desarrollo del alumno.

- En COU el simbolismo y el lenguaje matemático utilizado es el correspondiente a las matemáticas superiores.

3.2. Lenguaje escrito

El lenguaje ordinario juega un importante papel en los textos, pues en las demostraciones se mezcla el lenguaje ordinario, con las expresiones y símbolos matemáticos, para así acercar y facilitar su comprensión a los alumnos.

El lenguaje usado es un lenguaje de transición entre épocas anteriores y las actuales. Las propiedades, los ejercicios, se escriben de manera parsimoniosa, detallando de la mejor manera posible lo que se quiere explicar o preguntar. Se hacen perífrasis para el mejor entendimiento de una cuestión y no se busca la redacción más escueta, común en los textos de matemáticas de la época. Aún así, determinadas expresiones (*para cualesquiera, cualesquiera que sean*, *tanto como queramos*, *sin más que efectuar el experimento tantas veces como sea necesario, insuficiencia,…*) son redundantes y aunque traducidas al lenguaje ordinario, siguen reflejando la dificultad para abandonar la matemática estrictamente deductiva, y sustituirla por una matemática más intuitiva y menos formal, en aras de una mayor comprensión y una mejor aceptación por los alumnos de estas edades.

Este formalismo en las expresiones utilizadas, es también reflejo de un cierto distanciamiento con respecto al público al que el texto va dirigido, que supone a la vez un elemento de la tradición educativa, una consideración más adulta del alumno, empleando un castellano que hoy en día no resulta próximo.

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

El lenguaje gráfico acompaña a las propiedades y ejemplos, siendo su función la de facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos.

En el texto de COU se ilustra el empleo de la calculadora y en la aproximación de funciones, hay profusión de gráficas de gran calidad. En el resto bastantes gráficas de pequeño tamaño pero de buena calidad.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Tablas de doble entrada, diversos tipos de diagramas (sectores, árboles, histogramas), gráficas de funciones, diagramas de Venn y organigramas. Los organigramas y diagramas generales desaparecen de los libros de 2º y 3º para volver a aparecer en el texto de COU en la parte de cálculo numérico con esquemas que ilustran los procesos iterativos

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

No hay gráficos cuyo contenido sea lúdico o motivador o que no sean en cierto sentido matemáticos. No hay fotografías, ni ilustraciones a color (tipo viñeta o cómic)

3.3.4. Color y tratamiento digital

Se utilizan tres colores (dos colores en COU, donde la maquetación es diferente), y se recuadran definiciones y propiedades. Las páginas del final de cada lección, que contienen los ejercicios son de color negro

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Hay ejercicios destinados al aprendizaje de destrezas, ejercicios teóricos, de profundización y ampliación y abstractos; la mayoría de ellos surgen de la propia matemática.

Las páginas del final de cada tema, que recogen los ejercicios, son de distinto color al resto, negras, y por lo tanto fácilmente identificables.

Hay ejercicios a lo largo de los temas, al final de los mismos y una extensa colección de ejercicios de repaso, ampliación y profundización al final de los libros.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

- Resaltamos un ejemplo resuelto en la página 41, del texto de 1º de BUP, en el que se tratan los paseos aleatorios en una retícula; se explica a través del gráfico como se puede dar uno de estos paseos, se adopta una notación, se simplifica eliminando los pasos verticales, se queda con los horizontales y cambia la notación para simplificarla y asimilar el problema original con uno de cálculo de los subconjuntos de un conjunto. Generaliza el resultado de la siguiente forma:

"Si hay p pasos horizontales y q pasos verticales, el número total de paseos será:

$$\binom{p+q}{p}\text{"}$$

- En la lección de derivadas (2º BUP) hay que hacer mención expresa del capítulo de los ejercicios del final del tema. Son 16 ejercicios, la mayoría de letra, donde se plantean problemas relacionados con otros campos de la ciencia y donde la derivada es el instrumento adecuado para abordarlos. Esto también fue una innovación introducida en este libro y que luego ha marcado las pautas de la didáctica posterior. Además dos de los ejercicios llevan gráfica asociada sobre la que se plantean diversas cuestiones.

4.3. <u>Selectividad</u>

- En el libro de COU, son de destacar los problemas de tipo práctico, clásicos que luego se han repetido en numerosos textos y en exámenes de selectividad.

5. Modelo de Enseñanza - Aprendizaje

Los autores iniciaron una andadura en la que se rompía con tradiciones anteriores, esforzándose por presentar los temas acercando la matemática al alumno. No renunciaban, como así lo hacen constar en los preámbulos, al esfuerzo individual garante del éxito personal en el largo y costoso camino de la adquisición de conocimientos.

El modelo de los textos es el denominado de Racionalidad Tecnológica, con un Enfoque Instrumental de las Matemáticas, donde predomina la Tendencia Formalista, que se aprecia en el tratamiento formal en el desarrollo matemático de propiedades y teoremas. Los textos se adaptaban a las Matemáticas Modernas y el Aprendizaje que proponen es Práctico-transmisivo.

5.1. <u>Continuidades</u>

Los textos son textos de transición entre la época anterior y los textos actuales de matemáticas. Por ello no llegan a suponer una ruptura con lo hecho hasta entonces, porque en esencia prima la concepción matemática del texto sobre los aspectos didácticos.

Es por ello que en lo fundamental transmiten la misma matemática de los textos anteriores, pero limando la crudeza de las exposiciones tradicionales. En este sentido son continuistas, pero rupturistas con respecto a otros muchos textos del mismo periodo.

Baste como ejemplo el tratamiento dado a la geometría en 2º de BUP, donde de cuatro lecciones, tres se dedican a la fundamentación y a las estructuras.

5.2. Rupturas

- Una ruptura, con respecto a épocas anteriores, es el hecho de que no dan la clásica demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ por reducción al absurdo; suponemos que esto es así, primero porque los autores no han tratado los procesos deductivos y por lo tanto no han hablado del método de reducción al absurdo y segundo porque es difícil de entender a estas edades.
- No se estudian por separado las ecuaciones de primer grado y luego en tema aparte las de segundo grado.
- Relacionado con lo anterior y para no sobrecargar el texto, se dejan para ampliar en los problemas todas las cuestiones colaterales referentes a suma y producto de raíces de la ecuación de segundo grado y ecuaciones bicuadradas.
- En las progresiones, la interpolación queda como ampliación para los ejercicios del final de la lección.
- En 3º de BUP, rupturas importantes en cónicas y trigonometría, donde se da importancia al aspecto geométrico sobre el analítico.
- El tratamiento de la estadística en este nivel, con la introducción de los conceptos de variable aleatoria y de funciones de densidad y distribución fue pionero en el bachillerato y supuso un gran esfuerzo de clarificación didáctica.
- Hay en Trigonometría una ruptura sobre los textos de épocas anteriores, pues determinadas fórmulas de trigonometría ya no se estudian (fórmula de Heron, cálculo del área en función de los lados).
- En las cónicas, se estudian en pregunta única las circunferencias, llegando exclusivamente a su ecuación. Todo lo demás se deja para ampliación en los problemas. Esto representó una clara ruptura con las épocas anteriores, en la que las cónicas ocupaban un lugar destacado en el programa, dedicando a cada una de ellas un tema en el que se pormenorizaba hasta los mínimos detalles. Se dejan para los ejemplos algunas de las propiedades y para los problemas del final la ampliación de conceptos (excentricidad. Hipérbola equilátera, etc.).

5.3. Innovaciones

- En COU en los temas de Integración numérica, que nunca han sido temas incluidos en la selectividad del País Vasco, se tratan los organigramas, que aparecen varias veces acompañando los procesos de cálculo. También se usan e ilustra el cálculo, con calculadoras. En estos dos aspectos también fueron pioneros.

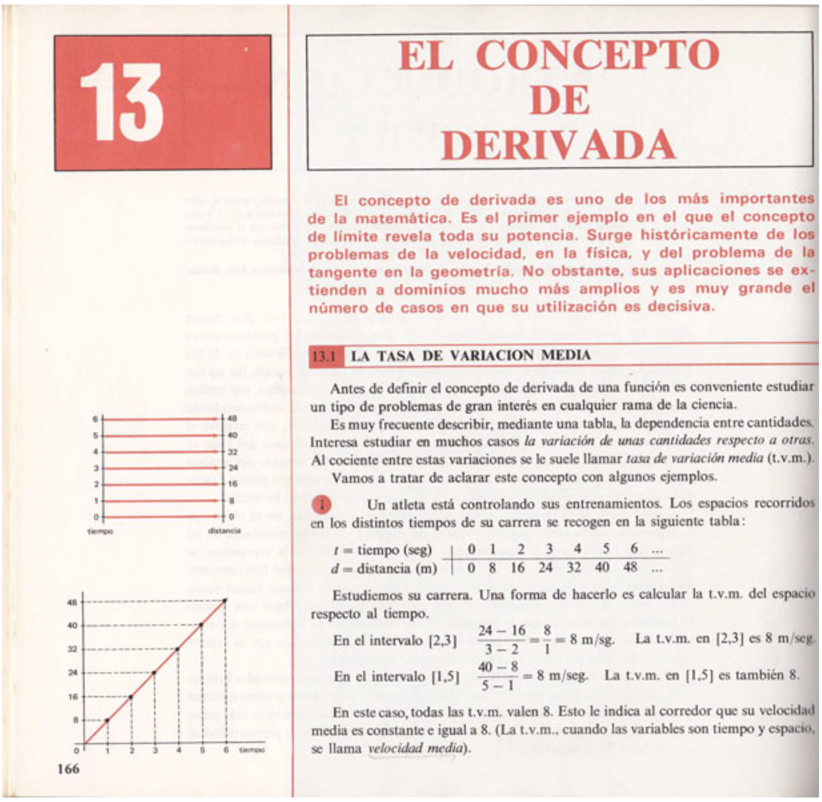
- También es muy interesante la aproximación intuitiva que hacen al método iterativo, mediante el teorema del punto fijo introducido mediante el ejemplo de un hilo que se arruga y dobla para luego pasar a presionar sucesivamente la tecla coseno de una calculadora.

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

- Tratar primero las funciones y luego los polinomios, también era una ruptura con respecto a épocas anteriores.

- El texto de 2º fue pionero en la introducción del concepto de derivada mediante tasas de variación media e instantánea. El tratamiento que le dan al concepto de derivada, introduciéndolo a través de tasas de variación media, fue innovador y nos atrevemos a decir que fue el primer texto en el que se exponía así.

También fue pionero en el uso de tablas numéricas en los ejercicios de derivación y de funciones que describen un determinado fenómeno mediante su gráfica, utilizadas para aclarar conceptos relativos a las funciones.



13

EL CONCEPTO DE DERIVADA

El concepto de derivada es uno de los más importantes de la matemática. Es el primer ejemplo en el que el concepto de límite revela toda su potencia. Surge históricamente de los problemas de la velocidad, en la física, y del problema de la tangente en la geometría. No obstante, sus aplicaciones se extienden a dominios mucho más amplios y es muy grande el número de casos en que su utilización es decisiva.

13.1 LA TASA DE VARIACION MEDIA

Antes de definir el concepto de derivada de una función es conveniente estudiar un tipo de problemas de gran interés en cualquier rama de la ciencia.

Es muy frecuente describir, mediante una tabla, la dependencia entre cantidades. Interesa estudiar en muchos casos *la variación de unas cantidades respecto a otras.* Al cociente entre estas variaciones se le suele llamar *tasa de variación media* (t.v.m.).

Vamos a tratar de aclarar este concepto con algunos ejemplos.

1 Un atleta está controlando sus entrenamientos. Los espacios recorridos en los distintos tiempos de su carrera se recogen en la siguiente tabla:

t = tiempo (seg)	0	1	2	3	4	5	6	...
d = distancia (m)	0	8	16	24	32	40	48	...

Estudiemos su carrera. Una forma de hacerlo es calcular la t.v.m. del espacio respecto al tiempo.

En el intervalo [2,3] $\frac{24-16}{3-2} = \frac{8}{1} = 8$ m/sg. La t.v.m. en [2,3] es 8 m/seg.

En el intervalo [1,5] $\frac{40-8}{5-1} = 8$ m/seg. La t.v.m. en [1,5] es también 8.

En este caso, todas las t.v.m. valen 8. Esto le indica al corredor que su velocidad media es constante e igual a 8. (La t.v.m., cuando las variables son tiempo y espacio, se llama *velocidad media*).

166

Figura 4.2 Página del texto Matemáticas 2º. Javier Etayo

- Las aplicaciones de las derivadas se ilustran con algunos ejercicios intuitivos, basados en cuestiones sobre determinadas propiedades de la función o de su gráfica, que permiten detectar algunas de sus características y que han marcado la línea didáctica en este campo.

- En el texto de 3º de BUP es innovadora la presentación que hacen de la parte del análisis en cuanto a que sigue la línea intuitiva de 2º de BUP, metodología muy ligada a los avances tecnológicos, sobre todo en posibilidades gráficas y que sigue estando vigente hoy en día.

4.2. <u>TEXTOS - LGE – 2. ELHUYAR</u> (1980 – 1982)

1. Datos de carácter general

- Matematika BUP 1. (euskera, 1980; castellano, 1977). Elhuyar Matematika Taldea Editorial Elhuyar. El libro de texto original es de EDELVIVES, autores: Ignacio Lazcano Uranga y Paolo Barolo Babolin. Pág. 436.

- Matematika BUP 2. (euskera, 1980). Elhuyar Matematika Taldea. Editorial Elhuyar. El libro de texto original es de EDELVIVES, autores: Ignacio Lazcano Uranga y Paolo Barolo Babolin. El equipo de traductores no aparece señalado en el texto en euskera, donde sólo consta “Elhuyar Matematika Taldea”. Pág. 293.

- Matematika BUP 3. (1980). Elhuyar Matematika Taldea. Editorial Elhuyar. El texto es también traducción del texto de Edelvives de 3 de BUP. Estaba distribuido en dos tomos de los que sólo hemos podido analizar el primero.

- Matematika UBI. (euskera, 1982; castellano, 1978). Elhuyar Matematika Taldea (Traductores: Begoña Carrascal, Imanol Oñatibia, M. Jesús Alkain). El libro de texto original es de editorial CENLIT. Pág. 387.

Figura 4.3 Primeros textos de ELHUYAR en euskera

Tabla 4.2 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS - Matematika – Elhuyar

Euskera	Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Propiedades que descritas en euskera resultan de difícil comprensión - Terminología que no estaba estandarizada y traducciones bastante libres - Se hace alfabetización científica - Al final del libro de 1º un pequeño diccionario de términos matemáticos - Términos más modernos en el texto de 3º - Terminología estándar en el texto de COU, con algunos términos arcaicos	- El libro aunque es traducción del texto de Edelvives de 1º de BUP, es una traducción-adaptación, en la que se ha variado el orden de muchos de los temas y alguno de la versión de castellano no está en el texto de euskera y viceversa hay temas del texto de euskera que no están en el de castellano. - Los autores dan en la introducción algunas recomendaciones para el uso del texto. - Notación peculiar para escribir números negativos. Ejemplo: $\bar{3}ax \qquad \frac{\bar{2}}{3}bx^2 \qquad \bar{5}a^5b^2$ - Estructuras Algebraicas - Exhaustividad en conceptos y propiedades - No hay contextualización - Escasa aplicabilidad de las matemáticas	- Lenguaje conjuntista, algebraico y lógico relacionado con los temas - Pocas gráficas e ilustraciones y con función auxiliar - Apariencia de apuntes - No hay colores - Alguna tabla de doble entrada y diagrama de árbol - Alfabeto griego en el texto de 3º - Esfuerzo en Cónicas y Geometría en la parte gráfica	- Abundancia de ejercicios - Ejercicios para practicar y dominar destrezas - Insistencia en el manejo algebraico - Interesantes problemas de letra en los temas de ecuaciones - Se muestran pocas aplicaciones de las matemáticas	- Modelo positivista - Enfoque conductista - Texto expositivo - Aprendizaje transmisivo -Tendencia estructuralista y Bourbakista - Método hipotético - deductivo

Estos textos se publicaron muy rudimentariamente y por lo tanto tienen la apariencia de meros apuntes mecanografiados que se han fotocopiado. Las publicaciones contaron con la ayuda de “Eusko Ikaskuntza” y respondían a la urgencia que la enseñanza en euskera demandaba de textos escolares y de matemáticas en particular. Textos de tirada muy limitada que se distribuían casi exclusivamente en Ikastolas y allí donde la enseñanza en euskera había llegado a la enseñanza pública (unos pocos Institutos).

Por lo tanto eran textos de formato folio, en el que las gráficas que se incluían estaban fotocopiadas del texto original e insertadas en los apuntes, en los que no hay color, y que salieron al mercado prácticamente al mismo tiempo pues fueron resultado del trabajo de conocidos profesores que integrados dentro de “Elhuyar Matematika Taldea” estaban trabajando por la normalización del euskera en la enseñanza de las matemáticas.

Los textos de 1º, y en menor medida los demás, son traducciones-adaptaciones de los textos en castellano, pues no siempre se incorporaban a los textos en euskera todos los epígrafes y ejemplos que contenía el de castellano.

Sólo conocemos los nombres de los traductores del texto de COU, pero se aprecia que el euskera utilizado era, en pequeños detalles, diferente de texto a texto y por lo tanto seguramente se crearon varios equipos de trabajo, uno para cada nivel.

En el texto de tercero de BUP no hay diccionario de términos matemáticos y además se observan algunas diferencias en la terminología con respecto a los dos libros anteriores. Comienzan a aparecer términos usados de una forma más moderna. Por ejemplo, comienzan a utilizar sinu, en lugar de seno, y ese es el término que ha prevalecido en euskera.

El texto de COU era de la editorial Cenlit y en su versión en castellano (también en euskera), fue un libro que tuvo una gran acogida en los institutos por dos razones:

1º Porque fue uno de los primeros en salir al mercado que estaba adaptado al nuevo plan de estudios.

2º Porque estaba redactado de una forma bastante práctica y reducía el contenido matemático a lo imprescindible, pudiendo ser por lo tanto utilizado por los alumnos.

Los autores de los textos de bachillerato colaboraban con la editorial Edelvives, y así lo siguieron haciendo durante años sucesivos, elaborando numerosos textos de matemáticas para esta editorial.

Los autores del texto de COU, eran catedráticos y profesores agregados de bachillerato, y los traductores profesores de bachillerato, en su día, y alguno de ellos, posteriormente de universidad.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- El libro de 1º de BUP aunque es traducción del texto de Edelvives, es una traducción-adaptación, en la que se ha variado el orden de muchos de los temas y alguno de la versión de castellano no está en el texto de euskera y viceversa hay temas del texto de euskera que no están en el de castellano (trigonometría). Además se desarrolla un programa, en el que salvo el análisis, se tocan todos los campos de las matemáticas del bachillerato. Es amplísimo y lo es por decisión de los autores y traductores.
- Los textos de los otros cursos desarrollan los programas oficiales.
- Son textos de carácter estructuralista y Bourbakista.

Ejemplos de esto son las dos lecciones que hay en el libro de 1º para explicar la estructura de Cuerpo y 10 lecciones para los polinomios. También el que todas las propiedades que corresponden a una estructura algebraica se demuestran y se enuncian y denominan matemáticamente; por ejemplo:

(P,+) bikotea talde abeliar bat dela esan dezakegu; El par (P,+) es un grupo conmutativo

(P,+,x) hirukoteak "eraztun abeliar neutrodun" egitura dauka; la terna (P,+,x) tiene estructura de anillo abeliano con elemento neutro

- Los textos son, desde un punto de vista matemático, formalistas, rigoristas y puristas.

Por ejemplo el texto de 2º es muy formalista y de una gran abstracción. Los teoremas y propiedades se prueban, aunque luego se ilustran con ejemplos. Y hay una gran profusión de teoremas y propiedades. Se utiliza todo el aparato algebraico necesario, e incluso algunos elementos que no son del curso; cuando la demostración no es muy exacta o es hecha de una forma intuitiva se señala explícitamente.

Algunos ejemplos de este tratamiento rigorista, son los siguientes:

Hay un tema previo a las sucesiones, denominado Topología, que para la época era una palabra conocida por los alumnos, en el que se definen todo tipo de entornos y propiedades de los conjuntos y algún tipo especial de puntos (interiores, clausura, adherencia). Todo ello muy abstracto y ello es señal de por donde avanzará el texto. Se tratan los logaritmos, estudiando el manejo de tablas y su utilización para realizar cálculos.

Se demuestra que el límite de una sucesión es único y para ello se utilizan los entornos, resultando una demostración repleta de símbolos.

Se menciona la prueba en matemáticas superiores de que el número e es trascendente, no irracional (orozgainekoa).

En Geometría se explica y cita con su nombre el teorema de Desargues.

2.2. Tratamiento Didáctico

- No hay un tratamiento globalizado de los temas.

Se peca de exhaustividad, tanto en el tratamiento de los temas como en el de los conceptos que se desarrollan en toda su extensión. No hay más que ver que hay una lección para cada tópico matemático, y multitud de propiedades que se demuestran y presentan y un número excesivo de ejercicios que se proponen.

En concreto en la combinatoria hay una lección para cada tipo de operación combinatoria, lo que era lo usual en la época, pero que luego se ha reducido drásticamente llegando incluso a desaparecer de los programas. Igual sucede con otros temas, como son funciones polinómicas de primer grado (una lección) y otra lección para funciones polinómicas de segundo grado. Para monomios hay una lección, para productos notables hay una lección,…; todo esto está hoy en día desaparecido de los libros de texto e indica la exhaustividad con la que se trataban las matemáticas en los textos de este periodo.

- En general el desarrollo didáctico consiste en exponer las matemáticas en el texto con todo el rigor necesario e ilustrarlas con ejemplos.

- El desarrollo didáctico del texto de COU, es como ya se recoge en la presentación, más práctico que teórico, pero esto entendiéndolo en el periodo en el que nos situamos, en el que el contenido formal-rigorista de los libros de matemáticas era la norma. Se reducía la teoría a un mínimo, que muchos profesores, y desde luego los alumnos, supieron agradecer. En él se seguía el modelo didáctico, usual para la época, de “Definición – Teorema – Demostración”.

2.3. Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización

Las aplicaciones de las matemáticas que se recogen en los textos son muy escasas y se reducen a algunas aplicaciones de la derivada para estudiar la velocidad, la aceleración y la velocidad de reacción de un compuesto químico.

En el texto de 1º en euskera, incluso no se incluyó la lección dedicada a interés compuesto, siendo esto una clara elección de por donde se acortaban los programas; una de las partes de más aplicación del programa se eliminaba.

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

En el libro de COU las lecciones tienen todas una introducción que suele ser histórica y en la que también se describen, sin explicitarlos, los objetivos que se quieren conseguir, o el tipo de desarrollo didáctico que se va a efectuar.

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

Una característica que hace único este texto de 1º y que nunca más se ha repetido, puesto que pronto lo abandonaron, fue el empleo sistemático del signo (-), escrito encima de un número cuando este era negativo. Esto complicaba enormemente la forma de escribir las matemáticas, diferenciaba su empleo con respecto al uso internacional y dificultaba la lectura. Veamos algunos ejemplos:

En la lección de polinomios aparece la siguiente forma de escribir un monomio

$$\bar{3}ax \qquad \frac{\bar{2}}{3}bx^2 \qquad \bar{5}a^5b^2$$

Con la notación utilizada en el libro, ponemos un ejemplo de la Regla de Ruffini:

$$(x^3+\bar{8}):(x+\bar{2})$$

	1	0	0	$\bar{8}$
$\bar{2}$		$\bar{2}$	4	$\bar{8}$
	1	$\bar{2}$	4	$\overline{16}$

H = $\overline{16}$ $\qquad (x^3+\bar{8})=(x+\bar{2})(x^2+\bar{2}x+4)+\overline{16}$

- Se utiliza el lenguaje lógico-simbólico de alto nivel que comprende todo lo referente al álgebra, geometría, conjuntos y símbolos lógicos: propiedades, valores absolutos, flechas, sucesiones, subíndices, límites, infinito, intervalos, lenguaje algebraico. Se utiliza el alfabeto griego y símbolo del infinito. Símbolo de factorial. Subíndices, sumatorios, tablas de doble entrada, diagramas de Venn.

Símbolos: $\rightarrow$, ∞, $(-\infty,\infty),(0,\infty),(-\infty,0)$ $<$, $>$, $\forall$ $\ni$ ε, integral. Hay un uso desmesurado de símbolos matemáticos.

- No son sólo las notaciones y los símbolos, sino el empleo de argumentos lógicos que entrañan un gran poder de razonamiento abstracto.

3.2. Lenguaje escrito

Ya hemos comentado que en las matemáticas era usual describir con lenguaje ordinario las propiedades que tiene determinado concepto y eso se hace en estos textos sistemáticamente.

Ejemplo: se describe el procedimiento para dividir dos polinomios (pág. 89, 1º):

"Zenbakien artekoa egitekoa jarraitzen den algoritmoa kopiatzen, hona hemen polinomioen artekoa egiteko proposa daitekeen bidea (Copiando el algoritmo que se utiliza para la división entre números, he aquí el camino que se propone para efectuar la división entre polinomios) :

a) Bi polinomioak beherako ordenean ordenatzen dira, letra nagusi edo ordenatzailearen arabera (Se ordenan los dos polinomios en orden descendente según la letra principal)

b) Zatikizunaren lehenengo terminoa, zatitzailearen lehenengo terminoarekin zatitzen da; zatidura hau azken zatiduraren lehenengo terminoa da (Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor; este cociente, es el primer término del que será el cociente total)

c) Zatidura hau zatitzailearekin biderkatzen da eta biderkadura zatikizunari kentzen zaio; kendura hau lehenengo hondarra da; hondar hau "tarteko hondarra" deitzen da (Este cociente parcial se multiplica por el divisor y el producto se le resta al dividendo; esta diferencia es el primer resto; a este resto se le llama "resto intermedio")

d) Lehenengo tarteko hondarren lehenengo monomioa zatitzen da zatitzailearen lehenengo monomioarekin; zatidura hau, azken zatiduraren bigarren terminoa da (El primer monomio del primer resto intermedio se divide con el primer monomio del divisor; este cociente, es el segundo término del cociente total)

e) Zatiduraren bigarren terminoa biderkatzen da berriro zatitzailearekin, eta biderkadura lehenengo tarteko hondarrari kentzen zaio; modu honetaz, bigarren tarteko hondarra lortzen da (El segundo término del cociente se multiplica de nuevo con el divisor y el producto así obtenido se resta del primer resto parcial, obteniendo así el segundo resto parcial)

f) Modu berean jarraituko dugu, tarteko hondarraren maila zatitzailearena baino txikiagoa izan arte (seguiremos del mismo modo hasta que el grado del resto parcial sea menor que el del divisor)"

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

Los gráficos tienen una función auxiliar que se cita explícitamente en los textos, señalando que los gráficos, aunque no son necesarios en la demostración, se ponen para facilitar su entendimiento.

Son escasos y consisten en recuadros para las definiciones, tablas y árboles. En probabilidad y estadística hay histogramas, conjuntos, diagramas de sectores y polígonos de frecuencias. En el tema de trigonometría varias circunferencias y ejes coordenados.

- Hay bastantes figuras en 2º, en su mayoría asociadas con el concepto a explicar y por lo tanto consisten en: intervalos, recta real, rectas, planos, circunferencias, funciones a trozos, tangentes, funciones circulares etc.
- En COU, en el aspecto gráfico, el texto no ofrece color, pero sí hay gráficos que acompañan las explicaciones y que suelen ser de tipo geométrico (rectas, planos) o bien dibujo de gráficas de funciones. Muchas de esas gráficas son las del texto original fotocopiadas e insertadas en el texto en euskera, pero con algunas se ha vuelto a hacer la gráfica, o el diagrama. El esfuerzo por darle al texto en euskera la misma apariencia que al de castellano fue ímprobo y resultó un producto de gran calidad para los estándares de la época.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

En la combinatoria de 1º, hay muchas tablas y diagramas de árbol, uno de ellos de página entera muy vistoso. En probabilidad y estadística hay histogramas, conjuntos, diagramas de sectores y polígonos de frecuencias.

Han hecho un gran esfuerzo para ilustrar los conceptos con los símbolos e imágenes que aparecían en los textos originales, cosa nada sencilla con la tecnología utilizada.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Las únicas figuras son los recuadros en los que van incluidas las fórmulas.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Como no hay color, en el tema de probabilidad utilizan algún sistema ingenioso para diferenciar unos conjuntos de otros (letras, o círculos numerados).

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Las características de los numerosísimos ejercicios insertados en los textos son:

- Son ejercicios abstractos, surgidos de las propias matemáticas
- Algunos son clásicos. Por ejemplo el problema del ajedrez, que lo recogemos porque aparece en las sucesivas versiones de textos en euskera, no exactamente con la misma redacción:

BBB 1 "Ajedreza asmatu zuen jakintsuak zera eskatu zion erregeari sari bezala: lehenengo koadrotxoan gari ale bat ipintzea, bigarrenean bi, hirugarrenean lau, eta horrela jarraitzea tablero guztia bete arte.

Erregeak baietz esan zion gehiegi pentsatu gabe; baina gero izugarrizko sorpresa bat hartu zuen; zergatik?" (El sabio que inventó el ajedrez le pidió al rey la siguiente recompensa: 1 grano de trigo en el primer cuadradito, dos en el segundo, cuatro en el tercero y así hasta completar el tablero entero. El rey, sin pensárselo mucho le dijo que sí; pero luego recibió una enorme sorpresa; por qué?).

- Ejercicios poco frecuentes o de alto nivel

2º BUP. Calcula el límite de la siguiente expresión:

$$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2........}}}$$

- Los de manipulación, ejercicios que se encuentran en todos los textos de matemáticas
- También hay ejercicios teóricos y cuestiones

Los ejercicios estaban situados al acabar las lecciones. Es más, no hay ningún ejercicio intercalado con el desarrollo teórico de los temas. Pero eso sí, al final de las lecciones el número de ejercicios es enorme, son muy exhaustivos, pues abarcan todas las propiedades y tópicos que se han estudiado en la lección, refuerzan el aspecto instrumental de las matemáticas, llegando a aparecer los famosos castillos en expresiones algebraicas, todo tipo de operaciones con radicales, etc. Por eso eran textos muy del agrado del profesorado, porque la parte práctica ofrecía numerosas posibilidades.

- En COU los ejercicios eran abundantes y había al final de la lección resueltos y propuestos.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

Pocos y prácticamente limitados a los problemas de letra que acompañan a ecuaciones y sistemas y a algunas aplicaciones de las derivadas.

4.3. Selectividad

No se recogían como tales, pues las pruebas de selectividad eran recientes, pero si que el texto de COU tenía ejercicios parecidos y del mismo nivel a los puestos en selectividad.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Los textos son expositivos, tienen un enfoque conductista y responden al Modelo Positivista. El aprendizaje que proponen es transmisivo, basado en el método hipotético - deductivo y reflejan las matemáticas Bourbakistas y la tendencia estructuralista de la época.

5.1. Continuidades

Prácticamente todo es no solo continuista, sino del periodo anterior a la LGE.

5.2. Rupturas

A destacar el aspecto práctico del texto de COU, que se adaptaba muy bien a los requerimientos del programa y a las posibilidades reales de los alumnos y por lo tanto era un texto muy pragmático de gran efectividad y que contó con una gran implantación precisamente por su adaptabilidad a esos dos extremos (programas y realidad de las aulas).

5.3. Innovaciones

No las hay

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

No hay

6. Tratamiento del Euskera

Ya hemos indicado que los textos fueron pioneros dentro de los textos de matemáticas en euskera de bachillerato. El euskera no estaba introducido en este nivel y el esfuerzo que los coautores-traductores tuvieron que realizar fue admirable. Gracias a ellos se consiguió que el euskera se utilizase en pocos años con la misma naturalidad que el castellano en las matemáticas de bachillerato.

Dicho eso, es cierto que desde la perspectiva actual, el texto no tiene desperdicio por la cantidad de términos y expresiones que hoy en día están en desuso, por el afán descriptivo del que el texto está impregnado, lo cual como ya hemos dicho era una característica de las matemáticas del periodo, pero que en el caso del euskera le constriñe y obliga a hacer un uso forzado del idioma. Algunas de las definiciones y propiedades, al redactarlas en euskera, resultaban de difícil comprensión. Además, y esto era totalmente necesario, se hacia alfabetización técnica, al escribir al lado de las fórmulas, cómo se debían leer en euskera.

■ En los textos de la época era usual describir las propiedades en lenguaje ordinario. Esto se hacia así en todos los idiomas y en particular en castellano; pero así como en castellano había una larga tradición de escribir textos de matemáticas, no era lo mismo en euskera, donde las matemáticas en euskera iniciaban su andadura. Por lo tanto muchas de las definiciones y propiedades escritas en euskera se hacen difíciles de entender y en algunos casos son incomprensibles si no se tiene al lado lo que se pretende describir escrito en lenguaje algebraico.

- La divisibilidad del binomio de grado n, $x^n + \bar{1}a^n$, entre el binomio $x + \bar{1}a$:

"Berretzaile berdineko bi berreduren arteko kendura zatigarria da beti berrekizunen arteko kenduraren bidez (La diferencia de dos potencias del mismo exponente es siempre divisible entre la diferencia de las bases de las potencias)*"*

- La siguiente expresión describe la suma de fracciones algebraicas:

"Batura zera da: izendatzailea beste bien arteko biderkadura duena eta zenbakitzailea lehenengoaren zenbakitzailearen eta bigarrenaren izendatzailearen alde batetik eta lehenengoaren izendatzailearen eta bigarrenaren zenbakitzailearen bestetik arteko biderkaduren arteko batura, dituen frakzio algebraikoa (Qué es la suma: la fracción algebraica que tiene por denominador el producto de los otros dos y por numerador la suma del producto del primer numerador por el segundo denominador más el producto del primer denominador por el segundo numerador)*"*

$$\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + np}{nq}$$

- La siguiente fórmula se describe en lenguaje escrito de tal forma que al oído le suena como si fuera un acertijo:

"*Berretzaile razionala duen berreduraren definizioa zera da: errotzailez, berretzailearen izendatzailea eta errokizunaren berretzailez zenbakitzailea dituen errodura da* (La definición de potencia de exponente racional es la siguiente: es la raíz que tiene por índice el denominador del exponente y por exponente del radicando el numerador)*"*

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

- Después de demostrar algo se escribe el enunciado en lenguaje ordinario (además no se hace una escritura lineal de la fórmula de la derivada de la raíz cuadrada de una potencia):

“Beraz, x^n *-ren bi erroaren deribatua zera da: errokizunaren deribatuaren eta erroaren bikoitzaren arteko zatidura”* (Por lo tanto la derivada de la raíz cuadrada de x^n es la siguiente: la derivada del radicando dividida entre el doble de la raíz).

■ Algunas de las descripciones hechas en euskera son difíciles de entender

Aunque no sabemos quienes fueron los traductores, podemos suponer que los del pimer y segundo cursos fueron diferentes. El curso 2º tiene un mayor nivel conceptual con respecto al primero y algunos de los términos usados en euskera se utilizaban por primera vez. Aunque el texto tiene avances con respecto al de primero, todavía hay expresiones que no se entienden bien.

- Por ejemplo la definición de producto de una sucesión por un número:

“Zenbaki bat aldizko segida baten biderkadura: zenbaki bat aldizko segida baten biderkadura beste segida bat da, non bere gaiak zenbakiaren eta segidako gai bakoitzaren biderkadura baitira $k(x_n)$*”* (Producto de un número por una sucesión: el producto de una sucesión por un número es otra sucesión en la que sus términos se obtienen multiplicando cada término de la sucesión por el número dado)

■ La lectura en euskera de determinados símbolos y notaciones era la primera vez que se escribía y por lo tanto en los textos se hacía alfabetización matemática.

- Def: (raiz, erroa) *“a zenbaki baten n. errodura bilatzea, <u>n. berreduraz a duen beste b zenbakia lortzea da</u>”* (Calcular la raíz enésima de un número a, es encontrar un número b que elevado a la n nos de a)

$\sqrt[n]{a} = b$ n erro a berdin b (raíz n de a igual a b)

$a = b^n$ n. berreduraz a duen beste b zenbakia (un número b cuya potencia n da a)

$\sqrt[3]{8} = 2$ hiru-erro zortzi berdin bi (raíz cúbica de ocho igual a dos)

$\sqrt{64} = 8$ bi-erro hirurogeitalau berdin zortzi” (raíz cuadrada de sesenta y cuatro igual a ocho)

- Las variaciones se describen de la siguiente forma,

n-ka harturiko m elementuren aldakuntzak, “m gain n” moduan irakurtzen da (las variaciones de m elementos tomados de n en n se leen “m sobre n”).

- Tras escribir con símbolos la notación para el límite de una función en un punto, se dice como se lee en euskera la citada expresión:

"$\lim_{x \to a} f(x) = l$, hau horrela irakurriko dugu; " efe x-en limitea, x-ek a-runtz jotzen duelarik, l da "edo-ta" efe x funtzioak l-eruntz jotzen du, x-ek a runtz jotzen duenean" ($\lim_{x \to a} f(x) = l$ lo leeremos de la siguiente manera: límite de f de x, cuando x tiende hacia a es l; o también la función f de x tiende a l).

■ Pero también se utilizaban determinadas expresiones en euskera correspondientes a un lenguaje científico y a unos registros más elevados, que eran correctos, y que por el formalismo que representan han desaparecido de los textos del nivel de hoy en día:

- *"Halabeharrez $\Rightarrow$" (si …entonces)*
- $\frac{m}{n}$ *eta* $\frac{p}{q}$ *baliokideak dira, <u>baldin eta soilik baldin</u> m . p = n . q zuzena bada* (las fracciones $\frac{m}{n}$ y $\frac{p}{q}$ son equivalentes <u>sí y sólo sí</u> m . p = n . q)
- *konika endekatua* (cónica degenerada), tanto el concepto matemático, como la expresión en euskera son de elevado nivel.
- *"A gertaerak B gertaera <u>halabehartzen duela</u> diogu, A egiaztatzen den guztietan B ere egiaztatzen bada"* (decimos que el suceso A <u>implica</u> el suceso B, sí siempre que se realiza A, se realiza también B).
- Es curiosa, pero impecable, la traducción dada en el texto de COU para el término latino, "regula falsi": *"lekutze faltsoaren metodoa"* (método de la falsa posición).
- Muy a menudo se utiliza la tercera persona (bedi, bitez, sea, sean), siguiendo la tradición de los textos en castellano (sea…). Esa forma de escribir marcaba distancias con respecto al alumno, alejando las matemáticas del posible receptor.

"Har dezagun parabolaren ardatza ardatz cartesiar bat bezala, eta <u>bedi</u> beste ardatz cartesiarra honen elkartzuta,…" (Tomemos el eje de la parábola como eje cartesiano y sea el otro eje cartesiano perpendicular a este,…).

"Ikaslea saia <u>bedi</u> formula hau lortzen" (Que el alumno intente demostrar esta fórmula).

■ **Arcaismos**

- El verbo castellano "contener" es traducido en euskera literalmente por "jaso" y no sólo en el texto de 1º, lo que era un experimento de dudoso resultado.

"Magnitude homogeneoen arteko erlazioa: a zuzenkiak m aldiz <u>jasotzen du</u> U zuzenkia"

(Relación entre magnitudes homogéneas: el segmento a contiene m veces al segmento U).

“bektore baten bestea kontenitzen duen zuzenaren gaineko projekzioarekin…” (la proyección sobre la recta que contiene…).

- Para número “trascendente”, utilizaron “*orozgainekoa”*.
- En el texto de 1º, para escribir irracional se utilizaba*“ez razionala*”, pero ya en el texto de 2º utilizaron la expresión actual de “*irrazionala”*.
- Interés continuo era “*interes etengabekoa*”, hoy en día “jarraitua”.
- Función definida a trozos era “*funtzio mailakatua”*, hoy en día *“zatikazko funtzioa*”.
- Las discontinuidades eran “*etengune-motak: jausizko etena, eten infinitua, eten itzurigarria”* (clases de discontinuidades: discontinuidad con salto, salto infinito y discontinuidad evitable).
- La composición de funciones (funtzioen konposaketa): “*f eta g-ren konposadura esaten zaio…”*.
- El espacio afín asociado era “*uztartutako espazio afina”* (elkartua).
- Posiciones relativas en el espacio era “*Topaketak espazioan”* (posizioak), y un punto que pertenecía a una recta:

“Puntu bat zuzen batekin topatzen dela diogu, baldin haren koordenatuak zuzenaren ekuazioa betetzen badute” (decimos que un punto se encuentra en una recta si sus coordenadas verifican la ecuación de esta).

- Vector unitario *“bektore bakuna”* (unitarioa).
- Solución de un ejercicio era “*irtenbidea”* (ariketa baten soluzioa).
- Superficie reglada “*zuzenezko gainazala” (*gainazal erregelatua).
- Demostración de una propiedad*: “propietate baten frogantza”* (froga).
- Proposición*: “Proposamendua”* (proposizioa).
- Para fila de una matriz utilizan “*lerroa*” y no “*errenkada*”: “*n lerro eta m zutabe*” (n filas y m columnas).

■ Euskara estandar y moderno

- Ya hemos comentado que a medida que avanzamos en los cursos, y por tanto en los años en los que se publicaron, el euskera utilizado variaba y se acercaba más al actual. Un ejemplo de esto son las definiciones de asíntota y ramas parabólicas que aparecen en el libro de COU de una forma elegante y moderna:

“kurban zehar higitzerakoan, puntu bat indefinituki urruntzen denean, puntu hori adar infinitu batetan zehar higitzen dela esaten da” (cuando un punto se aleja

indefinidamente al moverse a lo largo de la curva, se dice que ese punto se mueve en una rama infinita).

"k kurbak, adar infinitu batetan, r zuzena du asintotatzat baldin kurbaren P puntu bat eta zuzenaren arteko distantziak zerorantz jotzen badu P puntuak adar infinitua deskribatzen duenean" (la curva k tiene en una rama infinita por asíntota la recta r, si la distancia entre un punto P de la curva que se mueve a lo largo de la rama infinita y la recta tiende a cero).

- En pocos libros de texto de matemáticas actuales podemos leer la "regla del sacacorchos"("sakakortxoaren legea"); en estos textos aparece muy bien escrita:

"a-tik b-ra, bide motzenetik, zipotz edo sakakortxo batek aurreraka biratzerakoan duen norantza bat datoz" (el sentido de un sacacorchos que gira de a hacia b por el camino más corto).

- Ya en el libro de 3º comienzan a utilizar "sinu" (expresión actual) y no "seno" como en los dos anteriores. Igualmente abandonaron la expresión más arcaica de "*bigarren berretura*" (raíz cuadrada) y la sustituyeron por la más actual de "erro karratua".

"….biderkadura eskalarraren erro karratua" (raíz cuadrada del producto escalar)

- El espacio asociado que en 2º era "*espazio edo plano uztartua", se ha convertido para 3º en "elkartua" (actual):*

"V_2 espazio bektorialari elkartua dagoen plano afina E_2 "

- En el libro de COU aparecían ya como muy afincadas las siguientes expresiones modernas:

"ariketa ebatziak (ejercicios resueltos*), diagonal nagusia* (diagonal principal*), matrize goi-triangeluarra* (matriz triangular superior*), matrize karratua* (matriz cuadrada*), iraulia (*traspuesta*), minore (*minor*), adjuntua* (adjunto*), minore osagarria* (menor complementario*), alderantzizko matrizea* (matriz inversa*), elkartutako azpiespazio bektoriala (*subespacio vectorial asociado*)".*

- El euskera utilizado en el texto de COU, salvo algunos términos, estaba estandarizado y es el utilizado actualmente. De hecho, como ya se ha señalado anteriormente, los traductores-coautores del texto, contribuyeron a la normalización del euskera y fijaron, en un cierto sentido, su uso en matemáticas.

Además el libro no es una traducción palabra por palabra del texto en castellano, puesto que hay partes del castellano que se han suprimido, algunos ejercicios de algunas lecciones, y en algún caso se han añadido más ejercicios, cosecha propia de los traductores. Por eso nos permitimos hablar de coautores.

De todas formas algunas de las apreciaciones efectuadas sobre la forma de utilizar el idioma pierden parte de su sentido al traducirlas al castellano.

4.3. <u>TEXTOS - LGE – 3. GRUPO CERO </u>(1977 – 1982)

1. Datos de carácter general

- Matemáticas Bachillerato Volumen 1 (1977). I.C.E. Universidad Politécnica de Valencia. Autores: E. Borrás, E. Carrillo, J. Dopazo, M. González, D. Gozalbo, F. Hernán, A. Salvador, V. Talens. Pág. 245.

- Matemáticas de Bachillerato Volumen 2 (1978). Roberto Guillén, Editor. Autores: Eliseo Borrás, M. Elisa Carrillo, Joaquín Dopazo, Miguel González, Daniel Gozálbo, Francisco Hernán, Adela Salvador, Vicente Talens. Pág. 345.

- Estadística (1980). I.C.E. Universidad Politécnica de Valencia. Pág. 154. Geometría y Cónicas (1982). I.C.E. Universidad Politécnica de Valencia. Pág. 246. Autores: Eliseo Borrás, M. Elisa Carrillo, José Casany, Joaquín Dopazo, Carmen García, Daniel Gozalbo, Francisco Hernán, Magda Morata, Luís Puig, Angel Salar, Adela Salvador, Vicente Talens.

Figura 4.4 Libros de texto de 1º y 2º de bachillerato. Grupo Cero

Tabla 4.3 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS – Matemáticas – GRUPO CERO

Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Se reestructura el programa oficial de 1º y 2º de BUP, redistribuyéndolo entre los dos cursos - Se huye de formalismos deductivos - Utilización de problemas abiertos (problemas núcleo) a modo de introducción e investigación sobre el tema - Se recurre a anécdotas y retazos de la historia de las matemáticas - Formalización de algunos conceptos de matemáticas tras una larga experimentación con los ejemplos - Todo el enfoque de los libros es innovador. Se resaltan las situaciones donde la matemática aparece de manera natural, se plantean situaciones reales y cotidianas, se hace uso de la intuición y de la visión gráfica - Con el tratamiento integrador y contextualizado de los temas, se inició un camino que sigue vigente hoy en día. - Representa el inicio de unas matemáticas que surgen de lo cotidiano y son aplicables a situaciones reales.	- El lenguaje simbólico está influenciado por los usos de la época. Hay simbología de conjuntos, se utiliza el alfabeto griego y se escriben de manera sintética algunas fórmulas - Aún así predomina el lenguaje escrito sobre el simbólico, que sólo se utiliza como conclusión de los procesos - Lenguaje escrito que no renuncia a la alfabetización científica y cultural, con terminología diversa y en algunos casos de elevado nivel. - Innovador en el aspecto gráfico, pues recurrieron a tres ilustradores. Gran cantidad de gráficos, diagramas e ilustraciones tipo cómic, que hacen los textos más atractivos.	- La metodología se basa en la resolución de ejercicios - Problemas abiertos en la introducción de los temas - Ejercicios contextualizados, extraídos de diferentes situaciones y campos del saber - Ejercicios de distinto tipo: manipulación, consolidación. - Uso de la calculadora en algunos de los ejercicios	- Modelo: Resolución de Problemas - Enfoque integrado - Texto innovador - Aprendizaje por descubrimiento - Tendencia constructivista - Método: Deliberativo-Reflexivo - Tratamiento moderno de la matemática, a través de situaciones contextualizadas de aprendizaje.

Los textos de 1º y 2º de BUP tienen un aspecto diferente al de los textos al uso, tanto actuales, como por supuesto los de la época. Son textos de un tamaño superior al normal, mayor que el de los libros de texto, pero sin llegar a tamaño folio, con una portada ilustrada a varios colores y con una maquetación interior rica en dibujos y gráficos y con abundante escritura manual que hace que el texto sea menos formal.

Los textos de 3º de BUP son dos libritos independientes de carácter más experimental que los otros, y por lo tanto no pueden ser considerados estrictamente como libros de texto.

El Grupo Cero, fue pionero en renovación de Enseñanza de las Matemáticas y los autores se integraron posteriormente o impulsaron movimientos de renovación pedagógica y han participado en otros textos posteriores.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1 Contenido matemático

Se reestructura el programa oficial de 1º, 2º y 3º de BUP, redistribuyéndolo entre los tres cursos. Los textos de 1º y 2º sí abarcan el programa oficial, aunque la distribución es diferente y el tratamiento de algunos de los temas muy singular. Los textos de 3º de BUP eran experimentales y no abarcan todo el programa oficial. Esto no permitía su utilización como libro de texto, sino como material auxiliar o complementario.

El libro de 1º tiene una "Presentación", a cargo del Director del ICE de la Universidad Politécnica de Valencia (José Luís Castillejo), en la que se resaltan algunos de los focos de interés de la obra y además refleja ciertas características de la época en la que se sitúa.

Comienza diciendo que *"Este libro no es un <<libro de texto>>, ni aspira a serlo. Es un proyecto de trabajo, que se presenta libre de todo dogmatismo y abierto a constantes revisiones"*

Continua diciendo que *"el libro responde a la pregunta de cómo aprender (lo que conlleva a un modo de "enseñar") matemáticas, inductiva o deductivamente"*

Se enumeran también los factores que han sido tenidos en cuenta en esta experiencia:

a) El cambio de perspectiva social en la consideración de las Matemáticas en el nivel del Bachillerato

b) El interés del estudiante

c) Presentar las Matemáticas como estudio de posibilidades y como proveedora de modelos

d) Incorporar las matemáticas a la vida real

e) Presentarlas como proyecto interdisciplinar

f) Ensayar nuevas organizaciones del trabajo en clase

g) Intentar que un equipo de profesores en ejercicio, trabaje conjuntamente

Hay que tener en cuenta que estamos en el año 1977, y que en las frases que se han escrito más arriba, están contenidos muchos conceptos e ideas sobre la enseñanza de las matemáticas, que revolucionaron su enseñanza y su aprendizaje, y que siguen plenamente vigentes 30 años después. Hablar del método inductivo, de modelos, de las matemáticas y la vida real, son conceptos que han sido y son, una constante en todos los currículos que desde el año 1980 hasta la actualidad han estado vigentes.

En cuanto a los textos de Estadística y Cónicas, vamos a detallar su contenido matemático, pues era, y sigue siendo, muy rupturista e innovador, además de poseer un alto nivel conceptual.

Se estudian las distribuciones de probabilidad, la binomial, la esperanza matemática, el concepto de apuesta y de juego equitativo y la desigualdad de *Chebycheff*. Por supuesto que se deduce la fórmula de Chebycheff, mediante transformaciones simbólicas abstractas, llegando a escribir: $p(|x-\mu| \leq n\sigma) \geq 1-\frac{1}{n^2}$

Se estudian luego las variables aleatorias continuas, mediante numerosos ejemplos en los que se comprueba que determinadas funciones, son funciones de densidad (calculando las integrales definidas correspondientes). En los ejemplos propuestos, aparecen con sus nombres la distribución uniforme y la exponencial. Los parámetros se definen simbólicamente de forma general y se aplican en ejemplos. Se estudia el ajuste de una distribución empírica. Y entre los ejemplos hay uno de probabilidades geométricas.

En la curva normal se comienza dibujando la función de densidad y se dice que como la función de densidad no tiene primitivas expresables mediante funciones elementales, se ha tabulado. Se dedica por tanto una sección al cálculo de tablas y se pasa a la aproximación de la binomial por la normal; aquí se han hecho unos histogramas en los que esta aproximación queda reflejada de forma patente.

En estimación se comienza calculando el tamaño de una muestra con un ejemplo, para pasar a hablar del margen de error; se demuestra de forma rigurosa el teorema de

Bernouilli ($\lim_{n\to\infty} p(\left|\frac{x}{n} - a\right| \leq \varepsilon) = 1$) y se tratan mediante ejemplos los test de hipótesis, niveles de significación y errores.

En la primera parte de geometría se comienza con ejemplos en los que aparecen el mosaico de los escarabajos de *Escher*, el mosaico de los jinetes y caballos y el boceto de los ángeles y los diablos. Se trata de hallar el motivo mínimo a partir del cual surge todo el mosaico y describir las transformaciones necesarias.

Se estudian las isometrías en el plano, definiendo los puntos y las rectas invariantes y describiéndolas mediante vectores.

Hay un estudio abstracto y en forma algebraica de los grupos y subgrupos, con sus operaciones y propiedades, que luego se aplican al grupo de los movimientos del plano.
Se hace el estudio equivalente en el espacio. Aparecen objetos como escarabajos, dodecaedro estrellado, movimiento helicoidal, mariposas, estrella de mar, y varias fotografías: estructura en forma de tetraedro de Berna, cúpula parecida a un hemisferio, cúpulas de iglesias de Valencia y su plaza de toros.

Se estudian las homotecias y semejanzas y hay una sección sobre deformaciones topológicas y otra sobre proyecciones. Se hace un estudio de las matrices que caracterizan a algunas transformaciones y se pasa al estudio, más o menos clásico, de la geometría métrica del plano y del espacio y en un resumen se recogen las fórmulas de trigonometría.

Se hace un estudio no analítico de las cónicas y de algunas superficies, para finalizar con un estudio algebraico en el que se escriben sus ecuaciones en coordenadas paramétricas y sus ecuaciones cartesianas. Se estudian sus diversos métodos de construcción y algunas de sus propiedades referentes a reflexión, excentricidad, caminos más cortos etc.

2.2 Tratamiento Didáctico

El libro de 1º tiene un "Prólogo" escrito por los autores y del que extraemos las ideas más importantes.

1. Se enfatiza sobre el cambio necesario en el rol del profesor y del estudiante y se habla de investigar, conjeturar, verbos desconocidos en el lenguaje de la época usado para describir la actividad de la clase de matemáticas:

"Todo el libro está recorrido por una idea básica: para preparar a los estudiantes para lo desconocido, el aprendizaje debe predominar sobre la enseñanza. No es la actividad del profesor lo que configura una clase activa, que sólo lo es si los estudiantes actúan,

investigan, conjeturan, rectifican ellos mismos sus propios errores. El papel del profesor está aquí en sugerir algunos caminos fecundos, ayudar a salir de las vías muertas, estimular la iniciativa personal o del grupo”

2. Aparece, creemos que por primera vez, la palabra “matematizar” (hacer matemáticas), para referirse a establecer modelos que describan situaciones empíricas pero reales y no a poner el énfasis en trabajar las matemáticas desde dentro de la propia matemática:

“En una clase activa de matemáticas la tarea primordial es hacer matemáticas, es decir matematizar. Pero no siempre se ve este concepto bajo la misma perspectiva. <<La mentalidad matemática se expresa en la tendencia a matematizar las matemáticas. Por supuesto que los estudiantes deben aprender a matematizar situaciones reales. Matematizar situaciones matemáticas puede ser el final pero no el comienzo”.

3. Se aborda la cuestión de la separación entre teoría y práctica, cuestión candente en aquel momento, y se decantan por un tratamiento unificado, abordando desde la peculiaridad del tratamiento matemático los fenómenos que estudian otras ciencias (la física, la biología, la economía, etc.) y por lo tanto resaltando la aplicabilidad de las matemáticas, su función instrumental:

“No se trata de desarrollar un cuerpo de ideas matemáticas y sólo después introducir varias aplicaciones. No: las aplicaciones deben surgir de un modo natural alejando la posibilidad de toda separación ficticia entre teoría y práctica”

4. Hay un cambio metodológico en la presentación de la materia, que supone superar el concepto de que los ejemplos (actividades) deben servir de motivación, e incluso, lo que ya era novedad para la época, de introducción de un determinado concepto, para pasar a asignarles el papel de foco de desarrollo de la actividad matemática:

“Los conceptos van apareciendo poco a poco y se procura evitar definiciones súbitas. En este sentido, los ejercicios de introducción no tienen como objetivo <<motivar>> al estudiante si como tal se entiende <<robar>> su atención, <<atraerle>>. Su objetivo es más bien ofrecer problemas que le adviertan del tipo de cuestiones desde ángulos suficientemente diversos como para hacer ver la necesidad de una aproximación unitaria, la utilidad de un determinado modelo matemático, los beneficios que pueden lograrse si se dispone de un concepto globalizador”.

5. Se avisa de que el cambio de metodología va a conllevar otro tipo de tareas y esfuerzos por parte del estudiante, disminuyendo la carga memorística que la enseñanza de la época tenía, pero aumentando la lectura atenta y la creatividad:

"Los estudiantes deben saber que se les pide un esfuerzo no habitual de lectura cuidadosa de los problemas propuestos y el intento de forzar el ritmo de su creatividad".

Por lo tanto las características a resaltar sobre la metodología son:

1. Trabajo por parte del alumno a base de ejemplos contextualizados, obtenidos de ejemplos de la vida real y de otras ciencias.
2. Formalización de algunos conceptos de matemáticas tras una larga experimentación con los ejemplos. Esa formalización lleva aparejada en muchos casos el uso de un lenguaje simbólico, que en algunos casos es conjuntista, por las influencias de la época.
3. Uso de ejemplos que exigen una determinada construcción o la realización de experimentos por parte de los alumnos y la toma de mediciones experimentales.
4. Utilización de problemas abiertos (problemas núcleo) que suponen una investigación por parte del estudiante.
5. Rechazo de las demostraciones formales (sólo hay una en todo el texto de 1º de BUP)

- El texto de 2º tiene cambios con respecto al de 1º que se sustancian en los siguientes puntos:

1. Hay una mayor formalización en el texto, tanto en lo que se refiere a la utilización del lenguaje simbólico asociado a los temas (límites, derivadas, geometría, integrales), como en el aspecto deductivo, donde algunas de las propiedades que dan lugar a fórmulas importantes se demuestran en forma abstracta y general (propiedades de las derivadas, regla de Barrow), como en el desarrollo de partes del programa que se efectúan de forma más o menos clásica (dibujo de funciones, cálculo de derivadas, integral definida), salvaguardando la introducción de los conceptos, que siempre se hace intuitivamente, desde diferentes puntos de vista y experiencias diversas.
2. No hay verdaderos problemas núcleo, como en 1º, que supongan extensos trabajos de búsqueda de información o de desarrollos, en torno a un tema desde diferentes puntos de vista. Sí hay contextualización de muchos de los ejercicios, uso de los conceptos y del lenguaje técnico del área de conocimiento al que pertenecen y culturización en el área correspondiente.

En el librito de Estadística, hay un breve prólogo en el que se mencionan los textos consultados que son:

(1) S.M.P. Cambridge University Press. 1975

(2) S.M.P. Revised Advanced Mathematics. Cambridge University Press. 1973

(3) L`Enseignement des probabilités et de la Statistique. Arthur Engel. CEDIC. 1975"

Son textos que en aquella época no eran muy conocidos en España, pero que luego se tradujeron al castellano y se han convertido en clásicos.

El libro tiene una breve introducción en la que se aborda el objeto de estudio de la estadística y sus métodos. Se mencionan varios ejemplos: el conocido sobre las elecciones presidenciales de 1936 en las que ganó *Roosevelt, el control de calidad, el estudio de los semáforos y la capacidad curativa de un nuevo fármaco.* Se nos dice que las conclusiones de la estadística serán del tipo: *"Este hecho será así con tal probabilidad"*.

La probabilidad (1º) se inicia de una forma resuelta y directa mediante la realización de ejercicios próximos al alumno, sobre situaciones personales, educativas o de su entorno, sobre las que se advierte al profesor, que tienen un carácter exploratorio de conocimientos previos, o en terminología actual, de "evaluación inicial". Se habla además de habilidades: cálculo de porcentajes, agilidad combinatoria, empleo de diagramas en árbol y práctica aritmética general, que se dice (pág. 145) "*pueden condicionar la marcha de la clase en su ritmo y en su rendimiento*". Aparece aquí otro término, el de "*habilidad*", que hoy en día está incorporado a las teorías curriculares y es de uso generalizado.

En el texto de 1º se huye de formalismos deductivos, para ya en el de 2º llegar a demostrar algunas propiedades, pasando en el de 3º a demostraciones generales y abstractas. Se avanza en la formalización de los conceptos matemáticos tras experimentar con numerosos ejemplos.

2.3 Aplicabilidad de la matemática y contextualización

Se presentan las matemáticas en estrecho contacto con el estudio de situaciones científicas, técnicas, sociales o cotidianas y se hace divulgación científica al situar los problemas en su entorno científico y abordar los conceptos y la terminología que les son propios.

2.4 Historia, motivación y aspectos lúdicos

Se recurre a anécdotas y retazos de la historia de las matemáticas. Por ejemplo, en estadística, al hablar sobre ruletas hay algún ejercicio y una anécdota sobre un desequilibrio producido por desgaste, en una de las ruletas del Casino de Montercalo, que parece ser que alguien aprovechó para hacerse millonario. En esto también se marcó una línea metodológica, al intercalar lecturas interesantes o hechos curiosos relacionados con la materia estudiada, que sin ser estrictamente matemáticos, sirven de motivación, o fomentan el interés.

2.5 Otros aspectos

En el volumen de 3º de BUP al tratar las cónicas, se presenta en un apéndice la evolución de ciertos conceptos astronómicos.

3. Lenguaje Gráfico-Simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- El lenguaje simbólico esta influenciado por los usos de la época. Hay simbología de conjuntos, se utiliza el alfabeto griego y se escriben de manera sintética algunas fórmulas. Hay una progresiva utilización del lenguaje simbólico propio de los temas estudiados, a medida que se avanza en su modelización matemática.

Dos ejemplos curiosos de notaciones que aparecen en los textos:

1. Se tratan las diferencias de una función polinómica, como una propiedad interesante que las caracteriza y se utiliza su simbología (p. ej. $\Delta_2 y$).

2. Hay una notación ya en desuso para las fracciones, que son las fracciones mixtas: $2\frac{13}{16}$, y ejemplos sobre: devaluación, intensidad de la corriente eléctrica, radiactividad, péndulo.

- En probabilidad, no se utiliza la terminología de operaciones entre conjuntos para designar este tipo de probabilidades; es decir, se usan en el texto: p(noX), p(A y B), p(A ó B).

- Se escriben las fórmulas para el cálculo de los parámetros estadísticos. Por ejemplo:

$$\Omega \xrightarrow{X} R\,,\ X(\varpi_1)=0\,,\ X(\varpi_2)=0,\ldots\ \bar{x}=\sum_{i=1}^{i=r} f_i x_i\,,\ s=\sqrt{\sum_{i=1}^{i=r}(x_i-\bar{x})^2 f_i}$$

Es decir que no se renuncia a escribir las fórmulas con la simbología abstracta del lenguaje matemático. Esto puede ser una influencia de la época, que también se aprecia al plantear algún ejercicio en el que la combinatoria se pone en relación con las aplicaciones entre conjuntos.

- El lenguaje simbólico incluye sumatorios y límites, también valores absolutos y epsilones. Cuando se aborda el símbolo épsilon, hay un dibujo de varios epsilones, tratados como si fueran espadachines luchando entre sí.
- En el texto de 3º de BUP el lenguaje simbólico no tiene restricciones, corresponde a la matemática superior (símbolos, integrales impropias, matrices y sus operaciones, etc.)

3.2. Lenguaje escrito

Aún así predomina el lenguaje escrito sobre el simbólico, que sólo se utiliza como conclusión de los procesos. Lenguaje escrito que no renuncia a la alfabetización científica y cultural, con terminología diversa y en algunos casos de elevado nivel.

Sobre el lenguaje escrito queremos destacar la presencia de textos largos, en los que se explican de forma pausada las situaciones que se plantean. Son textos de un aspecto semiliterario, extraídos de diferentes contextos y situaciones, y planteados con la terminología del contexto-situación a la que pertenecen. Es decir se presupone un objetivo de alfabetización cultural y científica a través de las matemáticas y a la vez un interés en los alumnos por este tipo de situaciones y por indagar en la terminología que no conozcan.

Así por ejemplo, transcribimos el ejercicio de introducción a las tablas de contingencia, pág. 159:

13. Diagnósticos. *“Para comprobar la existencia de una lesión de hígado leemos en una revista médica que existen dos procedimientos fundamentales: <<el histológico>> y el <<gráfico>>. Este último no es tan preciso como el primero, pero es menos expuesto. Para verificar la precisión de un procedimiento gráfico se estudiaron 580 lesiones de hígado, comprobándose luego histológicamente sí el diagnóstico había sido correcto o incorrecto”*

Los datos se pasan a una tabla de doble entrada, pero lo que queremos resaltar es el nivel del lenguaje y de la situación planteada en el ejercicio. Un ejercicio que representa una situación de tipo científico, donde hasta la terminología puede ser difícil de entender para los alumnos, y por lo tanto tienen que comenzar por movilizar sus habilidades y recursos lingüísticos.

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

El lenguaje gráfico, con las limitaciones de la época, constituye otro aspecto muy rupturista e innovador. Las ilustraciones suelen ser en blanco y negro, en algún caso se inserta el color azul, están hechas por un equipo de ilustradores a mano y las hay tanto de apoyo de las explicaciones, tipo gráfica de rectas, segmentos, rectángulos, triángulos, como, la mayoría, que son ilustraciones tipo cómic o viñeta, que pretenden mostrar cierto contenido de una forma más agradable para el alumno. Muchas de ellas contienen texto en el interior y otras simplemente, hacen que el estilo y la apariencia del texto mejoren y no sea tan árida.

Su función no es sólo auxiliar en la comprensión de conceptos y propiedades, sino que se utilizan como estrategia para la resolución de problemas.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Excelentes histogramas presentados en papel milimetrado y dibujo de curvas de densidad. Otra novedad del texto que debemos apuntar es la introducción de los diagramas de árbol y las tablas de contingencia. Fueron los primeros en hacerlo en los textos en lengua castellana, lo hacen mediante ejemplos, aunque luego generalizan su escritura y relacionan los dos conceptos, es decir la forma de pasar de los unos a los otros. Esto suponía de facto, eliminar todos los teoremas sobre la probabilidad compuesta (incluido el teorema de Bayes) y facilitaba un tratamiento práctico a base de ejemplos que no eran triviales.

El estudio de la combinatoria se hace sobre cajas y diagramas de árbol, marcando en esto también una línea metodológica nueva, se ilustra el aparato de Galton y con él se justifican las propiedades de los números combinatorios.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Comienza el bloque de números con una actividad contextualizada, en la que aparece una fotografía aérea de la ciudad de Valencia, donde en trazo grueso se han delimitado determinadas avenidas y zonas de la ciudad. Se ha pasado la información contenida en la fotografía a un dibujo hecho en papel milimetrado, que contiene un esbozo de la fotografía anterior.

Innovación en la introducción de fotografías relacionadas con las matemáticas, de los mosaicos y de las tramas para la representación de los vectores.

En la geometría aparecen mosaicos, fotografías, e infinidad de figuras bi y tridimensionales asociadas a los conceptos, propiedades y ejercicios planteados.

El tema de estudio sistemático de las gráficas, presenta dos características a resaltar:

1ª Hay varios ejercicios de tipo inverso; es decir, nos dan el dibujo de la gráfica de una función sencilla y nos piden determinar la expresión de la función. Nos dan parte de la gráfica y nos dicen que la función es simétrica; hay que dibujarla completa.

2ª La parte gráfica del tema contiene multitud de viñetas originales tipo cómic (a dos colores) que merecen ser destacadas. Hay en la pág. 93, casi la página entera, con lo que aparentan ser unos apuntes de un estudiante escritos a mano, con pequeños dibujos intercalados (popeye, una flor, un pato,…). Hay en la parte inferior un apunte dirigido al profesor, que está escrito verticalmente. Esto le da una apariencia muy informal y próxima al alumno. En el dibujo de la página 95, aparecen varios tarros en una estantería, cada uno con su etiqueta correspondiente, que resulta ser una función, de la que se piden ciertas cosas. En la siguiente página hay una pareja de los años 20 del siglo pasado bailando y se supone que son la función y su asíntota. En las funciones pares e impares hay dos dibujos de lo que pretenden ser naipes, uno de ellos con dos rostros femeninos colocados uno al lado del otro (simetría par) y el otro con un torso y dos cabezas colocadas la una debajo de la otra pero en sentido inverso.

3ª Se ha hecho un esfuerzo por presentar las gráficas de las funciones en papel milimetrado y dibujadas de una forma muy clara y precisa.

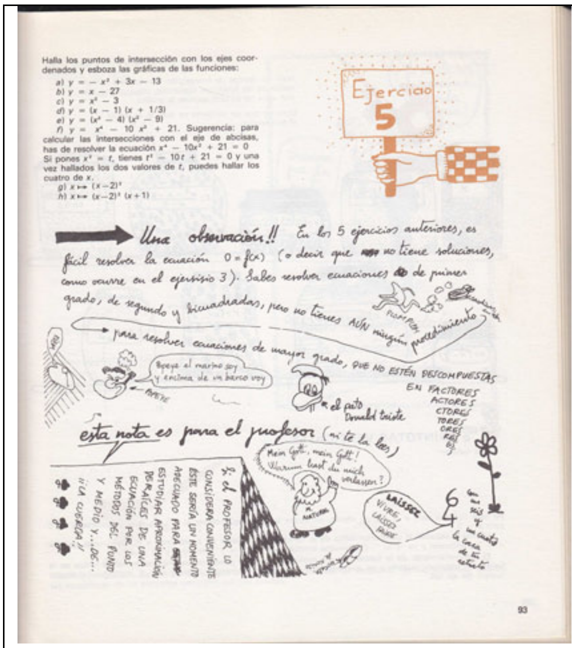


Fig. 4.5 Ilustraciones del texto de 2º bachillerato. Grupo Cero

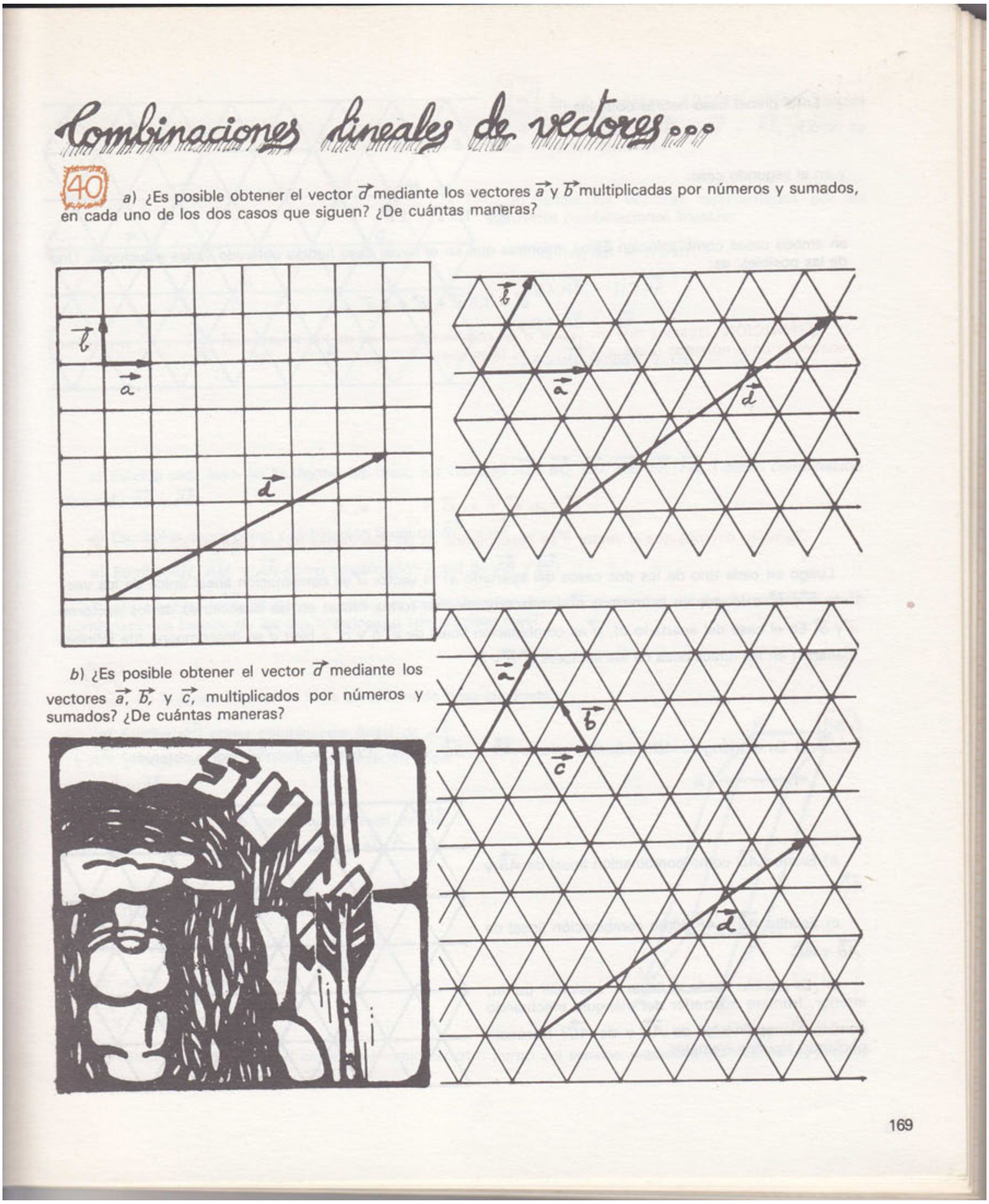
El lenguaje gráfico de la geometría es muy rico y abarca cuatro tipos de elementos:

1º Dibujos de vectores, rectas, planos, coordenadas, ejes, mapas, que apoyan la introducción de los conceptos o de sus propiedades y ejemplos.

2º Las gráficas cuyo objetivo es lúdico, tipo viñetas cómic, muy abundantes y relacionadas con lo que se está tratando; por ejemplo se nos dice que la señal de dirección prohibida, se debería llamar sentido prohibido y hay un guardia de circulación y un conductor discutiendo sobre el particular. La flecha canónica, representante del vector, es la que se le dispara a un individuo atado a un árbol.

3º Fotografías con los motivos geométricos que se están estudiando obtenidas en edificios y lugares de Valencia. Aparecen balconadas, arcos, motivos geométricos en azulejos, cenefas, etc. También fotografía de una oruga de quinto estadio y de cristales.

4º Dibujo de varios tipos de mosaicos y tres páginas completas con tramas diversas, que se proveen para que los alumnos dibujen sus propios mosaicos.



Combinaciones lineales de vectores...

40 a) ¿Es posible obtener el vector $\vec{d}$ mediante los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ multiplicadas por números y sumados, en cada uno de los dos casos que siguen? ¿De cuántas maneras?

b) ¿Es posible obtener el vector $\vec{d}$ mediante los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, y $\vec{c}$, multiplicados por números y sumados? ¿De cuántas maneras?

169

Fig. 4.6 Ilustraciones del texto de 2º bachillerato. Grupo Cero

El lenguaje gráfico en las funciones exponencial y logarítmica, vuelve a ser muy rico y creativo en el aspecto ilustrativo. Hay *viñetas de naves espaciales, de cuadrados y triángulos que se van partiendo, de un huevo frito dibujado a pié de página en el que aparece la leyenda “esto aquí no viene a cuento”, de un hotel de infinitas habitaciones, de un fakir hindú, de Flash Gordon, etc.*

Queremos destacar la presentación en papel milimetrado, a dos páginas completas, de la representación gráfica de las dos funciones, que no está impresa, sino contenida en una hoja transparente de papel cebolla, que se superpone en el papel milimetrado, de forma que se puedan obtener las dos gráficas. Estas dos ilustraciones vienen precedidas de otra página entera en la que en un ambiente de selva, un guerrero negro contiene en un globo la expresión ¡la gráfica, ya viene la gráfica!

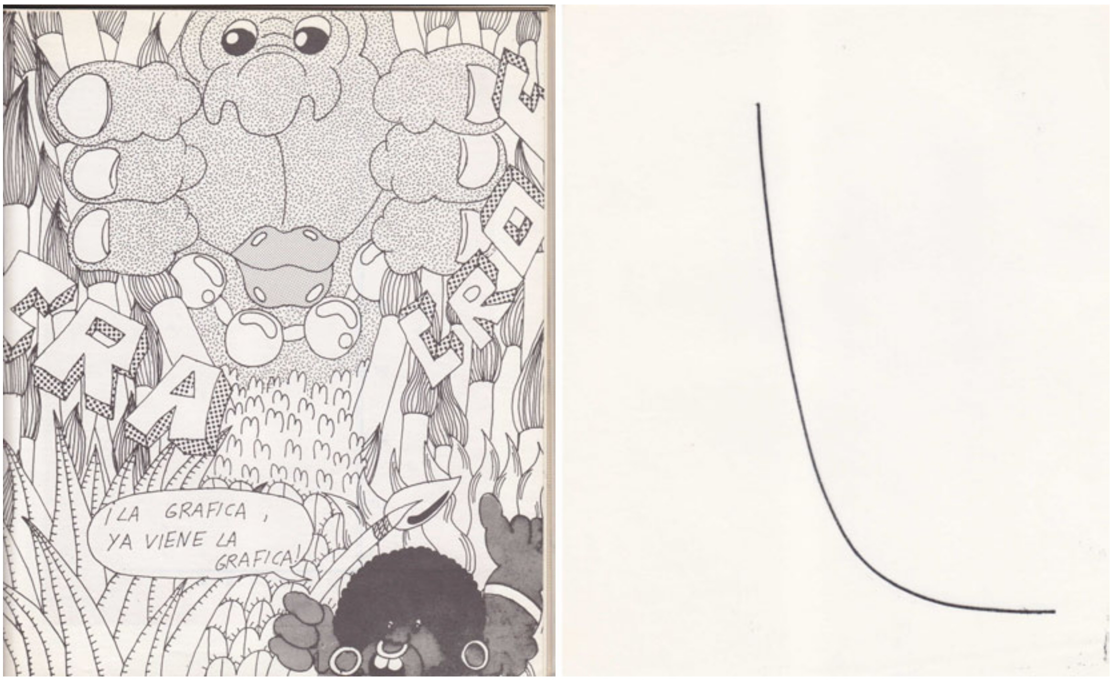


Fig. 4.7 Ilustraciones del texto de 2º bachillerato. Grupo Cero

Cabe mencionar que los histogramas (3º) se representan sobre papel milimetrado y permiten calcular probabilidades acumuladas.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Dos colores en algunas gráficas del texto de 2º, el resto a un solo color

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Hay ejercicios de distinto tipo: manipulación (para practicar), consolidación. Como la metodología se basa en la resolución de ejercicios, se plantean problemas abiertos en la introducción de los temas. También hay ejercicios de introducción y sondeo, de consolidación, problema núcleo, de manipulación. Estos tipos de ejercicios y estas denominaciones, eran también novedosas y luego las hemos encontrado en textos posteriores de gran difusión (M. Guzmán, Anaya).

Dos aspectos importantes de los ejercicios del texto es que se trabajan en los denominados “problemas núcleo”, verdaderos problemas abiertos que suponen una investigación para los alumnos y el otro, es el aspecto relativo a la redacción de los ejercicios, al tipo de lenguaje escrito con el que están redactados, y que ya se ha comentado más arriba.

Los ejercicios se plantean a lo largo de los temas, intercalados en las distintas secciones y al final de los mismos.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

- Muchos ejercicios están contextualizados, proceden de diferentes situaciones y campos del saber. Otros muestran las aplicaciones y potencialidades de las matemáticas. También se plantea el uso de la calculadora en algunos de los ejercicios, lo que era una innovación para la época.

- Problemas de redacción larga, semiliteraria, explicando el contexto y su terminología y, en algunos casos, con una redacción cuya función es adornar el problema matemático.

1. *“El Plasmodium desarrolla su fase asexual en el aparato circulatorio del hombre enfermo de paludismo o malaria y su fase sexual en el aparato digestivo de la hembra del mosquito Anopheles. El Plasmodium crece y se desarrolla en el interior de los glóbulos rojos y se reproduce asexualmente, dando lugar a la fase de roseta que termina por romper los hematíes y salir al exterior. Ello provoca un acceso de fiebre (se adjunta gráfica).*

a) ¿Cuánto tiempo dura, aproximadamente, la fase de roseta?

b) ¿Cuánto tiempo dura, aproximadamente, la esporulación?

c) El proceso se repite, nuevamente igual cada cierto tiempo. A este tiempo se le llama periodo de la función. ¿Cuánto es el periodo, aproximadamente?

2. En un ejemplo sobre volumen de aire inspirado se lee:*“Ahora bien, se sabe que del aire introducido en cada inspiración, sólo una fracción llega hasta los pulmones (a los alvéolos pulmonares). El resto permanece en la nariz, faringe, tráquea y bronquios. Esta parte de aire inspirado no participa por lo tanto en la ventilación alveolar efectiva ni, por eso mismo, en los intercambios gaseosos y suele oscilar alrededor de 125 ml. A la parte de aire inspirado que llega a los alvéolos pulmonares se le llama volumen efectivo”*

Este, y otros, son ejemplos de redacción semiliteraria, ejemplos que tienen un sustrato matemático típico, pero que están adornados por una redacción original (la lona utilizada por los bomberos y la velocidad con que se cae en ella, prueba de presión en una fábrica de neumáticos para el <<Concorde>>).

- No se renuncia a llamar a las cosas por su nombre, aunque resulten lejanas al alumno. Se utiliza el lenguaje de la ciencia en la que se presenta la situación expuesta en la actividad. Por ejemplo actividades dedicadas a conceptos de economía:

3. Pág. 86: *50. a) Una empresa ha observado que para uno de sus productos el coste total de producción de x unidades viene dado, en pesetas, por:*

$$C(x) = 0{,}001x^3 - 0{,}6x^2 + 300x$$

¿Qué interpretación puedes dar a C´(100)? Compárala con C(101)-C(100).

¿Qué interpretación puedes dar a C´(x)? Los economistas le llaman coste marginal.

¿Para qué valores de x es más barato producir una nueva unidad? ¿Cuál es el coste de esa nueva unidad?.

b) Para la empresa anterior el coste medio $C_m(x)$*, de producción de x unidades es* $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$*, es decir, viene dado por* $C_m(x) = 0{,}001x^2 - 0{,}6x + 300$

¿Cuál debe ser el número de unidades producidas si se quiere que el costo medio sea el menor posible? ¿Cuál es ese costo medio mínimo?.

c) Supongamos que la empresa se encuentra en situación de concurrencia perfecta, es decir, que el precio de venta del producto que fabrica le venga impuesto por el mercado y éste sea el de 340 ptas. por unidad. Los ingresos producidos por la venta de x unidades vienen dados por I(x)=340x.

¿Qué interpretación puedes dar a I´(x)? Los economistas le llaman renta marginal.

Calcula I´(100) y compáralo con C´(100). ¿Crees que debe fabricarse la unidad número 100?.

Es razonable pensar que mientras que una unidad produzca más ingresos de lo que cuesta producirla, esta unidad debe ser fabricada, y cuando ocurra lo contrario no debe ser fabricada. Teniendo esto en cuenta, el nivel de producción óptimo es aquel en que ambos valores son iguales.

¿Cuál es el número de unidades que debe fabricar la empresa para alcanzar este nivel óptimo?.

Todo un ejemplo de la aplicación de las matemáticas a la economía, que contiene una pequeña introducción a la teoría de la producción.

4. Extraemos, pág. 318, dos ejercicios de la lección de integrales, en los que se sigue profundizando en los conceptos de economía:

9. Una Bodega: Con el fin de acondicionar una bodega, deseamos calcular su volumen. La longitud es de 30 m. y su sección recta, tiene por ecuación: $y = 4x - 0{,}5x^2$

a) Estima rápidamente el área de la sección recta y el volumen de la bodega.

b) Para obtener más precisión, da cotas superiores e inferiores del área de la sección recta, tomando 8 rectángulos de base 1. Calcula la imprecisión que resulta al tomar la media de ambas cotas como medida del área. Calcula el correspondiente volumen".

Pág. 335: 24. El coste marginal de producción de x unidades de un determinado artículo viene dado por $C_m(x) = -0{,}1x + 300$*, siendo los costes fijos de 50000 pesetas (es decir, C(x)=50000). ¿Cuál es el coste total de fabricar 3000 unidades? ¿Cuál es el coste medio por unidad de esas 3000 unidades?.*

- Reproducimos un último ejercicio en el que se refleja que se tratan "otro tipo de problemas" incluidos aquellos de tipo lógico que hacen que se acepte o refute un argumento. En este caso el ejercicio no es sólo de tipo lógico, puesto que la respuesta está basada en un cálculo. También ponemos de manifiesto la profundidad del concepto "aceptar el argumento" o "que resulte una falacia", que nos conectan con los métodos de razonamiento de la ciencia en general y de la matemática en particular y el lenguaje utilizado.

5. *Analiza el siguiente argumento: La humanidad ha tenido que crecer a un ritmo superior al uno por mil anual (es decir, por cada mil personas, un aumento anual de una persona), porque si sólo hubiese crecido a ese ritmo sería imposible tener ahora unos 4000 millones de personas. ¿Cómo puedes comprobar si el argumento es válido o es una falacia?.*

- En el bloque del azar hay un cambio metodológico muy importante, representado, no sólo, por trabajar los conceptos sobre ejercicios, sino por el tipo y la calidad de ejercicios que se presentan, que estaban alejados de los tradicionales, estaban contextualizados y provenían de diferentes situaciones.

Enumeremos, por ejemplo, los tipos de ejercicios que se proponen: *actividades culturales en el instituto, fluidez del tráfico, empleados de banca, torneo de boxeo* (se incluye aquí un diagrama de árbol que no es simétrico, pues el juego finaliza cuando un boxeador gane cuatro partidas; este tipo de ejercicios también eran novedad), *líneas de autobuses, distribución de la población española*.

En el bloque de azar hay un total de 137, que son muchísimos.

5. Modelo de Enseñanza - Aprendizaje

Son textos innovadores, que fomentan el aprendizaje por descubrimiento, a través de la metodología de Resolución de Problemas, con un enfoque integrado de las matemáticas, mediante situaciones contextualizadas de aprendizaje que se resuelven usando el método Deliberativo-Reflexivo.

Representan el inicio de unas matemáticas que surgen de lo cotidiano y son aplicables a diversos tipos de situaciones, habitualmente extraídas del saber científico.

Todo el enfoque de los libros es innovador. Se resaltan las situaciones donde la matemática aparece de manera natural, se plantean situaciones reales y cotidianas, se hace uso de la intuición y de la visión gráfica.

Con el tratamiento integrador y contextualizado de los temas, se inició un camino que sigue vigente hoy en día.

5.1. Continuidades

- En el lenguaje simbólico se recurre al uso de terminología lógico-conjuntista y no se renuncia a una cierta visión estructuralista, de clara influencia Bourbakista.

5.2. Rupturas

- En el azar, la primera ruptura con respecto a los textos de la época que observamos es el hecho de ordenar los tres temas de manera diferente a como se solía hacer. El orden elegido aquí ha sido:

1. Probabilidad
2. Combinatoria
3. Estadística

Lo usual era estudiar la Combinatoria antes de la Probabilidad, pues se suponía que sus procedimientos eran aplicables, y facilitaban, el cálculo de probabilidades.

5.3. Innovaciones

- Es innovador el algoritmo que dan para el cálculo de raíces cuadradas, que ya dicen que es el que usan las calculadoras, mediante sucesivas iteraciones, y acompañado de un organigrama, con cajas y con el programa informático que serviría para su cálculo por ordenador. Todo ello con una ilustración de página entera, donde se incluyen los organigramas. También se describen las funciones que desempeñan cada tipo de caja en un organigrama.

- El estudio que se hace del concepto del infinito, tanto el infinito matemático, como el infinito de la ciencia, como el infinito filosófico, a través de un artículo, contiene citas de Hilbert y de Kant (<<Cuando en el uso de los principios del entendimiento no nos limitamos a aplicar nuestra razón a objetos de la experiencia, sino que nos atrevemos a extenderla más allá de los límites de ésta, se originan demostraciones que no esperan confirmación en la experiencia ni pueden tener refutación>>). También se cita a Russell y se aportan tres ejemplos interesantes sobre el hotel de las "infinitas habitaciones" de Cantor, la tabla de Caratheadory y "la torre de Brahma".

5.4. <u>Apertura de líneas innovadoras</u>

- En el apartado de estimaciones, se manejan cantidades muy grandes, a las que tampoco nos tenían acostumbrados los textos de matemáticas, tales como: *masa de la Tierra, del Sol, del electrón, de la Luna, edad de la Tierra, periodo de semidestrucción del Uranio 238, tiempo que tarda la luz en llegar desde Sirio a la Tierra, ídem del Sol a la Tierra, intervalo entre dos pulsaciones normales del corazón, tiempo que tarda una partícula elemental rápida en atravesar un núcleo de tamaño medio, distancia de la Tierra a la nebulosa más cercana (Andrómeda), radio de nuestra Galaxia, ídem de la Tierra al Sol, ídem de la Tierra a Sirio, tamaño del virus de la poliomielitis, radio de un átomo de hidrógeno, radio de un protón.*

Hay que tener en cuenta que muchos de los conceptos que aparecen en esa lista, suponen un conocimiento, que para los alumnos de hoy en día, están por encima de la media y además no suelen ser objeto de su interés.

- En las funciones vamos a señalar algunos de los ejemplos que nos han parecido interesantes y que luego han prevalecido en los textos de matemáticas:

1. *La famosa gripe de 1889 con su gráfica.*
2. *Llamadas de teléfono y su coste.*
3. *Globo sonda y temperatura.*
4. *Producción española de carbón en miles de Tm.*
5. *Franqueo de cartas.*
6. *Distancia despejada por un vehículo quitanieves en función del espesor de la nieve.*
7. *Distancia recorrida por un tren en función del número de vueltas que da cada rueda de la locomotora.*

8. *Superficie forestal.*
9. *Fiebre en una cierta enfermedad reumática.*
10. *"Los límites del crecimiento", obra publicada en 1972 por el MIT.*
11. *Natalidad y Población.*
12. *Catenaria.*
13. *Ejemplos sacados desde las matemáticas: parte entera, construcción de cajas, valor absoluto, módulo.*

- La primera parte de las derivadas comienza, y esto también era una innovación en el año 79, con la introducción del concepto de tasa de variación media. Estos autores y J. Etayo en Anaya fueron los primeros en hablar de este concepto en los textos de matemáticas.

- Tres aplicaciones interesantes de los vectores que se estudian por primera vez en un texto de este nivel son:

1º La representación de los vectores en tramas de diferentes tipos (cuadradas, triangulares, diagonales, etc.) y la realización en ellas de operaciones con vectores.

2º La introducción de los mosaicos y su obtención y representación mediante traslaciones de un motivo mínimo. Se menciona a Escher.

3º Se habla también de cristales y de sus regularidades.

4.4. <u>TEXTOS - LGE – 4. ELHUYAR – ELKAR</u> (1984 – 1987)

1. Datos de carácter general

- Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 1 (1984). Autores: Mikel Martinez, Xabier Mendizabal, Iñaki Rodriguez, Ino Eguren, Pedro Larrañaga, Rafa Enparantza, José Ramón Aizpurua. Editorial Elkar - Elhuyar. Pág. 343.

- Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 2 (1985). Autores: Xabier Mendizabal, Iñaki Rodriguez, Pedro Larrañaga, José Ramón Aizpurua, Josefa Etxeberria. Editorial Elkar - Elhuyar. Pág. 355.

- Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 3 (1986). Autores: Joxerra Aizpurua, Josefa Etxeberria, Xavier Mendizábal, Arantxa Olaizola, Iñaki Rodríguez, Simon Zozaia. Editorial Elkar - Elhuyar. Pág. 398.

- Matematika UBI A eta B aukerak (1987). Autores: Joxerra Aizpurua, Patxi Angulo, Xabier Mendizabal, Arantxa Olaizola, Iñakli Rodriguez, Simon Zozaia. Editorial Elkar - Elhuyar. Pág. 612.

- Matematika UBI C eta D aukerak (1989). Autores: Joxerra Aizpurua, Patxi Angulo, Iñaki Rodríguez. Editorial Elkar - Elhuyar. Pág. 411.

Fig. 4.8 Libros de texto de 1º BUP. ELHUYAR - ELKAR

Tabla 4.4 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS - Matematika BBB eta UBI – Elhuyar - Elkar

Euskera	Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Lectura no lineal de algunos símbolos - Euskera estándar y moderno - Se siguen escribiendo en lenguaje ordinario algunas de las propiedades	- Intentaron hacer un texto menos árido que los anteriores, adaptado y atractivo para la edad de los alumnos. - Algunos de los contenidos aparecen justificados antes de su introducción, contextualizados en algunos casos, o con una introducción histórica. - El uso de las demostraciones se ha reducido en gran medida con respecto a los textos anteriores y muchas se omiten, justificando determinadas propiedades con ejemplos o eliminando determinados formalismos lógicos en la construcción de los teoremas y propiedades. - En Combinatoria hay una ruptura didáctica con respecto a los textos de periodos anteriores, porque las fórmulas no se demuestran y además aparecen los diagramas de árbol - En el Binomio de Newton hay otra ruptura didáctica, porque anteriormente se demostraba la fórmula del Binomio y en este texto no - El texto de 2º de BUP es más formal. Como equilibrio tiene muchos ejemplos y figuras. - Los títulos de las preguntas son muy largos y descriptivos - Algunos de los temas tienen una cierta contextualización - Tratamiento actualizado de las derivadas (tipo constructivista) - Contiene algunas aplicaciones a otras ciencias - Lecturas sobre historia de las matemáticas y biografías	- Lenguaje conjuntista, algebraico y lógico relacionado con los temas - Profusión de gráficos y tablas - Viñetas tipo cómic - Alguna tabla de doble entrada - Algún diagrama de árbol	- Abundancia de ejercicios - Ejercicios para practicar y dominar procedimientos - Insistencia en el manejo algebraico - Interesantes problemas de letra en los temas de ecuaciones - En 3º algunas cuestiones de teoría se dejan para los ejercicios	- Modelo positivista - Enfoque conductista - Texto expositivo - Aprendizaje transmisivo - Tendencia estructuralista - Método práctico deductivo - Un cierto nivel de contextualización y aplicabilidad de las matemáticas

Los libros representan la segunda hornada de textos de BUP en euskera editados por ELKAR - ELHUYAR. Hay una gran diferencia entre estos textos y los anteriores.

- En primer lugar debemos resaltar que no son traducciones, son textos originales. Algunos de los textos tuvieron dos ediciones y ya en la segunda introdujeron el color en los gráficos (dos colores) haciendo un gran esfuerzo editorial, en la tipografía y en las imágenes que acompañan al texto.
- Ninguno de los textos tiene prefacio, ni introducción por parte de los autores; comienzan directamente con la primera lección.
- Intentaron hacer unos textos menos áridos que los anteriores, adaptados a la edad de los alumnos y más atractivos. Para ello introdujeron ilustraciones de cómics (tipo viñeta, con chistes relacionados con la materia a estudiar), y gran profusión de gráficos y tablas a dos colores.
- Pero el tratamiento de la matemática sigue siendo muy formal. Se obvian y simplifican algunas demostraciones, pero se tratan todos los tópicos relacionados con los temas. Eso sí cuidadosamente acompañados de multitud de ejemplos resueltos.
- También hay que resaltar que los libros siguen teniendo una apariencia de “apuntes” mecanografiados, que aunque con más medios que los anteriores, no tenía comparación con los textos de la época editados en castellano.
- Los autores eran profesores de ikastolas, de instituto y de universidad.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- El desarrollo de los textos se adapta a los programas oficiales y a las especificaciones que en ellos se hacen.
- Hay un desarrollo profuso de todos los tópicos matemáticos.
- En el texto de 1º aparecen los conjuntos de todo tipo de números introducidos de forma clásica. También aparecen las operaciones entre conjuntos, las propiedades y las estructuras (grupo conmutativo o abeliano), pero el enfoque de los textos no es estructuralista.
- En el texto de 2º, solo con ver los guiones de los temas, se observa su contenido matemático-formalista, el rigorismo en los apartados y el gusto por el desarrollo de todos los conceptos y propiedades asociados con un concepto matemático.
- El texto de matemáticas I de COU cubre el programa oficial ampliamente, tratando todos los tópicos incluidos en él. Además de incluir las lecciones sobre separación de

raíces, curvas y superficies e integración numérica, que estaban en el programa oficial, pero que como ya se ha señalado anteriormente, en la mayoría de los centros no se explicaban pues no entraban en selectividad, se han incluido dos temas, uno sobre Combinatoria y otro sobre la probabilidad Binomial, que no forman parte del programa oficial, pero que los autores han considerado necesario introducir, el uno porque es previo para la probabilidad y el otro porque ilustra una aplicación importante de la probabilidad.

Es un texto muy formalista y bastante rigorista. El método de presentación de la materia que utilizan es el de definición-proposición-teorema-demostración, tan usado en los libros de matemáticas superiores.

Decimos que es rigorista porque en el desarrollo se hacen precisiones, tanto conceptuales como terminológicas, que se justifican desde y para la propia matemática.

Algunos ejemplos de ello son los siguientes:

- Se describen las matrices con su estructura algebraica: *"(M;+,•) hirukotea unitatedun eraztun ez-trukakorra da"* (La terna (M;+,•) es un anillo unitario no conmutativo).
- Los determinantes se explican mediante permutaciones y sus propiedades también.
- En el teorema de Rouché, se prueba el sí y solo sí en los dos sentidos, resaltando el uso del conector lógico ("*baldin*", sí) ("*soilik baldin*", y sólo sí).
- Se demuestra que el número "e" es irracional.
- En las raíces de ecuaciones se explican el método de Regula falsi, de la cuerda y el de Newton y se demuestran teoremas tan específicos como el siguiente:

Teorema: *"Koefiziente osoko ekuazio algebraiko baten x ber n-aren koefizientea 1 bada, erro frakzioanarioak ezin du izan"* (En una ecuación algebraica de coeficientes enteros, si el coeficiente de x^n es 1, entonces la ecuación no puede tener raíces fraccionarias).

2.2. Tratamiento Didáctico

- El uso de las demostraciones se ha reducido en gran medida con respecto a los textos anteriores y muchas se omiten, justificando determinadas propiedades con ejemplos. El objetivo pedagógico se impone sobre los demás.
- Cabe mencionar el tratamiento moderno de tipo constructivista que en el texto de 2º se le ha dado al tema de derivadas; se presentan varios ejemplos que secuencialmente llevan al concepto de derivada. Se dice en la introducción (pág. 213) *"Ikasgai honen trataera aski berezia da. Azaldu nahi diren kontzeptuak, era berezi batera aztertuko dira, metodo klasikoak baztertuz. Hortaz, definizioetara iritsi aurretik egiten diren*

galderak eta irazkinak oso ondo lantzea eta ulertzea komenitzat jotzen dugu" (El tratamiento de esta lección es bastante especial. Se analizarán los conceptos de una forma especial, no por los métodos clásicos. Por eso se considera necesario trabajar muy bien las preguntas y comentarios que se hacen antes de llegar a las definiciones)

También hay que mencionar en este texto los cuadros resúmenes que aparecen al final de muchas lecciones, que tienen un carácter didáctico para facilitar la labor del alumno.

- En el texto de 3º y en el de matemáticas I de COU las lecciones tienen una introducción, en la que más que un tratamiento histórico o motivador del tema, lo que se hace es ponerlo en relación con conocimientos adquiridos en cursos anteriores y señalar cual va a ser el desarrollo de la lección y su interés para lecciones posteriores.
- El texto de matemáticas II de COU es un libro que presenta muchas diferencias con respecto al libro de las opciones A y B (Ciencias). Los temas tienen una introducción, que suele ser un ejemplo numérico o problema relacionado con el tema a tratar, pero que está sacado de la vida cotidiana. La resolución de ese problema permite resaltar la necesidad de los conceptos a introducir y el tipo de problemas que resuelven.

En este texto se hacen pocas demostraciones formales, las propiedades se escriben pero se prescinde de su demostración, conformándose con su ilustración mediante numerosos ejemplos.

Hay alguna contradicción en cuanto al aspecto formal-rigorista, por ejemplo en el tema de regresión lineal, en el que se demuestra el método de los mínimos cuadrados usando aparato matemático, lo que está fuera de la línea del texto y del nivel.

2.3. <u>Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización</u>

- En el texto de 1º algunos de los contenidos matemáticos aparecen justificados antes de su introducción, contextualizados en algunos casos, o con una introducción histórica.

Se introduce la probabilidad mediante el planteamiento de cuestiones que a veces nos hacemos en la vida ordinaria (Contextualización).

- En el texto de 2º se ha hecho un esfuerzo por contextualizar los temas y en muchos de ellos se da una introducción a través de un ejemplo que nos sitúa en el tema y que permite un desarrollo posterior; ejemplos:

1. En la introducción del número e, se habla de las células y de la partición; se dice que una persona tiene $5 \cdot 10^{12}$ células. Se menciona la bacteria "Eschericia coli".
2. En la función exponencial se extiende la función a través de un ejemplo de alturas y de presión atmosférica y de profundidades.

3. En la introducción de los logaritmos, se habla del reloj celular.

4. En la introducción de las funciones trigonométricas aparece una ilustración con un tiovivo.

- En el texto de 3º se presentan ejemplos y aplicaciones de la matemática en otras ciencias (generalmente en física, química), pero también en economía.

- Sin embargo el texto de matemáticas I de COU presenta pocas aplicaciones de la matemática y cuando lo hace, suelen ser sobre física.

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

- El texto de 2º presenta la novedad de incluir al final de cada lección unas lecturas sobre aspectos históricos de las matemáticas o biografías de matemáticos y la de no incluir tablas, ni de logaritmos, ni de trigonometría.

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- El lenguaje simbólico sigue siendo de alto contenido lógico-matemático, pero eliminando determinados formalismos lógicos en la construcción de los teoremas y propiedades.

- El lenguaje simbólico utilizado en el texto de matemáticas I de COU, es el que corresponde a los temas tratados, sin ninguna restricción. Se utilizan todo tipo de símbolos lógico-matemáticos y además se incide en el substrato lógico que subyace en la demostración de las propiedades y teoremas.

- Sin embargo el lenguaje simbólico-lógico utilizado en el texto de matemáticas II de COU, es el mínimo posible relacionado con las materias y fácilmente entendible para alumnos que provienen del BUP.

3.2. Lenguaje escrito

- Las definiciones se escriben en lenguaje ordinario (al estilo antiguo) y aparecen la terminología de los conjuntos, de las leyes y operaciones algebraicas y sus símbolos. Aunque ya hemos señalado que el uso de expresiones lógico-formales en la escritura y demostración de teoremas es muy limitado y supone un cambio con respecto a textos anteriores.

- Se siguen escribiendo con lenguaje ordinario algunas de las propiedades, lo que como ya hemos señalado anteriormente, tiene un fin memorístico, además de una marcada tradición en matemáticas:

“Puntu batetik jatorrira dagoen distantzia, zera da: puntu horren koordenatuen karratuaren baturaren errodura karratua” (La distancia de un punto al origen es la raíz cuadrada de la suma de las coordenadas de ese punto al cuadrado)

“Bi punturen arteko distantzia, zera da: beraien abzisen kenduraren karratuaren eta ordenatuen kenduraren karratuen arteko baturaren errodura karratua” (La distancia entre dos puntos es: la raiz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias entre las abscisas y las ordenadas)

- Se utilizan flechas y los símbolos de >, >, ≤,≥, tanto en ejemplos como leidos y escritos en lenguaje ordinario, con lo cual se sigue haciendo alfabetización en euskera técnico-científico:

-2<5 : minus bi bost baino txikiagoa da

Menos dos es más pequeño que cinco

≥ handiago edo berdin izatea

Ser mayor o igual que

- Los títulos de las preguntas son muy largos y descriptivos, por ejemplo:

“Funtzio esponentzialaren eremuaren zabaltze berria: berretzaile negatibo eta aldagai errealeko funtzio esponentziala” (Nueva extensión del dominio de definición de la función exponencial: función exponencial de variable real y exponente negativo)

”Funtzioen eragiketei dagozkien propietateak. Deribagarriak diren funtzioen batuketa”

“Zenbaki erreal eta funtzio deribagarrien arteko biderkaduraren deribatua” (Propiedades que corresponden a las operaciones entre funciones. Suma de funciones derivables)

(Derivada del producto de una función derivable y un número real)

Hay demasiada precisión en los títulos de algunas preguntas, lo cual es síntoma de rigorismo, es arcaico porque hoy en día ya no se estila y además el título debe resumir la pregunta y dejar el resto para la parte expositiva.

3.3. <u>Lenguaje gráfico</u>

- En general se han hecho esfuerzos por acompañar los conceptos y propiedades con gran cantidad de ejemplos, tablas y figuras ilustrativas.

3.3.1. Función de los gráficos

- En 3º el lenguaje gráfico es el que corresponde al desarrollo de los contenidos matemáticos asociados, limitándose por tanto a gráficas de funciones, o figuras geométricas (rectas, cónicas).

- El libro de matemáticas I de COU tiene muy pocas gráficas e imágenes y la mayoría son de funciones.

- Sin embargo en el texto de matemáticas II de COU las gráficas y figuras que acompañan al texto son numerosísimas y de gran calidad.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

- Entre las figuras contamos los recuadros utilizados para resaltar las definiciones y propiedades, así como esquemas resumen que suele haber en algunas lecciones. También se usan diagramas de Venn. En los esquemas y en otras situaciones se utilizan llaves.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

- Con objeto de hacer los libros agradables a los alumnos se han insertado unas viñetas tipo cómic que en algunos casos tienen relación con el tema tratado y que suelen ser humorísticos.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Dos colores en la segunda edición.

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Hay abundantes ejercicios intercalados en las lecciones y al final de las mismas. Los ejercicios del final de cada lección son numerosos y fundamentalmente de carácter práctico, lo que ayuda a que los textos sean más ágiles y atractivos. Son adecuados y abundantes, lo que era muy apreciado, porque facilitaba la labor tanto del alumno como del profesor.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

- En 2º se echa en falta una mayor variedad de ejercicios propuestos, con aplicaciones hacia afuera de las propias matemáticas.

- En las matemáticas II de COU los ejercicios propuestos son de tipo práctico y muestran la aplicabilidad de las matemáticas en numerosos campos. Por ejemplo se aprovecha la Estadística para poner ejercicios relacionados con la contaminación, las tasas de nacimiento, etc.

4.3. Selectividad

No se señalan específicamente.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Son textos expositivos, que fomentan el aprendizaje transmisivo basado en la metodología conductista y en el modelo positivista. Reflejan una tendencia estructuralista de las matemáticas, pero se basan en el método práctico deductivo y proponen un cierto nivel de contextualización y aplicabilidad de las matemáticas.

5.1. Continuidades

- En el texto de matemáticas I de COU, en Geometría, hacen un desarrollo teórico de ciertas cuestiones que posteriormente han pasado a ser parte de los ejercicios o de los ejemplos resueltos en los textos, tales como: *“Simetriak” (simetrías), “Zuzen baten proiekzio ortogonala plano baten gainean”* (proyección ortogonal de una recta en un plano)

5.2. Rupturas

- Se producen algunas rupturas didácticas en el desarrollo de los contenidos, como son la desaparición de determinadas demostraciones que hasta ahora eran obligadas en todos los textos (por ejemplo en Combinatoria y en el binomio de Newton).
- En 3º, conviene resaltar en los temas de cónicas la ruptura que supone la no representación gráfica de la hipérbola, parábola y elipse por métodos exclusivamente geométricos. Esto es una cosa que se hacía en todos los textos, y los autores a sabiendas de la realidad, decidieron resaltar el carácter algebraico de la exposición.
- En el texto de matemáticas I de COU aparecen algunas rupturas sobre las matemáticas enseñadas en COU justamente hasta esa época, como son:

1. No demostración de la Fórmula de Taylor.
2. No incluir las integrales racionales.

6. Tratamiento del Euskera

- Ya hemos señalado que el euskera utilizado era el estándar de aquellos años y que además los autores eran pioneros en la producción de textos matemáticos en euskera y ellos contribuían a estandarizar el euskera utilizado en las matemáticas. El uso del euskera es por lo tanto muy apropiado, moderno y rico en vocabulario y expresiones, salvo ciertos términos que con el paso del tiempo se han quedado arcaicos.

Por ejemplo a las sucesiones oscilantes se les denomina “oszilatzaileak”, habiendo abandonado la terminología anterior de “kulunkariak”.

En matrices aparece la palabra “errenkada”, para fila, que hasta entonces era traducida por “lerroa”.

- También aparecen símbolos y expresiones lógicas, correctas pero con lenguaje de alto nivel, que posteriormente han desaparecido de los textos de matemáticas de bachillerato ("*baldintza beharrezko eta nahikoa*") (condición necesaria y suficiente).

4.5. <u>TEXTOS LGE – 5. AKAL</u> (1986 – 1989)

1. Datos de carácter general

- Matemáticas 1º BUP (1986). Autores: Benita Compostela, Aquilino González, Julia González Terol, Manuel Laborda, Rafael Menéndez. Editorial Akal. Pág. 223.

- Matemáticas 2º BUP (1987). Autores: Aquilino González García. Julia González Terol. Manuel Laborda Martínez. Editorial Akal. Pág. 189.

- Matemáticas 3º BUP (1988). Autores: Aquilino González García, Julia González Terol, Manuel Laborda Martínez. Editorial Akal. Pág.175.

- Matemáticas COU (1989). Autores: Aquilino González García, Julia González Terol. Editorial Akal. Pág. 223

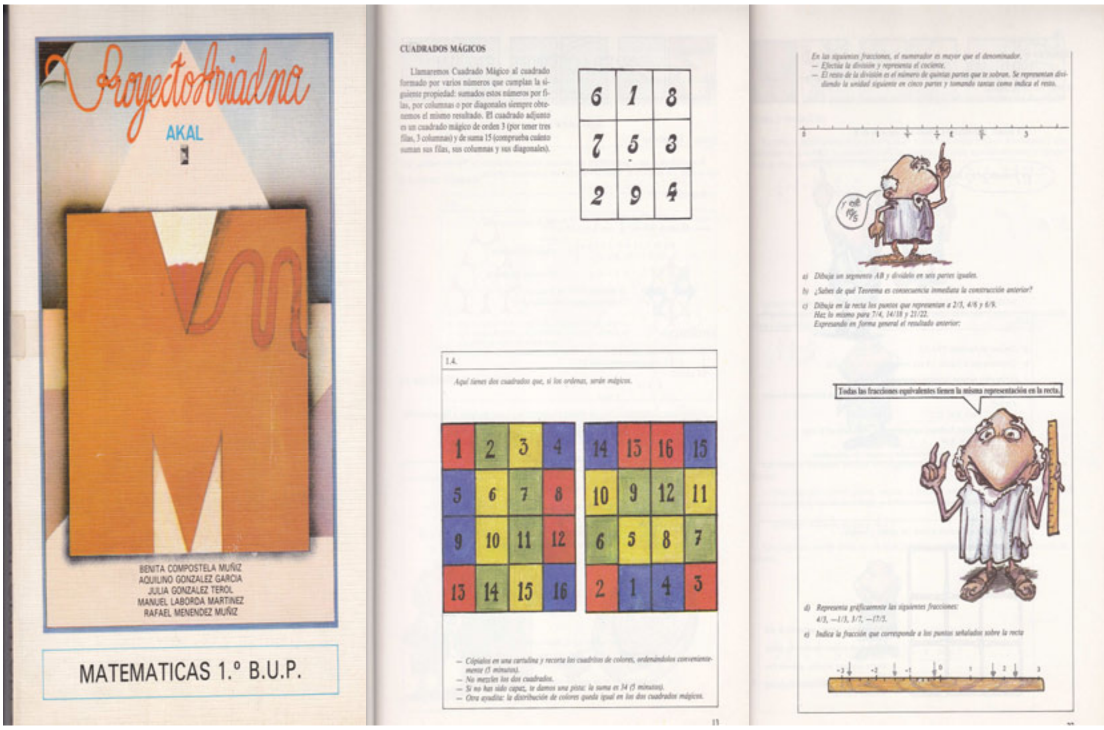


Fig. 4.9 Libro de texto 1º BUP e Ilustraciones. Editorial Akal

Tabla 4.5 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS – Matemáticas BUP y COU – Editorial AKAL

Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- La matemática que proponen es práctica y aplicable - Los libros abarcan en 7 temas los programas oficiales de BUP (no es así en COU) - La realización de actividades matemáticas es el núcleo de la exposición - Las actividades están contextualizadas, son próximas al alumno y de su interés y actuales dentro de la época - Se fijan conceptos y propiedades, que los alumnos deben establecer tras la realización de las actividades - Las unidades tienen al comienzo citas históricas relacionadas con la materia	- Especial tratamiento de las ilustraciones que acompañan a las actividades - Entre los autores se incluye al ilustrador - Personajes que acompañan determinadas secciones en todas las unidades (El profesor "*Plastón*" acompaña siempre a los resultados teóricos) - Prácticamente todas las paginas del libro contienen alguna ilustración - Mosaicos, teselas, tablas de doble entrada, dominós, calculadoras, cuadrados mágicos, diversos tipos de diagramas (sectores, árboles, histogramas), gráficas de funciones, acompañan a las actividades - Utilización natural de los símbolos y del lenguaje matemático - Contiene estructuras algebraicas - Ausencia de demostraciones formales	- Las actividades propuestas son fuente de problemas y ejercicios - Hay también ejercicios de práctica de conceptos y propiedades - Ejercicios acompañados de muchas ilustraciones y gráficos. - Problemas y ejercicios contextualizados y que resuelven situaciones prácticas. - Al final de cada unidad ejercicios de recapitulación con cuatro secciones: ejercicios de cálculo, de síntesis, de ingenio y de razonamiento	- Modelo de resolución de problemas - Enfoque constructivista - Texto innovador - Aprendizaje por descubrimiento y análisis de situaciones - Tendencia empírica - Método: deliberativo-reflexivo

Las características generales de los textos son:

1. Libros de carácter renovador, incluidos en el Proyecto Ariadna de la editorial Akal.
2. Utilizados, más que como textos, como material complementario e introductorio y motivador.
3. Los autores son profesores de Instituto.
4. No hay preámbulos, ni exposición de metodología u objetivos didácticos.

Los libros tienen un formato tamaño folio y no son muy voluminosos. Contienen una portada de gran colorido y la estructura interior es similar en todos ellos. Los de BUP tuvieron pocos cambios entre ellos, pero ya el de COU es bastante diferente. El libro sigue manteniendo, como los otros un temario distribuido en siete unidades didácticas, pero el formato cambia a un tamaño un poco menor, no el habitual pero tampoco tamaño folio.

La apariencia tanto externa, como interna del texto de COU ha cambiado; está hecho en un formato que se queda a medio camino entre los anteriores, hechos en tamaño folio, y los textos usuales de un tamaño más reducido. En cuanto a la apariencia interna, disminuyen los colores, solo se usan dos, las ilustraciones no tienen el toque original de humor que presentaban las de los textos anteriores. El ilustrador es el mismo que el del texto de 3º BUP, luego esto ha sido una opción elegida por los autores, bien porque en su opinión el nivel lo requiere, o forzada por algún tipo de limitación económica. La apariencia del texto no difiere mucho de la de otros textos de la época.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- Si miramos el programa, observamos, para empezar, que en siete bloques se cubren todos los temas del temario oficial. Este número siete de temas se mantiene a lo largo de los cuatro libros de la colección, por lo que es un número elegido así por los autores.

Los textos de los tres cursos de BUP cubren el programa oficial; no así el de COU, como se comentará más adelante.

El texto de 1º de BUP, sin gran aparato matemático, suscita dudas sobre si los temas serán tratados con la "debida" profundidad, que gustan al profesorado de matemáticas y de la que hacían gala los libros de texto. No caben dudas, el texto consigue a base de actividades bien escogidas, tratar todos los tópicos usuales que contenían los demás libros y por lo tanto su concepción era esa, la de servir de texto para un curso oficial de matemáticas de 1º de BUP.

En el texto de 2º de BUP, incluso el tema de “Primitivas” se presenta, al tocarlo en una de las preguntas de la última unidad didáctica, en la que se introduce el concepto de primitiva y se da el tema por finiquitado (lo que era una práctica habitual en muchos centros).

El texto de 3º de BUP cumple con el programa de forma original, pero no olvidando tocar todas las cuestiones incluidas en éste y otorgando a los temas una diferente profundidad en función de la importancia que les conceden los autores.

Por ejemplo hay en él observaciones de gran pureza matemática, como la que acompaña al concepto de norma de un vector (pág. 9):

“En V_2 el concepto de norma coincide con el de longitud física o módulo. Desde el punto de vista matemático esto es una anécdota, pues hay normas de vectores que no tienen nada que ver con el concepto físico de longitud, como la norma de un polinomio”

Los cambios más significativos del texto de COU con respecto a los anteriores textos son:

1º No se adapta al programa oficial de COU de la época, donde ya existían dos tipos de matemáticas (matemáticas I y matemáticas II) con dos programas distintos. El texto deja sin cubrir temas de los programas de una y de la otra. Por ejemplo, casi no se trata la Geometría y no se trata la probabilidad que figuraba en los programas de las dos asignaturas, además se incluye la Programación Lineal que no figuraba en el programa de matemáticas I. Esto es un gran handicap para la implantación del libro como texto oficial en los centros de enseñanza y creemos que fue, de los cuatro libros, el que menos expansión tuvo.

2.2. Tratamiento Didáctico

Los textos tienen como filosofía el tratar los bloques temáticos de una forma globalizada, mostrando las interrelaciones entre conceptos afines.

Los títulos de las preguntas son informales y representan una introducción al tema (*“desfile de números”, “comportamiento de la sucesión”, “cada vez más cerca”*).

La unidad de sucesiones de 2º de BUP, representa un nuevo paso hacia unas matemáticas más formalizadas, donde no tanto las demostraciones, sino el lenguaje utilizado y los conceptos van cobrando cada vez una mayor importancia.

Aparecen funciones definidas a trozos, lo que es una característica de la unidad, normalmente de tres trozos pero las hay de cuatro.

Para introducir las funciones circulares se hace uso de un ejemplo y de papel milimetrado para dibujarlas.

El texto de 3º de BUP tiene una concepción de las matemáticas diferente de la de los dos textos anteriores. Ha cambiado de estructura, debido en parte, a que la matemática de este nivel es más elevada y seguir el método constructivista al cien por cien no es fácil. El método ha cambiado en el sentido de que se comienza dando definiciones de conceptos e introduciendo a continuación actividades que ilustran las propiedades o las aplicaciones. Es decir el método clásico, pero eso sí ejemplos interesantes, algunos extraídos de la propia matemática, pero muchos de ellos contextualizados y representando aplicaciones de la matemática en distintos campos del saber. Hay muchas matemáticas formales en las unidades, no solo a través del simbolismo matemático, sino de la cantidad de propiedades que se demuestran y del gusto por resaltar la potencia que determinados conceptos tienen a la hora de efectuar demostraciones. Por ejemplo, se utiliza el producto escalar como potente herramienta que permite realizar demostraciones de la geometría clásica de una manera sencilla.

<u>El libro</u> incide en mostrar al alumno, no tanto el método deductivo de las matemáticas, cuanto su utilización como lenguaje abstracto. En esto sigue la línea de los dos textos anteriores y <u>se va asemejando cada vez más a lo que pudiera ser un texto clásico de la época.</u>

El texto de COU es bastante constructivista, pero el programa oficial de COU hace que el aspecto formal gane terreno sobre los textos anteriores. De todas formas no se atreven los autores, o no quieren, formalizar del todo las matemáticas que emplean; y es así que en algunas de las definiciones no usan cuantificadores (que ya los habían utilizado en el texto de 2º de BUP al dar la definición formal de límite) y los sustituyen por el lenguaje ordinario, o en algunas demostraciones, justifican al margen cada uno de los pasos que se dan. Es decir, aunque es el último curso de matemáticas no universitarias que el alumno va a recibir, los autores no utilizan toda la potencia del lenguaje matemático y de los procesos deductivo-formales que la matemática tiene. Prefieren seguir haciendo una matemática más intuitiva, en la que el alumno entienda, porque lo va haciendo él, lo que hace, y luego la formalización de eso que se ha hecho se da como si fuera una pincelada técnica, necesaria, que está bien, pero que no es lo más importante. Subyace en el texto esta visión constructivista de las matemáticas, aunque aminorada con respecto a los otros libros de la serie, entendemos que por constricciones impuestas por el cumplimiento del programa oficial.

El texto gira hacía una línea expositiva más al uso en esos años y en estos niveles. Aunque la matemática de los libros de COU seguía el esquema tradicional de definición-propiedades-teorema-demostración-ejemplos, se iban abriendo camino posiciones intermedias como la que representa el texto de COU de Akal.

Creemos que la elección de las actividades, problema difícil, ha sido exitosa en muchos casos, aunque a veces se repiten las de cursos anteriores, y también lo es la elección de las actividades que muestran las aplicaciones. Es ese el mayor valor del texto, que no es poco. Las propiedades y los teoremas, se enuncian, pero no se incide demasiado en ellos. Parece que se le tiene una cierta aversión a la palabra “demostración” que no figura por adelantado en casi ninguna de las pocas demostraciones más o menos formales que aparecen en el libro. La palabra teorema tampoco se pródiga mucho.

Otra de las limitaciones del texto de COU es que el tratamiento unitario que se le da a ciertos bloques, hace que desde el punto de vista histórico sea consistente y muy válido para entender los conceptos que se pretenden introducir (caso de las integrales, donde lo que se trabaja es el problema del área y las primitivas se dan como una simple herramienta de cálculo), con lo cual la intención de los autores es clara: que didácticamente sea un texto intuitivo, que transmita una matemática real y que los alumnos vean la necesidad de matematizar las cosas y las entiendan. Pero como texto escolar hubiera requerido que ese ritmo pausado que se aprecia en las actividades que se proponen, de avanzar entendiendo lo que se hace, y por lo tanto más lentamente, hubiera tenido una profundización en otros aspectos del programa, que hubieran requerido mayor tiempo y dedicación. Es seguro que los autores han preferido primar el concepto de unas matemáticas prácticas, intuitivas, sugerentes y con aplicaciones, en la que las ideas son lo importante y no la cantidad de propiedades que se conocen, sobre la matemática del programa oficial y el tratamiento que en los textos tradicionales recibe.

Algunos de los algoritmos que aparecen en el texto de COU están sistematizados y escritos como un proceso a realizar en “n” pasos. Al uso de las recetas tradicionales que había que memorizar y que en muchos casos más que ayudar entorpecen. Como síntesis valen, tal vez también para algunos alumnos sean valiosos, pero en muchos casos son una redundancia, que en todo caso la debería hacer el alumno al estudiar el tema.

2.3 Aplicabilidad de la matemática y contextualización

Las aplicaciones de las matemáticas estudiadas se ponen de manifiesto siempre que se puede; por ejemplo no falta un epígrafe dedicado a la topografía al estudiar la trigonometría en 3º de BUP, ni uno dedicado a las transformaciones en el plano al estudiar los números complejos.

En 3º de BUP también, para la parábola se deduce su ecuación, se construye la parábola de dos formas, al igual que la hipérbola (tratamiento clásico) y se habla de sus aplicaciones (pág. 45): *"La propiedad que has demostrado (un rayo luminoso procedente del foco F, se refleja al llegar a la parábola, con dirección paralela al eje) se tiene en cuenta en la construcción de linternas, faros de vehículos, etc. La propiedad recíproca se emplea en radares, antenas parabólicas, hornos solares. Los rayos procedentes de puntos lejanos (satélites, el sol, etc.) al reflejarse en la superficie parabólica, pasan todos por su foco".*

2.4 Historia, motivación y aspectos lúdicos

Los libros tienen varias citas de personajes históricos, muchos de ellos matemáticos que sirven para introducir unidades o bloques. Las siguientes son algunas de las que aparecen en el texto de 1º: "*Donde está el número hay belleza*" (Proclo), "*Los números me ponen enfermo*" (Shakespeare) y "*Lo que una inteligencia humana puede esconder, otra puede encontrarlo*" (Edgar Allan Poe).

3. Lenguaje Gráfico-Simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- En el texto de 1º de BUP hay algunas demostraciones formales y utilización progresiva del lenguaje matemático. También aparecen las estructuras algebraicas, en concreto el concepto de Cuerpo. Por ejemplo se da una definición formal, para cuando un número es anterior a otro, para valor absoluto; se demuestra que $\sqrt{2}$ es irracional, se describe R como un cuerpo ordenado, se define de una manera general una función polinómica, se deduce la fórmula para las raíces de la ecuación de segundo grado y se demuestra el teorema del resto y el tema de probabilidad es de los más formales pues se introduce una cierta axiomatización.

Algunas de las notaciones simbólicas son las siguientes:

Después de representar números reales y su suma y producto, se escriben las propiedades del producto, incluida la de orden (pág. 55):

Orden: si $a \le b$ y $c \ge 0$ entonces $a \cdot c \le b \cdot c$

Si $a \le b$ y c<0 entonces $a \cdot c \ge b \cdot c$

Resumiendo

(R,+, ·) ES UN CUERPO ORDENADO

- En el texto de 2º de BUP hay algunas demostraciones formales y utilización progresiva del lenguaje matemático.

Por ejemplo al hablar de límite de funciones, no se duda en utilizar el valor absoluto, en aras de un mayor rigor conceptual y se llega a la primera definición de límite, en lenguaje natural:

Pág. 67: "*Decimos que l es el límite de una sucesión* a_n*, si para cualquier distancia d, por pequeña que sea, existe un término de la sucesión a partir del cual todos los que le siguen distan de l menos que d*"

Es interesante observar que antes de dar la definición, la caracteriza como equivalente al cumplimiento de tres condiciones que copiamos:

1ª Es necesario, que a medida que aumenta n, los términos se aproximen a l

2ª Es necesario que la distancia de los términos a l se pueda hacer tan pequeña como queramos

Después de dar estas dos, dice que no son suficientes y pone un contraejemplo (1, ½, 1, 1/3, 1, ¼,…)

3ª Es necesario que se aproximen todos al límite, excepto un número finito

Pero en la siguiente página se escribe esta definición en lenguaje matemático, traduciendo término a término, de la siguiente manera, que representa una introducción graduada de la notación y del rigor matemático:

Para cualquier distancia d	$\forall d \in \Re, d > 0$
Existe un término de la sucesión a_k	$\exists k \in \mathrm{N}$
Que cumple	/
A partir de k	$\lvert a_n - l \rvert < d$

Para pasar a lo que representa una simbolización muy abstracta, introducida de forma gradual, cual es la definición simbólica del concepto de límite, que aparece tal cual:

$$\lim_{n \to \infty} a_n = l \Leftrightarrow \forall d \in \Re (d > 0), \exists k \in \mathrm{N} / \forall n > k, \lvert a_n - l \rvert < d$$

A resaltar la no utilización del símbolo ε, que es sustituido por d.

El número de demostraciones que hay en el texto no pasa de la media docena.

- El <u>aspecto lógico-formal de las matemáticas que presenta el texto de 3º de BUP supone un paso más, con respecto a los dos textos anteriores de 1º y 2º de BUP</u>, en el avance hacia el formalismo de las matemáticas presentadas, sobre todo en lo que a utilización de lenguaje matemático se refiere. El lenguaje utilizado es el estándar de cualquier libro de este nivel, e incluso en ocasiones superior. Aunque las definiciones y propiedades se introducen mediante ejemplos, cuando llega la formalización, esta se hace de manera rigurosa, matemáticamente rigurosa.

3º BUP: Por ejemplo, en la página 145 se define variable aleatoria y se escribe:

"A cada valor de X le asociamos el suceso $X^{-i}(x_i) = \{s \in E / X(s) = x_i\}$ *y definimos la probabilidad de* x_i *así:* $p(X = x_i) = p(X^{-1}(x_i)) = p_i$ *"*

Hay sumatorios, conjuntos, cuantificadores, notación asociada a los conceptos estadísticos, integrales con límites de integración infinitos, coeficientes binómicos, tablas para distribuciones bidimensionales escritas con letras que contienen dobles subíndices, sumatorios parciales para filas y columnas, fórmulas de covarianzas y correlaciones etc.

En COU el lenguaje simbólico es el que corresponde a la matemática de este nivel, matemáticas superiores, e incluye todo tipo de notaciones, conjuntistas, lógicas, funciones etc.

Algunas de las expresiones simbólicas utilizadas son:

Pág. 194 $p(A) = \lim_{N\to\infty} \frac{n_A}{N}$, $\begin{array}{l} P:\Sigma \to \Re \\ A \to p(A) \end{array}$, $\begin{array}{l} X:E \to \Re \\ s \to p(s) \end{array}$, $p(X = x_i) = p(X^{-1}(x_i)) = p_i$,

$$E[X] = \int_{-\infty}^{x} x \cdot f(x)dx$$

En algunas de las definiciones no se utilizan todos los símbolos matemáticos al uso; p. ej.:

Pág. 200, Función de distribución, aparece $F(x) = P(X \leq x)$ <u>para todo</u> $x \in \Re$

Pág. 203, *definimos la varianza de X como la Esperanza Matemática de* $(X - E[x])^2$, no se utiliza la expresión usual $E(X) = E(X - E[x])^2$, con el objeto de hacerla más entendible.

3.2. <u>Lenguaje escrito</u>

Entre los ejemplos que se proponen en el texto de COU, algunos lo son de letra y hay uno extraído de la matemática hindú que transcribimos:

Actividad 1.1 e) (pág. 6)

“He aquí un problema de la antigüedad, propuesto por el matemático oriental Bhaskaracaya: Un quinto de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de Kadamba; un tercio sobre una flor de silindha. Tres veces la diferencia entre los dos números voló a las flores de un Kutuja, y quedó una sola abeja que se alzó por el aire, igualmente atraída por el grato perfume de un jazmín y de un àndamus. Dime tú ahora, ¿cuál era el número de abejas?”.

3.3. <u>Lenguaje gráfico</u>

3.3.1. Función de los gráficos

- El lenguaje gráfico es otro de los puntos fuertes de los libros. El texto de 1º de BUP incluye entre los autores al que es su ilustrador; que es el mismo en el texto de 2º, ello da una idea de la importancia concedida a estas. Tienen también ilustrador, pero diferente, los textos de 3º y COU.

Los gráficos representan no sólo un papel auxiliar como clarificadores de conceptos y propiedades, sino que tienen un papel central en los textos. Están integrados en las actividades, y en su resolución, y sin ellos no estarían completas.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Son numerosas las tablas de todo tipo y los diagramas que aparecen en todos los libros.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Primeramente destacar que en los textos de 1º y 2º se crea un personaje propio denominado “*<u>Plastón</u>*”, a imitación del Platón griego y vestido como él, que es utilizado ampliamente, para introducir conceptos, anécdotas y servir de hilo conductor de la narración. Ello es un gran acierto. Todos los bloques comienzan con dos páginas ilustradas a todo color, en las que se inserta el guión del tema, las citas y los conceptos a recordar. Señalar que las ilustraciones son de autor, a color y a diferencia de los textos de última generación, no están hechas por ordenador.

Hay viñetas cómicas, hay dibujos que acompañas a casi todas y cada una de las actividades, y están hechos en un tono juvenil, nada serio ni formal, próximo al estudiante.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Las ilustraciones lo son a todo color y éste es otro de los valores de los textos y de la editorial. Además los tonos son muy vivos y todos son ilustraciones de autor, por lo que no hay tratamiento digital y le dan a los libros un valor especial y cierta singularidad.

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Los ejercicios de Recapitulación, y más todavía si caben las actividades insertadas a lo largo del texto, son otro de sus grandes valores. Salvo los denominados ejercicios para calcular, que son catalogables como estándar, los demás son verdaderos problemas para los alumnos. Les plantean y les enfrentan a situaciones desconocidas, sin señalarles las herramientas a utilizar, que no son artificiales, sino que se plantean dentro de un contexto matemático-literario, en el que son un verdadero problema para los personajes de ficción que en ellos aparecen. Ni que decir tiene que muchas de ellas están además sacadas de la prensa, de la vida cotidiana y eran plenamente actuales en la época en la que se escribieron.

Se establecen como dos tipos de actividades a lo largo de la unidad; las que aparecen después de vistos los conceptos, que diríamos son para practicar y son típicamente matemáticas, y unas pocas, pero largas en enunciado y extensión, que están contextualizadas y que son previas a la introducción de conceptos, o bien, demuestran alguna aplicación de las matemáticas.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

Presentamos tres actividades, extraídas del texto de 2º, que se plantean como introducción de los conceptos matemáticos, que nos han parecido especialmente interesantes por ser clásicas y antiguas en el sentido de la tradición matemática, o estar bien contextualizadas, o por su aplicabilidad, o por el medio de donde proceden (prensa, televisión,…).

- Una de estas es la que a doble página presenta un paseo vectorial por el barrio de Salamanca en Madrid. En la página de la derecha aparecen en color las calles de ese barrio y se les plantea a los alumnos el problema de ir a varias de las embajadas situadas en ese barrio y a que describan los recorridos realizados.
- Actividad 5.1. f) (pág. 115) “*Calcula en rad/s la velocidad angular de un disco que gira a 33 r.p.m. (revoluciones por minuto)*”.

- Comienza la unidad de la función exponencial con la introducción del conocido ejemplo de particiones moleculares de bacterias, que dan lugar a una tabla exponencial. La singularidad de esta actividad está, sin embargo, en los datos que sobre ese proceso aporta, pues no se limita a decir cada cuanto tiempo se produce la bipartición, sino que aporta otros datos. Así, por ejemplo, se dice que *"las bacterias normalmente se reproducen por esciparidad, es decir, una célula madre se divide en dos células hijas"*.
A continuación nos habla de la bacteria *"Salmonella typhimurium"* y se nos dice que es *"productora de gran número de intoxicaciones alimenticias"* y de la cual se sabe que *"necesita aproximadamente una hora para que se duplique"*.
Se introduce en otro apartado de la misma actividad otro nombre de bacteria que es la *"Brucella melitensis"*, que es la *"productora de la fiebre de malta"* y *"que tarda seis días en crecer al sembrarla en un cultivo"*.
Por fin se habla de la bacteria *"Mycobacterium tuberculosis, bacilo productor de la tuberculosis en el hombre, que tarda unas cuatro horas en duplicarse"*.

Esta unidad de función exponencial y logarítmica (unidad 6), contiene muchas actividades contextualizadas, que aportan información sobre aspectos de la ciencia o de las aplicaciones de las matemáticas en otros campos, por lo que se puede decir que es ejemplo de unidad didáctica tratada desde un punto de vista interdisciplinar.

En la unidad de derivadas la mayoría de las actividades se refieren al movimiento, realizado por una pelota, o por un muchacho que camina, o por alguien que debe mover algo, etc. Es decir se han sacado principalmente del mundo físico.

En Trigonometría, se dan al comienzo de la unidad, dos definiciones que en los libros de la época no aparecían, eran más usuales en libros más antiguos, las de ángulo de elevación y ángulo de depresión.

Se les da a los alumnos información adicional para realizar los ejercicios, que no es matemática, como por ejemplo la que aparece en la página 55 sobre la forma de medir ángulos en navegación (que es un tema muy utilizado en el texto para los ejercicios): *"En navegación los ángulos se miden a partir de la dirección Norte y en el sentido de las agujas del reloj"*

4.3. Selectividad

No hay.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Son textos innovadores, con un enfoque constructivista, que mediante el modelo de Resolución de Problemas, fomentan un aprendizaje por descubrimiento y análisis de situaciones, mediante el método deliberativo-reflexivo. Son de tendencia empírica.

5.1. Continuidades

En los bloques temáticos que propone el texto de 3º de BUP, hay que resaltar que las cónicas tienen bloque propio, dedicando dos epígrafes a circunferencia y uno a cada una de las otras cónicas. Es decir, conserva una orientación clásica en cuanto a la importancia que le da a las cónicas, en contraposición con los textos de la época que reducían este tratamiento al mínimo. Siempre ha habido entre los movimientos de renovación un gran interés por las cónicas, que también se ve reflejado en este texto.

5.2. Rupturas

- Las rupturas se dan en varios sentidos: hay temas como las progresiones que no tienen tres o cuatro lecciones como era lo usual; se tratan globalmente en un único bloque. La Combinatoria y las probabilidades reciben también un tratamiento global y unificado, en el que además se ha optado por hablar de "posibilidades" (y no de combinatoria) en contraposición a "probabilidades", que son dos términos que en lenguaje ordinario muchas veces se confunden.
- En funciones la ordenación que se plantea no es la usual; se comienza con el estudio de las funciones y sus gráficas, tratando la función lineal y las funciones definidas a trozos, lo que para 1º de BUP, a parte de no estar en el programa, es novedad, y tras introducir las funciones polinómicas, comienza con el estudio de los polinomios. Es un tratamiento unificado y global de un tema, en el que el contenido se introduce con actividades. Cabe destacar que en parábolas, se estudian las traslaciones de las mismas y sus cambios asociados en las ecuaciones.
- En el bloque de ecuaciones se tratan las inecuaciones, en el de funciones se estudian los polinomios, y para los números hay dos bloques, pero es el segundo de ellos el que es propiamente de 1º de BUP y también es global pues recoge desde los números racionales hasta los complejos.
- Otra innovación es el comenzar la parte de Estadística hablando de muestras, lo que a parte de no estar en el programa oficial, representa una opción muy práctica y motivadora. También se habla de sucesiones antes de introducir las progresiones, lo que era habitual en algunos de los textos de los años 70, se habla de Fibonacci y de su sucesión y se habla de término general y de las dos formas de obtenerlos, mediante una

propiedad característica, o de forma recursiva. Como aplicación de las progresiones se estudian las fracciones generatrices, el interés y las anualidades (todo lo cual había comenzado a desparecer de los libros de texto de la época y quedaba como residuo de una época anterior).

Todas estas son rupturas con la tradición matemática y con los textos de la época inmediatamente anterior de la década de los 70 y comienzo de los 80.

- En la unidad 1 de COU, se estudian las matrices, los determinantes, sistemas de ecuaciones y, esto es una ruptura con respecto a los textos al uso: como interpretación de los sistemas de ecuaciones, es decir como una aplicación de estos, las ecuaciones de la recta en el plano y las ecuaciones de rectas y planos en el espacio. Es decir la geometría se integra en el álgebra y se reduce a la geometría afín, no habiendo a lo largo del texto geometría métrica (distancias, ángulos, perpendicularidad,…)

5.3. Innovaciones

- El texto de 1º de BUP contiene temas que los autores han considerado interesante introducir, relacionados con los temas desarrollados, lo cual supone una ruptura e innovación con respecto a otros textos y con respecto al programa oficial. Por ejemplo, en el tema de números se habla de sistemas de numeración posicionales y no posicionales, del *sistema binario y se aprende a pasar de base 2 a base 10 y a la inversa*; se define el valor absoluto y se da su fórmula; hay varios *cuadrados mágicos, curiosidades como son las definiciones de diferentes tipos de números (perfectos, amigos,…);* se introduce la notación científica y se enseña a efectuar cálculos con la calculadora; aparece un juego con fichas de dominó; los errores se introducen mediante actividades prácticas, se habla de aproximaciones y se dibujan instrumentos de medición y se les pone nombre *(nonius, calibrador, palmer, cronómetro y balanza).*
- Otro elemento innovador en este nivel es la aplicación de los números complejos para ilustrar en el plano cartesiano los movimientos vectoriales.
- En la unidad de integrales se les da un tratamiento global que incluye a las integrales definidas e indefinidas en el mismo bloque y lo mismo sucede con el bloque de estadística, donde en un único bloque se estudian las variables unidimensionales y bidimensionales, la probabilidad y la estadística.
- En 3º, en Trigonometría, se dan al comienzo de la unidad, dos definiciones que en los libros de la época no aparecían, eran más usuales en libros más antiguos, las de ángulo de elevación y ángulo de depresión.

5.4. Apertura de líneas innovadoras

- Los estudios de tasas de variación media e instantánea están basados en diversos ejemplos, muchos de los cuales son de velocidades y son los que hoy en día contienen los libros de texto. Por lo tanto el texto que tenemos entre manos fue precursor en este aspecto del tratamiento intuitivo de las derivadas.
- Al hablar de gráficas de funciones (unidad 4), se dice que de la gráfica se puede pasar a la función y los ejemplos elegidos reflejan bien el tratamiento que hoy en día se le suele dar a este tema. Se trabaja sobre la gráfica directamente haciendo preguntas que permitan ilustrar su interpretación, o sobre tablas de valores, más que sobre las fórmulas de las funciones que representan un paso posterior.

Se ve que se trata de interpretar intuitivamente lo que <<*dicen*>> las gráficas, es decir entender <<*el lenguaje de las gráficas*>>

4.6. <u>TEXTOS LGE – 6. ANAYA-2</u> (1987 – 1989)

1. Datos de carácter general

- Matemáticas Bachillerato 1º (1987). Autores: M. de Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Editorial Anaya. Pág. 359.

- Matemáticas Bachillerato 2º (1987). Autores: M. de Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Editorial Anaya. Pág. 347.

- Matemáticas Bachillerato 3º (1988). Autores: M. de Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Editorial Anaya. Pág. 317.

- Matemáticas Bachillerato COU. Opciones A y B (1989). Autores: M. de Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Editorial Anaya. Pág. 415.

- Matemáticas Bachillerato COU. Opciones C y D (1989). Autores: M. de Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Pág. 319.

Fig. 4.10 Libro de texto Matemáticas 3º BUP e Ilustraciones. M. Guzmán

Tabla 4.6 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS – Matemáticas BUP y COU – Editorial ANAYA

Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Se desarrolla el programa oficial, pero se tratan con más detenimiento del habitual los temas de estadística, probabilidad y funciones. - Todo el enfoque de los libros es innovador. Se resaltan las situaciones donde la matemática aparece de manera natural, se plantean situaciones reales y cotidianas, se hace uso de la intuición y de la visión gráfica y se huye de formalismos deductivos. - Dos aspectos a resaltar son: tratamiento de aspectos históricos (biografías, contexto en el que aparecen los conceptos, temas sin resolver) y de los aspectos lúdicos (juegos, lógica, adivinanzas,…). La matemática insertada en la cultura de su tiempo. - Con el tratamiento integrador y contextualizado de los temas, se inició un camino que sigue vigente hoy en día. - Tratamiento moderno de la matemática, a través de situaciones contextualizadas de aprendizaje. - Representa el inicio de unas matemáticas que surgen de lo cotidiano y son aplicables a situaciones reales.	- Se huye de la utilización superflua de símbolos matemáticos. - Lenguaje escrito coloquial, directo y próximo al alumno, sin estereotipos matemáticos. - Se trasladan algunas expresiones en lenguaje escrito a un primer nivel de lenguaje matemático con poca formalización. - Se describen los procesos gráficamente mediante tablas, árboles, cuadros, figuras, etc. - El uso de las tecnologías infográficas es muy avanzado: mucho colorido, fotografías reales, multitud de ilustraciones, retratos de matemáticos, paginación con diferente colorido, hacen de él un texto atractivo que invita a la lectura	- Las actividades de introducción a los temas son originales, sacadas de diferentes contextos en los que se aplican las matemáticas, no son triviales, suponen un reto para los alumnos y son motivadoras. - Muchos ejemplos de problemas históricos y clásicos. - Ejemplos de problemas no resueltos hoy en día, y de algunos que no tienen solución. - Se trabajan las estrategias de resolución de problemas. - Problemas innovadores: juegos, adivinanzas, cuadrados mágicos, lógica, ciertos cálculos, etc.	- Modelo: empírico - Enfoque intuitivo-constructivista - Texto innovador, situado en un contexto internacional de renovación de la enseñanza de la matemática. - Aprendizaje por análisis de casos situacional - Tendencia tecnológica - Método: reflexivo

Las características generales de los textos son:

1. Libros en los que se debe resaltar el aspecto didáctico y el esfuerzo por presentar los temas acercando la matemática al alumno.
2. Utilizados como texto en numerosos centros de enseñanza.
3. Los autores son profesores de Instituto y de Universidad.
4. Hay preámbulo en el que se muestran las intenciones didácticas de los autores.

Todos los libros tienen un prólogo en el que nos dicen los autores cuáles son sus ideas sobre la enseñanza de la matemática en este nivel y cuál es la estructura de los libros.

Opinan que la selección de contenidos del programa de BUP es claramente mejorable. Recortarían o suprimirían los temas que se derivan de estructuras algebraicas y aumentarían otros aspectos como el manejo de los instrumentos de cálculo, ideas geométricas concretas, problemas relativos a la matemática discreta.

Además intentan presentar una matemática integrada en la historia y en la cultura; para ello disponen de una sección denominada "*Revista matemática*".

El lenguaje utilizado va a ser directo y comunicativo, lejos de tecnicismos y academicismos. Se propondrán ejemplos reales, interesantes y de actualidad.

Con las anécdotas, biografías y recreaciones intentan motivar y aumentar el interés de los alumnos.

Además como la matemática es más saber hacer que saber, el libro se complementa con actividades graduadas.

Rechazan la presentación descarnada de la matemática, *"matemáticas sólo para matemáticos"*

El texto de matemáticas I de COU es el único libro de los cuatro de la colección que <u>contiene una bibliografía al final</u>, dividida en varios tipos de textos. Los hay de descripción general de las matemáticas, de historia, de resolución de problemas y de matemáticas recreativas y aspectos motivadores.

En el texto de matemáticas II de COU, los elementos pedagógicos que se destacan en el prólogo y que sirven de guía en la redacción del texto son:

1. La matemática es sobre todo saber hacer, por tanto tiene suma importancia la actividad del propio alumno.
2. Las matemáticas no llueven del cielo y por tanto se da importancia a la motivación previa de los temas.

3. La exploración cuantitativa de la realidad a través de numerosos ejemplos y ejercicios.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- En 1º de BUP se desarrolla el programa oficial, pero se tratan con más detenimiento del habitual los temas de estadística, probabilidad, funciones y los aspectos geométricos que contribuyen a desarrollar la intuición espacial.
- En 2º de BUP se desarrolla el programa oficial, pero se tratan temas que no entran en el programa (semejanza, circunferencia y esfera, geometría celeste, espacio tridimensional)
- En 3º de BUP se desarrolla el programa oficial, reduciendo a un mínimo la trigonometría, tratando ampliamente la estadística, los lugares geométricos y la optimización de funciones.
- En el texto de matemáticas I de COU se desarrolla el programa oficial, pero el texto presenta las siguientes características diferenciadoras:

1. Es un libro más clásico que los anteriores de la serie, porque los tópicos se tratan generalmente de la forma tradicional.
2. Se tocan, brevemente, aspectos de integración numérica (no incluidos en el programa)
3. Las curvas y superficies en el espacio tienen un tratamiento sencillo, intuitivo e innovador, pero no carente de rigor.
4. Las estructuras algebraicas se trabajan en un cierto nivel, considerándolas conocimientos previos en el tema de álgebra, y sacándolas a la luz en la Probabilidad. Se enumeran las propiedades de que constan, aunque se suelen escribir sin demostración. Pero sí se dan sus nombres y su terminología asociada.

2.2. Tratamiento Didáctico

- La estructura de los bloques temáticos comienza con una introducción que sitúa el tema históricamente y destaca su lugar en la cultura y la ciencia, además de resaltar el lugar que en la matemática actual desempeña. A continuación se desarrollan los temas, que comienzan con una sección de "*Resuelve a tu aire*", ó "*Medita y Lee*" ó, "*Aprende jugando*" en la que se le proponen al alumno actividades que le introducen en la materia de un modo natural. Al final de cada tema hay una revista cuya finalidad es tratar de motivar, entretener y ofrecer aspectos lúdicos de la materia en cuestión.

- Sobre el programa de 2º de BUP señalan que van a "*cultivar los aspectos intuitivos de las nociones introductorias del cálculo infinitesimal*".

- El texto de matemáticas I de COU es, como se ha dicho más clásico, y desaparecen en la introducción de los temas la sección de aproximación al tema a tratar. Se suele dar una breve introducción histórica, o se mencionan algunos de los campos de aplicación del tema, pero los ejemplos y actividades motivadoras y conductoras del posterior hilo argumental del tema han desaparecido como tales. Se mencionan algunas de ellas, pero ya, como simples y sucintos ejemplos con los que no se suele efectuar trabajo práctico alguno.

- Los textos de COU tienen cuatro secciones diferenciadas de lo que es la exposición técnica, que responden a la concepción de que así como la literatura es mucho más que gramática, también la matemática es mucho más que técnicas y procedimientos; esas secciones son:

1. Estrategias de pensamiento: para familiarizarse con ciertos modos de pensamiento y ciertas técnicas heurísticas que resultan eficaces en la resolución de problemas.
2. Orientación universitaria: para situar las matemáticas dentro del panorama general de la ciencia y de la cultura contemporánea.
3. Las matemáticas en el mundo real: en ciertas situaciones muy importantes de las ciencias sociales y humanas, las matemáticas sirven para desentrañar aspectos muy importantes de su realidad.
4. Cumbres de la historia de la matemática: notas de tipo histórico y ambiental sobre la historia de las matemáticas.
5. Además hay algunos resúmenes de la teoría, que parecen indicar, no solamente la ayuda al alumno, sino también la utilización rápida y práctica por parte del profesor.

2.3. <u>Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización</u>

- En 3º de BUP, en trigonometría, se nos habla de ritmos y de periodicidad, de los cuáles nuestro mundo, se dice, está lleno a rebosar: el día y la noche, las olas del mar, los latidos del corazón, el movimiento de las cuerdas de una guitarra.

"Para ello están las funciones seno y coseno, periódicas, a través de las cuáles y estudiando el movimiento de las cuerdas de una guitarra, surgió lo que se denomina el análisis harmónico. Enviando ondas al corazón y analizando los datos matemáticamente, el ordenador nos devuelve una imagen de posibles daños y de su localización. Pero la ciencia está llena de ondas y vibraciones, tanto en las galaxias,

como en los átomos, tanto en la radio y en el radar, como en el sonar y en el microscopio electrónico, y cómo no, en las resonancias magnéticas"

- En estadística se mencionan partes importantes de la estadística, como la toma de datos, la teoría de muestras, la inferencia, la estimación, los tests de hipótesis y el diseño de experimentos.
- En el texto de matemáticas II de COU se mencionan en las secciones finales de cada bloque los siguientes temas: problema del viajante, ciertas modificaciones del método del simplex, artículo sobre el sentido de la actividad matemática, "el teorema de Arrow y la imposibilidad de un sistema razonable de votación", "los números primos y la criptografía en clave abierta" (abordado también en el texto de matemáticas I), artículo sobre "la aplicabilidad de la matemática", se comenta el uso del ordenador en las ciencias sociales y un esquema de epidemias mediante simulación por ordenador, el algoritmo de Kruskal (conexión telefónica más barata)

2.4. <u>Historia, motivación y aspectos lúdicos</u>

- En 1º los temas tocados en el apartado "*Revista*" son muy novedosos, pues aparte de los históricos, se incluyen pasatiempos, citas, juegos, etc. todos ellos nuevos en los textos de matemáticas y muy sugerentes. Por ejemplo: aparecen unos pasatiempos consistentes en la formación de cuadrados mágicos con números naturales, se les pide calcular el número de granos de arena que hay en la tierra.
- En 3º se hace un repaso de la evolución de la geometría, desde los griegos hasta nuestros días. Se habla de geometría analítica, geometría proyectiva, diferencial, algebraica y de topología. Incluye las biografías de *Steiner, de Monge, Lobachevsky* y se habla de los métodos de análisis y de síntesis.
- En la introducción a las integrales se habla de la evolución de conceptos como el infinito en la historia de las matemáticas, del origen del cálculo integral, de las ecuaciones integrales, del análisis funcional, de *Gödel, Cantor,* el infinito potencial y el infinito actual, de *Kovaleskaya*, de las múltiples aplicaciones de la integral: área, volumen, trabajo, espacio, caudal, velocidad, inercia.
- En COU en el apartado de orientación se habla de la historia de las matemáticas griegas y de la aparición de las matemáticas en la cultura de hoy en día, de la relación entre filosofía y matemáticas, se hace un repaso de los grandes capítulos clásicos de la matemática fundamental, de *"La matemática y sus aplicaciones*", y sobre "*El impacto de la matemática en nuestra cultura"* y sobre *"el teorema de Gödel y las limitaciones del pensamiento matemático"*

2.5. Otros aspectos

- En los números complejos, se comienza con una breve historia sobre el surgimiento de los números imaginarios, para pasar después a los complejos y llegando a hablar de Hamilton y de los cuaternios. Se exponen las ideas sobre la invención en matemáticas, relacionada con la resolución de problemas de la que se explican sus diferentes fases.

Se cita la frase de Edison: *"la invención es fruto de un 10% de inspiración y un 90% de transpiración"*, en referencia al sudor y trabajo que los inventos llevan detrás de ellos.

- Sobre las fases de exploración de un problema matemático, se dice que no difieren de los de las otras ciencias y que se acercan mucho a la producción artística. En concreto se menciona una que es interesante por su forma de redacción:

"Acumular información relacionada con el tema, darle mil vueltas, relacionar, aplicar diferentes herramientas. Aquí está gran parte del sudor del matemático"

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- En 1º el lenguaje matemático, en muchos casos, se reduce a escribir fracciones y operaciones entre ellas.

Las propiedades se suelen escribir con letras, aunque no se demuestran de forma general las fórmulas, sino que se justifican con ejemplos y se escriben con la notación correspondiente.

- En 2º, en una de las revistas aparece la fórmula: $e^{\pi i} = -1$

En límites se utilizan algunas notaciones matemáticas, como son $\lim\limits_{x\to\infty}, \lim\limits_{x\to-\infty}, t \in [6, \infty)$, que aparecen de una manera natural acompañando a ciertos ejemplos.

Se escriben de forma mixta entre lo que es lenguaje ordinario y lenguaje matemático al uso, todas las definiciones de límites, de una forma general. Por ejemplo, pág. 141 y pág. 143:

"$\lim\limits_{x\to p} f(x) = \infty$, $f(x) \to \infty$ *cuando* $x \to p \Leftrightarrow f(x)$ *es mayor que un número prefijado K para todos los valores de x suficientemente próximos a p"*

“$\lim_{x \to p} f(x) = l$, $f(x) \to l$ *cuando* $x \to p \Leftrightarrow \left| f(x) - l \right|$ *es más pequeño que un número prefijado* ε *para todos los valores de x suficientemente próximos a p”*

Estas definiciones se acompañan de gráficos que las ilustran. Ya se ve, que el lenguaje y los símbolos utilizados, son cada vez más matemáticos (doble implicación, valor absoluto)

- En 3º el lenguaje simbólico es el de las matemáticas superiores, pues se utiliza todo lo necesario para escribir las fórmulas de estos temas de estadística y además se manipula y transforma en las demostraciones. Algún ejemplo:

Pág. 169 $\overline{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$, pág. 196 $\sum_{k=70}^{200} \binom{200}{k} \cdot 0{,}3^k \cdot 0{,}7^{200-k}$

- En COU, “*El lenguaje matemático utilizado y los procesos deductivos a los que va asociado abarcan la simbología más amplia a este nivel y por lo tanto representan concisa, pero rigurosamente, ideas y conexiones mentales que surgen en las demostraciones a las que acompañan. Es decir se simbolizan conceptos e ideas elaboradas, y por lo tanto son representación de estructuras mentales complejas*”

El lenguaje simbólico aparece en forma general en algunos de los conceptos, como pueden ser matrices y programación lineal, donde se escriben de forma general para orden n. Por lo tanto hay letras y subíndices, así como inecuaciones.

Sí se usa profusamente el lenguaje simbólico asociado a la probabilidad y a la estadística.

Ejemplos de lo dicho son las siguientes expresiones:

$$\sigma = \sqrt{p_1 x_1{}^2 + p_2 x_2{}^2 + \ldots + p_n x_n{}^2 - \overline{x}^2} = \sqrt{\sum p_i x_i{}^2 - \overline{x}^2}$$

3.2. <u>Lenguaje escrito</u>

Hay que observar que el lenguaje escrito con el que se dirigen al alumno es directo y próximo, huyendo de frases al uso y estereotipos matemáticos.

Se les planteaban ejercicios para trasladar frases del lenguaje ordinario a lenguaje simbólico.

- Trasladamos aquí el siguiente ejemplo de inecuaciones, que también era novedoso, por el lenguaje que utiliza, por estar formulado en forma de diálogo y por no estar acostumbrados en los textos de matemáticas a que los ejercicios de inecuaciones tuvieran letra. Pág. 87, 1º de BUP:

29. *Le pregunté a mi padre: ¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería de la esquina?*

- No sé, nunca me he fijado.

- Pero hombre… lo acabamos de tomar mamá, la abuela, mis dos hermanas, tú y yo. ¿Cuánto has pagado?

- Algo más de 700 pesetas.

- El domingo pasado además de nosotros seis, invitaste a dos amigos míos. ¿Cuánto pagaste?

- Era poco menos de 1000, pues puse un billete y dejé la vuelta.

¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería de la esquina?

- Se hace alfabetización matemática, escribiendo cómo se deben leer las notaciones nuevas, pág. 143, 2º:

“ $\lim_{x \to p^-}$ se lee límite cuándo x tiende a p por la izquierda”

- Se anima al estudiante con las siguientes frases, pág. 217, matemáticas II COU:

“Como ves, una tremenda fauna de parámetros estadísticos que puede causar pavor al más valeroso estudiante. Nos vamos a ocupar de ellos en las próximas páginas, pero los encontraremos muy domesticados”

3.3. Lenguaje gráfico

En este aspecto el texto resalta sobre todos los de su época y que no decir, sobre los anteriores.

La editorial y los autores hicieron un gran esfuerzo por incorporar las nuevas tecnologías en la impresión del libro. Es un libro tecnológicamente muy moderno, en el que se utilizan múltiples colores, en el que se insertan a lo largo del texto ilustraciones, viñetas tipo cómic, fotografías, retratos y, como no, dibujos geométricos de todo tipo que ayudan en la comprensión de las propiedades.

Pero se ha pasado de textos con pocos colores y con dibujos casi exclusivamente geométricos, a unos textos ilustrados y de presentación atractiva que invitan a cuando menos hojearlos.

3.3.1. Función de los gráficos

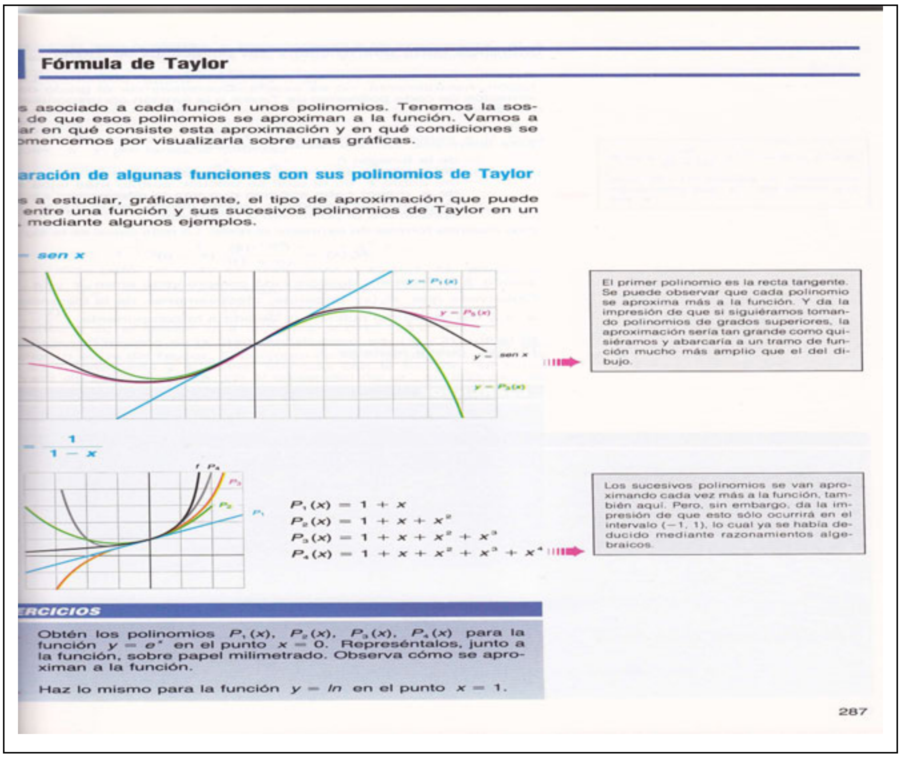
- En 3º destacar que el lenguaje gráfico comprende multitud de gráficos de rectas, vectores y cónicas, pero además en éstas últimas se ha hecho un gran esfuerzo por presentar las secciones del cono de forma tridimensional y utilizando diferentes colores que permiten apreciar las curvas que se forman.

- En el texto de matemáticas I de COU el tratamiento gráfico es de gran calidad, a varios colores y tamaños, pero sin ilustraciones complementarias, es decir, solo aparecen aquellas que apoyan y clarifican las situaciones de aprendizaje planteadas en el texto.

Debemos apreciar la cantidad y buena calidad de gráficas que aparecen en el bloque de funciones, unas ayudando a la comprensión de los conceptos y propiedades y otras describiendo fenómenos que se plantean en los ejemplos y ejercicios.

Pero en este texto los gráficos han disminuido y han dejado de ser una característica del texto, pues se reducen prácticamente a gráficos que acompañan a las definiciones o propiedades, al estilo de cualquier texto clásico, aunque eso sí tecnológicamente de calidad. Es decir gráficas asociadas a los conceptos y ejercicios, es decir con carácter auxiliar y función de apoyo.

En algunos temas hay un esfuerzo adicional y las gráficas son a varios colores y de gran calidad en el tema de curvas y superficies y también en el tema de funciones, donde el lenguaje gráfico es fundamentalmente el que concierne al dibujo de gráficas de funciones asociadas a ideas o conceptos y hay que destacar en la fórmula de Taylor, el dibujo preciso de las aproximaciones a una función mediante polinomios cuya gráfica acompaña a la de la función, pero puestos en diferentes colores. Es decir gráficas tecnológicamente muy avanzadas y de gran calidad.



Fórmula de Taylor

s asociado a cada función unos polinomios. Tenemos la sos-
de que esos polinomios se aproximan a la función. Vamos a
ar en qué consiste esta aproximación y en qué condiciones se
omencemos por visualizarla sobre unas gráficas.

aración de algunas funciones con sus polinomios de Taylor

s a estudiar, gráficamente, el tipo de aproximación que puede
entre una función y sus sucesivos polinomios de Taylor en un
mediante algunos ejemplos.

— sen x

El primer polinomio es la recta tangente. Se puede observar que cada polinomio se aproxima más a la función. Y da la impresión de que si siguiéramos tomando polinomios de grados superiores, la aproximación sería tan grande como quisiéramos y abarcaría a un tramo de función mucho más amplio que el del dibujo.

$= \dfrac{1}{1-x}$

$P_1(x) = 1 + x$
$P_2(x) = 1 + x + x^2$
$P_3(x) = 1 + x + x^2 + x^3$
$P_4(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$

Los sucesivos polinomios se van aproximando cada vez más a la función, también aquí. Pero, sin embargo, da la impresión de que esto sólo ocurrirá en el intervalo $(-1, 1)$, lo cual ya se había deducido mediante razonamientos algebraicos.

RCICIOS

Obtén los polinomios $P_1(x)$, $P_2(x)$, $P_3(x)$, $P_4(x)$ para la función $y = e^x$ en el punto $x = 0$. Represéntalos, junto a la función, sobre papel milimetrado. Observa cómo se aproximan a la función.

Haz lo mismo para la función $y = ln$ en el punto $x = 1$.

287

Fig. 4.11 Ilustración del libro de texto de COU. M. Guzmán

Comienza la primera parte de estadística hablando de gráficas y, ya en el preámbulo, se avisa a los alumnos de las trampas que pueden entrañar. Se dice en la pág. 198:

“Es necesario andar precavido ante las gráficas. Aparte de que los datos pueden ser poco relevantes tomados en un contexto aislado, una representación gráfica, por ejemplo, de una curva, depende muy esencialmente de aspectos tales como la escala de los ejes, qué porción de la curva se considera, es decir, desde dónde y hasta dónde se dibuja,…”

Es decir se va a tratar de que los alumnos aprendan a interpretar las gráficas con espíritu crítico, llegándose a afirmar que casi todas las gráficas de los medios de comunicación son erróneas en algún aspecto.

El lenguaje gráfico de la parte de estadística, es con mucha diferencia, más abundante, variado, asociado a diferentes contextos y de mayor calidad que el del resto del libro. Aparecen múltiples <u>gráficas</u>, de todo tipo y a colores y también <u>tridimensionales,</u> asociadas a los ejemplos, que se utilizan como apoyo, pero también para interpretar y entender conceptos y para realizar cálculos sobre ellas.

Hay también ilustraciones y fotografías. También multitud de tablas y algunos árboles.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Hay tablas, cuadros y muchas representaciones de reglas de Ruffini y de operaciones entre polinomios, dispuestas en forma de tabla, gráficas de parábolas, diagramas de árbol, dibujos geométricos y gráficas estadísticas (histogramas, polígonos de frecuencias).

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Hay muchos retratos de matemáticos: *Fermat, Descartes, Leibniz, Tartaglia, Mendel, Bufón, Galileo,…*

Hay muchas fotografías de objetos muy diversos: calculadora, sellos, árbol, botes de pintura, mapas, una de una carrera de caballos y carreras de atletas,…

Hay muchísimas ilustraciones tipo cómic: un símbolo chino, atletas dibujados en una pista, una secretaria escribiendo cartas, unos candados con combinación y unos contenedores de basura, muelles, tablero de ajedrez, dos personas dándose la mano, varias copas, un tren en la vía, personas acudiendo a un concierto de rock, dibujo de los pueblos que visita el viajante, camarero atendiendo a un cliente, tres testigos de un robo ante el comisario de policía,…

Hay que resaltar la importancia del lenguaje gráfico en la unidad de estadística. Hay multitud de tablas, diagramas, dibujos tridimensionales, todo ello con múltiples colores. Dibujo a varios colores de distribuciones en las que al aumentar el número de casos se van aproximando a una curva normal (con diferentes colores), distribuciones binomiales B(n, 0.2) dibujadas para diferentes valores de n y con distintos colores, lo que hoy en día se puede hacer con el ordenador (Geogebra), multitud de nubes de puntos y por supuesto muchísimas ilustraciones y fotografías (casinos, ruletas, deportes, aparato de Galton.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Es un libro tecnológicamente muy moderno en el que se utilizan múltiples colores

4. Problemas y Ejercicios

4.1. <u>Tipos y distribución de los ejercicios</u>

- La combinatoria se ha tratado de una forma bastante extensa y novedosa. El tratar todos los tópicos de la combinatoria en un solo tema y dejar los números combinatorios para el otro también era una elección ya efectuada por algunos autores. Pero la riqueza de este bloque está en los ejemplos y actividades que se proponen, que no son exactamente los típicos ejercicios de libro de texto.
- Hay problemas clásicos.
- Los ejercicios si que son un nuevo punto fuerte del texto de matemáticas I de COU. Los hay muchos y resueltos, muchos también propuestos y entre estos, muchos que han sido puestos en pruebas de selectividad. Esto le da un valor extra al libro de texto, pues permite ser usado de diferentes maneras: para teoría y problemas, sólo para problemas,….

4.2. <u>Problemas de aplicación y contextualizados</u>

- Una laguna es el pobre tratamiento que se da en los ejercicios del final del tema de ecuaciones y sistemas (1º), a los problemas de letra que dan lugar a un planteamiento con ecuaciones.
- Uno de los elementos claves del tema de gráfica de funciones (2º) es la presencia de numerosos ejercicios contextualizados, sacados de situaciones naturales, para cuyo estudio la representación gráfica es el método natural.

- Trasladamos una de las iteraciones de la revista, pág. 43 (2º):

"6174: ¿Un número mágico?

Escribe un número de 4 cifras que no las tenga todas iguales. Por ejemplo 5734. Forma el número 7543 ordenando las cifras de mayor a menor. Forma 3457 ordenando las mismas cifras de menor a mayor.

Resta: 7543-3457=4086

Repite el proceso con el resultado. Itera…

8640-0468=8172

8712-1278=7434

7443-3447=3996

9963-3699=6264

6642-2466=4176

7641-1467=6174

7641-1467=6174

…………………

Haz lo mismo empezando ahora con otro número. ¿Qué observas?"

- Los problemas están contextualizados y tratan por ejemplo de: espacio recorrido por un móvil, velocidad de un móvil, caudal de agua, incremento de población, producción de hierro en un cierto país, desde un avión se dejan caer una piedra, un planeador y un paracaidista, asociar cada uno de ellos con tres gráficas que se le presentan al alumno.

En un ejemplo se les dice que la fórmula $(T = 20 + \frac{480}{t^2 + 2t + 6})$ que se dio para un cazo con agua hirviendo en una habitación a 20º, en la que se retira el cazo del fuego, era una fórmula aproximada y que la fórmula real con la que se enfría el agua del cazo es: $T = 20 + 80e^{-0,41t}$.

- Hay un ejercicio de optimización, anteriormente propuesto en algún otro texto y que lo extraemos por su interés (3º):

Pág. 274, 11. "En un entrenamiento, un jugador de fútbol tiene que lanzar el balón sobre una portería. A este jugador le está permitido elegir el sitio exacto del lanzamiento, con la condición de que éste se haga desde la línea de banda. ¿Cuál será el punto del lanzamiento más idóneo?"

- Un problema clásico que aparece en la pág. 23, Matemáticas II COU:

40. "Una cuadrilla de segadores debía segar dos campos, uno con doble superficie que el otro. Durante medio día trabajó toda la cuadrilla en el campo grande. En la otra *mitad del día, se repartieron, trabajando la mitad de la cuadrilla en el campo grande y la otra mitad en el pequeño. Quedó sin segar una pequeña porción del prado pequeño, que ocupó un día completo a un solo segador. ¿Cuántos segadores componían la cuadrilla?*

4.4. Selectividad

Hay un problema en el libro de 2º de BUP que ha aparecido en selectividad en la parte de resolución de problemas, pág. 181:

26. Un ciclista fue de un pueblo a otro a una velocidad media de 50 km/h y regresó al pueblo de partida a una velocidad media de 30 km/h. ¿Cuál fue la velocidad media del recorrido total? (Atención la solución no es 40 km/h)

- En matemáticas I de COU se presenta una colección de ejercicios procedentes de pruebas de selectividad. Una de las características de este texto, es la gran profusión de ejercicios prácticos, que sirvan para preparar el examen de selectividad. De hecho muchos de los ejercicios que se incluyen siguen apareciendo en las pruebas de selectividad y han marcado un camino didáctico seguido por los demás textos y por la práctica docente.

Sin embargo en el texto de matemáticas II de COU, y en comparación con el mismo texto de matemáticas I, se echa en falta una sección con ejercicios sacados de pruebas de selectividad.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Son textos de enfoque intuitivo-constructivista, innovadores, basados en un modelo empírico y situados en un contexto internacional de renovación de la enseñanza de la matemática. Proponen un aprendizaje mediante el análisis de casos situacional, mediante el método reflexivo y son de tendencia tecnológica.

5.1. Continuidades

La parte procedimental de los textos y algunos ejercicios de manipulación.

5.2. Rupturas

- El tratamiento de los números reales es rupturista, pues su tratamiento es geométrico e intuitivo, no se trata de formalizar nada, como sucedía hasta esa época en los textos de matemáticas.
- No se tratan en el texto las inecuaciones de segundo grado con una incógnita, lo que supone una laguna importante en el programa de 1º de BUP.

- A polinomios y fracciones, se les dedica una única lección. Desde luego esto supuso una ruptura con los textos más clásicos, donde a los polinomios se les dedicaban varios temas y desde luego las fracciones algebraicas siempre iban en tema a parte.
- Los productos notables aparecen en el margen de la página, lo que indica una presencia muy exigua con respecto a textos clásicos y a textos actuales.

5.3. Innovaciones

Se explica el uso de la calculadora, su manejo, apareciendo una fotografía de la calculadora y explicando y aplicando a los ejercicios algunas de sus funciones más importantes.
- En funciones trigonométricas volvemos a estar ante un tratamiento bastante innovador de este tema de trigonometría. Hay en él pocas fórmulas matemáticas y sí mucho gráfico, muchas circunferencias y muchas actividades en las que las gráficas de las funciones trigonométricas aparecen de forma bastante natural a través de la experimentación. También se vuelven a extraer las razones trigonométricas de un ángulo mediante su dibujo en papel milimetrado.
- Hay que decir que dejar todo un tema para la optimización era una novedad que en pocos textos se había visto y que posteriormente tampoco se ha vuelto a ver. Se aborda la optimización de funciones de una manera pausada, con ejemplos algebraicos, geométricos y físicos, se construye y dibuja la función objetivo y se explica el proceso del cálculo del máximo o del mínimo. Además se proponen muchos problemas de física (luminosidad, principio de Fermat, intensidad de una corriente) cuyas fórmulas se dan de forma general.
- Se trata la derivación de funciones implícitas, con algún ejemplo, y tal y como ya hemos apuntado se les habla de las ecuaciones diferenciales, de las derivadas parciales y del cálculo de variaciones.
- En matemáticas I de COU, se demuestran la Regla de Cramer y el teorema de Rouché-Fröbenius, y se tratan los sistemas homogéneos y el cálculo de la matriz inversa. Los métodos de demostración, no son los usuales, sino que se basan en hacer pensar al alumno para poder deducir algo interesante.
- Al estudiar el teorema de Cauchy, se da al margen una demostración que se denomina "rápida" y que es la que aparece en muchos libros, y se da en el texto una demostración más reposada e intuitiva, apoyada en varias gráficas, que contiene tres aproximaciones y una versión final de la demostración. No se ataca el problema directamente y de la

forma más económica posible, hablando matemáticamente, sino que se prima la comprensión.

- Se les dice a los alumnos que con las calculadoras se pueden calcular integrales de forma aproximada y que eso es muy interesante.

- En matemáticas II de COU queremos destacar, principalmente, el carácter innovador que la parte de estadística tiene y en concreto la metodología utilizada, que parte de las gráficas, de su interpretación, para pasar a entender, a través de ellas, conceptos que se les asocian y a los que luego se les da una expresión algebraica. En esencia es el mismo método utilizado en funciones.

"Para que el estudio de los parámetros sea satisfactorio y significativo, en vez de empezar por definirlos, estudiarlos, obtenerlos y, por último, interpretarlos, procederemos al contrario: iremos a la distribución y pensaremos qué queremos medir y poco a poco se le irá dando forma y sentido a un cierto parámetro estadístico. La formalización del concepto será muy posterior a su concepción y a su manejo intuitivo"

Se ve en estas frases toda una pedagogía que ha venido acompañando permanentemente a la obra y que en este apartado de estadística es muy innovadora y muy sugerente.

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

- El tema de introducción a la combinatoria, "Estrategias para la resolución de problemas", es innovador, porque en realidad es un tema de resolución de problemas, que como tal se abordaba por primera vez en un texto de este nivel.

- El tema de "Distribuciones Bidimensionales" es innovador por dos aspectos:

1º Porque no está incluido en el programa oficial de la asignatura

2º Por el tratamiento que se le da. Sin fórmulas, no hay ninguna, mediante ejemplos y gráficos de nubes de puntos asociadas a los ejemplos, se aprende intuitivamente a distinguir entre variables correlacionadas y las que no lo están.

No se les da a los alumnos ni el símbolo de la correlación, pero se les plantean multitud de ejemplos prácticos.

- El tratamiento del interés compuesto y de las deudas incluido en este tema marcó un camino que ha sido recorrido hasta nuestros días.

- El tema de semejanza es un tema que no figuraba en los programas oficiales de 2º de BUP y fue por lo tanto una opción de los autores, el incluirlo como previo al estudio de la trigonometría; se enmarca en el interés por los aspectos geométricos y visuales que los autores destacan en el prólogo del libro. Su estudio volvió a marcar una línea en la didáctica de las matemáticas y hoy en día se incluye en los programas de la ESO y se aborda intuitivamente, como se hace en este texto.

- El tratamiento del tema de áreas, consiste en dibujar una función e ir calculando las áreas encerradas bajo la curva; esto se comienza haciendo con una función constante, para pasar a una función lineal y a una de segundo grado. En algunos casos se obtienen las áreas de manera aproximada contando cuadraditos y poniendo los valores en tablas. Mediante sucesivos dibujos se va aproximando una parábola con rectángulos y calculando el área de estos rectángulos se dibuja la función escalonada que da la suma de las áreas. Se concluye diciendo *"que en cada aproximación la función escalonada* f_i *se parece más a f. Por tanto el área bajo* f_i *se parece cada vez más al área bajo f"*

Como se ve el tratamiento es intuitivo y visual, tal y como hoy en día se podría hacer por ejemplo con el Geogebra.

4.7. TEXTOS LGE – 7. EDELVIVES – IBAIZABAL (1987 – 1995)

1. Datos de carácter general

- Matematikak BBB1 (castellano, 1987; euskera, 1992). Autores: Iñaki Lazkano Uranga, Paolo Barolo Babolin. Traductores: Edurne Lazkano, Nekane Unieres. Editorial Ibaizabal Edelvives. Pág. 313.
- Matematikak BBB2 (castellano, 1987; euskera, 1992). Autores: Iñaki Lazkano Uranga, Paolo Barolo Babolin. Traductores: Edurne Lazkano, Nekane Unieres. Editorial Ibaizabal Edelvives. Pág. 230.
- Matematikak BBB3 (castellano, 1987; euskera, 1993). Autores: Joaquín López Barriuso. Colaboradores Antonio Martinez Fernández, Ignacio Polón Oloriz, Juan M. Nieto Ibáñez, Manuel Valderrama Conde. Traductores: Edurne Lazkano, Nekane Umerez; Corrector: Faustín Urrutibeaskoa. Editorial Ibaizabal Edelvives. Pág. 335.
- Matematikak UBI (euskera, 1995). Autores: Edelvives Matematika Lantaldea. Traductor: Fauxtin Urrutibeaskoa. Editorial Ibaizabal Edelvives. Pág. 318.

Fig. 4.12 Libro de texto Matematikak UBI. Ed. Ibaizabal

Tabla 4.7 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS – Matematikak Edelvives – Ibaizabal

Euskera	Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Traducción página a página, respetando figuras, recuadros y demás características de maquetación del texto original - Algunos términos no estándar y expresiones difíciles de entender - En las lecciones de potencias y raíces se siguen presentando las propiedades con lenguaje ordinario, que acompaña al lenguaje simbólico; es una tradición que viene de atrás en castellano, pero que no existía en euskera.	- Uno de los objetivos del libro es ofrecer a los profesores de este nivel material abundante para poder desarrollar el cuestionario oficial - Algunas lecciones tienen una introducción que en algunos casos suele ser interesante porque presenta ejemplos históricos, o aplicaciones de las matemáticas - Los autores hacen matemáticas a lo largo del texto y explicitan todos los corolarios y propiedades a que un determinado desarrollo matemático de un concepto puede dar lugar. - Elevado nivel de formalismo y rigor en las demostraciones	- Lenguaje algebraico relacionado con los temas - Lenguaje lógico - Lenguaje conjuntista - Lenguaje gráfico, este está siempre asociado a un determinado concepto que se está presentando y tiene por tanto una función ilustradora o aclaratoria en general. - Hay diferencias entre temas y cabe señalar que así como hay lecciones en las que no aparece ninguna imagen (7 lecciones sin ninguna imagen, un tercio del total) las hay con abundante ilustraciones. - Las ilustraciones lo son a dos colores, el negro y el rojo.	- Abundancia de ejercicios - Ejercicios para practicar y dominar procedimientos - Se tratan todos los conceptos y propiedades - Nivel de dificultad creciente - También los hay teóricos	- Modelo positivista - Enfoque conductista (objetivos) - Textos tradicionales y expositivos - Enseñanza práctico - transmisiva - Tendencia estructuralista - Razonamiento lógico-deductivo - El texto de COU tiene como objetivo práctico la preparación de la selectividad

Los libros son traducción de los correspondientes libros de la editorial Edelvives, publicados en castellano a finales de los años 80. Los autores y traductores de los textos de 1º y 2º son los mismos, pero ya en los libros de 3º y COU, cambian los autores y se introduce un corrector de la traducción efectuada.

Esto supone un cierto cambio de tipo expositivo en el texto de 3º, pues aunque se mantiene el rigor matemático y la fundamentación matemática, el texto es más claro. El cambio de traductores también tiene una notable influencia en la calidad del euskera utilizado en los textos de 3º de BUP y COU. Un euskera mucho más moderno, actualizado y ajustado al vocabulario de las matemáticas.

Los autores han colaborado con Edelvives a lo largo de muchos años y producido textos de matemáticas adaptados a las diferentes reformas educativas.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- El programa oficial está desarrollado de manera exhaustiva, agotando todos los tópicos relacionados con cada materia. Se respetan las orientaciones metodológicas en la exposición del contenido matemático.
- No se renuncia al formalismo de las matemáticas abstractas y al lenguaje algebraico y estructuras asociadas a él.

Por ejemplo en el tema 1 aparece la siguiente definición de operación definida dentro de un conjunto:

Adibidea: (pág. 9) *"Definizioz, A multzo batean eragiketa bat, A barnean AxA-ren aplikazio bat da eta beraz A-ko elementuez osaturiko bikote ordenatu guztiei A-ko elementu bat eta bat bakarra dagokie. Berezitasun hau eragiketaren propietate uniformea deitzen da" (*Por definición una operación en un conjunto A, es una aplicación de AxA en A, y por lo tanto a cualquier par ordenado le corresponde uno y sólo un elemento de A. A esta particularidad se le denomina propiedad uniforme).

Es una definición abstracta, construida con lenguaje de la teoría de conjuntos.

- Exhaustividad en el tratamiento de los temas

En el desarrollo de los programas son fieles a las directrices marcadas en el BOE y exhaustivos, en el sentido de que se tratan todos los tópicos relacionados con un determinado tema, sin necesidad de que esté especificado o pormenorizado en el programa oficial.

Hay un afán por explicar todos los contenidos descendiendo hasta la última propiedad, desgranando los apartados en múltiples subapartados, lo que lleva a una exhaustividad y minuciosidad reflejo de una concepción didáctica de la matemática hecha desde la propia matemática. Las lecciones se subdividen en epígrafes tan detallistas, que hoy en día es casi imposible de encontrar algo similar en cualquier texto moderno. Hoy en día, los epígrafes son cortos, no se desciende tanto al detalle, los títulos no son tan descriptivos.

Ejemplo de la exhaustividad con la que se tratan todos los tópicos matemáticos es la nota (1º) que dice que en el caso de una suma de dos cuadrados, estos se pueden descomponer como suma por diferencia de dos números complejos conjugados, lo cuál es difícil porque relaciona una propiedad nueva con los complejos estudiados en una lección anterior, pero también porque es una propiedad cuya aplicabilidad no se encontrará hasta que se den integrales en COU en un caso muy particular de integración de funciones racionales.

- Además el rigor está presente a lo largo de los textos. Se demuestran casi todas las propiedades, con un aparato matemático desaparecido, en algunos casos, de la enseñanza secundaria de hoy en día.

Ejemplo de ello son los siguientes argumentos de autoridad que aparecen en el texto de 3º, señal de la importancia que el autor concede al rigor y formalismo matemático:

"Quizás fuese interesante —para posibles trabajos en grupo o de seminario— una introducción rigurosa de los números complejos, como la hace, entre otros, el profesor Abellanas en su libro "Elementos de matemáticas".

"Todo lo que se insista en el dominio del cálculo vectorial no será suficiente. Dicho cálculo es uno de los más potentes instrumentos que se conocen hoy día en matemáticas para resolver multitud de problemas con rapidez, rigor y elegancia, como ha puesto de manifiesto el profesor Cuesta Dutari en su "Geometría vectorial" (nota a pié de página).

"En cursos pasados has estudiado la radicación y los logaritmos. Recuerda que se cumplía para ambas funciones:

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \forall a,b \in R^+; \log(a \cdot b) = \log a + \log b, \forall a,b \in R^+$. *Por ser la radicación y la logaritmación aplicaciones o funciones compatibles con las* *operaciones, se denominan homomorfismos de* $(R^{+},\cdot)$ *en* $(R^{+},\cdot)$ *y de* $(R^{+},\cdot)$ *en* $(R^{+},+)$ *respectivamente. Las funciones circulares no son homomorfismos; sen (a+b) <> sena+senb" (nota a pié de página).*

- En derivadas y análisis en general, el desarrollo es muy matemático; basta con ver los títulos de las preguntas "Condición necesaria de…", "Condiciones suficientes de…". Además todo ello acompañado de todos los criterios posibles (criterio de variación de...)

- En COU se mantiene un rigor matemático en lo fundamental, pero hay ciertas demostraciones farragosas que se omiten. Sin embargo el autor introduce conceptos y ciertas aplicaciones que sobrepasan el nivel del curso.

2.2. Tratamiento Didáctico

- Se dan continuamente procedimientos en los que a través de varios pasos se explica cómo se debe resolver un determinado tipo de cuestiones matemáticas. Son recetas procedimentales, tipo algoritmo, para facilitar la labor de los alumnos, en la aplicación de los conceptos matemáticos.

- Se dan definiciones de determinadas partes de las matemáticas señalando algunas de sus funciones y aplicaciones.

Así por ejemplo comienza la combinatoria con una definición sobre la combinatoria misma:

(pág. 210) 10.1. "Konbinatoria, erizpide batzuk aintzakotzat hartuaz, zenbait objetukin osa daitezkeen talde desberdinak aztertzen dituen algebraren zati bat da" (La combinatoria es una parte del álgebra que trata del estudio de los grupos diferentes que se pueden formar con varios objetos utilizando diferentes criterios de formación).

Es una definición que se suele omitir en algunos textos de matemáticas y en casi ninguno se menciona que es una parte del álgebra.

Se da también una definición de Estadística:

(pág. 255) "Estatistika bizitzako fenomenoak aztertu, ikasi eta beraietaz mintzatzen den zientzia bat da, eta lortzen diren emaitzei azalpen bat ematen dio" (La Estadística es una ciencia que analiza, estudia y trata los fenómenos de la vida, y da una interpretación para los resultados obtenidos).

- En la introducción del texto de 3º se hace mención a 5 apartados a los que los autores han querido dar importancia a lo largo del libro:

- Conceptos surgidos de la Geometría

- Intuición
- Aplicaciones de las matemáticas
- Vocabulario matemático
- Técnicas de trabajo

Se incide en ellos de manera sistemática a lo largo de todos los temas.

Aparece una introducción al principio de cada parte del libro: esto no existía en los libros anteriores. Además, como novedad, aparecen al principio de cada lección conceptos que se necesitan recordar y objetivos a conseguir.

- El libro de COU es de transición entre lo que eran los textos anteriores a este periodo y los que vendrán después.

Es un texto bastante práctico, muy claro en su estructura, con temas muy cortos (algunos temas clásicos se han subdividido en varios) orientado a la selectividad, tal y como lo demuestra el elevado número de ejercicios extraídos de pruebas de selectividad.

2.3. <u>Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización</u>

- Algunas lecciones del texto de 1º tienen una introducción que en algunos casos suele ser interesante porque presenta ejemplos históricos, o aplicaciones de las matemáticas. Representan en el texto, casi la única contextualización que hacen de las matemáticas.

- El tema de matemática financiera está bastante contextualizado y se introduce a base de ejemplos numéricos, pero el desarrollo posterior es de nivel elevado, pues aparecen fórmulas con subíndices y empleo de tablas financieras.

- En 2º, en cuanto al aspecto didáctico, cabe señalar que el desarrollo teórico de las lecciones recuerda más el de un libro hecho a la medida del profesor y no tanto para el alumno. Es un texto muy de la época (año 87), muy formalista, con un contenido muy matemático, en el que las matemáticas aparecen descontextualizadas y sin justificación que no sea intramatemática.

- En el texto de 3º las aplicaciones de las matemáticas que se presentan en el libro, aparte de ser muy escasas, lo son casi en exclusiva de física. Por ejemplo se nos dice: (pág. 199) "*Los máximos y los mínimos se aplican no sólo en la resolución de problemas puramente matemáticos, sino también en física, química, biología, economía y en la técnica*"

Curiosamente en los tres ejemplos resueltos que hay en esta pregunta (pág. 199), no hay ninguna aplicación, los tres son matemáticos.

Sí se mencionan una serie de aplicaciones de la estadística:

(pág. 312) "Así por ejemplo se estudia problemas como estos: crecimiento de una planta según la cantidad de agua que reciba, la clase de tierra o el fertilizante que se emplea; tiempo que tarda en curarse una enfermedad según la fuerza de los antibióticos empleados; rendimiento de un escolar según el grado de integración familiar, el coeficiente de inteligencia o la atención; venta de un producto según la propaganda efectuada, etc. Vemos por tanto que hay multitud de fenómenos biológicos, socio-psicológicos, económicos, etc., cuyo estudio es propio de las funciones estocásticas o aleatorias"

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

Algunas lecciones del texto de 1º tienen una introducción que en algunos casos suele ser interesante porque presenta ejemplos históricos.

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

El tratamiento simbólico utilizado en los textos es de amplio contenido matemático y un elevado nivel de formalismo y rigor en las demostraciones.

Aparecen todo tipo de expresiones simbólicas, ya sean de conjuntos, lógica, álgebra o análisis. Además se utilizan para dar fundamentación a las definiciones y propiedades.

Vamos a mencionar algunas de ellas:

Distancias, productos escalares, aplicaciones, conjunto, lenguaje aritmético, trigonometría, álgebra, sistemas, ecuaciones, vectores, espacios vectoriales, notación de conjugado, símbolos lógicos, valores absolutos, llaves, pares ordenados, limites, incrementos, derivadas y diferenciales, integrales, probabilidades,.. $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$

Además la carga lógico-formal de los textos lleva asociada su correspondiente lenguaje y esquemas de razonamiento deductivo bastante abstractos.

3.2. Lenguaje escrito

- Se siguen describiendo en lenguaje ordinario las propiedades matemáticas lo que conlleva, como ya se ha señalado anteriormente, a ciertas expresiones difíciles de entender en euskera.

- Se utiliza un lenguaje demasiado técnico, propio de la matemática formal, con expresiones lógicas y términos matemáticos, de gran tradición en las matemáticas superiores, pero que alejan el texto del alumno y lo hacen de más difícil comprensión.

Ejemplos:

“Las funciones circulares no son homomorfismos”, “Condición necesaria de…”, “Condiciones suficientes de…” (Títulos de las preguntas), *“criterio de variación de...”*

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

- El lenguaje gráfico, está siempre asociado a un determinado concepto que se está presentando y tiene por tanto una función auxiliar, ilustradora o aclaratoria en general. Hay diferencias entre temas y cabe señalar que así como hay lecciones en las que no aparece ninguna imagen, las hay con abundantes ilustraciones. Cabe decir que el número de gráficas es alto pero todas ellas están descontextualizadas.

- En 3º el lenguaje gráfico es abundante y se refiere principalmente a gráficas de funciones en el plano que ilustran el concepto explicado. Pero se minusvalora la importancia de los gráficos, concediéndoles un mero valor aclaratorio y didáctico, pues se insiste en que las demostraciones basadas en un gráfico *“no tienen generalidad porque son intuitivas, pero no matemáticas”*

En la pregunta 2.3. (pág. 30) se hace la siguiente introducción:

“Aunque en el capítulo siguiente daremos una demostración general de la relación existente entre las razones trigonométricas de ángulos complementarios, suplementarios, opuestos, etc., en este epígrafe vamos a sugerir una demostración que se hizo en 2º de BUP: Aunque carezca de generalidad, es muy útil para recordar con rapidez la relación de las razones de estos ángulos a que nos estamos refiriendo”

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

- Hay tablas de funciones o de datos, o tablas resúmenes que complementan o aclaran el resto de las explicaciones. También hay tablas intercaladas en las lecciones que hacen que la presentación de ciertos conceptos sea más entendible.

- Hay muchos diagramas cartesianos, diagramas de árbol y varias tablas de doble entrada.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

No hay

3.3.4. Color y tratamiento digital

Los gráficos lo son a dos colores, el negro y el rojo.

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

- Los libros, ya se dice en algún prólogo, se caracterizan por querer presentar a los profesores abundante material de trabajo para su utilización en el aula. Es lo que en muchos casos los hacía atractivos y determinaba su elección por parte de los equipos docentes. Tienen muchos ejercicios, muchos ejemplos, la mayoría de ellos prácticos, abarcando todos los tópicos tocados en las lecciones y también los hay teóricos y abiertos. Los ejercicios situados al final de las lecciones son denominados complementarios (en el texto de 3º se les denomina ejercicios y notas). La inmensa mayoría están al final de las lecciones y son ejercicios cuyo fin es entrenarse en las destrezas que se supone se debe adquirir al final de cada lección. Como ejemplo de los ejercicios propuestos extraemos los dos siguientes:
- En el texto de 1º al tratar los problemas de "letra", se propone el siguiente: "*Urrea uretan sartzean, bere aireko pisutik 0,051-n gutxitzen da, eta zilarra 0,095-ean. Kalkulatu 6 gr-ko gauza batek duen urrezko eta zilarrezko kopurua, uretan airetan baino 0,35 gr gutxiago pisatzen baditu*" (Al meter el oro en agua, su peso con respecto al que tiene en el aire se reduce en la proporción 0,051 y la plata en 0,095. Un objeto compuesto por oro y plata de 6 gr., pesa en el agua 0,35 gr. menos que en el aire. Calcula cuánto oro y cuánta plata tiene).
- Un ejercicio propuesto en el texto de 2º sobre cálculo de límites: "*Bilatu ondorengo adierazpen hauen limiteak*" (calcula los límites de las siguientes expresiones):

$$\text{a)}\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3....}}}}}\ \text{b)}\ \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2...}}}\ \text{c)}\ \sqrt[4]{5\sqrt[4]{5\sqrt[4]{5...}}}\ \text{d)}\ \sqrt[5]{4\sqrt[5]{4...}}\ \text{e)}\ \sqrt[3]{6\sqrt[3]{6...}}\ \text{f)}\ \sqrt{7\sqrt{7...}}$$

4.3. Problemas de aplicación y contextualizados

Prácticamente no hay.

4.4. Selectividad

- En la presentación del texto de COU se dice que el texto presenta una colección de ejercicios actualizada, extraída de diferentes pruebas de selectividad. Se hace hincapié en los diferentes tipos de ejercicios que el texto presenta: ejemplos resueltos, al final de las lecciones ejercicios resumen y ejercicios propuestos para resolución de los alumnos. Es un texto con gran cantidad de ejercicios y en el que muchos de ellos se han extraído de pruebas de selectividad.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Son textos de enfoque conductista, tradicionales y expositivos. Se basan en el método positivista. Mediante una enseñanza transmisiva, pero práctica, y mediante el razonamiento lógico-deductivo, tienen como meta el logro de unos objetivos. Su tendencia en cuanto al contenido matemático es estructuralista. El texto de COU tiene como objetivo práctico la preparación de la selectividad.

5.1. Continuidades

- En la trigonometría (3º) se siguen manejando tablas y a su explicación se dedican tres páginas, además se menciona la Fórmula de Taylor que los alumnos no conocen:

(Pág. 35) "A pesar del uso generalizado de las máquinas de calcular, que pueden ahorrar tiempo en las operaciones, pretendemos que el alumno tenga una idea de las tablas trigonométricas naturales…..no siempre resulta fácil el cálculo de las razones de un ángulo cualquiera. Su determinación correspondería al cálculo infinitesimal superior. (El próximo curso tendrás ocasión de iniciarte en estos cálculos mediante las aplicaciones de la fórmula de Taylor)"

5.2. Rupturas

- En 1º, en el tema de números reales no se demuestra que raíz de dos es irracional. Nos parece importante resaltar esto, porque en los textos de épocas anteriores siempre se demostraba, y era una demostración que como se sabe conlleva un argumento de reducción al absurdo.

Hay otra ruptura en el tema de combinatoria, donde ya no se le dedica una lección a cada tipo de operación; las variaciones y combinaciones se estudian en la misma lección.

- En 3º se produce una ruptura en el caso de las Cónicas que pasan de tener cuatro temas, como era tradicional en los libros de texto, a tener sólo dos, marcando una tendencia que ha continuado y que ha derivado hacia la inclusión de todas las cónicas en un solo tema. En este caso, sin embargo, no ha disminuido el número de tópicos tratados.

5.3. Innovaciones

Aparece razonado un método que se popularizó mucho entre los alumnos para dibujar una función:

(pág. 207) "La consideración simultánea del dominio y del recorrido (o signo) de f, se conoce como el método de las regiones: Descomponemos la función f en producto de

otras funciones cuyas gráficas dividen el plano en "regiones" por donde pasará o no pasará la gráfica de f"

6. Tratamiento del euskera

Los libros, en su versión en euskera, representan una tercera generación de textos para el bachillerato, que comenzaron con los publicados por Elhuyar allá por el comienzo de los años 80, y la primera incursión de Editoriales de ámbito estatal, eso sí a través de una editorial de aquí, como es Ibaizabal, en el mercado del País Vasco.

La traducción al euskera representa, en nuestra opinión, un claro retroceso respecto a lo que los textos de matemáticas de la época hechos en versión original ofrecían. Hay muchas propiedades que no dicen lo mismo en euskera que en castellano, otras en las que no se entiende cuál es el significado y además hay errores de diversos tipos.

- En las lecciones de potencias y raíces (1º) se siguen presentando las propiedades con lenguaje ordinario, que acompaña al lenguaje simbólico; es una tradición que viene de atrás en castellano, pero que no existía en euskera. Por lo tanto transcribimos varias de las propiedades para poderlas comparar con las que aparecen en textos anteriores de matemáticas escritos en euskera (luego fueron paulatinamente simplificándose y posteriormente desaparecieron):

(pág. 28.) "Oinarri berdineko berreketen biderkadura, berretzailetzat biderkagaien berretzaileen batura duen oinarri berdineko beste berreketa bat da" (producto de potencias de la misma base, es otra potencia que tiene por exponente la suma de los exponentes de las potencias).

"Oinarri berdineko berreketen zatidura, zatikizun eta zatitzailearen berretzaileen kendura berretzailetzat duen oinarri berdineko beste berreketa bat da" (división de potencias de la misma base, es otra potencia de igual base que tiene por exponente la resta de los exponentes del dividendo y el divisor).

(pág. 29.) "Berreketa baten berreketa, berretzailetzat berretzaileen biderkadura duen hasierako berreketaren oinarri berdineko beste berreketa bat da" (potencia de una potencia, es otra potencia que tiene la misma base que la potencia inicial y por exponente el producto de los exponentes).

(pág. 30.) Berretzaile nuludun berreketak: "Zero berretzailea eta zero ez den oinarria duen berreketa batek unitatea du berreduraz" (potencias de exponente cero: una potencia de base no nula pero de exponente cero vale la unidad).

Berretzaile negatibodun berreketak: “Berretzaile negatibodun berreketa bat, aurrekoaren oinarri berdineko berreketa batez zatituriko unitatearen berdina da, berretzailetzat aurrekoaren aurkakoa duena (positiboa)” (potencias de exponente negativo: es la unidad dividida entre otra potencia que tiene la misma base que la inicial y por exponente el opuesto del anterior).

- Dos ejemplos de correcta utilización de euskera lógico-científico, que hoy en día ha desaparecido de los libros de bachillerato:

(pág. 190.) “Baldin a eta b-k ikur bera badute, a<b desberdintzak 1/a > 1/b halabehartzen du” (Si a y b tienen el mismo signo, a<b implica 1/a > 1/b)

Regla de divisibilidad: “P(x) polinomio bat (x-a)-z zatigarria izateko baldintza beharrezko eta nahikoa, a polinomioko zero bat izatea da” (La condición necesaria y suficiente para que un polinomio P(x) sea divisible por x-a, es que a sea un cero del polinomio)

- Una curiosidad terminológica para decir en euskera “marca de clase” (término estadístico):

(pág. 262) “Aldagai baten bidetartea n zati berdinetan zatitzen bada, lortzen den tarte bakoitza zulogunea edo klase-tartea deitzen da” (zulogunea = klase – marka) (Si el recorrido de una variable se divide en n partes iguales, a cada parte se le llama intervalo-clase)

- Una definición (1º) cuya redacción en euskera no es muy natural:

(pág. 279) 24.1. “A multzo barruko segida bat, A barruan N multzoak egiten duen aplikazio bat da” (Una sucesión en un conjunto A es un aplicación de N en A)

- Una propiedad de los números complejos cuya redacción en euskera no se entiende:

(pág. 62.) “Konjugaturiko bi zenbaki konplexuren biderkadura zenbaki erreal bat da, zenbaki-osagaien karratuen batuketaren berdina izango dena” (El producto de dos números complejos conjugados es un número real igual a la suma de los cuadrados de las componentes)

- Otra propiedad residual, en el sentido de que es muy colateral en relación al programa oficial de 1º de BUP, que aparece en muy pocos textos y además con una redacción en euskera de difícil comprensión es la siguiente:

“P(x) polinomio bateko koefizienteak zenbaki osoak direnean, polinomioko izan daitezkeen zero razionalak, zenbakitzailetzat gai askeko zatitzailea eta izendatzailetzat maila handiagoko gai baten koefizientearen zatitzailea duten zatikien artean aurkitzen dira” (Si P(x) es un polinomio de coeficientes enteros, los posibles ceros racionales del

polinomio se encuentran entre aquellos cuyo numerador es divisor del término independiente y su denominador es divisor del coeficiente del término de mayor grado)

- Otro ejemplo desdichado del mal uso del lenguaje ordinario para la descripción de propiedades, es el relativo al cálculo de un término cualquiera del desarrollo del binomio de Newton. Aparece de la siguiente forma, no entendible en euskera:

(pág. 238) 20.4. *"Binomio baten n-garren berreketaren garapenaren edozein gairen koefizientea, aurreko gaiaren koefizientea, bertan berak duen monomioaren berretzaileaz biderkatuz, eta emaitza bigarren monomioaren berretzaileaz zatituz, unitate bat handituz lortzen da"* (El coeficiente de un término cualquiera del desarrollo de la potencia enésima de un binomio es igual al coeficiente del término anterior multiplicado por el exponente del monomio que le corresponde y dividiendo el resultado entre el exponente del segundo monomio aumentado en una unidad).

- La traducción correspondiente al texto de 2º de BUP es una traducción, casi 100% literal, de la versión en castellano, salvo un pequeño trozo, que no sabemos porqué razones, no respeta el original. No sólo es la traducción literal, sino que el paginado, la colocación de los textos, figuras, tablas etc. es exáctamente la misma en las dos versiones. Las definiciones, los recuadros, todo está puesto como en castellano a la misma altura de la página.

- En el texto de 3º se aprecia un cambio con respecto a las expresiones utilizadas en los textos de 1º y 2º de BUP. Han actualizado la terminología.

Ej.: *(pág. 10) " Bi bektore ez nulu elkartzutak edo ortogonalak izateko* <u>*ezinbestekoa eta nahikoa den baldintza*</u>*, beren biderkadura eskalarra nulua izatea da"* (La condición necesaria y suficiente para que dos vectores no nulos sean perpendiculares u ortogonales es que su producto escalar sea cero).

(pág. 12) "para conmutativa se usa trukakorra y no trukatze-propietatea, distributiva con respecto a la suma de vectores es: banakorra bektoreen batuketarekiko…"

(pág. 27) "a) La relación entre las razones trigonométricas de un ángulo y sus recíprocas *("angelu baten eta bere elkarrekikoen arteko arrazoi trigonometrikoen erlazioa")* (recíproco=elkarrekiko).

Algunos términos un poco artificiosos son los siguientes:

19.3. *Taula estatistikoak. Irudikapen grafikoa: puntu-multzoak* (hodei-puntuak = nubes de puntos = *puntu - multzoak*).

Movimiento rectilíneo= *Lerrozuzeneko mugimendua* (pág. 183). Un poco raro teniendo en cuenta que en la misma página aparece movimiento circular= *Mugimendu zirkular*.

- El euskera empleado en el texto de COU es el estándar y está bastante actualizado. Aún así vamos a hacer algunas puntualizaciones:

En el vocabulario del euskera señalar que en la pág. 9 denomina “*lerro matrizea*” (matriz fila) a lo que en terminología actual ha pasado a ser errenkada-matrizea.

La expresión “*segidako garapena*” para desarrollo en serie no es apropiada y además en la pág. 193 aparece: *“…..f(x) funtzioa mugagabe deribagarria denean,…”* para expresar que la función tiene derivadas sucesivas hasta el infinito o que es infinitamente derivable.

“*Deribatu eta diferentzial segidakoak*” (derivadas sucesivas?)

“*Probabilitate baldintzapetua*” = Probabilitate baldintzatua

4.8. <u>TEXTOS LOGSE-1. ANAYA – HARITZA</u> (2000 – 2001)

1. Datos de carácter general

- Matematika Gizarte Zientziei Aplikatuta I (2000). Autores: José Colera, Mª José Oliveira, Rosario García, Santiago Fernández. Editorial Anaya – Haritza. Pág. 287.

- Matematika Gizarte Zientziei Aplikatuta II (2001). Autores: José Colera, Mª José Oliveira, Rosario García, Santiago Fernández. Editorial Anaya – Haritza. Pág. 325.

- Matematika I (2000). Autores: José Colera, Mª José Oliveira, Rosario García, Santiago Fernández. Editorial Anaya – Haritza. Pág. 391.

- Matematika II (2001). Autores: José Colera, Mª José Oliveira, Rosario García, Santiago Fernández. Editorial Anaya – Haritza. Pág. 415.

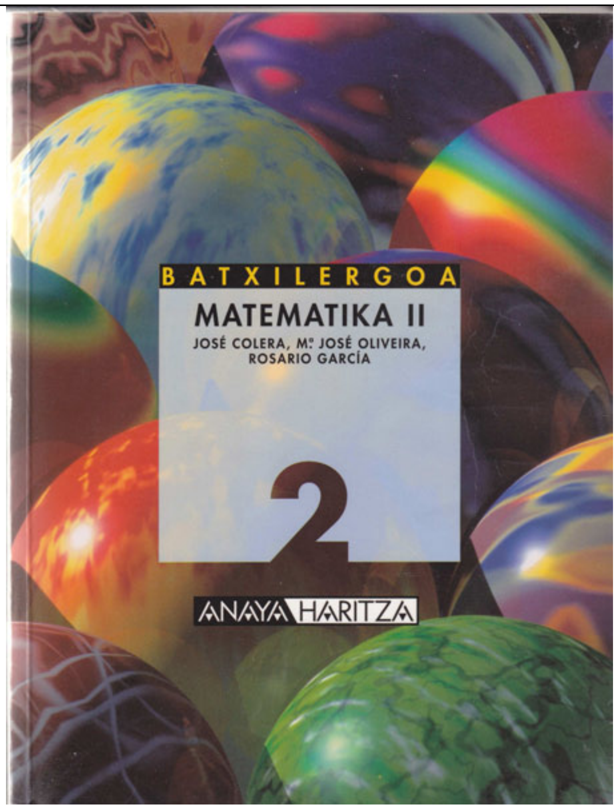


Fig. 4.13 Libros de texto de Matematika Gizarte Zientziei Aplikatuta I y Matematika II

Tabla 4.8 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS - MATEMATIKA GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTA y MATEMATIKA I eta II – Anaya - Haritza

Euskera	Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Terminología estandarizada - Las traducciones de los textos de las dos modalidades tienen pequeñas diferencias entre sí	- La matemática que propone es práctica y aplicable - El objetivo es, de forma didáctica, dominar los procedimientos y los contenidos que la matemática de este nivel posee - Los bloques de contenidos contienen una introducción histórica - Bloque 0, transversal, de “Resolución de Problemas” - Algunas rupturas e innovaciones. Influencia de la selectividad - Contextualización de las matemáticas mediante la sección denominada “Piensa y resuelve” con la que comienzan las unidades. - El desarrollo de las unidades es bastante clásico, pero sin demostraciones, tratando todos los tópicos del programa oficial	- Lenguaje algebraico y conjuntista relacionado con los temas - Se incluyen los símbolos propios del lenguaje matemático y algunas letras del alfabeto griego - Gran variedad de recursos gráficos (característica del texto): fotografías, recuadros a colores, tablas, multitud de gráficas de funciones, alguna gráfica tridimensional - Salto tecnológico, que se refleja en la calidad de los gráficos y maquetación	- Abundancia de ejercicios y problemas - Los ejercicios del final de las unidades se clasifican en: “para resolver”, “cuestiones teóricas”, “para profundizar” y “para pensar un poco más” - Ejercicios acompañados de muchas ilustraciones y gráficos. - Problemas de aplicación a otros campos (economía, física,…) y contextualizados. Muchos de ellos de letra. - Problemas abiertos en la sección de “para pensar un poco más” - Muchos problemas de selectividad	- Modelo de racionalidad tecnológica - Enfoque funcional - Texto tecnológico - Tendencias estructural y empírica - Aprendizaje práctico - Método intuitivo

Los libros son traducción de los correspondientes textos de castellano de la editorial Anaya. Supuso la irrupción de las grandes editoriales en el mercado autonómico, con textos escolares en lengua vernácula.

Las grandes editoriales tuvieron al principio abandonado este mercado por dos razones:

La primera fue la dificultad para producir textos en euskera cuando este comenzó a introducirse en la enseñanza; el euskera utilizado no estaba totalmente estandarizado y los equipos de redactores o traductores no eran abundantes; pero conforme se profesionalizaron los equipos de traductores y las traducciones mejoraron, las editoriales comenzaron a introducirse en el mercado.

La segunda razón, fue obviamente, que al principio el mercado de los textos en euskera era muy reducido y no producía suficientes márgenes de beneficio, pero en cuanto tuvo el tamaño adecuado, el aterrizaje de las grandes editoriales fue inmediato y además, tal y como el paso de tiempo lo ha corroborado, lo han monopolizado, acaparando un alto porcentaje de las ventas realizadas.

Los autores del texto le añaden al título la etiqueta “Euskadi” y en este caso uno de los autores es un conocido profesor de la CAV, autor de varios textos de matemáticas, asesor de matemáticas y que ha participado activamente en la renovación de su enseñanza y en la difusión de su didáctica y ha colaborado en la elaboración de los currículos de la CAV. Los otros autores tienen también una larga trayectoria en la elaboración de textos de matemáticas y en la renovación de su enseñanza, a nivel estatal.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

- Los textos cubren los programas oficiales, pero además en algunos casos los sobrepasan. Son opciones de los autores que han decidido dar mayor peso a algunos de los temas y es ahí donde por tanto el nivel de desarrollo es mayor. Vamos a señalar algunos de ellos.
- En 1º de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, hay una ampliación de contenidos en el bloque de Estadística. Aunque en algunos de los textos del periodo anterior se introducían conceptos similares, el tratamiento que aquí se le da es más extenso y toca más cuestiones, como por ejemplo la aproximación de la binomial por la normal y el ajuste de datos por una distribución teórica, que se introduce con un

ejemplo (dos en el caso de Matemáticas I, uno ajustando con la binomial y el otro con la normal)

- En Matemáticas I el tratamiento de la geometría es menos demostrativo, más intuitivo y aunque por algunos conceptos se pasa de puntillas, simplemente introduciéndolo porque hace falta para luego justificar ciertas cosas (p. ej. producto escalar), se llegan a exponer todos los tópicos clásicos, incluido sistemas de referencia, sin mucha profundización.
- Las diferencias entre los textos de Matemáticas I y el texto de la modalidad de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, es que aparte de tratar más temas, como trigonometría y geometría y números complejos e integrales ─aunque en el otro libro se trata la aritmética mercantil─ algunos de esos temas tienen un tratamiento más matemático en el texto de ciencias. Hay más demostraciones, por ejemplo en las propiedades de las raíces que aquí se demuestran y en el otro texto no. El libro es más denso en conceptos matemáticos que el otro, aunque también es verdad que hay epígrafes y temas casi enteros que se tratan de la misma manera y utilizando los mismos recursos y actividades.
- En cuanto a las diferencias curriculares del texto de Matemáticas II con respecto al texto de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales del mismo nivel, cabe destacar el no tratamiento de la estadística, y la mayor profundización en análisis y álgebra, así como la inclusión de la geometría. El aparato matemático, sobre todo demostraciones, utilizado en este texto es mayor. Pero la contextualización de los ejercicios y propiedades es mayor en el texto de matemáticas de sociales.

2.2. Tratamiento Didáctico

- Los textos tienen un prefacio en el que se mencionan algunas de las características de los libros y los objetivos que los autores se han propuesto al redactar el texto. Extraemos los siguientes:

1º *"El objetivo del texto es responder a las necesidades del área de Ciencias Sociales (Ciencias y Tecnología, en la otra modalidad) y por lo tanto la matemática que propone será muy práctica y aplicable y dirigida a las necesidades de esas especialidades"*

2º *"El objetivo es, de forma didáctica, dominar los procedimientos y los contenidos que la matemática de este nivel posee"*

Es decir, adelantando que la matemática que proponen es eminentemente práctica, plantean como objetivo principal mostrar su aplicabilidad, pero sin renunciar al objetivo principal de que sirva para facilitar a los alumnos la comprensión, y lo que es más, el dominio de los procedimientos y contenidos, por este orden, de este nivel.

Los textos de 2º, que corresponden al último curso de una etapa que prepara para la universidad, plantean dos objetivos nuevos con respecto a los de 1º:

1º Se adaptan a los requerimientos matemáticos de las carreras del área correspondiente.

2º Se dan una serie de pautas para preparar el examen de selectividad: "*Al final de cada bloque, aparecen cinco hojas cuyo objetivo es ayudarte a preparar la prueba de selectividad. Aparece un esquema con los contenidos del bloque y algunos consejos para la prueba. También una prueba de selectividad con sus soluciones".*

- La estructura de los textos, en cuanto al tipo de exposición que hacen en cada unidad, es la siguiente:

"*Las unidades didácticas comienzan con un apartado denominado "Primero piensa y resuelve", donde se explica de que tratan los temas de la unidad. Luego vienen los ejercicios de cada apartado y los propuestos al final de la unidad. Para finalizar hay un artículo donde aparecen las matemáticas de la unidad aplicadas en cosas cotidianas"*

- El desarrollo didáctico del contenido matemático, que en general es clásico, pero tratando los tópicos matemáticos de una forma práctica. Se enumeran y enuncian las definiciones y propiedades, se resaltan ciertos procedimientos y reglas de cálculo, pero todo ello acompañado de numerosos ejemplos aclaratorios y por lo general sin recurrir a demostraciones formales, que prácticamente no hay en los libros.

Donde más abundan las demostraciones es en la parte correspondiente a la Probabilidad y Estadística, seguramente porque se ha considerado que estos temas son importantes en la opción de ciencias sociales por su aplicabilidad en este campo.

Aunque la parte de funciones se sigue apoyando en la gráfica de la función para determinar muchas de sus propiedades, ya no es como en el primer curso en el que esto es lo habitual; aquí se parte de las gráficas para pasar paulatinamente al método analítico. Es decir hay una formalización progresiva del contenido matemático.

El tema de probabilidad será seguramente uno de los que mayor formalización presentan. Se introducen unos axiomas, que se presentan y se enumeran como tales. De ellos se derivan unos teoremas, que se enuncian y se escriben en lenguaje simbólico y de los cuales se demuestra uno. Se enuncian y demuestran, para n sucesos, los teoremas de la probabilidad total y de Bayes.

La estadística supone, como en 1º de bachillerato, un cambio sustancial en el currículo con respecto al periodo anterior. Se han introducido temas modernos, de gran aplicación en la tecnología, en ciencias y en carreras bio-sanitarias y, como no, en economía y estudios del área de las ciencias sociales y del comportamiento. El desarrollo didáctico de estos temas evita el formalismo y el rigor excesivo, por lo que las demostraciones se reducen al mínimo, pero se hace hincapié en el aspecto procedimental que está tratado ampliamente, con gran cantidad de ejemplos aclaratorios de las fórmulas y rigor matemático en la aplicación.

En el texto de Matemáticas II se demuestran algunas propiedades y el número de teoremas, enunciados como tales y demostrados a lo largo del texto, no pasa de la media docena. Las demostraciones realizadas son sencillas y no contienen aspectos lógicos importantes, sino que son consecuencia casi directa de las propiedades y definiciones.

2.3. Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización

Recogemos a continuación una actividad de las que se plantean en los apartados de "Para comenzar, Piensa y Resuelve" que sirven de introducción de las unidades. Dichas actividades suponen una contextualización de las matemáticas a tratar en la unidad.

- En la unidad de matrices, aparece el siguiente problema introductorio:

"*Se les ha hecho a tres amigos, M, N, P, la siguiente pregunta:* —*¿Creéis que alguno de vosotros aprobará la selectividad? Decir quién*—

Las respuestas han sido las siguientes:

- *M piensa que él y P aprobarán*
- *N piensa que sólo M aprobará*
- *P piensa que solamente el aprobará*

$$\begin{pmatrix} & M & N & P \\ M & 1 & 0 & 1 \\ N & 1 & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- *Analiza la relación existente entre las respuestas y los ceros y unos que aparecen en esa caja*"

- También hay varios ejercicios de aplicaciones económicas:

"*Un Banco presenta en el mercado un Plan de Inversión. La Rentabilidad de la inversión R(x), en miles de euros, está dada en función de la cantidad x invertida, mediante la siguiente fórmula:*

$$R(x) = -0{,}001x^2 + 0{,}04x + 3{,}5$$

¿Qué cantidad de dinero se debe invertir para lograr la máxima rentabilidad?

¿Cuánto es la rentabilidad?”.

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

Todos los libros tienen varias citas de personajes históricos, muchos de ellos matemáticos, que sirven para introducir unidades o bloques.

Por ejemplo en la introducción del bloque de Aritmética y Algebra tenemos dos citas y cuatro notas históricas:

“*Todo lo que se puede conocer tiene un número. Sin números no conocemos ni entendemos nada”* Filolao (Pitagórico del siglo V a.c.).

“Coge lo que necesites, manéjalo adecuadamente y conseguirás lo que quieras” Leibnitz (1646-1716).

Cuatro notas históricas de títulos:

“*Aritmética. Comienzo del pensamiento matemático”*

“Diez símbolos para representar todos los números”

“Desarrollo de los números”

“El Algebra, la eficacia de un lenguaje”

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

- En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I no renuncian a una cierta formalización en el uso de símbolos y a su uso generalizado en las definiciones y propiedades. Aparecen desde luego todos los relacionados con los temas a tratar, más los de teoría de conjuntos, ciertos conectores lógicos y algunos algebraicos.
- En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II el lenguaje simbólico es el correspondiente a las matemáticas superiores y por lo tanto no presenta ninguna restricción. No hay que olvidar que uno de los objetivos de las matemáticas es poder comprender su lenguaje y los esquemas conceptuales que llevan asociados, por la concisión y exactitud y potencia que representan.
- En Matemáticas I y II aparecen todos los símbolos y notaciones asociados al contenido matemático, por lo que el rango es amplio y corresponde a las matemáticas superiores. No hay una gran utilización del razonamiento lógico-formal, puesto que las demostraciones son sencillas, casi inmediatas, o bien se basan en gráficos, o son intuitivas, o están realizadas de un modo analítico pero sencillo.

Ejemplo de ello son los siguientes:

- Al explicar los intervalos y el valor absoluto el lenguaje simbólico es de alto nivel.

$(-\infty,0)\bigcup(3,+\infty)$ $\{x/x^2 \geq 4\} = \{x \leq -2\} \cup \{x \geq 2\}$ $|x-2| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$

- En el cálculo de amortizaciones se llega iterativamente a demostrar y escribir la fórmula:

$$a = C\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

3.2. Lenguaje escrito

Se utiliza un lenguaje sencillo de entender, carente de formalismos y próximo al alumno.

3.3. Lenguaje gráfico

El lenguaje gráfico incluye numerosas gráficas de funciones, figuras geométricas, planos cartesianos, recta, intervalos, así como tablas utilizadas en la presentación de los problemas, o en funciones, pero sobre todo en Estadística. Hay gráficas sobre papel milimetrado, otras que ilustran áreas etc. Gráficas de diferentes tamaños, algunas situadas en el margen de la página, otras pequeñas acompañando a la propiedad que ilustran, etc.

3.3.1. Función de los gráficos

En general tienen una función aclaratoria, de apoyo en la comprensión de definiciones y propiedades, pero también sirven de recurso fundamental en algunas demostraciones (matemática intuicionista).

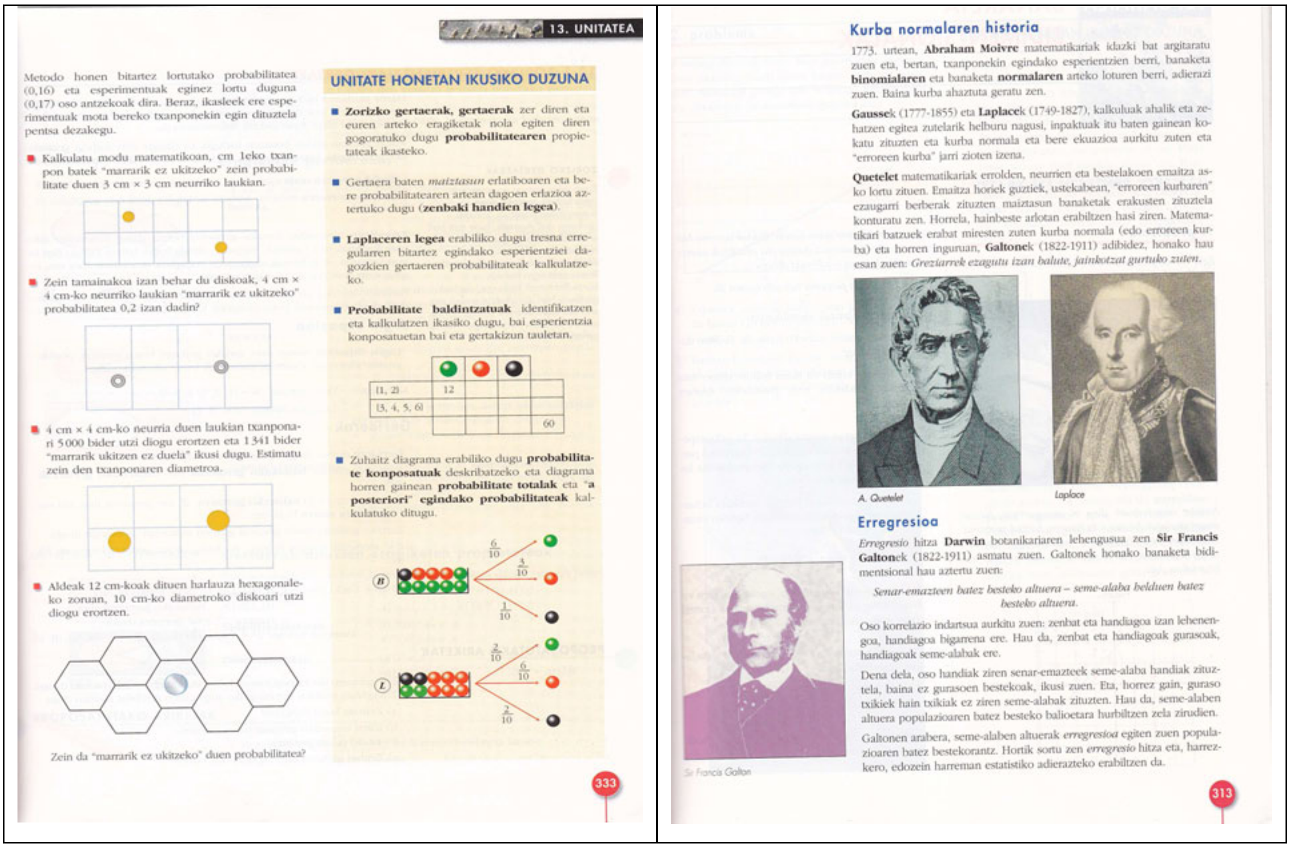
3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Los libros tienen como característica, la cantidad de esquemas, tablas (simples y de doble entrada), cuadros, grafos, flechas, bucles,…es decir, elementos que estrictamente no son gráficas, ni imágenes, pero que son esenciales para presentar la matemática de una manera más atractiva, para poder analizar la información contenida en un problema abierto y en fin para poder abordar de una manera eficiente su resolución.

- En el tema de probabilidad, el tratamiento simbólico incluye toda la notación relativa a las probabilidades, la utilización de diagramas de árbol finitos en los problemas y demostraciones, pero que contienen n ramas, simbolizadas por puntos suspensivos, lo que le da al diagrama aspecto de generalidad y abstracción. Múltiples tablas y urnas con bolas de colores y diagramas de Venn. También flechas rectas y curvas.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Los libros contienen multitud de fotografías e ilustraciones a color, viñetas cómicas, retratos etc.



13. UNITATEA

Metodo honen bitartez lortutako probabilitatea (0,16) eta esperimentuak eginez lortu duguna (0,17) oso antzekoak dira. Beraz, ikasleek ere esperimentuak mota bereko txanponekin egin dituztela pentsa dezakegu.

- Kalkulatu modu matematikoan, cm 1eko txanpon batek "marrarik ez ukitzeko" zein probabilitate duen 3 cm × 3 cm neurriko laukian.
- Zein tamainakoa izan behar du diskoak, 4 cm × 4 cm-ko neurriko laukian "marrarik ez ukitzeko" probabilitatea 0,2 izan dadin?
- 4 cm × 4 cm-ko neurria duen laukian txanponari 5 000 bider utzi diogu erortzen eta 1 341 bider "marrarik ukitzen ez duela" ikusi dugu. Estimatu zein den txanponaren diametroa.
- Aldeak 12 cm-koak dituen harlauza hexagonaleko zoruan, 10 cm-ko diametroko diskoari utzi diogu erortzen.

Zein da "marrarik ez ukitzeko" duen probabilitatea?

UNITATE HONETAN IKUSIKO DUZUNA

- **Zorizko gertaerak, gertaerak** zer diren eta euren arteko eragiketak nola egiten diren gogoratuko dugu **probabilitatearen** propietateak ikasteko.
- Gertaera baten *maiztasun* erlatiboaren eta bere probabilitatearen artean dagoen erlazioa aztertuko dugu (**zenbaki handien legea**).
- **Laplaceren legea** erabiliko dugu tresna erregularren bitartez egindako esperientziei dagozkien gertaeren probabilitateak kalkulatzeko.
- **Probabilitate baldintzatuak** identifikatzen eta kalkulatzen ikasiko dugu, bai esperientzia konposatuetan bai eta gertakizun tauletan.

{1, 2}	12			
{3, 4, 5, 6}				
				60

- Zuhaitz diagrama erabiliko dugu **probabilitate konposatuak** deskribatzeko eta diagrama horren gainean **probabilitate totalak** eta "**a posteriori**" **egindako probabilitateak** kalkulatuko ditugu.

333

Kurba normalaren historia

1773. urtean, **Abraham Moivre** matematikariak idazki bat argitaratu zuen eta, bertan, txanponekin egindako esperientzien berri, banaketa **binomialaren** eta banaketa **normalaren** arteko loturen berri, adierazi zuen. Baina kurba ahaztuta geratu zen.

Gaussek (1777-1855) eta **Laplace**k (1749-1827), kalkuluak ahalik eta zehatzen egitea zutelarik helburu nagusi, inpaktuak itu baten gainean kokatu zituzten eta kurba normala eta bere ekuazioa aurkitu zuten eta "erroreen kurba" jarri zioten izena.

Quetelet matematikariak erroIden, neurrien eta bestelakoen emaitza asko lortu zituen. Emaitza horiek guztiek, ustekabean, "erroreen kurbaren" ezaugarri berberak zituzten maiztasun banaketak erakusten zituztela konturatu zen. Horrela, hainbeste arlotan erabiltzen hasi ziren. Matematikari batzuek erabat miresten zuten kurba normala (edo erroreen kurba) eta horren inguruan, **Galtone**k (1822-1911) adibidez, honako hau esan zuen: *Greziarrek ezagutu izan balute, jainkotzat gurtuko zuten.*

A. Quetelet

Laplace

Erregresioa

Erregresio hitza **Darwin** botanikariaren lehengusua zen **Sir Francis Galton**ek (1822-1911) asmatu zuen. Galtonek honako banaketa bidimentsional hau aztertu zuen:

Senar-emazteen batez besteko altuera – seme-alaba helduen batez besteko altuera.

Oso korrelazio indartsua aurkitu zuen: zenbat eta handiagoa izan lehenengoa, handiagoa bigarrena ere. Hau da, zenbat eta handiagoak gurasoak, handiagoak seme-alabak ere.

Dena dela, oso handiak ziren senar-emazteek seme-alaba handiak zituztela, baina ez gurasoen bestekoak, ikusi zuen. Eta, horrez gain, guraso txikiek hain txikiak ez ziren seme-alabak zituzten. Hau da, seme-alaben altuera populazioaren batez besteko balioetara hurbiltzen zela zirudien.

Galtonen arabera, seme-alaben altuerak *erregresioa* egiten zuen populazioaren batez bestekorantz. Hortik sortu zen *erregresio* hitza eta, harrezkero, edozein harreman estatistiko adierazteko erabiltzen da.

Sir Francis Galton

313

Fig. 4.14 Ilustraciones del libro de texto Matematika Gizarte Zientziei Aplikatuta

3.3.4. Color y tratamiento digital

Uno de los saltos tecnológicos que aportan estos textos es la calidad de los gráficos. Se presentan con figuras obtenidas a través de programas matemáticos en el ordenador, volcando en el texto el contenido de la pantalla y haciendo que la visualización de las propiedades matemáticas mejore cualitativamente.

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

- Hay que mencionar el bloque cero de Resolución de Problemas, que aunque es prescriptivo en el currículo y está recogido como bloque o unidad didáctica en los textos, tiene como característica su transversalidad, tal y como lo indican los autores en la introducción. Es decir, entienden que no es una unidad que se deba agotar ni con lo propuesto en ella, ni mediante una temporalización exacta, sino que se debe tratar en todos los temas a lo largo del curso, con los problemas en ellos propuestos, pero utilizando las estrategias planteadas en esta unidad, que en general son las heurísticas del método de Polya.

En los textos de 2º se introducen nuevas estrategias de resolución ─utilizar un diagrama en árbol, el principio del palomar o de Dirichlet y el proceso deductivo─ y generalizando los procesos de razonamiento utilizados en las soluciones.

En el texto de matemáticas II se abordan el principio de inducción completa y algunas nociones de lógica que incluyen el método deductivo, el concepto de implicación y de equivalencia lógica y los razonamientos encadenados. Esto es muy interesante porque conecta las matemáticas con su método, suponiendo una cierta teorización y reflexión que además es común a la Filosofía y que descubre un mundo nuevo a los alumnos de esta edad.

- Los ejercicios son uno de los puntos fuertes de los textos, pues al final de cada unidad hay una sección de ejercicios resueltos y en la sección final de "*Ejercicios y problemas propuestos*" se recogen invariablemente las siguientes cuatro categorías: "*Para practicar", "Cuestiones teóricas", "Para profundizar" y "Para pensar más".* Tal y como sugieren estos títulos, no se trata sólo de simples ejercicios para practicar y dominar procedimientos de cálculo, sino que hay problemas más o menos abiertos, algunos de ellos relacionados con lo tratado, pero otros no tan cerrados y cuestiones que inciden en ciertos puntos que en el texto se tratan superficialmente y sin olvidar, ejercicios y problemas que reflejan la aplicabilidad de las matemáticas en otras áreas y para funciones no estrictamente matemáticas (en el texto de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II ha desaparecido la categoría de "Para pensar más" que existía en libro de 1º).

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

Hay problemas que inciden en ciertos puntos que en los textos se tratan superficialmente, y sin olvidar, ejercicios y problemas que reflejan la aplicabilidad de las matemáticas en otras áreas. Cabe señalar el uso reiterado que en concreto se hace de las aplicaciones de la matemática a la economía.

- Ejemplo: "*En el laboratorio de Biología de la universidad se sabe que el tamaño T de una muestra de una bacteria sigue en función del tiempo t la siguiente ley:*

$$T(t)=\begin{cases}\sqrt{t+a} & t<8\\ \dfrac{-3+\sqrt{3t-15}}{t-8} & t\geq 8\end{cases}$$

El parámetro a es una variable biológica y su interpretación les causa enormes problemas a los científicos. Creen que cuando t=8 el crecimiento se vuelve continuo.

a) Razónalo

b) Calcula que tamaño conseguiría una bacteria si creciese de manera indefinida".

4.3. Selectividad

- En matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II, entre los problemas propuestos, una gran cantidad de ellos han sido sacados de pruebas de selectividad, exactamente 182, lo que representa un porcentaje del 33% del total de ejercicios.
- En matemáticas II, entre los problemas propuestos, han sido sacados de pruebas de selectividad 365, lo que representa un porcentaje del 33% del total de ejercicios propuestos.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Se trata de textos tecnológicos, construidos sobre el modelo de racionalidad tecnológica, pero que con un enfoque funcional, fomentan el aprendizaje práctico. El método que se utiliza es el intuitivo, y se aprecian las tendencias estructural y empírica.

5.1. Continuidades

En trigonometría y números complejos el tratamiento es expositivo y clásico, con demostración matemática de las propiedades fundamentales e introducción de todas las fórmulas fundamentales. Es bastante exhaustivo.

- En matemáticas II la pregunta de circunferencia y elipse en coordenadas paramétricas, es una reminiscencia de tratamientos curriculares anteriores, al igual que la mención que se hace de elipsoides, hiperboloides y paraboloides estudiados al hacer la gráfica de una función.

5.2. Rupturas

- El tratamiento que se le da a las progresiones (matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I) supone una ruptura, puesto que sólo se les dedica una pregunta a las progresiones geométricas, en la que se escriben las fórmulas fundamentales, para luego ser usadas en la amortización de créditos.
- La lección de cónicas (matemáticas II), supone, como ya se ha señalado en otros lugares, una ruptura con respecto al currículo de otras épocas, ya que aunque se deducen

las fórmulas analíticamente, se les da un tratamiento muy limitado, en el que por ejemplo han desaparecido todas las referencias a tangentes a las curvas (se toca al hablar de derivadas con algún ejemplo).

- Señalar una ruptura (matemáticas II), ya lejana en el tiempo, como es la desaparición del currículo de las integrales racionales con raíces complejas simples y de las integrales irracionales sencillas y de las trigonométricas sencillas.

5.3. Innovaciones

- Hay un tratamiento que supone un cambio respecto a la presentación que era la usual en los textos del periodo anterior y es la relativa a funciones definidas a trozos, al valor absoluto de una función, y la relativa a funciones que contienen radicales, que van cada una en pregunta a parte. Esto es novedoso, porque antes se introducían o bien con algún ejemplo, o directamente en los ejercicios. Aquí se puede observar alguna influencia de la tipología de ejercicios puestos en selectividad.

- Así mismo el concepto de diferencial de una función se introduce en la unidad de integrales; esto representa un cambio porque tradicionalmente se incluía con la derivación.

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

Los ejercicios de funciones suponen un gran salto, en aras de la contextualización e intuición, con respecto a los ejercicios de tipo analítico del periodo anterior. En muchos de los ejercicios se parte de la gráfica de la función y basándose en ella, se les pide a los alumnos calcular determinadas cuestiones vistas en el texto. Aunque esto más que una ruptura es fruto de una evolución, que ya se venía, lenta pero progresivamente, observando en textos del periodo anterior.

6. Tratamiento del Euskera

- En cuanto al uso del euskera, señalar que este está totalmente estandarizado, que su utilización ha evolucionado, no tanto en cuanto a la terminología, sino en cuanto al estilo de lenguaje utilizado para describir las matemáticas a las que acompaña. En la medida en que estas se han hecho menos formales y rigoristas, el uso del lenguaje (euskera en este caso), se ha naturalizado, flexibilizado y salido del constreñimiento al que le sometían los conceptos, propiedades y esquemas de pensamiento abstracto que se pretendían describir.

Cabe señalar su uso natural en problemas de aplicación de las matemáticas en otras áreas, de enunciado largo en general, que abundan en estos libros y también, su introducción en temas nuevos en el bachillerato, con terminología propia y elevado nivel de abstracción, como son la probabilidad y la estadística inferencial.

Aun así, y en cuanto a la terminología se refiere hay por ejemplo un término, importante como es el de continuidad de una función, que ha pasado de ser “jarraia” a ser “jarraitua”. Evolución reciente fundamentada en las normas de Euskaltzaindia.

Además se pueden apreciar algunas diferencias de traducción entre el texto de matemáticas II y el texto de la modalidad de ciencias sociales. Por ejemplo, a los números irracionales se les denomina “ez arrazionalak”, en el otro texto “irrazionalak”.

En este texto a la función inversa se la llama exclusivamente “alderantzizkoa”, en el otro “alderantzizkoa edo elkarrekikoa”, que es una denominación más arcaica.

4.9. <u>TEXTOS LOGSE-2 EDELVIVES – IBAIZABAL</u> (1997 – 2005)

1. Datos de carácter general

- Matematika I. (1997). Autores: Mª Trinidad Cámara, Mª Felicidad Monteagudo, Jesús Paz Fernández. Editorial Edelvives – Ibaizabal. Pág. 424.

- Matematika II. (euskera, 2005; castellano, 2003). Autores: Mª Felicidad Monteagudo, Jesús Paz Fernández. Editorial Edelvives – Ibaizabal. Pág. 424.

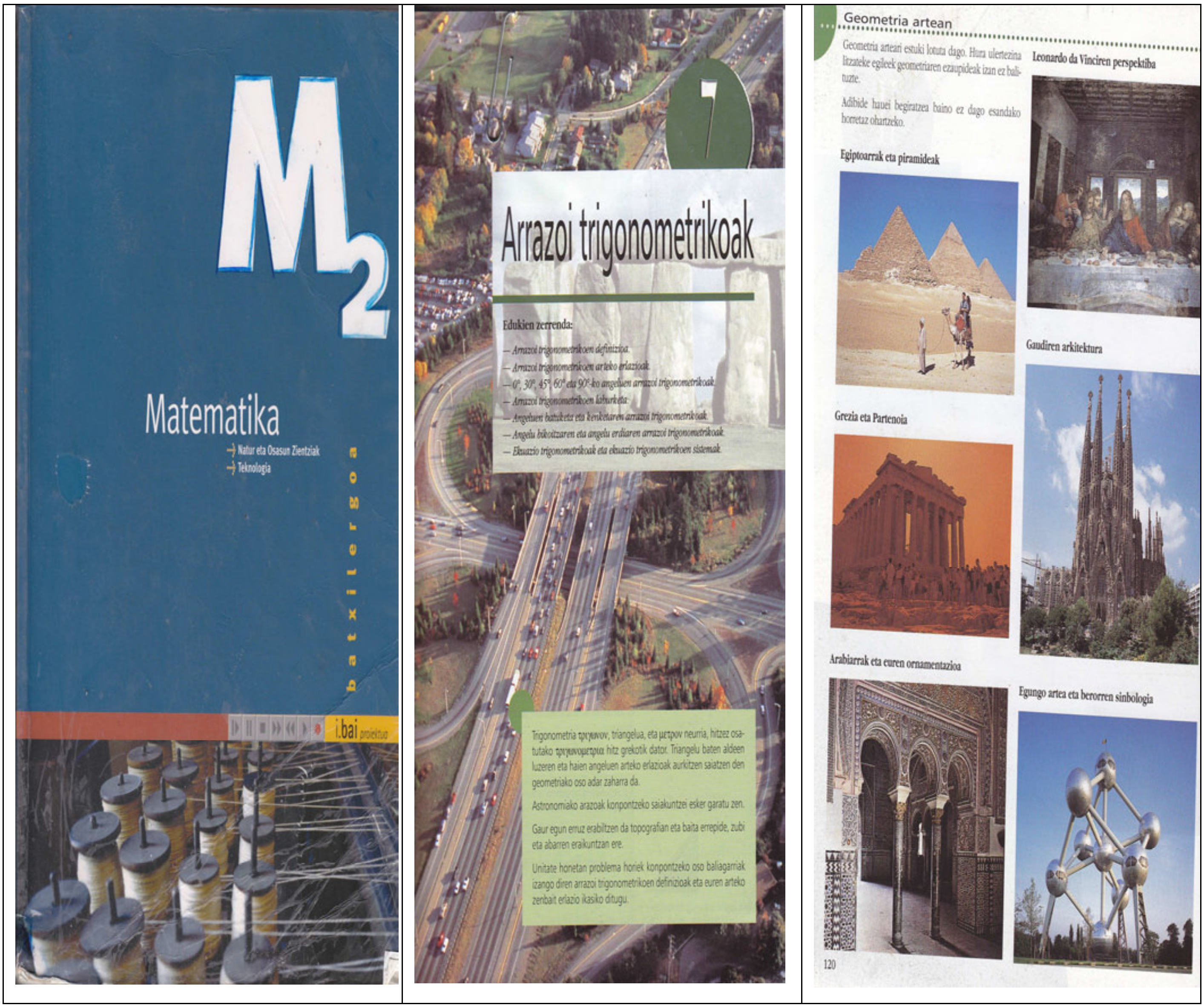


Fig. 4.15 Libro de texto Matematika II e Ilustraciones. Ed. Ibaizabal

Tabla 4.9 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MEDIANTE CATEGORIAS - MATEMATIKA I eta II – EDELVIVES - IBAIZABAL

Euskera	Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático	Lenguaje Gráfico-Simbólico	Problemas y Ejercicios	Modelo de Enseñanza-Aprendizaje
- Terminología estandarizada	- Desarrollo matemático tradicional y muy técnico de los temas - Múltiples recursos ─revista, autoevaluación, aplicaciones informáticas─ que le dan modernidad al texto - Hay retratos y biografías de muchos matemáticos - Algún retazo de historia de las matemáticas en las introducciones - Aunque se mencionan algunas de las aplicaciones de las matemáticas, no se incide en ello y tiene poco peso en el desarrollo del texto	- Mezcla de ilustraciones hechas a mano, con fotografías de calidad, pero no muy abundantes - Figuras y cuadros con función auxiliar, en muchos casos dibujados en los márgenes y a tamaño pequeño. - El lenguaje simbólico abarca expresiones de tipo lógico-conjuntista, cuantificadores y lenguaje algebraico asociado a los temas. - Se vuelve a la precisión del lenguaje matemático más formal para escribir ciertas propiedades y definiciones	- Abundancia de ejercicios y problemas (incluidos al final de los temas con la denominación de: actividades, problemas y cuestiones) - Pruebas de autoevaluación - Se trabajan las estrategias de resolución de problemas con sección propia - Algunos problemas, pocos, con contexto, o de aplicación. - La mayoría son ejercicios de manipulación sacados de las propias matemáticas	- Modelo de racionalidad tecnológica - Enfoque funcional - Texto tecnológico - Tendencia estructural - Aprendizaje práctico - Método intuitivo

Son textos adaptados a los programas de la LOGSE, publicados en castellano por la editorial Edelvives y en euskera por Ibaizabal. En este periodo los textos varían con gran velocidad y por lo tanto no pretendemos ser exhaustivos en su análisis. Simplemente queremos cerrar este capítulo de análisis de textos con una muestra de lo hecho por estas editoriales en el periodo LOGSE.

Los textos no forman parte de la misma edición, ni del mismo proyecto, pero si que tienen dos de los autores comunes. El segundo texto es una evolución natural del primero y por lo tanto continuista, aunque forma parte de un nuevo proyecto que la editorial lo denomina I.bai.

Además como resultado de las directrices metodológicas y los proyectos curriculares, bastante explícitos en cuanto a la metodología que debe acompañar a los contenidos, los textos se han estandarizado más y suelen contener parecidos epígrafes en cuanto a los aspectos que no son puramente contenido matemático. Es decir, disponen de sección de historia de las matemáticas, de biografías de matemáticos, de juegos, pasatiempos y aspectos lúdicos y en fin, de una buena y extensa parte gráfica.

2. Tratamiento Didáctico del Contenido Matemático

2.1. Contenido matemático

Se desarrollan los programas del currículo oficial en unidades didácticas que contienen los tópicos usuales del nivel.

El tratamiento matemático es clásico, con exposición de conceptos y propiedades y con demostraciones formales de bastantes de las propiedades.

Hay algunos temas nuevos en este nivel como pueden ser la Combinatoria, y las distribuciones estadísticas, pero por el contrario el estudio de las cónicas se reduce al de la circunferencia.

Los textos tratan todos los tópicos asociados con los temas con bastante precisión y desmenuzando los conceptos en propiedades y apartados especializados, que hacen recordar tratamientos de épocas anteriores.

2.2. Tratamiento Didáctico

Los textos, en su versión para el alumno, no tienen preámbulo y por lo tanto nada se dice de las intenciones explícitas de los autores. Las unidades didácticas comienzan con una fotografía y un texto relacionado con el tema que sirven de introducción a la unidad y motivación para el estudio del tema.

Además se dispone al finalizar las unidades de pruebas de autoevaluación y de Revista matemática. También el tema transversal de Resolución de Problemas se trata al finalizar las unidades de forma fragmentada pero progresiva.

2.3. Aplicabilidad de las matemáticas y contextualización

Las aplicaciones de las matemáticas se dejan para los apartados de la revista y para los ejercicios y problemas. No hay en el núcleo de la exposición de contenidos, aplicaciones extramatemáticas.

2.4. Historia, motivación y aspectos lúdicos

Es este un aspecto cuidadosamente recogido en los textos, pues disponen de biografías de muchos matemáticos, en las que se mencionan algunos de sus descubrimientos, en particular los relacionados con los temas, y que van acompañadas de retratos tipo ilustración.

2.5. Otros aspectos

Hay lecturas originales de textos antiguos o de otras culturas, pero relacionados con la matemática.

El texto de 2º contiene software matemático mediante el que se ilustran algunos de los métodos expuestos en las unidades (derive) y algunas direcciones de Internet relacionadas con las matemáticas.

3. Lenguaje gráfico-simbólico

3.1. Lenguaje simbólico

El lenguaje simbólico abarca expresiones de tipo lógico-conjuntista, cuantificadores y lenguaje algebraico asociado a los temas. Se vuelve a la precisión del lenguaje matemático más formal para escribir ciertas propiedades y definiciones. Además se formalizan los conceptos mediante esta escritura compacta y simbólica propia de la matemática superior y, en nuestra opinión, fuera de las tendencias y recomendaciones actuales de utilizar un lenguaje matemático lo más parecido al lenguaje ordinario y con el menor número de símbolos posible; desde luego sustituyendo los cuantificadores lógicos por expresiones del lenguaje escrito.

- En la definición de límite de una función cuando x tiende a infinito se escribe:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists k > 0 \text{, tal que si } x>k,\ |f(x) - L| < \varepsilon$$

3.2. Lenguaje escrito

El lenguaje escrito que acompaña a los desarrollos teóricos es técnico, escueto y de estilo tradicional. El que acompaña a la revista, o a los aspectos motivadores y lúdicos del texto es más próximo al alumno y más cotidiano. Aún así no hay problemas que se destaquen por su redacción en un rico, pausado y descriptivo lenguaje escrito.

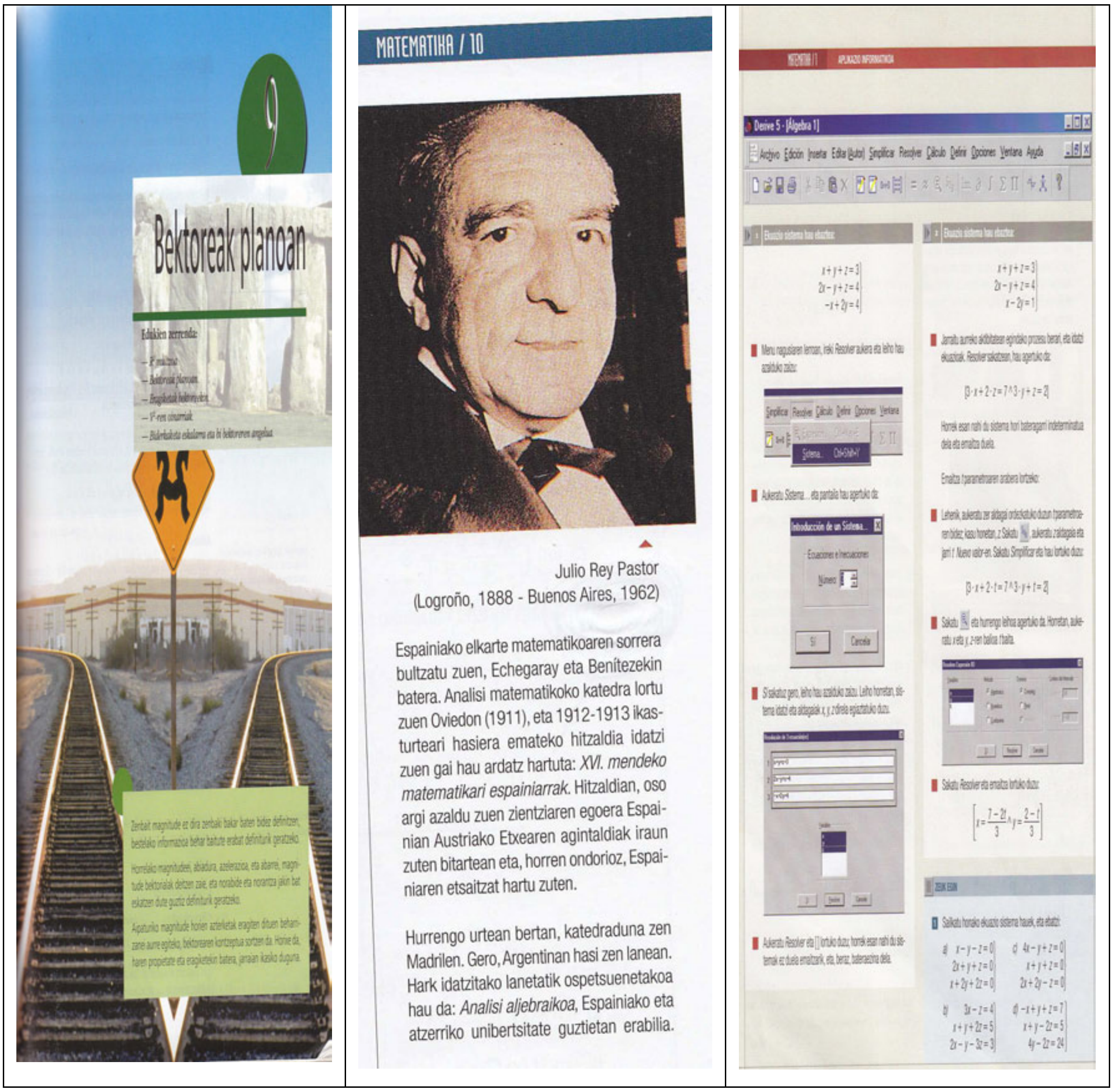


Fig. 4.16 Ilustraciones de los libros de texto Matematika I y II. Ed. Ibaizabal

3.3. Lenguaje gráfico

3.3.1. Función de los gráficos

Principalmente auxiliar en la explicación de conceptos y propiedades, pero también sostén de algunos razonamientos, por lo que sirven para apoyar y desarrollar la intuición.

3.3.2. Tablas, diagramas y otros símbolos

Las tablas y los diagramas están prácticamente limitados a los temas de probabilidades y estadística. Abundan más los recuadros donde se remarcan propiedades y conceptos, con el objetivo de resaltar su importancia y facilitar su memorización.

3.3.3. Ilustraciones, dibujos y fotografías

Muchísimas ilustraciones y fotografías a todo color y algún gráfico elaborado por ordenador.

3.3.4. Color y tratamiento digital

Variadísimos colores y tonalidades y tratamiento digital de muchas de las fotos que aparecen a página completa.

4. Problemas y Ejercicios

4.1. Tipos y distribución de los ejercicios

Están intercalados en las unidades, detrás de la parte expositiva y su función es la de practicar con lo aprendido. Se denominan actividades. También los hay al final, muchos y con la misma denominación. Al final hay una sección de problemas y cuestiones, en los que se tratan aspectos más teóricos, o problemas más contextualizados o de una mayor aplicabilidad.

4.2. Problemas de aplicación y contextualizados

No abundan, suelen ser aplicaciones de tipo inmediato y no muy variadas.

4.3. Selectividad

Hay sección con problemas específicos de pruebas de selectividad.

5. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Se trata de textos tecnológicos, que fomentan un aprendizaje práctico, basado en el método intuitivo. Predomina en el desarrollo del contenido matemático la tendencia estructural y son de enfoque funcional.

5.1. Continuidades

El tratamiento expositivo de la teoría recuerda épocas lejanas en el tiempo y ya superadas en la etapa anterior.

5.2. Rupturas

5.3. Innovaciones

Se pueden considerar como tales los diversos recursos matemáticos a los que se propone recurrir a través de páginas web.

5.4. Apertura de nuevas líneas metodológicas

Los nuevos diseños curriculares obligan a tratar aspectos colaterales de las matemáticas que en estos textos han sido tratadas magníficamente, con amplitud de recursos, pero que entran dentro de los estándares de los textos actuales.

6. Tratamiento del euskera

Estandarizado

4.10. COMPARACIÓN DE LOS TEXTOS ANALIZADOS

Una vez analizados el conjunto de libros de texto de matemáticas en nuestro periodo de estudio, de una forma cronológica y por bloques de editoriales, queremos ahora resaltar los aspectos más relevantes de las diferentes categorías que hemos utilizado en nuestro modelo de análisis.

No obstante, una primera cuestión que hay que señalar es que los libros de texto en los dos periodos se adecúan a las exigencias legales señaladas en las leyes y en los decretos que las desarrollan, adaptándose al modelo de enseñanza que subyace en cada uno de los periodos y siguiendo las indicaciones metodológicas y curriculares que se estipulan.

Por otra parte, por lo que respecta a las editoriales, ya se vislumbraba al finalizar el periodo de la LGE que estaba habiendo una reordenación del mundo editorial, no sólo en cuanto al libro de texto se refiere, sino en general, que llevaba a concentrar el mercado en manos de unas pocas editoriales. Sí ha habido, algún intento por parte de alguna editorial multinacional de introducirse en el mercado español, pero sin demasiado éxito. Además en nuestro estudio empírico, objeto de la segunda parte de la tesis, se corrobora esta apreciación y en concreto para la Enseñanza Pública, se observa que la situación es casi de monopolio, pues hay una gran empresa dominante como es Anaya, con porcentajes muy altos de penetración, seguida por otras tres o cuatro editoriales (Edelvives, Santillana, SM) sin apenas ningún peso. La situación en la Enseñanza Privada es, como ya se comentará con mayor detalle en la segunda parte, un poco diferente, pues se observa una mayor variedad editorial, aunque sigue el predominio de Anaya, seguida por las otras editoriales que cobran aquí un mayor peso. A destacar también que son pocos los centros que disponen de material propio, prácticamente ninguno en la Pública y alguno más en la Privada.

Respecto a los autores, ya señalamos anteriormente que se pasó de libros de autor en épocas ya un poco lejanas, donde el autor era el que le daba importancia al texto y elemento referencial para su implantación, a equipos de autores en la LGE, donde alguno de ellos tenía tal vez mayor relevancia que los demás, pero los textos eran una labor de equipo, muy influenciada por los requerimientos, cada vez más exigentes, que desde las editoriales se les hacían. Es decir las editoriales elegían unos equipos de autores que colaboraban con ellas, cuál si se tratase de verdaderos fichajes por parte de la editorial, en las sucesivas ediciones, o adaptaciones que una serie completa de textos requería a lo largo de periodos cada vez más cortos. Alguno de los autores de renombre que colaboraron con alguna editorial dejaron de hacerlo cuándo vieron cuáles eran las imposiciones del mercado.

A este respecto hay que decir también que tal vez haya habido por parte del profesorado una acomodación progresiva a los libros de texto, que nos lo daban todo hecho y nos facilitaban el trabajo, trayendo como consecuencia, y como han señalado varios autores, una cierta desprofesionalización. Se ha pasado del "un solo libro de texto no tiene todo lo que necesito para impartir la clase", al "más vale un libro de texto, que los mejores apuntes realizados por el profesor, conforme a su pensamiento didáctico y utilizando diversos textos y otros recursos en su elaboración".

Pero los textos no solo tienen interés en cuanto al contenido y su relación con la enseñanza de las matemáticas, sino sobre todo, por el uso que de ellos se ha hecho. Así, y si bien no tenemos información sobre el primer periodo, por lo que respecta al segundo hemos podido observar, a través de la encuesta enviada a los centros, que se utilizan los textos mayoritariamente para todo (teoría y problemas), siendo pocos los centros en los que sólo se utilizan para problemas y mucho menos los que sólo los utilizan de una forma esporádica como material de apoyo. Además, y aunque no sean el principal recurso, se utilizan también para la preparación de la selectividad.

Pasemos pues a efectuar la comparación de los textos analizados, en relación a las categorías utilizadas en nuestra metodología y para los dos periodos estudiados.

4.10.1. <u>Libros de texto de la primera etapa de la LGE</u> (1970 – 1980)

4.10.1.1. Tratamiento Didáctico

Los textos de la década de los 70 respondían a las directrices metodológicas marcadas en los programas oficiales. Por lo tanto estaban inmersos en la concepción formalista y estructuralista de la matemática. En los textos se hacía matemática; no era inventar la matemática, pero sí se presentaba la matemática del nivel de una manera rigorista, al gusto de los matemáticos y siguiendo la tradición de la enseñanza de las matemáticas oficiales. El edificio que se construía debía estar estructurado en una sólida base lógica y por lo tanto el proceso lógico - deductivo era eje central en la concepción de los textos. Se partía de los axiomas y definiciones más elementales, para deducir de ellas las primeras propiedades y de estas los teoremas núcleo de los temas tratados. La intuición se dejaba para los ejercicios y problemas y si acaso se le concedía algún valor a la capacidad visual, como auxiliar en la comprensión de los procesos deductivos.

4.10.1.2. Lenguaje gráfico-simbólico

El lenguaje simbólico no tenía limitaciones, e incluso se escribían símbolos, nuevos para los alumnos, sin explicación previa. Se consideraba, que la lectura y comprensión de lo que los símbolos expresan formaba parte del aprendizaje del alumno. Esto incrementaba la dificultad inherente a los procesos deductivos y entrañaba una abstracción y generalización que alejaban al alumno de las matemáticas. Para las matemáticas había que tener un don especial, pues son una especie de arte, con un lenguaje incomprensible, en los que penetrar está reservado a unos pocos.

En los textos sí había parte gráfica. Había muchos recuadros, había algún color, desde siempre los gráficos han acompañado a la geometría y en la teoría de conjuntos prodigaban los diagramas de Venn. También se dibujaban gráficas de funciones, algunas rectas tangentes y el área encerrada por alguna curva. Pero en los textos de este nivel, ahí se acababa la parte gráfica. No había otro tipo de ilustraciones que aunque poco, sí que aparecían en libros más elementales de matemáticas. A los alumnos de estas edades se les consideraba más maduros y además las ilustraciones extramatemáticas no tenían cabida dentro de una concepción seria de la matemática.

Por lo tanto, pasar de ahí fue un gran salto en la evolución natural de los textos. Textos con más medios, reflejo de una sociedad más evolucionada y próspera, en los que la parte lúdica jugaba un papel fundamental.

4.10.1.3. Problemas y ejercicios

Los textos sí disponían de una buena cantidad de ejercicios, pues es sabido que son un componente inseparable de la teoría y tradicionalmente siempre la han acompañado. Por lo tanto los textos presentaban un buen número de ejercicios, más que los de épocas anteriores ─en los que a la redacción de los ejercicios se le dedicaban pocos esfuerzos, limitándose a reproducir los usuales en cualquier manual─, normalmente situados al final de la lección, pero se comenzaba ya a intercalarlos a los largo de la teoría, al finalizar los epígrafes correspondientes. Ya no había textos, como en épocas anteriores, que sólo incluyeran una colección de ejercicios al final del libro. Si que los había, pocos, quienes además de los ejercicios de las lecciones incluían una buena colección al final del libro, de ejercicios para repasar o afianzar conceptos.

En cuanto al tipo de estos, normalmente incidían en la práctica de conceptos y propiedades y por lo tanto eran procedimentales y manipulativos. Pero también los había más teóricos, y como eran muchos, se llegaba a generalizar, a proponer ejercicios no numéricos y a ciertas demostraciones que quedaban para los alumnos más avanzados.

Sí había ejercicios de letra en la parte de álgebra y ciertas aplicaciones, principalmente a la Física, en la parte de derivadas y algún ejercicio contextualizado en progresiones y algunos de cálculo mercantil en anualidades e intereses. Ahí se acababan las aplicaciones de las matemáticas.

4.10.1.4. Modelo de Enseñanza - Aprendizaje

Transmitían un estilo de enseñanza expositivo por parte del profesor y receptivo por parte del alumno, que mediante un aprendizaje memorístico y mediante la práctica y repetición de los algoritmos y situaciones presentadas en los libros y en clase, llegaba a dominar los contenidos de los programas.

Los textos presentaban pocas, o ninguna, situación extramatemática, de la que partieran los conceptos a introducir y sirvieran para ejemplificar las aplicaciones de las matemáticas. Aplicaciones que se reducían a los problemas de letra del álgebra y a algunas aplicaciones de las derivadas para la física o la química.

4.10.2. Libros de texto de la segunda etapa de la LGE (1980 – 1990)

Además de la comparación de carácter general efectuada, quisiéramos resaltar aquellos aspectos más innovadores que se presentan en algunos de los libros de texto analizados de la segunda etapa de la LGE. Los movimientos de Renovación Pedagógica, y las corrientes internacionales en la enseñanza de la matemática, tuvieron una influencia capital en la producción de nuevos textos para su enseñanza, experimentales o adaptados a los programas en vigor, y que fueron la base de lo que actualmente es su enseñanza. Nosotros hemos incluido tres textos producidos uno de ellos al final de la primera parte de este periodo de la LGE, y los otros dos en la segunda parte. Los del Grupo Cero, los de la Editorial Akal, y los de Miguel de Guzmán. Sus características son:

4.10.2.1. Tratamiento Didáctico

Presentan una matemática práctica, intuitiva y aplicable.

Se parte de situaciones cotidianas o de situaciones extraídas de distintos campos del saber, bien elegidas y contextualizadas, que son el hilo conductor del desarrollo posterior del tema.

No se demuestran, ni enuncian, todas las propiedades y teoremas, sino sólo las que tienen relación con la situación planteada.

A veces antes de formalizar una demostración, se sugiere una prueba o camino, o varios, y sólo en última instancia se formaliza.

4.10.2.2. Lenguaje gráfico – simbólico

El lenguaje simbólico que utilizan, aunque influenciado por la época, es mucho menor que el de los textos tradicionales y el indispensable para escribir las matemáticas que se hacen, con un lenguaje universal que representa una economía de medios. Muchas veces se sustituyen los símbolos por lenguaje ordinario para facilitar la comprensión. Pero no se renuncia al lenguaje coloquial y al semiliterario en las exposiciones, no sólo de las situaciones planteadas, sino de los problemas e informaciones aportadas. Es un lenguaje próximo al alumno, bastante coloquial, que no se encuentra en los textos tradicionales. Pero también se le enfrenta al alumno a nuevos términos, científicos, geográficos, de navegación, de astronomía, de la economía, que dan lugar al planteamiento de una situación de ese campo del saber, que tiene una resolución en términos matemáticos. Incluso en muchos casos son términos lingüísticos de un alto nivel cultural.

La parte gráfica, da un salto fundamental, pues los textos, con color o sin él, con más o menos medios, disponían de uno o varios ilustradores, que en colaboración con los autores realizaban una magnifica labor. Ilustraciones a toda página en la introducción de las unidades, retratos de matemáticos, planos de ciudades, paisajes, elementos cotidianos y sobre todo personajes vivos que le hablan al alumno. Elementos de motivación y lúdicos que suavizan el rigor de la matemática presentada descarnadamente. Además sustituían a la fotografía que se impuso posteriormente.

4.10.2.3. Ejercicios y Problemas

En general son menos manipulativos y muestran más las aplicaciones de las matemáticas tanto en situaciones de la vida cotidiana, como en otros campos del saber.

Se le da importancia a los problemas clásicos, se redactan con lenguaje descriptivo de las situaciones que representan y se presentan juegos lógicos y problemas más o menos abiertos.

4.10.2.4. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Líneas metodológicas innovadoras que han perdurado hasta hoy en día, como son las tablas de doble entrada, los diagramas en árbol para el estudio de la probabilidad, las cajas para el estudio de la combinatoria, las tasas de variación media e instantáneas en derivadas, el tratamiento dado a las funciones, donde se parte de lo que se ve (el dibujo de la gráfica), para llegar a identificar propiedades y conceptos que posteriormente se formalizan. Es decir método intuitivo y heurístico.

No podemos acabar este epígrafe sin hacer mención aparte de los textos de Miguel de Guzmán, que recogen lo mejor de los textos innovadores del periodo y lo trasladan a la enseñanza reglada oficial, con carácter de texto autorizado. Moldean los programas según la didáctica más actual y mantienen casi todas las características de los textos innovadores, pero dándoles el valor añadido de la experiencia acumulada y de los medios utilizados.

Son textos de formato clásico, de una gran vistosidad, por su colorido, sus fotografías, su maquetación y su diversidad de secciones.

Marcan una nueva línea metodológica, pues ponen las matemáticas escolares en contacto con la matemática más actual, con los retos a los que se enfrenta, con los problemas sin resolver y con los nuevos campos que se le abren.

Aumentan las partes de historia de las matemáticas, de anécdotas y de cuestiones colaterales que antes no tenían presencia en los libros de texto.

4.10.3**.** Libros de texto de la etapa LOGSE (1990 – 2008)

La LOGSE ha estado implantada durante un periodo efectivo de aproximadamente 10 años. Pero el cambio social ha hecho que unas pocas y grandes editoriales acaparen la oferta, con técnicas de marketing, con servicio de distribución centro a centro mediante visitas de sus comerciales, con numerosos cambios de ediciones, en los que siempre se introducía algún elemento diferenciador y en fin con un producto de más calidad, pero más volátil en el tiempo.

Los textos son productos de una gran calidad, reflejo de los estándares de calidad que demanda una sociedad tecnológica. Son textos de grandes editoriales, que atrayendo a autores de reconocido renombre, formaban un equipo que redactaba los textos, que se solían publicar de una sola vez o en el transcurso de dos años, pero sin las dilataciones de periodos anteriores.

Por eso hemos analizado los textos de Anaya, que sabemos por nuestra encuesta enviada a los seminarios de matemáticas, están implantados en la mayoría de los centros, y los de Ibaizabal por continuar el seguimiento iniciado anteriormente y tener también una difusión importante.

4.10.3.1. Tratamiento Didáctico

Son productos que responden a las demandas de la época y de su sociedad, concretadas en unos determinados requerimientos curriculares, precisamente especificados y a los que deben dar respuesta. Por lo tanto, todos tienen secciones comunes como pueden ser la historia de las matemáticas y las biografías de los matemáticos; contemplan el aspecto lúdico, mediante juegos y pasatiempos que presentan alguna relación con las matemáticas y que incluyen en una sección denominada “revista”.

Centrándonos en la matemática que transmiten y en cómo la transmiten ahí conectan mejor con los textos del periodo anterior de la LGE y con los de siempre. Porque se exponen las matemáticas en unidades que han perdido la gracia y frescura de la originalidad, para centrarse en un producto que se hace, por exigencias de la época, con características estándares, resultando unas matemáticas no muy diferentes de las de épocas anteriores.

La exposición de los contenidos ha devenido más clásica, pero sin mucho aparato lógico – deductivo; hay afán por volver a presentar con cierta exhaustividad, sin calma y reposo ni previa preparación del camino, conceptos y propiedades, de los que siempre se han nutrido los textos. Se vuelve a tratar la trigonometría extensamente, los complejos se tocan con más o menos profundidad, dependiendo del texto, las cónicas se reducen a un mínimo, pero se trata la circunferencia extensamente, etc.

Sí que se ha avanzado en temas de estadística y en la consolidación de las líneas metodológicas innovadoras del periodo anterior (partir de la gráfica, usar diagramas, utilizar tasas, aplicaciones de las matemáticas etc.).

4.10.3.2. Lenguaje gráfico – simbólico

Presentan una parte gráfica de gran calidad y cantidad, elaborada con la tecnología de los ordenadores. Incluyen todo tipo de fotografías y gráficas dinámicas, tipo Geogebra, y numerosas ilustraciones. Por lo tanto es en este aspecto donde tal vez haya habido un mayor avance, desde luego con respecto a muchos de los textos del periodo anterior. El aspecto tanto exterior como interior de los textos ha mejorado volviéndolos más atractivos y sugerentes.

En el lenguaje simbólico se ha retrocedido, e incluso se ha vuelto a la utilización del lenguaje simbólico de alto nivel (Ibaizabal), en definiciones y propiedades, para las que su uso es, como ya se ha demostrado suficientemente, para nada necesario. Se vuelven a introducir cuantificadores lógicos y a escribir ciertas definiciones de la forma más compacta posible recurriendo para ello al lenguaje simbólico.

4.10.3.3. Ejercicios y Problemas

Los ejercicios han pasado a ser de muchos tipos y por lo tanto a tener denominaciones muy diferentes, pero se ha caído en la monotonía de rellenar las diferentes secciones con parecidos ejercicios, que incluso se repiten en diferentes cursos. Eso sí, no se olvida incluir ninguno de los que se consideran imprescindibles (funciones a trozos, cierta contextualización, alguno de aplicación a la economía, preparación para la selectividad etc.). Pero se ha perdido en originalidad, en tratar situaciones nuevas, e incluso se abandonan algunas de las ya propuestas en textos anteriores, en función de un pragmatismo impuesto por las programaciones.

Presentan técnicas heurísticas de resolución de problemas, incluyen pruebas de evaluación y de autoevaluación, preparan específicamente para la selectividad etc.

4.10.3.4. Modelo de Enseñanza – Aprendizaje

Sí se han incorporado a los textos nuevos recursos que los acompañan y que vuelven a ser reflejo de una sociedad rica, donde todo tiene que mejorar. Los textos vienen con sus guías, con la programación didáctica, con su solucionario, con sus pruebas de diagnóstico, sus CD interactivos, sus direcciones de recursos en Internet y con determinados programas de software que ilustran la solución de algunos de los ejercicios.

Por ello los hemos denominado tecnológicos, porque el modelo de enseñanza que transmiten se basa en el libro de texto, realizado con una tecnología muy avanzada, acompañado de elementos del campo de las TICs que abren otras posibilidades en su uso.

4.10.4. Libros de texto en euskera

Hemos incluido 5 textos en euskera, tres de la LGE y dos de la LOGSE, que no podemos examinar por separado, porque el estar en euskera, por lo menos al comienzo, les daba unas características singulares.

4.10.4.1. Primeros textos

Los primeros textos fueron traducción de los de una editorial que se consideraba elaboradora de textos de un cierto pragmatismo, y por eso mismo muy apreciados por los docentes. Los textos se publicaron en euskera con muchas limitaciones, de recursos, de tiempo, y han pasado a ser un producto de la prehistoria de la enseñanza de las matemáticas en euskera. Pero en el plazo de unos pocos años se le dio la vuelta a esta situación.

4.10.4.2. Originalidad de los segundos textos

La colaboración de Elhuyar con la editorial Elkar, produjo unos textos originales en euskera, de los pocos que ha habido pues luego pasaron otra vez a ser traducción de textos del mercado español, de gran calidad y equiparables, con diferencias entre ellos, a los estándares de la época. Textos que tuvieron más de una edición, donde ya para la segunda edición habían introducido algo de color en sus páginas, con una matemática a medio camino entre la formalista y deductiva de la época anterior y la más práctica e intuitiva que estos libros buscaban. Los textos son modernos, siguen la línea de la renovación pedagógica en la enseñanza de las matemáticas y hacen uso de un euskera estandarizado, fácilmente entendible y muy natural.

4.10.4.3. Retroceso al introducirse editoriales de ámbito estatal

Cuando Ibaizabal tradujo sus textos a principios de los 90, esto supuso por una parte un retroceso con respecto a la producción propia, tanto en los aspectos lingüísticos, con un producto muy mejorable, como con los elementos innovadores que los otros textos tenían y que aquí habían desaparecido, pues eran de tendencia clásica, más acordes con los de la primera época.

4.10.4.4. Completa estandarización y falta de producción propia

Sobre los textos posteriores en euskera poco se puede decir, salvo que todos ellos son traducciones y por lo tanto mantienen las características de los originales, porque eso sí, las traducciones son de una calidad excelente.

4.11. TABLA RESUMEN

Para finalizar el capítulo y a modo de resumen, podemos decir que en los textos ha habido importantes cambios que se sustancian sobre todo en los recursos tecnológicos utilizados en su elaboración, y en el acompañamiento que se le da a la teoría, a través de elementos gráficos, ilustraciones, historia y aplicabilidad de las matemáticas y, recientemente, uso de otros recursos ajenos al propio libro y externos, pero cuya utilización se recomienda y facilita en el propio libro de texto (videos, software).

Lo que ha permanecido es un núcleo temático que recuerda las exposiciones clásicas de los textos de matemáticas, con una sobreutilización del lenguaje simbólico, y no tanto del aparato deductivo. Es decir textos que han mantenido una estructura parecida en la parte expositiva, renunciando a presentaciones novedosas de los temas.

Lo que se echa en falta, es ideas innovadoras, diferentes, que permitan producir textos que no se parezcan como dos gotas de agua, aunque tal vez este cambio no venga de los propios libros de texto, sino de la realización de unidades didácticas conforme al trabajo por Competencias implantado por la LOE, pero, está por ver cómo se readecuarán los textos a esta nueva metodología.

En cuanto a los modelos de enseñanza que transmiten los textos, hay una clara renuncia a elaborar textos en los que el aprendizaje sea constructivista y tampoco el aspecto relacionado con la Resolución de Problemas o el estudio de situaciones, está debidamente recogido en los textos. Son modelos, difíciles de trabajar desde la estructura clásica y rígida que los textos imponen, y que a pesar de que en otras épocas sí que se hicieron exitosos intentos, se ha dejado en manos de voluntariosos profesores, a través de la preparación de las unidades didácticas por competencias.

Resumimos en el siguiente cuadro las características de los libros de texto analizados, para así visualizar gráficamente las comparaciones que acabamos de efectuar.

Tabla 4.10. Resumen de las características de los libros de texto analizados

	Anaya 1 (J. Etayo)	**Elhuyar 1 (Edelvives y Cenlit)**	**Grupo Cero**	**Elhuyar 2 Elkar**	**Akal**	**Anaya 2 (M. Guzmán)**	**Edelvives Ibaizabal**	**Anaya 3 (J. Colera)**	**Edelvives – Ibaizabal 2**
Tratamiento Didáctico	Justifican la introducción de conceptos.	Exhaustividad en conceptos y propiedades.	Utilización de problemas abiertos (problemas núcleo).	Textos menos áridos que los anteriores de Elhuyar.	La realización de actividades matemáticas es el núcleo de la exposición.	Matemáticas que surgen de lo cotidiano y son aplicables a situaciones reales.	Los autores hacen matemáticas a lo largo del texto y explicitan todos los corolarios y propiedades.	Las matemáticas que propone son prácticas y aplicables, desarrollo bastante clásico, pero sin demostraciones.	Desarrollo matemático tradicional y muy técnico de los temas.
Aplicabilidad y Contextualización	Hay algunas aplicaciones y consideran las Matemáticas elemento cultural.	No hay contextualización. Escasa aplicabilidad de las matemáticas.	Tratamiento integrador y contextualizado de los temas.	Cierta contextualización. y algunas aplicaciones a otras ciencias.	Las actividades están contextualizadas , son próximas al alumno y de su interés y actuales dentro de la época.	Situaciones contextualizadas de aprendizaje.	En la introducción de algunos temas se señalan algunas de las aplicaciones de las matemáticas.	Contextualización de las matemáticas mediante actividades de introducción a las unidades.	Aunque se mencionan algunas de las aplicaciones de las matemáticas, no se incide en ello y tiene poco peso en el desarrollo del texto.
Historia, Motivación, Aspectos lúdicos	El esfuerzo individual es fundamental para avanzar en el aprendizaje.	No hay.	Se recurre a anécdotas y retazos de la historia de las matemáticas.	Lecturas sobre historia de las matemáticas y biografías.	Las unidades tienen al comienzo citas históricas relacionadas con la materia.	Aspectos históricos (biografías, contexto en el que aparecen los conceptos, temas sin resolver) y de aspectos lúdicos (juegos, lógica, adivinanzas,…). La matemática insertada en la cultura de su tiempo.	Algún ejemplo histórico en la introducción de las lecciones en 1º.	Los bloques de contenidos contienen una introducción histórica.	Múltiples recursos (revista, autoevaluación, aplicaciones informáticas) Hay retratos, biografías de muchos matemáticos y algo de historia.

	Anaya 1 (J. Etayo)	Elhuyar 1 (Edelvives y Cenlit)	Grupo Cero	Elhuyar 2 Elkar	Akal	Anaya 2 (M. Guzmán)	Edelvives Ibaizabal	Anaya 3 (J. Colera)	Edelvives – Ibaizabal 2
Lenguaje simbólico	Profusa utilización del lenguaje lógico-formal y abundancia de demostraciones.	Lenguaje conjuntista, algebraico y lógico relacionado con los temas.	Hay simbología de conjuntos, se utiliza el alfabeto griego y se escriben de manera sintética algunas fórmulas.	Lenguaje conjuntista, algebraico y lógico relacionado con los temas.	Utilización natural de los símbolos y del lenguaje matemático.	Se huye de la utilización superflua de símbolos matemáticos.	Lenguaje algebraico relacionado con los temas.	Se incluyen los símbolos propios del lenguaje matemático y algunas letras del alfabeto griego.	Expresiones lógico-conjuntistas, cuantificadores y lenguaje algebraico. Se vuelve a la precisión del lenguaje matemático más formal.
Lenguaje escrito	Cierto distanciamiento respecto del alumno.	Escritura tradicional de textos de matemáticas.	Lenguaje escrito que no renuncia a la alfabetización científica y cultural, con terminología diversa y en algunos casos de elevado nivel.	Se siguen escribiendo en lenguaje ordinario algunas de las propiedades.	Lenguaje directo, próximo al alumno.	Lenguaje escrito coloquial, directo y próximo al alumno, sin estereotipos matemáticos.	Escritura tradicional textos de matemáticas.	Lenguaje técnico entendible por el alumno, pero no coloquial.	El lenguaje escrito que acompaña a los desarrollos teóricos es técnico, escueto y de estilo tradicional.
Lenguaje gráfico	Acompaña a las propiedades y ejemplos, función facilitar la comprensión. No hay fotografías, ni ilustraciones a color (tipo viñeta o cómic).	Pocas gráficas e ilustraciones y con función auxiliar. Apariencia de apuntes. No hay colores.	Gran cantidad de gráficos, diagramas e ilustraciones tipo cómic.	Profusión de gráficos y tablas Viñetas tipo cómic.	Prácticamente todas las paginas del libro contienen alguna ilustración.	Uso avanzado de las tecnologías infográficas.	Hay diferencias entre temas y cabe señalar que así como hay lecciones en las que no aparece ninguna imagen las hay con abundantes ilustraciones.	Salto tecnológico, que se refleja en la calidad de los gráficos y maquetación.	Mezcla de ilustraciones hechas a mano, con fotografías de calidad. Figuras con función auxiliar, en muchos casos dibujados en los márgenes y a tamaño pequeño.

Tabla 4.10. Resumen de las características de los libros de texto analizados

	Anaya 1 (J. Etayo)	**Elhuyar 1 (Edelvives y Cenlit)**	**Grupo Cero**	**Elhuyar 2 Elkar**	**Akal**	**Anaya 2 (M. Guzmán)**	**Edelvives Ibaizabal**	**Anaya 3 (J. Colera)**	**Edelvives – Ibaizabal 2**
Ejercicios	Los hay manipulativos para el aprendizaje de destrezas, pero también de tipo general, no concretos y más teóricos.	Abundancia de ejercicios. Insistencia en el manejo algebraico.	Ejercicios contextualizados, extraídos de diferentes situaciones y campos del saber.	Abundancia de ejercicios e insistencia en el manejo algebraico. Interesantes problemas de letra en los temas de ecuaciones.	Problemas y ejercicios contextualizados y que resuelven situaciones prácticas.	Problemas históricos, clásicos y problemas no resueltos hoy en día. Estrategias de resolución de problemas.	Abundancia de ejercicios prácticos y teóricos.	Bloque 0, transversal, de "Resolución de Problemas". Problemas de aplicación a otros campos. Muchos de ellos de letra. Problemas abiertos. Muchos problemas de selectividad.	Algunos problemas, pocos, con contexto, o de aplicación. La mayoría son ejercicios de manipulación sacados de las propias matemáticas.
Modelo de Enseñanza	Modelo de Racionalidad Tecnológica.	Modelo Positivista.	Modelo de Resolución de Problemas.	Modelo Positivista.	Modelo de Resolución de Problemas.	Modelo Empírico.	Modelo Positivista.	Modelo de Racionalidad Tecnológica.	Modelo de Racionalidad Tecnológica.

PARTE II
ACCESO A LA UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Si en la primera parte de esta Tesis hemos intentado aproximarnos a las condiciones de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el proceso que siguen los alumnos durante su formación en el Bachillerato, en esta segunda parte vamos a estudiar las pruebas de acceso a la Universidad, en concreto a la UPV – EHU.

Así, hemos analizado las Reformas Educativas de los últimos años y el currículo de las matemáticas. También hemos analizado con mayor profundidad la plasmación práctica de esos currículos y de las metodologías que las Reformas impulsaban, a través de los libros de texto, por entender que reflejan los modelos de enseñanza del periodo en estudio. Es por lo tanto ahora el momento adecuado, para realizar un estudio empírico a través de una encuesta de opinión a los centros, con el objetivo de conocer la forma en la que usan los libros de texto y cuáles son sus concepciones metodológicas sobre la enseñanza de las matemáticas. También queremos saber como preparan las pruebas de acceso de matemáticas y la percepción que tienen de sus diferentes partes. Abordaremos después el estudio de los resultados de estas pruebas en la UPV – EHU mediante dos estudios, uno que analiza los resultados individuales obtenidos por los alumnos en las dos asignaturas de matemáticas a lo largo de varios años, y otro en el que se analizan los mismos resultados pero siendo aquí la unidad de análisis el centro educativo.

Hasta hace pocos años, y desde luego en el periodo que abarca nuestro estudio, el único control externo que la enseñanza no universitaria ha tenido han sido las pruebas de selectividad. No había, ni en Primaria, ni en Secundaria, ninguna otra prueba externa. Por lo tanto, nos pareció que el análisis de esta prueba nos podría aportar datos más precisos que permitieran relacionar, por un lado, los libros de texto utilizados y el modelo de enseñanza que en ellos se transmite, con los resultados obtenidos al finalizar la enseñanza no universitaria.

Como ya se ha señalado en otros apartados, es evidente que el examen de selectividad ejerce una gran influencia en la forma de modelar los libros de texto del bachillerato, pero también en el modelo de enseñanza que se imparte y en los objetivos que a la enseñanza de las Matemáticas se le asignan, tal y como a través de la encuesta a los Centros podremos comprobar.

Como quiera que el proceso de enseñanza – aprendizaje previo a la Universidad concluye con estas pruebas, todos los análisis efectuados hasta ahora nos permitirán poner en relación los aspectos curriculares que se derivan de la normativa legal, con su plasmación en los libros de texto, para ofrecer una enseñanza con un determinada metodología que produce unos resultados que hemos podido evaluar. Esto lo podemos expresar de la forma abreviada siguiente:

“Cambios en el Sistema de Enseñanza (Reformas) + Cambios en los Libros de Texto + Metodología de Enseñanza - Aprendizaje de las Matemáticas utilizada en los Centros + Otras variables $\Leftrightarrow$ Resultados en las Pruebas de Acceso”

Nuestro objeto de análisis pasará a ser, en el siguiente capítulo, los resultados obtenidos a nivel de centro, tanto en las dos asignaturas de matemáticas, como en la nota obtenida por los centros en la prueba. Esto nos permitirá completar la visión obtenida a través del análisis de las notas individuales con este análisis más global.

Acabaremos esta segunda parte con el estudio de la situación actual, mediante un análisis de campo realizado a través de un cuestionario enviado a todos los centros de la CAV. De los resultados obtenidos por los centros y de los datos recogidos a través de la encuesta sobre metodología utilizada, forma de preparar la selectividad, utilización del libro de texto, etc., podremos extraer conclusiones que relacionen los resultados con la metodología utilizada en los centros.

El estudio es pertinente pues como señala Rico: “*Los Estudios sobre diagnóstico, valoración y evaluación del aprendizaje de las matemáticas, incluidas las pruebas terminales y de rendimiento y los sistemas de promoción personal*” (Rico; 2007, p. 270), pueden ser considerados investigaciones en educación matemática, que se incluye dentro de lo que él denomina el nivel de diseño curricular.

Completado todo el ciclo procederemos a extraer conclusiones más precisas y particulares sobre alguno de los aspectos que ahora abordamos, pero también más generales como conclusión del trabajo en su conjunto.

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO – EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA EN LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS DURANTE EL PERIODO 1994 – 2008.

En este capítulo comenzaremos el análisis de los resultados de ese proceso de enseñanza en el que han confluido todos los factores señalados antes, y otros que ya dijimos no eran objeto de este estudio. Mediante esos resultados queremos analizar el éxito del proceso de enseñanza, estudiar su evolución y poder así comparar los diferentes años, relacionar los currículos y los libros de texto con los resultados.

Comenzaremos estudiando la historia de las pruebas de acceso a la universidad para poderlas situar en su contexto histórico, veremos cuáles son o han sido sus finalidades y las críticas que reciben, pasando después a describir las pruebas de acceso habidas en el periodo estudiado.

En la segunda parte del capítulo analizaremos los resultados obtenidos por los alumnos de la CAV en las pruebas de acceso de matemáticas, en sus dos modalidades, durante el periodo que va desde el año 1994 hasta el 2008. Será un análisis exhaustivo de las notas obtenidas por todos los alumnos en las dos asignaturas de matemáticas y comparativo de resultados entre los diferentes años y entre las dos matemáticas. Ello nos va a permitir extraer conclusiones acerca de la influencia del cambio legislativo en los resultados obtenidos, a la vez que elaborar una tipología de ejercicios, que relacionaremos con los resultados obtenidos.

5.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Desde el siglo XIX, se tiene constancia de pruebas de ingreso, reválidas y exámenes para la obtención del grado de bachiller. La prueba de ingreso en la segunda enseñanza se efectuaba a la edad de 9 años y estuvo instaurada durante casi todo el siglo XIX y buena parte del XX. Los exámenes para acceder del Grado Elemental al Superior, con las diferentes denominaciones para la Segunda Enseñanza, también lo han estado durante los siglos XIX y XX. Por ejemplo la Ley Moyano de 1857 establecía un examen de reválida para pasar en la Segunda Enseñanza, dentro de los Estudios Generales, del primer periodo de dos cursos al segundo, de cuatro años de duración.

No sólo eso, sino que en algunas etapas del siglo XIX, los cursos del bachillerato (o Segunda Enseñanza) eran selectivos, si no se aprobaban todas las asignaturas no se podía pasar de curso. Otra de las trabas que se imponía, era la prelación entre asignaturas de tal manera que si no se habían superado algunas de ellas no se podía cursar otra, o no se podía acceder a determinado tipo de estudios. Por ejemplo en el Plan de Estudios de 13 de Agosto de 1880, se establecía la necesidad de aprobar los dos cursos de latín como paso previo a los estudios científicos.

En el siglo XIX el bachillerato era un nivel educativo preparatorio exclusivamente para la entrada en la universidad. Como tal era muy poca la población que lo cursaba, que estaba en torno al 5% de los varones de 10-15 años. Era un bachillerato con pocos abandonos y suspensos. En el primer tercio del siglo XX el número de alumnos que estudiaba bachillerato fue incrementándose paulatinamente y a comienzos de los años 30 el porcentaje de alumnos matriculados era cada vez mayor. Este crecimiento se vio truncado por la guerra civil y por el elitista bachillerato posterior a la guerra, donde el examen de estado, prescriptivo para la obtención del título, no era superado por más del 50% de los alumnos.

Veamos en la siguiente tabla la evolución del número de alumnos de bachillerato por cada 10.000 habitantes:

Tabla 5.1 Evolución del nº de alumnos de bachillerato. Siglos XIX y XX

(alumnos por 10.000 habitantes)

Curso	Nº Alumnos	Curso	Nº Alumnos
1849-1850	9	1948-1949	77
1860-1861	13	1958-1959	138
1878-1879	19	1960-1961	150
1907-1908	17	1965-1966	256
1914-1915	23	1970-1971	448
1927-1928	28	1975-1976	224
1932-1933	51	1980-1981	289
1940-1941	61	1984-1985	310
		1987-1988	351

Fuente: Viñao, A. (2004a), p. 238

Aún así, el número de alumnos iba en aumento y la Ley de Ordenación de la Enseñanza Media de 1953 de Ruiz Jiménez, lo reformó implantando las reválidas elemental y superior y todavía hubo una reforma posterior mediante la Ley de Extensión de la Enseñanza Media de 1962, mediante la cual el bachillerato elemental perdió su carácter selectivo que se reservó para el bachillerato superior.

Estos filtros que ha habido que superar para acceder a los siguientes niveles de enseñanza han sido por tanto los siguientes:

- Entre los años 1942-1952, examen de estado al finalizar el curso séptimo de bachillerato; se implantó mediante la Ley de Reforma de la segunda enseñanza, de 20 de setiembre de 1938.
- Entre los años 1953-1970, reválidas elemental y superior al finalizar los correspondientes bachilleratos y prueba de madurez al finalizar el curso preuniversitario (1953-1970); se implantó mediante la Ley de 26 de febrero sobre Ordenación de la Enseñanza Media de 1953.
- Entre los años 1974-1996, título de graduado escolar para los alumnos que superaban la EGB y deseaban acceder al bachillerato (BUP); se implantó mediante la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa.
- Desde el año 1975 hasta la actualidad las pruebas de acceso a la universidad, al final del COU o del bachillerato LOGSE (implantadas por ley de 24 de julio de 1974). Las pruebas de acceso a la universidad no se instauraron hasta que se promulgó la Ley

30/1974 de 24 de julio, con lo que las promociones de los cursos 71-72, 72-73 y 73-74 no realizaron pruebas de selectividad.

5.2. EVOLUCIÓN Y CRÍTICAS A LAS PRUEBAS DE ACCESO

En este epígrafe vamos a presentar, siguiendo a Muñoz-Vitoria, algunos datos que reflejan la evolución del número de alumnos matriculados en las pruebas de acceso anteriores a la LGE, denominadas “Examen de Estado” y “Prueba de Madurez”. Presentaremos después unos primeros datos sobre porcentaje de aprobados en Selectividad, para pasar luego a mencionar algunas de las muchas críticas que las Pruebas de Acceso a la Universidad han recibido, y siguen recibiendo, a lo largo de su historia.

Las Pruebas de Acceso (en sus diferentes denominaciones) han tenido en su origen una función de filtro, reguladora del paso de alumnos de un nivel de enseñanza al siguiente. Eran tiempos en los que no todo el mundo aspiraba a la Educación Superior, cuyo carácter elitista exigía imponer limitaciones en su acceso. Pero las demandas cada vez mayores por parte de la sociedad, de una educación más amplia y más popularizada, han hecho que de facto en las sociedades modernas se considere el acceso a cualquier nivel de enseñanza como generalizado. Pero ello no ha traído consigo la eliminación de los exámenes de acceso a niveles superiores de enseñanza, sino que ha cambiado la función que se les asigna. Hoy en día, cuando el 95% de los alumnos superan la selectividad, no se puede hablar de filtro, sino más bien de cauce regulador hacia los estudios superiores. Debido a la limitación de plazas en algunos de los estudios universitarios, el acceso a ellos, se ha regulado a través de la nota de selectividad, lo que efectivamente le ha dado a esta una función reguladora o distribuidora de los alumnos en su acceso a la enseñanza superior.

Como ejemplo de la función de filtro, que representaban los Exámenes de Estado, he aquí unos datos estadísticos relativos al porcentaje de alumnos que lo aprobaban:

Tabla 5.2 Porcentaje de aprobados en los Exámenes de Estado

Curso	Aprobados (%)	Curso	Aprobados (%)
1941-1942	42	1947-1948	41
1942-1943	35	1948-1949	41
1943-1944	34	1949-1950	41
1944-1945	33	1950-1951	42
1945-1946	39	1951-1952	45
1946-1947	43	Media	40,95

Resultados del Examen de Estado (1942-1952). Fuente Muñoz-Vitoria, p. 38

Ya se aprecia que en ninguno de los cursos se llegó al 50% de aprobados, por lo que su función sí era hacer de filtro para el acceso a la muy elitista Enseñanza Superior de la época.

En estudios realizados por Royo y Ferrer, se concluye que la baja correlación de 0,35 existente entre la nota de séptimo (ultimo curso de bachillerato previo a la universidad) y la nota obtenida en el examen de estado *"no supone que en el Examen de Estado haya una mayor "dureza ni blandura", sino falta de concordancia en su valor pronóstico entre unas y otras calificaciones*" (en Muñoz-Vitoria; 1990, p. 41).

Al pasar del elitista Examen de Estado a la Prueba de Madurez que servía de acceso a la Universidad tras tener aprobado el curso preuniversitario, las cosas mejoraron, llegándose en media a tener 9 puntos porcentuales más de aprobados en este último examen. Presentamos en la siguiente tabla unos datos sobre la Prueba de Madurez, donde vamos a incluir los tantos por ciento de los alumnos que aprobaban el grado Superior del Bachillerato y de los que aprobaban la Prueba de Madurez:

Tabla 5.3 Porcentaje de aprobados en Bachillerato Superior, y Prueba de Madurez

Cursos	Bachillerato Superior	Prueba de Madurez	Cursos	Bachillerato Superior	Prueba de Madurez
53-54	62		**62-63**	63	49
54-55	65	64	**63-64**	61	40
55-56	72	64	**64-65**	63	42
56-57	70	66	**65-66**	56	42
57-58	57	52	**66-67**	53	43
58-59	57	56	**67-68**	53	
59-60	62	43	**68-69**	55	40
60-61	64	45			
61-62	62	45	**Media**	66,36	49,95

Resultados de la Prueba de Madurez. Fuente Viñao, 2004a, p. 240

En cuanto a las Pruebas de Acceso a la Universidad (selectividad), presentamos en la tabla siguiente el porcentaje de aprobados en la convocatoria de junio en el Estado:

Tabla 5.4 Porcentaje de aprobados en junio en las PAU
en el conjunto del Estado

Curso	Aprobados (%)	Curso	Aprobados (%)
76-77	70,0	**88-89**	85,0
77-78	45,8	**89-90**	87,2
78-79	70,0	**90-91**	86,2
79-80	65,4	**91-92**	87,6
80-81	67,0	**92-93**	88,1
81-82	68,6	**93-94**	87,7
82-83	79,5	**94-95**	87,6
83-84	81,3	**95-96**	88,6
84-85	84,3	**96-97**	88,2
85-86	83,7	**97-98**	88,1
86-87	85,3	**98-99**	87,2
87-88	84,0	**99-00**	87,1

Fuente: Viñao, 2004a, p. 241

Ya se ve que los porcentajes de aprobados son sensiblemente superiores a los de épocas anteriores (sin tener en cuenta la convocatoria de setiembre), por lo que la función de filtro ha sido sustituida por la de encauzar de una manera ordenada el acceso de los estudiantes hacia la Universidad.

Veamos en la siguiente tabla, la evolución del porcentaje de alumnos aprobados en junio en la selectividad, en la UPV - EHU y en el estado español. Cursos 78-79, a 88-89.

Tabla 5.5 Evolución del porcentaje de aprobados en junio en Selectividad. UPV-EHU y Estado. Cursos 78 – 79 a 88 - 89

Cursos	**78-79**	**79-80**	**80-81**	**81-82**	**82-83**	**83-84**	**84-85**	**85-86**	**86-87**	**87-88**	**88-89**	**Media**
UPV-EHU	87	83	84	80	80	81	86	89	88	87	89	84,9
Media Estatal	77	73	73	73	79	75	84	84	86	84	85	79,4

Muñoz-Vitoria, F (1995) El sistema de acceso a la universidad en España, p. 218.

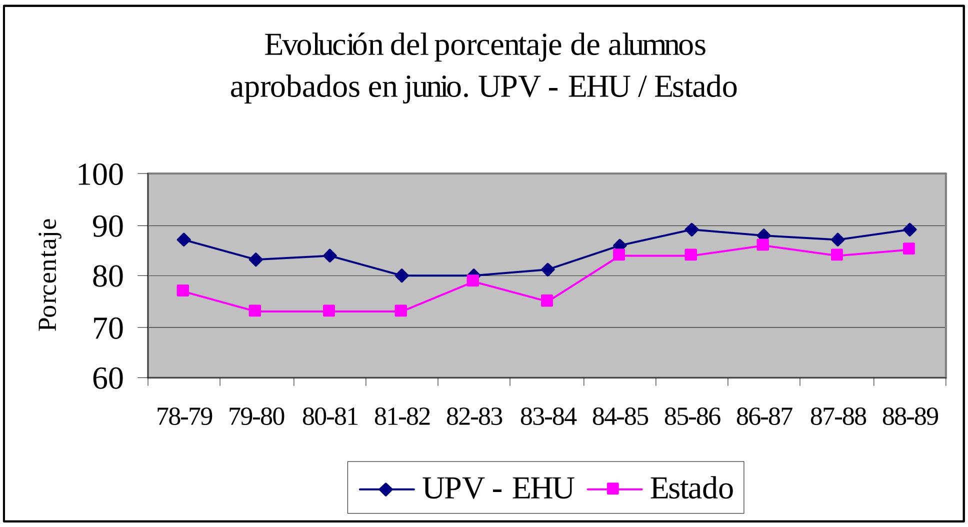


Figura 5.1 Evolución del porcentaje de aprobados en junio en Selectividad. UPV - EHU y Estado. Cursos 78 – 79 a 88 - 89

Se observa en las estadísticas adjuntas, que en el periodo anterior a la LGE, a mayor número de alumnos matriculados en la educación postobligatoria, correspondía un menor número de aprobados en las PAUs. Sin embargo desde que se implantó la LGE, parece que el papel selectivo se cumplía internamente a través de las tasas de aprobados del COU, siendo relativamente fácil superar la selectividad y por lo tanto otorgándole a ésta, una función clasificatoria u ordenadora del flujo de alumnos.

Podemos señalar que la media de aprobados en la UPV - EHU está, durante todos los cursos por encima de la media estatal, superando en 5 puntos esta media. Ello parece incluir al País Vasco, en la zona geográfica que Muñoz Vitoria califica como de mejores condiciones socioeconómicas y culturales, lo que en su opinión es un factor relevante en las calificaciones. Este mismo autor sugiere que la variación de aprobados que hay entre las distintas universidades se puede deber a una disparidad de criterios en la calificación.

Por otra parte, desde que en cualquier nivel de la enseñanza, se han implantado controles externos ha habido críticas a estos. Ya existían críticas entorno a las pruebas de estado y las siguió habiendo entorno a las pruebas de madurez. Olmeda, hizo un resumen de las críticas, en base a una muestra de revistas y periódicos publicados entre 1955 y 1969 (Muñoz Vitoria, 1990, p. 69). Son estas:

- los exámenes deforman la enseñanza
- los exámenes son memorísticos
- las pruebas son excesivamente rigurosas
- las pruebas son injustas
- las pruebas son aleatorias
- las pruebas son inadecuadas
- el examen provoca frustración
- incentiva el clasismo universitario
- se realizan en malas condiciones
- provocan desorientación profesional

Hay que decir que están muy relacionadas con el periodo al que pertenecen y que hoy en día, tal vez, solo se podría mantener la primera que es de tipo más general, y muy matizadas, y ocasionalmente, alguna de las otras.

En el Libro Blanco previo a la LGE, también se critican las Pruebas de Madurez, de las que dice (p. 70) *"es un examen más, con tendencia a detectar tan sólo el hábito adquirido en la mecánica de resolver problemas y la memorización de los datos contenidos en los programas"*.

Otras cuestiones que se plantean en relación con las pruebas de control externas son las siguientes:

- Se les achaca ser una de las mayores limitaciones a la autonomía del profesorado.
- Los profesores de los centros no tienen posibilidad de intervenir en el proceso de elaboración de las pruebas.

- Los programas vienen dados y suelen ser cerrados.
- El asesoramiento para la preparación de las pruebas es escaso o inexistente.

A las actuales PAUs, Muñoz Vitoria, les achaca una serie de efectos no deseados, como los siguientes:

- Al ser difícil obtener calificaciones altas en las PAUs, se produce el *"efecto rentabilidad"*; consiste en que los alumnos optimizan la nota conseguida eligiendo la carrera con más demanda a la que su nota les permita acceder, y esto por encima de las que serían sus preferencias naturales.
- Las carreras que exigen una mayor nota de entrada, no son necesariamente las más difíciles, en el sentido de que los alumnos más brillantes serían los mejor capacitados para superar las dificultades que esas carreras entrañan.
- Subordinación del sistema educativo al mercado de trabajo.
- La sociedad dedica sus mejores recursos humanos a determinados estudios, acudiendo los menos preparados a estudios que socialmente tienen gran importancia para las generaciones futuras (Muñoz-Vitoria; 1990, pp. 318-319).

Está también muy extendida la opinión de que se valoran conocimientos memorísticos. Los autores de los exámenes eligen ejercicios que reflejan los propuestos durante el curso y, se dice, que esto hace que el trabajo tanto del profesor como del alumno se centre en las memorizaciones de los ejercicios, permitiendo así que la respuesta al examen sea más eficaz y satisfactoria.

No compartimos por completo dicha crítica, puesto que en el caso de las Matemáticas II, lo que hay que dominar son determinadas técnicas, que por supuesto exigen cierto esfuerzo de memorización. Esto es así para cuatro de los cinco ejercicios de los que consta el examen, pero no para el quinto, que es un problema abierto que corresponde al ejercicio correspondiente a la unidad didáctica transversal de resolución de problemas y que por lo tanto requiere el uso de estrategias diversas no asociadas a un tema determinado.

Hay otras críticas que se le hacen al examen de selectividad desde los propios centros y que se recogen en el apartado dedicado a analizar los resultados de la encuesta enviada a los centros.

5.3. LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UPV - EHU

Nos vamos a detener brevemente en explicar en que consiste la prueba de selectividad de la Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea. No obstante tenemos que tener presente que las instrucciones para la organización de las pruebas de acceso a la Universidad, que entran dentro de nuestro análisis, se recogen en los siguientes Reales Decretos,

- Real Decreto 1640/1999 de 22 de octubre (BOE 27-oct-1999)
- Real Decreto 990/2000 de 2 de junio (BOE 03-jun-2000)

Pero debemos tener en cuenta que en el curso actual 2009 – 2010, ha cambiado la estructura de la prueba de acceso, el modo por el que se eligen las asignaturas de las que el alumno se examina e incluso el modelo de examen de las asignaturas de matemáticas.

Es por ello que describimos las pruebas de acceso que han sido objeto de análisis en éste estudio, diferentes de las que ahora están en vigor.

■ Estructura y contenidos

La selectividad es la prueba de aptitud que permite el acceso a la Universidad, y su superación es obligatoria para todos los alumnos que deseen iniciar estudios universitarios. En cada Universidad se constituye una Comisión Coordinadora de las Pruebas con el cometido de organizarlas, adoptar las medidas necesarias para su correcta realización y resolver, en última instancia, cuantas incidencias relativas a la organización de las mismas puedan presentarse.

La prueba tiene dos partes que versan sobre las materias cursadas por los alumnos en 2º curso de bachillerato. En la primera parte hay cuatro ejercicios referentes a las materias comunes (Texto de Historia ó Filosofía II, Texto de Lengua Extranjera, Texto de Lengua Castellana y Texto de Euskera). En la segunda parte hay tres ejercicios que versan sobre las materias de modalidad elegidas por el estudiante. Entre ellas, necesariamente deberán incluirse las dos materias vinculadas a cada vía de acceso; la tercera será elegida libremente por el estudiante entre las propias de modalidad.

Las materias vinculadas a las vías de acceso son las siguientes:

Vía Científico-Tecnológica:	Matemáticas y Física
Vía Ciencias de la Salud:	Biología y Química
Vía Humanidades:	Latín e Historia del Arte
Vía Ciencias Sociales:	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y Geografía
Vía Artes:	Dibujo Artístico e Historia del Arte

La calificación de la prueba se realiza de la siguiente forma:

- Primera parte: media aritmética de los cuatro ejercicios.
- Segunda parte: 40% de las calificaciones obtenidas en cada una de las materias vinculadas a la vía, y el 20% de la materia de libre elección.
- Calificación global: media aritmética de las dos partes. Para ser declarado apto deberá obtenerse por lo menos 4 puntos.
- Calificación definitiva: 40% de la calificación global, más el 60% de la nota media del expediente de bachillerato. Para considerar superada la prueba de acceso a la Universidad por una vía se deberá alcanzar una puntuación de cinco o superior en su calificación definitiva.

Se constituyen tribunales por cada asignatura, el presidente de los cuales es un profesor de la Universidad, siendo los vocales tanto profesores de la Universidad como de Enseñanza Secundaria.

■ Examen de Matemáticas II

Consta de cinco bloques correspondientes a las diferentes partes del programa y dentro de cada bloque se plantean una cuestión y un problema, entre los que el estudiante elige uno. El bloque A corresponde al Álgebra, el bloque B a la Geometría, el bloque C al Análisis de Funciones, el D al Cálculo Integral y el E a la Resolución de Problemas.

En el encabezamiento del examen consta que cada ejercicio será valorado entre 0 y 2 puntos y que la duración de la prueba es de hora y media.

■ Examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Consta de cuatro apartados A, B, C y D, cada uno de los cuales tiene dos ejercicios. El apartado A corresponde al Álgebra y Programación Lineal, el apartado B corresponde al Análisis, el apartado C corresponde a la Probabilidad y el apartado D corresponde a la Estadística. El estudiante elige para cada apartado uno solo de los dos ejercicios propuestos. La valoración del ejercicio de los apartados A y B es de 0 a 3 puntos y la del ejercicio de los apartados C y D es de 0 a 2 puntos. La duración de la prueba es de hora y media.

5.4. ESTUDIO DE LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS EN EL ACCESO A LA UPV - EHU

Vamos a comenzar en este apartado el análisis de las pruebas de acceso a la Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea en las asignaturas de matemáticas durante el periodo 1994 – 2008. Se cuenta para ello con los datos facilitados por el Negociado de Acceso de la UPV – EHU, que abarcan el periodo considerado. En este mismo apartado, pero más adelante, se especificará con más detalle en que consisten los datos aportados por el Negociado de Acceso de la UPV – EHU, pero baste decir ahora que son los resultados individuales conseguidos por los alumnos que se presentan al examen de Selectividad. Los resultados por Centros se analizan en el capítulo siguiente.

Interés del estudio:

Este estudio es interesante por varios aspectos:

1º Es inédito en las asignaturas de Matemáticas en cuanto a la UPV - EHU se refiere.

2º Abarca un periodo actual que cae dentro del periodo que estamos analizando y en el que confluyen pruebas que derivan de la estructura anterior (LGE-COU) y de la actual (LOGSE-2º Bachillerato).

3º Permite establecer comparaciones con los resultados obtenidos en estas asignaturas en las diversas universidades españolas (estudios publicados por el CIDE y que se mencionan en la bibliografía).

4º Permite realizar la evaluación final, como prueba de control externa, del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas durante los años seleccionados.

5º Efectuado el análisis de textos permite comprobar la interrelación entre éstos y las pruebas de selectividad.

Objetivos:

1º Efectuar un estudio estadístico que permita, en cuanto a sus resultados, clasificar los diferentes años en, malos y buenos y estudiar la serie estadística en su conjunto, apuntando causas que justifiquen esta evolución.

2º Efectuar un análisis de los ejercicios que componen los exámenes, detectando continuidades y rupturas y una clasificación de los ejercicios por tipos de problemas.

3º Diseñar una tipología de ejercicios, estableciendo los criterios para su pertenencia a una clase u otra, así como aportando ejemplos de la clasificación efectuada.

4º Estudio de la relación entre la clasificación estadística del año y la tipología asociada a los ejercicios de ese año, estableciendo conclusiones sobre dicha relación.

5º Comparar las pruebas ordinaria y extraordinaria tanto en su clasificación estadística cuanto en la tipología de ejercicios.
6º Comparar los resultados de las dos asignaturas de matemáticas, para cada convocatoria.
7º Establecer algunos parámetros sobre los resultados generales de las PAU de esos años en la UPV - EHU y efectuar la comparación entre éstos y los resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas.
8º Agrupar los datos en subconjuntos homogéneos que, para algunas variables elegidas, tengan las mismas características.

Resultados esperados:
1º La clasificación estadística de los resultados nos va a permitir establecer para cada año, en relación con los demás, las siguientes cinco clases: MM (muy malo), M (malo), R (regular), B (bueno) y MB (muy bueno). Esta clasificación se efectuará con arreglo a varias variables.
2º Estableceremos la tipología de los ejercicios de cada prueba, clasificándolos en dos clases excluyentes que son: ejercicios F (fáciles) y ejercicios D (difíciles); daremos criterios y aportaremos ejemplos que aclaren las diferencias entre las dos tipologías. Esperamos establecer una relación entre:

Clasificación Estadística ↔ Tipología de Ejercicios

De tal manera que se corrobore la idea intuitiva de que unos buenos resultados corresponden a exámenes en los que los ejercicios son fáciles.
3º Los distintos ejercicios se clasificarán por tipos, se estudiará su continuidad y rupturas y, ya realizado al efectuar el análisis de los libros de texto, se ponen en relación con los libros de texto analizados. Permitiendo de esta manera corroborar la Hipótesis H4.3, relativa a la incorporación de ejercicios propuestos en selectividad en los libros de texto, moldeando en cierta medida el contenido de estos.
4º Se hipotetizarán algunas causas que expliquen los resultados obtenidos.
5º Corroborar que los resultados de la convocatoria ordinaria son, en valor absoluto, mejor que los de la extraordinaria.
6º Corroborar que los resultados de las Matemáticas II son, en valor absoluto, mejor que los de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. De esta forma se corroborará la Hipótesis H4.1 que dice que los resultados de las dos matemáticas son diferentes

entre sí, no sólo se confirmará esto, sino que se verá que los de Matemáticas II son siempre mejores que los de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. Además al estudiar la evolución de los resultados se podrá corroborar la segunda parte de esta Hipótesis H4.1, relativa a la influencia que el cambio de modelo educativo debido a la Reforma implantada por la LOGSE, seguido a su vez de un cambio de modelo de examen, tuvo en los resultados de las dos asignaturas.

7º Se espera establecer varios clusters homogéneos para los datos aportados.

Tipo de Análisis:

1º Análisis estadístico de los resultados obtenidos en los diferentes cursos para la convocatoria ordinaria y extraordinaria y para las dos asignaturas de matemáticas de ciencias y de letras. Esto da lugar a cuatro análisis similares (ciencias-ordinaria, ciencias-extraordinaria, letras-ordinaria y letras-extraordinaria) en los que mediante tablas y gráficos se aportarán datos (medias, desviación típica, correlaciones,…) sobre las series estadísticas consideradas. Estos datos ponen en relación los diferentes años y permiten su comparación, estableciendo una clasificación entre ellos. De los valores que se obtengan para esas variables se obtendrá la clasificación estadística del año.

2º Como ya se ha dicho, se efectuará una tipología de los ejercicios de cada convocatoria, clasificándolos como F (fácil) ó D (difícil); esto permitirá obtener totales de F/D para cada examen, que se van a poner en relación con la clasificación estadística del año.

3º Analizaremos los ejercicios de cada convocatoria, y dentro de la parte del examen correspondiente, los clasificaremos por “tipo de problema” en relación con la materia del programa a que pertenecen o a su método de resolución y estudiaremos su continuidad y recurrencia dentro de los exámenes.

4º Efectuaremos la comparación entre las notas medias y los porcentajes de suspensos de las dos asignaturas de matemáticas, para las dos convocatorias.

5º Efectuaremos un análisis de clusters que permitirá agrupar los puntos de nuestro estudio que presentan características homogéneas.

6º Analizaremos los resultados globales de la prueba, para el conjunto de asignaturas y los compararemos con los resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas.

Origen de los datos (Fuente):

Los datos sobre las Pruebas de Acceso a la Universidad del País Vasco, fueron solicitados en abril de 2009 al Director de Acceso de la U.P.V. – E.H.U., quién en colaboración con el Negociado de Acceso nos los facilitó para el mes de mayo. Hay que tener en cuenta que los datos recibidos comienzan en el año 1994 y finalizan en 2008, porque aunque en la UPV - EHU se han digitalizado los datos de la selectividad desde el año 1989, hasta 1994 no se introducían en el ordenador las notas de las diferentes asignaturas.

Los datos que solicitamos fueron los siguientes:

DATOS GLOBALES:

1) Número de matriculados en la prueba. Número de presentados. Número de aprobados. Número de suspensos. Nota media conseguida en la prueba.

2) Número de matriculados en Selectividad. Número de presentados. Número de aprobados. Número de suspensos. Nota media obtenida en la Selectividad.

DATOS DE MATEMÁTICAS:(Las dos asignaturas de matemáticas por separado)

1) Para los alumnos de COU y LOGSE, los siguientes:

a) Número de matriculados, número de presentados, número de aprobados, número de suspensos. Nota media obtenida en el examen de matemáticas.

b) Distribución del número de alumnos presentados en los siguientes intervalos de puntuación: < 5 puntos, [5,6), [6,7), [7,8), [8,9), [9,10]

Todos esos datos para las dos convocatorias de junio y setiembre, ó, de junio y julio. Y para el máximo número de años posibles.

Una observación a tener en cuenta, es que hasta el año 2006, a los alumnos No Presentados, se les calificaba con un cero y por lo tanto el número de ceros incluye alumnos que no han hecho el examen.

Dejando de momento aparte los datos generales y centrándonos en los referidos a las Matemáticas, podemos decir que esos ficheros han sido manipulados por nosotros para conseguir la información que necesitábamos para el estudio. Hemos obtenido la distribución de las notas por intervalos, así como el porcentaje de suspensos, la media y la desviación típica.

Primeramente vamos a realizar un análisis estadístico de los datos obtenidos para las matemáticas de cada tipo. Esto da lugar a cinco clasificaciones estadísticas y según ellas se definirá cada año como: **Muy Malo (MM), Malo (M), Regular (R), Bueno (B), Muy Bueno (MB)**. El incluir cada año en una de esas categorías es algo que se va a hacer en función de cinco parámetros relacionados entre sí: **tanto por ciento de suspensos, nota media matizada en base a los siguientes tres parámetros según se explicita en el apartado siguiente, tanto por ciento de notas altas (mayores de ocho), tanto por ciento de dieces y tanto por ciento de ceros**. Los más relevantes son los tres primeros, pero los otros dos ayudan a afinar en la clasificación, separando entre categorías. La desviación típica no se utiliza para clasificar el año, pero ayuda en la descripción de los resultados.

Clasificación Estadística de los años:

MM (muy malo): año en el que tanto la media, como el porcentaje de aprobados son muy inferiores a los del periodo en su conjunto; además las otras variables (tanto por ciento de notas altas y de dieces) están por debajo del promedio correspondiente, y el tanto por ciento de ceros por encima.

M (malo): la media y el porcentaje de aprobados son inferiores a los del periodo; las otras tres variables pueden presentar situaciones diferentes.

R (regular): la media y el porcentaje de aprobados son parecidos a los del periodo (bien por arriba o por abajo); las otras tres variables pueden presentar situaciones diferentes.

B (bueno): la media y el porcentaje de aprobados son superiores a los del periodo; las otras tres variables pueden presentar situaciones diferentes.

MB (muy bueno): la media y el porcentaje de aprobados son muy superiores a los del periodo; además las variables (tanto por ciento de notas altas y de dieces) están por encima del promedio correspondiente y el tanto por ciento de ceros por debajo.

Nota Técnica:

Las definiciones dadas para la clasificación estadística, no aportan una medida exacta que permita discernir entre las diferentes clases. Intentando superar este obstáculo vamos a proponer un modelo empírico de clasificación, que permita decidir sin ambigüedades.

Primeramente hacemos la consideración de que cada año se va a comparar con su serie estadística a la que pertenece y dado que cada uno de los años contiene un número grande de registros vamos a suponer normalidad en las variables.

Vamos a considerar la variable principal, la media obtenida en el año en una convocatoria concreta y en una asignatura (p. ej. año 1997, convocatoria de junio, matemáticas de ciencias); ya que hemos indicado que su correlación con el porcentaje de suspensos es prácticamente la unidad y también tiene una alta correlación con el porcentaje de notas altas (mayores de 8) y además tienen coeficientes de variación bajos (anexos 1 - 4), lo que las hace representativas de las distribuciones.

Estas medias forman una serie estadística de 15 elementos. También conocemos la población total de alumnos presentados en esa asignatura y en la correspondiente convocatoria, su media y desviación típica en el conjunto de las 15 convocatorias habidas a lo largo de los 15 años. Vamos por lo tanto a obtener la serie de medias tipificadas con respecto a la media global y desviación típica globales de la convocatoria.

En la siguiente tabla se presentan, para la asignatura de matemáticas de ciencias y convocatoria de junio, las notas medias obtenidas a lo largo del periodo:

Junio	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Media= $\bar{x}$	5,93	6,35	6,25	5,25	5,28	5,84	4,41	4,68	5,87	5,43	6,38	6,17	5,08	6,26	5,60

Conocemos la media y la desviación típica global de matemáticas de ciencias para la convocatoria ordinaria que son:

Media Global = m = 5,67 Desviación Típica Global = σ = 2,46

Por lo tanto tipificamos la tabla anterior con la conocida fórmula $t = \dfrac{\bar{x} - m}{\sigma}$, obteniendo:

Junio	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Media= $\bar{x}$	5,93	6,35	6,25	5,25	5,28	5,84	4,41	4,68	5,87	5,43	6,38	6,17	5,08	6,26	5,60
MediaTipi=t	0,11	0,28	0,24	-0,17	-0,16	0,07	-0,51	-0,40	0,08	-0,10	0,29	0,20	-0,24	0,24	-0,03

Ahora clasificaremos cada uno de esos años según la nomenclatura anterior; para ello debemos dar una regla, que en nuestro caso es empírica pues ha sido obtenida tras varias simulaciones en Excel, que obedece a la idea intuitiva expresada más arriba de que cuando un año es B ó MB su media tipificada va a ser positiva y relativamente alta y al contrario cuando el año es M ó MM, su media tipificada va a ser negativa, pero en valor absoluto relativamente alta y, por fin, cuando el año es R, la media tipificada estará en el entorno de cero.

La clasificación exacta la haremos con arreglo a los siguientes valores:

Tabla 5.6 Clasificación estadística del año
en función de la media tipificada

Media Tipificada = t	**Clasificación del Año**
t < -0,28	MM
-0,28 < t < -0,10	M
-0,10 < t < 0,10	R
0,10 < t < 0,28	B
t > 0,28	MB

Cuando la media tipificada correspondiente al año coincida con el límite de alguna de las clases se recurre a las otras variables para su inclusión en una u otra clase.

La tabla anterior se puede escribir para las medias $\bar{x}$, en lugar de para las medias tipificadas, simplemente despejando en la fórmula, de la siguiente forma:

Tabla 5.7 Clasificación estadística del año
en función de la media

Media Tipificada = t	**Clasificación del Año**
$\bar{x}$ < m-0,28σ	MM
m-0,28σ < $\bar{x}$ < m-0,10σ	M
m-0,10σ < $\bar{x}$ < m+0,10σ	R
m+0,10σ < $\bar{x}$ < m+0,28σ	B
$\bar{x}$ > m+0,28σ	MB

Con arreglo a esa clasificación la tabla correspondiente a las matemáticas de ciencias, convocatoria ordinaria, sería:

Junio	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Media= $\bar{x}$	5,93	6,35	6,25	5,25	5,28	5,84	4,41	4,68	5,87	5,43	6,38	6,17	5,08	6,26	5,60
MediaTipi=t	0,11	0,28	0,24	-0,17	-0,16	0,07	-0,51	-0,40	0,08	-0,10	0,29	0,20	-0,24	0,24	-0,03
Clasificación	B	MB	B	M	M	R	MM	MM	R	R	MB	B	M	B	R

Los límites numéricos utilizados para definir las clases se han obtenido como hemos dicho, después de hacer varias simulaciones para las dos convocatorias y las dos asignaturas y después de contrastar las simulaciones con la clasificación intuitiva, pero efectuada con arreglo a la primera definición, de un año como MM, M, R, B ó MB.

Tipología de los ejercicios:

Hemos utilizado una clasificación dicotómica para los ejercicios, F (fácil) y D (difícil). Esto es así, porque discriminar entre más categorías hubiera hecho que la subjetividad asociada a la clasificación fuera todavía mayor. Intentando eliminar ese factor, es por lo que sólo hemos elegido dos categorías contrapuestas que en principio hacen más fácil la clasificación de un ejercicio como de uno u otro tipo.

En general los criterios que se han seguido para catalogar un ejercicio como "F" han sido:

1. **La comprensión del texto del ejercicio es sencilla. No contiene dobles negaciones, datos superfluos o preguntas que no aparecen explícitamente.**

   Ejemplo: El ejercicio A1 de junio de 1995 de matemáticas de letras: "Un vendedor de pescados recibe de los proveedores tres tipos de facturas: las del atún (A), las de las merluzas (M) y las de los txipirones (T). Por 10 kg. de A, 5 kg. de M y 5 kg. de T le han cobrado 19.000 ptas; por 4 kg. de A y 4 kg. de T le han cobrado 9.600 ptas y por fín, por 3 kg. de cada clase le han cobrado 8.700 ptas. ¿Calcula cuánto le cobran por un kilogramo de cada tipo de pez?"

   El texto se entiende, es fácilmente trasladable a ecuaciones y la pregunta es explícita.

2. **El ejercicio es identificable con una parte del programa y con su técnica de resolución.**

   Ejemplo: El ejercicio A2 de junio de 1995 de matemáticas de letras: "Dada la función objetivo $z=5x+4y$ calcular su mejor valor condicionado a las siguientes inecuaciones ($2y-x>=0$, $y<=2x-3$)". *Este ejercicio se asocia directamente con un problema de programación lineal del cuál se conoce una única técnica de resolución.*

   Ejemplo: La cuestión A de junio de 2002 de matemáticas de ciencias: "Encontrar las matrices A y B que son solución del siguiente sistema matricial:

$$2A+3B=\begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 \\ 18 & 11 & -6 \\ 8 & 3 & 13 \end{pmatrix} \qquad -A+5B=\begin{pmatrix} 9 & -2 & 16 \\ 17 & 1 & -10 \\ 9 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

Se resuelve como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, por cualquiera de los métodos y simplemente hay que saber operar con matrices.

3. **La resolución es directa. Quiere esto decir, que para llegar a la solución no hay que resolver cuestiones colaterales, ni cuestiones concatenadas, sin las cuales sea imposible llegar a la solución.**

   Ejemplo: El ejercicio B2 de julio de 2000 de matemáticas de letras: "¿De cuántas funciones es derivada la función f(x)= $5x^2-2x+3$? Entre las anteriores encuentra la que pasa por el punto (1,2)". *Se sabe la técnica, función primitiva, y en ella no hay más que sustituir.*

   Ejemplo: El problema C de julio de 2004 de matemáticas de ciencias: "Sea la función f, definida de la siguiente forma: $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$; describir el dominio de definición, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función. *Se conoce la técnica, la derivada es sencilla y las ecuaciones e inecuaciones a que da lugar también lo son.*

4. **La resolución no da lugar a cálculos largos y complicados.**

   Ejemplo: El ejercicio B1 de junio de 1999 de matemáticas de letras: "Entre todos los rectángulos de área 1600 metros cuadrados, ¿cuál sería el más barato para rodearlo por una valla?". *Se identifica con un problema de máximos y mínimos y una vez planteado los cálculos son sencillos.*

5. **El problema no contiene parámetros de los cuales dependa la solución.**

   Ejemplo: El ejercicio C1 de junio de 2001 de matemáticas de letras: "Supongamos que en una región el tiempo sólo puede ser bueno o malo y que la probabilidad para que de un día al otro cambie sea del 0,3. Sabiendo que en esa región la probabilidad para que el tiempo el día 20 de junio sea bueno es de 0,4, ¿cuál es la probabilidad de que el 21 de junio el tiempo sea también bueno?". *Identificando la técnica de resolución mediante un diagrama de árbol y trasladando los datos numéricos a ese árbol el problema tiene una resolución sencilla.*

Los criterios seguidos para clasificar un ejercicio como "D" son prácticamente los contrarios de los anteriores:

1. **El texto del ejercicio es difícil de comprender; es largo y farragoso, contiene una sintaxis que es expresión de conceptos lógicos redactados según el estilo tradicional de los textos de matemáticas, o lo que se pregunta no está señalado explícitamente.**

   Ejemplo: Cuestión C de c. extraordinaria de 1999 de matemáticas de ciencias: "Puede existir una función definida en el intervalo [0,5] que sea continua en todos los puntos de ese intervalo, que en el punto x=3 tenga un máximo local, pero que no sea derivable en ese punto? Razona la respuesta". *El problema presenta la clásica redacción escueta de los libros de matemáticas, pero que contiene conceptos abstractos y como la pregunta no es concreta sino que habla de "existencia" sugiere un problema difícil de abordar.*

   Ejemplo: Ejercicio C2 de junio de 2003 de matemáticas de letras: En una ciudad, el 45% de los habitantes son hombres, el 80% mayores de edad, y el 30% hombres y mayores de edad. Si se elige una persona al azar, calcular: a) la probabilidad de ser mujer y menor de edad; b) sabiendo que es mujer, la probabilidad de que sea mayor de edad; c) la probabilidad de ser hombre o menor de edad". *Es la sintaxis del problema la que esconde conceptos lógicos cuya comprensión es difícil de trasladar a fórmulas y tablas.*

2. **La ó las técnicas de resolución que permiten abordar el ejercicio no son claramente identificables**.

   No quiere esto decir que la técnica de resolución deba aparecer claramente ante los ojos del alumno (que es el caso de numerosos ejercicios) sino que no sea asociable a una o más técnicas de la parte del programa en el que está colocado. (Por ejemplo una integral puede no estar asociada a un método concreto de resolución, pero lo está a las técnicas de integración, sin embargo un problema de geometría suele presentar numerosas posibilidades de abordaje, que no consisten en la aplicación de técnicas mecánicas de resolución).

   Ejemplo: problema B de junio de 2000 matemáticas de ciencias: "Sean las rectas R1 y R2 de ecuaciones: R1 (x+y-2z=0, 2x-3y+z=1), R2 (x=3t, y=1-2t, z=2+t). Encontrar la ecuación del plano que contiene a la recta R1 y que pasa por el punto de intersección de la recta R2 con el plano π: x-3y-2z+7=0". *Son varias técnicas y conceptos interrelacionados que hay que saber elegir.*

3. **Para su resolución se requiere de soluciones intermedias, sin las cuales no se puede llegar a resolver la pregunta clave del ejercicio.**

   Ejemplo: Problema D de junio de 2004 de matemáticas de ciencias: "La curva de ecuación y= $x^3 - 2x + 1$ y la recta que pasa por los puntos A=(1,0) y B=(3,4) determinan una región finita del plano. Dibujar un esquema de la región y calcular su área". *En este caso hay que conocer la ecuación, sencilla, de la recta que pasa por dos puntos, lo que puede ser una dificultad añadida en la consecución del objetivo que se pretende que es el cálculo del área.*

   Ejemplo: Ejercicio B1 de julio de 2007 de matemáticas de letras: "Encontrar el dominio de definición y los puntos de la curva donde la recta tangente sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante: $y = \log(1 + x + x^2)$ (Observación: con la expresión "log", se designa el "logaritmo neperiano").

   En este ejercicio hay que conocer el concepto de recta tangente y su cálculo, la pendiente de la bisectriz y la derivada del logaritmo; luego plantear una ecuación y con los valores sustituir en la función; son varias pequeñas cosas que en nuestra opinión hacen que el ejercicio resulte difícil.

4. **Los cálculos a que da lugar pueden llevar al alumno a cometer errores que invaliden la solución del ejercicio e incluso a realizar un buen planteamiento del mismo.**

   Ejemplo: Problema D de junio de 2002 de matemáticas de ciencias: "La curva de ecuación y= $2x^2$ divide al cuadrado de vértices V1=(0,0), V2=(1,0), V3=(1,1) y V4=(0,1) en dos partes; se pide dibujarlas y calcular su área". *Con este problema se inicia una serie que se ha prorrogado, con algunas variaciones, durante cuatro convocatorias. Los cálculos a que da lugar son largos y por lo tanto susceptibles de equivocación.*

5. **El problema presenta un cierto aspecto teórico o de tipo general, por contener letras en lugar de números o parámetros que aparecen en los cálculos y de los cuales depende la solución.**

   Ejemplo: Cuestión B de julio de 2000 de matemáticas de ciencias: "Conocidas las ecuaciones del plano π:Ax+By+Cz+D=0 y de la recta r: (Hx+Iy+Jz+K=0, Rx+Sy+Tz+U=0), explica un procedimiento para determinar si la recta es paralela al plano". *Es una cuestión sencilla de ver gráficamente, pero su apariencia* *teórica y general sugiere un tipo de respuesta precisa y rigurosa, que lleva al alumno a tener una cierta inseguridad sobre su resolución.*

Ejemplo: El ejercicio B2 de junio de 2006 de matemáticas de letras: "La curva $y = a^2 - x^2$, y el eje de abscisas, forman una región de área $\frac{32}{3}$. Calcular el valor del parámetro a". *La presencia del parámetro a complica la comprensión del ejercicio y su resolución.*

6. **No está asociado con una parte concreta del programa, o requiere de conceptos estudiados en otros cursos e incluso de conceptos transversales asociados a otras asignaturas.**

   Ejemplo: El problema E de julio de 2004 de matemáticas de ciencias: "En una carrera de motocicletas han participado tres motos. La tercera hace 15 Km. menos que la primera por hora y 3 Km. más que la segunda. Además la segunda ha llegado 12 minutos más tarde que la primera a la meta y tres minutos antes que la tercera. Calcula: a) la longitud de la carrera b) La velocidad de cada moto". *El problema requiere de las fórmulas de espacio y velocidad estudiadas en física y no necesariamente abordados en las matemáticas del 2º de bachillerato.*

Aunque nos hemos guiado por estos criterios, cada problema, al hacerlo, y dependiendo si hay más de uno, del método seguido, da lugar a un método de resolución que lleva parejo unas dificultades concretas que ayudan a evaluarlo como F ó D. Es por ello que la mejor manera de ver cómo hemos clasificado los diferentes ejercicios es de forma práctica, conociendo cómo se ha catalogado cada uno de ellos y en base a qué razones. Esto lo haremos para los dos tipos de matemáticas que se nos presentan.

También hemos hecho uso de nuestra experiencia como docentes en este nivel. Eso conlleva un nivel de subjetividad, puesto que la clasificación de otro docente podría ser diferente y diferente de la que efectuasen los propios alumnos que son los que realizan el examen. Pero, aunque hemos tenido en cuenta las dificultades que se les presentan a los alumnos al resolver ciertos problemas que en principio parecen fáciles, como los exámenes son preparados por profesores, nuestro punto de vista puede estar más próximo al de los que confeccionan el examen.

5.5. MATEMÁTICAS CIENCIAS[1]

5.5.1. CONVOCATORIA ORDINARIA

a) Análisis de los datos del periodo en su conjunto

En primer lugar trasladamos los datos resumen que figuran en el anexo 1 a la siguiente tabla:

Tabla 5.8 Datos de Selectividad. Matemáticas Ciencias. Convocatoria Ordinaria. UPV - EHU

Año	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Nº Total alumnos	7992	**8187**	7875	7759	7571	6543	5950	5664	5127	5351	5126	4736	4726	4487	4365
Suspensos **%**	2456 30,73	1903 23,24	2053 26,07	3102 39,98	3092 40,84	2171 33,18	3424 **57,55**	2912 51,41	1691 32,98	2034 38,01	1249 24,37	1308 27,62	2180 46,13	1247 27,79	1564 35,83
Media= $\bar{x}$	5,93	6,35	6,25	5,25	5,28	5,84	4,41	4,68	5,87	5,43	**6,38**	6,17	5,08	6,26	5,60
M. Tipi=t	0,11	0,28	0,24	-0,17	-0,16	0,07	**-0,51**	-0,40	0,08	-0,10	**0,29**	0,20	-0,24	0,24	-0,03
DT	2,37	2,48	**2,65**	2,52	2,55	2,61	2,40	2,21	2,42	2,26	2,34	2,27	2,32	2,42	2,29
Clasificación Año	B	MB	B	M	M	R	MM	MM	R	R	MB	B	M	B	R

Datos de la convocatoria ordinaria Matemáticas Ciencias – UPV - EHU

En cada fila de la tabla anterior señalamos con letra negrita el valor máximo y con subrayado el valor mínimo (estos dos valores permiten ver coincidencias en ciertos años que ayudarán en su clasificación).

Tres datos globales referentes a todo el periodo son los siguientes (anexo 1):

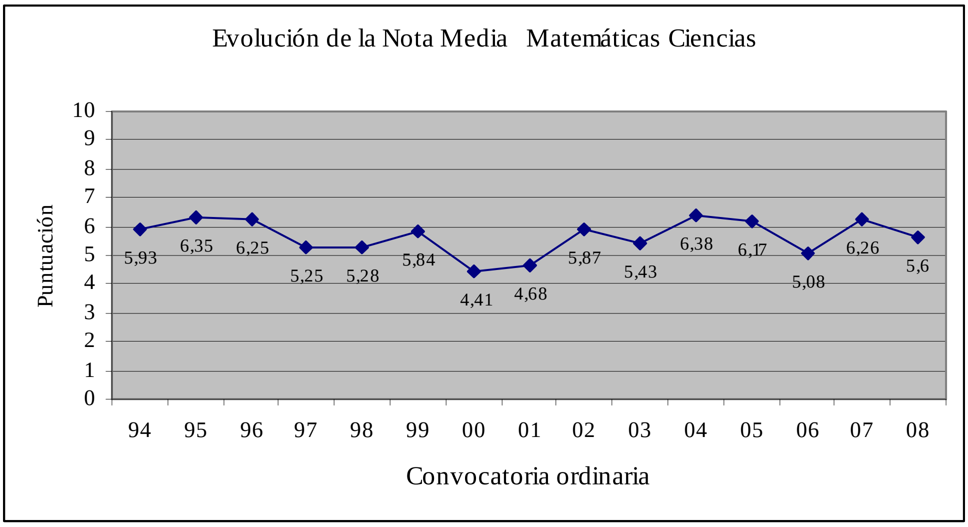
Media del periodo: 5,67 (aprobado alto)

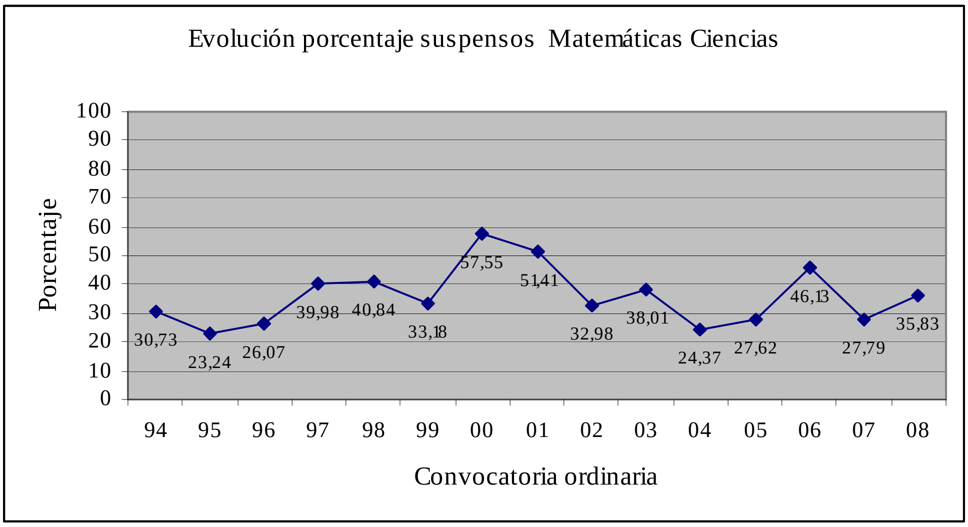
Desviación típica del periodo: 2,46

Porcentaje suspensos del periodo: 35,4% (Total alumnos: 91.459, Total suspensos: 32.386, media de suspensos: 35,4 %)

Pasamos a presentar en tres gráficas la evolución del tanto por ciento de suspensos, de la nota media y la relación conjunta de la media-tanto por ciento de suspensos.

[1] La asignatura que hemos denominado matemáticas de ciencias se presenta en el periodo analizado bajo dos nombres distintos: son Matemáticas I (hasta el año 1997) y Matemáticas II (desde el año 1995). Ha habido tres años en los que han coexistido las dos denominaciones.





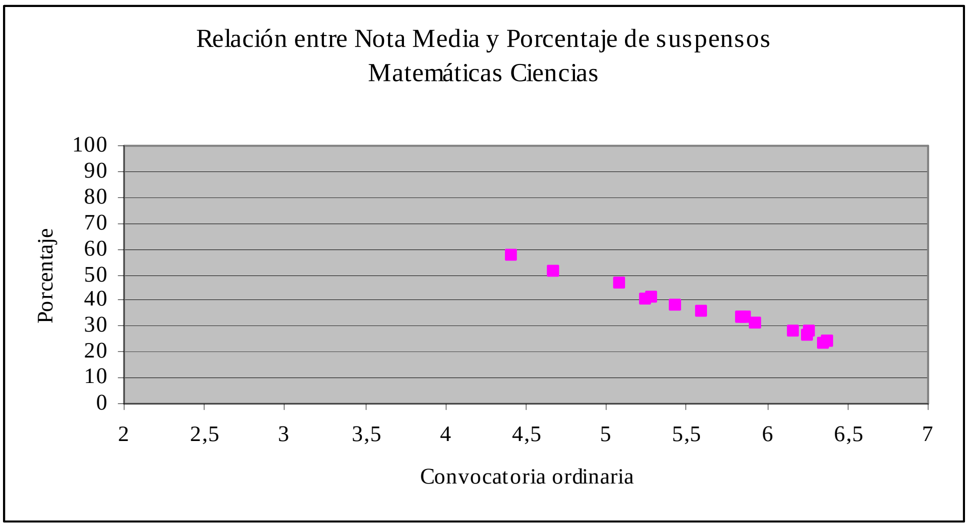


Fig. 5.2, 3 y 4 Matemáticas Ciencias. Evolución del porcentaje de suspensos y de la media. Relación entre ellos.

La correlación entre estas dos variables es de -0,97, lo cual indica, como es lógico, que cuando la media es baja el número de suspensos es alto y a la inversa, y esto se produce de una forma casi lineal. Por lo que para catalogar un año como bueno o malo basta considerar una sola de estas dos variables (y algunas otras).

b) Análisis de los datos por cursos:

Visto lo anterior, las variables que se van a considerar son: media, tanto por ciento de suspensos, notas altas (>8), nº de ceros y nº de dieces. Aunque como se ha visto algunas de ellas están fuertemente correlacionadas, en conjunto permiten describir los resultados de una manera satisfactoria.

Tabla 5.9 Matemáticas Ciencias. Convocatoria ordinaria.

Análisis de datos por cursos

<table>
<tr><th>Año</th><th>Nº Total Alumnos</th><th>Nº Suspensos (%)</th><th>Notas >8 %</th><th>Dieces %</th><th>Ceros %</th><th>Media</th><th>Media Tipificada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">94</td><td>7992</td><td>2456 (30,73%)</td><td>25,05</td><td>4,80</td><td>1,20</td><td>5,93</td><td>0,11</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO, la media no es de las más altas (5,93), pero el porcentaje de suspensos está por debajo de la media.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">95</td><td>8187</td><td>1903 (23,24%)</td><td>33,14</td><td>6,62</td><td>3,51</td><td>6,35</td><td>0,28</td></tr>
<tr><td colspan="7">MUY BUENO, la media (6,35) es de las mas altas, hay pocos suspensos (23,24%), (el año que menos). El porcentaje de notas altas es el más alto (33%). Hay muchos dieces (542, el 6,62%, el segundo año que más) y bastantes ceros</td></tr>
<tr><td rowspan="2">96</td><td>7875</td><td>2053 (26,07%)</td><td>33,07</td><td>6,90</td><td>4,63</td><td>6,25</td><td>0,24</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO, media alta, pocos suspensos, mucha nota alta y mucho diez; por el contrario, mucho cero, debido a una alta DT</td></tr>
<tr><td rowspan="2">97</td><td>7759</td><td>3102 (39,98%)</td><td>17,09</td><td>1,39</td><td>4,88</td><td>5,25</td><td>-0,17</td></tr>
<tr><td colspan="7">MALO, media baja, alto porcentaje de suspensos, muchos ceros, pocos dieces, y un número normal de notas altas (>8), ni muy alto ni muy bajo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">98</td><td>7571</td><td>3092 (40,84%)</td><td>18,68</td><td>2,35</td><td>4,29</td><td>5,28</td><td>-0,16</td></tr>
<tr><td colspan="7">MALO. Media baja (5,28), muchos suspensos, muchos ceros, un número normal de notas altas</td></tr>
<tr><td rowspan="2">99</td><td>6543</td><td>2171 (33,18%)</td><td>27,06</td><td>5,01</td><td>1,76</td><td>5,84</td><td>0,07</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR. Media por encima de la global ligeramente, el porcentaje de suspensos ligeramente inferior al global, muchos dieces y notas altas, No muchos ceros</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Año</th><th>Nº Total Alumnos</th><th>Nº Suspensos (%)</th><th>Notas >8 %</th><th>Dieces %</th><th>Ceros %</th><th>Media</th><th>Media Tipificada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">00</td><td>5950</td><td>3424
(57,55%)</td><td>9,85</td><td>0,92</td><td>1,26</td><td>4,41</td><td>-0,51</td></tr>
<tr><td colspan="7">MUY MALO[2]. Media muy baja (la menor 4,41), el año que mayor porcentaje de suspensos hay (57%), muy pocos dieces y pocas notas altas, no demasiados ceros</td></tr>
<tr><td rowspan="2">01</td><td>5664</td><td>2912
(51,41%)</td><td>8,5</td><td>0,74</td><td>0,97</td><td>4,68</td><td>-0,40</td></tr>
<tr><td colspan="7">MUY MALO[3]. Baja nota media (la segunda peor 4,68). Alto porcentaje de suspensos 51%, el segundo que más. El año que menos notas altas hay (8,55%). La DT es pequeña y hay concentración de notas, no hay ni mucho cero ni mucho diez.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">02</td><td>5127</td><td>1691
(32,98%)</td><td>24,2</td><td>3,53</td><td>1,09</td><td>5,87</td><td>0,08</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR. Media ligeramente superior a la global y porcentaje de suspensos inferior al global. Bastantes dieces y pocos ceros y porcentaje alto de notas >8.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">03</td><td>5351</td><td>2034
(38,01%)</td><td>16</td><td>2,21</td><td>0,86</td><td>5,43</td><td>-0,10</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR. La media (5,43) es inferior a la global y el porcentaje de suspensos superior (38,01%), pero ambos ligeramente. Hay pocos ceros y no demasiados dieces y las notas altas son el 16% que es normal. La DT es baja y eso explica una concentración de notas mediocres entorno a la media</td></tr>
<tr><td rowspan="2">04</td><td>5126</td><td>1249
(24,37%)</td><td>27,5</td><td>3,88</td><td>1,11</td><td>6,38</td><td>0,29</td></tr>
<tr><td colspan="7">MUY BUENO. La media de este año es 6,38, la más alta de todos los años. El porcentaje de suspensos es del 24%, el segundo más bajo y 11 puntos por debajo de la media. El porcentaje de notas altas es 27,51%, también de los más altos. No es muy alto el número de dieces y es bastante bajo el número de ceros. Las notas están concentradas en la franja 4-8,7</td></tr>
</table>

[2] Un año es MM en relación a los demás, no de forma absoluta; se comparan sus variables con las del periodo y de ahí se establece su clasificación. Por ejemplo este año ha tenido una nota media de 4,41, que no es tan mala por que con más de 4 se hace la media con las demás asignaturas y se puede aprobar; pero el año es MM dentro de la serie estadística considerada

[3] Vale lo dicho en la nota anterior

<table>
<tr><th>Año</th><th>Nº Total Alumnos</th><th>Nº Suspensos (%)</th><th>Notas >8 %</th><th>Dieces %</th><th>Ceros %</th><th>Media</th><th>Media Tipificada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">05</td><td>4736</td><td>1308
(27,62%)</td><td>27</td><td>2,83</td><td>0,72</td><td>6,17</td><td>0,20</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO. La media es 6,17, la tercera más alta, el porcentaje de suspensos, 27,62%, está 8 puntos por debajo de la media. El porcentaje de notas altas es del 27% (alto) y aunque no hay muchos dieces, hay muy pocos ceros. La DT es baja y las notas se concentran en el intervalo 3,9-8,44.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">06</td><td>4726</td><td>2180
(46,13%)</td><td>14,5</td><td>1,76</td><td>1,04</td><td>5,08</td><td>-0,24</td></tr>
<tr><td colspan="7">MALO. La media es aprobado justo (5,08), por debajo de la media global. El porcentaje de suspensos es del 46%, 11 puntos por encima del promedio del periodo. Hay pocos dieces y pocos ceros.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">07</td><td>4487</td><td>1247
(27,79%)</td><td>20</td><td>4,77</td><td>0,71</td><td>6,26</td><td>0,24</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO. La media es 6,26 alta, el porcentaje de suspensos es 28%, que es bajo, Hay un 30% de notas altas (>8), bastantes dieces (4,77%) y muy pocos ceros (el año que menos)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">08</td><td>4365</td><td>1564
(35,83%)</td><td>18,8</td><td>2,25</td><td>0,80</td><td>5,60</td><td>-0,03</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR. La media (5,60) está ligeramente por debajo de la media global. El porcentaje de suspensos es del 35,83% similar al global, el porcentaje de notas altas (>8) es del 18%, que no es ni alto ni bajo y no hay muchos dieces ni ceros.</td></tr>
</table>

En cuanto a la serie temporal cabe hacer las siguientes observaciones[4]:

Año	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Clasificación Año	B	MB	B	M	M	R	MM	MM	R	R	MB	B	M	B	R

1ª La serie se inicia con una racha de años buenos, pero la tendencia cambia, iniciándose en el año 97 una racha de 5 años malos M, M, R, MM, MM.

4 En el estudio de Muñoz-Repiso, M y otros (1997) "El sistema de acceso a la universidad en España" Madrid. CIDE. Se menciona en la p. 206 "que hay diferencias importantes en los porcentajes de aprobados en junio de 1995 de una universidad a otra. En Almeria, Málaga, Baleares y País Vasco el porcentaje de alumnos que han superado esta prueba (matemáticas I) ronda el 80%, en Alicante y Oviedo no llega al 30%"

2ª En el año 2002 la tendencia comienza otra vez a cambiar, iniciándose una racha de clara mejoría R, R, MB, B, M, B

La primera racha de años malos comienza en el 97, que es cuando se iniciaron las pruebas de selectividad del bachillerato LOGSE; luego seguramente está ligada a la desorientación existente en estos años iniciales del nuevo sistema, tanto en lo referente a un nuevo modelo de examen de selectividad, como a un programa de matemáticas con algunos contenidos diferentes; pasados cinco cursos la tendencia se normaliza.

c) Análisis del contenido de las pruebas y tipología de ejercicios que presentan. Matemáticas de ciencias. Convocatoria ordinaria

Los exámenes de selectividad de matemáticas de ciencias se componen de las siguientes cinco partes: Álgebra, Geometría, Análisis, Integrales, Resolución de Problemas. En cada una de las partes se le proponen al alumno una cuestión y un problema entre los que deben elegir. Por tanto realizan un total de 5 ejercicios, que a 2 puntos por ejercicio totalizan el máximo de puntuación que es 10.

Hay que tener en cuenta que las pruebas de acceso que estamos analizando abarcan dos sistemas diferentes, el de la LGE y el de la LOGSE, y que por lo tanto han cambiado en su configuración y en el programa oficial objeto de examen.

En concreto para las matemáticas de ciencias ha habido dos cambios:

En el año 1994 se denominaban Matemáticas I y la estructura del examen constaba de 5 cuestiones, todas ellas incluidas al principio del examen, y 5 problemas que venían a continuación. El alumno elegía 2 de las cinco cuestiones y 3 de los cinco problemas. Cada ejercicio valía 2 puntos. En cuanto al programa de matemáticas I, hay que resaltar que incluía la probabilidad y por lo tanto la distribución del examen de selectividad tenía cinco partes: álgebra, geometría, análisis, integrales y probabilidad. Se incluían una cuestión y un problema de cada parte. Como se ve era un tipo de examen más abierto donde el alumno podía preparar ciertas partes del programa y otras no.

En el trabajo de Muñoz-Repiso, M. y otros (1997) “El sistema de acceso a la universidad en España”, se analizan las pruebas puestas en las universidades españolas en el año 1995, estudiando en las pp. 205 y siguientes, los contenidos de la prueba de matemáticas I. Los contenidos eran:

1. Sistemas de ecuaciones lineales
2. Matrices

3. Determinantes
4. Geometría analítica del espacio
5. Espacios vectoriales
6. Continuidad, derivabilidad, Bolzano, Rolle. Valor Medio
7. Aplicaciones de la derivada. Optimización.
8. Límites. L`Hopital
9. Representación gráfica de funciones
10. Integrales. Áreas y volúmenes
11. Probabilidad

Se menciona que en la UPV - EHU los contenidos de la prueba de matemáticas I (junio 1995) abarcan, de los anteriores, los epígrafes: 1, 4, 7, 10 y 11. Se dice *"que la mayoría de las universidades ofrecen preguntas que abordan la mitad de los bloques de contenido. Sólo destacan las pruebas de Castellón, Galicia y Málaga por la baja representatividad de los contenidos seleccionados"*. Es decir la UPV - EHU programa un examen parecido al de las demás universidades.

Entre los años 1995 y 1997 (ambos incluidos) coexisten dos modelos de exámenes y dos denominaciones para la asignatura: Matemáticas I, para los alumnos que provenían del antiguo sistema de COU y Matemáticas II, para los alumnos del sistema LOGSE; las pruebas de Matemáticas I mantienen la estructura ya comentada. Las de Matemáticas II contienen la nueva estructura por bloques ya comentada en el primer párrafo de este apartado. Además, tanto en el programa oficial como en la selectividad, la parte de probabilidad desaparece y es sustituida por resolución de problemas.

A partir del año 1998 el único sistema es el de la LOGSE, ya generalizado y en el año 1999 se implanta por vez primera la convocatoria extraordinaria de julio (CAV), manteniendo este año la de setiembre para la enseñanza privada, que se incorporó a este sistema un año más tarde. Por lo tanto es a partir del año 2000 cuándo la convocatoria extraordinaria corresponde a julio.

Es en esta prueba correspondiente al sistema LOGSE, cuando el programa de Matemáticas de Ciencias (Matemáticas II) ha cambiado la probabilidad, siendo sustituida en el País Vasco por la resolución de problemas.

Vamos a establecer para cada una de las partes de la prueba[5] una ejemplificación de la tipología de ejercicios realizada, que se recoge más extensamente, en el ya mencionado anexo 5

ÁLGEBRA

De los dos ejercicios de álgebra, uno de ellos es,

- *Sistema de ecuaciones*

Cuando el sistema de ecuaciones es 3x3, con un parámetro en uno de los lados del sistema, que da lugar a una sola solución, el sistema se califica como F.

Si el número de ecuaciones e incógnitas difiere, el parámetro se presenta en los dos lados del sistema y estas dos circunstancias dan lugar a que la resolución se complique, se cataloga como D (si no se complica, F).

Cuando para el parámetro, o parámetros, se presentan dos posibles soluciones se cataloga como D (ej.: problema A, junio 96, problema A, junio 98, problema A julio 2004).

El otro ejercicio presenta una mayor variedad, que vamos a intentar clasificar.

- *Sistema matricial*

Ejercicios en los que hay un sistema matricial, simple, en el que se pide el cálculo de dos o más matrices (ej.: junio 95, problema A), se califican como F.

- *Propiedades de las matrices*

Ejercicios en los que se pide calcular una matriz, en general de orden 2x2, que conmuta con una dada; normalmente dan lugar a una resolución sencilla y se clasifican como F (ej.: cuestión A, set 95, cuestión A, set 99).

- *Cálculo de rangos*

Ejercicios en los que se pide calcular el rango de alguna matriz que tiene uno o más parámetros, pero en la que es visible una combinación lineal entre filas o columnas; se catalogan como F (ej.: junio 96).

- *Potencias enésimas*

Cuando en el ejercicio se pide el cálculo de la potencia enésima de una matriz 2x2 ó 3x3, que tiene una regla de formación sencilla, se califica como F (ej.: problema A, set 98).

[5] Hemos analizado los exámenes tipo LOGSE, que se han realizado a partir de 1995 (incluido), para así mantener una coherencia respecto al tipo de ejercicios y de exámen.

GEOMETRÍA

En Geometría resulta difícil estandarizar los ejercicios. Salvo algún tipo de ellos que se presentan más de una vez, la mayoría tienen pequeñas diferencias entre sí. Es por ello que aportaremos numerosos ejemplos en el anexo 5.

- *Posiciones relativas*

Hay varias cuestiones y ejercicios de posiciones relativas, tanto de rectas, como de rectas y planos. El problema de set de 95 consiste en estudiar mediante el sistema la posición relativa de tres planos (F) y en junio de 96, la cuestión aborda la posición relativa de recta y plano (F).

- *Perpendicularidad*

Hay otros ejercicios en los que entran temas de perpendicularidad, vectores característicos y concepto de producto escalar. En set del 96, en la cuestión, se da un plano en forma general y otro en paramétricas y se dan el vector característico del primer plano y uno de los vectores contenidos en el segundo plano; se pide si los dos vectores son perpendiculares y si los planos se cortan o son paralelos. *Con saber lo que es el vector característico y el producto escalar se resuelve, F.*

En junio de 97 El problema nos pide calcular la ecuación de una recta perpendicular a un plano que no conocemos. Nos da el punto de corte de recta y plano, otro punto del plano y un vector contenido en el plano; *hay que hacer cálculos intermedios y recordar más de un concepto y fórmula y lo hemos clasificado como D.*

- *Puntos simétricos*

Problemas de cálculo de puntos simétricos, que siempre ha habido en selectividad. Unos con respecto a un plano, otros con respecto a una recta. Los hay que los hemos clasificado como F y otros clasificados como D, p. ej.: en junio de 2001 el problema es un clásico que pide el punto simétrico de uno dado con respecto a un plano; pero *tiene una dificultad añadida y es que el punto tiene una coordenada desconocida; es esto lo que lo hace D.*

- *Otros tipos*

En set de 97 el problema nos da dos rectas y el plano z=0 y pide determinar el punto de corte de este plano con una de las rectas y luego el plano que contiene a este punto y a la otra recta; *el punto se calcula fácilmente y la ecuación del plano que contiene a este punto y a la otra recta es sencilla y se puede hacer por más de un método, F.*

En junio de 98 en la cuestión se pide determinar si cinco puntos dados están en el mismo plano, F.

ANÁLISIS

En este apartado se incluyen ejercicios que tienen que ver con la derivación y sus propiedades.

Vamos a intentar clasificarlos por tipos, indicando un ejemplo de cada tipo:

- *Problemas de rectas tangentes a una curva*

Junio 95 problema C, *directo se pide ecuación de la tangente*, F.

- *Cálculo de límites (L`Hôpital)*

Setiembre 95 problema C, *fácil de identificar con derivadas sencillas*, F.

- *Condiciones de derivabilidad*

Junio 97 problema 3, función definida en dos trozos con un parámetro; cálculo del parámetro para que sea derivable; *directo, de fácil cálculo*, F.

- *Semiteóricos, con definiciones o teoremas y propiedades*

Junio 95 cuestión C, teórica, ¿qué quiere decir que una función sea derivable en un punto? Y relación entre continuidad y derivabilidad, F. *Es la única cuestión únicamente teórica del periodo.*

- *Asociar una función a su gráfica*

Junio 98 cuestión C, *hay que saber leer y entender el ejercicio y leer y entender las gráficas*, D.

- *Dibujo de funciones (ó no) mediante ciertos cálculos (dominio, asíntotas, crecimiento,…)*

C. extraordinaria 99 problema C, calcular las asíntotas oblicuas de una función racional que *da lugar a cálculos largos en los que se pueden cometer equivocaciones*, D.

- *Problemas clásicos de cálculo de máximos y mínimos*

Julio 2000 problema C, cálculo de las dimensiones de una ventana cuya parte superior se cierra en un semicírculo cuyo dibujo se les da; *relaciona diferentes conceptos y fórmulas, además de dos variables puestas en el dibujo (H y R) no usuales o asociables a x e y, lo que dificulta su identificación como problema y su derivación y manejo*, D.

- *Derivabilidad de funciones compuestas ó de ciertas funciones construidas a partir de otras*

Julio de 2001 cuestión C, de una función se dan su valor en x=0 y el de su derivada en ese punto y se construyen dos funciones a partir de la dada que contienen la exponencial de base e; se pide estudiar la derivabilidad de estas dos nuevas funciones; *hay que utilizar la derivada de la función compuesta y relacionar varios conceptos*, D.

- *Determinación de la expresión analítica de una función, conociendo algunas de sus propiedades*

Junio 2005 cuestión C, un polinomio de grado tres tiene el término independiente desconocido; se pide el cálculo de sus extremos y el cálculo del término independiente para que el mínimo lo alcance en 0; *los cálculos y conceptos implicados son sencillos*, F.

Junio 2008 problema C, determinar un polinomio de grado tres, para que tenga un máximo y un mínimo en dos puntos dados, F.

- *De pensar*

Setiembre de 95 cuestión C, una función derivable en todos sus puntos tiene dos mínimos relativos en x=0 y x=1, ¿se puede dar el caso de que esos sean los únicos extremos de la función?. *Nos parece que para el alumno, en principio puede representar un cierto bloqueo porque no sabe como abordarlo, debe efectuar un dibujo y luego analizar varias posibilidades, además la pregunta no es sobre los mínimos, sino sobre los extremos; por todo ello, D.*

INTEGRALES

- *Cálculo de Primitivas*

Junio de 05 problema D, se pide la integral de $\frac{2}{x^3 - x}$, que es *laboriosa pero sencilla*, F.

- *Semiteóricas o propiedades*

Setiembre de 95 cuestión D, describir el método de integración por partes (*no se pide demostrar*), F.

- *Cálculo de Áreas*

Setiembre de 95 problema D, $y = x^3$ $\quad y = \frac{32}{x^2}$ eje OX, *las curvas se deben esbozar para comprender el ejercicio y la integral descomponerla en dos*, D.

- *Determinación de los coeficientes de una función*

Junio 96 cuestión D, nos dan un polinomio de grado dos con dos coeficientes a determinar con la condición de que su integral entre cero y uno valga tres y su valor en un punto dado; F.

- *Sumas superiores e Inferiores, Particiones*

Junio de 97 cuestión 4, *una partición sencilla de un polinomio de 2º grado*, F.

- *Otros*

Junio de 99 problema D, se da una función definida en tres trozos de los cuales dos son lineales y el otro es una parábola; *se pide dibujarla y calcular tres integrales definidas cuyos límites de integración no coinciden con los de cada trozo de la función, por ello cada una de las integrales a calcular hay que descomponerla en sumas; nos parece que son dos dificultades que despistarán a muchos alumnos*, D.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Es esta parte donde resulta más difícil agrupar los ejercicios por tipos, aunque algunos de ellos son similares y los agruparemos.

- *Problemas que se resuelven por el método de inducción*

El método de inducción contiene en el paso de n-1 a n una generalización y, a veces, representa unos cálculos con letras, difíciles de realizar.

Junio de 95 problema E demostrar la suma de los cuadrados de los n primeros números naturales, D.

- *Problemas relacionados directamente con alguna de las partes del programa*

Son problemas que se resuelven aplicando directamente alguna de las técnicas estudiadas en el curso.

Setiembre de 95 problema E, concepto de función continua en un punto y aplicarlo a un ejemplo que contiene un valor absoluto, F.

- *Problemas de Combinatoria*

Junio de 2001 problema E, clásico de combinatoria que aparece en todos los textos, en una reunión se saludan todas las personas entre ellas salvo una que sólo saludo a cuatro; el número total de saludos fue de 109, ¿cuántas personas había?. *Permite más de un modo de resolución, pero la forma directa a través de una ecuación combinatoria no es fácil de recordar por la lejanía con lo estudiado por los alumnos en el bachillerato, D.*

- *Problemas de regularidades o que tienen pautas de formación*

La detección de las regularidades supone la realización de sucesivos intentos y un ápice de inspiración, que hace que si el problema es nuevo para el alumno, resulte difícil de abordar en las condiciones de estrés y tiempo limitado en el que se le presentan.

Setiembre de 95 cuestión E, encontrar la última cifra de una expresión numérica ($2^{257}+5$), D.

- <u>*Cuestiones de teoría*</u>

Junio de 95 cuestión E, concepto de recta tangente a una curva, F.

- <u>*Problemas de letra*</u>

Junio de 97 problema 5, es un clásico de la literatura, dos amigos tienen el uno 5 panes y el otro 3, se encuentran con un tercero que tiene ocho monedas y que se las entrega a cambio de repartir con él los panes, ¿cómo se debe hacer el reparto de las monedas?. *La solución lleva implícita un razonamiento lógico que no es trivial, D.*

- <u>*Problemas relacionados con la Física*</u>

Junio de 96 problema E, *se pide el cálculo de una velocidad media en dos trayectos con diferentes velocidades,* D.

- <u>*Problemas de Geometría*</u>

Setiembre de 96 problema E, se pide el cálculo de la suma de los ángulos interiores de un polígono de ocho lados, que es *un problema muy sencillo de resolver con la ayuda que se les da (descomponer el polígono en triángulos*), F.

- <u>*Problemas de Propiedades de los Números (múltiplos, divisores, etc.)*</u>

Junio de 97 cuestión 5, se pide comprobar que n^2-1 es múltiplo de 8 cuando n es mayor que 3; *exige una demostración de tipo general, a la que hay que llegar por tanteos sucesivos y el punto de inspiración final puede que no llegue; si no se ha trabajado este tipo de ejercicio en clase es difícil de resolver y además no está en la zona de desarrollo próximo de los alumnos en relación con la materia estudiada, D.*

- <u>*Juegos o Problemas de Lógica*</u>

C. extraordinaria de 98 cuestión E, un comerciante quiere saber las opiniones de los clientes sobre dos tipos de refrescos y encarga una encuesta cuyos resultados se dan en tantos por ciento, vistos los resultados el comerciante decide no pagar la encuesta, ¿Por qué?; *la pregunta despista y los datos también, no se ve claro un método de resolución, D* .

- *Otros*

Junio de 03 cuestión E, tienen que demostrar una desigualdad que es: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, siendo $a \cdot b > 0$; *aunque contiene letras, sencillas manipulaciones llevan la desigualdad a una conocida fórmula, F.*

En el anexo 5 se han analizado todos los ejercicios de cada examen de matemáticas de ciencias propuestos en las convocatorias ordinaria y extraordinaria, se han agrupado, dentro de cada parte, en cuanto a tipos semejantes de ejercicios, señalando los que aparecen repetidamente en más de una convocatoria y el año en que comienza la introducción de un nuevo tipo de ejercicio, se han explicitado los criterios para su calificación como “F” ó “D” y además se aporta un practicum donde exhaustivamente se analizan ejercicio por ejercicio todos los propuestos, calificándolos conforme a nuestra tipología.

Con arreglo a esos criterios se ha confeccionado la siguiente tabla:

Tabla 5.10 Matemáticas Ciencias – Convocatoria Ordinaria

Tipología de ejercicios (2 opciones de ejercicio en cada parte)

	95	**96**	**97**	**98**	**99**	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**Total**
ALG	F F	F D	F F	D D	F F	D F	D D	F F	F F	F F	F F	F F	F F	F F	6D 22F
GEO	F F	F F	F D	F D	F F	D D	F D	D F	F F	F F	F F	D F	F F	D F	8D 20F
ANA	F F	F F	F F	D D	D F	F D	D D	D F	D D	F F	F F	D D	D F	D F	13D 15F
INT	F F	F F	F D	F F	F D	D D	F D	F D	D F	F D	F F	F D	D F	F D	11D 17F
PRO	F D	F D	D D	D F	D D	D F	D D	F D	F F	F F	F F	F D	D F	D F	14D 14F
Total	1D 9F	2D 8F	4D 6F	6D 4F	4D 6F	7D 3F	8D 2F	4D 6F	3D 7F	1D 9F	0D 10F	5D 5F	3D 7F	4D 6F	52D 88F
Clas.	MB	B	M	M	R	MM	MM	R	R	MB	B	M	B	R	

Se aprecia en esta convocatoria de junio, que son más los ejercicios fáciles que los difíciles, siendo en Álgebra y Geometría donde más predominan los ejercicios fáciles.

En el total (52D/88F), también predominan los fáciles, con una ratio de por cada ejercicio difícil, 1,70 ejercicios fáciles.

En la siguiente tabla nos fijamos en la distribución estadística de los años y la ponemos en comparación con la tipología de los ejercicios que ha resultado para ese año:

Tabla 5.11 Matemáticas Ciencias – Convocatoria Ordinaria
Clasificación estadística del año en relación con la tipología de los ejercicios

	MM	**M**	**R**	**B**	**MB**
Nº AÑOS	2	3	4	3	2
Tipología y Año	8D/2F, 2001	6D/4F, 1998	4D/6F, 2008 4D/6F, 2002 4D/6F, 1999	2D/8F, 1996	1D/9F 1995, 2004
	7D/3F, 2000	5D/5F, 2006 4D/6F, 1997	3D/7F, 2003	3D/7F, 2007 0D/10F,2005	

Aquí la balanza se inclina hacia el lado derecho (teniendo en cuenta que en todos los años catalogados como R, la media de la convocatoria ha sido superior a 5, por tanto aprobado) y por lo tanto los resultados son en general buenos, siendo pocos los años muy malos.

Los años MM están asociados a un número alto de ejercicios difíciles (>=7D), al igual que los años M (>=4D), es decir llevan asociados más ejercicios D que F; los años R llevan asociados más ejercicios F que D y los años B ó MB llevan asociados un número muy bajo de ejercicios D (<=3D).

Vamos a presentar en la siguiente tabla la proporción de ejercicios difíciles/fáciles en relación con su clasificación estadística como años buenos, malos o regulares:

Tabla 5.12 Matemáticas Ciencias – Convocatoria Ordinaria

Tipología de los ejercicios y clasificación estadística del año

Tipología de los Ejercicios	**Clasificación estadística del año**		
0D/10F	B, 2005		
1D/9F	MB, 1995	MB, 2004	
2D/8F	B, 1996		
3D/7F	R. 2003	B, 2007	
4D/6F	M, 1997	R, 1999	R, 2002 R, 2008
5D/5F	M, 2006		
6D/4F	M, 1998		
7D/3F	MM, 2000		
8D/2F	MM, 2001		

Se aprecia que cuando el número de ejercicios catalogados como difíciles es bajo (0, 1 ó 2) la clasificación estadística de los resultados nos conduce a un año catalogado como BUENO o MUY BUENO. Cuándo los ejercicios difíciles son tres, no hay una pauta, puesto que se han obtenido dos clasificaciones distintas. Cuando el número de ejercicios difíciles es 4 la clasificación estadística del año suele ser de REGULAR, y a partir de 5 o más ejercicios difíciles el año es clasificado como M ó MM.

5.5.2. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

El análisis de la convocatorias extraordinaria, va a ser un resumen de los datos del anexo 2, con el objeto de poder establecer comparaciones y extraer conclusiones.

Tabla 5.13 Datos de Selectividad. Matemáticas Ciencias. Convocatoria extraordinaria. UPV - EHU

Año	94	95	96	97	98	99	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Total	1560	1361	1310	1211	1438	1504	**1561**	1294	1117	1148	1156	1045	900	900	810
Suspensos	881	530	737	825	757	1065	1231	996	696	765	872	806	608	700	425
%	56,47	38,94	56,26	68,13	52,64	70,81	**78,86**	76,97	62,31	66,64	75,43	77,13	67,56	77,78	52,47
Media= $\overline{x}$	4,37	**5,25**	4,38	3,75	4,52	3,63	3,09	3,16	3,86	3,83	3,30	3,24	3,74	3,26	4,49
M. Tipi=t	0,22	**0,62**	0,23	-0,05	0,29	-0,11	-0,35	-0,32	0,00	-0,02	-0,26	-0,28	-0,06	-0,27	0,28
DT	2,19	2,23	2,19	2,20	2,24	2,12	1,95	1,94	**2,35**	2,22	2,13	1,95	2,19	1,96	2,28
Clasificación año	B	MB	B	R	MB	M	MM	MM	R	R	M	M	R	M	B

Datos de la convocatoria extraordinaria Matemáticas Ciencias – UPV - EHU

En cada fila de la tabla anterior señalamos con letra negrita el valor máximo y con subrayado el valor mínimo (estos dos valores permiten ver coincidencias en ciertos años que ayudarán en su clasificación)

Tres datos globales referentes a todo el periodo son los siguientes:

Media del periodo: 3,87 (suspenso)

Desviación típica del periodo: 2,23

Porcentaje suspensos del periodo: 64,9%

Como la desviación típica es de 2,23 el grueso de las puntuaciones está entre 2-6

Comparando estos datos con los de la convocatoria de junio, se aprecia que:

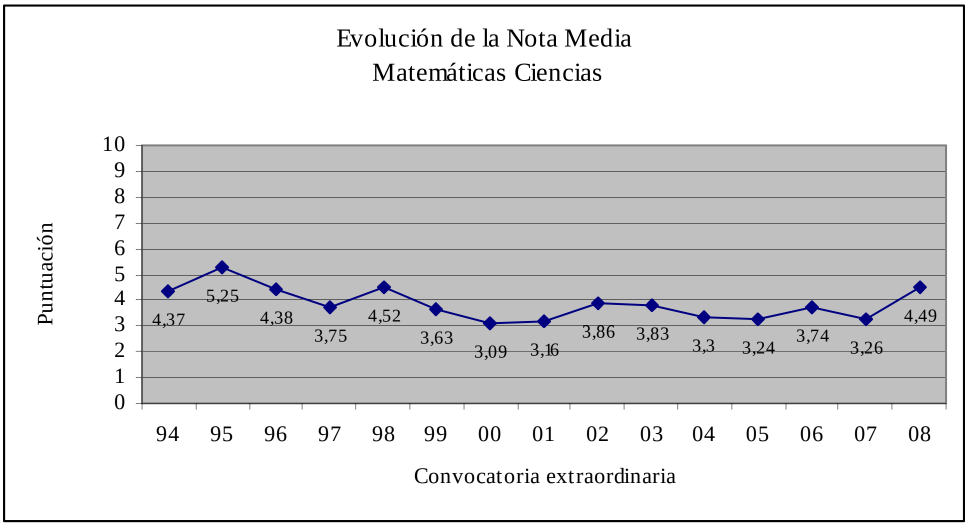
1º La media de Matemáticas de Ciencias en convocatoria ordinaria es superior en 1,8 puntos a la media de la convocatoria extraordinaria.

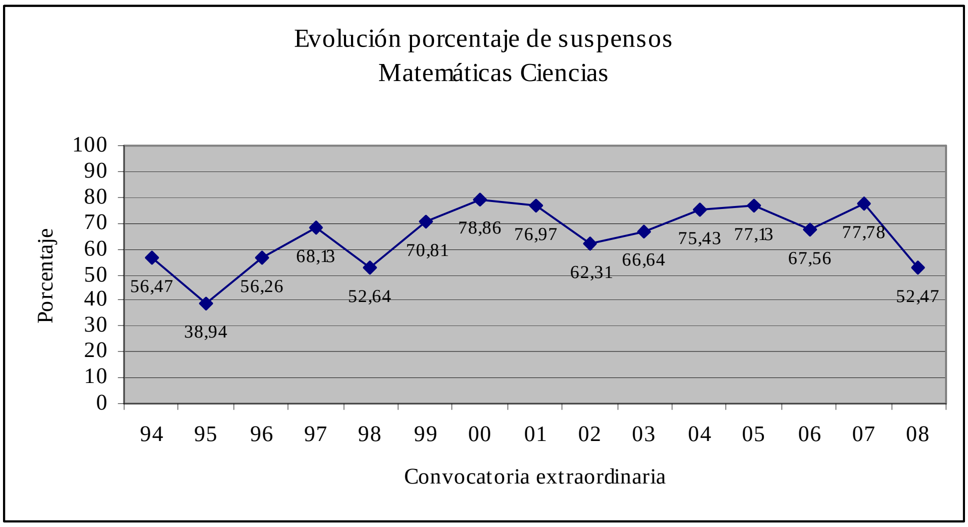
2º El porcentaje de suspensos de Matemáticas de Ciencias en convocatoria extraordinaria superior en 29,5 puntos porcentuales al porcentaje de convocatoria ordinaria.

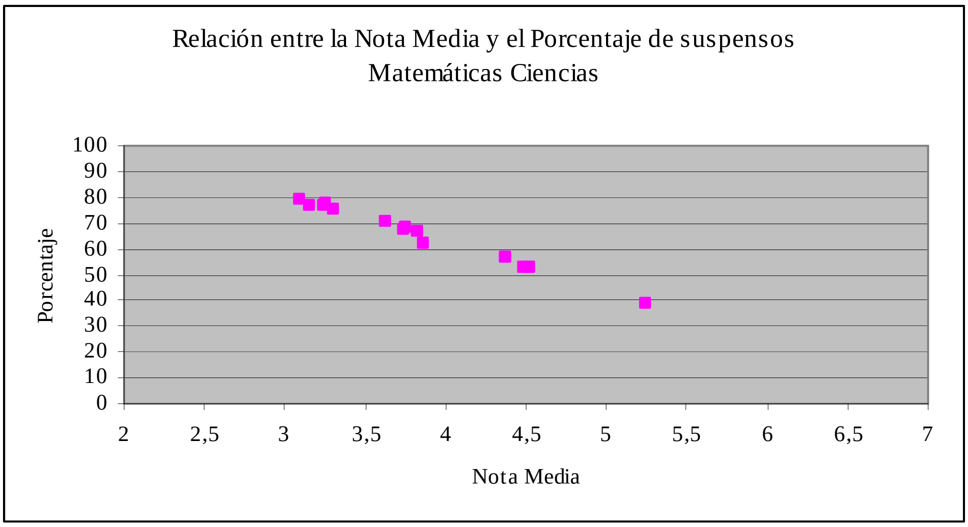
3º Salvo en el año 1995 en el que el porcentaje de suspensos fue del 38,94%, en todos los demás, más de la mitad de los alumnos suspenden.

4º Correlativamente la nota media es inferior a 5 todos los años, salvo el 1995 en que es 5,25; y es inferior a 4 un buen número de años.

Pasamos a presentar en tres gráficas la evolución del tanto por ciento de suspensos, de la nota media y la relación conjunta de la media-tanto por ciento de suspensos







Figuras 5.5, 6 y 7. Evolución del porcentaje de suspensos y de la media. Matemáticas Ciencias. Convocatoria extraordinaria. Relación entre ellos.

La correlación entre estas dos variables es de -0,995, lo cual indica, como es lógico, que cuando la media es baja el número de suspensos es alto y a la inversa, y esto se produce de una forma todavía más acusada que en la convocatoria ordinaria. Por lo que para catalogar un año como bueno o malo basta considerar una sola de estas dos variables (y algunas otras).

5.6. MATEMÁTICAS LETRAS[6]

5.6.1. CONVOCATORIA ORDINARIA

a) Análisis de los datos del periodo en su conjunto (análisis global)

Trasladamos los datos resumen que figuran en el anexo 3 a la siguiente tabla:

Tabla 5.14 Datos de Selectividad. Matemáticas Letras. Convocatoria ordinaria. UPV - EHU

	94	95	96	97	98	99	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Total	4130	4254	4577	4414	4700	**4719**	3904	3117	2698	2453	2260	2265	2276	2202	<u>2162</u>
Suspensos	2436	2034	2776	2079	3131	2075	1633	1449	1020	1316	999	1241	1488	1193	1182
%	58,98	47,81	60,65	47,10	**66,62**	43,97	41,83	46,49	<u>37,81</u>	53,65	44,20	54,79	65,38	54,18	54,67
Media= $\overline{x}$	4,25	4,98	4,23	4,97	<u>3,79</u>	5,02	5,24	4,99	**5,55**	4,56	5,00	4,53	3,86	4,57	4,47
M. Tipi=t	-0,16	0,13	-0,17	0,12	<u>-0,35</u>	0,14	0,23	0,13	**0,35**	-0,04	0,13	-0,05	-0,32	-0,04	-0,08
DesvT	2,32	2,48	2,28	**2,72**	2,37	2,47	2,60	2,47	2,69	2,62	2,47	2,26	<u>2,20</u>	2,55	2,54
Clasificación Año	M	B	M	B	MM	B	B	B	MB	R	B	R	MM	R	R

Datos de la convocatoria ordinaria Matemáticas Letras – UPV - EHU

En cada fila de la tabla anterior señalamos con letra negrita el valor máximo y con subrayado el valor mínimo (estos dos valores permiten ver coincidencias en ciertos años que ayudarán en su clasificación)

Tres datos globales referentes a todo el periodo son los siguientes:

Media del periodo: 4,66 (suspenso)

Desviación típica del periodo: 2,52

Porcentaje suspensos[7] del periodo: 51,9%

Como la desviación típica es de 2,52 el grueso de las puntuaciones está entre 2-7

Establecemos las siguientes dos conclusiones:

1º En siete de los quince años el porcentaje de suspensos ha sido inferior al 50%

2º La nota media es superior a 5 los años 1999, 2000, 2002 y 2004, y solo hay un año, 2006, en el que sea inferior a 4

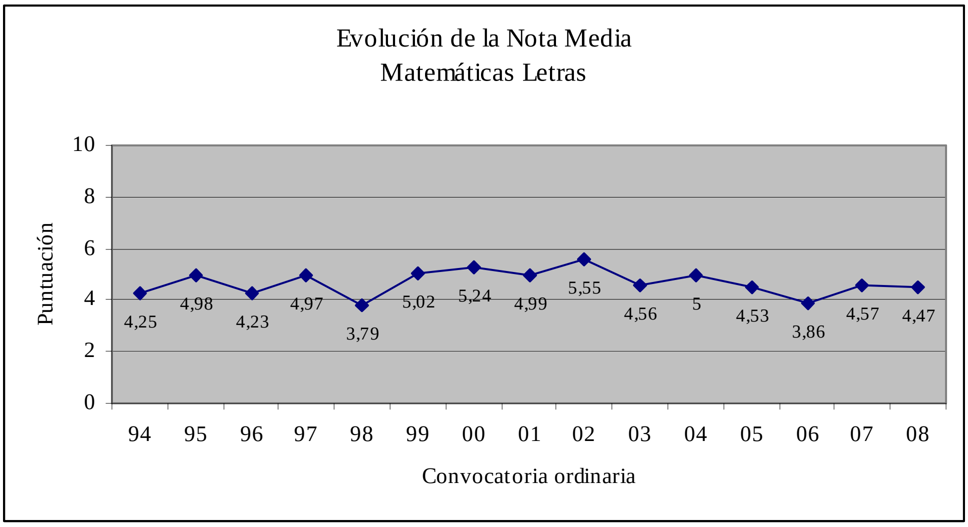
---

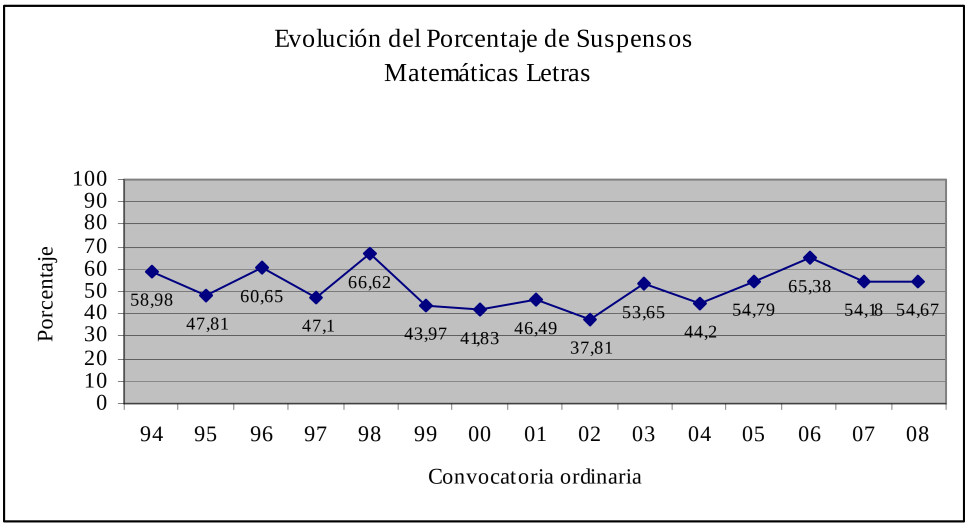
[6] La asignatura que hemos denominado matemáticas de letras se presenta en el periodo analizado bajo dos nombres distintos: Matemáticas II (hasta el año 1997) y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (a partir del año 1995 en que coexiste con el anterior sistema)

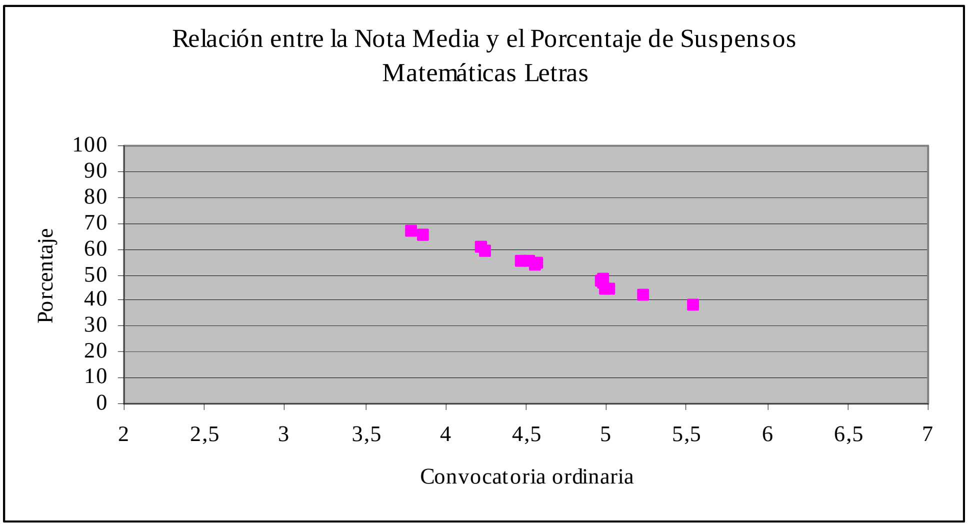
[7] En el estudio realizado por Muñoz-Repiso, M. (1997) "El sistema de acceso a la universidad en España". Madrid. CIDE, en la p. 121, se dice que "en las PAU de 1995 en junio, la menor tasa de éxito la tiene matemáticas II (44,32%) de aprobados y también esta a la cola matemáticas I (56,33%) de aprobados". En la p. 223 se dice "en términos generales, la prueba es la que presenta un menor porcentaje de aprobados en la convocatoria de junio de 1995. La tónica general es un porcentaje de aprobados entre el 40% y el 50%, con un grupo importante de universidades cuyos resultados no alcanzan estas cifras (Baleares y Politécnica de Madrid, dónde sólo un 20% de los alumnos supera la prueba"

Por todo ello si se consideran los datos sólo en valor absoluto seguramente se clasificarían todos los años como R (regular). Pero como nosotros hemos adoptado el criterio de comparar la serie estadística en relación a los datos del periodo y en relación a lo que se ha obtenido en el conjunto de los demás años, es decir comparando entre datos homogéneos, hemos podido realizar una clasificación que discrimina mejor entre los años.

Pasamos a presentar en tres gráficas la evolución del tanto por ciento de suspensos, de la nota media y la relación conjunta de la media-tanto por ciento de suspensos.







Figuras 5.8, 9 y 10. Matemáticas Letras. Convocatoria ordinaria. Evolución del porcentaje de suspensos y de la media. Relación entre ellas

La correlación entre estas dos variables es de -0,9937, lo cual indica, como es lógico, que cuando la media es baja el número de suspensos es alto y a la inversa, siendo una correlación casi perfecta.

b) Análisis de los datos por cursos:

Visto lo anterior, las variables que se van a considerar son: media, nº de suspensos, notas altas (>8), nº de ceros, nº de dieces y media tipificada. Aunque como se ha visto algunas de ellas está fuertemente correlacionada (por ejemplo la correlación entre media y notas altas es aquí de 0,90), en conjunto permiten describir los resultados de una manera satisfactoria.

Tabla 5.15 Análisis de datos por cursos

<table>
<tr><th></th><th>Nº Total Alumnos</th><th>Nº Suspensos (%)</th><th>Notas >8 %</th><th>Dieces %</th><th>Ceros %</th><th>Media</th><th>Media Tipificada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">94</td><td>4130</td><td>2436 (58,98%)</td><td>7,3</td><td>0,46</td><td>2,03</td><td>4,25</td><td>-0,16</td></tr>
<tr><td colspan="7">MALO: La media es 4,25 inferior a la media global del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos es 58,98% superior al porcentaje del periodo (51,9%). El número de notas altas (>8) es mas bien bajo, y el número de dieces es bajo y el de ceros relativamente alto.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">95</td><td>4254</td><td>2034 (47,81%)</td><td>14,6</td><td>3,03</td><td>1,74</td><td>4,98</td><td>0,13</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO: La media 4,98 es casi un aprobado y está por encima de la media global (4,66), siendo el porcentaje de suspensos del 47,81 % un poco inferior al porcentaje global (51,9%). Las notas altas (>8) son muchas (14,6%) y hay muchos dieces 129 que representan el 3,03% del total y pocos ceros.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">96</td><td>4577</td><td>2776 (60,65%)</td><td>7,5</td><td>0,72</td><td>2,08</td><td>4,23</td><td>-0,17</td></tr>
<tr><td colspan="7">MALO: La media 4,23 es inferior a la del promedio (4,66) y el porcentaje de suspensos 60,65% superior al del promedio (51,9%). No hay muchas notas altas, ni muchos dieces ni ceros.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">97</td><td>4414</td><td>2079 (47,10%)</td><td>15,3</td><td>5,28</td><td>3,49</td><td>4,97</td><td>0,12</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO: La media 4,97 es casi aprobado y está por encima de la media global del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 47% es inferior al porcentaje del periodo (51,9%). Hay muchas notas altas (>8) y hay muchos dieces 233, y bastantes ceros 154. La desviación típica 2,72 es la mayor del periodo, lo que explica esta disparidad de notas</td></tr>
</table>

	Nº Total Alumnos	Nº Suspensos (%)	Notas >8 %	Dieces %	Ceros %	Media	Media Tipificada
98	4700	3131 (66,62%)	5,8	0,62	4,11	3,79	-0,35
	MUY MALO: *La media 3,79 está muy por debajo de la media del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 66,62% está 15 puntos por encima del periodo (51,9%). Hay pocas notas altas, pocos dieces y muchos ceros.*						
99	4719	2075 (43,97%)	15	2,46	1,93	5,02	0,14
	BUENO: *La media 5,02 es aprobado y supera a la media del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 44% es inferior al del periodo (51,9%). Hay muchas notas altas (>8) el 20%, y bastantes dieces y ceros y por ello la desviación típica es alta.*						
00	3904	1633 (41,83%)	20,00	2,74	1,51	5,24	0,23
	BUENO: *La media 5,24 es aprobado, es la segunda mejor media del periodo y el porcentaje de suspensos 42% es casi 10 puntos inferior al del periodo (51,9%). Hay muchas notas altas (>8) el 15,1 % y bastantes dieces y no muchos ceros. Bastante variación en las notas que producen una desviación típica alta.*						
01	3117	1449 (46,49%)	15,1	2,41	1,60	4,99	0,13
	BUENO: *La media 4,99 es casi aprobado y está por encima de la media del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 46,49% es inferior al del periodo (51,9%). Hay muchas notas altas (>8) el 15,1% y bastantes dieces y pocos ceros.*						
02	2698	1020 (37,81%)	24,2	4,08	1,70	5,55	0,35
	MUY BUENO: *La media es la mayor del periodo 5,55 y el porcentaje de suspensos 37,81% el menor del periodo. Hay muchas notas altas (>8), el 24,2% y muchos dieces y pocos ceros. Las notas son muy diversas y eso produce una desviación típica alta.*						
03	2453	1316 (53,65%)	13,20	2,16	2,32	4,56	-0,04
	REGULAR: *La media 4,56 es ligeramente inferior a la media del periodo (4,66) y no llega al aprobado y el porcentaje de suspensos 53,65% es ligeramente superior al porcentaje del periodo (51,9%); las notas altas (>8) son el 13,2% que no son pocas y los dieces el 2,16%, que es lo esperado; el número de ceros 2,32% es normal. Cabe destacar la desviación típica de 2,62 que es la segunda mayor del periodo, con lo cual las notas se dispersan mucho, es decir hay muchas notas altas y muchas notas bajas.*						

<table>
<tr><th></th><th>Nº Total Alumnos</th><th>Nº Suspensos (%)</th><th>Notas >8 %</th><th>Dieces %</th><th>Ceros %</th><th>Media</th><th>Media Tipificada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">04</td><td>2260</td><td>999
(44,20%)</td><td>14,1</td><td>2,39</td><td>2,83</td><td>5,00</td><td>0,13</td></tr>
<tr><td colspan="7">BUENO: La media 5,00 es aprobado, una de los cuatro aprobados que en total hay en el periodo. El porcentaje de suspensos 44,2% es de los más bajos del periodo y las notas altas (>8) son bastantes, Los dieces y ceros están equilibrados y no destacan especialmente.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">05</td><td>2265</td><td>1241
(54,79%)</td><td>8,5</td><td>0,71</td><td>1,50</td><td>4,53</td><td>-0,05</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR: La media 4,53 es ligeramente inferior a la global (4,66) y el porcentaje de suspensos 54,79% es ligeramente superior al global (51,9%). No hay muchas notas altas y hay pocos dieces y pocos ceros. La varianza es la segunda más pequeña de todo el periodo, por lo que las notas están concentradas en el intervalo 2 - 7</td></tr>
<tr><td rowspan="2">06</td><td>2276</td><td>1488
(65,38%)</td><td>4,4</td><td>0,22</td><td>3,51</td><td>3,86</td><td>-0,32</td></tr>
<tr><td colspan="7">MUY MALO: Es el segundo peor año en media 3,86 y en porcentaje de suspensos 65,38%. Las notas altas (>8) son las más bajas del periodo 4,4%, el número de dieces es el más bajo del periodo 5 (0,22%) y el número de ceros 80 (3,51%) es el segundo más alto del periodo. Como la varianza no es grande las notas son en general bajas y con mucho suspenso.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">07</td><td>2202</td><td>1193
(54,18%)</td><td>13,5</td><td>2,72</td><td>2,09</td><td>4,57</td><td>-0,04</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR: La media 4,57 ligeramente inferior a la del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 54,18% ligeramente superior al del periodo (51,9%). El número de notas altas (13,5%) no es pequeño, ni tampoco lo es el de dieces 60 (2,72%); es, en comparación, más pequeño el número de ceros. La varianza es relativamente grande y esto explica la disparidad de notas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">08</td><td>2162</td><td>1182
(54,67%)</td><td>11,5</td><td>1,76</td><td>2,91</td><td>4,47</td><td>-0,08</td></tr>
<tr><td colspan="7">REGULAR: La media 4,47 inferior a la del periodo (4,66) y el porcentaje de suspensos 54,67% ligeramente superior al del periodo (51,9%). Hay bastantes notas altas y dieces, pero también bastantes ceros. Es decir hay dispersión de notas y eso da una varianza por encima del a media.</td></tr>
</table>

En cuanto a la serie temporal cabe hacer las siguientes observaciones:

Año	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Clasificación Año	M	B	M	B	MM	B	B	B	MB	R	B	R	MM	R	R

La serie temporal de los resultados de matemáticas de letras en la convocatoria de junio no presenta una tendencia dominante ni rachas claras. Sólo hay que observar, como contrapunto a las matemáticas de ciencias, que en los años 1999, 2000, 2001 y 2002, en los que se dio el cambio al sistema LOGSE, los resultados presentan una racha buena, precisamente en los años de implantación del sistema LOGSE en los que se supone que había cierta desorientación. Tal vez se escondan otras causas como puedan ser unos exámenes más fáciles, o tal vez el cambio de modelo de examen y la forma de puntuar, favoreciendo con un 60% la nota que representan los dos primeros ejercicios de álgebra y análisis; a partir del 05 se presenta una racha no tan buena de resultados: R, MM, R, R.

c) Análisis del contenido de las pruebas y tipología de ejercicios que presentan. Matemáticas de letras. Convocatoria ordinaria

Los exámenes se dividen en cuatro partes que corresponden a: Programación Lineal- Algebra, Análisis, Probabilidad, Estadística. En cada parte se les proponen dos ejercicios, de los cuales eligen uno. En total ocho ejercicios de los cuales los dos primeros correspondientes a Álgebra y Análisis valen tres puntos cada uno (60% del examen) y los correspondientes a Probabilidad y Estadística valen dos puntos cada uno.

La asignatura que hemos denominado matemáticas de letras se presenta en el periodo analizado bajo dos denominaciones: Matemáticas II (hasta el año 1997) y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (a partir del año 1995 en que coexiste con el anterior sistema).

El examen de selectividad de las matemáticas II constaba de tres partes, la primera de álgebra y programación lineal, la segunda de análisis y la tercera de probabilidad y estadística. El alumno escogía un ejercicio de cada parte, valiendo todos lo mismo.

En el señalado estudio de Muñoz-Repiso, M. y otros (1997) “El sistema de acceso a la universidad en España” Madrid. CIDE, en la p. 222 se hace un análisis de los contenidos de la prueba de matemáticas II (junio 1995) en las diferentes universidades españolas. La relación de temas objeto del examen son:

1. Funciones: interpretación, continuidad, derivación y optimización
2. Representación de curvas
3. Integrales
4. Interpolación polinómica
5. Sistemas de ecuaciones lineales
6. Matrices y determinantes
7. Programación lineal
8. Tablas, gráficas y parámetros estadísticos
9. Distribuciones bidimensionales
10. Cálculo de probabilidades
11. Variables aleatorias, funciones de densidad y funciones de distribución
12. Distribución binomial y normal

De todas ellas en la UPV - EHU sólo se incluían en la selectividad las siguientes: 2, 3, 6, 7, 9 y 12. Y se señala, p. 223 "que la tónica general es que se cuestione al alumno sobre el 66% de los temas del programa" y la UPV - EHU está dentro de la tónica general.

Al implantarse el bachillerato LOGSE cambia el programa de las matemáticas en la parte correspondiente a la estadística, pues desaparecen del 2º curso de bachillerato los temas de regresión y correlación (que han pasado a 1º de bachillerato) y se introducen los temas de distribuciones de probabilidad (que antes entraban en el programa pero no en selectividad) y de inferencia estadística. Ahora las partes del examen son cuatro como ya se ha explicado.

ÁLGEBRA

- *Programación Lineal*

De los dos ejercicios que se proponen casi siempre uno de ellos es de Programación Lineal. *Cuándo el problema no contiene letra, sino que se refiere a la resolución de un problema ya planteado de P.L., cosa que sólo suele ocurrir en la convocatoria extraordinaria, lo hemos clasificado como F* (excepción: cuando el dibujo de la región representa alguna dificultad añadida). *Si el problema es usual, con letra y las restricciones son desigualdades que son fácilmente obtenibles a través de la tabla que el alumno debe elaborar conteniendo la información del problema, también se han clasificado como F* (excepción: cuándo la región sea difícil de dibujar). *Si el problema* *da lugar a restricciones difíciles de plantear o el problema es de difícil comprensión o no es usual, se ha clasificado como D.*

- *<u>Problemas de letra clásicos</u>*

El otro problema de álgebra presenta una mayor variedad. *Hay varios ejercicios de letra, problemas clásicos que dan lugar al planteamiento de un sistema de dos o tres ecuaciones, más usuales en la convocatoria extraordinaria, que hemos clasificado como F (excepción: cuando la comprensión del problema tiene alguna dificultad añadida).*

Hay en la convocatoria de junio del año 96 un problema de lógica que hemos clasificado como D por no ser usual.

En la convocatoria ordinaria del 97 hay *un problema de mezclas, que por no ser usual, también lo hemos clasificado como D.*

- *<u>Ecuaciones con matrices</u>*

Los problemas con ecuaciones matriciales, que son muchos, generalmente los hemos clasificado como F, salvo algunos en los que hay que hallar más de una matriz inversa de orden 3 para su resolución.

- *<u>Potencia enésima de una matriz</u>*

Los problemas de cálculo de la potencia enésima de una matriz han sido clasificados como F.

<u>ANÁLISIS</u>

Aquí hay una gran variedad de ejercicios.

- *<u>Cálculo de áreas</u>*

Cuándo se trata de calcular el área de un recinto comprendido entre dos curvas simples se ha calificado como F. Si el recinto presenta más de dos funciones, o es un recinto mixto donde deben calcular alguna ecuación, o la integral hay que dividirla en dos trozos, los hemos clasificado como D.

- *<u>Extremos de una función</u>*

Los de cálculo de los extremos de una función en general se clasifican como F, salvo que la función sea complicada. Los problemas clásicos de máximos y mínimos en general se han clasificado también como F, salvo que el planteamiento no sea evidente, o contengan conceptos de economía o de otras ciencias y no sean de fácil comprensión para la generalidad de los alumnos.

- *Primitivas de una función*

Cuando se pide el cálculo de alguna primitiva, también se han catalogado como F.

- *Rectas tangentes*

Los problemas que implican el cálculo de rectas tangentes se clasifican como F, siempre que sean directos y no incluyan parámetros o el cálculo de la recta tangente sea un elemento auxiliar para resolver el fondo del problema.

- *Propiedades de funciones*

Cuando se trata de construir o definir alguna función a través de diversas propiedades de la misma, normalmente se han clasificado como D, porque contienen varios conceptos de diferente nivel de dificultad implicados en la resolución y que además están encadenados.

PROBABILIDAD

Son más los problemas de probabilidad que se clasifican como D que como F, por gran diferencia. Estos problemas requieren en general del uso de fórmulas y conceptos previos para su resolución; así mismo, es necesario realizar diagramas en árbol, tablas etc., que facilitan la comprensión del problema y su resolución. Es por esto que para muchos alumnos presentan una dificultad añadida.

- *Problema variado de probabilidad*

Suele haber un problema de probabilidad, digamos variado, que puede ser resuelto de varias formas distintas, con fórmulas o sin ellas. *Cuando este problema tiene un enunciado simple y claro, que da lugar a una resolución más o menos directa, con fórmulas o sin ellas, se han clasificado como F.* Por ejemplo el ejercicio C2 de la convocatoria de setiembre de 95, presenta una situación en la que se lanzan cuatro dados y se hace una pregunta sobre la suma de sus puntuaciones. Lo hemos clasificado como D, porque exige diagramas o tablas no sencillas y tanteos antes de su resolución.

Cuando implican el cálculo de un parámetro esto supone un nivel superior de conceptualización y también se han clasificado como D; por ejemplo el ejercicio C2 de junio de 95, donde un dado cargado tiene para los números impares una probabilidad de salir proporcional al número.

En el año 96, convocatoria de junio se plantean dos ejercicios, de los cuales el C2 plantea un juego y requiere un árbol que no es usual. Lo hemos clasificado como D. El

C1 plantea también un juego entre dos jugadores, con dos dados especiales y pide calcular la probabilidad de ganar uno u otro jugador. El calculo requiere un árbol no usual y un cálculo no directo, tipología del ejercicio D.

Cuando el ejercicio requiere de cálculos combinatorios se han clasificado como D (ej.: C1 de junio de 97).

- *Fórmula de Bayes*

El segundo ejercicio suele ser un cálculo de probabilidades mediante la fórmula de Bayes, problema que ha aparecido en muchas convocatorias. *Cuándo el problema se entiende con facilidad y se pueden trasladar directamente los datos a un árbol y los cálculos no son complicados, la tipología es F*. En los demás casos es D (ej.: el C2 de junio de 03 requiere la construcción de una tabla de contingencia, tipología D).

ESTADÍSTICA

Los dos ejercicios de Estadística son mucho más típicos que los de las demás partes.

- *Distribución Normal*

El primero es de la distribución Normal y el segundo es de Intervalos de Confianza, Estimación e Inferencia. Hay una excepción en la convocatoria extraordinaria de 2006, donde los dos ejercicios han sido de estimación.

El problema de la distribución normal, si tiene una lectura fácil y da lugar a un cálculo directo o a un manejo directo de las tablas, se ha clasificado como de tipología F. Esto ha sido así, en la mayoría de los ejercicios.

Cuando la distribución que aparece en el problema es la binomial, y la comprensión del problema tiene alguna dificultad y los cálculos se hacen aproximando por la normal, la tipología del ejercicio es D (ej.: D1 de c. extraordinaria de 98, D1 de julio de 2002). *Cuando la comprensión del problema es fácil e inmediatamente se identifica con la distribución binomial, la tipología es F* (ej.: D1 de julio de 2000, D1 junio 2004).

Si la distribución es normal, pero para el cálculo de alguno de sus parámetros se dan datos, que hacen que el problema no sea directo, sino que a través de una probabilidad dada, se deduce el parámetro que falta, la tipología es D (ej.: D1 julio de 2001, D1 julio 2005, D1 julio 2006, D1 junio 2008). (excepción D1 de julio de 2003 donde la probabilidad que se les da es 0,95, conocida en la distribución normal).

- *Inferencia*

El segundo de los ejercicios de Inferencia suele ser sencillo, fácil de asociar a las técnicas de la inferencia y fácil de comprensión. Por estas razones han sido, en general, clasificados como de tipología F. Pero hay que reconocer que en algunos centros esta materia no se estudia, por falta de tiempo, con el necesario detalle y por ello a los alumnos no les resulta fácil de elegir este ejercicio, eliminándolo automáticamente. Ello puede distorsionar nuestra tipología e introducir sesgos en las conclusiones que extraigamos.

En el D1 de julio de 96 se plantea un problema que no es directo y su tipología es D (similar D2 de junio de 2004).

En el D2 de junio de 98 *se les pide el cálculo de dos intervalos de confianza y basándose en ellos contestar a una pregunta*, tipología D (similar el D2 de junio de 2000, D y D2 de junio y julio de 2005). El D2 de julio de 2001, tipología D, *porque presenta un nivel de confianza no usual* (similar el D2 de julio de 2002). El D2 de julio de 2002, *plantea dos cuestiones, la segunda de las cuales no es directa*, tipología D (similar D2 de julio de 2003).

Los ejercicios de cada examen han sido tipificados como de categoría “F” ó “D” en base a criterios que aparecen recogidos en el anexo 6, para cada una de las partes de que consta el examen de Matemáticas de Letras.

En el anexo 6 se aporta un practicum donde exhaustivamente se analizan ejercicio por ejercicio todos los propuestos, calificándolos conforme a nuestra tipología.

La clasificación que nosotros hemos efectuado se contiene en la siguiente tabla:

Tabla 5.16 Matemáticas Letras – Convocatoria Ordinaria

Tipología de ejercicios (2 opciones de ejercicio para cada parte)

	95	**96**	**97**	**98**	**99**	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**Total**
P.L. **ALG**	F F	D F	F F	F F	F F	F F	D F	F F	F F	F F	D D	D D	F F	F D	7D 21F
ANA	F F	D F	D D	D D	F D	F D	F D	F D	F D	F D	F F	D D	D D	D F	16D 12F
PROB	F D	D D	D D	D D	F F	F F	F F	D F	F D	D F	D D	F D	D F	F D	15D 13F
EST	F F	F F	F F	F D	F F	F D	F F	F F	D D	F D	F D	F F	F F	D F	7D 21F
Total	1D 7F	4D 4F	4D 4F	5D 3F	1D 7F	2D 6F	2D 6F	2D 6F	4D 4F	3D 5F	5D 3F	5D 3F	3D 5F	4D 4F	45D 67F
Clasificación Años	B	M	B	MM	B	B	B	MB	R	B	R	MM	R	R	

Se aprecia en la convocatoria de junio que en la parte de Álgebra hay más ejercicios catalogados como fáciles, y también en la de Estadística; sucede lo contrario en las partes de Análisis y Probabilidad, donde hay más ejercicios catalogados como difíciles.

Considerando conjuntamente las partes de Álgebra y de Análisis (23D/33F) (60% del examen) hay también más ejercicios F.

Pero en conjunto predominan los ejercicios F en una proporción de 45D/67F, es decir 1,5 ejercicios F por cada uno D.

En la siguiente tabla nos fijamos en la distribución estadística de los años y la ponemos en comparación con la tipología de los ejercicios que ha resultado para ese año:

Tabla 5.17 Matemáticas Letras – Convocatoria Ordinaria

Clasificación estadística del año en relación con la tipología de los ejercicios

	MM	**M**	**R**	**B**	**MB**
Nº AÑOS	2	1	4	6	1
Tipología y Año	5D/3F, 1998, 2006	4D/4F, 1996	5D/3F, 2005	4D/4F, 1997	2D/6F, 2002
			4D/4F, 2003, 2008	3D/5F, 2004	
			3D/5F, 2007	2D/6F 2000, 2001	
				1D/7F, 1995, 1999	

El total de años B+MB (7) coincide con el total de años MM+M+R (7), pero se puede decir que la balanza se inclina más por la parte derecha, es decir, los resultados en junio son regulares.

Se ve que cuándo el año es M ó MM, el número de ejercicios D es 4D ó 5D; que en los años R predominan los valores centrales de ejercicios tipo D y en los años buenos el número de ejercicios de tipo D es bajo (en general 2D o menos).

Vamos a presentar en la siguiente tabla la proporción de ejercicios difíciles/fáciles en relación con su clasificación estadística como años buenos, malos o regulares:

Tabla 5.18 Matemáticas Letras – Convocatoria Ordinaria

Tipología de los ejercicios y clasificación estadística del año

Tipología de los Ejercicios	**Clasificación estadística del año**		
1D/7F	B, 1995, 1999		
2D/6F	MB, 2000, 2002	B, 2000, 2001	
3D/5F	B, 2004		
4D/4F	M, 1996,	B, 1997	R, 2003, 2008
5D/3F	MM, 1998, 2006	R, 2005	

Se aprecia que cuándo el número de ejercicios catalogados como fáciles es alto (6 o 7) la clasificación estadística de los resultados nos conduce a un año catalogado como BUENO o MUY BUENO. Cuándo el número de ejercicios fáciles es parecido al de difíciles (4 ó 5 fáciles) la clasificación estadística del año puede ser M, R ó B. Cuándo el número de ejercicios difíciles es de 5D el año es catalogado como REGULAR o MUY MALO.

5.6.2. **CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA**

Trasladamos los datos resumen que figuran en el anexo 4 a la siguiente tabla:

Tabla 5.19 Datos de Selectividad. Matemáticas Letras. Convocatoria extraordinaria. UPV - EHU

	94	95	96	97	98	99	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Total	1120	1103	1053	1037	1017	**1221**	1065	840	794	723	718	736	725	664	<u>610</u>
<5	765	707	722	651	701	939	565	594	601	522	581	604	604	463	457
%	68,30	64,10	68,57	62,78	68,93	76,90	<u>53,06</u>	70,71	75,69	72,20	80,92	82,07	**83,31**	69,73	74,92
Media= $\overline{x}$	3,59	3,93	3,67	3,91	3,48	3,07	**4,48**	3,46	3,17	3,34	2,77	2,76	<u>2,57</u>	3,49	3,28
M. Tipi=t	0,06	0,21	0,10	0,20	0,01	-0,17	**0,45**	0,00	-0,12	-0,05	-0,30	-0,30	<u>-0,38</u>	0,02	-0,07
DesvT	2,36	2,30	2,26	2,30	2,16	2,36	**2,41**	2,15	2,16	2,17	2,15	<u>1,93</u>	2,05	2,30	2,24
Clasificación Año	R	B	R	B	R	M	MB	R	M	R	MM	MM	MM	R	R

Datos de la convocatoria extraordinaria Matemáticas Letras – UPV - EHU

En cada fila de la tabla anterior señalamos con letra negrita el valor máximo y con subrayado el valor mínimo (estos dos valores permiten ver coincidencias en ciertos años que ayudarán en su clasificación)

Tres datos globales referentes a todo el periodo son los siguientes:

Media del periodo: 3,45 (suspenso bajo)

Desviación típica del periodo: 2,29

Porcentaje suspensos del periodo: 70,6%

Como la desviación típica es de 2,29 el grueso de las puntuaciones está en el intervalo de 2-6. Por lo tanto las puntuaciones altas son muy escasas.

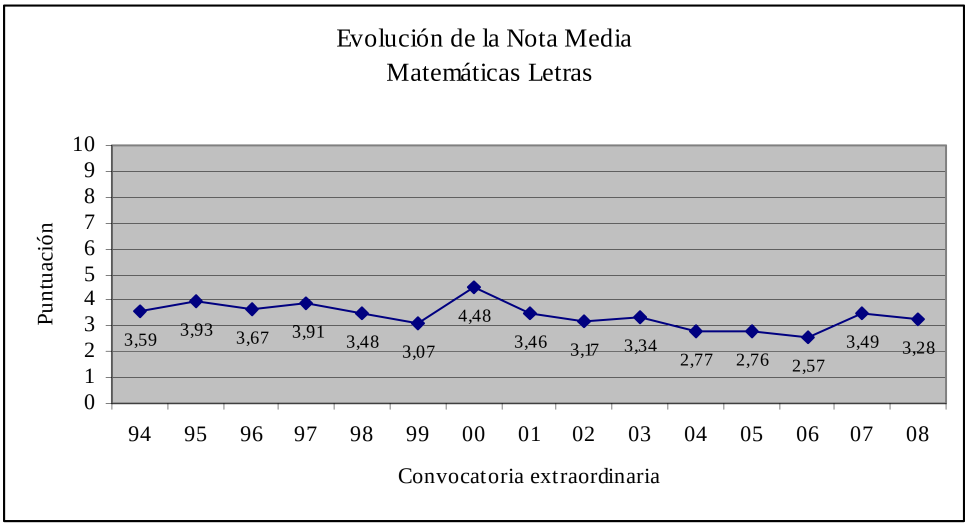
Observemos las siguientes conclusiones que se deducen de la tabla:

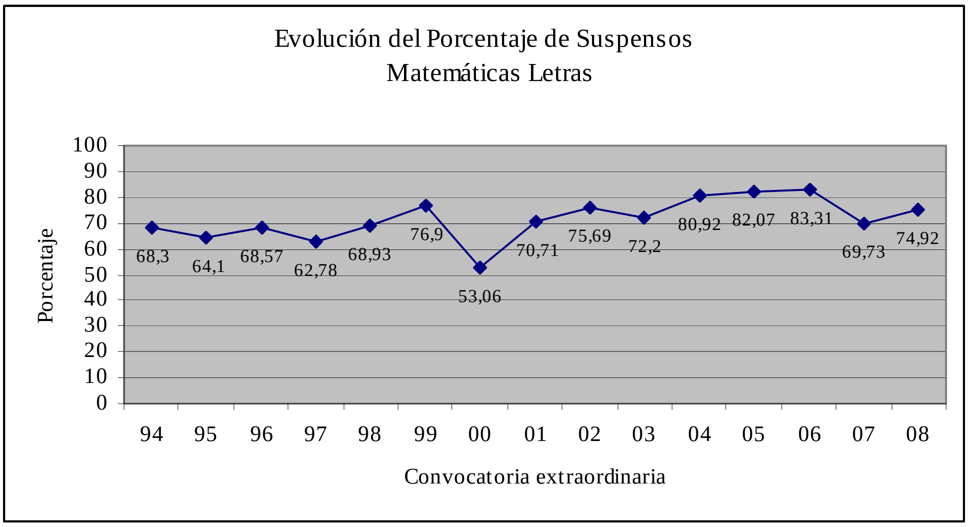
1º Todos los años ha habido un porcentaje de suspensos superior al 50%. En ocho de los quince años el porcentaje de suspensos está entorno al 75%, lo cuál quiere decir que en la convocatoria extraordinaria de cada cuatro alumnos tres suspenden.

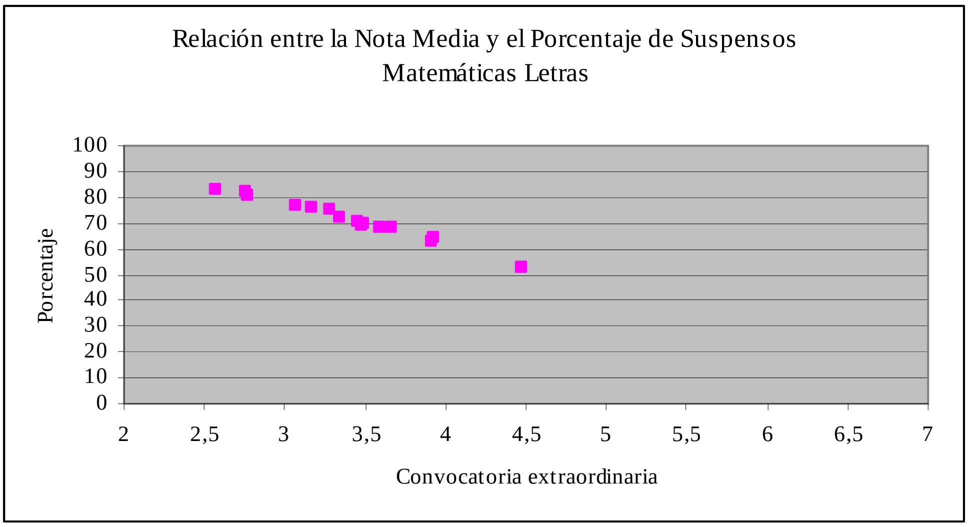
2º La nota media nunca llega a 5; además sólo es superior a 4 un año.

Por todo ello, y aunque vale lo dicho anteriormente de la clasificación estadística que nosotros efectuamos en relación a los datos obtenidos a lo largo de la serie temporal, hay que concluir que los **“***datos de Matemáticas de letras convocatoria extraordinaria son muy malos, tanto considerados en sus valores absolutos, como en* *relación a los datos globales y al conjunto de datos obtenidos en esa serie a lo largo de los años*”.

Pasamos a presentar en tres gráficas la evolución del tanto por ciento de suspensos, de la nota media y la relación conjunta de la media-tanto por ciento de suspensos.







Figuras 5.11, 12 y 13. Matemáticas de Letras. Convocatoria extraordinaria. Evolución del porcentaje de suspensos y de la media. Relación entre ellas.

La correlación entre estas dos variables es de -0,9934, lo cual indica, como es lógico, que cuando la media es baja el número de suspensos es alto y a la inversa, siendo una correlación casi perfecta.

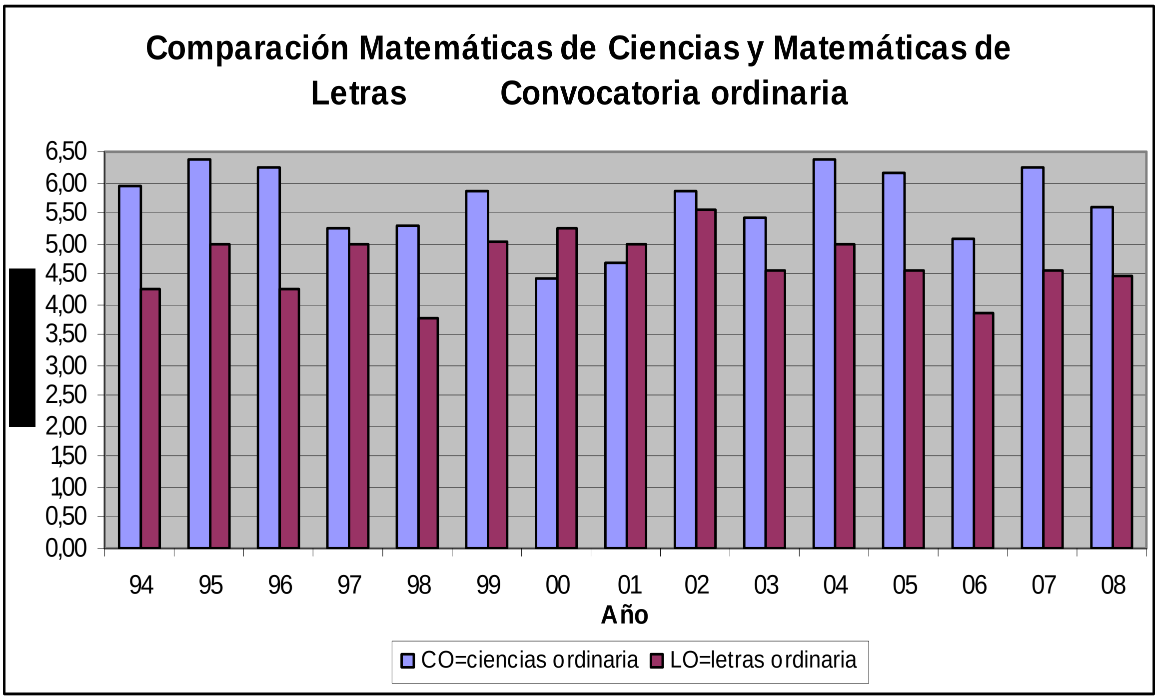
5.7. ANÁLISIS COMPARADO DE RESULTADOS

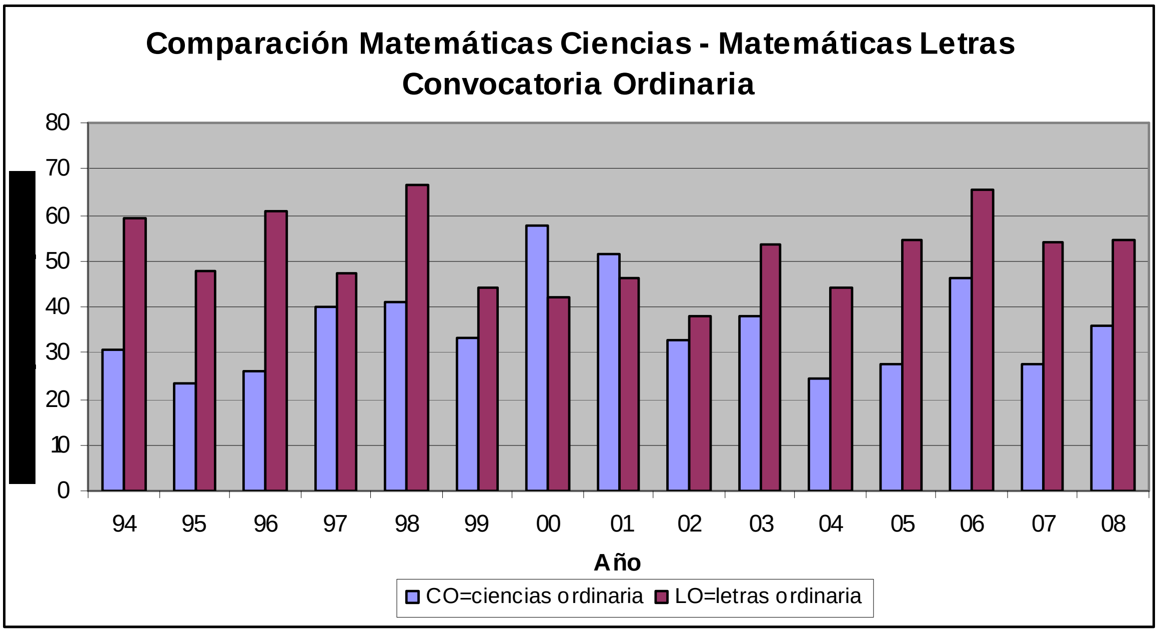
Vamos a comenzar por poner en un cuadro resumen las principales características de los cuatro estudios realizados:

	C. ORDINARIA	**C. EXTRAORDINARIA**
MATEMÁTICAS CIENCIAS	• m=5,67 • % suspensos=35,4% • Los peores años (MM) = 2000, 2001 • Los mejores años (MB) = 1995, 2004 • Entre los quince cursos considerados ha habido 6 B ó MB	• m=3,87 • % suspensos=64,9% • Los peores años (MM) = 2000, 2001 • Los mejores años = 1995, 1998 • Ha habido 7 cursos M ó MM • Sólo ha habido un año en el que la media ha sido aprobado (1995, $\bar{x}$ =5,25)
MATEMÁTICAS LETRAS	• m=4,66 • %suspensos=51,99% • Los peores años (MM) = 1998, 2006 • Los mejores años (MB) = 2002 • Ha habido 6 cursos B ó MB	• m=3,45 • % suspensos=70,6% • Los peores años (MM) = 2004, 2005, 2006 • Los mejores años (MB) = 2000 • Predominan los años R (7 veces) • Todas las medias anuales han sido suspensos (todas las $\bar{x}$ <5)

Vamos a analizar los resultados obtenidos en las dos asignaturas de matemáticas.

5.7.1. MATEMÁTICAS DE CIENCIAS – MATEMÁTICAS DE LETRAS. CONVOCATORIA ORDINARIA



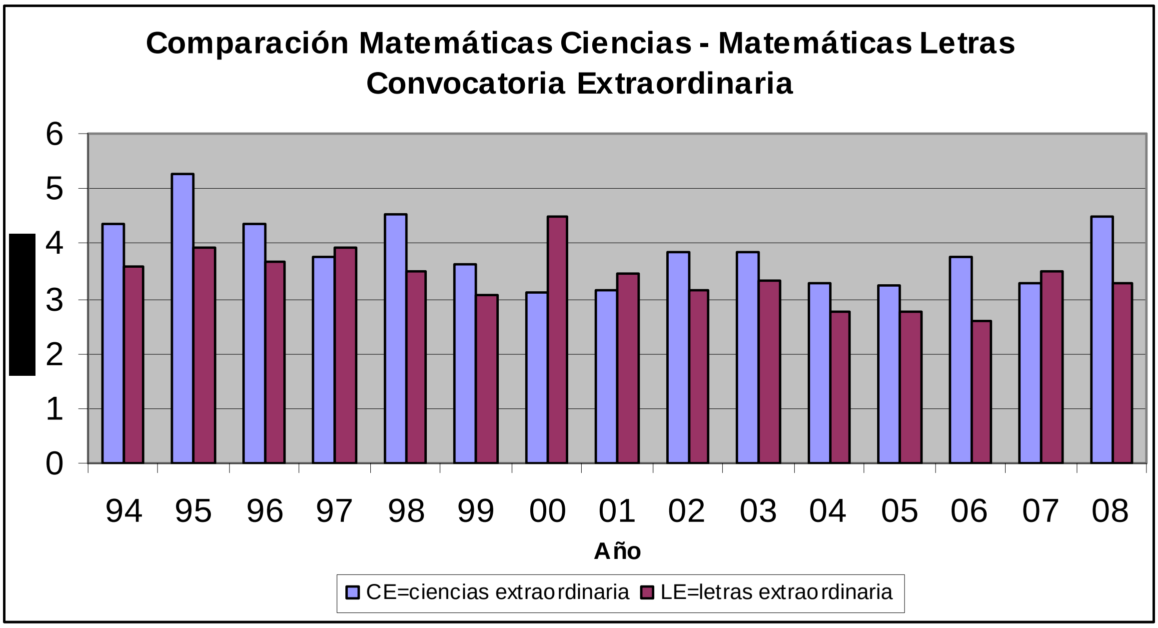


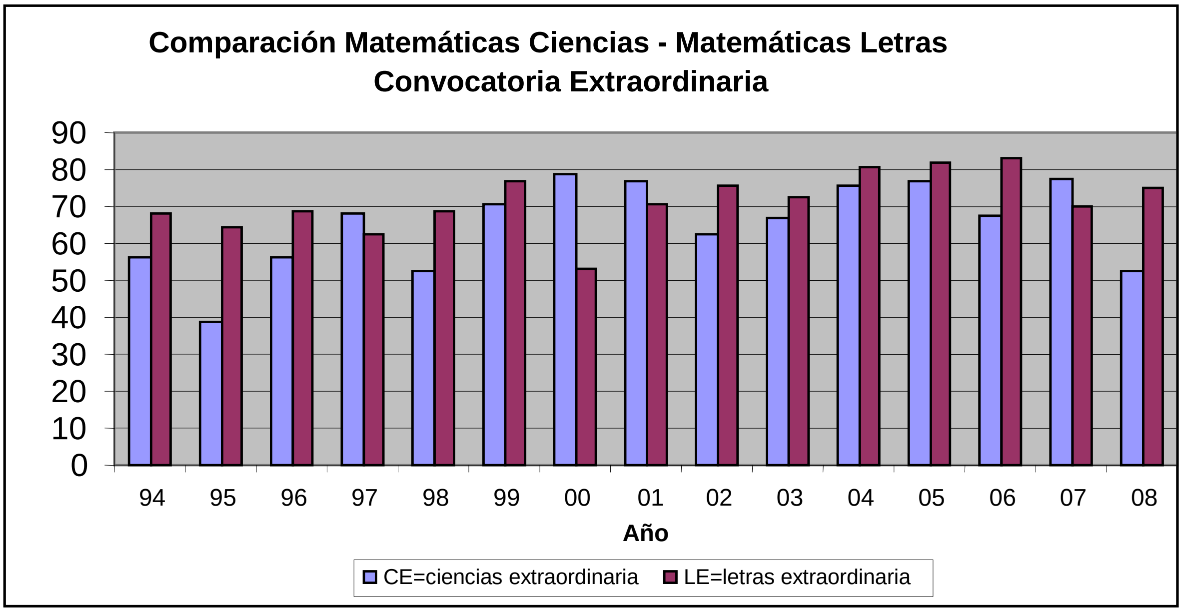
Figuras 5.14 y 15. Comparación de Matemáticas Ciencias – Letras.
Convocatoria ordinaria

En la convocatoria ordinaria, en las matemáticas de ciencias la nota media es 1 punto superior a la nota media de las matemáticas de letras y el porcentaje de suspensos es 16,5 % inferior; es decir las notas obtenidas por los alumnos en esta asignatura son sensiblemente mejores que las obtenidas en las matemáticas de letras. En los años 2000 y 2001, años en que las calificaciones de matemáticas de ciencias fueron , como ya se ha señalado por influencia de cambio del sistema malas, la media de matemáticas de letras fue superior a la de ciencias y el porcentaje de suspensos inferior, en todos los demás son superiores las calificaciones obtenidas en ciencias.

No hay coincidencia en los años malos ni en los buenos que se dan en años diferentes. Sin embargo hay coincidencia en calificar tanto en ciencias como en letras a 6 de los 15 cursos considerados como B ó MB, queriendo esto decir que aunque la clasificación absoluta de las matemáticas de ciencias es superior a la de letras, la clasificación intracategorias, es similar para ciencias y letras.

5.7.2. MATEMÁTICAS DE CIENCIAS – MATEMÁTICAS DE LETRAS. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA





Porcentaje de Suspensos

Figuras 5.16 y 17. Comparación de Matemáticas Ciencias – Letras.

Convocatoria extraordinaria

En la convocatoria extraordinaria la media de ciencias es 0,42 puntos superior a la de letras, siendo las dos suspensos; el porcentaje de suspensos de ciencias es 5,7% inferior a la de letras, siendo en los dos casos superior al 50% (salvo en el año 1995 en ciencias donde es inferior). Es decir las notas de matemáticas de ciencias convocatoria extraordinaria son mejores que las de letras de la misma convocatoria, pero la diferencia es menor que la que existe en la convocatoria ordinaria. Los alumnos que se presentan a la convocatoria extraordinaria en las dos matemáticas son más homogéneos que los de la convocatoria ordinaria. Dicho de otra manera la brecha entre los alumnos buenos de matemáticas de ciencias y los de letras es grande y es indicativa de la diferencia de notas que se da en la convocatoria ordinaria entre estas dos asignaturas.

Hay tres años, 1997, 2000 y 2001 donde la nota media es superior en letras y el porcentaje de suspensos es inferior. Como se ha visto antes, en los años 2000 y 2001, sucede lo mismo en la convocatoria ordinaria y es que esos años fueron los peores de las matemáticas de ciencias, donde ya se ha señalado que el paso al sistema LOGSE fue muy mal asimilado por el sistema en cuanto a las matemáticas de ciencias se refiere.

5.8. FORMACIÓN DE GRUPOS HOMOGÉNEOS EN CUANTO A RESULTADOS

Con el objeto de tener una visión de conjunto de lo sucedido en los años analizados y que permitan comparar los resultados obtenidos de una forma rápida y visual vamos a dibujar en un gráfico único la clasificación de cada año en cuanto a nota media y porcentaje de suspensos:

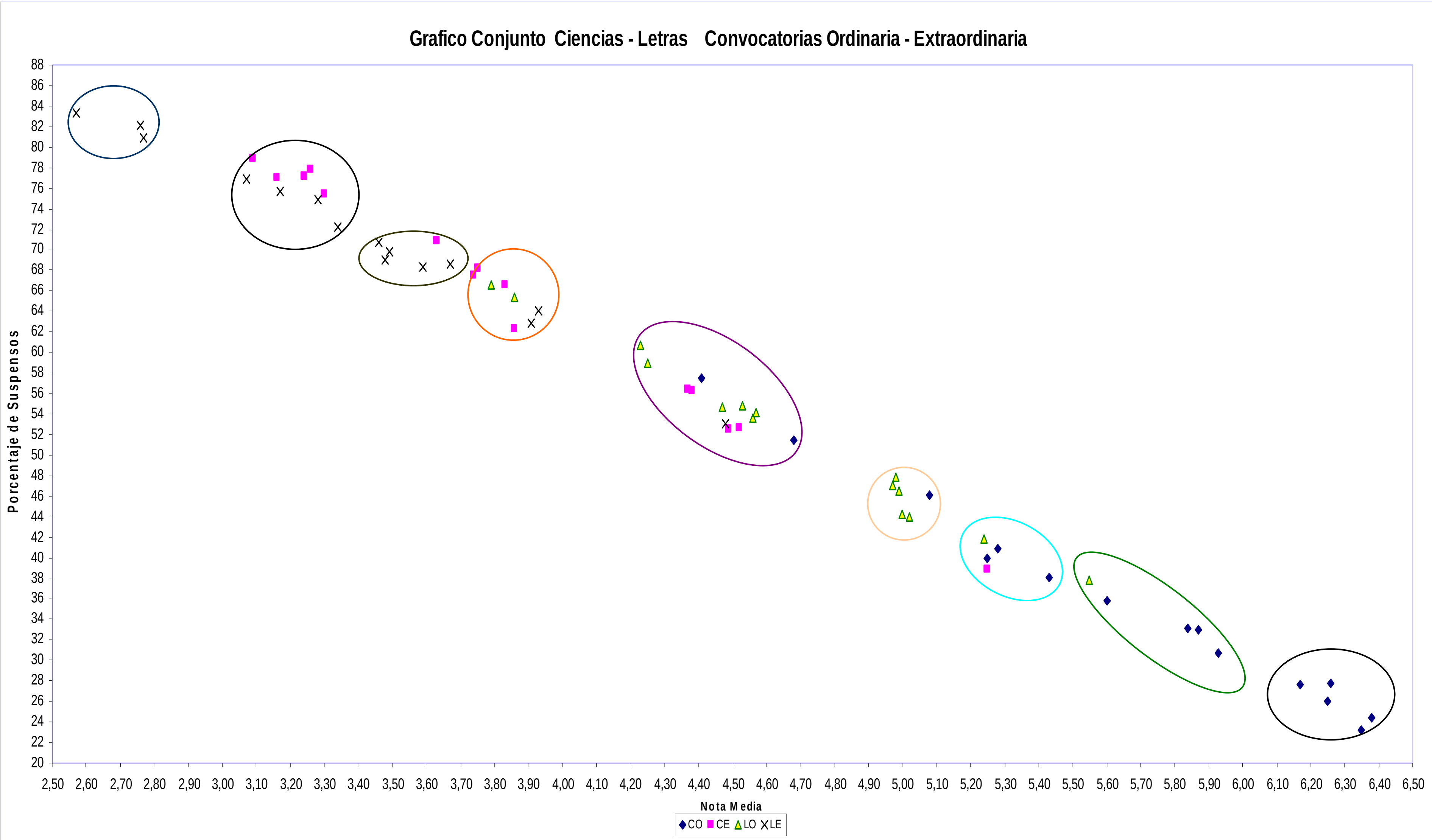


Grafico Conjunto Ciencias - Letras Convocatorias Ordinaria - Extraordinaria
Porcentaje de Suspensos
Nota Media
CO CE LO LE
88
86
84
82
80
78
76
74
72
70
68
66
64
62
60
58
56
54
52
50
48
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
2,50 2,60 2,70 2,80 2,90 3,00 3,10 3,20 3,30 3,40 3,50 3,60 3,70 3,80 3,90 4,00 4,10 4,20 4,30 4,40 4,50 4,60 4,70 4,80 4,90 5,00 5,10 5,20 5,30 5,40 5,50 5,60 5,70 5,80 5,90 6,00 6,10 6,20 6,30 6,40 6,50

Sería interesante agrupar los resultados obtenidos en Selectividad para las dos Matemáticas, de tal forma que los años en que los resultados están próximos entre sí, queden agrupados y, de alguna manera, diferenciados de los demás. Ello permite visualizar los grupos de años similares entre sí de una forma rápida. Esos grupos que se forman deben ser lo más homogéneos posible y se denominan clusters.

Vamos a clasificar los 60 puntos de nuestra información (15 años x 2 asignaturas x 2 convocatorias) en 9 clusters de tamaño medio 6,6 elementos. Los hemos clasificado respecto a las dos principales variables del estudio como son la media (representativa de la distribución) y el porcentaje de suspensos. Por tener entre ellas una alta correlación, la nube de puntos presenta una clara tendencia que hace que se pueda recorrer, por ejemplo de derecha a izquierda y de abajo a arriba. No tienen el mismo tamaño y con alguno de los puntos límites cabría haber hecho otra elección de cluster, pero son bastante homogéneos entre sí. Las dimensiones medias de los clusters son:

Media de distancias entre las medias = 0,24

Media de distancias entre los porcentajes de suspensos= 5,12

Tabla 5. 20 Cluster 1

Media	**% Suspensos**	**Mate-Conv-Año**
6,38	24,37	CO 2004
6,35	23,24	CO 1995
6,26	27,79	CO 2007
6,25	26,07	CO 1996
6,17	27,62	CO 2005

Corresponde a las mejores medias y a los porcentajes más bajos de suspensos; medias superiores a 6,00 y porcentaje de suspensos en torno a un cuarto de los alumnos; en el gráfico están todos ellos situados en la esquina inferior derecha. Son todos ellos de la asignatura de matemáticas de ciencias y convocatoria ordinaria. En cuanto a los años, son los años extremos, años en los que finalizan los exámenes del periodo anterior (LGE) y años en los que la selectividad LOGSE está consolidada. Es el cluster de los mejores resultados.

Tabla 5.21 Cluster 2

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
5,93	30,73	CO 1994
5,87	32,98	CO 2002
5,84	33,18	CO 1999
5,60	35,83	CO 2008
5,55	38,01	LO 2002

Seguimos con las matemáticas de ciencias, convocatoria ordinaria, pero aquí entra un año de las matemáticas de letras, convocatoria ordinaria; son años de medias superiores a 5,50 y un bajo porcentaje de suspensos entorno a un tercio de los alumnos. Están situados en la parte inferior derecha. Es el cluster de unos buenos resultados.

Tabla 5.22 Cluster 3

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
5,43	38,01	CO 2003
5,28	40,84	CO 1998
5,25	39,98	CO 1997
5,25	38,94	CE 1995
5,24	41,83	LO 2000

La novedad en este cluster es que entra un año de convocatoria extraordinaria de ciencias; son medias superiores a 5,25 y suspensos próximos al 40%. Parte inferior derecha del gráfico. Es el cluster de los resultados aceptables.

Tabla 5.23 Cluster 4

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
5,08	46,13	CO 2006
5,02	43,97	LO 1999
5,00	44,20	LO 2004
4,99	46,49	LO 2001
4,97	47,10	LO 1997
4,98	47,81	LO 1995

Todo convocatorias ordinarias y la mayoría de matemáticas de letras; medias en el entorno de 5 y suspensos inferiores al 50%. Son cinco puntos muy próximos entre sí en la parte medio-inferior derecha. Es el cluster de unos resultados regulares.

Tabla 5. 24 Cluster 5

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
4,68	51,41	CO 2001
4,57	54,18	LO 2007
4,56	53,65	LO 2003
4,53	54,79	LO 2005
4,52	52,64	CE 1998
4,49	52,47	CE 2008
4,47	54,67	LO 2008
4,41	57,55	CO 2000
4,38	56,26	CE 1996
4,37	56,47	CE 1994
4,25	58,98	LO 1994
4,23	60,65	LO 1996

Los elementos de este cluster son de media suspenso alto, superior a 4, por lo que se promedia con el expediente del bachillerato. Los suspensos son todos superiores al 50%. Lo único que no hay en este cluster es matemáticas de letras, convocatoria extraordinaria; salvo eso hay de todo. Está situado en la parte central del gráfico. Es el cluster de los alumnos que aprueban de una manera muy justa.

Tabla 5.25 Cluster 6

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
3,93	64,10	LE 1995
3,91	62,78	LE 1997
3,86	62,31	CE 2002
3,86	65,38	LO 2006
3,83	66,64	CE 2003
3,79	66,62	LO 1998
3,75	68,13	CE 1997
3,74	67,56	CE 2006

Aparecen aquí las medias inferiores a 4 y suspensos entorno a los dos tercios del total. No hay ningún punto de CO, pero si de los otros tres. En el gráfico está en la parte medio superior izquierda. Es el cluster de la frustración, de los alumnos que no llegan al cuatro.

Tabla 5.26 Cluster 7

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
3,67	68,57	LE 1996
3,63	70,81	CE 1999
3,59	68,30	LE 1994
3,48	68,93	LE 1998
3,49	69,73	LE 2007
3,46	70,71	LE 2001

Aquí sólo hay elementos de convocatoria extraordinaria, todos de letras salvo uno de ciencias; medias bajas, porcentaje de suspensos entorno al 70%. Parte medio superior izquierda del gráfico. Es el cluster de los alumnos resignados.

Tabla 5.27 Cluster 8

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
3,34	72,20	LE 2003
3,30	75,43	CE 2004
3,28	74,92	LE 2008
3,26	77,78	CE 2007
3,24	77,13	CE 2005
3,17	75,69	LE 2002
3,16	76,97	CE 2001
3,09	78,86	CE 2000
3,07	76,90	LE 1999

Solo hay elementos de la convocatoria extraordinaria; corresponden a medias bajas, próximas a tres y porcentaje de suspensos altos, próximos al 75%. Parte superior izquierda de la gráfica. Son todos ellos años de sistema LOGSE, la mayoría posteriores al año 2000. Es un cluster de resultados malos.

Tabla 5.28 Cluster 9

Media	% Suspensos	Mate-Conv-Año
2,77	80.92	LE 2004
2,76	82,07	LE 2005
2,57	83,31	LE 2006

Sólo hay aquí elementos de letras de la convocatoria extraordinaria; son las medias más bajas, inferiores a tres y donde suspenden los cuatro quintos de los alumnos. Corresponden a años recientes y tal vez dan el perfil del alumno de esta asignatura más desmotivado. Son años recientes y marcan la tendencia ya apuntada que se observa en la convocatoria extraordinaria, sobre todo de letras. Es el cluster de resultados muy malos o del abandono.

5.9. DATOS GLOBALES DE LA PRUEBA DE ACCESO Y DE LA SELECTIVIDAD

5.9.1. CONVOCATORIA ORDINARIA

En la siguiente tabla se recogen datos de la prueba de acceso, de la selectividad, generales para el conjunto de asignaturas de las que el alumno se examina y las medias de las asignaturas de matemáticas, todo ello referidas a la convocatoria ordinaria.

Tabla 5.29 Datos de la Prueba, de la Selectividad y de Matemáticas. Convocatoria ordinaria

	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Nota Prueba[8]	5,56	5,77	5,74	5,70	5,59	5,81	5,85	5,92	6,26	6,11	6,20	6,23	6,11	6,16	6,18
Nota Final Selectividad[9]	6,40	6,51	6,54	6,56	6,50	6,60	6,74	6,79	6,91	6,83	6,84	6,86	6,83	6,87	6,88
Matemáticas Ciencias Media	5,93	6,35	6,25	5,25	5,28	5,84	4,41	4,68	5,87	5,43	6,38	6,17	5,08	6,26	5,6
Matemáticas Letras Media	4,25	4,98	4,23	4,97	3,79	5,02	5,24	4,99	5,55	4,56	5,00	4,53	3,86	4,57	4,47

Fuente U.P.V. – E.H.U.

Como ya es conocido la nota de la Selectividad se obtiene haciendo media ponderada entre la nota de la prueba y la media global obtenida por el alumno en el bachillerato. Es, en media, superior a las medias obtenidas en la prueba.

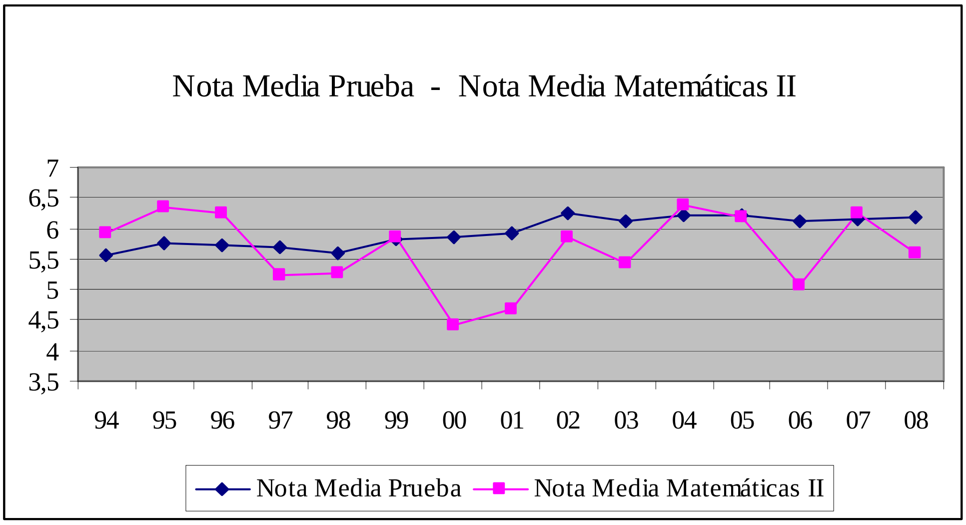


Fig. 5.19 Evolución de las notas de la Prueba y de Matemáticas II

[8] Se calcula considerando las notas de todos los alumnos, aunque hayan obtenido menos de 4 en la prueba y por lo tanto sean No Aptos en Selectividad.

[9] Son las notas medias finales de selectividad, correspondientes a los alumnos que han sacado 4 o más de 4 en la prueba, porque sino no se les hace media con el expediente de bachillerato y se considera directamente como No Apto en la Nota Final de Selectividad.

Si comparamos la nota de la prueba con las notas medias obtenidas en matemáticas de ciencias podemos corroborar aquí también algunas de las conclusiones a las que se ha llegado a lo largo del estudio. En los años finales del sistema LGE, las notas medias de matemáticas de ciencias convocatoria ordinaria son superiores a las notas medias de la prueba. A partir del año 1998 y hasta el 2003, es al revés, se sacan peores notas en matemáticas de ciencias que en la prueba en su conjunto (años de desorientación en matemáticas de ciencias con el sistema LOGSE) y tímidamente se vuelven a recuperar los resultados de matemáticas de ciencias a partir del 2004, donde ya están muy próximos a la nota media global y en algún caso la superan ligeramente. Se sitúan, en media, 0,29 puntos por debajo de la media de las puntuaciones medias obtenidas en la prueba.

Desde este punto de vista hay que concluir también diciendo, que "*salvo los primeros años de generalización del sistema LOGSE, los resultados de matemáticas de ciencias, convocatoria ordinaria, no son malos ya que suelen estar próximos a la nota media de la prueba e incluso por encima de esta*"

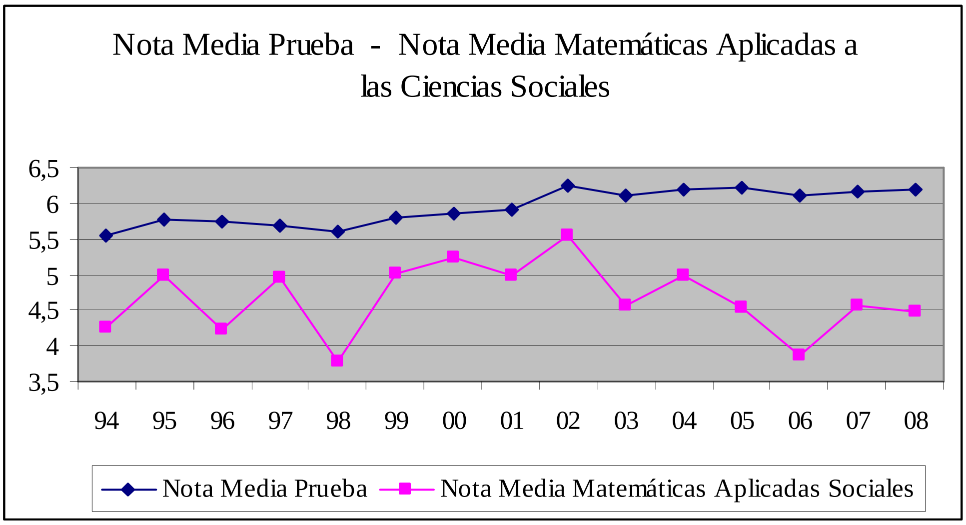


Fig. 5.20 Evolución de las notas de la Prueba y de Matemáticas de Sociales

En cuanto a las matemáticas de letras, convocatoria ordinaria, se observa que sus medias siempre han sido inferiores a la nota media obtenida en el conjunto de la prueba. Se sitúan, en media, 1,28 puntos por debajo de la media general.

Se aprecia además que "*las diferencias entre la nota media de la prueba y la nota media de matemáticas de letras, convocatoria ordinaria, tienden a aumentar en los últimos años*".

Otra observación importante que hay que hacer es que *"tanto las notas medias obtenidas en la prueba (de 5,56 en 1994, a 6,18 en 2008), como la nota final obtenida en la selectividad (de 6,40 en 1994, a 6,88 en 2008), han ido mejorando a lo largo de los años. Es decir, con el asentamiento del sistema LOGSE, las notas de la prueba en su conjunto y la nota final de selectividad en su conjunto han mejorado"*.

Como en las asignaturas de matemáticas, las notas en media se han mantenido, se puede concluir que con el sistema LOGSE debe haber otras asignaturas en las que las medias mejoran, permitiendo así la mejoría observada tanto en la prueba, como en la nota final.

En la siguiente tabla se recogen datos sobre la diferencia entre la nota de la prueba[10] en su conjunto y la nota final de selectividad (que como se sabe es la nota de la prueba promediada con la nota media del expediente de bachillerato) (convocatoria ordinaria):

Tabla 5.30 Diferencia entre las notas del expediente y la de la prueba

	94	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**
Alumnos menos media en bach. (%)	3,46	7,84	7,37	6,78	5,14	9,26	8,79	8,68	14,97	11,90	14,13	13,84	11,66	11,16	10,31
Alumnos más media en bach. (%)	96,54	92,16	92,63	93,22	94,86	90,74	91,21	91,32	85,03	88,10	85,87	86,16	88,34	88,84	89,69
Diferencia media (nota media expediente bachillerato – nota media prueba)	1,34	1,08	1,06	1,08	1,22	1,14	1,38	1,36	1,02	1,1	1,02	1,02	1,16	1,14	1,16

Fuente U.P.V. – E.H.U. Elaboración propia

Se ve que la diferencia media es siempre favorable a la nota media del expediente del bachillerato, siendo la diferencia cercana al 1,2[11]. También se aprecia que el

[10] Metodológicamente sólo se han considerado los alumnos que han superado la prueba; es decir que tienen 4 o más en la prueba. Porque si un alumno tuviera, por ejemplo, 3 en la prueba, sería No Apto en Selectividad y su Nota Final en Selectividad sería No Apto = 0

[11] En el estudio de Muñoz-Repiso, M (1997) El sistema de acceso a la universidad en España. Madrid. CIDE, en la p.157, respecto al estudio de las pruebas de acceso de 1995 realizadas en la U.A.M. (Universidad Autónoma de Madrid) se señala: "De ello se extrae que un alumno ve rebajada su calificación de bachillerato en apenas 0,74 puntos con respecto a la nota final que contabiliza para el

porcentaje de alumnos que obtiene una mejor nota media en la prueba que en la nota final de la selectividad, era pequeña al comienzo del periodo pero que ha ido en aumento hasta alcanzar un porcentaje del 14% en el año 2004. Es decir, "*cada vez hay un número mayor de alumnos que obtienen en la prueba una nota media mayor que la que tienen en su expediente de bachillerato*"

5.10. CONCLUSIONES

Recogemos en forma de lista las conclusiones que se han ido apuntando a lo largo del estudio

5.10.1. Relativas a resultados

a) Matemáticas de Ciencias

1. *La media de Matemáticas de Ciencias en la convocatoria ordinaria es superior en 1,8 puntos a la media de la convocatoria extraordinaria.*

2. *El porcentaje de suspensos de Matemáticas de Ciencias en convocatoria extraordinaria es superior en 29,5 puntos porcentuales al porcentaje de la convocatoria ordinaria.*

3. *Salvo en el año 1995 en el que el porcentaje de suspensos fue del 38,94%, en todos los demás, más de la mitad de los alumnos suspenden Matemáticas de Ciencias en la convocatoria extraordinaria.*

4. *Correlativamente, para las Matemáticas de Ciencias en convocatoria extraordinaria, la nota media es inferior a 5 todos los años, salvo el 1995 en que es 5,25; y es inferior a 4 un buen número de años.*

b) Matemáticas de Letras

5. *En Matemáticas de Letras la media de la convocatoria ordinaria es 1,21 puntos superior a la de la convocatoria extraordinaria.*

6. *En Matemáticas de Letras el porcentaje de suspensos de la convocatoria extraordinaria es 18,7% superior al de la convocatoria ordinaria.*

7. *En Matemáticas de Letras convocatoria extraordinaria, todos los años ha habido un porcentaje de suspensos superior al 50%. En ocho de los quince años el porcentaje de suspensos está en torno al 75%.*

---

acceso a estudios concretos". También señala ·que poco a poco se van ajustando ambas puntuaciones". Esto es lo que nosotros también hemos observado

8. *En Matemáticas de Letras convocatoria extraordinaria, la nota media nunca llega a 5; además sólo es superior a 4 un año.*

9. *Los datos de las Matemáticas de Letras en la convocatoria extraordinaria son muy malos, tanto en la serie temporal de clasificaciones relativas, como sobre todo en valor absoluto.*

c) Comparación Matemáticas Ciencias – Matemáticas Letras

10. *Para las dos Matemáticas las convocatorias extraordinarias producen, en valor absoluto, unos resultados sensiblemente peores que los de la convocatoria ordinaria. Comparativamente los mejores resultados son los de Matemáticas de Ciencias, convocatoria ordinaria, tanto respecto a su convocatoria extraordinaria, como con respecto a las Matemáticas de Letras, como con respecto a las diferencias entre c. ordinaria-c. extraordinaria (que son mayores en matemáticas de Ciencias), como con respecto a las medias de la prueba en general.*

11. *Los resultados de las Matemáticas de Ciencias son mejores que los de Letras tanto en convocatoria ordinaria como extraordinaria. En convocatoria ordinaria la media es 1 punto más alta y en convocatoria extraordinaria lo es 0,42. Los porcentajes de suspensos en convocatoria ordinaria son, en Ciencias, un 16,5% inferiores a los de Letras y en convocatoria extraordinaria lo son un 5,7% inferiores. Por lo tanto, la diferencia entre las dos asignaturas es sensiblemente mayor en convocatoria ordinaria que en la extraordinaria.*

5.10.2. Clasificación Estadística y Tipología de ejercicios

12. *En la convocatoria ordinaria un número alto de ejercicios F da lugar a clasificaciones B ó MB tanto en Letras como en Ciencias.*

13. *En Letras, en la convocatoria extraordinaria, un número alto de ejercicios F no da lugar necesariamente a una buena clasificación.*

14. *En las dos asignaturas y para las dos convocatorias un número alto de ejercicios D, da lugar a una clasificación M ó MM.*

15. *En las dos asignaturas y para las dos convocatorias cuando el número de ejercicios fáciles es parecido al de difíciles (4 ó 5 fáciles), la clasificación estadística del año puede ser M, R ó B.*

5.10.3. Resultados generales de las PAUs de la UPV – EHU y su relación con los resultados de Matemáticas

16. *Salvo los primeros años de generalización del sistema LOGSE, los resultados de Matemáticas de Ciencias, convocatoria ordinaria, no son malos ya que suelen estar próximos a la nota media de la prueba e incluso por encima de ésta. Se sitúan, en media, 0,29 puntos por debajo de la media general.*

17. *En cuanto a las Matemáticas de Letras, convocatoria ordinaria, se observa que sus medias siempre han sido inferiores a la nota media obtenida en el conjunto de la prueba. Se sitúan, en media, 1,26 puntos por debajo de la media general.*

Se aprecia además que "las diferencias entre la nota media de la prueba y la nota media de Matemáticas de Letras, convocatoria ordinaria, tienden a aumentar en los últimos años.

18. *La diferencia media entre la nota final de la selectividad y la nota de la prueba, es siempre favorable a la nota final de la selectividad, siendo la diferencia cercana al 0,6, en la convocatoria ordinaria.*

Pero, a la vez se observa que "cada vez hay un número mayor de alumnos que obtienen en la prueba una nota media mayor que la que tienen en su expediente de bachillerato".

19. *Para las dos Matemáticas, convocatoria extraordinaria, sus medias están por debajo de las medias generales (excepción: año 1995, CE).*

Las medias de Matemáticas de Ciencias, convocatoria extraordinaria, han ido empeorando respecto a la nota de la prueba, aunque en el año 2008 se aprecia una recuperación, igualándose la media de Matemáticas a la media general.

En las Matemáticas de Letras, convocatoria extraordinaria, las diferencias con la media general han ido empeorando, aunque se atisba una leve recuperación en los cursos 2007 y 2008.

20. *En la convocatoria extraordinaria, la media de alumnos con mejor nota en la prueba que en el expediente académico ha ido aumentando paulatinamente hasta alcanzar el porcentaje del 17% en el año 2007.*

Ligado a esto, está el hecho correlativo de la progresiva disminución de "las diferencias (en media) entre la nota final de la selectividad y la nota de la prueba, que para la convocatoria extraordinaria se sitúa entorno al 0,5.

5.10.4. Cambio del sistema LGE al sistema LOGSE

Se aprecia en los resultados presentados hasta ahora que la introducción del sistema LOGSE tuvo los siguientes efectos:

21. *Empeoraron los resultados de las Matemáticas de Ciencias en las dos convocatorias. Pasaron de estar en la convocatoria ordinaria, próximos a la media general de la prueba y de ser incluso superiores, a estar por debajo de la media global. Pasados cuatro o cinco cursos, los resultados de Matemáticas de Ciencias, convocatoria ordinaria, se recuperan y vuelven a niveles anteriores a la LOGSE.*

22. *En Matemáticas de Ciencias se pasó de un tipo de examen más flexible (de cinco cuestiones se elegían dos y de cinco problemas se elegían tres) a un examen más cerrado (de cada parte del examen se elige la cuestión o el problema). Se convirtió, por este cambio organizativo, en un examen más difícil.*

23. *En Matemáticas de Ciencias, hay que añadir a lo anterior, el cambio de programa, donde se sustituyó la probabilidad por la resolución de problemas. Este bloque, transversal o bloque cero en muchos libros de texto, no se preparaba suficientemente en muchos centros, o se limitaba a dar unas cuantas pinceladas sobre resolución de problemas, a los alumnos que ya habían aprobado el curso y debían ir al examen de selectividad.*

24. *En los años iniciales de la selectividad LOGSE, en las Matemáticas de Letras y para las dos convocatorias, no se ha apreciado un retroceso sustancial en los resultados, sino más bien al contrario, una mejoría (temporal porque con el transcurso de los años los resultados han vuelto a los niveles anteriores al sistema LOGSE). Hay aquí también un factor organizativo que ha sido el cambio de tipo de examen (se ha pasado de tres a cuatro partes y las dos primeras partes son el 60% del total), en la que la introducción de un cuarto ejercicio ha podido abrir el abanico de posibilidades y contribuir a una cierta mejora. Ha podido influir también, un cierto nivel de ejercicios más sencillos en los primeros años de la LOGSE.*

25. *Pero hay además un pequeño cambio de programa como es la introducción de las distribuciones y de la inferencia en el examen. Son éstas, materias a las que se llega mal, e incluso, se convierten en un recetario de fórmulas y métodos para salir del paso, lo que hace que el ejercicio correspondiente a esta parte se lleve mal preparado.*

26. *En la convocatoria ordinaria, las notas obtenidas en la prueba y en la nota final de selectividad, han ido mejorando a lo largo de los años. Es decir, con el sistema LOGSE, las notas de selectividad, de la convocatoria ordinaria, han mejorado.*

5.10.5. Tipología del alumnado

27. *La diferencia entre las convocatorias ordinaria y extraordinaria se ha ido agrandando en las dos Matemáticas. En ello influye, principalmente, el cambio en la tipología de alumnado que va a convocatoria extraordinaria. Un alumnado menos motivado, sin opciones para elegir los estudios universitarios que tal vez le gustaría realizar, deshabituado en la preparación de exámenes en las épocas en que se realiza (finales de junio, principios de julio), hacen que se despreocupen y lo dejen para una "mejor ocasión", abandonando sus opciones de ir a la universidad, o eligiendo para ello la vía larga a través de los ciclos formativos.*

28. *La diferencia entre los alumnos de Ciencias y de Letras, que disminuyó en los primeros años del sistema LOGSE, ha vuelto a los niveles anteriores. El alumnado de Ciencias ha retomado el pulso de esta asignatura y ello hace que por una parte se agranden las diferencias con los alumnos de Ciencias que quedan para convocatoria extraordinaria, pero también que las diferencias Ciencias-Letras, se sitúen en los niveles anteriores a la LOGSE. Claramente la elección de las Matemáticas de 2º de bachillerato separa a los alumnos en dos tipologías muy diferentes con relación a su interés y a su capacidad para las Matemáticas.*

5.10.6. Tendencias

29. *Las convocatorias extraordinarias sirven sólo para repescar a alumnos desinteresados que se conforman con pasar. La pugna está en la convocatoria ordinaria y luego ya casi da igual. La tendencia señala que la diferencia entre los resultados de las convocatorias se incrementa.*

30. *La nota media de la prueba ha reducido las diferencias con la nota media final de la selectividad y además el porcentaje de alumnos que mejora la nota media del expediente del bachillerato a través de la prueba es cada vez mayor. Esto es algo que requiere una explicación, más allá de lo que son causas imputables al azar. Nos atrevemos a apuntar el hecho de que algunas de las pruebas resulten sencillas para algunos alumnos en comparación con las que han tenido en bachillerato.*

***31.** El cambio de sistema de selectividad que se ha producido a partir del curso 2009 - 2010, más ligado a la opción efectuada por el estudiante, en el sentido de que el peso de las asignaturas por él elegidas y que más directamente están relacionadas con los estudios que quiere realizar, aumentará, y esto hace que la influencia de las asignaturas de Matemáticas sea mayor. A esto habrá que unir, previsiblemente, un cambio en el tipo de exámenes, ligado al concepto de competencias, introducido por la LOE. Se puede por tanto decir, que hemos cerrado un ciclo y se inicia otro, cuyos resultados habrá que volver a evaluar.*

CAPÍTULO VI
ESTUDIO EMPÍRICO: OPINIÓN DE LOS SEMINARIOS DE MATEMÁTICAS

En este capítulo se van a presentar los resultados obtenidos en la Prueba de Acceso de Matemáticas en la UPV – EHU, pero a diferencia del capítulo anterior, aquí el estudio se realizará a nivel de centro, con datos facilitados por el Negociado de Acceso de la UPV – EHU. De esta forma se completa el estudio sobre Pruebas de Acceso a la UPV – EHU en las asignaturas de Matemáticas.

La información que aportan los datos referidos a la variable centro, es más global, y por lo tanto además de proporcionar información general sobre las asignaturas de matemáticas, ya conseguidos en el capítulo anterior a partir del estudio individualizado, nos va a proporcionar información importante sobre los centros, en una serie temporal que permite observar tendencias y comportamientos regulares consolidados en el tiempo. De ahí pasaremos a estudiar algunas de las características que poseen los centros que obtienen resultados similares.

Pero para poder analizar mejor la información, que llegados a este punto hemos recopilado, nos ha parecido importante conocer la forma de trabajar de los Seminarios de Matemáticas de los Centros, requiriéndoles su opinión sobre la metodología que emplean en la clase de Matemáticas, sobre la forma en que preparan la Selectividad y sobre la utilización que hacen del libro de texto. Por una parte, como este estudio se ha realizado en el curso actual, esto nos permite tener una opinión reciente y por otra parte esas opiniones nos van a aportar muchas informaciones interesantes sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas.

De esta manera estamos relacionando los resultados cuantitativos obtenidos a través de los datos estadísticos sobre la Prueba de Acceso, con datos cualitativos sobre metodología de enseñanza de las matemáticas; de esas relaciones podremos obtener conclusiones que nos van a permitir alcanzar los objetivos de este Estudio Empírico, que son los siguientes:

6.1. OBJETIVOS

O.G. 1: ANALIZAR LA PRÁCTICA DOCENTE EN RELACIÓN A LAS MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO Y A LA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Se explicita mediante los siguientes objetivos específicos:

1.1. Determinar que libros de textos se utilizan.

1.2. Cuantificar los centros que utilizan material propio como libro de texto.

1.3. Analizar cómo se utiliza el libro de texto.

1.4. Estudiar cuándo y con qué alumnado se prepara la selectividad.

1.5. Analizar los materiales que se utilizan en la preparación de la selectividad.

1.6. Estudiar la percepción de los centros en relación a la dificultad de la prueba y de sus partes.

1.7. Estudiar los estilos de enseñanza utilizados en las matemáticas.

1.8. Determinar cuál es para los centros, el objetivo último de la enseñanza de las matemáticas.

O.G. 2: EFECTUAR UN ESTUDIO LONGITUDINAL DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR LOS CENTROS ENTRE LOS CURSOS 2003-2004 y 2007-2008

Se explicita mediante los siguientes objetivos específicos:

2.1. Estudiar las notas obtenidas por los centros en los cursos señalados, para las dos matemáticas.

2.2. Efectuar una comparación de resultados entre las dos matemáticas, en relación a la Titularidad del centro.

2.3. Analizar, en relación con la Titularidad, la nota obtenida en la Prueba y la nota del expediente académico del Bachillerato.

2.4. Efectuar una comparación de resultados entre las notas de la Prueba y del Expediente académico, en relación a la Titularidad del centro.

2.5. Analizar, en relación a la Titularidad, los porcentajes de alumnos que los centros presentan en la Prueba de acceso.

2.6. Analizar, las interrelaciones existentes entre las variables que miden los resultados principales.

2.7. Efectuar para los cursos 2006-2007 y 2007-2008, un análisis en relación a la Titularidad, de los datos del porcentaje de alumnos aprobados en la Prueba y en las dos Matemáticas.

O.G. 3: ANALIZAR LA INTERRELACIÓN EXISTENTE ENTRE LA PRÁCTICA DOCENTE Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Se explicita mediante los siguientes objetivos específicos:

3.1. Efectuar una clasificación de centros en estratos, en relación a los resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas.

3.2. Determinar, a través de los resultados de la encuesta, las características metodológicas de cada uno de los estratos establecidos en la Tipología de centros, en relación a la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

3.3. Describir las características generales de los centros que componen cada uno de los estratos.

3.4. Establecer las diferencias observadas entre los estratos, en relación a la metodología utilizada.

6.2. DISEÑO

Para poder responder a los objetivos planteados se ha diseñado una doble estrategia de recogida de información y análisis de los centros, mediante:

1. Un estudio descriptivo de la metodología docente de cada centro.

Para ello se ha diseñado un cuestionario que recoge aspectos metodológicos en relación con la enseñanza de las matemáticas y con la preparación de la Prueba de acceso a la Universidad; este cuestionario ha sido enviado a todos los centros que imparten Bachillerato.

2. **El análisis de los resultados obtenidos en los cursos del periodo 2004 – 2008, por los 205 centros de la CAV que imparten Bachillerato, en relación con las asignaturas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y Matemáticas II.**

Se ha dispuesto para ello de los datos de cada centro, en relación a las variables: nota media obtenida en cada una de las matemáticas, nota media obtenida en la prueba, nota media del expediente de bachillerato y tanto por ciento de alumnos que van a selectividad.

6.3. PROCEDIMIENTO

1. Para el estudio descriptivo se ha diseñado una encuesta (cuyo contenido detallamos en el apartado 6.5 y que se presenta en el anexo 7), que se envió a todos los centros de la CAV que imparten Bachillerato, durante la última semana de noviembre de 2009. La encuesta incluye dos modelos, uno para las Matemáticas II y otro para las Matemáticas

Aplicadas a las Ciencias Sociales; además había una carta de presentación. Todo ello se incluye en el anexo 7.

El número total de centros con bachillerato es de 205, y esas son las encuestas enviadas; posteriormente, como recuerdo, y con objeto de facilitar el trabajo de los centros, se enviaron los mismos documentos vía e-mail.

2. Para el análisis de resultados, el Negociado de Acceso de la UPV - EHU, nos facilitó en cinco volúmenes diferentes, los resultados correspondientes a los cursos 03 – 04, 04 – 05, 05 – 06, 06 – 07 y 07 – 08, asumiendo lógicamente, el compromiso de utilizarlos con fines académicos y para la investigación en curso, y garantizando en todo momento el anonimato de los centros en los análisis que se realicen.

La información facilitada consiste básicamente en una hoja por centro, donde se recogen los resultados obtenidos por ese centro en selectividad (en todas las asignaturas), la nota media del centro en la prueba en conjunto y la nota media del expediente académico del bachillerato. Además se recogen el número de alumnos que tiene el centro en bachillerato, el tanto por ciento que se matriculan en selectividad y el tanto por ciento de aprobados en 2º de bachiller.

Nosotros hemos seleccionado para nuestro estudio los datos relativos a las asignaturas de matemáticas, los de la prueba y el expediente, y los porcentajes de aprobados. Todo ello se ha dispuesto en un archivo, que ha sido tratado con el programa SPSS.

6.4. MUESTRA

El número total de encuestas recibidas ha sido:

Tabla 6.1 Número total de encuestas recibidas

	Número Encuestas Recibidas	**Participación (%)**
Matemáticas II	123	60%
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales	117	57%[12]
Total Centros	205	

[12] En realidad la participación es más alta, pues el número real de centros que imparten Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales es menor de 205.

Como se ve la participación se puede considerar alta, pues más de la mitad de los centros han respondido a la encuesta.

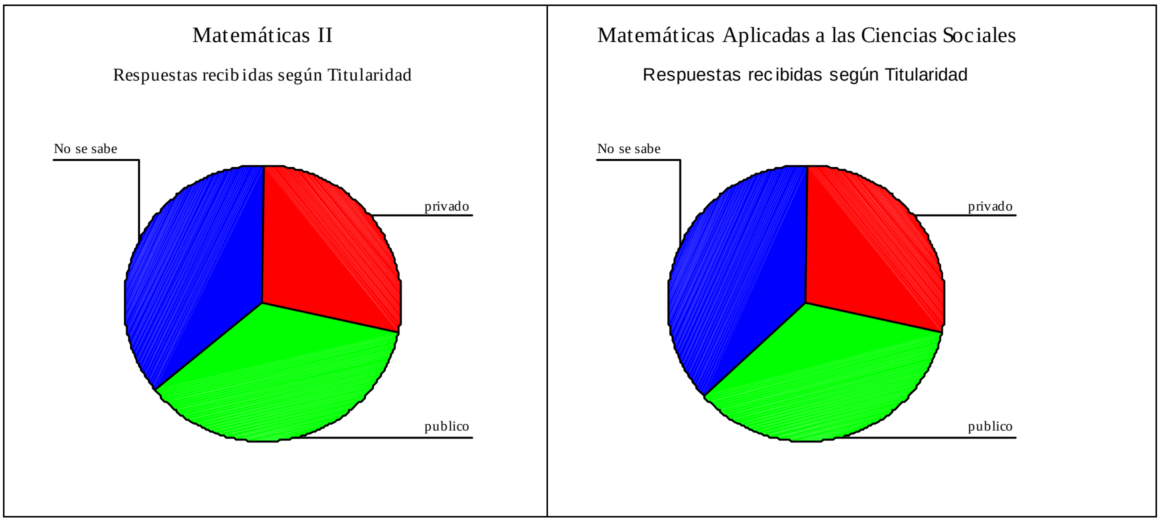


Fig. 6.1 Encuestas recibidas según la titularidad del centro

En los diagramas de sectores anteriores se observa que aproximadamente en un tercio de las respuestas recibidas no se conoce la titularidad del centro. Esto es así, porque la encuesta se podía responder facilitando los datos del centro, o sí se prefería, manteniendo el anonimato. Para muchos de los resultados de la encuesta, esto no impedía obtener conclusiones con el total de las respuestas recibidas, pero para otros en los que intervenía la titularidad, se han eliminado las respuestas de aquellos centros en los que ésta nos era desconocida.

La distribución real de centros de la CAV, por territorios y titularidad es la siguiente:

Tabla 6.2 Distribución de centros de la CAV por territorio y titularidad

	Pública	**Privada**	**Total**
Araba	14	12	26
Bizkaia	49	61	110
Gipuzkoa	27	42	69
Total	90	115	205

Las encuestas recibidas se distribuyen de la siguiente forma:

Tabla 6.3 Encuestas recibidas, por Territorio y Titularidad (desglose)

	Publica	Privada	No se sabe	Total
Araba	8	6	8	22
Bizkaia	21	17	20	58
Gipuzkoa	14	13	9	36
No se sabe			7	7
	43	36	44	123

Es decir la respuesta obtenida es alta, tanto si consideramos las respuestas por Territorio, como por Titularidad del centro. En ese sentido se puede afirmar que la muestra que manejamos es representativa del total de centros de la CAV.

Por otra parte en los datos referentes a resultados, obtenidos de la UPV - EHU, nos constan un total de 216 centros que imparten, o han impartido bachillerato en el periodo estudiado, 2004 – 2008. Las diferencias entre el número actual de centros (205) y el de 216, se debe a las variaciones habidas en algunos centros, que en un momento dado impartían bachillerato, pero posteriormente no, o centros que se han desglosado en dos, etc.

6.5. INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Para poder lograr los objetivos propuestos, hemos dispuesto de dos instrumentos de recogida de datos:

A) Para el estudio de la metodología de enseñanza de las matemáticas y preparación de la selectividad utilizada por los Seminarios de Matemáticas de los centros, se diseñó un cuestionario para cada asignatura de matemáticas (muy similares), que se recogen en el anexo 7, cuyas partes detallamos a continuación:

- Dos preguntas (1 y 2) que hacen referencia al libro de texto utilizado y al modo en que se utiliza.
- Un bloque de tres cuestiones (3, 4 y 5) en las que se pregunta sobre el periodo de tiempo en el que se prepara el examen de selectividad, y con qué alumnos se prepara.
- Un bloque de tres cuestiones (6, 7 y 8) en las que se pregunta sobre el material utilizado en la preparación de la selectividad.

- Una pregunta (la nº 9), que sólo aparece en Matemáticas II[13], sobre la diferencia entre las cuestiones y los problemas.

- Una cuestión referente a la percepción de los Seminarios sobre la dificultad de las partes del examen de selectividad (la nº 10 en Matemáticas II, nº 9 en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales).

- Una cuestión referente al estilo de enseñanza – aprendizaje utilizado en la asignatura. En ella se les pregunta por cinco posibles estilos diferentes (tradicional, práctico, apoyado en las TICs, basado en la realización de trabajos, de preparación para las pruebas de evaluación) (cuestión nº 11 en Matemáticas II, nº 10 en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales).

- Una pregunta en la que se les solicita expliciten el objetivo de su enseñanza de las matemáticas; en ella se deben posicionar entre el objetivo de "aprendizaje de las matemáticas" y el de "preparar para la prueba final externa". (la nº 12 en Matemáticas II, nº 11 en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales)

- Finalmente había una cuestión abierta en la que se les pedía señalar posibles cambios en el examen de selectividad de matemáticas.

B) Para el análisis de resultados se dispuso de los siguientes datos para cada centro y cada curso del periodo 2004 – 2008:

- Nota media obtenida en el examen de Matemáticas II
- Nota media obtenida en el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
- Nota media obtenida en la Prueba
- Nota media del expediente académico del Bachillerato
- Número de alumnos del Centro en Bachillerato
- Número de alumnos del Centro matriculados en Selectividad
- Número de alumnos del Centro que aprueban la Selectividad
- Para los cursos 2006 – 2007 y 2007 – 2008, se dispone además del número de alumnos del centro matriculados en cada asignatura y de entre ellos, del número de los que aprueban el correspondiente examen.

[13] En el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales no hay cuestiones, sólo hay problemas.

6.6. ANÁLISIS ESTADÍSTICOS

Una vez efectuada la recogida de datos, tanto de la encuesta, como de los resultados obtenidos por los centros, se han realizado los siguientes análisis:

- Análisis de frecuencias
- Análisis de interrelación/asociación de variables, en base a las pruebas estadísticas:
  - Coeficientes de correlación
  - Tablas y Coeficientes de contingencia
  - Comparación de Medias: Prueba t de Student
  - Análisis de varianza
- Análisis de reducción de dimensionalidad: Análisis de Componentes Principales

6.7. ANÁLISIS DE LA OPINIÓN DE LOS DOCENTES

6.7.1. Matemáticas II

Presentamos a continuación la descripción de las respuestas globales dadas al cuestionario por bloques de preguntas.

1. ¿Cuál es el libro de texto utilizado en el Bachillerato?

Tabla 6.4 Libros de texto utilizados en Matemáticas II

	TODOS				PRIVADA				PUBLICA			
	1º		2º		1º		2º		1º		2º	
ANAYA	72	58,5%	75	61,0%	11	31,4%	12	34,3%	37	84,1%	37	84,1%
EDEBE	8	6,5%	9	7,3%	5	14,3%	7	20,0%	1	2,3%	1	2,3%
EDELVIVES	10	8,1%	12	9,8%	3	8,6%	2	5,7%	3	6,8%	4	9,1%
SANTILLANA	2	1,6%	3	2,4%	1	2,9%	2	5,7%				
SM	8	6,5%	7	5,7%	4	11,4%	4	11,4%	1	2,3%	1	2,3%
BRUÑO	1	0,8%	1	0,8%								
EDITEX	2	1,6%	2	1,6%								
CASALS	0		1	0,8%								
Material propio	20	16,3%	13	10,6%	11	31,4%	8	22,9%	2	4,5%	1	2,3%

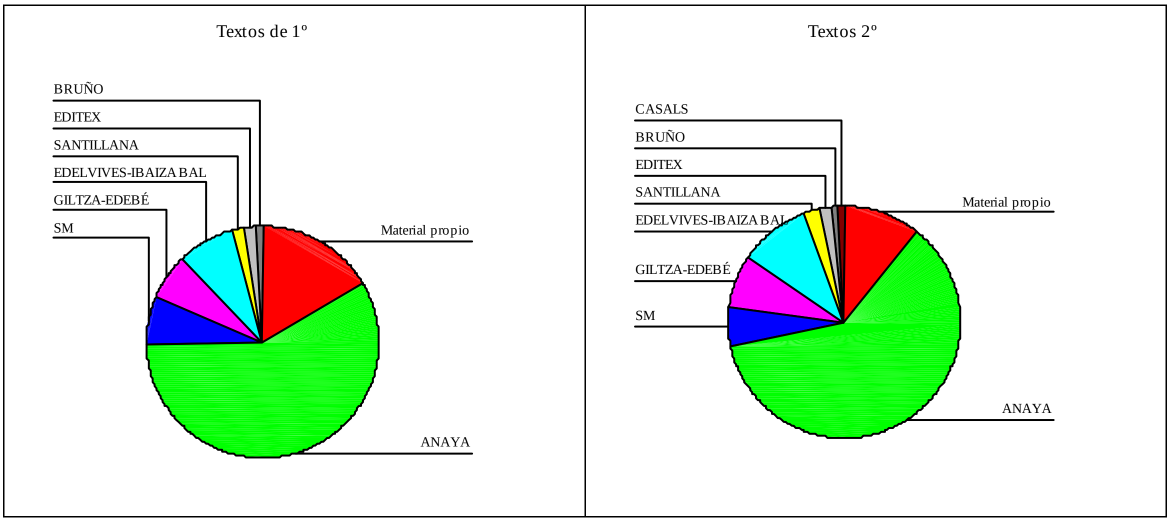


Fig. 6.2 Libros de texto utilizados en Matemáticas II

El mercado editorial lo lidera Anaya-Haritza con un 60% de cuota editorial; le siguen Edelvives-Ibaizabal, con aproximadamente un 9%, Edebé-Giltza con un 7%, y SM con un 6%.

Tres observaciones:

- *"El tener apuntes, o material propio es un hecho que se da casi exclusivamente en la privada (31,4% en 1º y 22,9% en 2º), frente a la pública (4,5% en 1º y 2,3% en 2º). Se da más en 1º que en 2º"*
- *"En la privada, el reparto entre editoriales está más equilibrado, siendo la primera editorial Anaya-Haritza, con un 32%, luego Edebé-Giltza con un 17%, SM con un 11% y Edelvives con un 7%. Hay además un alto porcentaje de centros (uno de cada cuatro) con material propio"*
- *"En la pública, la situación se puede decir que es de monopolio, pues un 84% de los centros utilizan Anaya-Haritza, estando Edelvives-Ibaizabal entorno al 8%"*

2. ¿Cómo se utiliza el libro de texto?

La respuesta mayoritaria es que se utiliza para todo (67%), pero hay un 11 % que sólo lo utilizan para problemas, y otro 11 % que no tienen puesto libro de texto.

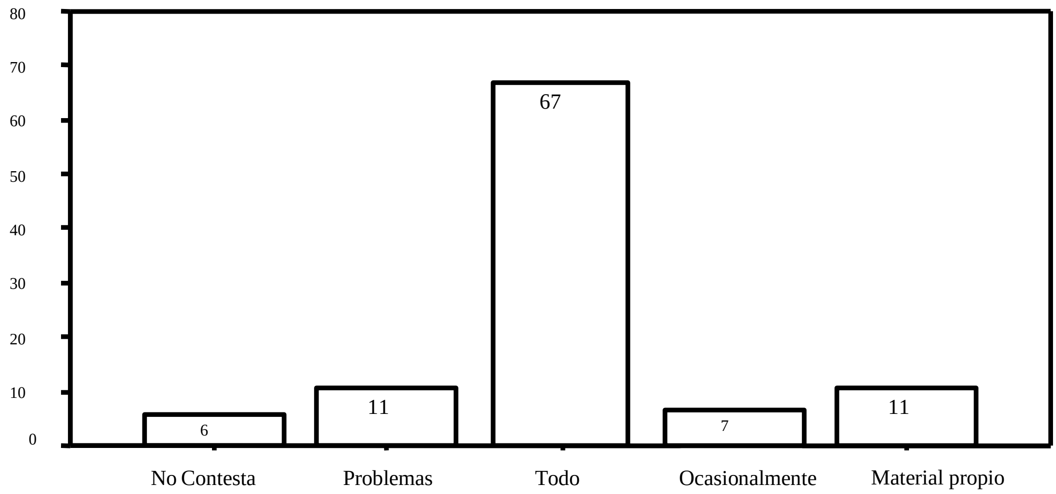


Fig. 6.3 Utilización del Libro de Texto (o material propio)

Acerca del momento en el que se prepara la selectividad y con qué alumnos, se disponía de tres preguntas numeradas de la 3, a la 5, ─**3. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara, a lo largo del curso, 4. se prepara al finalizar el curso, con todos los alumnos y 5. se prepara al finalizar el curso, sólo con los alumnos que han aprobado**─ para las cuales las respuestas han sido:

El 88 %, dicen estar de acuerdo con que la selectividad se prepara a lo largo del curso con todos los alumnos y en desacuerdo (57 %) con que se prepare al final del curso, sólo con los alumnos que han aprobado.

En la pregunta 4 el porcentaje de respuestas que están de acuerdo o muy de acuerdo, baja al 50%.

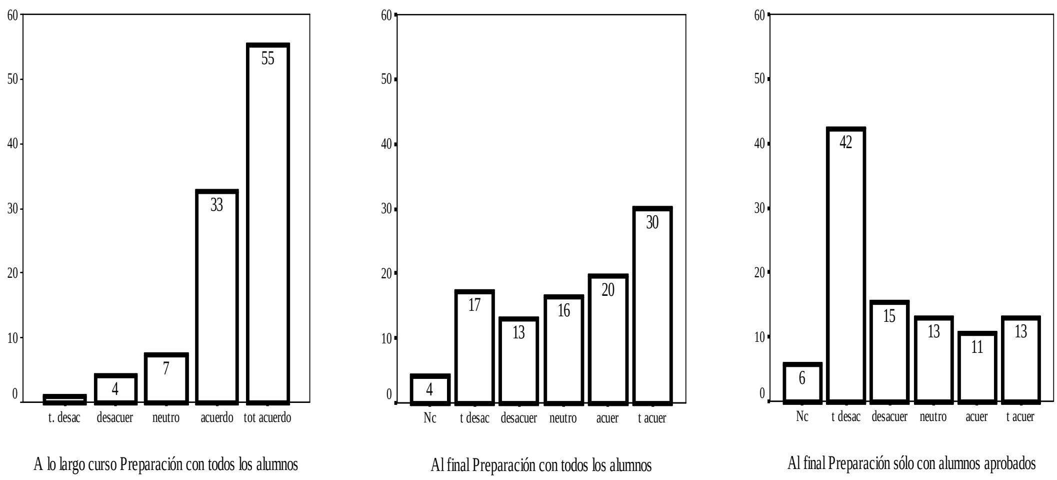


Fig. 6.4 Preparación de la Selectividad

En este bloque las preguntas 3 y la 5 son casi de signo opuesto, y decimos casi, porque los datos no son exactamente simétricos unos de otros; pero sí nos interesa resaltar que un 24% de los centros dicen estar de acuerdo, o muy de acuerdo, con que la selectividad se prepare al final del curso y sólo con los alumnos que han aprobado; por lo menos se debe entender como el reflejo de una opinión que entiende que es, en ese periodo y con esos alumnos, cuando se hace preparación específica para el examen de selectividad.

Acerca de los medios utilizados para preparar el examen de selectividad, se disponía de tres preguntas numeradas de la 6, a la 8, ─**6. se utiliza el libro de texto de la asignatura, 7. se utilizan exámenes de selectividad de otros años y 8. se utiliza material específico─,** siendo este un bloque de preguntas no excluyentes entre sí, del que se destaca el papel fundamental que juegan los exámenes de otros años en la preparación de la selectividad (98 %, de acuerdo o muy de acuerdo). Detrás le siguen igualados el libro del texto (38%) y material específico (35%).

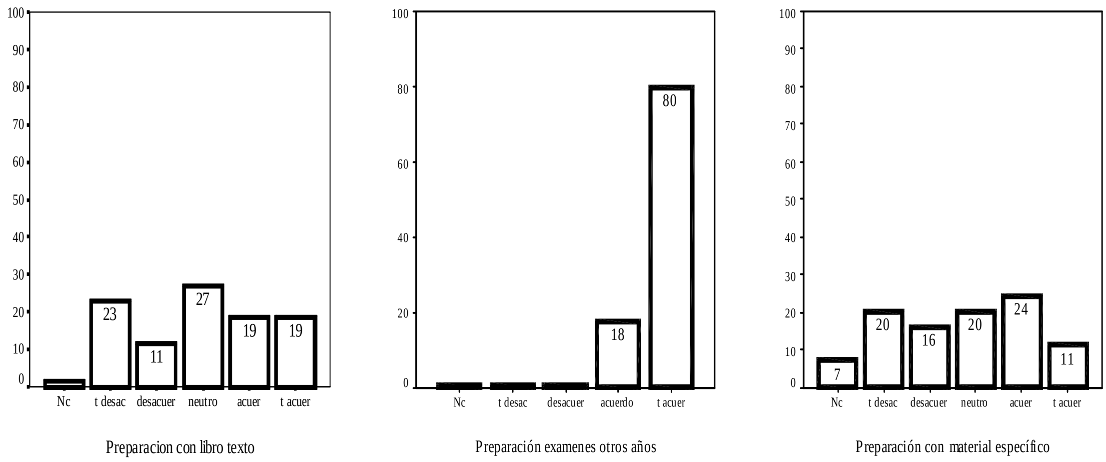


Fig. 6.5 Preparación de la Selectividad

9. Las cuestiones son más fáciles que los problemas

Hay un 32 % de centros que opinan que las cuestiones no son más fáciles que los problemas, pero a la mayoría, la pregunta le deja indiferente.

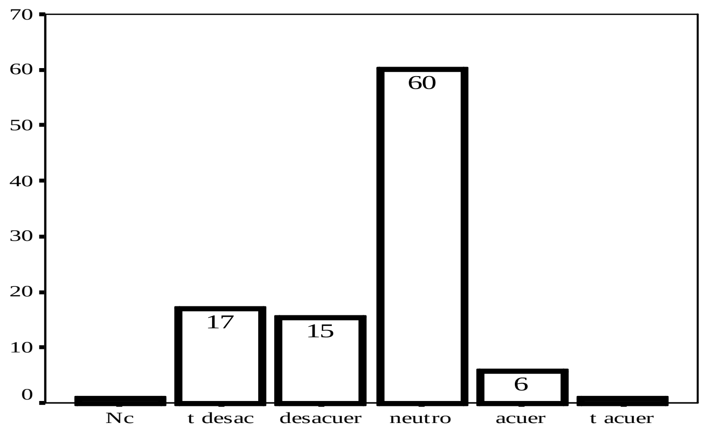


Fig. 6.6 Cuestiones más faciles que problemas

10. Califica de 1 a 5 la dificultad de cada una de las partes que contiene la prueba

Tabla 6.5 Dificultad de las partes del examen

%	Muy fácil	Fácil	Neutro	Difícil	Muy difícil
Algebra	5,7%	24,4%	66,7%	3,3%	
Geometría		15,4%	56,9%	25,2%	2,4%
Análisis	0,8%	5,7%	50,4%	40,7%	2,4%
Integrales	0,8%	6,6%	53,3%	34,4%	4,9%
Resolución de Problemas	0,8%	4,9%	29,3%	48%	17,1%

(1=muy fácil, 2=fácil, 3=neutro, 4=difícil, 5=muy difícil)

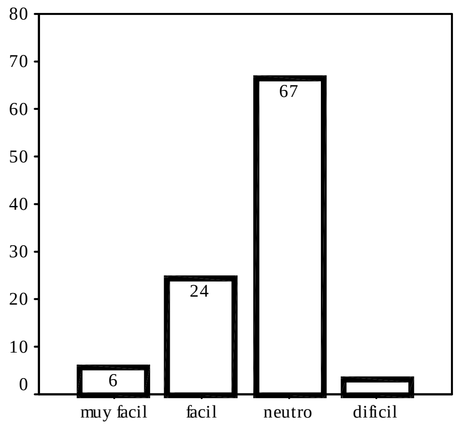
Algebra: un 91 % le dan una calificación entre 2 y 3; nadie la considera muy difícil

Geometría: nadie la considera muy fácil; el 82 % la califican entre 3 y 4

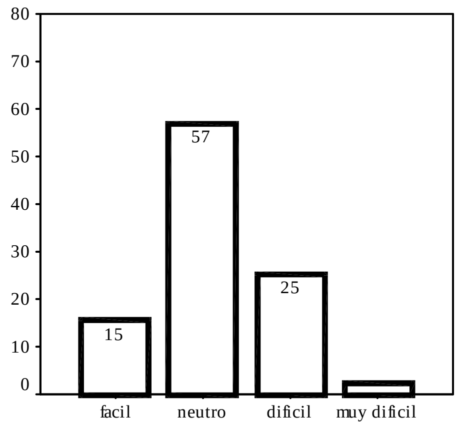
Análisis: el 91 % la califican entre 3 y 4

Integrales: el 87 % la califican entre 3 y 4.

Problemas: es la parte que tiene un mayor número de calificaciones 4 y 5 (65 %)



dificultad algebra



dificultad geometria

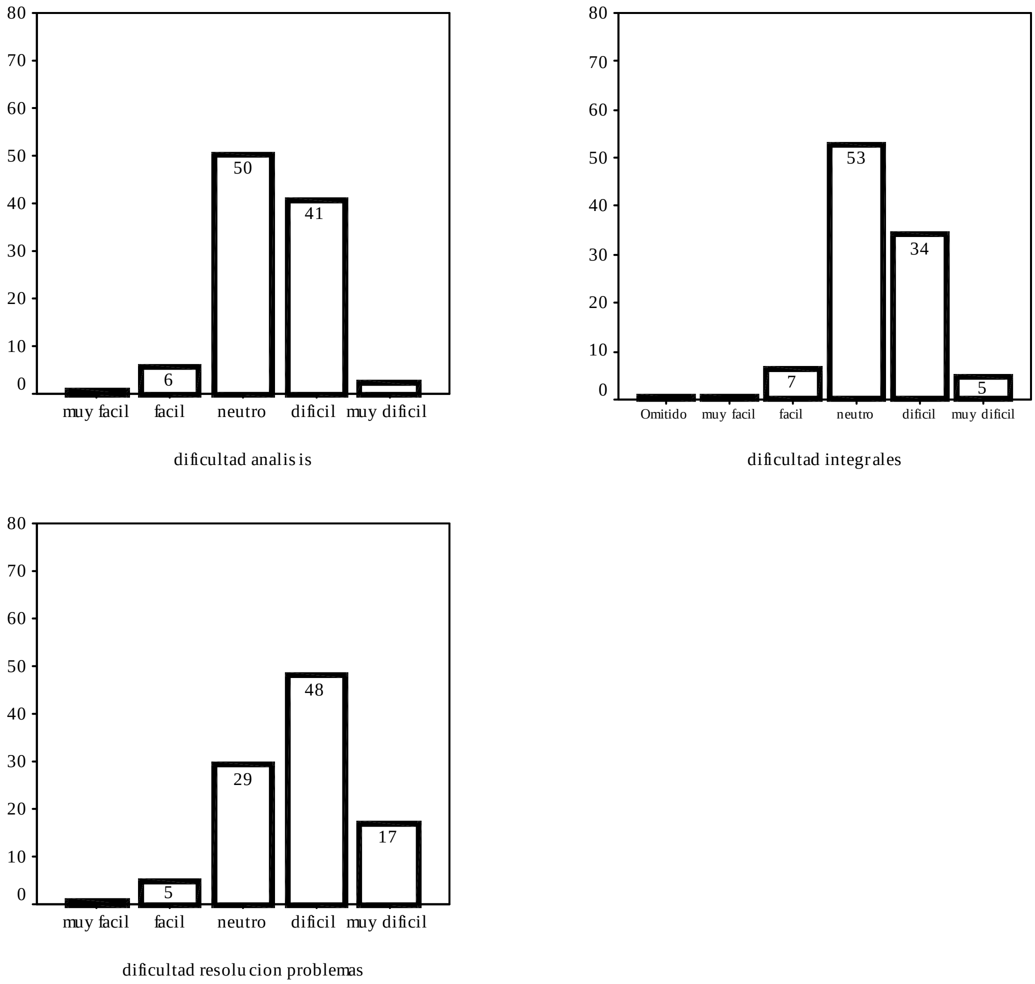


Fig. 6.7 Dificultad de las partes del examen

Para esta pregunta 10 el análisis de las medias, nos da los siguientes resultados:

Algebra	Geometría	Integrales	Análisis	R. Problemas	Media Global
2,67	**3,15**	**3,36**	**3,38**	**3,76**	**3,25**

(1=muy fácil, 2=fácil, 3=neutro, 4=difícil, 5=muy difícil)

Se aprecia que el Álgebra es considerada como la parte más fácil, seguida de la Geometría y siendo el Análisis considerado como ligeramente más difícil que las Integrales. La Resolución de Problemas, es considerada como la parte más difícil (también lleva asociada una mayor variación en las respuestas).

A la media de la última columna la vamos a denominar Índice Apreciativo de la Dificultad de la Prueba; en el caso de Matemáticas II, es 3,25

11. El estilo de enseñanza-aprendizaje utilizado en la asignatura es

Tabla 6.6 Estilos de Enseñanza - Aprendizaje

	Tot Desacuerdo	Desacuerdo	Neutro	Acuerdo	Tot Acuerdo
a) Tradicional	2,5%	13,2%	30,6%	39,7%	14%
b) Práctico, orientado a la realización de ejercicios y problemas		0,8%	7,4%	53,3%	38,5%
c) Apoyado en las TICs	32,5%	35,8%	21,7%	9,2%	0,8%
d) Basado en la realización de trabajos	52,5%	26,7%	12,5%	7,5%	0,8%
e) De preparación para las pruebas de evaluación	5,8%	16,7%	36,7%	30%	10,8%

Primeramente debemos observar que los estilos de enseñanza que se proponen no son excluyentes y que por lo tanto se puede estar de acuerdo con más de uno de ellos.

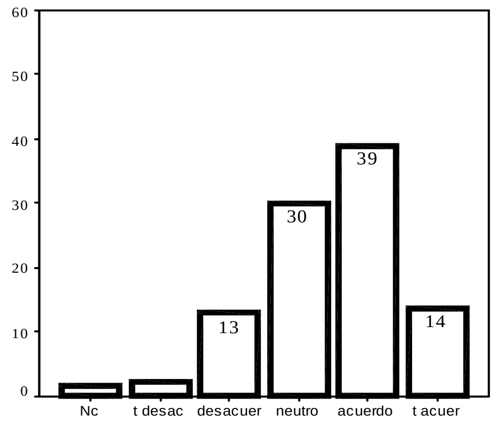
El 53 % se muestra de acuerdo ó muy de acuerdo con la afirmación de que la enseñanza que imparten es tradicional.

El 91 % (de acuerdo ó muy de acuerdo) afirman que su enseñanza es práctica.

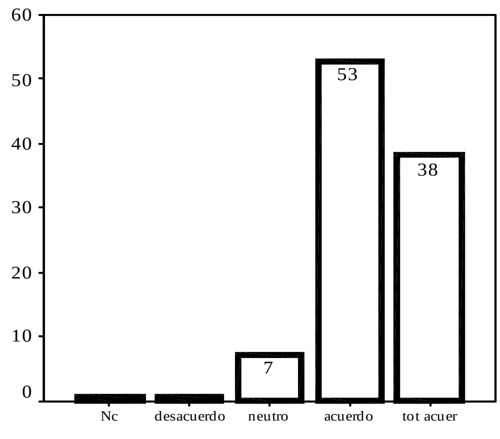
En cuanto a la utilización de TICs hay un 67 % que prácticamente no las utilizan y un 10% que sí dicen apoyarse en su utilización.

Sólo hay un 8 % que basen su enseñanza en la realización de trabajos.

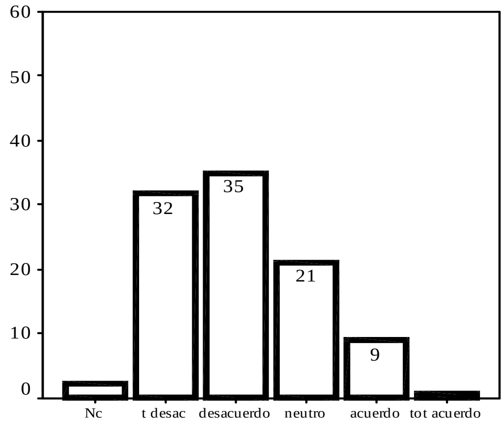
Y en cuanto a basar la enseñanza en la preparación de las pruebas de evaluación, hay un 22 % que no están de acuerdo, mientras que por el otro lado un 40 % sí que basan la enseñanza en la preparación de las pruebas de evaluación.



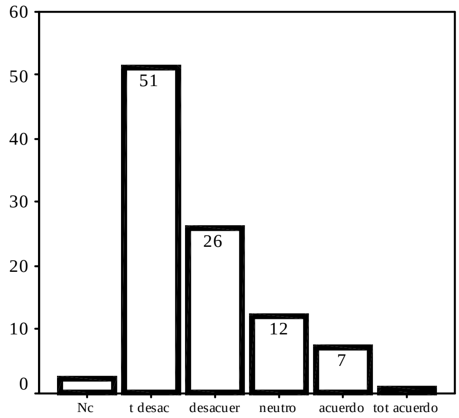
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje



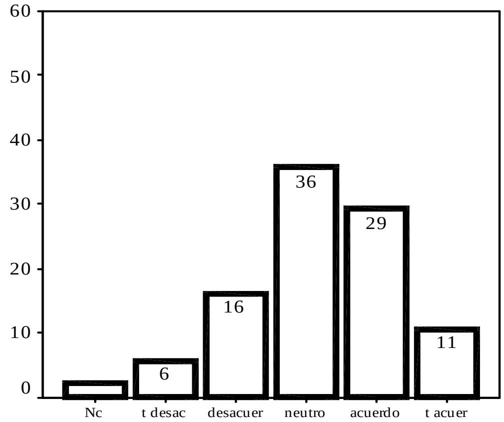
Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje



Estilo TICS enseñanza-aprendizaje



Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje



Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje

Fig. 6.8 Estilos de Enseñanza – Aprendizaje

12. En Matemáticas de 2º de Bachillerato, el objetivo de la enseñanza debe ser

Tabla 6.7 Objetivo de la enseñanza

Valoran mucho el aprendizaje (1)	**Aprendizaje (2)**	**Equilibrio (3)**	**Preparación de Prueba (4)**	**Valoran mucho la preparación Prueba (5)**
28,1%	22,3%	33,9%	13,2%	2,5%

Se aprecia una mayoría situada en el punto medio de equilibrio entre el aprendizaje y la preparación de la prueba. Aun así, hay un 50% que remarca el aspecto de aprendizaje y un 15 % se decanta por la preparación.

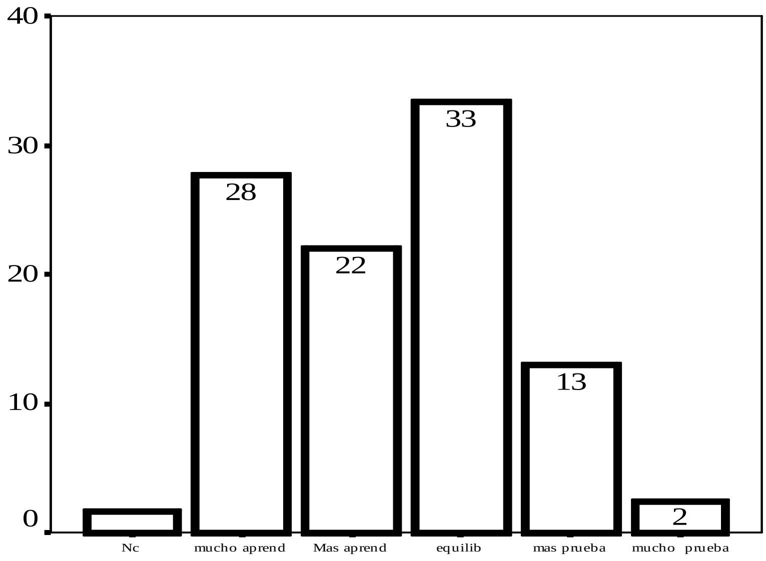


Fig. 6.9 Equilibrio aprendizaje-preparacion selectividad

En el siguiente cuadro, sacamos la media correspondiente a esta pregunta:

Estadísticos descriptivos

	N	Suma	Media	Desv. típ.
Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	121	290	2,40	1,107

Se ve con esta media que predomina el objetivo del aprendizaje sobre el de preparación de las pruebas, pues la media no llega a 3 que es el equilibrio.

13. ¿Qué cambiarías en el examen de selectividad de matemáticas II?

Las observaciones hechas por los centros sobre el tipo de cambios que proponen, se han agrupado en 13 categorías, más una que no aparece que es la de los que no cambiarían nada.

- Modelo de Examen: Hay 21 opiniones contrarias al cambio de modelo de examen que se va a producir en este curso 2009-2010, expresadas en el sentido de dejar el examen como estaba, pues disminuye la optatividad. Si a esas añadimos las 14 opiniones expresadas en el sentido de "No Cambiar Nada", tenemos 35 opiniones favorables a dejar la opcionalidad tal y como estaba hasta ahora.

- Resolución de Problemas: Hay 17 opiniones, en las que principalmente se pide que los problemas estén más directamente relacionados con el temario de 2º de bachiller, que sean más homogéneos en cuanto a su dificultad, y de tipo más mecanicista. A esto hay que añadir las 8 opiniones de quienes directamente piden suprimir esta parte del examen.
- Programa: Hay 4 opiniones, en las que se dice que el temario es muy extenso y, por lo tanto, se debería acortar y especificar más el nivel de profundización de cada tema.
- Horario: 4 opiniones muy homogéneas sobre que el horario de este examen siempre ha sido el 2º día por la tarde, y que tocaría cambiar y ponerlo por la mañana.
- Simplificar los cálculos: 3 opiniones en el sentido de que hay poco tiempo para realizar el examen y que por lo tanto los cálculos debieran ser menores y además fallar en los cálculos puede invalidar el problema.
- Reuniones: 3 opiniones pidiendo reuniones para informar sobre la nueva selectividad y para coordinar.
- Enunciados: 2 opiniones, una en el sentido de que los enunciados deben ser claros y la otra dice que en los enunciados hay errores.
- TICs: 2 opiniones en el sentido de que no hay tiempo para trabajarlas adecuadamente y de que si se solicitan deberían dejarse usar en el examen.
- Eliminar el examen: 2 opiniones favorables a eliminar este tipo de exámenes.
- Análisis: 1 opinión diciendo que esta parte es demasiado larga y que se deberían eliminar algunos de los teoremas.
- Parámetros: 1 opinión en el sentido de eliminar los parámetros, por ejemplo de las integrales y otra en el sentido de que haya menos parámetros.
- Varios: son unos cuantos de diverso signo; en uno se pide que se ponga teoría; en otro mayor nivel de exigencia para así discriminar mejor entre los alumnos; en otros se incide sobre que la finalidad debería ser el aprendizaje, pero que la selectividad hace que se dedique un gran esfuerzo a su preparación; otra opinión se refiere a que la selectividad debería adecuarse al tipo de estudios que se van a realizar y una última referida a la posibilidad de revisión de la nota.

Conclusiones:

1. *Las Matemáticas II se enseñan de manera tradicional, pero eminentemente práctica, concediendo una importancia considerable a la preparación de las pruebas de evaluación y en la que 1 de cada 10 centros utilizan las TICs.*

2. *Esto se refleja en una imagen de sí mismos como centros que conceden la misma importancia al objetivo de aprendizaje y al de preparación de la selectividad, aunque predomina ligeramente el aprendizaje.*

3. *Preparan la selectividad a lo largo de todo el curso y con todos los alumnos, aunque una cuarta parte de ellos lo hace más específicamente al final del curso y sólo con los alumnos que han aprobado, que son los que realizarán el examen de selectividad.*

4. *Para su preparación, casi todos, utilizan exámenes de selectividad de otras convocatorias, pero muchos también utilizan material específico.*

5. *Aprecian el examen de selectividad como difícil, aunque no en exceso y con variabilidad entre sus diferentes partes.*

6.7.2. Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Analicemos las respuestas, por bloques de preguntas.

1. ¿Cuál es el libro de texto utilizado en el Bachillerato?

Tabla 6.8 Libros de texto utilizados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

	TODOS				PRIVADA				PUBLICA			
	1º		2º		1º		2º		1º		2º	
ANAYA	70	59,8%	76	65,0%	10	30,3%	11	33,3%	36	87,8%	38	92,7%
EDEBE	4	3,4%	4	3,4%	3	9,1%	3	9,1%				
EDELVIVES	10	8,6%	13	11,1%	6	18,2%	7	21,2%			1	2,4%
SANTILLANA	2	1,7%	3	2,6%	1	3,0%	2	6,1%				
SM	5	4,3%	5	4,3%	1	3,0%	3	9,1%	1	2,4%	1	2,4%
BRUÑO	1	0,9%	1	0,9%								
EDITEX	2	1,7%	2	1,7%								
CASALS			1	0,9%								
MC GRAW HILL	1	0,9%	1	0,9%								
MATERIAL PROPIO	22	18,8%	11	9,4%	12	36,4%	7	21,2%	4	9,8%	1	2,4%

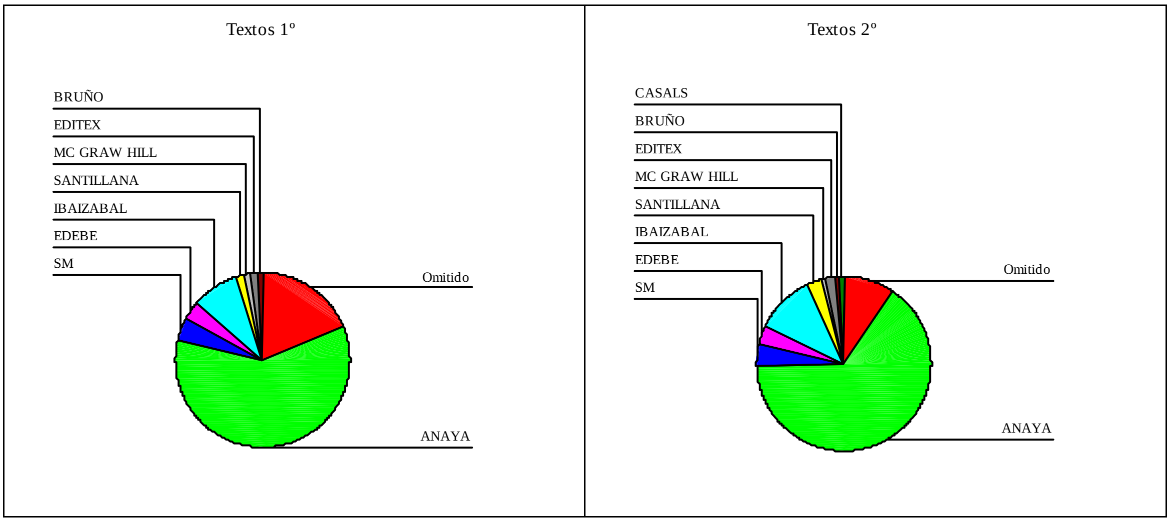


Fig. 6.10 Libros de texto utilizados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Se observa que aquí también el mercado editorial está liderado por Anaya-Haritza, con un 60% de cuota editorial; le siguen Edelvives-Ibaizabal, con aproximadamente un 10 %, estando todas las demás editoriales por debajo del 5%. En un único centro entra una editorial que no había en las otras matemáticas, como es Mc Graw Hill.

Tres observaciones:

- Hay muchos centros que tienen apuntes, o material propio; más en 1º de bachillerato (36,4% de los centros de privada frente a un 9,8% de la pública) que en 2º (21,2% de los privados frente a un 2,4% de los públicos). Es decir, en 2º de bachillerato, el utilizar material propio y no un texto comercial, es una característica casi exclusiva de los centros privados.

- En la privada, el mercado está más repartido, siendo la primera editorial Anaya-Haritza, con un 30%, le sigue Edelvives con un 18%, Edebé-Giltza con un 9%, y SM con un 6% . Hay además un alto porcentaje (30%) de centros con material propio.

- En la pública, en 1º, la situación se puede decir que es de monopolio, pues un 87,8% de los centros utilizan Anaya-Haritza, estando SM en el 2,5% y habiendo un 10 % de centros (muy inferior al dato de la privada) con material propio. Los datos están todavía más acentuados en 2º, donde Anaya tiene un 92,68% de cuota editorial, SM y Edelvives-Ibaizabal un 2, 5% cada uno, y hay otro exiguo 2,5% con materiales propios (frente a un 21,8% en la privada).

2. ¿Cómo se utiliza el libro de texto?

Hay un 8% que no utilizan ningún libro de texto (tienen material propio). El libro de texto, se utiliza mayoritariamente para todo (73%), sólo para problemas (9%), y hay un 7% que lo utilizan ocasionalmente.

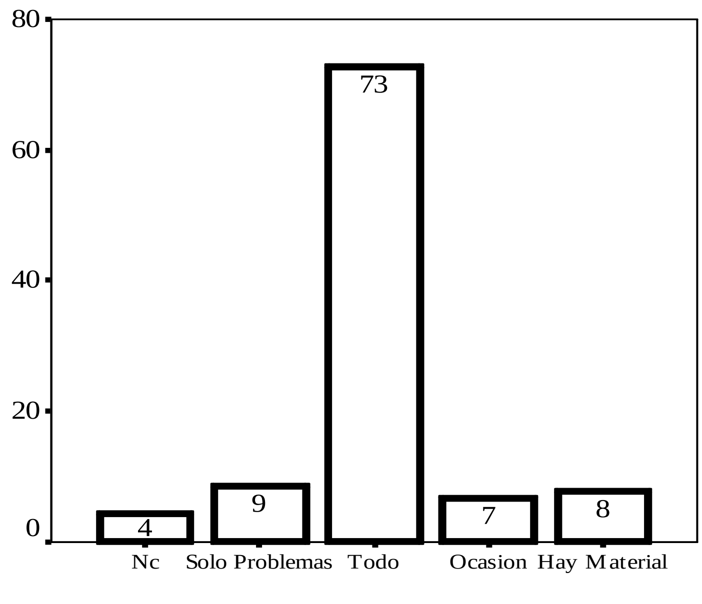


Fig. 6.11 Utilización del Libro de Texto

Acerca del momento en el que se prepara la selectividad y con qué alumnos, se disponía de tres preguntas numeradas de la 3, a la 5, ─**3. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara, a lo largo del curso, 4. se prepara al finalizar el curso, con todos los alumnos y 5. se prepara al finalizar el curso, sólo con los alumnos que han aprobado─,** para las cuales la respuesta que concita un mayor número de adhesiones es la de preparar la selectividad a lo largo del curso con todos los alumnos (83%). Hay un 41% que están de acuerdo o muy de acuerdo, con que se prepara al finalizar el curso con todos los alumnos. Un 26% están de acuerdo con que la preparan al final del curso, sólo con los alumnos que han aprobado.

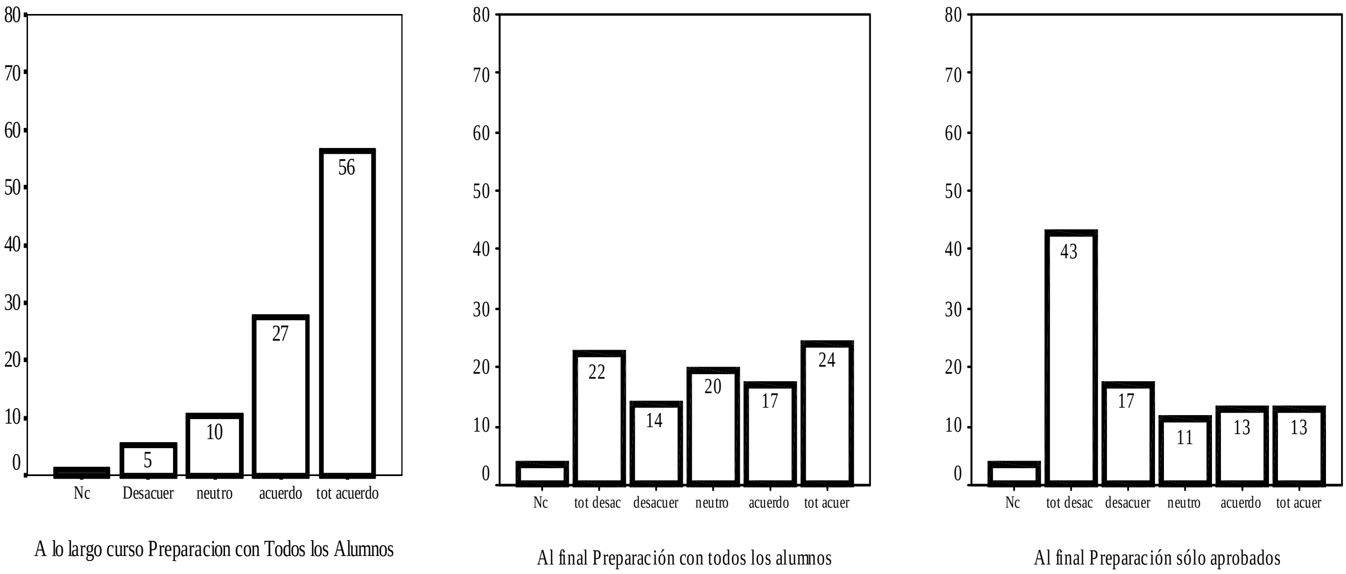


Fig. 6.12 Preparación de la Selectividad

Acerca de los medios utilizados para preparar el examen de selectividad, se disponía de tres preguntas numeradas de la 6, a la 8, ─**6. se utiliza el libro de texto de la asignatura, 7. se utilizan exámenes de selectividad de otros años y 8. se utiliza material específico─,** para las cuales en respuesta a la pregunta 6, un 36% afirman estar de acuerdo con ella, es decir utilizan el libro de texto para preparar la selectividad, pero también hay un 41% que no consideran el libro de texto como material con el que preparar el examen de selectividad. Un 98% utilizan exámenes de otros años y un alto porcentaje, el 40% utilizan material específico.

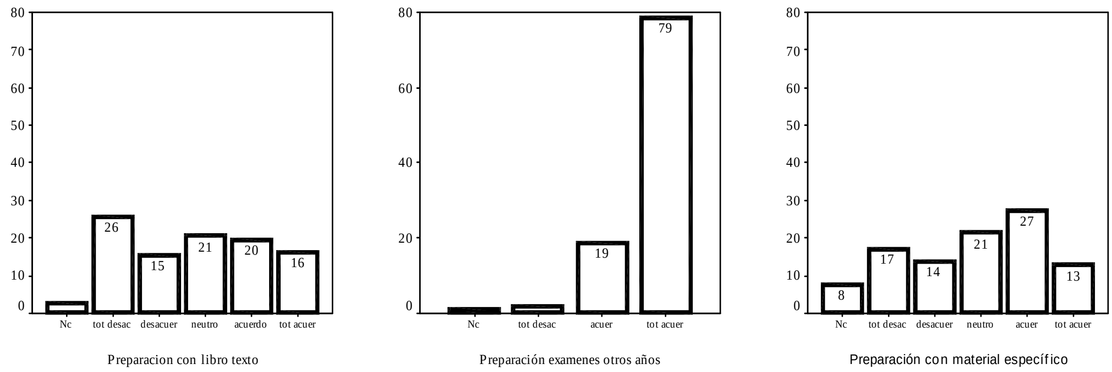


Fig. 6.13 Preparación de la Selectividad

9. Califica de 1 a 5 la dificultad de cada una de las partes que contiene la prueba

Tabla 6.9 Dificultad de las partes del examen

%	Muy fácil	Fácil	Neutro	Difícil	Muy difícil
Algebra y P.L.	0%	9,4%	67,5%	18,8%	4,3%
Análisis	0%	4,3%	27,4%	41,9%	26,5%
Probabilidad	0%	2,6%	41,9%	47,9%	7,7%
Estadística	0%	3,4%	46,2%	43,6%	6,8%

(1=muy fácil, 2=fácil, 3=neutro, 4=difícil, 5=muy difícil)

Como se ve, ninguna de las partes ha sido calificada como de muy fácil; en Álgebra y Programación Lineal, el 76% sitúan la calificación entre 3 y 4. En Análisis, un 26% lo sitúa como muy difícil. La Probabilidad es situada entre 3 y 4 por un 89%, igual que la Estadística.

Las medias de cada parte, son:

Algebra y P.L.	Estadística	Probabilidad	Análisis	Media
3,18	**3,54**	**3,61**	**3,91**	**3,55**

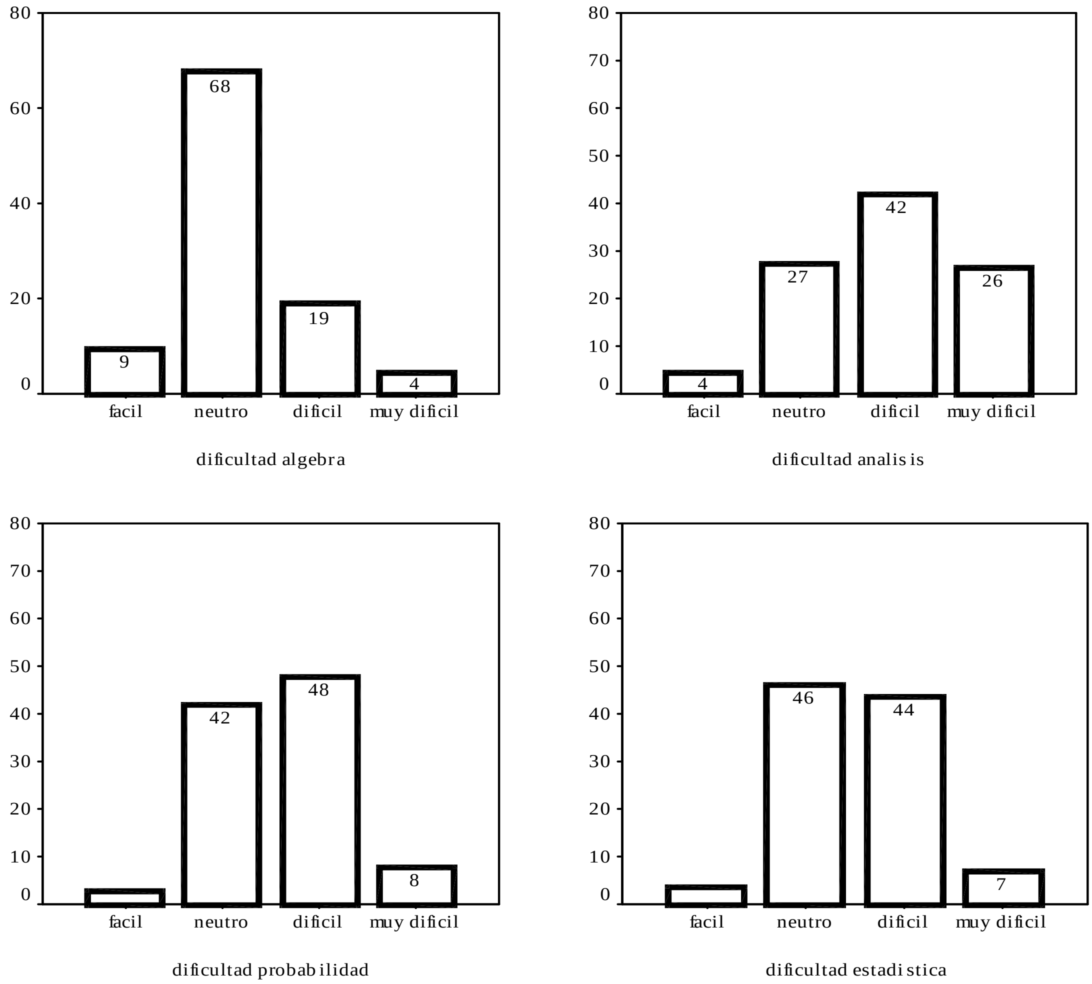


Fig. 6.14 Dificultad de las partes del examen

Todas ellas están entre 3 y 4, es decir, se consideran los exámenes, de normales a difíciles. El Álgebra (y P.L.) reciben una puntuación superior al Álgebra de Matemáticas II, y el Análisis también, siendo aquí la parte del examen considerada como más difícil.

<u>El Índice Apreciativo de la Dificultad de la Prueba</u> en el caso de <u>Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales</u>, es <u>3,55</u>; es decir, en los Centros se percibe esta prueba como más difícil que la de Matemáticas II.

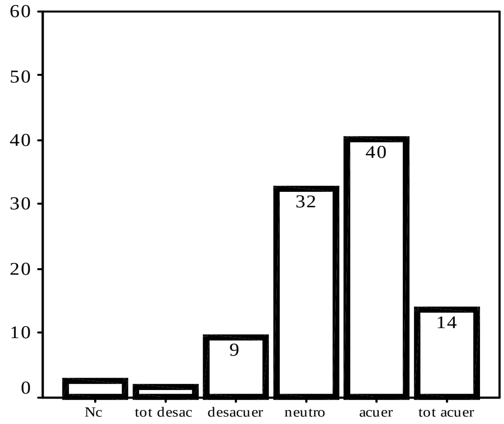
10. El estilo de enseñanza-aprendizaje utilizado en la asignatura es

Tabla 6.10 Estilos de Enseñanza - Aprendizaje

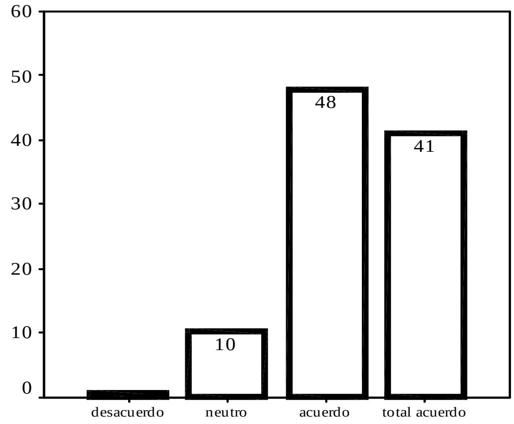
	total Desac	Desac	Neutro	Acuer	Total acuerdo
a) Tradicional	1,8%	9,6%	33,3%	41,2%	14%
b) Práctico, orientado a la realización de ejercicios y problemas	0%	0,9%	10,3%	47,9%	41%
c) Apoyado en las TICs	40%	30,4%	18,3%	10,4%	0,9%
d) Basado en la realización de trabajos	50%	26,7%	11,2%	11,2%	0,9%
e) De preparación para las pruebas de evaluación	6,1%	13,2%	35,1%	33,3%	12,3%

Las preguntas no son excluyentes. El 55 % se muestra de acuerdo ó muy de acuerdo con la afirmación de que la enseñanza que imparten es tradicional. El 89 % afirman que su enseñanza es práctica. En cuanto a la utilización de TICs hay un 11 % que las utilizan. Hay un 12 % que basan su enseñanza en la realización de trabajos.

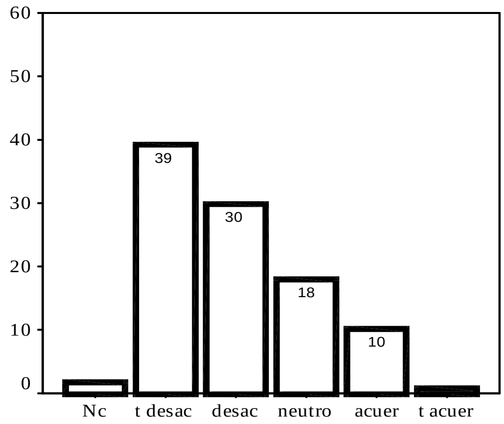
Y en cuanto a que el modelo de enseñanza-aprendizaje sea de preparación de las pruebas de evaluación, hay un 19 % que no están de acuerdo, mientras que por el otro lado un 45 % sí que lo están.



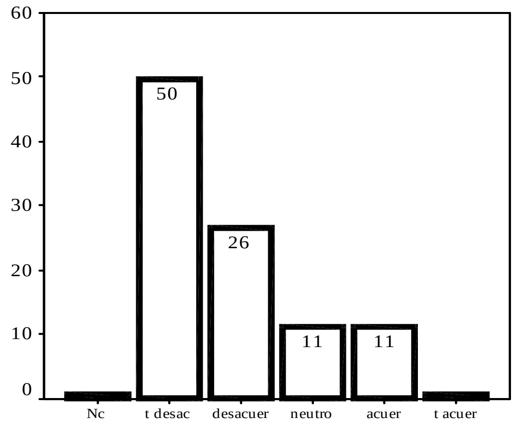
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje



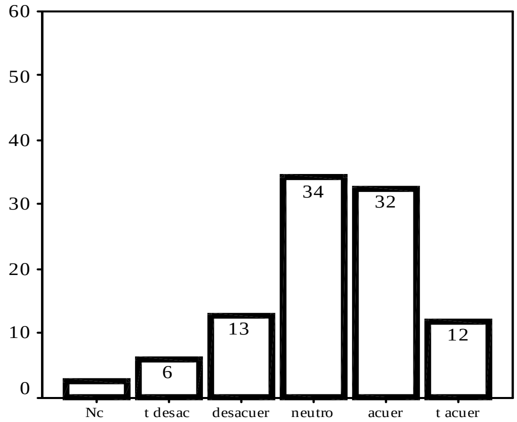
Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje



Estilo TICS enseñanza-aprendizaje



Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje



Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje

Fig. 6.15 Estilos de Enseñanza - Aprendizaje

11. En Matemáticas de 2º de Bachillerato, el objetivo de la enseñanza debe ser

Tabla 6.11 Objetivo de la Enseñanza

Valoran mucho Aprendizaje (1)	**Aprendizaje (2)**	**Equilibrio (3)**	**Preparación prueba externa (4)**	**Valoran mucho prep. Prueba externa (5)**
20,2%	24,6%	35,1%	16,7%	3,5%

Se aprecia una mayoría situada en el punto medio de equilibrio entre el aprendizaje y la preparación de la prueba. Aun así, hay un 45% que remarca el aspecto de aprendizaje y un 19 % se decantan por la preparación.

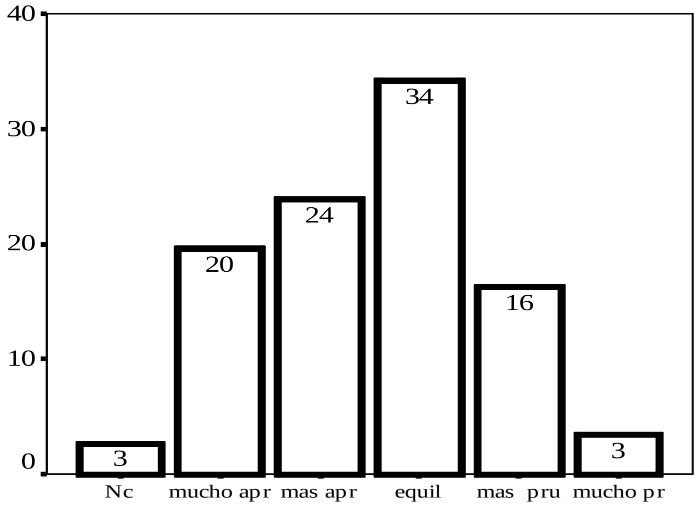


Fig. 6.16 Equilibrio aprendizaje-preparacion selectividad

Estadísticos descriptivos

	N	Suma	Media	Desv. típ.
Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	114	295	2,59	1,096

Se ve con esta media que el objetivo de la enseñanza está casi en el punto medio de la balanza entre aprendizaje y preparación del examen de selectividad, aunque se inclina ligeramente hacia la preparación de la prueba externa.

12. ¿Qué cambiarías en el examen de selectividad de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales?

Las observaciones hechas por los centros sobre el tipo de cambios que proponen, se han agrupado en 12 categorías, más una que no aparece que es la de los que no cambiarían nada.

- Modelo de Examen: Hay 25 opiniones contrarias al cambio de modelo de examen que se va a producir en este curso 2009-2010, expresadas en el sentido de dejar el examen como estaba, pues disminuye la optatividad. Si a esas añadimos las 4 opiniones expresadas en el sentido de "No Cambiar Nada", tenemos 29 opiniones favorables a dejar la opcionalidad tal y como estaba hasta ahora. En dos de ellas se expresa la opinión de que si se implanta el nuevo modelo, debería haber más ejercicios (en una de ellas se proponen 5 ejercicios de igual valor).

- Dificultad General: 22 opiniones en el sentido de que el examen es demasiado difícil; en dos de ellas se dice que la media es muy baja y que es el único suspenso de la UPV - EHU; en otras dos se dice que es igual ó más difícil que el examen de Matemáticas II.
- Análisis: 13 opiniones muy variadas; la mayoría inciden en la especial dificultad de esta parte. Dos de ellas proponen quitar las integrales; una de ellas habla de poner conceptos, no cálculos; en otra se dice que no se pongan parámetros; en dos de ellas se piden funciones más sencillas (polinomios o racionales) dentro de un contexto. Hay una que pide más análisis y menos muestreo y otra que está de acuerdo con el nuevo tipo de ejercicios incluidos en esta parte, que en su opinión reduce la dificultad del cálculo de áreas.
- Programa: Hay 7 opiniones, en las que se dice que el temario es muy extenso y, por lo tanto, se debería acortar; uno de ellos propone quitar la Inferencia estadística, otro disminuir el Álgebra y el Análisis (pero no la Programación Lineal) y otro propone hacer dos partes A y B, y examinarse sólo de una de ellas.
- Horario: 3 opiniones sobre que el horario de este examen debería ser por la mañana; en una de ellas se pide más tiempo para el examen y en otra que no coincida con el horario de otra asignatura.
- Puntuaciones: 2 opiniones; se pide que todos los ejercicios valgan igual.
- Enunciados: 2 opiniones, una en el sentido de que los enunciados deben ser claros y la otra dice que hay que cuidar las traducciones (se cita la probabilidad).
- Estadística: 2 opiniones en el sentido de eliminar la estadística del examen, una de ellas porque dice que es muy difícil para los alumnos, la otra expresa la misma razón, pero propone sustituirla por más análisis.
- Reuniones: 1 opinión pidiendo reuniones para informar sobre la nueva selectividad y para coordinar.
- Eliminar el examen: 1 opinión.
- Probabilidad: 1 opinión que propone recuperar los problemas de Bayes y de la probabilidad total.
- TICs: 0 opiniones.
- Varios: Se expresa la especificidad del alumnado que escoge esta asignatura y que el objetivo de la enseñanza debería ser el aprendizaje, pero que la selectividad impone un sentido preparatorio para la prueba. Por la especificidad del alumnado en una opinión se pide que se evalúen contenidos mínimos.

<u>Conclusiones</u>:

1. *Las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales se enseñan de manera eminentemente práctica, concediéndole una importancia considerable a la preparación de las pruebas de evaluación y para la que en 1 de cada 10 centros se utilizan las TICs y en el 12% de ellos, se realizan trabajos como método de enseñanza.*

2. *La autoimagen de los centros, les sitúa en el punto de equilibrio entre el objetivo de enseñanza de las matemáticas y el objetivo de preparación de una prueba externa, aunque predomina ligeramente la preparación de la prueba.*

3. *Preparan la selectividad a lo largo de todo el curso y con todos los alumnos, aunque una cuarta parte de ellos lo hace más específicamente al final del curso y sólo con los alumnos que han aprobado, que son los que realizarán el examen de selectividad.*

4. *Para su preparación utilizan exámenes de selectividad de otras convocatorias y un 44% de ellos material específico.*

5. *Aprecian el examen de selectividad como difícil e inciden especialmente en la dificultad de la parte de Análisis.*

6.7.3. Comparación entre Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Comparando los datos de la encuesta en las dos Matemáticas, debemos señalar que son bastante similares. En concreto:

1. Hay una parecida utilización del libro de texto, pero el porcentaje de centros con material propio es ligeramente superior en Matemáticas II (un 11,2% frente a un 8%).

2. El perfil de preparación de la selectividad ─a lo largo del curso con todos los alumnos─ es similar.

3. Los estilos de enseñanza son parecidos, aunque en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales se aprecia un mayor enfoque práctico de la asignatura (un 11% utiliza TICs, frente a un 10%; un 12% utiliza trabajos, frente a un 8%; un 46% prepara para las pruebas de evaluación, frente a un 40%).

4. La apreciación de la dificultad de las partes de la prueba de acceso, merece un comentario, pues se señala como más difícil la prueba de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (índice de dificultad 3,55, frente a un 3,25 la de Matemáticas II) y las partes tanto de Álgebra (3,18 frente a 2,67) y de Análisis (3,91, frente a 3,38) son consideradas como más difíciles en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en Matemáticas II. Además el Análisis es la parte que se considera más difícil en las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales.

5. En cuanto a los libros de texto utilizados en una u otra asignatura, se observa que:

- En primer curso los porcentajes de penetración de cada editorial son parecidos, siendo Anaya-Haritza la primera con cerca del 60% de cuota de mercado. En las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales hay una editorial que no está en las otras matemáticas, como es Mc Graw Hill. Los centros que utilizan material propio son un poco más en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en las otras (18,8%, frente a 16,3%).
- En segundo curso los porcentajes son similares; el ranking lo encabeza Anaya-Haritza, con más de un 60% de cuota de mercado, seguido por Edelvives-Ibaizabal (mayor penetración en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales), a continuación viene Giltza-Edebé (mayor penetración en Matemáticas II) y SM (mayor penetración también en Matemáticas II). El porcentaje de centros que utilizan material propio cae en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales a un 9,4% y en Matemáticas II baja un 10,6%.

Como resumen se puede decir que el mercado editorial está claramente dominado por Anaya-Haritza, tanto en Públca, como en Privada y que luego hay una segmentación del mercado en la que aparecen múltiples editoriales, pero siendo algunas de ellas testimoniales y reducidas al mercado de textos para modelo A (en castellano).

6.7.4. Resultados en función de la Titularidad del Centro

Aproximadamente un tercio de las respuestas no contestan a la variable titularidad, no pudiéndose imputar sus respuestas ni a una ni a otra de las categorías Público / Privado.

Por lo tanto sólo vamos a analizar las encuestas que contestan a la pregunta de la Titularidad, señalando a continuación las preguntas para las que el comportamiento Público / Privado es diferente y alguna otra en la que no lo es, pero nos ha parecido importante constatarlo.

6.7.4.1. Matemáticas II

6.7.4.1.1. Diferencias Público / Privado

- *Pregunta 2*: **La utilización del libro de texto con relación a la titularidad**

Las respuestas dadas a la pregunta 2, por los centros de los que se conoce la titularidad han sido:

Tablas 6.12 Utilización del libro de texto según titularidad

	Públicos+Privados		**Privados**		**Públicos**	
Matemáticas II	**1º Bach**	**2º Bach**	**1ºBach**	**2º Bach**	**1º Bach**	**2º Bach**
Material propio	16,3%	10,6%	31,4%	22,9%	4,5%	2,3%

Hay un diferente comportamiento entre los centros públicos y los privados en cuanto a la utilización de material propio como libro de texto. Para comprobarlo efectuamos un análisis a través de tablas de contingencia y prueba chi – cuadrado:

Tabla de contingencia Utilización * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
Utilización del Libro de Texto	Solo PROBLEMAS	6	2	8
	TODO	16	37	53
	OCASIONALMENTE	4	2	6
	Hay MATERIAL	7	1	8
Total		33	42	75

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	14,618(a)	3	,002

1. *Se concluye que la utilización del libro de texto (o su no existencia y empleo de materiales propios) es diferente entre los centros públicos y los privados. En los públicos, casi todos tienen libro de texto que se utiliza para todo, mientras que en los privados, hay muchos que tienen material propio, y entre los que tienen libro las opciones de uso están más repartidas.*

- *Pregunta 6*: **Preparación de la selectividad con el libro de texto**

Tabla 6.13 de contingencia Preparación con libro texto * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
Preparación con libro texto	total desacuerdo	11	4	15
	desacuerdo	4	5	9
	neutro	9	14	23
	acuerdo	7	8	15
	total acuerdo	3	13	16
Total		34	44	78

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	9,658(a)	4	,047

2. *<u>No se utiliza igual el libro de texto para preparar la selectividad</u> en los centros públicos y en los privados. Mientras que casi la mitad de los públicos dicen utilizarlo, en los privados son más los que no lo utilizan.*

- *Pregunta 10*: **Apreciación de la dificultad de las partes que componen el examen de selectividad.**

Las medias atribuidas a cada una de las partes, en las dos redes educativas son:

Tablas 6.14 Apreciación de la dificultad de las partes del examen según titularidad

Titularidad		dificultad algebra	dificultad geometría	dificultad análisis	dificultad integrales	dificultad resolución problemas
Privado	Media	2,63	3,14	3,31	3,31	3,83
Público	Media	2,68	3,27	3,45	3,41	3,66
Total	Media	2,66	3,22	3,39	3,37	3,73

Contrastando la diferencia de medias, no se obtiene significatividad en ninguno de los casos.

Prueba de muestras independientes

	Prueba T para la igualdad de medias						
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
dificultad algebra	-,378	77	,706	-,05	,142	-,333	,227
dificultad geometría	-,806	77	,423	-,13	,158	-,451	,191
dificultad análisis	-,834	77	,407	-,14	,171	-,475	,195
dificultad integrales	-,579	77	,564	-,09	,163	-,421	,231
dificultad resolución problemas	,856	77	,395	,17	,199	-,225	,564

3. *Si se analizan <u>la dificultad de las partes del examen</u> por separado en relación con la variable titularidad, <u>no se aprecian diferencias</u> significativas entre las valoraciones hechas por los centros públicos y privados.*

- *Pregunta 11*: **Estilo en el que se basa la enseñanza**

En algunos de los centros públicos se está de acuerdo con el estilo de enseñanza basado en trabajos y no así en los privados. Veamos los análisis:

Tabla 6.15 de contingencia Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje	total desacuerdo	16	24	40
	desacuerdo	14	8	22
	neutro	0	8	8
	acuerdo	4	3	7
Total		34	43	77

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	10,470(a)	3	,015

4. *Contrastando el estilo en el que los centros basan su enseñanza con respecto a la variable titularidad, <u>sólo se producen diferencias</u> significativas en cuanto al <u>estilo de enseñanza basado en trabajos</u>. Los centros públicos y los privados no funcionan de igual manera a la hora de basar la enseñanza de las Matemáticas II en la realización de trabajos. <u>En los centros privados el porcentaje de los que no están de acuerdo</u> con este estilo basado en trabajos <u>es mayor que en los centros públicos</u>.*

Comparemos ahora, dos a dos, los estilos de enseñanza; análisis interesante, no en cuanto a la titularidad, sino para establecer relaciones entre estilos de enseñanza-aprendizaje. Obtenemos los siguientes resultados:

5. *Sólo difieren de forma significativa los estilos Tradicional y TICs; <u>los centros que están de acuerdo con un estilo tradicional de enseñanza, no emplean las TICs</u>.*

La tabla de contingencia correspondiente es la siguiente:

Tabla 6.16 de contingencia Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje * Estilo TICs enseñanza-aprendizaje

		Estilo TICS enseñanza-aprendizaje					Total
		total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo	
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje	total desacuerdo	1	0	0	0	1	2
	desacuerdo	2	1	7	1	0	11
	neutro	6	10	3	3	0	22
	acuerdo	7	15	5	1	0	28
	total acuerdo	11	0	2	0	0	13
Total		27	26	17	5	1	76

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	72,457(a)	16	,000

6. Hay <u>dudas sobre una posible diferencia entre la utilización de los estilos “Tradicional – Práctico</u>”, porque la chi cuadrado da significatividad, pero aunque la correlación entre ellos es positiva, no es significativa.

También tienen <u>correlaciones positivas</u>, pero no son significativas, “Tradicional – Preparación de pruebas”, “Práctico – Preparación de pruebas”, “TICs – Trabajos” y “Trabajos – Preparación de pruebas”.

7. *Sin embargo son estilos contrapuestos, en el sentido de que sus correlaciones son negativas: "Tradicional – TICs", "Tradicional – Trabajos", "Práctico – TICs", "Práctico – Trabajos" y "TICs – Pruebas".*

Lo que confirma una dicotomía entre estilos: por un lado, el que podemos llamar "tradicional-práctico-de preparación de pruebas", de gran implantación y tradición en matemáticas, frente al estilo innovador que suponen las TICs y la realización de Trabajos.

- *Pregunta 12*: **Objetivo de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas II**

8. *Para el objetivo de la enseñanza, no hay diferencias entre público – privado, ni diferencias significativas entre sus medias. Es decir, el objetivo de la enseñanza de las Matemáticas II ─que se inclina hacia el objetivo del aprendizaje más que hacia la preparación de pruebas─, es el mismo tanto para los centros públicos, como para los centros privados.*

Tablas 6.17 Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad

Titularidad	Media	N	Desv. típ.
privado	2,23	35	1,087
publico	2,63	43	1,024
Total	2,45[14]	78	1,065

Prueba de muestras independientes

	Prueba T para la igualdad de medias						
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	-1,666	76	,100	-,40	,240	-,877	,078

[14] Al considerar sólo las respuestas Pública – Privada, esta media es de 2,45. Al considerar las respuestas totales recibidas (pu – pri – no se saben datos del centro) la media era 2,40.

6.7.4.1.2. Análisis de Componentes Principales

Con el objetivo de analizar la interrelación entre los ítems del cuestionario de Matemáticas II efectuamos un Análisis de Componentes Principales.

Tabla 6.18 Varianza total explicada

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	2,832	14,907	14,907	2,832	14,907	14,907	2,234	11,758	11,758
2	1,886	9,928	24,835	1,886	9,928	24,835	1,963	10,330	22,088
3	1,860	9,792	34,627	1,860	9,792	34,627	1,770	9,313	31,402
4	1,607	8,457	43,083	1,607	8,457	43,083	1,633	8,592	39,994
5	1,414	7,443	50,526	1,414	7,443	50,526	1,553	8,175	48,169
6	1,376	7,241	57,767	1,376	7,241	57,767	1,536	8,085	56,254
7	1,104	5,812	63,579	1,104	5,812	63,579	1,392	7,325	63,579
8	,979	5,150	68,730						
9	,905	4,764	73,493						
10	,818	4,306	77,799						
11	,753	3,963	81,762						
12	,654	3,443	85,205						
13	,560	2,945	88,151						
14	,526	2,771	90,921						
15	,475	2,502	93,424						
16	,419	2,207	95,631						
17	,359	1,889	97,520						
18	,258	1,360	98,880						
19	,213	1,120	100,000						

En esta tabla se puede observar que 7 componentes explican el 63,58% de la información que aportan las variables del cuestionario.

Estas componentes las podemos describir con la ayuda de la matriz de componentes rotados que presentamos a continuación:

Tabla 6.19 Matriz de componentes rotados(a)

	Componente						
	1	2	3	4	5	6	7
Utilización	-,120	-,055	,048	-,056	,131	**,784**	-,010
A lo largo curso Preparación	,006	**,695**	,099	-,135	,017	-,030	,015
Al final Preparación con todos	,017	-,184	**-,840**	-,075	-,079	,168	,035
Al final Preparación sólo aprobados	,131	-,173	**,844**	-,058	-,135	,182	-,032
Preparación con libro texto	-,131	**,619**	,200	,057	-,340	-,219	,067
Preparación exámenes otros años	,204	**,670**	-,180	-,003	-,104	,092	-,212
Preparación con material específico	-,150	-,040	-,053	-,167	,110	-,099	**,720**
Cuestiones más fáciles que problemas	,057	,253	,218	-,695	,097	,150	,122
Dificultad algebra	**,722**	,020	-,100	-,003	-,277	-,224	-,011
Dificultad geometría	**,478**	,072	-,089	,311	-,123	-,238	,466
Dificultad análisis	**,823**	,027	,116	-,125	-,013	-,001	-,033
Dificultad integrales	**,666**	,166	,092	,055	,240	,170	,135
Dificultad resolución problemas	,329	-,010	,023	,155	-,176	,149	**,688**
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje	,059	,083	-,070	,153	-,363	**,667**	-,054
Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje	-,101	,184	,269	**,725**	-,061	,261	,097
Estilo TICS enseñanza-aprendizaje	-,192	,076	,089	-,403	**,654**	-,173	,172
Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje	,013	-,109	-,084	,057	**,706**	,021	-,119
Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje	,165	**,511**	-,200	,260	,192	,256	,112
Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	,248	,402	,211	**,408**	,289	-,063	,167

Método de extracción: Análisis de componentes principales. Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser. a La rotación ha convergido en 7 iteraciones.

Interpretando la matriz de componentes rotados, se pueden identificar las componentes principales, con las siguientes variables:

Tabla 6.20 Interpretación de las componentes

COMPONENTE	VARIABLE
1	Dificultad de las partes que componen la prueba de acceso, salvo la resolución de problemas (forma parte de otra componente)
2	Preparación de prueba de acceso a lo largo del curso, con todos los alumnos
	Preparación de prueba de acceso utilizando el libro de texto
	Preparación de la prueba de acceso utilizando exámenes de selectividad de otros años
	Estilo de enseñanza-aprendizaje: de preparación de la prueba de acceso
3	Preparación de prueba de acceso al final del curso, sólo con los alumnos aprobados (de signo positivo)
	Preparación de prueba de acceso al final del curso, con todos los alumnos (de signo negativo)
4	Estilo de enseñanza-aprendizaje Práctico
	Equilibrio entre los objetivos de aprendizaje y de preparación de la prueba externa
5	Estilo de enseñanza-aprendizaje apoyado en las TICs
	Estilo de enseñanza-aprendizaje basado en la realización de trabajos
6	Utilización del libro de texto
	Estilo de enseñanza-aprendizaje tradicional
7	Preparación de la prueba de acceso utilizando material específico
	Dificultad en la resolución de problemas

- La primera componente es muy clara pues agrupa las dificultades asociadas a las partes del examen, salvo la resolución de problemas.
- La segunda componente trata de la preparación de la selectividad: con todos los alumnos a lo largo del curso, con el libro de texto y exámenes de otros años, y con el estilo de enseñanza – aprendizaje de preparación de la prueba externa.

- La tercera componente agrupa la preparación de la prueba de acceso al final del curso escolar, con todos los alumnos (peso alto y negativo) y la preparación de la prueba al final del curso, sólo con los alumnos que han aprobado (peso alto y positivo).

- La cuarta componente agrupa el estilo de enseñanza – aprendizaje práctico y el equilibrio entre los objetivos de aprendizaje y de preparación de la prueba externa.

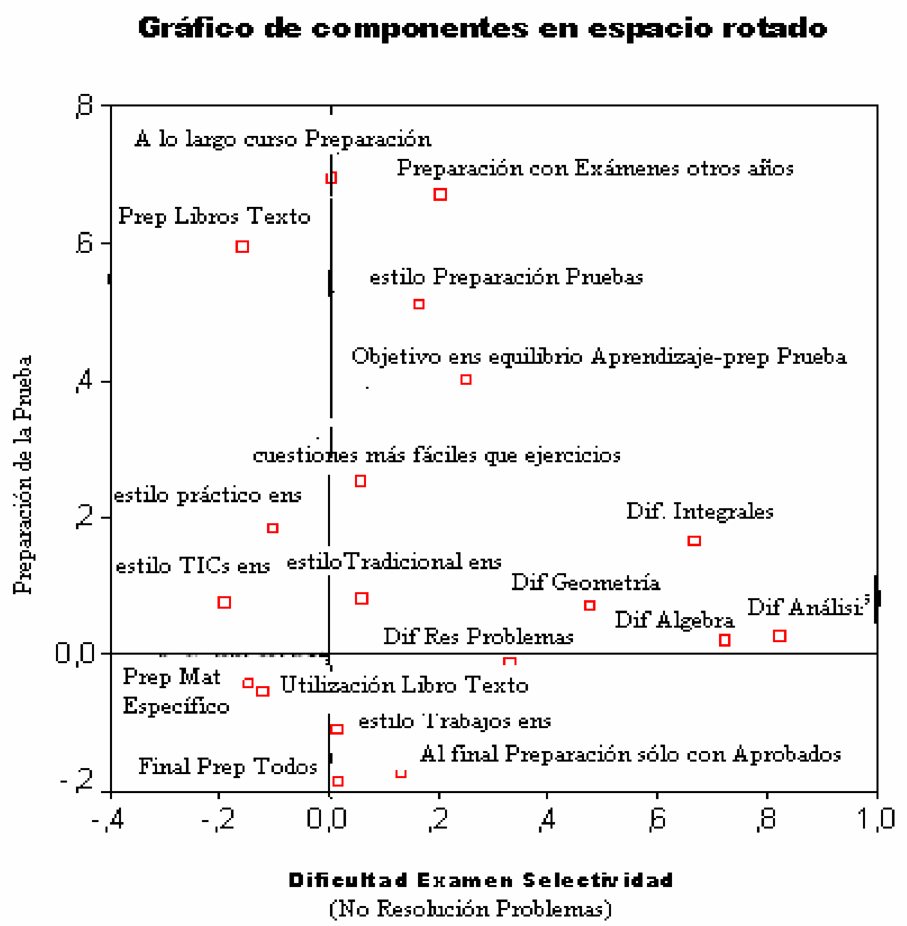
- La quinta componente recoge los estilos de enseñanza-aprendizaje apoyados en las TICs y basados en la realización de trabajos.

- La sexta componente agrupa el estilo de enseñanza – aprendizaje tradicional, y la utilización que se hace del libro de texto ─si lo hay─

- La séptima componente agrupa la preparación de la selectividad con material específico y la dificultad en la resolución de problemas. Es muy interesante, porque parece sugerir que para la preparación de problemas es importante el contar con material específico.

La representación gráfica de las dos primeras componentes es:

Fig. 6. 17



Con respecto a la primera componente que recoge la dificultad de las partes del examen —salvo la de resolución de problemas— se ve que tienen coordenadas positivas precisamente éstas; tienen coordenadas negativas, los estilos de enseñanza-aprendizaje práctico, TICs y la preparación con material específico y la utilización, sí lo hay, del libro de texto.

En cuanto a la componente 2, en la parte positiva superior se encuentran las variables que constituyen la componente (preparación a lo largo del curso con todos los alumnos, preparación con libro de texto o exámenes de otros años y estilo de enseñanza-aprendizaje de preparación de la prueba). En la parte negativa se encuentran la preparación al final del curso, con todos los alumnos o con los que hayan aprobado y el estilo de enseñanza basado en trabajos.

6.7.4.2. Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

6.7.4.2.1. Diferencias Público / Privado

- *Pregunta 2*: **La utilización del libro de texto con relación a la titularidad**

No hay diferencias significativas para la utilización del libro de texto entre los centros públicos y los privados.

- *Preguntas 6-7-8*: **Preparación de la selectividad utilizando el libro de texto, exámenes de otros años, o material específico**

1. Tal y como se puede apreciar en las tablas siguientes, *para la preparación de la selectividad utilizando el libro de texto (pregunta 6), como para la preparación con material específico (pregunta 8), hay diferencias entre las respuestas de los centros públicos y privados. Los centros privados están más en desacuerdo que los centros públicos con la utilización del libro de texto para preparar la selectividad. En cuanto a la preparación con material específico los centros privados están mucho más de acuerdo que los centros públicos.*

No hay diferencias en la utilización de exámenes de otros años. He aquí los resultados:

Tablas 6.21 Tabla de contingencia Preparación con libro texto * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
Preparación con libro texto	total desacuerdo	12	4	12
	desacuerdo	6	6	12
	neutro	3	13	16
	acuerdo	6	9	15
	total acuerdo	5	8	13
Total		32	40	72

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	10,787(a)	4	,029

Tabla 6. 22 de contingencia Preparación con material específico * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
Preparación con material específico	total desacuerdo	3	7	10
	desacuerdo	3	6	9
	neutro	3	13	16
	acuerdo	16	7	23
	total acuerdo	5	5	10
Total		30	38	68

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11,591(a)	4	,021

En la siguiente tabla se recogen las correlaciones entre las variables: *preparación con libro de texto, preparación con exámenes de otros años y preparación con material específico.*

Tabla 6.23 Correlaciones entre variables

		(Pregunta 6) Preparación con libro texto	(Pregunta 7) Preparación exámenes otros años	(Pregunta 8) Preparación con material específico
Preparación con libro texto	Correlación de Pearson	1	,010	-,181
	Sig. (bilateral)	.	,931	,142
	N	72	72	67
Preparación exámenes otros años	Correlación de Pearson	,010	1	,106
	Sig. (bilateral)	,931	.	,391
	N	72	73	68
Preparación con material específico	Correlación de Pearson	-,181	,106	1
	Sig. (bilateral)	,142	,391	.
	N	67	68	68

2. *Entre pares de preguntas no hay relaciones significativas y las correlaciones entre las preguntas 6 y 7, y entre la 7 y la 8, son positivas, en el sentido de que <u>los que utilizan libro de texto también utilizan exámenes de otros años</u> y <u>los que utilizan exámenes de otros años también utilizan material específico</u>. No así, entre las preguntas 6 y 8 que tienen correlación negativa, entendiendo por tanto que <u>la</u>*

utilización del libro de texto en la preparación de selectividad y la utilización de material específico, son en cierta medida contrapuestas.

- *Pregunta 9*. **Dificultad de las partes de la prueba**

Comencemos analizando las medias de las diferentes partes del examen, para la pública y la privada:

Tabla 6.24 Apreciación de la dificultad de las partes según titularidad

Titularidad		**dificultad algebra**	**dificultad análisis**	**dificultad probabilidad**	**dificultad estadística**
Privado	Media	**3,15**	**3,64**	**3,73**	**3,42**
	Desv. típ.	,442	,822	,684	,663
Público	Media	**3,27**	**4,24**	**3,66**	**3,59**
	Desv. típ.	,775	,799	,728	,631
Total	Media	3,22	3,97	3,69	3,51
	Desv. típ.	,647	,860	,701	,646

En la privada la mayor dificultad se la asignan a la Probabilidad, no así en la pública, donde la mayor dificultad la tiene el análisis. Efectuemos un contraste de medias:

Prueba de muestras independientes

	Prueba T para la igualdad de medias						
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
dificultad algebra	-,770	72	,444	-,12	,152	-,419	,186
dificultad análisis	-3,209	72	**,002**	-,61	,189	-,985	-,230
dificultad probabilidad	,417	72	,678	,07	,165	-,260	,397
dificultad estadística	-1,067	72	,289	-,16	,151	-,462	,140

Igual resultado obtenemos a través de las tablas de contingencia, entre las diferentes partes de la prueba y la variable titularidad, la única que da significatividad es el análisis:

Tabla 6.25 de contingencia dificultad análisis * Titularidad

		Titularidad		Total
		privado	publico	
dificultad análisis	fácil	1	1	2
	neutro	16	6	22
	difícil	10	16	26
	muy difícil	6	18	24
Total		33	41	74

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11,196(a)	3	,011

3. *La dificultad asignada al Análisis es diferente para los centros públicos y los centros privados. Se considera mucho más difícil por los centros públicos que por los privados.*

4. Para estudiar la relación entre las dificultades asignadas a las partes del examen, se ha efectuado un análisis a través de tablas de contingencia, tomando las partes dos a dos. Estos análisis *establecen correlaciones positivas entre todas las partes del examen de selectividad, tomadas dos a dos*.

- *Pregunta 10*. **Estilo de enseñanza-aprendizaje**

5. *Cruzados los diferentes estilos de enseñanza con la variable titularidad, no se aprecian diferencias significativas entre centros públicos y centros privados*.

Comparando los estilos dos a dos, —análisis interesante, no en cuanto a la titularidad, sino para establecer relaciones entre estilos de enseñanza-aprendizaje—, se tiene significatividad en dos casos:

Tabla 6.26 de contingencia

Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje * Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje

		Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje				Total
		desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo	
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje	total desacuerdo	0	1	1	0	2
	desacuerdo	1	1	2	1	5
	neutro	0	0	14	9	23
	acuerdo	0	4	15	13	32
	total acuerdo	0	1	0	10	11
Total		1	7	32	33	73

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	33,534(a)	12	,001

Tabla 6.27 de contingencia

Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje * Estilo TICs enseñanza-aprendizaje

		Estilo TICs enseñanza-aprendizaje				Total
		total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	
Estilo Tradicional enseñanza-aprendizaje	total desacuerdo	1	0	0	0	2
	desacuerdo	0	2	2	1	5
	neutro	9	7	5	2	23
	acuerdo	13	12	5	2	32
	total acuerdo	6	1	4	0	11
Total		29	22	16	5	73

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	46,207	16	,000

***6.** Entre los estilos Tradicional y Práctico hay correlación positiva y significatividad, y entre Tradicional – TICs hay correlación negativa y significatividad. Es decir, los centros que utilizan el estilo Tradicional, se declaran como de estilo Práctico, pero no utilizadores de las TICs.*

En cuanto a sus correlaciones, bajas en general, son positivas entre: Tradicional-Trabajos, Práctico-Preparación de pruebas y TICs-Trabajos. Son negativas: Práctico-TICs, Práctico-Trabajos y TICs-Preparación de pruebas.

Los estilos Tradicional–Preparación de pruebas y Trabajos–Preparación de pruebas, están prácticamente incorrelados.

Conclusión:

***7.** "El perfil de estilos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales está más difuminado que el de las Matemáticas II. No se ve tan claramente que el estilo Tradicional, por ejemplo, tenga una cierta contraposición con los Trabajos, o cierta asociación con la Preparación de pruebas (esto sí era claro en Matemáticas II). Algo parecido se observa entre Trabajos-Preparación de la prueba, que no son contrapuestos, tienen correlación nula (a diferencia de las Matemáticas II). Es decir nos reafirmamos en el sentido más práctico de la enseñanza de esta asignatura, donde se ve como más natural la utilización y mezcla de diferentes estilos de enseñanza"*

- *Pregunta 11*: **Objetivo de la enseñanza de las matemáticas**

No hay diferencias entre pública – privada, ni diferencias significativas entre sus medias.

Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad

Titularidad	Media	Desv. típ.
Privado	2,44	1,134
Público	2,75	1,032
Total	2,61	1,082

8. *El objetivo de la enseñanza de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales —que está próximo al punto de equilibrio entre aprendizaje y preparación de pruebas—, es el mismo tanto para los centros públicos, como para los centros privados.*

Escribimos en la siguiente tabla un resumen de las diferencias encontradas:

Tabla 6.28 **TABLA RESUMEN**

Comportamiento según la “Titularidad del Centro”		
Pregunta de la Encuesta	Matemáticas II	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
Utilización del libro de texto (o material propio)	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados*	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Preparación a lo largo del curso, con todos los alumnos	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Preparación al final con todos los alumnos	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Preparación al final, sólo con los aprobados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Para preparar la selectividad se utiliza el Libro de texto	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados*	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados*
Para preparar la selectividad se utilizan exámenes de otros años	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Para preparar la selectividad se utiliza material específico	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados*
Cuestiones/Problemas (dificultad)	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	-
Dificultad de las partes del examen	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados en la parte de Análisis*
Estilos de Enseñanza-Aprendizaje	*Se comportan diferente los centros Públicos y los Privados para el estilo Trabajos*	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados
Estilos de Enseñanza-Aprendizaje (dos a dos) (no en relación a la titularidad)	*Los estilos Tradicional-TICs son contrapuestos Duda para Tradicional-Práctico*	*Los centros de estilo Tradicional se declaran de estilo Práctico pero no utilizan las TICs*
Objetivo de la enseñanza de las matemáticas	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados	No hay diferencias entre centros Públicos y Privados

6.7.4.2.2. Análisis de Componentes Principales

Para estudiar la interrelación entre las variables de la encuesta efectuamos un Análisis de Componentes Principales para las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales.

Tabla 6.29 Varianza total explicada

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	2,714	15,967	15,967	2,714	15,967	15,967	1,927	11,335	11,335
2	1,916	11,270	27,237	1,916	11,270	27,237	1,835	10,794	22,129
3	1,638	9,633	36,870	1,638	9,633	36,870	1,697	9,983	32,111
4	1,554	9,140	46,010	1,554	9,140	46,010	1,679	9,879	41,990
5	1,291	7,594	53,604	1,291	7,594	53,604	1,469	8,642	50,632
6	1,206	7,091	60,695	1,206	7,091	60,695	1,406	8,273	58,905
7	1,036	6,095	66,791	1,036	6,095	66,791	1,341	7,886	66,791
8	,926	5,447	72,238						
9	,884	5,202	77,440						
10	,707	4,157	81,597						
11	,636	3,740	85,337						
12	,552	3,247	88,584						
13	,512	3,012	91,595						
14	,459	2,701	94,296						
15	,355	2,091	96,387						
16	,335	1,973	98,360						
17	,279	1,640	100,000						

En esta tabla se puede observar que 7 componentes explican el 66,79% de la información que aportan las variables del cuestionario.

Estas componentes las podemos describir con la ayuda de la matriz de componentes rotados que presentamos a continuación:

Tabla 6.30 Matriz de componentes rotados(a)

	Componente						
	1	2	3	4	5	6	7
Utilización	-,103	-,168	**,643**	-,052	-,041	,297	,112
A lo largo curso Preparación	,044	,049	-,166	-,078	**,847**	,203	,121
Al final Preparación con todos	,056	,122	,308	**,748**	,026	,082	,001
Al final Preparación sólo aprobados	-,022	,071	,325	**-,745**	-,044	-,031	-,071
Preparación con libro texto	-,048	,254	**-,690**	-,087	,306	-,005	-,080
Preparación exámenes otros años	,135	-,173	,081	,264	**,631**	-,019	**-,364**
Preparación con material específico	-,022	,211	**,651**	-,013	**,381**	-,353	,013
dificultad algebra	,022	**,724**	,049	,270	-,044	,113	-,098
dificultad análisis	,342	**,486**	-,227	-,336	,020	,159	,089
dificultad probabilidad	**,539**	,372	,005	-,274	,166	-,110	,033
dificultad estadística	,091	**,796**	-,197	-,093	-,005	-,002	,139
Estilo TRADICIONAL enseñanza-aprendizaje	-,084	,116	,023	,131	,096	**,865**	-,038
Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje	,491	,086	,159	-,102	,222	**,533**	-,168
Estilo TICS enseñanza-aprendizaje	-,110	-,042	,132	-,174	,077	-,219	**,733**
Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje	,089	,102	,039	,282	-,124	,112	**,750**
Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje	**,718**	,251	,027	,268	,034	,003	-,041
Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	**,830**	-,124	-,104	,014	-,022	-,003	,006

Método de extracción: Análisis de componentes principales. Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser., a La rotación ha convergido en 12 iteraciones.

Interpretando la matriz de componentes rotados, se pueden identificar las componentes principales, con las siguientes variables:

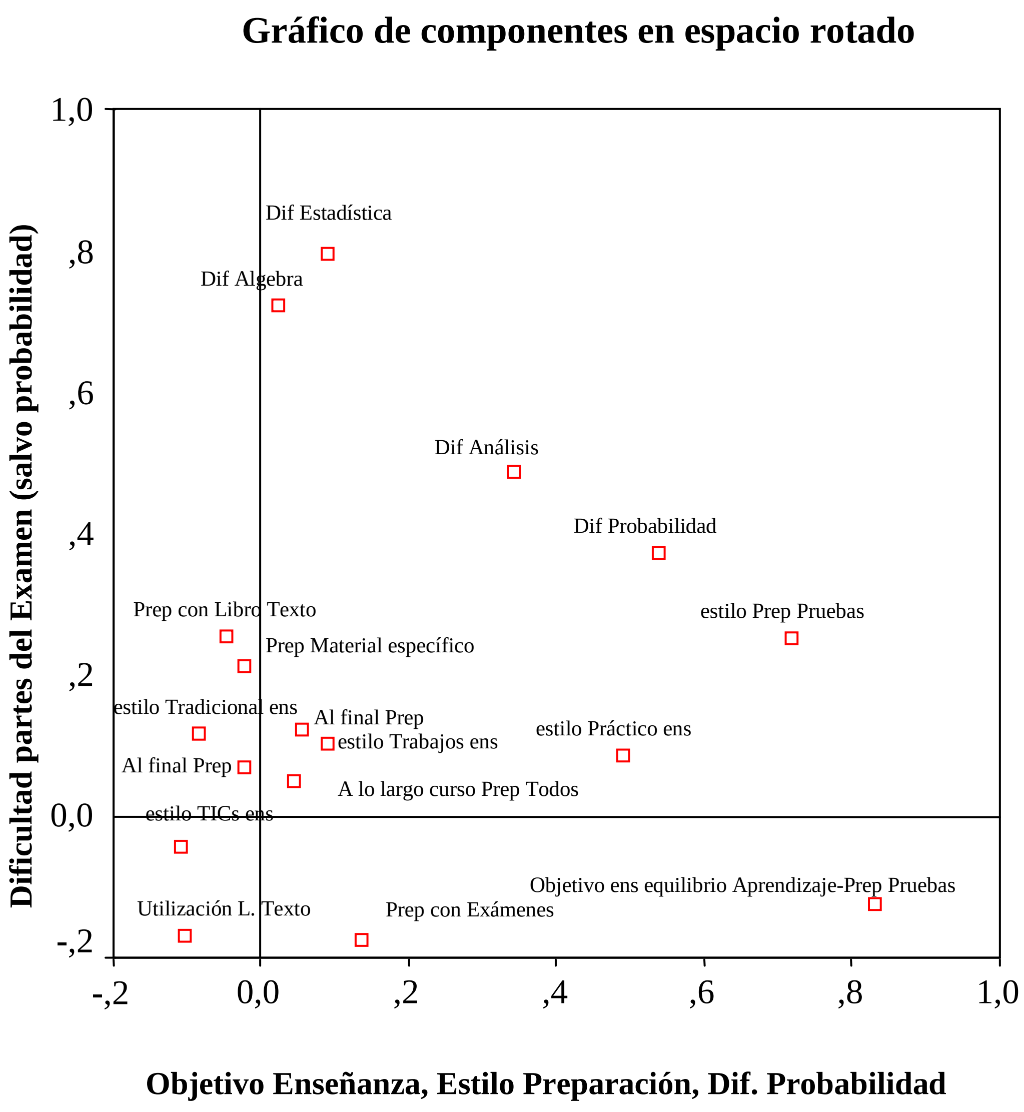
Tabla 6.31 Interpretación de las componentes

COMPONENTE	VARIABLE
1	Objetivo de la enseñanza: equilibrio entre aprendizaje y preparación de prueba de acceso
	Estilo de enseñanza-aprendizaje: de preparación de la prueba de acceso
	Dificultad de la Probabilidad
2	Dificultad de las partes que componen la prueba de acceso (salvo la probabilidad)
3	Preparación de prueba de acceso utilizando el libro de texto (de signo negativo)
	Utilización del libro de texto
	Preparación de la prueba de acceso utilizando material específico (de signo positivo)
4	Preparación de prueba de acceso al final del curso, sólo con los alumnos aprobados
	Preparación de prueba de acceso al final del curso, con todos los alumnos
5	Preparación de prueba de acceso a lo largo del curso, con todos los alumnos
	Preparación de la prueba de acceso utilizando exámenes de selectividad de otros años
6	Estilo de enseñanza-aprendizaje tradicional
	Estilo de enseñanza-aprendizaje práctico
7	Estilo de enseñanza-aprendizaje apoyado en las TICs
	Estilo de enseñanza-aprendizaje basado en la realización de trabajos

- Se ve que la primera componente agrupa el equilibrio entre los objetivos de aprendizaje y de preparación de la prueba de acceso, junto con el estilo de enseñanza que prioriza la preparación de la prueba de acceso y la dificultad de la probabilidad.
- La segunda componente es muy clara pues agrupa las dificultades asociadas a las partes del examen (salvo la probabilidad).
- La tercera componente agrupa tanto la utilización que se le da al libro de texto sí lo hay (tiene un peso alto), como su utilización para preparar la selectividad (peso alto y negativo), como la preparación de la selectividad con material específico.
- La cuarta componente agrupa la preparación de la prueba de acceso al final del curso escolar, pero con todos los alumnos (peso alto y positivo) y la preparación de la prueba al final del curso, sólo con los alumnos que han aprobado (peso alto, pero negativo).
- La quinta componente agrupa la preparación de la prueba con exámenes de otros años y recoge también la preparación de la prueba a lo largo del curso con todos los alumnos.
- La sexta componente agrupa los estilos de enseñanza-aprendizaje tradicional y práctico.
- La séptima componente recoge los estilos de enseñanza-aprendizaje apoyados en las TICs y basados en la realización de trabajos.

La representación gráfica de las dos primeras componentes es:

Fig. 6.18



Tenemos con puntuaciones altas con respecto a la componente 1, los estilos de enseñanza-aprendizaje de preparación de la prueba y el estilo práctico, directamente relacionados con las variables que definen la componente. Igual pasa con las dificultades en el análisis y la probabilidad que llevan asociadas altas puntuaciones en las dos componentes y que por tanto dependen del objetivo de la enseñanza que se tenga y del estilo de enseñanza-aprendizaje de preparación de la prueba externa.

En la parte positiva del OY se sitúan las dificultades en la estadística y en álgebra (que no dependen mucho del estilo de enseñanza-aprendizaje de preparación de la prueba, ni del objetivo de la enseñanza).

La utilización del libro de texto, sí lo hay, y el empleo de exámenes de otros años para preparar la selectividad, son los menos relacionados con la apreciación de la dificultad de las partes del examen.

En la parte central del gráfico, se sitúan un conjunto de variables que no tienen mucha influencia en ninguna de las dos primeras componentes.

6.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA SELECTIVIDAD POR CENTROS

En esta parte del capítulo se efectúa un estudio descriptivo de los resultados obtenidos por los centros de la CAV en la Prueba de Acceso a la UPV – EHU durante los cursos 03-04, 04-05, 05-06, 06-07 y 07-08.

La distribución de centros de la CAV analizados, por territorios y titularidad, es la siguiente:

Territorio	Titularidad			
	Privado		Publico	
	Recuento	%	Recuento	%
Araba	12	44%	15	56%
Bizkaia	59	53%	52	47%
Gipuzkoa	47	53%	31	47%
Total	118	55%	98	45%

A lo largo de los cinco cursos analizados, algunos centros han sufrido modificaciones (fusiones, separaciones, dejan de impartir bachillerato, etc.) por lo tanto aparecen un número mayor de centros que los que actualmente imparten bachillerato.

Se ve que los centros privados son algo más de la mitad.

Nuestro objetivo en esta parte es estudiar las notas obtenidas, y su evolución, por los centros en los diferentes años, tanto para Matemáticas II, como para Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, tanto para la nota obtenida en la prueba, como para la del expediente y analizar las diferencias entre ellas.

6.8.1. Matemáticas II

Veamos la evolución de las Matemáticas II durante estos años:

Tabla 6.32 Evolución de las notas de Matemáticas II

Titularidad		Matemáticas II 2004	Matemáticas II 2005	Matemáticas II 2006	Matemáticas II 2007	Matemáticas II 2008
Privado	Media	6,48	6,35	5,04	6,32	5,55
	N	113	113	113	108	110
	Desv. típ.	1,03	1,03	1,11	1,06	1,10
Público	Media	5,94	5,80	4,71	5,67	5,14
	N	95	92	94	93	89
	Desv. típ.	1,34	1,18	1,19	1,32	1,33
Total	Media	6,23	6,10	4,89	6,02	5,37
	N	208	205	207	201	199
	Desv. típ.	1,21	1,12	1,16	1,23	1,22

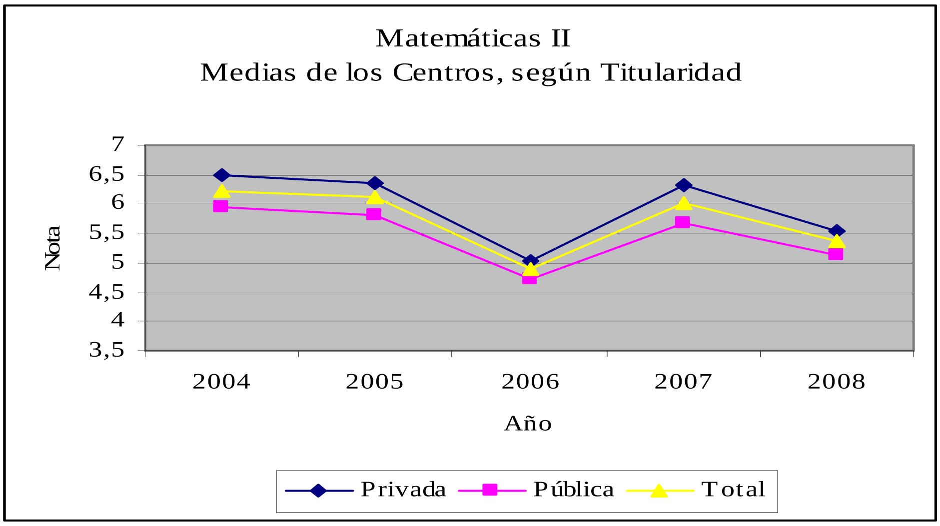


Fig. 6.19 Evolución de las notas de Matemáticas II

Conclusión 1: *"Es importante observar que todos los años han estado las medias de los centros privados por encima de las de los centros públicos"*

Tabla 6.33 Datos globales de Matemáticas II

Titularidad	Media	N	Desv. típ.
Privado	5,96	106	,79
Publico	5,51	84	,90
Total	5,76	190	,86

Conclusión 2: *“En los datos globales los centros privados sacan mayores notas en Matemáticas II que los públicos”*

Veamos los histogramas correspondientes a las notas de los 5 cursos y el global:

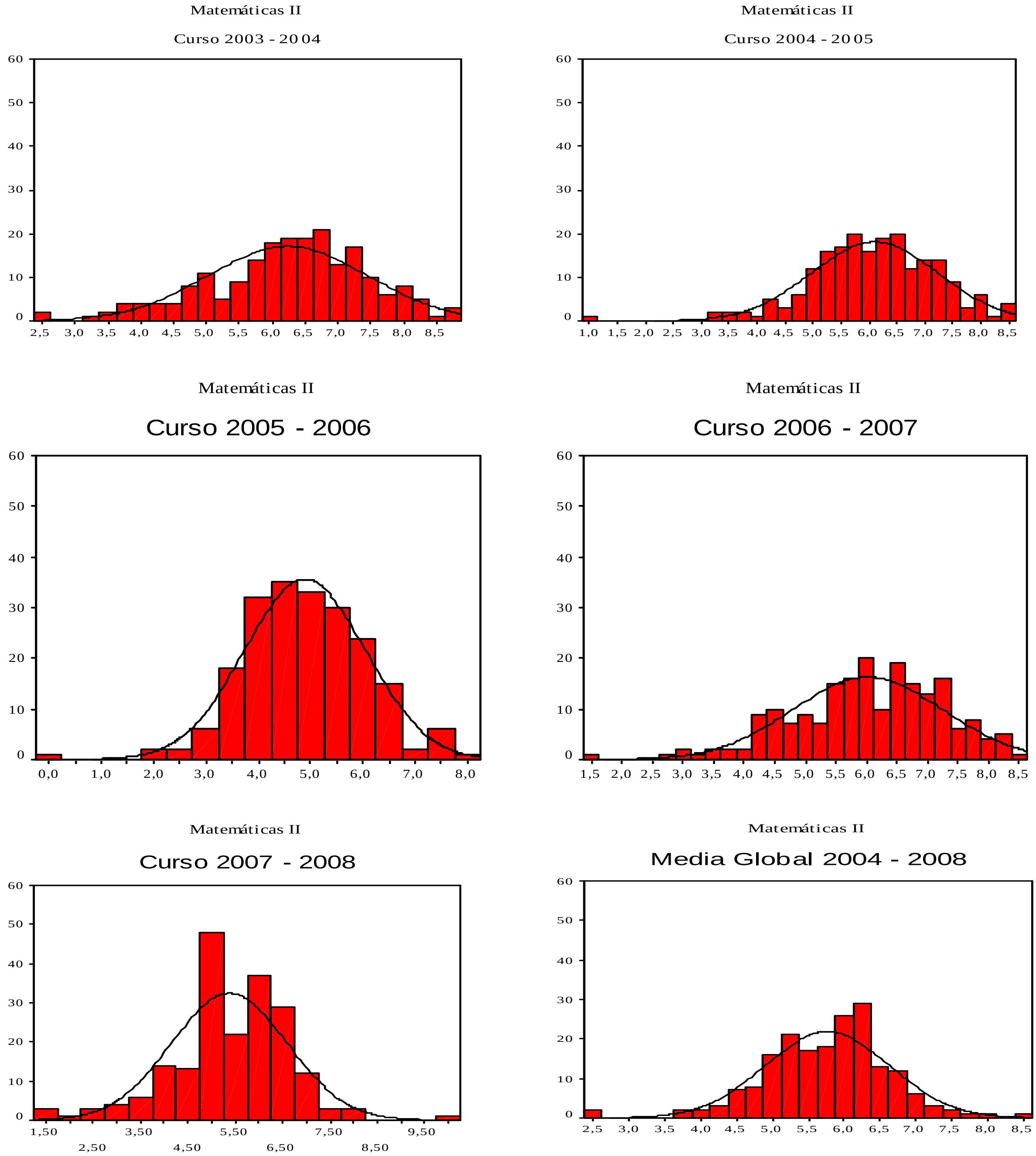


Fig. 6.20 Histogramas de las notas de Matemáticas II en los cinco cursos

Conclusión 3: *“Los cursos 2005 – 2006 y 2007 – 2008 han sido malos (peor el primero que el segundo), pues sus medias han estado por debajo de la media global del periodo”*

6.8.2. Matematicas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Veamos la evolución de las notas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales durante estos años:

Tabla 6.34 Evolución de las notas de Matemáticas Aplicads a las Ciencias Sociales

Titularidad		Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales 2004	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales 2005	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales 2006	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales 2007	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales 2008
	Media	4,96	4,45	3,86	4,62	4,41
Privado	N	109	109	107	104	106
	Desv. típ.	1,58	1,38	1,21	1,45	1,45
	Media	4,83	4,46	3,79	4,04	4,11
Publico	N	83	85	84	85	81
	Desv. típ.	1,64	1,22	1,49	1,58	1,46
	Media	4,91	4,46	3,83	4,36	4,28
Total	N	192	194	191	189	187
	Desv. típ.	1,60	1,31	1,34	1,53	1,46

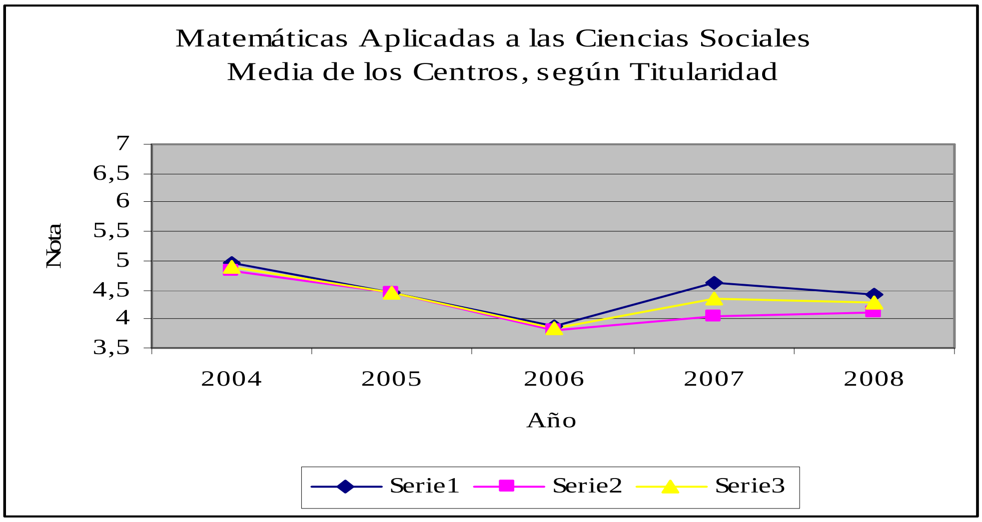


Fig. 6.21 Evolución de las notas de Matemáticas de Ciencias Sociales

Conclusión 4: *"Las notas en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, de centros públicos y privados, están más próximas entre sí, que las de las de Matemáticas II.*

Pero salvo en el año 2005, en todos los demás los centros privados sacan una media mayor que la de los centros públicos"

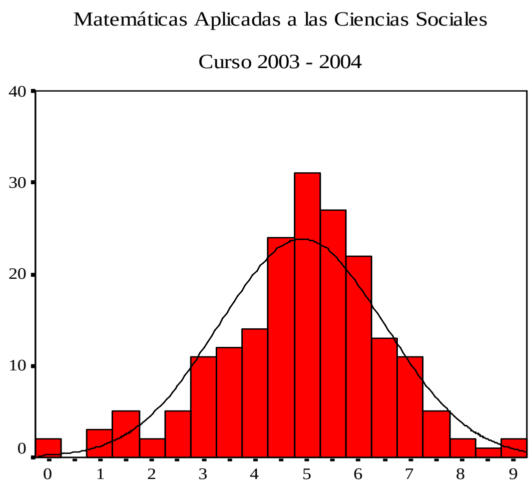
Tabla 6.35 Datos globales de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

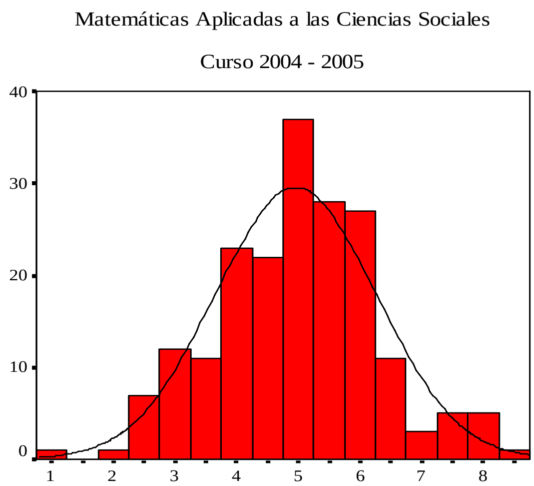
Titularidad	Media	N	Desv. típ.
Privado	4,47	102	,90
Publico	4,34	78	,99
Total	4,41	180	,95

Conclusión 5: *"Las medias globales de centros públicos y privados son ligeramente diferentes, siendo un poco mayor la de los privados, pero en ninguno de los casos llegan al aprobado"*

Esta es una conclusión ya obtenida en el capítulo anterior, donde se decía que considerando la serie de notas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, en conjunto se deben calificar como de malas.

Veamos los histogramas correspondientes a los diferentes años y el global:





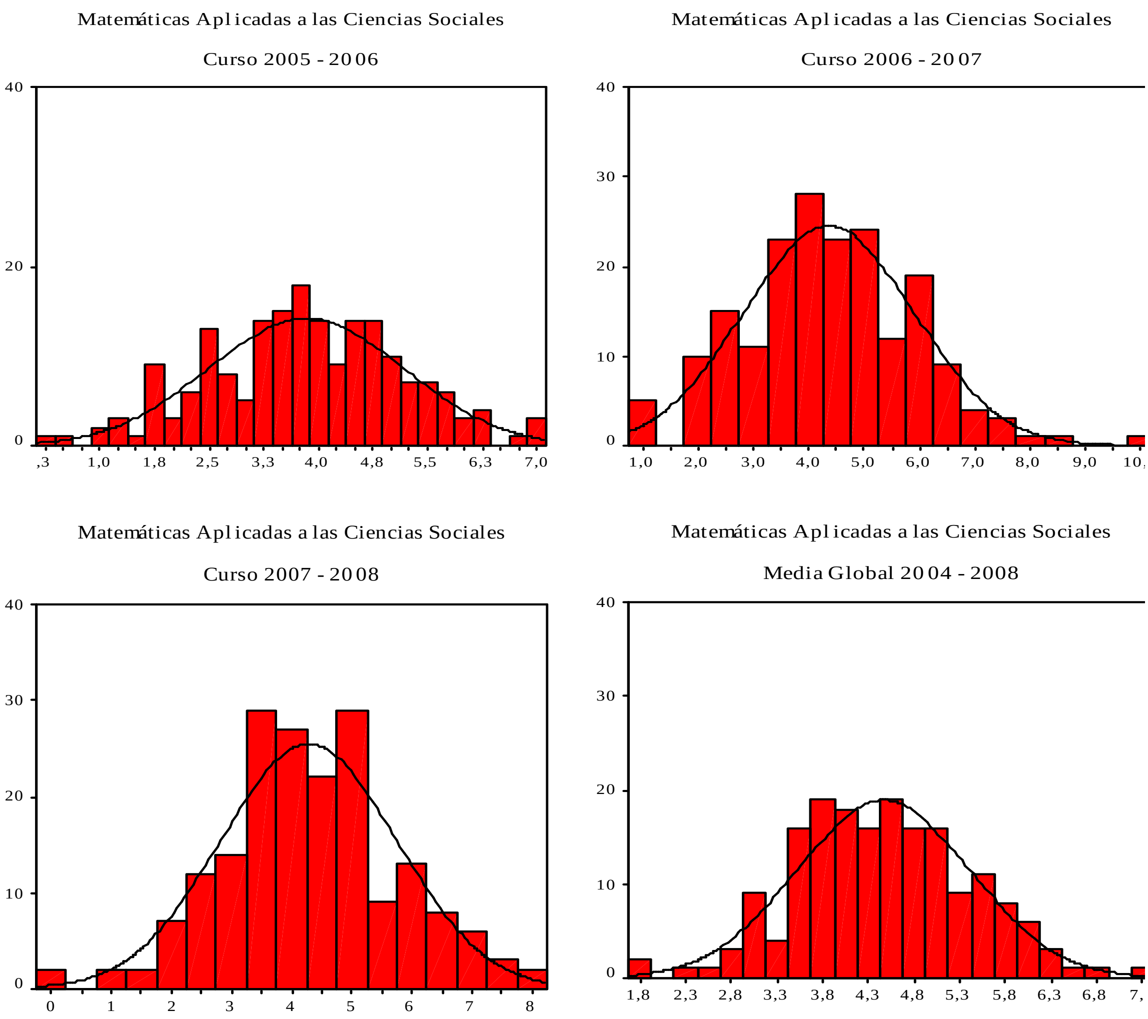


Fig. 6.22 Histogramas de las notas de Matemáticas de Sociales en los cinco cursos

Conclusión 6*: "Los cursos 2005 – 2006 y 2007 – 2008 (al igual que en las otras matemáticas) han sido malos (peor el primero que el segundo), pues sus medias han estado por debajo de la media global del periodo"*

6.8.3. Diferencia entre Matemáticas II – Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

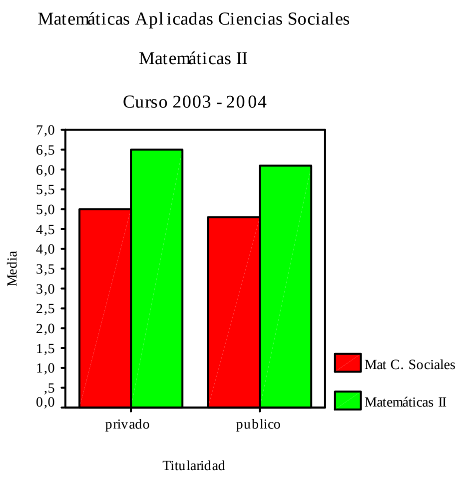
Las diferencias entre las Matemáticas II y las Matemáticas de Sociales, se recogen en una variable (mdifcile) cuya media es:

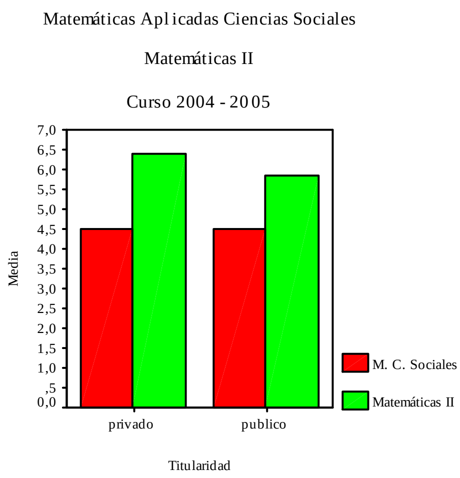
Tabla 6.36 Diferencia entre las notas de Matemáticas II y Matemáticas de Sociales

Titularidad	Media	N	Desv. típ.
Privado	1,53	100	,79
Publico	1,21	73	,85
Total	1,39	173	,83

Conclusión 7: "*La distancia entre las notas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, es mayor en los centros privados que en los centros públicos*"

Todo esto queda reflejado en los siguientes gráficos:





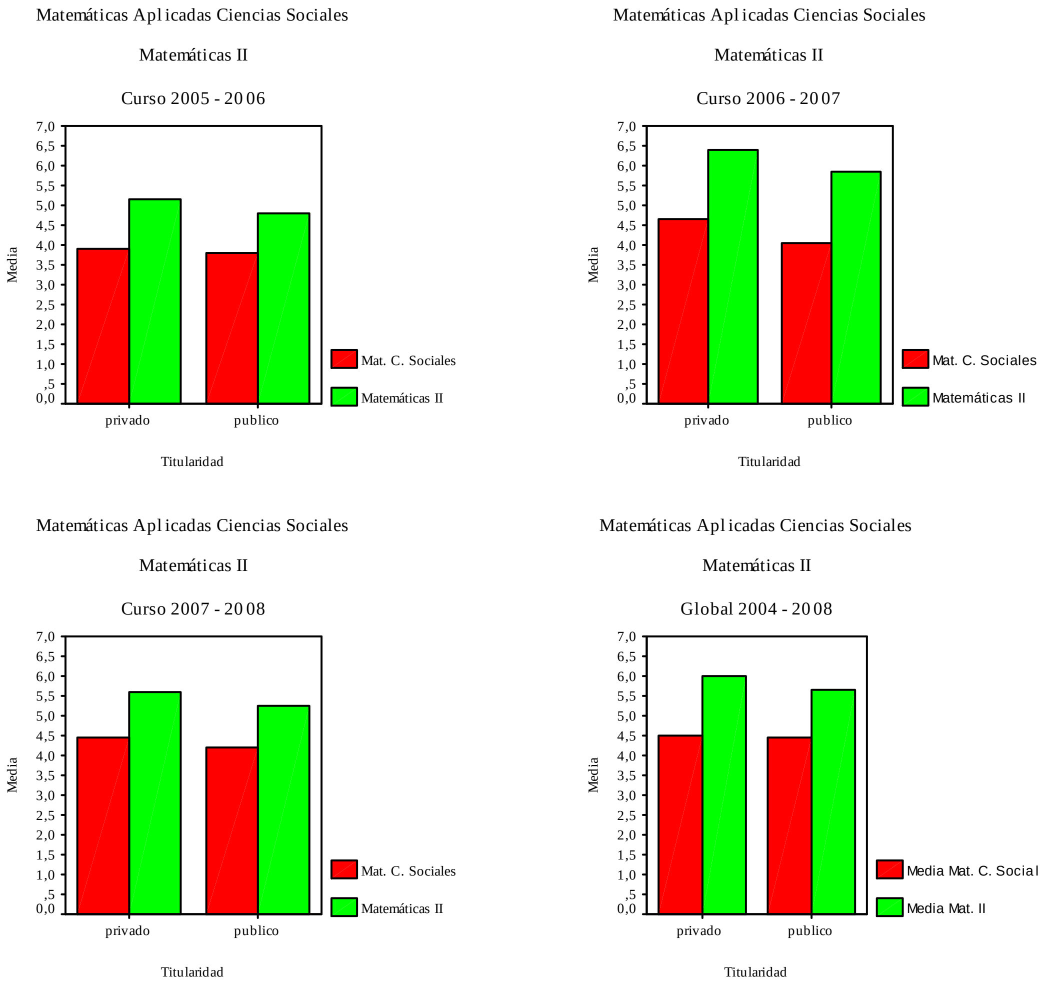


Fig. 6.23 Diferencia entre Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

6.8.4. Nota de la Prueba y Nota del Expediente

Las notas de la prueba y del expediente tienen de medias:

Tabla 6.37 Notas medias de la prueba y del expediente

Titularidad		MEDIAPRU	MEDIAEXP
Privado	Media	6,14	7,21
	N	107	108
	Desv. típ.	,46	,26
Público	Media	5,91	7,15
	N	91	90
	Desv. típ.	,61	,30
Total	Media	6,03	7,18
	N	198	198
	Desv. típ.	,55	,28

Conclusión 8: “L*os centros privados sacan una mejor nota media en la prueba que los centros públicos. Sin embargo, la nota media del expediente es prácticamente igual para públicos y privados”*

6.8.5. Diferencias entre la nota del Expediente y la nota de la Prueba

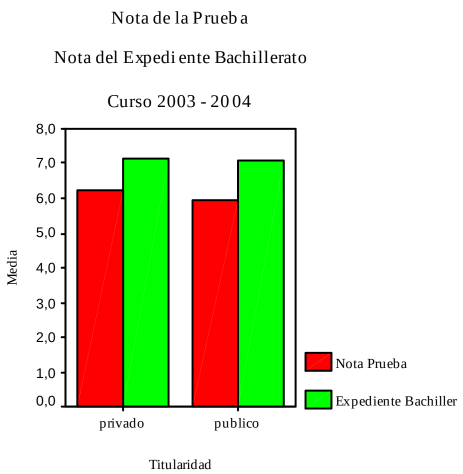
La diferencia (difex_np) entre la nota del expediente y la nota de la prueba se distribuye así:

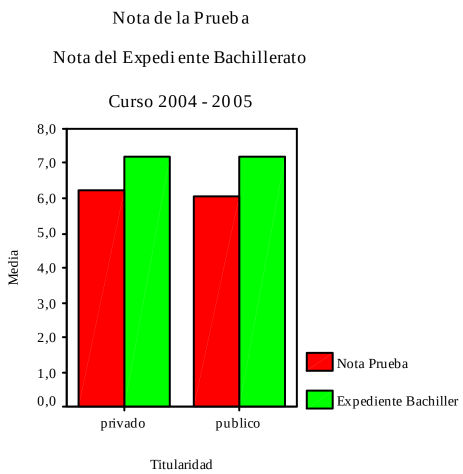
Tabla 6.38 Diferencias entre las notas del expediente y de la prueba

Titularidad	Media	N	Desv. típ.
privado	1,08	107	,43
publico	1,23	90	,49
Total	1,15	197	,46

Conclusión 9: *“En los centros públicos la nota del expediente académico presenta una mayor diferencia con respecto a la nota de la prueba que en los centros privados; dicho de otra forma,* <u>*los centros privados ajustan mejor sus notas a las de la prueba externa*</u>*”*

Todo esto queda reflejado en los siguientes gráficos:





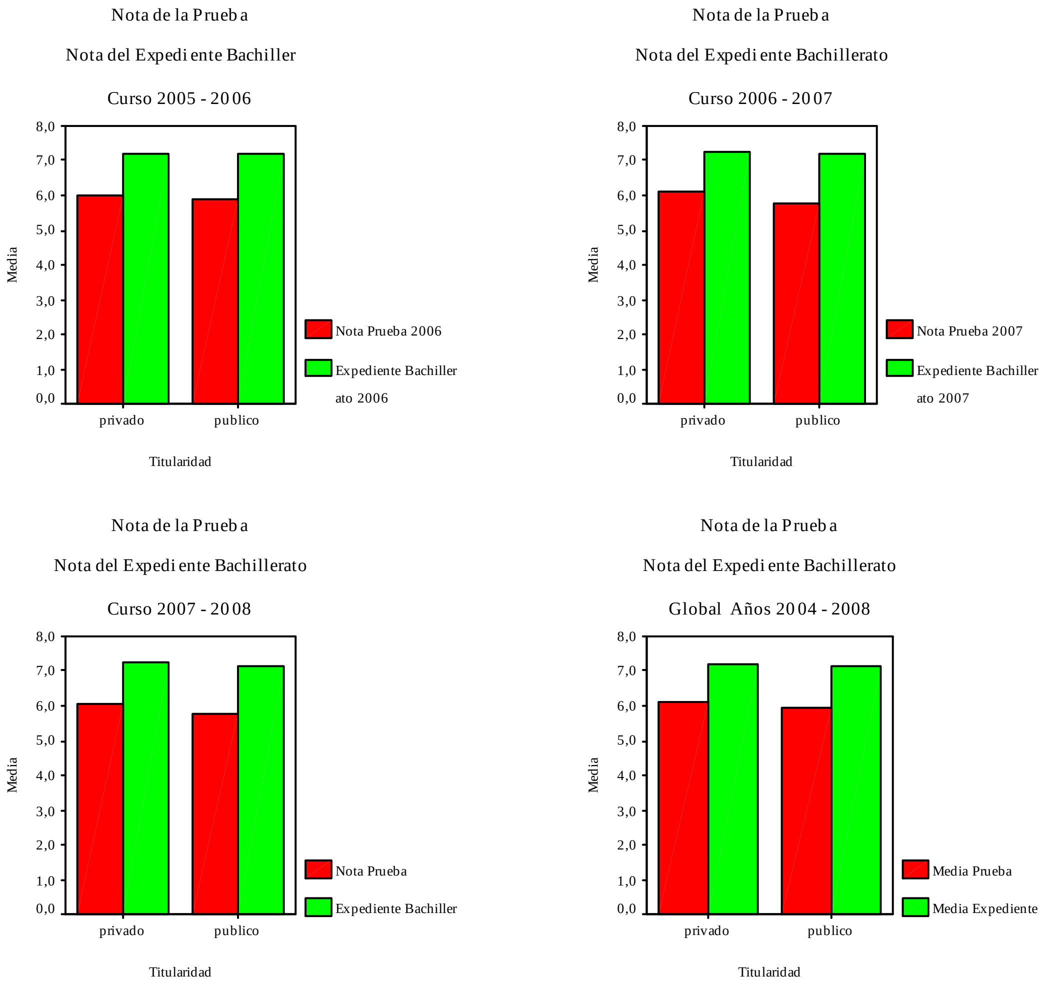


Fig. 6.24 Diferencias entre notas del expediente y de la prueba

6.8.6. Porcentaje de Alumnos que van a Selectividad

En cuanto al porcentaje de alumnos que se matriculan en selectividad (son los alumnos que han aprobado el bachiller y quieren matricularse en selectividad), tenemos los siguientes datos para Público / Privado:

Tabla 6.39 Matriculados en Selectividad del total de alumnos del bachillerato

Titularidad	Media	N	Desv. típ.
Privado	67,24%	108	14,91
Publico	52,15%	91	15,56
Total	60,34%	199	16,94

Conclusión 10: *“Los porcentajes de alumnos que van a selectividad, sobre el total de alumnos del bachillerato, no son los mismos en los centros privados que en los centros públicos, siendo sensiblemente superiores los de los centros privados”*

Veámoslo gráficamente:

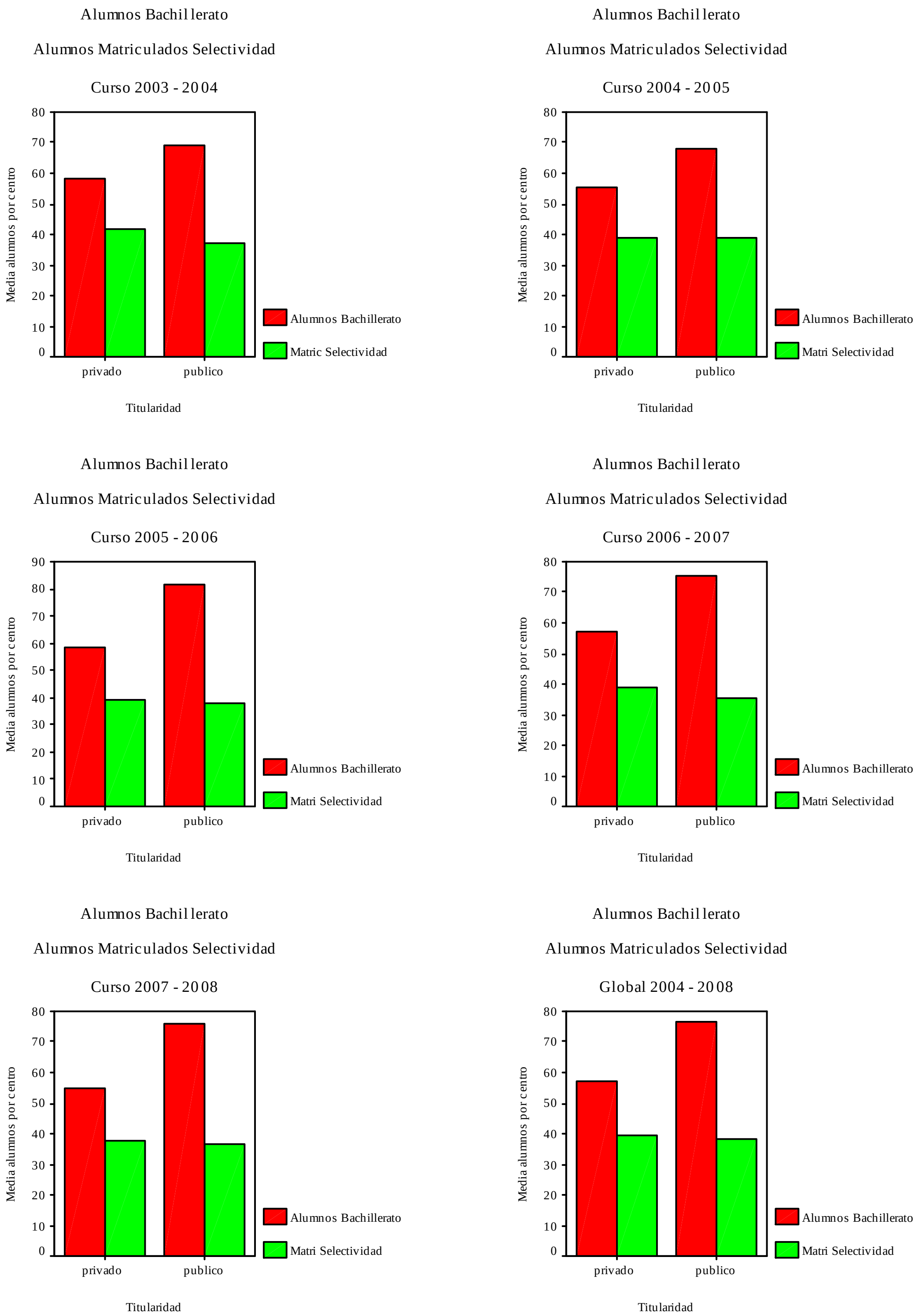


Fig. 6.25 Matriculados en Selectividad del total de alumnos del bachillerato

6.8.7. Correlación entre las variables principales

En cuanto a las correlaciones entre estas variables tenemos la siguiente matriz de correlaciones:

Tabla 6.40 Correlaciones entre las principales variables

	MEDIALET	MEDIACIE	MEDIAPRU	MEDIAEXP
MEDIALET	1	,516	,593	,294
MEDIACIE	,516	1	,726	,253
MEDIAPRU	,593	,726	1	,535
MEDIAEXP	,294	,253	,535	1

Conclusión 11: *"La mayor correlación se da entre la nota de matemáticas II y la nota de la prueba. Es decir, la nota de matemáticas II es un buen predictor para la nota de la prueba"*

Si dibujamos la nube de puntos, obtenemos el siguiente gráfico:

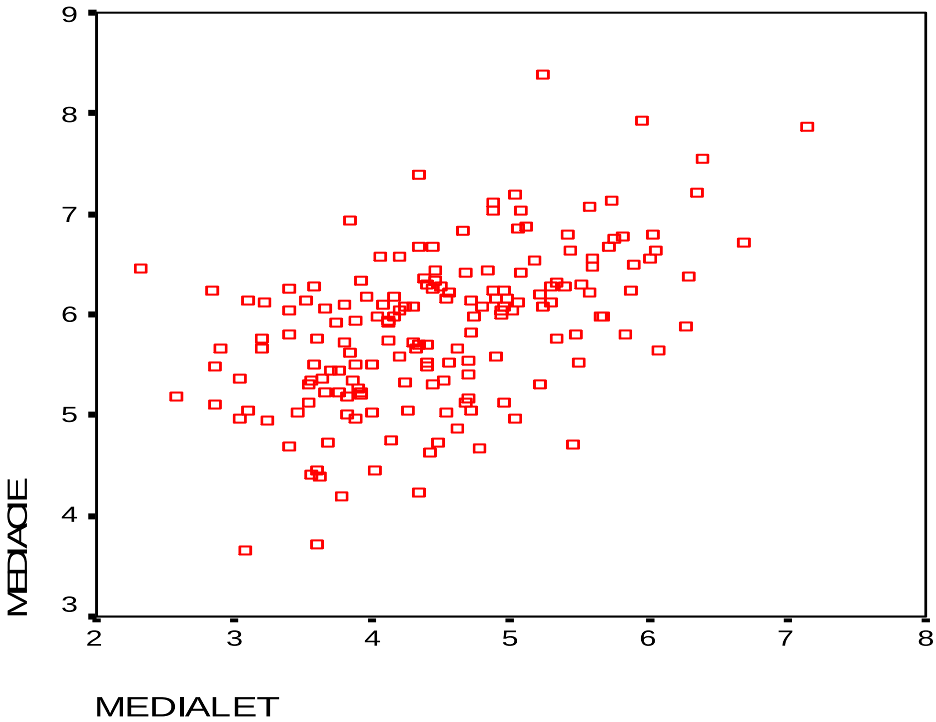


Fig. 6.26 Correlaciones entre las principales variables

Conclusión 12: *"La tendencia, que se desprende de la nube de puntos, es que cuanto más saque un centro en letras más alta sea su nota en ciencias"*

6.8.8. Resultados según las otras variables de la encuesta

a) Las medias obtenidas en las dos Matemáticas, según el libro de texto utilizado en el centro en 2º de bachillerato, son las siguientes:

Tabla 6.41 Notas medias en las dos matemáticas según libro de texto utilizado

TEXTO 2	Media Matemáticas A. C. Sociales	N	Media Matemáticas II	N
ANAYA	4,55	46	5,67	46
SM	4,68	4	6,28	5
EDEBE	4,17	3	5,85	7
IBAIZABAL	4,08	8	5,97	6
SANTILLANA	5,41	2	6,27	2
Total	4,51	63	5,78	66

Conclusión 13: "*En Matemáticas de Sociales, la mayor media la obtienen los centros cuyo libro de texto es de la editorial Santillana, siendo las otras medias parecidas y la menor la de los centros que tienen texto de la editorial Ibaizabal*"

Conclusión 14: "*En Matemáticas II, las mayores medias las obtienen los centros con textos de las editoriales SM y Santillana, por este orden, y la menor la de los centros que tienen texto de la editorial Anaya*"

b) Las medias obtenidas en las dos Matemáticas, según la variable utilización del libro de texto, son las siguientes:

Tabla 6.42. Notas medias en las dos matemáticas según la variable utilización del libro de texto

Utilización Libro de Texto	Media Matemáticas A. C. Sociales	N	Media Matemáticas II	N
Solo PROBLEMAS	4,93	6	5,60	8
TODO	4,45	49	5,79	50
OCASIONALMENTE	4,64	5	5,87	5
Hay MATERIAL	4,70	5	5,96	7

Conclusión 15: "*En Matemáticas de Sociales, la mayor media la obtienen aquellos centros que sólo utilizan el libro de texto para problemas. La menor se da en aquellos centros que utilizan el libro de texto para todo*"

Conclusión 16: *"En Matemáticas II, la mayor media la obtienen aquellos centros que utilizan material propio y la menor, los centros en los que el texto sólo se utiliza para problemas"*

El comportamiento de las dos Matemáticas es diferente, pero no falto de lógica; por una parte, coherentemente con el carácter que tienen las Matemáticas de Sociales, expresado a través de la encuesta de opinión, utilizar el libro de texto sólo para problemas produce unos buenos resultados. La parte teórica se reduce al mínimo y seguramente no se sigue el texto para esto, sino que se dan apuntes.

En Matemáticas II, son los centros con material propio, principalmente privados como también se manifiesta en la encuesta, los que obtienen la mayor media. Seguramente material específicamente diseñado para preparar la selectividad. Así mismo, el que la menor media la obtengan los centros que sólo utilizan el texto para problemas, refleja también el carácter de la asignatura, que no es exclusivamente práctico, tal y como se recoge en la encuesta, sino que tiene un componente de enseñanza tradicional.

c) Las medias obtenidas en las dos Matemáticas, según la variable objetivo de la enseñanza de las matemáticas, son las siguientes:

Tabla 6.43. Notas medias en las dos matemáticas según la variable objetivo de la enseñanza

Equilibrio aprendizaje-preparación selectividad	**Media Matemáticas A. C. Sociales**	**N**	**Desv. típ.**	**Media Matemáticas II**	**N**	**Desv. típ.**
Valoran mucho el aprendizaje	4,99	14	1,02	6,07	19	,69
Valoran más el aprendizaje	4,62	13	,95	5,99	14	,70
Equilibrio	4,45	25	,85	5,89	29	,65
Valoran más la prueba	4,24	15	,68	5,04	12	,53
Valoran mucho la prueba	3,03	1				
Total	4,53	68	,91	5,82	74	,73

Conclusión 17: *"Tanto en Matemáticas II, como en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, los centros que tienen como objetivo de su enseñanza el aprendizaje obtienen una mayor media que aquellos cuyo objetivo es la preparación de la prueba externa. Además las medias descienden según nos vamos desplazando del objetivo del aprendizaje al objetivo de preparación de la prueba externa"*

6.8.9. Mejor nota en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en Matemáticas II

Hay siete centros que sacan mayor media en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en Matemáticas II, lo cual es excepcional porque la norma es la contraria.

Sus características son:

1. Ser todos menos uno de ellos públicos.

2. Utilizar, en Matemáticas de Sociales, material específico para preparar la selectividad.

3. Son centros que enfocan la enseñanza de forma muy práctica, pero dentro del esquema de enseñanza tradicional, dirigiendo sus esfuerzos a la preparación de la prueba externa.

La representación gráfica de sus resultados es la siguiente:

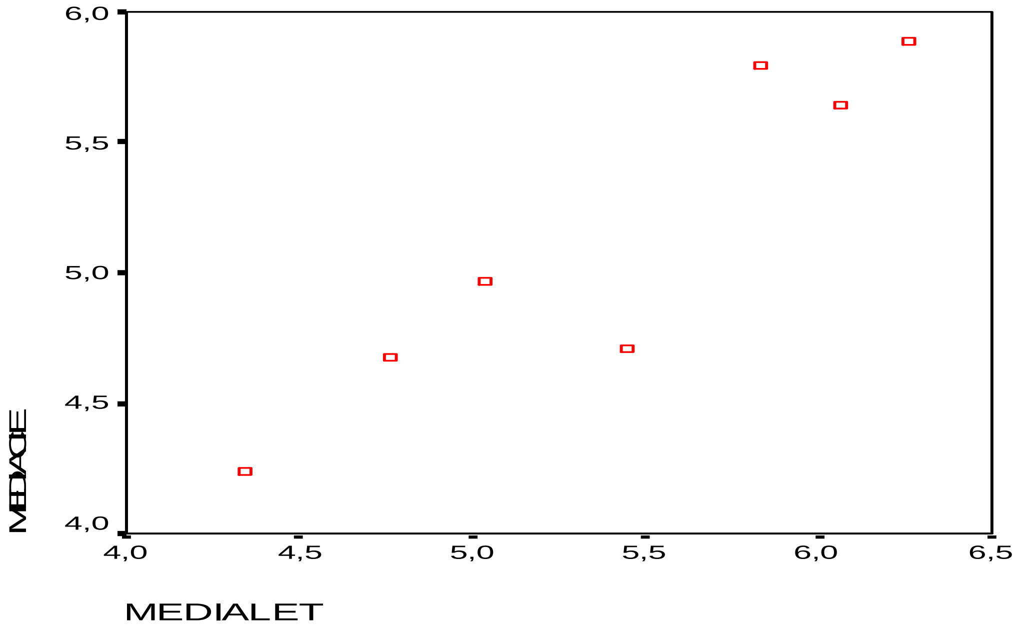


Fig. 6.27 Centros que obtienen mejor nota en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales que en Matemáticas II

Salvo uno de los centros que obtiene medias bajas en las dos asignaturas, hay tres de ellos con medias normales y otros tres con medias altas, bastante más en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, que en Matemáticas II. El que salvo uno de ellos que es privado, todos los demás sean públicos, invierte las tendencias vistas hasta ahora, y por lo menos en relación con esta cuestión, hay algunos centros públicos que preparan excelentemente la prueba de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, cosa nada fácil, como ya se ha repetido insistentemente.

6.8.10. Resultados de los cursos 2006 – 2007 y 2007 – 2008 en relación a la titularidad

Para estos dos cursos disponemos de datos para el número de alumnos aprobados por centro en la Prueba, para el de aprobados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y en Matemáticas II. Vamos por tanto a estudiar las distribuciones de estas variables.

Tabla 6.44 Resultados de los cursos 06 – 07 y 07 – 08 en relación a la titularidad

Titularidad	% Alumnos aprueban la Selectividad 2007	% Alumnos aprueban Matemáticas Sociales 2007	% Alumnos aprueban Matemáticas II 2007	% Alumnos aprueban la selectividad 2008	% Alumnos aprueban Matemáticas Sociales 2008	% Alumnos aprueban Matemáticas II 2008
Privado	95,77	46,66	72,90	95,42	45,44	63,26
Publico	93,06	38,56	63,17	90,85	37,73	55,91
Total	94,51	42,98	68,35	93,35	42,10	59,99

Conclusión 18: *"Tanto en el 2007, como en el 2008, los centros privados presentan mejores porcentajes que los públicos en las tres variables"*

Veámoslo gráficamente:

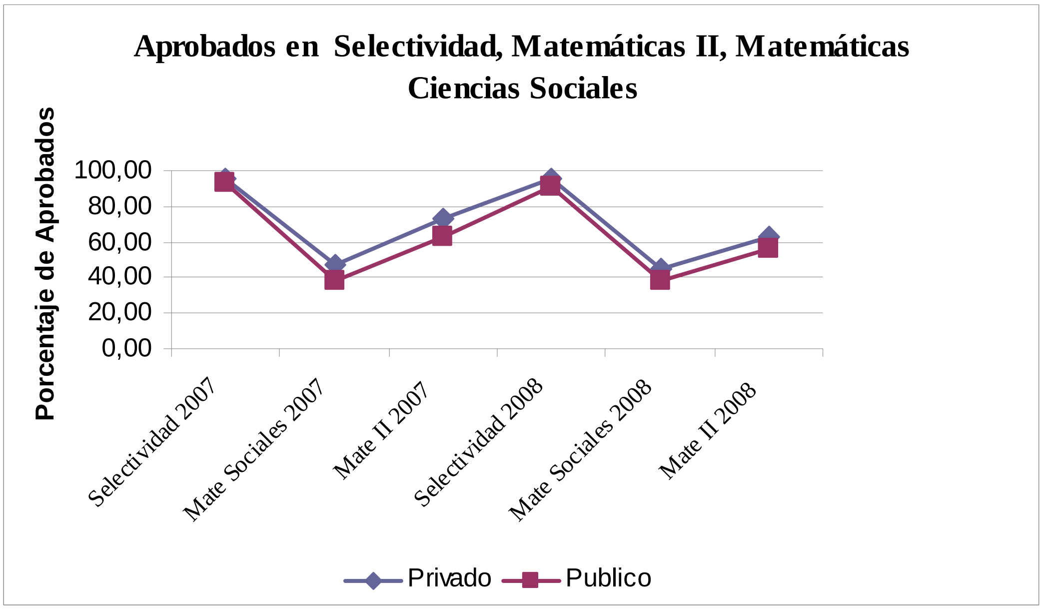


Fig. 6.28 Resultados de los cursos 06 – 07 y 07 – 08 en relación a la titularidad

Como ya se ha comentando antes, el curso 2007 – 2008 fue malo en las dos Matemáticas con respecto a la media global; pero tal y como se desprende de la figura, la nota de Matemáticas de Ciencias Sociales se mantuvo prácticamente estable con respecto a la de 2007, y las que bajaron fueron las Matemáticas II.

6.9. INTERRELACIÓN ENTRE EL FUNCIONAMIENTO DE LOS SEMINARIOS DE MATEMÁTICAS Y LOS RESULTADOS DE SELECTIVIDAD

6.9.1. Tipología de Centros

Vamos a analizar la suma[15] de puntuaciones medias obtenidas por los centros en el periodo considerado en las dos asignaturas de Matemáticas. Lo utilizamos en tanto que es un buen indicador, que refleja la situación de los centros a lo largo del periodo.

Estableceremos tres estratos de centros:

1. El estrato de los centros cuya suma de puntuaciones es inferior al percentil 20
2. El estrato de los centros cuya suma de puntuaciones está entre los percentiles 20 y 80
3. El estrato de los centros cuya suma de puntuaciones está por encima del percentil 80

Estadísticos

Media		10,34
Desv. típ.		1,46
Percentiles	20	9,07
	80	11,66

Consideraremos los siguientes estratos (hemos aproximado los percentiles, para compensar los centros de los que no se disponen datos completos)

Tipología del Centro	**Estrato**	**Matemáticas II + Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales**
Centros de puntuaciones más bajas	Inferior	Suma de puntuaciones <= 8,50
Centros de puntuaciones intermedias	Medio	8,51<= Suma de puntuaciones <= 11,58
Centros de puntuaciones más altas	Superior	Suma de puntuaciones >= 11,62

[15] Hay 18 centros que tienen datos incompletos, bien porque en un momento dado desaparecen, o no presentaban alumnos los primeros años, o algún curso no han presentado alumnos. Sólo se incluyen en los estratos si han respondido a la encuesta. Hay 8 centros que sólo presentan alumnos en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y 18 centros que sólo presentan alumnos en Matemáticas II. Estos centros se clasifican en estratos para su asignatura y se les incluye en ese mismo estrato de la clasificación general.

Vamos a presentar algunos de los datos correspondientes a los tres estratos, en relación con las siguientes variables:

- MEDIALET: es la nota media obtenida en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
- MEDIACIE: es la nota media obtenida en Matemáticas II
- MDIFCILE: Es la diferencia media entre las notas de las dos matemáticas
- DIFEX_NP: Es la diferencia media entre el expediente y la nota de la prueba
- MATRISEL: Es el tanto por ciento de alumnos de un centro que se matriculan en selectividad
- MEDIAPRU: es la nota media de la prueba
- MEDIAEXP: es la nota media del expediente

Tabla 6.45 Resultados de los centros con suma inferior de puntuaciones

Medias de los centros del Grupo – Variables Principales

	Media
MEDIALET	3,32
MEDIACIE	4,70
MDIFCILE	1,38
DIFEX_NP	1,54
MATRISEL	48,83 %
MEDIAPRU	5,50
MEDIAEXP	7,04

Medias Totales para todos los centros – Variables Principales

	Media
MEDIALET	4,41
MEDIACIE	5,76
MDIFCILE	1,39
DIFEX_NP	1,15
MATRISEL	60,34 %
MEDIAPRU	6,03
MEDIAEXP	7,19

Tabla 6.46 Resultados de los centros con suma media de puntuaciones

Medias de los centros del Grupo – Variables Principales

	Media
MEDIALET	4,26
MEDIACIE	5,76
MDIFCILE	1,50
DIFEX_NP	1,08
MATRISEL	62,56 %
MEDIAPRU	6,14
MEDIAEXP	7,21

Medias Totales para todos los centros – Variables Principales

	Media
MEDIALET	4,41
MEDIACIE	5,76
MDIFCILE	1,39
DIFEX_NP	1,15
MATRISEL	60,34 %
MEDIAPRU	6,03
MEDIAEXP	7,19

Tabla 6.47 Resultados de los centros con suma inferior de puntuaciones

Medias de los centros del Grupo – Variables Principales		**Medias Totales para todos los centros – Variables Principales**	
	Media		Media
MEDIALET	5,66	MEDIALET	4,41
MEDIACIE	6,74	MEDIACIE	5,76
MDIFCILE	1,08	MDIFCILE	1,39
DIFEX_NP	,78	DIFEX_NP	1,15
MATRISEL	69,07 %	MATRISEL	60,34 %
MEDIAPRU	6,51	MEDIAPRU	6,03
MEDIAEXP	7,29	MEDIAEXP	7,19

Analizemos las características de los centros que componen cada uno de los estratos.

- **Estrato Inferior**:

Son 38 centros, cuya suma de puntuaciones medias de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, más Matemáticas II, son las inferiores (20% inferior). Las características de estos centros en cuanto a resultados son:

- La media que obtienen en las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales está más de un punto por debajo de la media global y la media de Matemáticas II está justo un punto por debajo de la media global; eso quiere decir que sus notas son especialmente bajas en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales.

- Obtienen de media en la prueba 5,50, cuando la media global es 6,03. En el expediente tienen de media 7,04, cuando la media global es de 7,19; es decir tienen notas de la prueba por debajo de la media, pero expedientes casi en la media, siendo la diferencia entre el expediente y la nota de la prueba de 1,54, más alta que la global, lo cual quiere decir que los expedientes están inflados.

- El porcentaje de alumnos que se matricula en selectividad (48,83%) es sensiblemente inferior a la media global (60,34%).

- Además hay dos centros en este estrato cuya media de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales está por debajo de 2; los dos centros eran antiguos centros de FP, que presentan pocos alumnos y lo hacen en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y no en Matemáticas II. La nota que obtienen en la prueba es baja y la diferencia con el expediente alta.

En general los centros de este estrato, son centros con bajas puntuaciones tanto en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales como en Matemáticas II, aunque en bastantes casos la puntuación de Matemáticas II es más normal y se descompensan por la puntuación de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales.

Por lo tanto características generales de los centros de este estrato:

1. Hay casi el doble de centros públicos que centros privados (24 públicos frente a 14 privados).

2. Por territorios la distribución es: 14 de Gipuzkoa, 22 de Bizkaia y 2 de Araba.

3. De ellos 15 son, o eran, antiguos centros de Formación Profesional.

4. Los hay de zonas desfavorecidas (margen izquierda), de las capitales y de zonas del interior.

5. Centros de muy bajos resultados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales.

6. Centros con un 50% más de diferencia entre las notas del expediente académico y de la prueba, que la diferencia media global. Es decir, el expediente está abultado.

- **Estrato Medio**:

Son 117 centros cuya suma de puntuaciones medias de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, más Matemáticas II, son las intermedias. Las características de estos centros en cuanto a resultados son:

- Las medias de las dos Matemáticas son prácticamente iguales a las totales, aunque la diferencia entre ellas es ligeramente superior a la diferencia que presentan considerando el total de los centros; la media de la prueba y la del expediente son un poco superiores a las totales, aunque la diferencia entre ellas es menor, que la que presentan considerando el total de centros. También es superior el porcentaje de alumnos que presentan a selectividad.

Por lo tanto características generales de los centros de este grupo:

1. Hay casi el doble de centros privados que de centros públicos (46 públicos frente a 71 privados).

2. Por territorios la distribución es: 43 de Gipuzkoa, 58 de Bizkaia y 16 de Araba.

3. Los hay de todas las zonas geográficas.

4. Son un amplio grupo de centros que marcan las medias totales y por lo tanto ellos se sitúan en ese centro global.

5. La nota media que obtienen en la prueba es superior a la total y ajustan las diferencias entre la nota de la prueba y el expediente académico mejor que como lo hace el conjunto de todos los centros.

- **Estrato Superior**:

Son 38 centros cuya suma de puntuaciones se sitúa en el 20% superior. Las características de estos centros en cuanto a resultados son:

- La media de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales es más de un punto superior a la media total y la de Matemáticas II justo un punto; disminuye la diferencia entre Matemáticas II – Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. Las notas que consiguen en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales están casi todas por debajo de las de Matemáticas II, pero hay tres centros en los que esto no es así; los tres son públicos. Destacar también, otros dos que tienen las dos notas muy altas y prácticamente igualadas.

- En general los centros de este estrato, en cuanto a rendimiento, son centros especialmente buenos en Matemáticas II, no tanto en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, pues las diferencias entre estas Matemáticas son, en algunos casos, de 2 y hasta de tres puntos, aunque no obtienen malas calificaciones en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y en algunos casos destacan en las dos.

- El expediente es ligeramente superior al total, pero la media que obtienen en la prueba es 0,5 puntos mayor que la global. La diferencia media entre la nota del expediente y la de la prueba es de 0,78 frente a 1,15 en el total. También es un 9% superior el porcentaje de alumnos que van a selectividad.

Por lo tanto características generales de los centros de este estrato:

1. Hay casi el doble de centros privados que de centros públicos (24 privados frente a 14 públicos).

2. Por territorios la distribución es: 9 de Gipuzkoa, 19 de Bizkaia y 10 de Araba.

3. Se sitúan en las capitales y los públicos están más repartidos en diversos pueblos.

4. Ajustan mejor entre ellas (menor diferencia) las notas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y Matemáticas II.

5. Ajustan mejor entre ellas (menor diferencia) la nota obtenida en la Prueba y la nota del Expediente académico.

6.9.2. Comparación entre los tres Estratos

Se han recogido el siguiente número de encuestas de cada uno de los estratos:

a) De los 38 centros con suma inferior de puntuaciones, han contestado a la encuesta 10 centros, es decir un 26% de respuesta.

b) De los 117 centros con suma media de puntuaciones han contestado a la encuesta 48 centros, es decir 41% de respuesta.

c) De los 38 centros con suma superior de puntuaciones se han recogido 16 encuestas, es decir un 42% de respuesta.

Vamos a comparar las respuestas dadas en la encuesta por cada grupo de centros, porque así podremos obtener las diferencias en cuanto a sus modelos pedagógico-didácticos de enseñanza de las Matemáticas.

6.9.2.1.Matemáticas II

- En el estrato inferior, se utilizan mayoritariamente los textos de Anaya – Haritza, tanto en 1º, como en 2º de bachillerato. Aunque también aparece Giltza – Edebé y Edelvives-Ibaizabal. En el estrato inferior hay menos variedad de editoriales. Se utilizan para todo y un 10% dicen tener material propio.
- En el estrato medio, los libros de texto son: Anaya, Edebe, Ibaizabal, SM, Santillana (por ese orden), se utiliza para todo (69,6%) y el 8,7% utilizan material propio. Es el estrato donde hay mayor variedad de editoriales.
- En el estrato superior, sólo hay tres editoriales (cuatro en 2º de bachillerato), y SM es la 2ª editorial, por detrás de Anaya – Haritza, siendo el estrato en el que SM alcanza el mayor porcentaje. Utilizan el libro para todo, y hay un 13% que tienen material propio.

Tabla 6.48. Comparación libro de texto utilizado

	Matemáticas I					**Matemáticas II**				
	Anaya	Ibaizabal	SM	Edebé	Santillana	Anaya	Ibaizabal	SM	Edebé	Santillana
Estrato Inferior	7 (78%)	1 (11%)		1 (11%)		7 (78%)	1 (11%)		1 (11%)	
Estrato Medio	28 (68%)	4 (10%)	3 (7%)	5 (12%)	1 (2%)	29 (67%)	4 (9%)	3 (7%)	6 (14%)	1 (2%)
Estrato Superior	10 (77%)	1 (8%)	2 (15%)			10 (71%)	1 (7%)	2 (14%)		1 (7%)

- Los libros de texto se utilizan mayoritariamente para todo, en los tres estratos, pero donde más en el inferior. En el estrato inferior, no hay nadie que lo utilice ocasionalmente y los porcentajes de material propio son similares, pero donde más material propio se utiliza es en el estrato superior.

Tabla 6.49 Comparación en cuanto a la variable utilización del libro de texto

	Utilización			
	Sólo Problemas	Todo	Ocasionalmente	Hay material
Estrato Inferior	1 (10%)	8 (80%)		1 (10%)
Estrato Medio	6 (13%)	32 (70%)	4 (9%)	4 (9%)
Estrato Superior	1 (7%)	11 (73%)	1 (7%)	2 (13%)

- En todos los estratos se está de acuerdo o muy de acuerdo en preparar a lo largo del curso con todos los alumnos. Preparar al final del curso con todos los alumnos, concita un mayor rechazo en el estrato inferior, luego en el medio y donde menos rechazo suscita es en el superior. Preparar al final sólo con los alumnos aprobados, concita un claro rechazo en los estratos medio y superior; no así en el inferior, donde un 50% están de acuerdo, o muy de acuerdo. Esto entra en contradicción con lo que los centros del estrato inferior han manifestado al señalar que el 90% de ellos prepara a lo largo del curso con todos los alumnos.

Tablas 6.50 Preparación de la Selectividad

	A lo largo curso Preparación				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior			1 (10%)	4 (40%)	5 (50%)
Estrato Medio	1 (2%)		3 (6%)	10 (21%)	34 (71%)
Estrato Superior		1 (6%)	1 (6%)	7 (44%)	7 (44%)

	Al final Preparación con todos				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	4 (40%)	1 (10%)	3 (30%)	1 (10%)	
Estrato Medio	8 (17%)	7 (15%9	7 (15%)	9 (19%)	16 (34%)
Estrato Superior	1 (7%)	2 (14%)	4 (29%)	1 (7%)	6 (43%)

	Al final Preparación sólo aprobados				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	2 (20%)		3 (30%)	4 (40%)	1 (10%)
Estrato Medio	22 (49%)	11 (24%)	4 (9%)	3 (6%)	5 (10%)
Estrato Superior	9 (69%)		2 (15%)	1 (8%)	1 (8%)

- Para preparar la selectividad se utiliza más el libro de texto en el estrato inferior que en los otros dos; todos preparan con exámenes de otros años. Para la preparación con material específico los que más de acuerdo están son los del estrato medio, luego los del superior y los que menos los del inferior.

Tablas 6.51 Preparación de la Selectividad

	Preparación con libro texto				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	2 (20%)		4 (40%)	3 (30%)	1 (10%)
Estrato Medio	10 (21%)	7 (15%)	14 (30%)	7 (15%)	9 (19%)
Estrato Superior	2 (12,5%)	4 (25%)	5 (31%)	1 (6%)	4 (25%)

	Preparación exámenes otros años				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior				2 (20%)	8 (80%)
Estrato Medio				10 (21%)	38 (79%)
Estrato Superior				2 (12,5%)	14 (87,5%)

	Preparación con material específico				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	3 (33%)		3 (33%)	2 (22%)	1 (11%)
Estrato Medio	5 (11%)	9 (20%)	10 (22%)	12 (26%)	10 (22%)
Estrato Superior	4 (29%)	1 (7%)	3 (21%)	5 (36%)	1 (7%)

- Con el estilo Tradicional nos movemos en el rango 40% de aprobación en el estrato inferior a 61% de aprobación en el estrato medio. En el estilo Práctico el 100% de los del estrato inferior dicen estar de acuerdo o muy de acuerdo, frente al 94% de los del estrato medio y al 80% de los del estrato superior. Nadie está en total desacuerdo, pero este es un estilo menos arraigado en el estrato superior que en los otros dos. Con el estilo TICs donde más en desacuerdo (80%) y más de acuerdo (10%) se está es en el estrato inferior; En el estrato medio hay más centros que se declaran neutros, y en el superior 79% se declaran en desacuerdo o muy en desacuerdo. Con el estilo Trabajos los porcentajes de centros que están en desacuerdo son altos (entorno al 80%) en los tres estratos, pero así como en el superior nadie se declara de acuerdo en los otras dos sí hay porcentajes del 10% en el inferior y del 13% en el medio que están de acuerdo. En el estilo de Preparación de pruebas, los porcentajes de aceptación van desde el 50% en el estrato inferior, al 41% en el medio y 40% en el superior. En el estrato medio es donde este estilo produce un mayor rechazo (21%).

Tablas 6.52 Comparación en cuanto a estilos de Enseñanza - Aprendizaje

	Estilo TRADICIONAL, de enseñanza - aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	2 (20%)		4 (40%)	2 (20%)	2 (20%)
Estrato Medio	2 (4%)	6 (12%)	11 (23%)	21 (44%)	8 (17%)
Estrato Superior	3 (20%)		4 (27%)	4 (27%)	4 (27%)

	Estilo PRACTICO enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior				6 (60%)	4 (40%)
Estrato Medio			3 (6%)	26 (54%)	19 (40%)
Estrato Superior		1 (7%)	1 (7%)	6 (40%)	7 (47%)

	Estilo TICS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	4 (40%)	4 (40%)	1 (10%)	1 (10%)	
Estrato Medio	15 (31%)	17 (35%)	13 (27%)	2 (4%)	1 (2%)
Estrato Superior	6 (43%)	5 (36%)	2 (14%)	1 (7%)	

	Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	6 (60%)	2 (20%)	1 (10%)	1 (10%)	
Estrato Medio	23 (48%)	15 (31%)	4 (8%)	6 (13%)	
Estrato Superior	9 (64%)	2 (14%)	3 (21%)		

	Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior		1 (10%)	4 (40%)	4 (40%)	1 (10%)
Estrato Medio	2 (4%)	8 (17%)	18 (37%)	16 (33%)	4 (8%)
Estrato Superior	1 (7%)	1 (7%)	7 (47%)	4 (27%)	2 (13%)

- En cuanto al objetivo de su enseñanza, los que más aceptan el objetivo de preparación de la selectividad (50%) son los del estrato inferior, en el estrato medio un 17% y en el superior ninguno. Donde más se acepta el objetivo de Aprendizaje de las Matemáticas es en el estrato superior con un 50%, en el medio con un 49% y en el inferior con un 20%. Para los tres estratos las medias en esta pregunta han sido: inferior = 3,2 (se sitúan en el equilibrio pero con predominio de preparación de la prueba); medio = 2,4 (el objetivo es más el aprendizaje) y superior = 2,25 (objetivo aprendizaje de las matemáticas).

Tabla 6.53 Comparación en cuanto al objetivo de la Enseñanza - Aprendizaje

	Objetivo enseñanza-aprendizaje: Enseñanza – Preparación Selectividad				
	mucho el aprendizaje	mas el aprendizaje	equilibrio	mas la prueba	mucho la prueba
Estrato Inferior	1 (10%)	1 (10%)	3 (30%)	5 (50%)	
Estrato Medio	14 (30%)	9 (19%)	16 (34%)	8 (17%)	
Estrato Superior	4 (25%)	4 (25%)	8 (50%)		

6.9.2.2.Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

- Los libros de texto son mayoritariamente los de Anaya – Haritza, en los dos cursos y con mayor porcentaje en el estrato superior. En los estratos inferior y medio, le sigue Ibaizabal (que no aparece en la superior). Donde más editoriales hay es en el estrato medio; Edelvives-Ibaizabal tiene su mayor porcentaje (22%) en el estrato inferior y SM lo tiene en el superior.

Tabla 6.54 Comparación según el libro de texto utilizado

	Textos Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I					Textos Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II				
	Anaya	Ibaizabal	SM	Edebé	Santillana	Anaya	Ibaizabal	SM	Edebé	Santillana
Estrato Inferior	7 (78%)	2 (22%)				7 (78%)	2 (22%)			
Estrato Medio	26 (74%)	4 (11%)	1(3%)	3 (9%)	1(3%)	29 (71%)	6 (15%)	2 (5%)	3 (7%)	1 (2%)
Estrato Superior	12 (92%)		1(8%)			12 (80%)		2 (13%)		1 (7%)

- Principalmente se utilizan para todo (en el estrato inferior exclusivamente para todo), los demás porcentajes son similares para los estratos medio y alto.

Tabla 6.55 Comparación en cuanto a la variable utilización del libro de texto

	Utilización			
	Sólo Problemas	Todo	Ocasionalmente	Hay material
Estrato Inferior		8 (100%)		
Estrato Medio	4 (9%)	32 (73%)	4 (9%)	4 (9%)
Estrato Superior	2 (13%)	11 (73%)	1 (7%)	1 (7%)

- En los tres estratos se prepara la selectividad a lo largo del curso con todos los alumnos, más de acuerdo en los estratos medio y superior y en ningún estrato hay nadie en total desacuerdo. Otras diferencias a resaltar son que en el estrato inferior sólo hay un 12% de acuerdo con preparar al final con todos los alumnos, y estos porcentajes son más altos en los otros dos estratos. Respecto de preparar al final del curso, sólo con los aprobados, los que más en desacuerdo están son los del estrato superior.

Tablas 6.56 Preparación de la Selectividad

	A lo largo curso Preparación				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior			2 (25%)	2 (25%)	4 (50%)
Estrato Medio		1 (2%)	4 (8%)	8 (17%)	33 (72%)
Estrato Superior		1 (6%)	1 (6%)	5 (31%)	9 (56%)

	Al final Preparación con todos				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	4 (50%)		3 (38%)	1 (12%)	
Estrato Medio	9 (21%)	6 (14%)	7 (16%)	7 (16%)	15 (34%)
Estrato Superior	3 (20%)	3 (20%)	2 (13%)	2 (13%)	5 (33%)

	Al final Preparación sólo aprobados				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	2 (25%)		3 (37,5%)	3 (37,5%)	
Estrato Medio	19 (43%)	11 (25%)	3 (7%)	4 (9%)	7 (16%)
Estrato Superior	11 (73%)	2 (13%)		1 (7%)	1 (7%)

- Para preparar la selectividad se utiliza más el libro de texto en el estrato inferior que en los otros dos; todos preparan con exámenes de otros años, aunque se aprecien ligeras diferencias en el estrato inferior. Para la preparación con material específico los que más de acuerdo están son los del estrato medio.

Tablas 6.57 Preparación de la Selectividad

	Preparación con libro texto				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	1 (12,5%)		2 (25%)	4 (50%)	1 (12,5%)
Estrato Medio	11 (24%)	8 (18%)	9 (20%)	10 (22%)	7 (16%)
Estrato Superior	2 (13%)	4 (25%)	5 (31%)	1 (6%)	4 (25%)

	Preparación exámenes otros años				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior				3 (37,5%)	5 (62,5%)
Estrato Medio				8 (17%)	38 (83%)
Estrato Superior				2 (12,5%)	14 (87,5%)

	Preparación con material específico				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	2 (29%)		2 (29%)	2 (29%)	1 (14%)
Estrato Medio	4 (9%)	7 (16%)	11 (25%)	14 (32%)	8 (18%)
Estrato Superior	4 (29%)	1 (7%)	3 (21%)	5 (36%)	1 (7%)

- En cuanto a los estilos de enseñanza, destacan el 11% del estrato inferior que están en total desacuerdo con el estilo Tradicional, el 100% de estos está también de acuerdo con el estilo Práctico, con el estilo TICs los que están más en desacuerdo son los del estrato superior, sucediendo lo mismo con el estilo Trabajos; y con el estilo de Preparación de Pruebas, los que más en desacuerdo están son los del estrato inferior. Por lo tanto, aunque en el estrato inferior todos se declaran de acuerdo con el estilo Práctico, no dedican sus esfuerzos especialmente a la Preparación de las pruebas.

Tablas 6.58 Comparación en cuanto a estilos de Enseñanza - Aprendizaje

	Estilo TRADICIONAL, de enseñanza - aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	1 (11%)		3 (33%)	4 (44%)	1 (11%)
Estrato Medio	2 (4%)	2 (4%)	14 (30%)	21 (46%)	7 (15%)
Estrato Superior		2 (13%)	5 (33%)	5 (33%)	3 (20%)

	Estilo PRACTICO, de enseñanza - aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior				6 (67%)	3 (33%)
Estrato Medio			6 (13%)	19 (41%)	21 (46%)
Estrato Superior		1 (6%)	1 (6%)	7 (44%)	7 (44%)

	Estilo TICS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	3 (30%)	3 (30%)	1 (11%)	2 (22%)	
Estrato Medio	17 (37%)	13 (28%)	12 (26%)	3 (7%)	1 (2%)
Estrato Superior	6 (38%)	7 (44%)	3 (19%)		

	Estilo TRABAJOS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior			5 (56%)	2 (22%)	2 (22%)
Estrato Medio	20 (44%)	12 (26%)	6 (13%)	8 (17%)	
Estrato Superior	11 (69%)	4 (25%)	1 (6%)		

	Estilo PREPARACION PRUEBAS enseñanza-aprendizaje				
	total desacuerdo	desacuerdo	neutro	acuerdo	total acuerdo
Estrato Inferior	4 (44%)	2 (22%)	1 (11%)	2 (22%)	
Estrato Medio	1 (2%)	8 (17%)	15 (33%)	16 (35%)	6 (13%)
Estrato Superior	2 (12,5%)	1 (6%)	8 (50%)	3 (19%)	2 (12,5%)

- En el estrato inferior se declaran equilibrados, con una media de 3, entre el aprendizaje y la preparación de la prueba externa. En los otros dos estratos se valora más el aprendizaje y donde más se valora es en el estrato superior. En el estrato medio, la media es 2,7 y por lo tanto se está ligeramente a favor del aprendizaje. En el estrato superior valoran el aprendizaje más que la preparación de la selectividad, pues la media está en 2,3.

Tabla 6.59 Comparación en cuanto al objetivo de la Enseñanza - Aprendizaje

	Objetivo enseñanza-aprendizaje: Enseñanza – Preparación Selectividad				
	mucho el aprendizaje	mas el aprendizaje	equilibrio	mas la prueba	mucho la prueba
Estrato Inferior	1 (11%)	2 (22%)	3 (33%)	2 (22%)	1 (11%)
Estrato Medio	8 (18%)	8 (18%)	17 (39%)	11 (25%)	
Estrato Superior	5 (31%)	4 (25%)	5 (31%)	2 (13%)	

- Tanto en el estrato inferior, como en el estrato medio, se consideran las partes del examen como difíciles, no así en el estrato superior donde no las consideran ni muy fáciles, ni muy difíciles (media de dificultad 3, equilibrio). En los estratos inferior y medio, se considera el análisis como la parte más difícil siendo la dificultad asignada a esta parte de: estrato inferior: 4,11; estrato medio: 4.

6.9.3. TABLA RESUMEN (Tabla 6.60)

		ESTRATO INFERIOR	ESTRATO MEDIO	ESTRATO SUPERIOR
Libro de Texto Utilización y material propio	Mate Sociales	Anaya e Ibaizabal Utilización para todo y 0% material	Aunque mayoritariamente utilizan Anaya, aparecen: Ibaizabal, Edebé, Santillana y SM (por ese orden). Se utiliza para todo (72,7%) y un 9,1% tienen material propio	Predomina Anaya – Haritza, pero aparecen también SM y Santillana. Utilizan el texto para todo y sólo un 6,7% tienen material propio. SM es donde mayor porcentaje tiene
	Mate II	Anaya, Edebé e Ibaizabal Se utiliza para todo y el 10% material propio	Textos: Anaya, Edebe, Ibaizabal, SM, Santillana, 8,7% material propio	SM es donde mayor porcentaje tiene Hay un 13% con material propio
Tiempo preparación Selectividad	Mate Sociales	75% a lo largo del curso con todos los alumnos y 37,5% al final solo con alumnos aprobados	Preparan a lo largo del curso con todos (89,1%) y un 25% al final solo con aprobados	Preparan a lo largo del curso con todos los alumnos (87% de acuerdo, nadie en desacuerdo), el 13,4% al final con alumnos aprobados (y un 73,3% totalmente en desacuerdo)
	Mate II	90% a lo largo del curso con todos y al final Preparación sólo aprobados (50%)	Preparación todos a lo largo del curso con todos (92%), 18% al final solo aprobados	El 87,6% preparan con todos los alumnos a lo largo del curso (sólo un 6,3% en desacuerdo), el 15,4% al final con aprobados (69,2% en total desacuerdo)
¿Con qué material se prepara la selectividad?	Mate Sociales	62,5% prepran con libro de texto También con exámenes de otros años (100%) Material específico 43%	El 38% utilizan el libro de texto, todos los exámenes de otros años y un 50% tienen material específico.	Preparan con exámenes de otros años (100%), el 42% utilizan material específico y un 31% utilizan el libro de texto para preparar
	Mate II	40% preparan con texto y Exámenes (100%) 33,3% especifico	34% texto, 100% exámenes y 48% especifico	El 50% consideran el libro para preparar y un 31% utilizan material específico

		ESTRATO INFERIOR	ESTRATO MEDIO	ESTRATO SUPERIOR
Estilo Tradicional	Mate Sociales	55,5% están de acuerdo ó muy de acuerdo	61% están de acuerdo ó muy de acuerdo	53% están de acuerdo ó muy de acuerdo
	Mate II	40% están de acuerdo ó muy de acuerdo	61% están de acuerdo ó muy de acuerdo	53% están de acuerdo ó muy de acuerdo
Estilo Practico	Mate Sociales	100% están de acuerdo ó muy de acuerdo	87% están de acuerdo ó muy de acuerdo	87% están de acuerdo ó muy de acuerdo
	Mate II	100% están de acuerdo ó muy de acuerdo	94% están de acuerdo ó muy de acuerdo	86% están de acuerdo ó muy de acuerdo
Estilo Tics	Mate Sociales	22% están de acuerdo ó muy de acuerdo	8,7% están de acuerdo ó muy de acuerdo	0%
	Mate II	10% están de acuerdo ó muy de acuerdo	6% están de acuerdo ó muy de acuerdo	0%
Estilo Trabajos	Mate Sociales	22% están de acuerdo ó muy de acuerdo	17% están de acuerdo ó muy de acuerdo	0%
	Mate II	10% están de acuerdo ó muy de acuerdo	12,5% están de acuerdo ó muy de acuerdo	0%
Estilo Preparación de exámenes	Mate Sociales	50% neutro y 50% de acuerdo o muy (media 3,67)	48% están de acuerdo ó muy de acuerdo (media 3,4)	30% están de acuerdo ó muy de acuerdo (media 3,1)
	Mate II	Media (3,5) en estilo preparación. 50% están de acuerdo ó muy de acuerdo	42% están de acuerdo ó muy de acuerdo (media 3,3)	40% están de acuerdo ó muy de acuerdo (media 3,3)
Objetivo de la enseñanza de las Matemáticas	Mate Sociales	Media 3, equilibrio objetivo	Más aprendizaje (2,7)	Como objetivo de la enseñanza valoran el aprendizaje más que la preparación de la selectividad, pues la media está en 2.
	Mate II	Equilibrio en objetivo (3,2)	Más aprendizaje (2,4)	La media 2,25 les sitúa más en el objetivo del aprendizaje de las matemáticas.
Rendimiento	Centros de muy bajos resultados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales			Ajustan mejor entre ellas (menor diferencia) las notas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y Matemáticas II
	Centros con un 50% más de diferencia entre las notas de la prueba y el expediente académico, que la diferencia media global. Es decir, el expediente está abultado.			Ajustan mejor entre ellas (menor diferencia) la nota obtenida en la prueba y la nota del expediente académico.

6.9.4. CONCLUSIONES

Del estudio realizado anteriormente, hemos podido extraer algunas conclusiones sobre las características, en cuanto a metodología, textos, forma de preparar la selectividad, etc., para los centros que conforman cada uno de los estratos establecidos. Son las siguientes:

1. *Hay menos editoriales en el estrato inferior, en las dos matemáticas, que en los otros dos estratos.*

2. *En el estrato inferior, en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, no hay material propio; en Matemáticas II hay más en el estrato superior.*

3. *En la preparación a lo largo del curso con todos los alumnos, que predomina en todos los estratos, la tendencia es menos acusada en el estrato inferior que en los otros dos (donde es muy parecida).*

4. *En estar de acuerdo con "preparar al final del curso sólo con los alumnos aprobados", hay una clara tendencia descendente que va del estrato inferior al superior. Además en este último, aumentan los que están en total desacuerdo, con respecto a los que lo están en los otros dos estratos. Es decir se acepta mejor este tipo de preparación en los centros del estrato inferior, que en los del estrato medio, y menos aún en los del superior, donde suscita un claro rechazo.*

5. *Donde más material específico se utiliza para preparar la selectividad es en el estrato medio; donde menos en el superior. En cuanto a utilizar el libro de texto, donde más se utiliza es en el estrato inferior, los exámenes de otros años se utilizan de forma similar en todos los estratos.*

6. *Estilos: En las dos matemáticas los más tradicionales son los del estrato medio, los otros son parecidos. En el estilo práctico todos los del estrato inferior se definen como prácticos; menos en los otros estratos. La mayor diferencia de porcentajes entre tradicional y práctico se da en el estrato inferior (los otros tienen diferencias similares).*

Es decir los estratos superior y medio están bastante más equilibradas que el estrato inferior, que mantiene unas posiciones más extremas en el binomio tradicional-práctico.

7. *En el estilo TICs los del estrato inferior usan más TICs, menos los del medio y nada los del superior.*

8. *En el estilo Trabajos, los que más lo utilizan son los del medio, menos los del inferior y nada los del superior.*

***9.** En las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales el estilo preparación se prefiere de manera descendente desde el estrato inferior al superior y en Matemáticas II se prefiere de forma ascendente.*

***10.** En el objetivo de la enseñanza, la tendencia es de "un objetivo utilitarista de preparación de la prueba externa" más acusado en el estrato inferior, menos en el medio, donde se valora más el aprendizaje, y decididamente mucho menos en el superior donde lo que más se valora es el aprendizaje.*

6.9.4.1. Diferencias entre los estratos inferior y superior

"Aunque las diferencias entre el estrato medio y el superior no son tan acusadas, entre el inferior y el superior son claras y se dan en casi todos los aspectos considerados en la encuesta.

Así, en el estrato inferior hay menos variedad de textos, menos material propio en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y más en Matemáticas II.

En cuanto al periodo en el que se prepara la selectividad, la tendencia es a aceptar en el estrato inferior de una manera más difusa la preparación a lo largo del curso con todos los alumnos y más pronunciada la preparación al final sólo con los aprobados; en cambio en el superior, las tendencias son contundentes: se prepara a lo largo del curso con todos los alumnos y se está muy en desacuerdo con preparar sólo con los aprobados y al final.

En el binomio tradicional-practico posiciones más extremas (mayor distancia) en el estrato inferior, donde se declaran Prácticos el 100% de los seminarios, pero menos de la mitad Tradicionales, dándose el mayor equilibrio entre Tradicional – Práctico en el estrato superior. En el uso de TICs y Trabajos se está totalmente en desacuerdo en el estrato superior, y se aceptan más en el inferior.

En el objetivo de la enseñanza prima la preparación de la selectividad en el inferior y el aprendizaje en el superior"

6.9.4.2. Estrato superior

"Los centros del estrato superior tienen un concepto más clásico de la enseñanza de las matemáticas en 2º de bachillerato, dejan poco lugar para las innovaciones, son muy pragmáticos en cuanto a ser efectivos y prácticos en la preparación de la selectividad, pero siempre sustentado la enseñanza de las matemáticas en unos sólidos cimientos, con el objetivo de aprender matemáticas por encima de otras finalidades"

CAPITULO VII
CONCLUSIONES GENERALES

Como ocurre con tantas investigaciones, la preocupación por un fenómeno determinado es el punto de partida sobre el que se inicia el análisis de la realidad y, frecuentemente, se intenta dar una solución al problema que se estudia. En nuestro caso, el motivo de preocupación ha sido el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y su evaluación en una prueba externa como es la selectividad. El estudio de esta cuestión, aparentemente tan simple, ha requerido una serie de abordajes que nos ha permitido enfrentarnos a diversos ámbitos. Nuestra opción, entre otras posibles, ha sido la de analizar en profundidad dos temas claves de este proceso: los libros de texto utilizados en la enseñanza de las matemáticas en los cursos previos en el bachillerato y las pruebas de selectividad en relación con los exámenes de matemáticas.

Se trata, por lo tanto, de dos temas nucleares que nos ha permitido estudiar la evolución de la enseñanza de las matemáticas a través de los libros de texto, fundamentada en las teorías curriculares y en los modelos de enseñanza-aprendizaje y el modelo educativo imperante, derivada de las reformas educativas llevadas a cabo desde 1970 hasta la actualidad. De ahí, que planteásemos unas hipótesis relativas tanto a la evolución del currículum, como de los libros de texto utilizados, tanto en castellano como en euskera. Asimismo, y por lo que respecta a las pruebas de selectividad realizadas en la Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea, hemos centrado nuestros análisis en el abordaje general de esta prueba desde 1993 hasta 2008, con un énfasis especial en los exámenes de matemáticas. En este estudio hemos realizado también el análisis de una encuesta pasada a los centros que imparten matemáticas, con el fin de poder relacionar las opiniones de los profesores y profesoras con las mencionadas pruebas de selectividad, además de tener conocimiento del uso que hacen de los libros de texto, de los modelos de enseñanza-aprendizaje y otras cuestiones de interés.

Los objetivos que nos planteamos nos han permitido poder cerrar un círculo donde las interrelaciones entre cambios en el sistema de enseñanza, debido a las reformas educativas, su reflejo en los libros de texto y las características de los centros en cuanto a su modelo de enseñanza-aprendizaje y los resultados en las pruebas de acceso, parecen confirmar una consistente relación. A continuación señalamos las conclusiones generales, tanto en lo que se refiere a los libros de texto como a las pruebas de selectividad, teniendo presente que en los capítulos respectivos ya hemos recogido de manera pormenorizada las conclusiones relativas a los mismos. Estas conclusiones confirman las hipótesis de partida formuladas. De manera resumida señalaremos las siguientes:

7.1. **LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS**

Como ya se ha indicado, estudios sobre libros de texto de matemáticas hay bastantes, también en España, y algunos de los resultados de esos estudios se han citado en nuestro trabajo. Tenemos los resultados presentados por Inés Sanz en cuanto a las representaciones simbólicas, los de la escuela de Salamanca que han estudiado la evolución didáctica de los conceptos a través de los textos, y otros que se han centrado en un aspecto más particular de la adquisición de un determinado conocimiento mediante diferentes didácticas. Pero nuestro estudio ha ido más enfocado a ver su adaptación al periodo al que pertenecen los libros, su adecuación a los programas, a los modelos de enseñanza imperantes.

En los siguientes párrafos vamos a resumir algunos de los argumentos que nos han permitido corroborar las hipótesis H1, H2, H3 ─relativas a la evolución y adaptación de los textos escolares de matemáticas─, y H5.3 y H5.4 ─relativas a libros de texto y pruebas de selectividad─ de nuestro estudio.

Los libros de texto han cambiado en su aspecto exterior rápidamente. Si comparamos textos de nuestros abuelos o de nuestros padres con los que nosotros utilizamos la diferencia era abismal, pues parecían reliquias de anticuario. Pero el mismo salto se experimentó en un periodo de tiempo mucho menor al pasar del periodo inmediatamente anterior a la LGE (plan de 1957), a los textos de la LGE, incluso los del primer periodo. Había cambiado el formato, se había pasado a textos de mayor tamaño y más gruesos, con una mayor cantidad de gráficos de mayor calidad. Los ejercicios comenzaron a ganar importancia y se les dedicaba mayor espacio y atención. Los temas se trataban de una forma más reposada y más completa, con mayores recursos y esfuerzos pedagógicos. Pero estos textos de la primera parte de la LGE, hasta los primeros 80, heredaron una carga enorme que los lastró durante muchos años, cual era la metodología de enseñanza de las matemáticas del momento, que era la transmisión de la Matemática Moderna desde la Primera Enseñanza hasta el final de la Secundaria.

Los libros se llenaron de escritura simbólica y de método deductivo, lo que los volvió muy áridos, tanto en su aspecto, como sobre todo para los alumnos que eran sus principales destinatarios y que tenían que sumergirse en sus páginas con la ímproba labor de entenderlas, memorizarlas, ser capaces de reproducirlas y de ponerlas en práctica para la resolución de numerosos ejercicios.

Pero no todos los textos enfocaban las orientaciones metodológicas que se recogían en los programas oficiales de la misma manera. Los había muy formalistas, en los que todas, hasta la última propiedad se demostraban, y en las que todo era muy matemático y deductivo. Hasta los ejercicios eran muchos de ellos teóricos, o prescindían de los ejemplos numéricos y eran simbólicos y por lo tanto más generales.

Eran estos, textos de amplia difusión, con adeptos en muchos centros en los que gustaba, y podían, impartir ese tipo de enseñanza. Pero en muchas ocasiones, el texto era una mera apoyatura para las clases, se daba esta o aquella demostración, se hacía éste o aquél ejercicio, e incluso se completaban con listas de ejercicios más prácticos y asequibles, obtenidos de otros libros, o de libros exclusivamente de problemas que empezaron a aparecer en esta época. Eran libros del gusto del profesor joven licenciado en matemáticas, que había recibido una formación similar a la que esos textos proponían. Eran libros del profesor, no del alumno. Los autores solían ser catedráticos de instituto, e incluso profesores adjuntos de universidad.

Pronto fueron despareciendo de los centros para imponerse un tipo de texto más práctico, donde la teoría se reducía al mínimo indispensable y se disponía de una gran colección de problemas que facilitaban el trabajo diario de la clase. La calidad de los dos tipos de textos era buena, con similar aspecto externo, cuidadas ediciones, sin erratas, con algún anexo que incluía tablas necesarias para la práctica.

Pero en los mismos años, había autores de prestigio, profesores de bachillerato y universidad que dedicaron muchas horas de trabajo a producir libros de texto que ni eran un catálogo de recetas para impartir en las clases, ni una teoría matemática cerrada que poco difería de la que se presentaba en textos de la matemática superior.

Uno de esos autores fue Javier Etayo, catedrático de universidad, que en colaboración con dos jóvenes profesores de instituto, José Colera y Andrés Ruiz y por medio de la Editorial Anaya, publicaron unos textos de matemáticas para BUP y COU, que como ha quedado patente en nuestros análisis, suponía mantener un nivel de rigor en lo fundamental, pero sin renunciar a una introducción intuitiva de los conceptos, basada en la experimentación. Textos en los que se proponían caminos, se hacían sugerencias, se utilizaban las gráficas para indagar en las demostraciones etc. Sobre todo los textos de BUP fueron originales, equilibrados y en algunos aspectos innovadores en el sentido actual de la palabra. Comenzaron a huir del método axiomático-deductivo, para volver a andar el camino de la rica matemática que se alimenta de la intuición, las pruebas, los ensayos y errores, haciendo de ella una actividad más acorde con el espíritu humano.

Hemos señalado, entre otros, alguna de las innovaciones introducidas por ellos, como el estudio de las derivadas a través de la introducción de las tasas, de variación media e instantáneas, que suponía llegar a la definición, no en el primer renglón del tema, sino a través de sugerentes ejemplos prácticos, extraídos de situaciones reales y próximos al alumno, que llevaban aparejados cálculos que se hacían en tablas de doble entrada, para luego pasar a la definición formal y a la matematización del concepto. No fue un camino que recorrieran ellos solos, algún otro les acompañó (Grupo Cero, Akal), con ellos nació una tendencia, porque así se introducen las derivadas hoy en día, en todos los textos de matemáticas del nivel.

Marcaron otras líneas metodológicas, aunque en este caso no profundizaron, fue un mero esbozo, con el tratamiento que le dieron a las funciones, tratando las funciones definidas a trozos, e introduciendo ciertos tipos de ejercicios asociadas a ellas, en los que sobre la gráfica se reflexiona sobre propiedades y conceptos relativos a la función ─es decir el camino inverso del que se utilizaba hasta entonces─, para llegar en un segundo estadio a la formalización y a la deducción analítica de las propiedades, y que ha marcado una línea metodológica que luego se ha generalizado en todos los textos.

Incluso cuando su elección metodológica no haya tenido continuidad, como por ejemplo en el tema de combinatoria desarrollada a través de teoría de conjuntos y aplicaciones, el resultado es de gran originalidad y todo un ejemplo de adaptación didáctica del saber matemático. Saber matemático muy del momento, que se enseñaba en las universidades y que los autores supieron adaptar, y ahí está el mérito, a las estructuras mentales de los adolescentes. Se conseguían demostraciones elegantes, por su sencillez, acompañadas de dibujos a colores, en las que se apoyaban los razonamientos; en fin, unos textos singulares en este y otros muchos aspectos y ejemplares en su conjunto, o como los autores mismos dirían, ejemplar era la “saga” o “novela río” que constituyen.

Con ellos comenzó la editorial Anaya a invertir en buenos textos y a escoger buenos equipos de autores, para, partiendo de una lucha por un mercado bastante bien repartido, llegar casi a monopolizarlo.

Textos de primeros de los ochenta eran también los del Grupo Cero ó los de Akal; aquí estamos hablando de la cumbre a la que se llego pedagógicamente, con textos que respondían a los cuestionarios del programa oficial, de una forma original, con poco aparato matemático y mucho trabajo matematizante del alumno, con situaciones del contexto del alumno y de la ciencia y de la cultura en general; textos acompañados de muchas y muy buenas ilustraciones, no meramente decorativas, o que sirvieran para hacer el texto menos árido, si esa era una de las intenciones de los autores, no era la más importante. Las ilustraciones surgían de las situaciones planteadas y eran consustanciales a ellas. Formaban una unidad en la que lo uno sin lo otro no eran el mismo objeto.

Textos renovadores como estos, son difíciles de realizar y de encontrar en el mercado editorial. No sólo por el método de trabajo que utilizan, equipo de autores que se reparten el trabajo y consensúan entre ellos los mejores desarrollos didácticos posibles, casi como un reto personal del que deben salir satisfechos.

Debemos también destacar, como ya lo hemos hecho en el capítulo correspondiente, la serie de textos de Miguel de Guzmán, conocido catedrático de universidad que no renunció a sus incursiones en la didáctica y en la divulgación de la matemática, de finales de los ochenta, con textos realizados con muchos medios tecnológicos y humanos, pero sobre todo, textos que se han convertido en textos de consulta y guía, para saber como introducir temas y conceptos, desde la matemática real y viva extraída de situaciones muy sugerentes.

Si a ello se le añaden calidad de ilustraciones, diseño interior con múltiples secciones, uso de calculadora, y una cuidadosa revista en la que se incluyen aspectos colaterales a la matemática, estamos seguramente ante otro cenit de los textos de matemáticas de este nivel en los últimos años.

Pero ya para entonces el mercado editorial se había convertido en un negocio que movía cifras de dinero muy importantes y la política de las editoriales cambió. Se cambiaban las ediciones cada poco tiempo, con pocas o ninguna modificación que le diera valor añadido a la nueva edición, pero obligando a adquirir un nuevo libro que en esencia era parecido al anterior. Por esa razón algunos autores dejaron de colaborar con las editoriales, y esta guerra por la competencia, desatada en el mundo editorial, no trajo buenos resultados.

Los productos se estandarizaron, se introducían cada vez menos elementos novedosos, los libros comenzaron a parecerse cada vez más ebtre ellos. Tienen parecidas secciones, todos tocan la historia de las matemáticas, ponen alguna anécdota, utilizan pasatiempos y juegos lógicos, comentan alguna curiosidad o algún tema sin resolver, o algún gran descubrimiento y por supuesto son de gran calidad técnica: mucho color, mucha fotografía incluso a página completa, todo tipo de secciones en los problemas, ayuda para preparar la selectividad, pero el núcleo de la exposición está falto de la vivacidad y originalidad que los grandes textos innovadores de los ochenta derramaban por doquier.

En cuanto a los modelos de enseñanza en que se sustentaban, se pasó del Modelo Conductista y de la Pedagogía por Objetivos, al Modelo Constructivista basado en la presentación de Situaciones de Aprendizaje de los textos innovadores, en los que la metodología de Resolución de Problemas tenía un lugar importante. De ahí se pasó al Modelo de Racionalidad Tecnológica, mediante el cual los textos se han adaptado al nuevo tipo de alumnado, textos, en los que principalmente se ha innovado en los elementos adicionales que los acompañan.

Dentro de ellos, y aunque todos se adaptan a la metodología del momento que se explicita en las secciones y los tratamientos que acabamos de comentar, sigue habiendo tendencias: los hay más formalistas, más prácticos, quienes insertan otros recursos como software, o quienes han vuelto a dar una cierta marcha atrás y vuelven a las definiciones lógico-simbólicas de otras épocas, sin previas y sugerentes situaciones prácticas que le guíen al alumno en el descubrimiento y matematización del hecho estudiado.

Es decir los textos han cambiado en aspectos colaterales, tales como su apariencia, los recursos utilizados en su realización, tecnología digital, tratamiento de aspectos no directamente matemáticos, o sea, en lo que rodea al núcleo matemático. Pero en la transmisión y presentación del contenido conceptual, y en menor medida los procedimientos, hay un estancamiento y una vía rápida hacía la presentación directa de contenidos para luego dedicarse, ó a lo de siempre, es decir a los ejercicios, ó a otras cosas, es decir a lo colateral, videos, historias, juegos, anécdotas, etc.

Está claro también que los textos se han adaptado a las características de los alumnos de la segunda enseñanza, que comentamos en el capítulo correspondiente, alumnos con poca capacidad de atención, poca comprensión lectora, pero receptores de impacto visual y manipuladores de tecnología electrónica. Hacia ahí también han ido los textos.

En lo esencial no ha habido mejora, sino estancamiento y falta de ideas. Se ha mejorado en la presentación y en aspectos secundarios, requerimientos de las metodologías impuestas por las nuevas leyes educativas y por la sociedad de la opulencia que demanda productos como esos y no otros, aparentemente de menor calidad.

Si ha de haber algún cambio sustancial, tal vez estos vendrán de la mano de la no utilización de los libros de texto, o de la utilización de estos como material auxiliar, cosa que por otra parte siempre se ha hecho en las clases de matemáticas, donde el texto se usaba para algunas cosas pero para la mayoría no. Esta tendencia vuelve a aparecer en algunos centros, así lo confirma nuestra encuesta, pero los cambios metodológicos derivados de la LOE, la enseñanza por competencias, los recursos gráficos on-line: videos, paquetes gráficos, software específico para determinados temas y el número de unidades didácticas cada vez mayor , que se están redactando por grupos de profesores innovadores, tal vez consigan darle a la enseñanza de las matemáticas un nuevo impulso, similar al de las reformas de los ochenta.

En cuanto a los textos en euskera, resumimos los argumentos que nos han permitido confirmar la hipótesis H4 (relativa a la evolución de los textos en euskera).

Los libros de texto en euskera comenzaron siendo traducciones de urgencia hechas con muy pocos medios y mucha ilusión y voluntariedad, y dieron lugar a un producto desigual, en el que no todos los términos utilizados estaban estandarizados y en el que los usos del euskera como lengua de transmisión científica estaba dando sus primeros pasos. Ello hizo que se copiaran los modelos imperantes y la tradición del castellano, llevando a la descripción término a término, en lenguaje escrito, de todas las propiedades matemáticas, que de este modo resultaban difíciles de comprender si no se tenía la propiedad delante. Los textos los produjeron diferentes equipos de traductores, a los que nunca se les agradecerá bastante, el ímprobo trabajo que realizaron. Aparecieron, próximos en el tiempo, pero en diferentes años, lo cuál hizo que ya los textos de 3º y de COU, con respecto al euskera utilizado, hubieran mejorado mucho, estando ya el texto de COU prácticamente normalizado.

Pero como tales libros de texto en euskera se pueden considerar los siguientes de mediados de los ochenta, que se publicaron de la mano de ELKAR – ELHUYAR, con autores de aquí, profesores, que hicieron un producto original, similar a los de la época, aunque tal vez con menos color y recursos en la parte gráfica, con un tratamiento pedagógico muy alejado del de los textos anteriores, e incluso, el de COU de las opciones C y D, bastante innovador. Por supuesto los textos estaban originalmente redactados en euskera, lo que los hacía fáciles de leer y entender, por la naturalidad del lenguaje empleado.

Pero el mercado de las grandes editoriales comenzó a introducirse en los territorios con lengua vernácula y ante la enorme disparidad de recursos no se podía competir y los textos de este nivel pasaron rápidamente a ser traducción de los textos en castellano.

En el ínterin, hubo intentos, como los estudiados de Ibaizabal, en los que se produjo un gran retroceso, tanto en el euskera utilizado que estaba lleno de errores y era muy artificial e incomprensible, como en la calidad pedagógica, pues eran traducciones de textos publicados en castellano unos años antes y por lo tanto no adaptados a las didácticas y tendencias del momento, que tan rápidamente evolucionaban.

7.2. RESULTADOS DE LA SELECTIVIDAD EN LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS

La segunda parte de la tesis ha consistido en evaluar los resultados de la enseñanza recibida por los alumnos con esos textos de enseñanza y con las metodologías del periodo. Ello nos ha permitido confirmar la hipótesis H5.1 en la parte en la que hace referencia a la diferencia de resultados entre las dos matemáticas con relación a la red educativa a la que pertenece el centro. También la hipótesis H5.2, porque hemos podido estudiar las percepciones que los centros tienen sobre las diferentes partes del examen de Selectividad y sobre su dificultad. Por fin, también hemos aportado información detallada sobre la forma en la que los centros utilizan los libros de texto y cómo preparan la selectividad, aportando argumentos que nos han permitido confirmar la hipótesis H5.3.

Hay que tener en cuenta que nuestro estudio es original porque se ha abordado el proceso de enseñanza – aprendizaje en su conjunto, comenzando por analizar los textos utilizados en el periodo considerado y viendo los resultados que con su enseñanza se lograban, a través de las mediciones aportadas por los exámenes de selectividad. Hemos relacionado los tipos de textos, con las reformas, y con la metodología empleada en ellos, pero todo ello contrastado con el uso efectivo que de ellos se hace en los centros. Esto nos ha permitido relacionar textos con metodología y con resultados del final del periodo de la enseñanza no universitaria, y no hay estudios que aborden la cuestión de una forma tan global. Sí los hay, de cada una de las partes consideradas por separado, es decir, estudios sobre textos, con enfoques particulares, y estudios sobre pruebas de acceso a la universidad, también con diversidad de enfoques.

Por ello las comparaciones entre nuestros resultados y los existentes, deben hacerse en cuanto a conclusiones parciales de cada una de las partes.

Nos situamos pues en la segunda parte de la tesis y la única forma de abordar el proceso completo de enseñanza era analizando, como producto terminal que son, los resultados de la selectividad, que como se sabe se ha hecho a dos niveles: a nivel individual de alumno y a nivel de centro.

La serie temporal de resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas, nos llevó a extraer resultados muy amplios relativos a las diferencias entre asignaturas, entre estas y la nota global obtenida, a la clasificación de los años en buenos, malos y regulares y, como no, a observar los cambios producidos en el periodo en el que se implantó la LOGSE.

Por ejemplo concluíamos en el apartado 5.10, que: "*Comparativamente los mejores resultados son los de Matemáticas II, convocatoria ordinaria, tanto respecto a su convocatoria extraordinaria, como con respecto a las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, como con respecto a las diferencias entre c. ordinaria - c. extraordinaria, como con respecto a las medias de la prueba en general*".

Y también que: **"***En la convocatoria ordinaria un número alto de ejercicios F da lugar a clasificaciones B ó MB tanto en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales como en Matemáticas II*".

Otras dos conclusiones importantes relativas a la comparación entre las notas de selectividad y las de matemáticas fueron: "L*os resultados de Matemáticas II, convocatoria ordinaria, no son malos ya que suelen estar próximos a la nota media de la prueba e incluso por encima de ésta. En cuanto a las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, convocatoria ordinaria, se observa que sus medias siempre han sido inferiores a la nota media obtenida en el conjunto de la prueba. Se aprecia además que las diferencias entre la nota media de la prueba y la nota media de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, convocatoria ordinaria, tienden a aumentar en los últimos años*".

En cuanto a los efectos producidos al cambiar al sistema LOGSE, concluíamos que: "*Empeoraron los resultados de las Matemáticas II en las dos convocatorias.*

Pasaron de estar en la convocatoria ordinaria, próximos a la media general de la prueba y de ser incluso superiores, a estar por debajo de la media global. Pasados cuatro o cinco cursos, los resultados de Matemáticas II, convocatoria ordinaria, se recuperan y vuelven a niveles anteriores a la LOGSE".

"En los años iniciales de la selectividad LOGSE, en las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y para las dos convocatorias, no se ha apreciado un retroceso sustancial en los resultados, sino más bien al contrario, una mejoría (temporal porque con el transcurso de los años los resultados han vuelto a los niveles anteriores al sistema LOGSE)".

Luego el sistema se ha sabido readaptar y el producto que obtenemos tiene, por lo menos, los mismos estándares anteriores o mejores.

Sí hemos obtenido que en general coinciden los años buenos de las dos matemáticas ─salvo los primeros años de la LOGSE─, y cuando empeoran, empeoran también a la vez. Pero partiendo de unos niveles muy diferentes, estando siempre los de Matemáticas II muy por encima de los de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. Esto puede llevar, según varias de las opiniones extraídas de la encuesta, a que muchos de los alumnos de esta modalidad de matemáticas pudieran replantearse su elección. También vimos que las convocatorias extraordinarias, en cuanto a resultados, tienden a devaluarse cada vez más. Incluso en la extraordinaria de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, aunque la tipología de todos los ejercicios sea "Fácil" no basta para garantizar un buen resultado. Todo esto está también relacionado con la tipología del alumnado que queda para convocatoria extraordinaria, normalmente alumnado falto de expectativas futuras.

No quiere decir que nuestra situación sea peor que la del resto de España, nos movemos en parámetros parecidos en las dos matemáticas, y así nuestro estudio corrobora muchos de los datos de otros estudios realizados a través de los años en otras universidades e incluso a nivel global de toda España por el CIDE.

En cuanto a las tendencias afirmábamos que: *"La nota media de la prueba ha reducido las diferencias con la nota media final de la selectividad y además el porcentaje de alumnos que mejora la nota media del expediente del bachillerato a través de la prueba es cada vez mayor".* Ello, ─unido al hecho de que con el sistema LOGSE, la nota de la prueba, en general, ha ido mejorando, llegando a ser actualmente, superior a la que se conseguía en los años de la LGE─, hace que debamos ser optimistas de cara al futuro.

Con el nuevo modelo de examen, hay campo para trabajar, estrechando la colaboración entre la universidad y los centros de secundaria para mejorar aún más los resultados y las metodologías.

En cuanto a los resultados por centros ya hemos visto que son muy diferentes y muy consistentes en el tiempo, por lo que responden a causas enraizadas en el funcionamiento del centro y que son múltiples. Hemos establecido tres tipologías de centros con grandes diferencias de la una a la otra, de las cuales la nota de selectividad es la medida del producto final, pero nosotros hemos podido indagar a través de la encuesta en los métodos y las circunstancias que influyen en ello.

En cuanto a las características de cada estrato de centros concluímos que:

“Los centros del estrato inferior, tienen muy bajos resultados en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. Además son centros con un 50% más de diferencia entre las notas del expediente académico y de la prueba, que la diferencia media global”.

“Los centros del estrato medio obtienen una nota media en la prueba superior a la media global”.

“Los centros del estrato superior, ajustan mejor entre ellos (menor diferencia) las notas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y Matemáticas II”.

“Tanto los centros del estrato medio, como los del superior, ajustan mejor entre ellos (menor diferencia) la nota obtenida en la Prueba y la nota del Expediente académico.”

Hemos visto que el libro de texto, que mayoritariamente es el de Anaya, no va necesariamente asociado a un mal o buen resultado en selectividad, como por otra parte es normal al ser un texto de implantación en muchos centros de muy distintas características.

En los centros con buenos resultados en Matemáticas se aprecian las siguientes características:

- ✓ Diversas formas de utilización del libro de texto.
- ✓ Mayor porcentaje de material propio.
- ✓ Menor utilización del libro de texto y mayor presencia de material específico para preparar la selectividad.
- ✓ Preferencia por preparar a lo largo del curso con todos los alumnos y claro rechazo a preparar al final del curso sólo con los alumnos aprobados.
- ✓ Utilización equilibrada de los estilos tradicional y práctico (no son ni los más tradicionales, ni los más prácticos).

- ✓ Utilizan las TICs en pequeña proporción y rechazan el estilo basado en trabajos.
- ✓ No renuncian al estilo de preparación de pruebas de evaluación.
- ✓ Tienen como objetivo prioritario el aprendizaje de las matemáticas.

No serán las únicas y entrarán otras variables que en nuestro estudio no hemos controlado, situación socioeconómica, entorno, composición de los seminarios de matemáticas, etc., pero esas que hemos citado están.

En concreto dedujímos que: **“***Las Matemáticas II se enseñan de manera tradicional, pero eminentemente práctica, concediendo una importancia considerable a la preparación de las pruebas de evaluación y concediendo la misma importancia al objetivo de aprendizaje y al de preparación de la selectividad, aunque predomina el objetivo del aprendizaje. Se prepara la selectividad a lo largo de todo el curso y con todos los alumnos, y se aprecia el examen de selectividad como difícil, aunque no en exceso”*.

Y que para las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales: “*se enseñan de manera eminentemente práctica, concediéndole una importancia considerable a la preparación de las pruebas de evaluación; se sitúan en el punto de equilibrio entre el objetivo de enseñanza de las matemáticas y el objetivo de preparación de una prueba externa. Y* a*precian el examen de selectividad como difícil e inciden especialmente en la dificultad de la parte de Análisis”*.

En esa parte de la investigación también concluímos que los centros de buenos resultados ajustan muy bien las notas de sus expedientes de bachillerato a la nota obtenida en la prueba de selectividad. Es decir exigen más que lo que se les solicitará en selectividad para así asegurar que no habrá sorpresas y que el gap entre las dos notas será mínimo.

Hemos podido apreciar que los resultados de los centros correlacionaban con la variable titularidad en muchos de los aspectos analizados. Esa es otra de las consecuencias obtenidas, que los centros públicos y los privados se comportan de manera muy diferente en la metodología utilizada. Ya sea por los textos utilizados, cómo por la forma en que se prepara la selectividad y cuando, ya sea por el objetivo último de su enseñanza, pues no se comportan en algunos de esos aspectos de la misma forma.

Dedujímos que: “*En Matemáticas II, en los centros públicos, casi todos tienen libro de texto que se utiliza para todo, mientras que en los privados, hay muchos que tienen material propio, y entre los que tienen libro las opciones de uso están más* *repartidas. Además no se utiliza igual el libro de texto para preparar la selectividad en los centros públicos y en los privados".*

Y también que*: "En los centros privados el porcentaje de los que no están de acuerdo con el estilo basado en trabajos es mayor que en los centros públicos y que en cuanto a la preparación con material específico de la selectividad, los centros privados están mucho más de acuerdo que los centros públicos".*

Para las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, concluíamos que: *"El perfil de estilos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales está más difuminado que el de las Matemáticas II. La enseñanza de esta asignatura se entiende de una forma más práctica, viéndose como más natural la utilización y mezcla de diferentes estilos de enseñanza"*

También se hacen desde los centros todo tipo de requerimientos a los organizadores de la selectividad. Las peticiones van por la senda de pedir equilibrio y moderación en la dificultad de los problemas, con propuestas concretas para que no tengan tales o cuales parámetros, o para que no se combinen de un determinado tipo, todas ellas se pondrán a disposición del Director de Acceso de la UPV - EHU y de los Coordinadores de Matemáticas.

Finalmente, queremos apuntar unas posibles líneas de investigación a partir de este trabajo. En primer lugar, se puede considerar que el estudio por nosotros realizado es extensible, y con parecida metodología, a las otras asignaturas del currículo, lo que permitiría obtener una fotografía más completa del panorama global de la enseñanza secundaria en la CAV.

Otro posible estudio, pero pasado algún tiempo, serán los análisis a extraer de la nueva selectividad, cambios introducidos, consecuencias, diferencias con la anterior, comparación de resultados etc.

Además en un momento de la tesis estuvimos tentados de trabajar más a fondo varios aspectos tales como la historia de los textos de matemáticas y de los centros de secundaria en épocas un poco más lejanas en el tiempo, como pueden ser primera parte del siglo XX, e incluso todo el periodo de la posguerra hasta la LGE.

También hay un campo abierto, cual es el de estudiar el tratamiento de algunos conceptos importantes de matemáticas en diferentes textos. Es un planteamiento más didáctico que tal vez se pudiera completar con alguna experiencia de campo.

Tampoco nos hemos podido detener en la evolución del currículo estudiándolo más a fondo, y nos hemos conformado con su evolución a través de los textos, señalando algunos cambios, desapariciones y vueltas atrás. Pero se puede analizar este aspecto más reposadamente y de una forma más detallista, desde las teorías curriculares llevadas al campo de las matemáticas.

El tema de la Formación del profesorado, que lo hemos bordeado, da para profundizar y sacar conclusiones con respecto a las reformas realizadas, aunque para ello hay que disponer de muchos datos situados en diferentes lugares y cuya recopilación puede ser costosa.

En fin y sin ánimo de agotar los temas, pero sí nuestras ideas, que son limitadas, hacer un análisis comparativo de los textos de aquí, con textos de otros países, comparando los tratamientos didácticos y los currículos puede ser algo que a un determinado nivel está sin hacer.

Nosotros hemos esbozado algunas de las características que poseen los centros, con respecto a la metodología que utilizan en la enseñanza de las matemáticas, en relación a sus resultados en la selectividad. Se puede seguir por este camino, indagando características más generales que hacen que un centro tenga unos buenos o malos resultados globales en las Pruebas de Acceso.

En cuanto a las implicaciones prácticas que nuestro estudio conlleva, debemos destacar en primer lugar, que los textos se usan y mucho por los Seminarios de Matemáticas de los Centros. Aunque no se han visto diferencias en los resultados obtenidos con textos distintos, es importante observar, que los textos son el reflejo de diferentes metodologías, que sí condicionan el trabajo en el aula, si se hace un seguimiento estricto del texto.

Los textos han cambiado mucho, pero se dan las matemáticas de siempre, rodeadas de muchas otras actividades que podemos denominar del entorno de las matemáticas. Ello lleva por lo general, a prescindir total o casi totalmente de la mayoría de ellas, o por el contrario, a una efectiva utilización de estas como un recurso importante, que incluso puede ser ampliado con nuevas búsquedas y aportaciones hechas por los alumnos. Esta es la línea marcada por la LOE, y que en el currículo de las matemáticas por competencias, se propone. Ello llevará con toda seguridad, además de las cada vez más utilizadas en las clases de matemáticas, Tecnologías de la Información, sobre todo software y vídeos, a que cambie la utilización que se hace de los textos, tal vez llegando a una menor utilización del texto, a favor de estos otros recursos, y en un plazo medio, tal vez a que los textos vuelvan a cambiar para adaptarse a las nuevas necesidades de la educación del siglo XXI.

Pero, no podemos conformarnos, con especular sobre el futuro más o menos inmediato, porque parte fundamental de nuestro estudio la han constituido las Pruebas de Acceso, que como se sabe, son una fuente de preocupación e interés para alumnos y profesores, por su protagonismo e inmediatez, pero también para otros sectores del mundo educativo (Universidad, Administración Educativa). Ha quedado claro que los centros tienen como objetivo principal el que los alumnos aprendan matemáticas, por encima incluso, de una posible practicidad dirigida a preparar el examen de selectividad para conseguir unos buenos resultados. Los centros que tienen buenos resultados, no olvidan el examen de selectividad, pero digamos que lo relegan a un segundo plano dentro de su objetivo primordial, cuál es el de que los alumnos aprendan matemáticas. Esto es lo esencial para ellos, y el examen, que se prepara en su momento y sin decirlo específicamente se trabaja a diario, está incluido en su concepto de aprendizaje. Por lo tanto aquí no valen las recetas memorísticas, o preparaciones parciales de ciertas partes, las matemáticas son un todo interrelacionado, y su aprendizaje global es la clave del éxito.

Sí queremos mencionar también el perfil convencional que en la mayoría de los centros hemos encontrado en lo que a la enseñanza de las matemáticas de bachillerato se refiere. No se nos entienda mal, se hace que el alumno entienda y domine las técnicas y procedimientos necesarios, dentro de un modelo tradicional de transmisión de conocimientos, pero lleno de practicidad, pues siempre esta ahí, el examen de selectividad, a cuya preparación van dirigidas muchas de las actividades realizadas.

También mencionar que en Matemáticas II, el uso de software, o trabajos, está prácticamente descartado, y por ello hablamos también de enseñanza tradicional o convencional (pero no meramente transmisiva, al uso en los periodos anteriores a la LGE), y que en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, sí se va más a los aspectos práctico-procedimentales, en parte por los intereses y capacidades de los alumnos, y se deja un mayor espacio para el software educativo y la realización de trabajos.

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSINA, C.; BURGUÉS, C., FORTUNY, J., JIMÉNEZ, J. Y TORRA, M. (1995). *Enseñar matemáticas.* Barcelona: Graó.

AMORE, B, CANTORAL, R. (2005). *Bases Filosóficas, Pedagógicas, Epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Reverté.

ANGULO RASCO, J.F. (1991). Racionalidad Tecnológica y Tecnocracia: Un Análisis Crítico. En *Sociedad Cultura y Educación*. Homenaje a Carlos Lerena Alersón. Madrid: Universidad Complutense. pp. 315-342

ARENZANA, V. (1987). *La Enseñanza de las Matemáticas en el Siglo XVIII*. Zaragoza: Publicaciones del Seminario Matemático García de Galdeano.

AUSUBEL, P. (1976). *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Méjico: Trillas.

BEGLE E. (1979). *Critical variables in Mathematics Education*. Washington D.C.: Mathematical Association of America. NCTM.

BERNARD MAINAR, J.A. (1979). *Modelo de evaluación de textos escolares*. Barcelona: Teide.

BIEHLER, R., STRAESSER, R., SCHOLZ, R. W. & WINKELMANN, B. (1994). *Didactics of mathematics as a scientific discipline.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BISQUERRA, R. (2004): *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla.

BOSCH, M.; FONSECA, C. y GASCÓN, J. (2004). Matemáticas locales en las instituciones escolares. Grenoble: *La Pensée Sauvage*. Vol. 24, nº 2.3, pp. 205-250.

BUJ GIMENO, A. (1973). *Libros: Objetivos, tipos y condiciones*. En MAILLO, A. (dir.). *Enciclopedia de Didáctica Aplicada*. Barcelona: Labor. pp. 577-589.

BOLETÍN OFICIAL DEL ESTADO (BOE).

BOLETÍN OFICIAL DEL PAÍS VASCO (BOPV).

BROUSSEAU,G. (1986). *Fondements et methods de la didactique des mathématiques* , in BRUN, J. (1996). *Didactique des mathématiques*. Lausanne: Delachaux et Niestlé. pp. 45-143.

BROUSSEAU,G. (1998). *Théorie des situationts didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La pensée sauvage.

BRUNER, J.S. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación* (Selección de textos por Jesús Palacios). Madrid: Morata.

CALLEJO, M.L. (1987). *La Enseñanza de las Matemáticas. Etapa 12-16 años*. Madrid: Narcea.

CANTARERO SERVER, J. (2000). *Materiales curriculares y descualificación docente*. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.

CASTELA, C. (2005). A propósito de los conocimientos que no se enseñan explícitamente, empero necesarios para tener éxito en las Matemáticas Escolares. México. *Relime*. nº 002. pp.111-127.

CENTRO DE INVESTIGACIÓN MANES. Manuales Escolares. Madrid: UNED. http://www.uned.es/manesvirtual/portalmanes.html.

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M., GASCÓN, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.

CHOPPIN, A. (1992). *Les manuels scolaires: histoire et actualité*. París: Hachette.

COCKROFT, W.H. (1985). *Las Matemáticas si cuentan*. Madrid: MEC.

COLL, C. (1987). *Psicología y currículo: una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículo escolar*. Barcelona: Laia.

COMENIUS, J. (1986). *Didáctica Magna*. Madrid: Akal.

DAMORE, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Reverté.

DÁVILA, P. (2003). *Enseñanza y Educación en el País Vasco contemporáneo*. San Sebastián: Erein.

DÍAZ DE LA GUARDIA, E. (1.988). *Evolución y desarrollo de la Enseñanza Media en España 1875-1930. Un conflicto político-pedagógico*. Madrid: CIDE.

DICKSON, L. y otros (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ed. Labor/MEC.

DORMOLEN, J. (1986). *Textual analysis*. En CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.G. y OTTE, M. (eds.). *Perspectives on mathematics education*. Dodrecht: Pp. 141-171.

DUVAL, R. (1995). *Semiosis et Pensée Humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuals*. Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes.

EGUIA, L. (1972). *Neurriztia*. Vitoria: Ed. Kardaberaz-Bazkuna.

ENSUNZA, M. (1987). *Alfabetatze Zientifikoa*. Iruñea: UEU.

ESCOLANO, A. (1998). *Historia Ilustrada del libro escolar en España. De la posguerra a la reforma educativa.* Madrid: Fundación Germán Sánchez Ruipérez.

ESCOLANO, A. (2009). El Manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas*. nº 14, pp. 169-180.

ESCUDERO, J.M. (1979). *Tecnología Educativa: Diseño de material escrito para la enseñanza de conceptos*. Valencia: ICE.

ETXEBERRIA, J y IBABE, I. (2001). *Datu-analisia eta SPSS, praktikak*. Usurbil: Elhuyar.

ETXEBERRIA, J. (2003). *Estatistika eta SPSS*. Usurbil: Elhuyar.

ETXEBERRIA, J. (2004). *Estadística Aplicada*. Leioa: UPV – EHU.

ETXEBERRIA, J. (2005). *Análisis descriptivo de datos en Educación.* Madrid: La Muralla.

FANDIÑO, M.I. (ed.) (2002). *Currículo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.

FERNANDEZ, I. (2003). *La Renovación Pedagógica en el País Vasco*. En DÁVILA, P. (2003). *Enseñanza y Educación en el País Vasco contemporáneo*. San Sebastián: Erein. pp. 79-95.

FERRÁNDEZ, A. y SARRAMONA, J. (1984). *La educación. Constantes y problemática actual*. Barcelona: CEAC.

FREUDENTHAL H. (1982). Fiabilité, validité et pertinence – critères de la recherche sur l'enseignement. *Educational Studies in Mathematics*. 13. pp. 395-408.

FREUDENTHAL, HANS. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holland: Reidel Pub. Co.

GASCÓN, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad. *Suma*. nº 26, pp. 11-21.

GASCÓN, J. (2002). El problema de la Educación Matemática y la Doble ruptura de la didáctica de las Matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Vol. 5, nº 3, pp. 673-702.

GIMENO, J. (1988). *El currículo, una reflexión sobre la práctica*. Morata: Madrid.

GOMEZ, M. N., TRIGUEROS, G. (2000). *Los manuales de texto en la enseñanza secundaria (1812-1990)*. Sevilla: Ed. Kronos.

GONZÁLEZ, M.T., SIERRA, M., LÓPEZ, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (COU)*: 1940-1995*. *Enseñanza de las Ciencias*. 17 (3), pp. 463-476.

GONZÁLEZ, M.T., SIERRA, M., LÓPEZ, C. (2001). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*. Vol. 15, núm 1, pp. 21-49. Santillana

GONZÁLEZ, M.T., SIERRA, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de Matemáticas. Los puntos críticos en la Enseñanza Secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*. pp. 389-408.

GONZÁLEZ, M.T. (2006). La matemática moderna en España. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, núm. 6, pp. 63-71.

GRAVENMEIJER, TERUEL J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Curriculum Studies*. Vol. 32, nº 6, pp. 777-796.

GUTIERRREZ, A. y otros (1991). *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Madrid: Ed. Síntesis.

HARTLEY, J. (1986). *Designing instructional text*. Londres: Kogan Page.

HORMIGÓN, M. (1991). *Las Matemáticas en el siglo XIX*. Madrid: Akal.

HOWSON, G. (1995). *Mathematics Textbooks: A Comparative Study of Grade 8 texts*. Vancouver: Pacific Educational Press.

HOWSON, G.; KEITEL, C. y KILPATRICK, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

JANVIER, C. (ed.) (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Londres: Lawrence Earlbaum Associated Publishers.

KANG, W. (1990). *Didactic transposition of mathematical knowledge in textbooks*. Tesis doctoral. University of Georgia. USA.

KEITEL C. (1982). Curriculum variables, theory and goals: a comment on Begle´s Critical Variables in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 13 (3),pp. 257-267.

KILPATRICK, J., RICO, L. y SIERRA, M. (1994). *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.

KLINE, M. (1976). *El fracaso de la Matemática Moderna*. Madrid: Siglo XXI.

LAKATOS, I. (1977). *Matemáticas, Ciencia y Epistemología*. Madrid: Alianza

LAKATOS, I. (1986). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático* Madrid: Alianza.

LÓPEZ, N. (1986). *Cómo valorar textos escolares*. Madrid: Cincel-Kapelusz.

LOWE, E. y PIMM, D. (1996). «This is so»: a text on texts, en BISHOP, A., CLEMENTS, K., KEITEL, C., KILPATRICK, J. Y LABORDE, C. *International Handbook of Mathematics Education*, pp.371-410. Dordrecht: Kluwer.

MAILLO, A. (1973). *Enciclopedia de Didáctica Aplicada (1)*. Barcelona: Labor.

MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (1992). Siete cuestiones y una propuesta. *Cuadernos de Pedagogía*. (203), pp. 8-13.
MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (2002). *Políticas del libro de texto escolar.* Madrid: Morata.
MARTÍNEZ SANTOS, S. (1987). *El currículo explícito y el currículo oculto en los libros de texto*. Madrid: Librería Pedagógica.
MARTÍNEZ SANTOS, S. (1989). *Estructura curricular y modelos para la innovación*. Madrid: Dorsa.
MARTÍNEZ VALCÁRCEL, N. (2002). De la Teoría pedagógica a la práctica escolar. *Revista bibliográfica de geografía y ciencias sociales*. Vol. 7. nº 357.
MAYORDOMO, A. (1990). *Historia de la Educación en España*. Madrid: MEC.
MONTERO, L. (2001). *La construcción del conocimiento profesional docente*. Santa Fé: HomoSapiens.
MONTESINOS, J.L. (2000). *Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. Madrid: Síntesis.
MUÑOZ-REPISO, M., MUÑOZ, F., PALACIOS, C., VALLE, J. (1991). *Las calificaciones en las pruebas de aptitud para el acceso a la universidad*. Madrid: CIDE.
MUÑOZ-REPISO, M. y otros. (1997). *El sistema de acceso a la universidad en España: tres estudios para aclarar el debate*. Madrid: CIDE.
MUÑOZ VITORIA, F. (1990). *El sistema de acceso a la Universidad de España 1940-1990.* Madrid: CIDE.
NOVAK, J.D. (1982). *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza.
OLMEDA, C. (1986). *Las pruebas de acceso a la Enseñanza Superior antes de la L.G.E. (1938-1969)*. Madrid: CIDE.
OTTE, M. (1986). *What is a text?.* En CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.G. y OTTE, M. (eds.). *Perspectives on mathematics education*. Dodrecht: Reídle Publishing Company. Pp. 173-203.
PIAGET, CHOQUET, DIEUDONNE, THOM Y OTROS. (1978). *La Enseñanza de las Matemáticas Modernas*. Madrid: Alianza Editorial.
PIAGET, J., GARCÍA, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: Siglo XXI.
PIMM, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: MEC-Morata.
PRENDES, M.P. (2001). Evaluación de materiales escolares. *Revista Píxel-bit*. 16, pp. 1-20.
PUELLES, M. (2009). *Modernidad, Republicanismo y Democracia: una historia de la educación en España.(1898-2008)*. Valencia: Tirant lo Blanch.

PUIG, L. (1997). *Análisis fenomenológico*, en Rico, L. (coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE. Universidad de Barcelona – Horsori.

RICO, L. (1990). *Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural*. En LLINARES, S. y SANCHEZ, V. (eds): *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.

RICO, L. y SIERRA, M. (1994). *Educación matemática en la España del siglo XX*, en KILPATRICK, J., RICO, L. y SIERRA, M. *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.

RICO, L. (1997). *La Educación matemática en enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.

RICO, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*. 1, pp. 22-39.

RICO, L. (2007). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.

RICO, L.; SIERRA, M. y CASTRO, E. (2000). *Didáctica de la Matemática*. En RICO, L. y MADRID, D. *Fundamentos de las áreas curriculares*. Madrid: Síntesis.

RICHAUDEAU, F. (1981). *Concepción y producción de manuales de escolares. Guía práctica*. París: SECAB/CERLAL/Editorial UNESCO.

RIOS, S. (1973). *Matemáticas Especiales*. Madrid: Paraninfo. pp. 18

ROJANO, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*. 12 (1).

ROMERA, C. (1997). *Bases para el diseño de unidades didácticas de Matemáticas para la E.S.O*. Madrid: UNED Colección de Educación Permanente.

ROSALES, C. (1983). Evaluación de textos escolares de primer ciclo de EGB. *Enseñanza,* 1, pp. 193-208.

SANZ, I. (1995). *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de matemáticas*. Tesis doctoral. UPV - EHU.

SARRAMONA, J. (1977). Investigación cualitativa y currículum, en SARRAMONA, J. (Ed.). *Currículum y Educación*. Barcelona:CEAC. pp. 56-59.

SCHOENFELD (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

SCHUBRING, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbooks authors. *For the Learning of Mathematics,* 7(3), 41-51.

SIMONE, R. (2000). *La Tercera Fase: formas de saber qué estamos perdiendo*. Madrid: Taurus.

SKEMP, R. (1980). *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata.

STENHOUSE, L. (1984). *Investigación y Desarrollo del Currículo*. Madrid: Morata.

TABA, H. (1983). *Elaboración del currículo*. Buenos Aires: Troquel.

TAVIGNOT, P. (1993). Analyse du processus de transposition didactique. *Recherches en didactique des mathematiques*. 13 (3). Pp. 257-294.

THOM, R. (1973). *Modern mathematis: does it exist?*, en A.G. Howson (ed.) *Developments in mathematical education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press. pp. 194-209.

VEA MUNIESA, F. (1986). *Las Matemáticas en los planes de estudios de enseñanza secundaria en España en el siglo XIX*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.

VEA MUNIESA, F. (1995). *Las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria en España en el siglo XIX*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.

VIÑAO, A. (1982). *Política y Educación en los orígenes de la España Contemporánea. Examen especial de sus relaciones en la enseñanza secundaria*. Madrid: Siglo Veintiuno.

VIÑAO, A. (2004a). *Escuela para todos. Educación y modernidad en la España del siglo XX*. Madrid: Marcial Pons.

VIÑAO, A. (2004b). *Sistemas educativos, culturas escolares y reformas*. Madrid: Ed. Morata.

UTANDE, M. (1966). *Planes de Estudio de Enseñanza Media*. Madrid: Ed. MEC.

VYGOTSKI, L.S. (1991). *Obras escogidas. Tomo I*. Madrid: Visor.

VYGOTSKI, L.S. (1993). *Obras escogidas. Tomo II*. Madrid: Visor.

WITTGENSTEIN, L. (1978). *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad.

ZALBIDE, M. (1978). *Matemática, Hiztegia, Hizkera, Irakurbideak.* Zarauz: Jakin

BIBLIOGRAFÍA

Libros escolares analizados

Editorial Anaya:

ETAYO, J., COLERA, J. Y RUIZ, A. (1976). *Matemáticas 1º*. Madrid: Anaya.

ETAYO, J., COLERA, J. Y RUIZ, A. (1976). *Matemáticas 2º*. Madrid: Anaya.

ETAYO, J., COLERA, J. Y RUIZ, A. (1977). *Matemáticas 3º*. Madrid: Anaya.

ETAYO, J., COLERA, J. Y RUIZ, A. (1978). *Matemáticas de COU*. Madrid: Anaya.

Editorial Elhuyar:

ELHUYAR MATEMATIKA TALDEA. (1979). *Matematika BUP 1*.Usurbil: Elhuyar.

ELHUYAR MATEMATIKA TALDEA. (1980). *Matematika BUP 2*. Usurbil: Elhuyar.

ELHUYAR MATEMATIKA TALDEA. (1981). *Matematika BUP 3*. Usurbil: Elhuyar.

ARENZANA V, BUERA P, VERGE C. (1982). *Matematika UBI*. Usurbil: Elhuyar.

Grupo Cero:

BORRÁS E., SALVADOR A. Y OTROS. (1977). *Matemáticas de Bachillerato Volumen 1*. Valencia: ICE.

BORRÁS E., SALVADOR A. Y OTROS. (1978). *Matemáticas de Bachillerato Volumen 2*. Valencia: ICE.

BORRÁS E., SALVADOR A., PUIG L. Y OTROS. (1980). *Matemáticas de 3º de BUP* (Estadística, Geometría y Cónicas). Valencia: ICE.

Editorial Elkar-Elhuyar:

AIZPURUA J.R., EGUREN I., ENPARANTZA R., LARRAÑAGA P., MARTINEZ M., MENDIZÁBAL X., RODRÍGUEZ I. (1984). *Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 1*. Donostia: Elkar-Elhuyar.

AZKUNE I., AIZPURUA J.R., ETXEBARRIA J., LARRAÑAGA P., MENDIZÁBAL X., RODRÍGUEZ I. (1985). *Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 2*. Donostia: Elkar-Elhuyar.

AZKUNE I., AIZPURUA J.R., ETXEBARRIA J., LARRAÑAGA P., MENDIZÁBAL X., RODRÍGUEZ I. (1986). *Matematika Batxilergo Balioaniztun Bateratua 3*. Donostia: Elkar-Elhuyar.

AIZPURUA J., ANGULO P., ETA BESTE BATZUK. (1987). *Matematika U.B.I.* Unibertsitaterantz. Donostia: Elkar-Elhuyar.

AIZPURUA J., ANGULO P., RODRÍGUEZ I. (1989). *Matematika U.B.I. (II) C eta D aukerak*. Donostia: Elkar-Elhuyar.

Editorial Akal:

COMPOSTELA B., GONZÁLEZ A., GONZÁLEZ J., LABORDA M., MENÉNDEZ R. (1986). *Matemáticas 1º BUP*. Madrid: Akal.

GONZÁLEZ A., GONZÁLEZ J., LABORDA M. (1987). *Matemáticas 2º BUP*. Madrid: Akal.

GONZÁLEZ A., GONZÁLEZ J., LABORDA M. (1988). *Matemáticas 3º BUP*. Madrid: Akal.

GONZÁLEZ A., GONZÁLEZ J. (1989). *Matemáticas COU*. Madrid: Akal.

Editorial Anaya:

GUZMÁN M., COLERA J., SALVADOR A. (1987). *Matemáticas Bachillerato 1*. Madrid: Anaya.

GUZMÁN M., COLERA J., SALVADOR A. (1987). *Matemáticas Bachillerato 2*. Madrid: Anaya.

GUZMÁN M., COLERA J., SALVADOR A. (1988). *Matemáticas Bachillerato 3*. Madrid: Anaya.

GUZMÁN M., Y COLERA, J. (1989). *Matemáticas I COU*. Madrid: Anaya.

GUZMÁN M., Y COLERA, J. (1989*). Matemáticas II COU*. Madrid: Anaya.

Editorial Edelvives-Ibaizabal:

LAZKANO I., BAROLO P. (1992). *Matematikak BBB 1*. Zaragoza: Ed. Edelvives-Ibaizabal.

LAZKANO I., BAROLO P. (1992). *Matematikak BBB 2*. Zaragoza: Ed. Edelvives-Ibaizabal.

LOPEZ BARRIUSO J. (1993). *Matematikak BBB 3*. Zaragoza: Ed. Edelvives-Ibaizabal.

LOPEZ BARRIUSO J. (1995). *Matematikak UBI*. Zaragoza: Ed. Edelvives-Ibaizabal.

Editorial Anaya-Haritza:

COLERA J, OLIVEIRA M.J., GARCÍA R Y FERNÁNDEZ S. (2000). *Matematika I*. Madrid: Anaya-Haritza.

COLERA J, OLIVEIRA M.J., GARCÍA R Y FERNÁNDEZ S. (2000). *Matematika II*. Madrid: Anaya-Haritza.

COLERA J, OLIVEIRA M.J., GARCÍA R Y FERNÁNDEZ S. (2000). *Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika I*. Madrid: Anaya-Haritza.

COLERA J, OLIVEIRA M.J., GARCÍA R Y FERNÁNDEZ S. (2000). *Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II*. Madrid: Anaya-Haritza.

Editorial Edelvives-Ibaizabal:

CÁMARA M.T., MONTEAGUDO M.F., PAZ J. (1997). *Matematika I*. Zaragoza: Edelvives-Ibaizabal.

MONTEAGUDO M.F., PAZ J. MATEMATIKA II. (2003). *Matematika II*. Zaragoza: Edelvives-Ibaizabal.

ANEXOS

ANEXO 1: Datos de Matemáticas II (Matemáticas de Ciencias)

Convocatoria ordinaria

	94		95		96		97		98		99		2000		2001	
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%
<5	2456	30,73	1903	23,24	2053	26,07	3102	39,98	3092	40,84	2171	33,18	3424	57,55	2912	51,41
Total	7992	100,00	8187	100,00	7875	100,00	7759	100,00	7571	100,00	6543	100,00	5950	100,00	5664	100,00
Ceros	96	1,20	287	3,51	365	4,63	379	4,88	325	4,29	115	1,76	75	1,26	55	0,97
Dieces	384	4,80	542	6,62	543	6,90	108	1,39	178	2,35	328	5,01	55	0,92	42	0,74
Media		5,93		6,35		6,25		5,25		5,28		5,84		4,41		4,68
C. Variación		40,00		39,00		42,50		48,10		48,30		44,70		54,40		47,20
DesvT		2,37		2,48		2,65		2,52		2,55		2,61		2,40		2,21

	2002		2003		2004		2005		2006		2007		2008		Total
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	
<5	1691	32,98	2034	38,01	1249	24,37	1308	27,62	2180	46,13	1247	27,79	1564	35,83	
Total	5127	100,00	5351	100,00	5126	100,00	4736	100,00	4726	100,00	4487	100,00	4365	100,00	
Ceros	56	1,09	46	0,86	57	1,11	34	0,72	49	1,04	32	0,71	35	0,80	
Dieces	181	3,53	118	2,21	199	3,88	134	2,83	83	1,76	214	4,77	98	2,25	
Media		5,87		5,43		6,38		6,17		5,08		6,26		5,60	5,67
C. Variación		41,20		41,60		36,70		36,80		45,60		38,60		40,90	
DesvT		2,42		2,26		2,34		2,27		2,32		2,42		2,29	2,46

Fuente: UPV-EHU – Servicio de Acceso a la Universidad, Elaboración propia

ANEXO 2: Datos de Matemáticas II (Matemáticas de Ciencias)

Convocatoria extraordinaria

	94		95		96		97		98		99		2000		2001	
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%
<5	881	56,47	530	38,94	737	56,26	825	68,13	757	52,64	1065	70,81	1231	78,86	996	76,97
Total	1560	100,00	1361	100,00	1310	100,00	1211	100,00	1438	100,00	1504	100,00	1561	100,00	1294	100,00
Ceros	28	1,79	28	2,06	44	3,36	73	6,03	63	4,38	91	6,05	103	6,60	77	5,95
Dieces	7	0,45	10	0,73	2	0,15	2	0,17	6	0,42	0	0,00	0	0,00	0	0,00
Media		4,37		5,25		4,38		3,75		4,52		3,63		3,09		3,16
C. Variación		50,10		42,50		50,10		58,80		49,50		58,30		63,10		61,40
DesvT		2,19		2,23		2,19		2,20		2,24		2,12		1,95		1,94

	2002		2003		2004		2005		2006		2007		2008		Total
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	
<5	696	62,31	765	66,64	872	75,43	806	77,13	608	67,56	700	77,78	425	52,47	
Total	1117	100,00	1148	100,00	1156	100,00	1045	100,00	900	100,00	900	100,00	810	100,00	
Ceros	81	7,25	47	4,09	73	6,31	43	4,11	56	6,22	51	5,67	41	5,06	
Dieces	0	0,00	4	0,35	0	0,00	1	0,10	1	0,11	2	0,22	4	0,49	
Media		3,86		3,83		3,30		3,24		3,74		3,26		4,49	3,87
C. Variación		61,00		58,00		64,50		60,20		58,50		60,30		50,90	
DesvT		2,35		2,22		2,13		1,95		2,19		1,96		2,28	2,23

Fuente: UPV-EHU – Servicio de Acceso a la Universidad, Elaboración propia

ANEXO 3: Datos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (Matemáticas de Letras)

Convocatoria ordinaria

	94		95		96		97		98		99		2000		2001	
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%
<5	2436	58,98	2034	47,81	2776	60,65	2079	47,10	3131	66,62	2075	43,97	1633	41,83	1449	46,49
Total	4130	100,00	4254	100,00	4577	100,00	4414	100,00	4700	100,00	4719	100,00	3904	100,00	3117	100,00
Ceros	84	2,03	74	1,74	95	2,08	154	3,49	193	4,11	91	1,93	59	1,51	50	1,60
Dieces	19	0,46	129	3,03	33	0,72	233	5,28	29	0,62	116	2,46	107	2,74	75	2,41
Media		4,25		4,98		4,23		4,97		3,79		5,02		5,24		4,99
C. Variación		54,47		49,82		53,88		54,79		62,42		49,14		49,65		49,63
DesvT		2,32		2,48		2,28		2,72		2,37		2,47		2,60		2,47

	2002		2003		2004		2005		2006		2007		2008		Total
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	
<5	1020	37,81	1316	53,65	999	44,20	1241	54,79	1488	65,38	1193	54,18	1182	54,67	
Total	2698	100,00	2453	100,00	2260	100,00	2265	100,00	2276	100,00	2202	100,00	2162	100,00	
Ceros	46	1,70	57	2,32	64	2,83	34	1,50	80	3,51	46	2,09	63	2,91	
Dieces	110	4,08	53	2,16	54	2,39	16	0,71	5	0,22	60	2,72	38	1,76	
C. Variación		48,54		57,57		49,53		49,85		57,14		55,73		56,91	
Media		5,55		4,56		5,00		4,53		3,86		4,57		4,47	4,66
DesvT		2,69		2,62		2,47		2,26		2,20		2,55		2,54	2,52

Fuente: UPV-EHU – Servicio de Acceso a la Universidad, Elaboración propia

ANEXO 4: Datos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (Matemáticas de Letras)

Convocatoria extraordinaria

	94		95		96		97		98		99		2000		2001	
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%
<5	765	68,30	707	64,10	722	68,57	651	62,78	701	68,93	939	76,90	565	53,05	594	70,71
Total	1120	100,00	1103	100,00	1053	100,00	1037	100,00	1017	100,00	1221	100,00	1065	100,00	840	100,00
Ceros	9	0,80	28	2,54	55	5,22	60	5,79	45	4,42	127	10,40	54	5,07	64	7,62
Dieces	60	5,36	8	0,73	2	0,19	1	0,10	0	0,00	8	0,66	14	1,31	1	0,12
Media		3,59		3,93		3,67		3,91		3,48		3,07		4,48		3,46
C. Variación		65,4		58,5		61,7		58,8		62,2		76,6		53,9		62,1
DesvT		2,35		2,30		2,26		2,30		2,16		2,35		2,41		2,15

	2002		2003		2004		2005		2006		2007		2008		total
Nota	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	Nº Alumnos	%	
<5	601	75,69	522	72,20	581	80,92	604	82,07	604	83,31	463	69,73	457	74,92	
Total	794	100,00	723	100,00	718	100,00	736	100,00	725	100,00	664	100,00	610	100,00	
Ceros	53	6,68	40	5,53	55	7,66	49	6,66	79	10,90	50	7,53	54	8,85	
Dieces	1	0,13	1	0,14	2	0,28	0	0,00	0	0,00	0	0,00	5	0,82	
Media		3,17		3,34		2,77		2,76		2,57		3,49		3,28	3,45
C. Variación		68,2		64,9		77,3		69,8		79,9		66,1		68,3	
DesvT		2,16		2,17		2,15		1,93		2,05		2,30		2,24	2,29

Fuente: UPV-EHU – Servicio de Acceso a la Universidad, Elaboración propia

ANEXO 5

MATEMÁTICAS II (Matemáticas de Ciencias)

CRITERIOS UTILIZADOS PARA ELABORAR LA TIPOLOGÍA DE LOS EJERCICIOS

Los exámenes de selectividad de matemáticas de ciencias se componen de las siguientes cinco partes: Álgebra, Geometría, Análisis, Integrales, Resolución de Problemas. En cada una de las partes se le proponen al alumno una cuestión y un problema entre los que deben elegir. Por tanto realizan un total de 5 ejercicios, que a 2 puntos por ejercicio totalizan el máximo de puntuación que es 10.

ÁLGEBRA

De los dos ejercicios de álgebra, uno de ellos es un sistema de ecuaciones. Cuando el sistema de ecuaciones es 3x3, con un parámetro en uno de los lados del sistema, que da lugar a una sola solución, el sistema se califica como F.

Si el número de ecuaciones e incógnitas difiere, el parámetro se presenta en los dos lados del sistema y estas dos circunstancias dan lugar a que la resolución se complique, se cataloga como D (sino se complica F).

Cuando para el parámetro, o parámetros, se presentan dos posibles soluciones se cataloga como D (ej: problema A, junio 96, problema A, junio 98, problema A julio 2004).

El otro ejercicio presenta una mayor variedad, que vamos a intentar clasificar.

Ejercicios en los que hay un sistema matricial, simple, en el que se pide el cálculo de dos o más matrices (ej: junio 95, problema A), se califican como F.

Ejercicios en los que se pide calcular una matriz, en general de orden 2x2, que conmuta con una dada; normalmente dan lugar a una resolución sencilla y se clasifican como F (ej: cuestión A, set 95, cuestión A, set 99).

Una variante de estos son los ejercicios en que se pide el cálculo de una matriz que verifica una ecuación en la que hay otras matrices conocidas. Normalmente estos ejercicios se prestan a su resolución, bien mediante el cálculo de la matriz inversa, bien mediante la introducción de incógnitas en la matriz que se pide; tienen a veces cierta dificultad porque hay que multiplicar los dos términos de la ecuación en un determinado orden (el producto de matrices no tiene la propiedad conmutativa) y cuando se usan incógnitas, a veces, su cálculo no es sencillo. Salvando estas dos dificultades, el problema se clasifica como F (es lo habitual) (ej: cuestión A, junio 99), si se presenta alguna de ellas, como D. Otra variante de estos se presenta cuando mediante operaciones realizadas en una matriz, se pide el cálculo del determinante de la matriz resultante. Esas operaciones a realizar en la matriz inicial, se describen mediante palabras (problema de letra), por lo que su paso a lenguaje algebraico requiere una transcripción, (ej: julio 2006, calificación D, junio de 2007 similar, pero la matriz inicial se les da, es numérica, calificación F).

Ejercicios en los que se pide calcular el rango de alguna matriz que tiene uno o más parámetros, pero en la que es visible una combinación lineal entre filas o columnas; se catalogan como F (ej: junio 96). En julio de 2003 cuestión A, se pedía el rango de una matriz en función de un parámetro, pero su resolución presentaba un cálculo engorroso, calificación D. Similar el cálculo del determinante de una matriz cuyas filas o columnas son visiblemente combinación lineal de las de otra matriz cuyo determinante se nos da (julio 2002), calificación F.

C. extraordinaria de 96 no tenía sistema de ecuaciones y en su lugar presentó el cálculo de un determinante parecido al de Vandermonde (problema A), que hemos calificado como D (En julio de 2001 cuestión A, aparece el determinante de Vandermonde, calificación D). En la cuestión A, se pide deducir el valor de un parámetro para que dos sistemas (2x2) sean equivalentes, calificación F (similar: cuestión A de junio 2000, pero se presentan dos sistemas 3x3 y se pide el cálculo de un parámetro para que sean equivalentes; no se presta a una resolución mecánica, calificación D).

En set 97, cuestión 1, a un sistema 2x3 hay que añadirle una ecuación, inventada por el alumno, que lo convierta en compatible. Como no se presta a una resolución mecánica lo calificamos como D (similares, cuestión A junio 98, cuestión A, set 98).
Cuando en el ejercicio se pide el cálculo de la potencia enésima de una matriz 2x2 ó 3x3, que tiene una regla de formación sencilla, se califica como F (ej: problema A, set 98).

En julio 2000 en la cuestión A, aparece el único ejercicio en el que se les pide el método de Gauss y se les pide aplicarlo a un sistema con dos parámetros; clasificación D.

En junio de 2001 aparece en la cuestión A por primera vez un problema clásico de los de letra que da lugar a un sistema de ecuaciones, en el que la resolución no es mecánica porque los datos no son suficientes, calificación D.

En junio 2005 cuestión A y c. extraordinaria de 2005 cuestión A, aparece un nuevo tipo de ejercicio en el que se les pide el cálculo de un parámetro para que el determinante de una matriz valga una cantidad dada; el de julio da lugar a una ecuación sencilla y se ha calificado F, pero el de junio presenta dos matrices y dos parámetros y el cálculo no es tan inmediato, calificación D.

GEOMETRÍA

En Geometría resulta difícil estandarizar los ejercicios. Salvo algún tipo de ellos que se presentan más de una vez, la mayoría presentan diferencias entre ellos. Es por ello que aportaremos numerosos ejemplos.

En junio de 95, tanto la cuestión, mirar si un punto pertenece a una recta dada en forma paramétrica y calcular la paralela a la recta dada que pasa por el punto, y el problema, calcular los puntos de corte de una recta con dos planos y hallar la ecuación de la recta que pasa por esos dos puntos, los hemos calificado como F. No contienen letras, se entiende fácilmente el enunciado y son directamente abordables.

En setiembre de 95, la cuestión es teórica: sí dos rectas en el espacio no se cortan se pueden encontrar dos planos que las contengan y que sean paralelos, es de visión espacial y no requiere cálculos, calificación F. El problema consiste en estudiar mediante el sistema la posición relativa de tres planos; el estudio de los rangos es sencillo, y aunque algo hay que tener memorizado para su resolución, lo hemos clasificado como F (una variante de este es el problema de junio de 96, F).

En junio de 96, la cuestión aborda la posición relativa de recta y plano, que creemos se trabaja suficientemente en las clases, es de resolución mecánica, aunque requiere tener memorizado algún concepto; clasificación F.

En set del 96, en la cuestión, se da un plano en forma general y otro en paramétricas y se dan el vector característico del primer plano y uno de los vectores contenidos en el segundo plano; se pide si los dos vectores son perpendiculares y si los planos se cortan o son paralelos. Con saber lo que es el vector característico y el producto escalar se resuelve, F.

En junio de 97 la cuestión es teórica y contiene letras, no números; pregunta algo relacionado con el concepto otra vez de vector característico y luego una aplicación numérica, F. El problema nos pide calcular la ecuación de una recta perpendicular a un plano que no conocemos. Nos da el punto de corte de recta y plano, otro punto del plano y un vector contenido en el plano; hay que hacer cálculos intermedios y recordar más de un concepto y fórmula y lo hemos clasificado como D.

En set de 97 la cuestión es de letra, teórica, similar a la de junio y sólo requiere una pequeña reflexión y ningún cálculo, F; el problema nos da dos rectas y el plano z=0 y pide determinar el punto de corte de este plano con una de las rectas y luego el plano que contiene a este punto y a la otra recta; el punto se calcula fácilmente y la ecuación del plano que contiene a este punto y a la otra recta es sencilla y se puede hacer por más de un método, F.

En junio de 98 en la cuestión se pide determinar si cinco puntos dados están en el mismo plano, F; en el problema se pide la ecuación de un plano que pasa por dos puntos dados, sabiendo que determinado punto de una recta dada es del plano y equidista de los otros dos; nos ha parecido que exige dominar varias fórmulas y que la comprensión del problema no es sencilla, D.

En set de 98 la cuestión es teórica, sin números, nos piden determinar un plano que es perpendicular a una recta dada como intersección de dos planos (con letras) y un punto exterior a la recta que está en el plano (con letras); creemos que la descripción del método de resolución se dificulta al cpnvertir el problema en teórico; D. En el problema hay un plano en cuya ecuación hay que determinar un coeficiente con la condición de que sea perpendicular a una recta dada como intersección de dos planos; insiste en el concepto fundamental de vector característico y de productos escalar y vectorial y lo hemos clasificado como F.

En junio de 99 la cuestión es igual que la de junio de 98, F; En el problema se pide la ecuación de un plano que pasa por dos puntos y contiene el punto de intersección de una recta y un plano dados; F. En la c. extraordinaria la cuestión comienza con una pregunta teórica en la que se les pide la fórmula para calcular la distancia de un punto a un plano y su aplicación a un ejemplo concreto, F; en el problema se les da una recta como intersección de dos planos, que contiene un parámetro a no conocido; deben poner la recta en paramétricas y luego calcular el valor de a para que la recta esté contenida en un plano dado; nos parece que al ponerla en paramétricas y además contener el parámetro se dificulta su resolución, por lo tanto D.

En junio de 2000 en la cuestión se les da una recta en paramétricas y un plano y se les pide determinar un punto de la recta que equidiste del plano y del origen de coordenadas; el planteamiento del problema no es difícil, pero su resolución da una ecuación irracional y lo hemos catalogado como D. El problema es difícil de comprender, pues nos da dos rectas (una en paramétricas y la otra como intersección de dos planos) y un plano y nos pide la ecuación de un plano que contiene a una de las dos rectas y al punto de intersección de la otra con el plano dado; su resolución requiere destreza calculatoria y comprensión de algunos conceptos, D.

En julio de 2000 la cuestión es teórica, se da un plano en forma implícita con letras y una recta como intersección de dos planos, también con letras. Se pide describir un método para saber si la recta y el plano son paralelos. La visión gráfica del problema es sencilla, pero su descripción matemática emplea letras y con un cierto rigor es complicada, D; en el problema se da una recta como intersección de dos planos y un plano en forma general con un parámetro a desconocido; se pide calcular a para que la recta esté en el plano. Es F, puesto que sí se considera un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas y se hace su discusión se convierte en un problema de álgebra que en general los alumnos dominan bien.

En junio de 2001 se pide la ecuación paramétrica de un plano que pasa por tres puntos, F; el problema es un clásico que pide el punto simétrico de uno dado con respecto a un plano; pero tiene una dificultad añadida y es que el punto tiene una coordenada desconocida; es esto lo que lo hace D. En la c. extraordinaria la cuestión es teórica, con letras y por razones ya expuestas se clasifica como D; el problema contiene dos rectas dadas como intersección de dos planos en una de las cuales hay un parámetro a que hay que calcular para que las rectas se corten; tiene una calculatoria larga porque hay que manipular las ecuaciones e interrelacionar varios conceptos, D.

En junio de 02 la cuestión vuelve a ser teórica, con letras y la clasificamos como D; el problema da una recta en forma continua y dos planos en forma general, se pide calcular la intersección de la recta con los dos planos, que es fácil y la distancia entre los dos puntos así obtenidos, que es una fórmula conocida por los alumnos, F. En julio es similar a las teóricas anteriores y la calificamos de D; y el problema nos da un punto de una recta cuyo vector director es perpendicular a dos dados; vuelve a incidir en las cuestiones de producto vectorial y lo clasificamos de F.

En junio de 03 la cuestión es similar a la de junio de 01 (plano que pasa por tres puntos), F; el problema da las ecuaciones generales de tres planos con dos parámetros a y b en uno de ellos y se pide su cálculo para que los tres planos se corten en una recta; como se reduce al estudio del rango del sistema lo hemos clasificado como F. En julio la cuestión es similar a la de junio, pero en lugar de darnos tres puntos se nos dan cuatro y la pregunta es si estarán en el mismo plano, F; el problema es similar al de julio de 02 (recta que pasa por un punto dado y perpendicular a dos vectores contenidos en un plano), F.

En junio de 04 se pide ec paramétrica de una recta que pasa por dos puntos y calcular dos de las tres coordenadas de un tercer punto para que esté en la recta dada, F; en el problema se pide una recta determinada por un punto y su vector director y un plano en el que el término independiente es un parámetro A; se pide la posición relativa de recta y plano según los valores del parámetro A, F; en julio la cuestión la hemos clasificado como D, porque presenta dos planos en forma general en cada uno de los cuales hay un coeficiente desconocido a y se pide estudiar su posición relativa en función del parámetro a; se reduce a estudiar el rango de una matriz 2x3 fácil de resolver por razonamiento pero no mecánicamente; el problema nos da una recta como intersección de dos planos y un plano con dos coordenadas que valen “s”; se pide calcular el valor de “s” para que el punto esté en la recta dada; es de resolución directa y rápida, F.

En junio 05 en la cuestión se dan dos puntos simétricos respecto a un plano cuya ecuación se nos pide; es un clásico que calificamos como F; el problema tiene dos apartados pero vuelve a incidir en la perpendicularidad de recta y plano, F. En julio se repite una cuestión ya aparecida varias veces sobre la condición para que cuatro puntos sean coplanarios, F; el problema nos da una recta en paramétricas que hay que escribir como intersección de dos planos, lo cual es sencillo y luego ver si un punto con dos coordenadas con un parámetro está en la recta, F.

Junio de 06, nos pide el lugar geométrico de los puntos que equidistan de dos dados y decir si es un plano ó no ; como es un ejercicio atípico que se trabaja poco en las clases, lo clasificamos como D; el problema muy parecido al problema de julio de 05, F. en julio, la cuestión es similar al problema de junio de 04 (calcular un parámetro para que una recta esté contenida en un plano), F; el problema también es similar al problema de julio de 05 y al de junio de 06 (una recta dada en paramétricas escribirla en cartesianas y un punto con parámetros que debe estar en la recta), F.

En junio 07 la cuestión es similar a otras y se pide condiciones para que un punto esté en la recta determinada por otros dos, F; el problema incide en la ecuación del plano que pasa por tres puntos, F. En julio la cuestión es clásica, punto simétrico de uno dado con respecto a una recta, F; el problema es D, ya que nos da dos puntos pero uno de ellos tiene dos coordenadas iguales a un parámetro a; se pide calcular la recta que pasa por esos dos puntos sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y escribirla de dos formas diferentes; maneja varios conceptos y tiene cálculos un poco engorrosos, D.

Junio de 08, la cuestión nos da dos puntos no totalmente determinados, simétricos con respecto a un plano cuya ecuación nos pide; aunque está relacionado con un problema clásico, digamos que es el inverso y por lo tanto presenta dificultades añadidas, D; el problema es similar a varios anteriores, recta que pasa por dos puntos y un tercero que debe estar en ella, F. En julio la cuestión vuelve a plantear simétricos con respecto a un plano cuya ecuación ahora sí que nos la dan, F; el problema nos da una recta y nos pide un plano que la contenga y pase por el origen, F.

ANÁLISIS

En este apartado se incluyen ejercicios que tienen que ver con la derivación y sus propiedades. Vamos a intentar clasificarlos por tipos:

- Problemas de rectas tangentes a una curva:

Junio 95 problema C, directo se pide ecuación de la tangente, F.

C. extraordinaria 96 cuestión C, recta tangente a una parábola; se da un punto por el que pasa la tangente, se pide el punto de tangencia y la ecuación de la tangente; no es directo, requiere cálculos con letras, D.

Junio 99 problema C, tangente a una parábola en un punto cualquiera a y determinar a cumpliendo una condición, directo, cálculo sencillo, F.

Junio 2000 problema C, polinomio de segundo grado con coeficientes desconocidos (letras) que en determinado punto tiene una recta tangente que se da; es un problema en el que el concepto de recta tangente se usa de manera inversa, D.

Julio 2001 cuestión C, se pide escribir la fórmula para calcular la tangente a una curva en un punto a y su interpretación geométrica (en esto hay una cierta falta de precisión pues la respuesta puede abarcar desde una simple frase a toda una demostración ayudada de dibujos). Aplicación a una función polinómica de grado tres, con cálculo de la recta tangente en un punto cualquiera “a” y su determinación para que pase por un punto dado. Muchas cosas y además la aplicación es general y no directa, D.

Julio 2002 cuestión C, similar a cuestión C julio 2001, D.

Julio 2004 cuestión C, similar a cuestión C julio 2001 y además se pide el cálculo directo de la tangente a una curva que contiene la función exponencial de base e, D.

Junio 2006 problema C, se da una función que contiene una exponencial de base e y exponente (–x) y se pide determinar la tangente que pasa por dos puntos dados; es inverso, de cierto nivel conceptual y cálculos laboriosos, D.

- Cálculo de límites (L`Hôpital):

Setiembre 95 problema C, fácil de identificar con derivadas sencillas, F.

Junio 96 cuestión C, en función de un parámetro A, similar, F.

C. extraordinaria 96, similar al de junio, F.

C. extraordinaria 97 problema 3, contiene logaritmos y exige algún cálculo no demasiado complicado, F.

- Condiciones de derivabilidad:

Junio 97 problema 3, función definida en dos trozos con un parámetro; cálculo del parámetro para que sea derivable; directo, de fácil cálculo, F.

C. extraordinaria 97 cuestión 3, función definida en dos trozos con valores absolutos en los dos, estudio de su derivabilidad; la introducción de los valores absolutos complica el problema, D.

C. extraordinaria 98 problema C, función definida en dos trozos con dos parámetros, uno en cada trozo, F.

Junio 99 cuestión C, función definida en dos trozos y dos funciones que son la anterior multiplicada por un polinomio. Estudiar la derivabilidad de estas dos funciones así construidas. Tiene una apariencia abstracta que al abordarlo se convierte en el estudio de la derivabilidad de dos funciones definidas a trozos que hay que saber construir, D.

Junio 2004 cuestión C, función definida en dos trozos, uno de ellos es el seno y el otro un polinomio con un coeficiente a determinar; se pide determinar el coeficiente a para que sea derivable; conceptos y cálculos sencillos, F.

- Semiteóricos, con definiciones o teoremas y propiedades:

Junio 95 cuestión C, teórica, ¿qué quiere decir que una función sea derivable en un punto? Y relación entre continuidad y derivabilidad, F. Es la única cuestión únicamente teórica del periodo.

Junio 97 cuestión 3, enunciar el teorema del valor medio y su aplicación a una función sencilla, F.

Junio 98 problema C, se les da la orientación de que pueden utilizar el teorema del valor medio, pero el problema es muy inusual, despista a los alumnos porque lo consideran inabordable, D.

Junio 2000 cuestión C, función definida en dos trozos con un parámetro a en uno de ellos; calcular a para que se cumpla el teorema de Rolle; los dos trozos son polinomios, las condiciones del teorema se verifican fácilmente, F.

Julio 2000 cuestión C, otra vez enunciado del teorema del valor medio para una función exponencial de base e, en un intervalo no numérico ([n,n+1]), D.

Junio 2003 cuestión C, función definida en dos trozos, uno de ellos con dos parámetros que se deben calcular para que la función cumpla el teorema del valor medio; no es directo y además implica conocer el teorema y aplicarlo en una función a trozos, D.

Julio 2005 cuestión C, polinomio grado dos con un parámetro, calcularlo para que se verifique el teorema de Rolle, F.

Julio 2007 cuestión C, enunciado del teorema del valor medio y su aplicación a un polinomio de grado tres, F.

- Asociar una función a su gráfica:

Junio 98 cuestión C, hay que saber leer y entender el ejercicio y leer y entender las gráficas, D.

- Dibujo de funciones (ó no) mediante ciertos cálculos (dominio, asíntotas, crecimiento,…):

C. extraordinaria 99 problema C, calcular las asíntotas oblicuas de una función racional que da lugar a cálculos largos en los que se pueden cometer equivocaciones, D. Julio 2001 problema C, cálculo de máximos, mínimos de una función producto de un monomio por una función exponencial de base “e” y exponente (–x); además se pide decir si tiene asíntotas. El cálculo con e y en particular los límites exigen conocer su gráfica y son de cierta complejidad, D.

Julio 2001 problema C, dominio, crecimiento, máximos de una función racional; lo catalogamos como D, por requerir cálculos largos.

Junio 2002 problema C, otra vez dominio de crecimiento de una función racional y asíntotas. La función es sencilla y los cálculos no son complejos, F.

Julio 2002 problema C, similar a problema C julio 2001 pero además se pide gráfica de la función, D.

Junio 2003 problema C, similar a problemas C de julio 2002 y julio 2001, D.

Julio 2003 cuestión C, se pide la definición de asíntota oblicua y en una función racional con un parámetro c, calcular la asíntota oblicua en función del parámetro c; no es directo, los límites incluyen c, D.

Julio 2004 problema C, función racional sencilla de la que se piden dominio, crecimiento, extremos, F.

Junio 2005 problema C, de una función racional sencilla, se piden dominio, extremos y gráfica; luego asíntotas oblicuas; los cálculos son sencillos, F.

Julio 2005 problema C, similar a problema C de julio de 2001, D.

Julio 2006 problema C, función racional sencilla de la que se piden asíntotas y extremos, F.

Junio de 2007 problema C, similar a problema C julio 2006, pero además se pide esbozar la gráfica, F.

Julio 2008 problema C, polinomio de grado tres del que se piden crecimiento, extremos y gráfica, F.

- Problemas clásicos de cálculo de máximos y mínimos:

Julio 2000 problema C, cálculo de las dimensiones de una ventana cuya parte superior se cierra en un semicírculo cuyo dibujo se les da; relaciona diferentes conceptos y fórmulas, además de dos variables puestas en el dibujo (H y R) no usuales o asociables a x e y, lo que dificulta su identificación como problema y su derivación y manejo, D.

Julio 2006 cuestión C, dimensiones del marco de una ventana rectangular de coste mínimo, F.

Julio 2007 problema C, clásico de una alambre que se parte en dos trozos, con ciertas condiciones un área debe ser mínima; hay que entender el problema, saber poner las incógnitas y plantearlo, más luego resolverlo, D.

Julio 2008 cuestión C, determinar dos números para que cierta operación entre ellos sea máxima; fácil de plantear y de efectuar los cálculos, F.

- Derivabilidad de funciones compuestas ó de ciertas funciones construidas a partir de otras:

Julio de 2001 cuestión C, de una función se dan su valor en x=0 y el de su derivada en ese punto y se construyen dos funciones a partir de la dada que contienen la exponencial de base e; se pide estudiar la derivabilidad de estas dos nuevas funciones; hay que utilizar la derivada de la función compuesta y relacionar varios conceptos, D.

Junio de 2002 cuestión C, se dan dos funciones f y g y se pide utilizar la regla de la cadena para derivar la composición de funciones de esas dos; tienen que conocer la composición de funciones y luego la regla para llegar a una derivada que si se les pregunta directamente si saben calcular; se impone el rigor por delante de la intuición; D.

Junio 06 cuestión C, de una función se conocen su valor y el de su derivada en un punto; se construye a partir de ella otra función (que contiene una expresión exponencial) y se pide su derivada en ese punto dado; exige el uso de varios conceptos concatenados, D.

Junio de 2007 cuestión C, similar a julio de 01 y junio 06, D.

Junio 08 cuestión C, similar a los anteriores pero aumenta un peldaño más el nivel de dificultad, puesto que de la función se conocen en un punto su valor, el de su derivada y el de su derivada segunda; se construye a partir de ella otra función y se pide la derivada segunda de esta última función, D.

- Determinación de la expresión analítica de una función, conociendo algunas de sus propiedades:

Junio 2005 cuestión C, un polinomio de grado tres tiene el término independiente desconocido; se pide el cálculo de sus extremos y el cálculo del término independiente para que el mínimo lo alcance en 0; los cálculos y conceptos implicados son sencillos, F.

Junio 2008 problema C, determinar un polinomio de grado tres, para que tenga un máximo y un mínimo en dos puntos dados, F.

Junio de 96 problema C, determinar un polinomio de segundo grado con ciertas condiciones de crecimiento y el valor de un límite que deben calcular; el límite es conocido o fácil de calcular y la condición de crecimiento-decrecimiento también, F.

Julio de 2003 problema C, deben calcular los coeficientes de una función polinómica de segundo grado conociendo dos de sus extremos y un punto de la función; son conceptos trabajados que dan lugar a un sistema de ecuaciones sencillo, F.

Junio de 2004 problema C, determinar un polinomio de grado tres conociendo dos de sus extremos y la ecuación de la tangente en un punto, F.

- De pensar:

Setiembre de 95 cuestión C, una función derivable en todos sus puntos tiene dos mínimos relativos en x=0 y x=1, ¿se puede dar el caso de que esos sean los únicos extremos de la función? Nos parece que para el alumno, en principio puede representar un cierto bloqueo porque no sabe como abordarlo, debe efectuar un dibujo y luego analizar varias posibilidades, además la pregunta no es sobre los mínimos, sino sobre los extremos; por todo ello, D.

C. extraordinaria de 98 cuestión C, se les pide si hay alguna función continua en x=3, pero no derivable. Se supone que tienen que dar algún ejemplo de función, contraejemplo cuya gráfica se suele trabajar en clase y en los textos, F (igual que la cuestión C de c. extraordinaria de 99).

INTEGRALES

- Cálculo de Primitivas
  - Integrales racionales:

Junio de 95 problema D, F.

Julio de 03 cuestión D, se les pide una integral racional en la que el grado del numerador (dos) es igual que el del denominador, que se les da descompuesto en factores; además se les ha pedido previamente que cuando el numerador es un polinomio de grado dos de coeficientes a, b, c describan el método general; D.

Junio de 05 problema D, se pide la integral de $\frac{2}{x^3 - x}$, que es laboriosa pero sencilla, F.

Junio de 06 cuestión D, se pide la integral de $\frac{x^2+1}{x(x+1)}$; el proceso es laborioso pero si se recuerda el método no tiene dificultades añadidas, F.

Julio de 07 cuestión D, se pide la integral de $\frac{x^3+x^2+1}{x^2-1}$, es laborioso pero no complicado, F.

Junio de 08 cuestión D, se pide la integral de $\frac{1}{x^2-(a+1)x+a}$; aunque tiene un parámetro a, su descomposición en factores no resulta demasiado difícil, F.

  - Integración por Partes:

C. extraordinaria de 97 cuestión 4, describir sin calcular como se calcula la integral de $x^n \cdot e^x$; bastante indefinido y difícil por su generalidad, D.

C. extraordinaria de 98 problema D, integral de $x \cdot \ln^2(x)$, F.

C. extraordinaria de 99 problema D, similar a problema D set 98, F.

Julio de 06 problema D, se pide la integral de $x^2 e^{ax+b}$, nos parece que además de ser largo las letras introducen dificultades, D.

Junio de 07 cuestión D, similar a julio 06 problema D, D.

Julio de 08 cuestión D, se pide la integral de $x \cdot \cos(ax+b)$, nos parece que la introducción de los parámetros lo convierte en D.

- Otras:

Julio de 01 problema D, se pide las primitivas de estas dos funciones: $y = \cos^3(x) \quad y = \frac{1}{4x^2+1}$, F.

Julio de 04 cuestión D, cálculo de una integral racional $(\frac{2x+A}{x^2+4})$ que en realidad se descompone en suma de dos integrales sencillas, pero con un parámetro A que no introduce dificultades especiales, F.

Julio de 05 cuestión D, similar a cuestión D julio 04 pero la integral que se les presenta $(\frac{x^2-A^2}{x^2+A^2})$ tiene el parámetro A tanto en el numerador como en el denominador y es más complicada, D.

- Semiteóricas o propiedades

Setiembre de 95 cuestión D, describir el método de integración por partes (no se pide demostrar), F.

C. extraordinaria de 96 cuestión D, igual que set 95 pero además aplicarlo al cálculo de un ejemplo, F.

C. extraordinaria de 98 cuestión D, concepto de primitiva y enunciar la regla de Barrow y aplicación a un ejemplo fácil de integrar, F.

C. extraordinaria de 99 cuestión D, prácticamente igual que cuestión D set 98, F.
Junio de 2002 cuestión D, concepto de función primitiva y cálculo de dos integrales una de una función racional y otra por partes, F.

Julio de 2000 cuestión D, explicar en que consiste la integración por partes y calcular la integral de $(x^n + x^2)\ln(x) \quad n \geq 3$; hay que hacer dos integrales y la n introduce un factor añadido de dificultad, D.

Junio de 2001 cuestión D, regla de Barrow y aplicación a una integral racional sencilla, F.

Julio de 02, describir el método de integración por partes y aplicarlo a un ejemplo, F.

Junio de 04 cuestión D, otra vez se les pide describir el método de integración por partes y aplicarlo a dos ejemplos, laboriosos pero no difíciles, F.

Junio de 05 cuestión D, fórmula de Barrow y aplicación al cálculo de área sencilla, F.

- Cálculo de Áreas:

Setiembre de 95 problema D, $y = x^3 \quad y = \dfrac{32}{x^2}$ eje OX, las curvas se deben esbozar para comprender el ejercicio y la integral descomponerla en dos, D.

Junio de 96 problema D, una parábola y sus dos rectas tangentes (fácil de calcular y dibujar), F.

C. extraordinaria de 96 problema D, área determinada por una curva $y = x^4 + 1$ y una recta y=8x+1, pensamos que el dibujo es sencillo, F.

Junio de 97 problema 4º, $y = x^4$, su tangente en x=1 y el eje OY; varios cálculos y dibujo que complican el ejercicio; D.

C. extraordinaria de 97 problema 4, $y = x^2 \quad y = x^2 - 4nx + 4n^2$ eje OX, definen para cada n una región; calcular su área; muy general, con parámetros y difícil de dibujar, D.

Junio de 98 problema D, $y = \dfrac{1}{x^2} \quad y = \dfrac{x}{8}$ y=x, dos rectas y la parte derecha de una función, F.

Junio de 2000 problema D, el área encerrada por $y = \dfrac{1}{x^2 + 4} \quad y = \dfrac{x}{16}$ eje OY, es difícil de dibujar y de saber lo que hay que calcular, D.

Julio de 2000 problema D, área determinada por $y = 7 + \sin^2(x)\cos(x)$ y=2-x x=0 $x = \pi$; se debe dibujar el recinto que con la función trigonométrica se complica bastante, D.

Junio de 2001 problema D, área determinada por y-8x=0 y-x=0 $y = \dfrac{24}{x+2}$; se pide dibujo del recinto y área, D.

Junio de 2002 problema D, se inician con este ejercicio una serie que ha aparecido, con pequeñas variaciones, en diferentes convocatorias. Se les da la función $y = 2x^2$ y el cuadrado de vértices (0,0), (1,0), (1,1), (0,1); la función divide al cuadrado en dos partes; se pide dibujo y área de cada una de las partes; D.

Julio de 02 problema D, área determinada por $y = x^3$ $y = 16 - 2x^2$ eje OY; dibujo y cálculo; las principales dificultades están en el dibujo y en el cálculo del punto de corte de las dos curvas, D.

Junio de 03 problema D, área determinada por y=3x+2 $y = x^3$, F.

Julio de 03 problema D, área determinada por y=16x y=9x $y = \frac{1}{x}$, el dibujo y el cálculo tienen una cierta complicación, D.

Junio de 04 problema D, área determinada por $y = x^3 - 2x + 1$ y la recta que pasa por dos puntos dados; se pide dibujo y cálculo; tiene dificultades añadidas, D.

Julio de 04 problema D, área determinada por x=1 $y = x^2$ $y = \frac{8}{x}$; el dibujo y el planteamiento del problema pueden tener alguna dificultad, D.

Julio de 05 problema D, similar a la serie iniciada en junio de 02 problema D, pero más difícil porque se incluye un parámetro A, tanto en la definición de la función ($y = x \cdot (A - x)$) como en los vértices del cuadrado (0,0), (A, 0), (0, A^2), (A, A^2); la función divide al cuadrado en dos partes y se pide el área de cada una de las partes, D.

Junio de 06 problema D, área determinada por $y = x^3$ su recta tangente en x=2 y el eje OX; hay que calcular la tangente, efectuar el dibujo, calcular los límites de integración y descomponerlo en dos integrales, D.

Julio de 06 problema D, sigue la serie iniciada en junio 02 y julio 05, se da la función $y = x^3$ y el rectángulo de vértices (0,27), (5,27), (5,-4), (0, -4); se pide dibujo y área de las dos partes en las que la función divide el recinto, D.

Junio 07 problema D, área determinada por las parábolas y=x(4-x) e y=(x-4)(x-2); se pide dibujo y área; las parábolas son curvas cuyo dibujo conocen y el planteamiento del problema no es difícil, F.

Julio de 07 problema D, área determinada por $y = 4 - x^2$ su recta tangente en x=1 y el eje OY; hay que calcular la tangente y dibujar el recinto, nos parece D porque está concatenado con la obtención de la tangente.

Junio de 08 problema D, sigue la serie iniciada en junio 02 y julio 05 y julio 06, se da la función $y = Ax^2 + (3 - 3A)x$ y el rectángulo de vértices (0,0), (3,0), (3,9), (0, 9); se pide dibujo y área de las dos partes en las que la función divide el recinto, además demostrar que la función pasa por el primero y el tercer vértices, D.

Julio 08 problema D, área determinada por y=4x y=8-4x $y = 2x - x^2$, las curvas no son difíciles de dibujar, F.

- Determinación de los coeficientes de una función

Junio 96 cuestión D, nos dan un polinomio de grado dos con dos coeficientes a determinar con la condición de que su integral entre cero y uno valga tres y su valor en un punto dado; F.

- Sumas superiores e Inferiores, Particiones:

Junio de 97 cuestión 4, una partición sencilla de un polinomio de 2º grado, F

Junio de 98 cuestión D, cálculo de la suma superior de una función con valor absoluto de un polinomio de primer grado, F.

Junio de 99 cuestión D, se da el dibujo de una función definida a trozos en un intervalo, siendo todos sus trozos segmentos rectilíneos y se piden sus sumas superior e inferior en ese intervalo; el dibujo ayuda y como el concepto gráficamente es fácil de recordar se reduce a sumas, F.

Julio de 2001 cuestión D, se piden las sumas superior e inferior de una función que contiene un valor absoluto para una partición de un intervalo que contiene 6 puntos; nos parece que el valor absoluto introduce una dificultad añadida, D.

Junio de 03 cuestión D, una partición con cuatro puntos, dos de ellos negativos y dos positivos de la función $y = 4 - 2x^2$; nos parece que debido a los signos negativos se pueden dar equivocaciones, D.

- Otros:

Junio de 99 problema D, se da una función definida en tres trozos de los cuales dos son lineales y el otro es una parábola; se pide dibujarla y calcular tres integrales definidas cuyos límites de integración no coinciden con los de cada trozo de la función, por ello cada una de las integrales a calcular hay que descomponerla en sumas; nos parece que son dos dificultades que despistarán a muchos alumnos, D.

Junio de 2000 cuestión D, define una función en dos trozos, uno desde 0 a 1 y el otro desde 1 a 2; luego para todo x del intervalo 0 a 2 define la F(x) como la integral de 0 a x de la función anterior, se pide asociar esta función con alguna de las tres gráficas que aparecen; el problema es difícil de entender, requiere el cálculo explícito de la F(x) y luego saber reconocer su gráfica, D.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Es esta parte donde resulta más difícil agrupar los ejercicios por tipos, aunque algunos de ellos son similares y los agruparemos.

- Problemas que se resuelven por el método de inducción:

El método de inducción contiene en el paso de n-1 a n una generalización y, a veces, representa unos cálculos con letras, difíciles de realizar.

Junio de 95 problema E demostrar la suma de los cuadrados de los n primeros números naturales, D.

- Problemas relacionados directamente con alguna de las partes del programa:

Son problemas que se resuelven aplicando directamente alguna de las técnicas estudiadas en el curso.

Setiembre de 95 problema E, concepto de función contínua en un punto y aplicarlo a un ejemplo que contiene un valor absoluto, F.

Junio de 96 cuestión E, estudiar la derivabilidad en x=1 de la función $y = x \cdot |x-1|$; nos parece que el valor absoluto puede convertir este problema en D.

C. extraordinaria de 96 cuestión E, se les pide el cálculo de un límite que se puede realizar por L`Hôpital, F.

C. extraordinaria de 97 cuestión 5, es un problema de primitivas de una misma función que se expresan de dos formas diferentes y se pide ver si son la misma cosa; exige cálculos con logaritmos y transformaciones, D.

Junio de 98 problema E, se da una matriz 2x2 y se pide la potencia enésima y su demostración por inducción, F.

C. extraordinaria de 98 problema E, se da la gráfica de una función y se presentan tres gráficas de los cuales dos son los de la derivad primera y la derivada segunda de la función dada; se pide identificarlos; F.

C. extraordinaria de 99 problema E, similar a problema E de junio 98, pero en este caso uno de los términos de la potencia enésima no se calcula fácilmente pues requiere la suma de los términos de una progresión geométrica, D.

C. extraordinaria de 99 problema E, dadas las funciones $y = x \cdot \sin(\pi x)$ $y = x^2 \cdot \sin(\pi x)$ $y = x^3 \cdot \cos(\pi x)$, se pide identificar cada una de estas funciones con tres gráficas que se les presentan a los alumnos; son funciones trigonométricas lo que representa una dificultad añadida, D.

Junio de 2000 cuestión E, se les pide calcular el rango de una matriz realizando transformaciones en las filas y/o columnas; la matriz contiene las letras a y b, la b en la diagonal principal y las a-es en los demás lugares; presenta complicaciones en su resolución y cierto nivel de abstracción, D.

Junio de 2000 problema E, es un problema de máximos y mínimos de rodear un terreno con una valla para que el coste sea mínimo; aparece muchas veces, se conoce la técnica y no presenta dificultades en el cálculo, F.

Julio de 2000 problema E, dada una matriz 2x2 encontrar la expresión general de las matrices que conmutan con ella; hay que plantear un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas que da lugar a la obtención de las expresiones requeridas, pero para el alumno no resulta un sistema típico, porque su resolución no es numérica y la relación a obtener no es obvia, D.

Junio de 2001 cuestión E, dada F(x) con dominio de definición I=[1,9], se pide el dominio de ciertas funciones que se obtienen a partir de F(x) ($G(t) = F(\frac{1-3t}{2})$, $H(t) = F(t^2)$,... $J(t) = F(|2t-1|)$); además de contener un valor absoluto, es un ejercicio poco trabajado en los libros de texto, D.

Julio de 02 problema E, dada una matriz 2x2 se les pide su enésima potencia pero se les pide elegir entre dos posibilidades y no se menciona el método de inducción, F.

Junio de 03 problema E, un problema de máximos y mínimos en el que con un cartón hay que hacer una caja de volumen máximo; conocido por que aparece en los libros de texto, F.

Junio de 04 problema E, se da una función que da el beneficio que produce la venta de x kilogramos de un determinado artículo y se les piden dos cuestiones sobre el beneficio máximo y las pérdidas; problema relacionado con la economía mus frecuente en los libros de texto, F.

Julio de 04 cuestión E, similar a julio de 2000 problema E, la resolución del sistema en este caso es más sencilla y evidente, por eso lo clasificamos como F.

Julio de 08 problema E, Se da una función definida en dos trozos uno de los cuales es una parábola y el otro una función lineal en la que los coeficientes a y b se desconocen; se pide calcular esos coeficientes para que la función sea derivable. F.

- Problemas de Combinatoria:

Junio de 2001 problema E, clásico de combinatoria que aparece en todos los textos, en una reunión se saludan todas las personas entre ellas salvo una que sólo saludo a cuatro; el número total de saludos fue de 109, ¿cuántas personas había? Permite más de un modo de resolución, pero la forma directa a través de una ecuación combinatoria no es fácil de recordar por la lejanía con lo estudiado por los alumnos en el bachillerato, D.

Julio de 03 problema E, ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 20 lados?; es un clásico de combinatoria, pero hacerlo directamente con fórmulas es algo que para los alumnos de este nivel es lejano en el tiempo; hacerlo por tanteos, comenzando por uno más fácil sería posible en una situación diferente a la de un examen, D.

Julio de 05 cuestión E, se define un "palíndromo" para los números y se les pide entre los números de cinco cifras decir cuántos palíndromos hay y cuántos de ellos son mayores que 56266; es un clásico problema de combinatoria, lejano en el tiempo para los alumnos, D.

Junio de 2007 cuestión E, sin repetición, usando tres dígitos cuya suma es 14, se forman todos los números posibles de tres cifras; se calcula la suma de todos ellos. ¿Cuánto es la suma conseguida? Es de combinatoria clásico, pero además de saber cuántos números se pueden formar, se le añade la cuestión de la suma de todos ellos, lo que incrementa la dificultad del problema, D.

- Problemas de regularidades o que tienen pautas de formación:

La detección de las regularidades supone la realización de sucesivos intentos y un ápice de inspiración, que hace que si el problema es nuevo para el alumno, resulte difícil de abordar en las condiciones de estrés y tiempo limitado en el que se le presentan.

Setiembre de 95 cuestión E, Encontrar la última cifra de una expresión numérica ($2^{257}+5$), D.

Julio de 2000 cuestión E, similar a set 95 cuestión E ($3^{55505550555}+55505550555$), D.

Junio de 02 problema E, similar a set 95 y julio 2000 cuestión E, ($7^{160}+13^{14}$), D.

- Cuestiones de teoría:

Junio de 95 cuestión E, concepto de recta tangente a una curva, F.

- Problemas de letra

Junio de 97 problema 5, es un clásico de la literatura, dos amigos tienen el uno 5 panes y el otro 3, se encuentran con un tercero que tiene ocho monedas y que se las entrega a cambio de repartir con el los panes, ¿cómo se debe hacer el reparto de las monedas? La solución lleva implícita un razonamiento lógico que no es trivial, D.

Junio de 98 cuestión E, otro clásico, Mikel sale de casa con un montón de cromos y a cada amigo que encuentra en el camino le ha dado la mitad de los que tenía en ese momento más un cromo; vuelve a casa sin cromos, ¿cuántos amigos tiene y cuántos cromos?; el problema es el ejemplo usual que se utiliza para ilustrar la técnica que consiste en comenzar un problema por el final, es decir reconstruirlo de atrás hacia adelante; si no se conoce esta técnica el problema se complica mucho, D.

Julio de 2001 cuestión E, problema clásico; una persona reparte todos los libros de su biblioteca entre sus nietos de dos formas posibles: a) repartiéndolo en partes iguales les toca a 17 libros a cada uno b) si al primero le da un libro y al segundo dos y así sucesivamente, los libros también se agotarían. ¿Cuántos libros hay y cuántos nietos? En su resolución hay que recordar la suma de los términos de una progresión aritmética, D.

Junio de 02 cuestión E, en una caja hay monedas dos euros, de un euro y de 50 céntimos; en total 33 monedas cuyo valor es de 40 €. El sistema es fácil de plantear pero es indeterminado, se les pide concretar dos soluciones; F.

Julio de 03 cuestión E, similar a junio 02 cuestión E, pero en este caso el sistema es sencillo y tiene solución única, F.

Junio 05 cuestión E, similar a julio 03 cuestión E y a junio 02 cuestión E, F.

Julio de 07 cuestión E, similar a junio de 98 cuestión E, D.

Julio 07 problema E, una imprenta quiere imprimir 8000 panfletos cuadrados de 8 cm. de lado; se pueden utilizar hojas de tamaño A (22 cm. x 34 cm.) o de tamaño B (21 cm. x 28 cm.); si se quiere gastar el mínimo papel posible, ¿cuál de esas hojas se debe utilizar? Nos parece que exige el cálculo del área de cada hoja, cosa sencilla, pero luego tienen que compararlo con el área del panfleto a imprimir y con el número de panfletos, D.

Junio de 08 cuestión E, un comerciante compra en total 100 estilográficas, lápices y gomas; cada estilográfica vale 10 €, cada lapicero 1 € y 8 gomas valen también 1 €. ¿Cuánto compró de cada cosa? El planteamiento tiene una pequeña dificultad a la hora de trasladar a ecuaciones el que 8 gomas valgan un euro, pero eso no es lo peor, sino que se obtiene un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, indeterminado, que da infinitas soluciones, D.

Junio de 08 problema E, la suma de 45 números naturales consecutivos es 1485, Encontrar esos números. Es muy sencillo de plantear y de obtener el primero de ello, F.

Julio de 08 cuestión E, en una balanza hay tres tipos de pesos A, B, C; si en uno de los brazos se colocan 4 pesos A y en el otro 5 pesos B, la balanza está en equilibrio; lo mismo sucede si en un brazo se colocan 2 pesos A y un peso B y en el otro 2 pesos C. ¿Hacia que lado se inclinará la balanza cuándo se coloquen en un brazo 2 pesos C y 2 pesos B y en el otro 4 pesos A? Se trasladan las condiciones dadas fácilmente a ecuaciones que se escriben en función de una sola incógnita que permite responder a la pregunta, F.

- Problemas relacionados con la Física:

Junio de 96 problema E, se pide el cálculo de una velocidad media en dos trayectos con diferentes velocidades, D.

Junio de 99 cuestión E, es un problema contextualizado que en realidad lo único que maneja de la física son las unidades de fuerza; dice que unos surfistas conocen la fórmula para calcular la fuerza de las olas en función del tiempo en horas ($F(t) = |400 - 50t|$), si la fuerza está entre 50 y 200 pueden practicar el surf; ¿En qué horario pueden practicarlo? Requiere el planteamiento de dos desigualdades y se puede resolver por tanteos, nos parece difícil por la inclusión del valor absoluto, D.

Julio de 01 problema E, clásico, en las dos orillas de un río cuya anchura es de 20m hay una palmera a cada lado de alturas 12m y 8m; de cada una de las copas de las palmeras se lanzan dos pájaros en el mismo momento y con la misma velocidad para atrapar un pez que hay en el río. ¿A qué distancia de cada palmera estaba el pez? Ayudados de un sencillo dibujo y con Pitágoras se obtiene un sistema fácil de resolver, F.

Julio de 04 problema E, un problema de velocidades y distancias con dos motocicletas; el planteamiento no es sencillo y la resolución tampoco, D.

Julio de 05 problema E, dos ciclistas en un velódromo corren en sentido contrario cruzándose cada 10 seg. y si corren en el mismo sentido se cruzan cada 170 seg.; la longitud de la pista es de 170 m, ¿cuál es la velocidad de cada corredor?, el planteamiento es difícil, D.

Julio de 06 cuestión E, similar a junio de 96 problema E, se pide una velocidad media en un recorrido en el que se han llevado cuatro velocidades diferentes, F.

Junio de 07 problema E, dos txalupas van la una hacia el norte a 120 Km./h y la otra hacia el este a 64 Km./h; al cabo de siete minutos y medio ¿a qué distancia se encontrarán la una de la otra? Aplicando la fórmula de la distancia y el Teorema de Pitágoras se resuelve, F.

- Problemas de Geometría:

C. extraordinaria de 96 problema E, se pide el cálculo de la suma de los ángulos interiores de un polígono de ocho lados, que es un problema muy sencillo de resolver con la ayuda que se les da (descomponer el polígono en triángulos), F.

Julio de 02 cuestión E, el perímetro de un triángulo cuyos lados son números naturales expresados en cm., es de 8 cm. ¿Calcular todos los valores posibles del área de ese triángulo? Se deben efectuar tanteos y es posible no agotar todas las posibilidades, D.

Julio de 06 problema E, en un círculo de radio 1 se inscribe un cuadrado; calcular el área que hay entre el círculo y el cuadrado. El problema depende de que el dibujo se haga de forma adecuada para así poder calcular el lado del cuadrado; nos parece que eso lo puede convertir en D.

- Problemas de Propiedades de los Números (múltiplos, divisores, etc.)

Junio de 97 cuestión 5, se pide comprobar que $n^2 - 1$ es múltiplo de 8 cuando n es mayor que 3; exige una demostración de tipo general, a la que hay que llegar por tanteos sucesivos y el punto de inspiración final puede que no llegue; si no se ha trabajado este tipo de ejercicio en clase es difícil de resolver y además no está en la zona de desarrollo próximo de los alumnos en relación con la materia estudiada, D.

C. extraordinaria de 97 problema 5, hay dos números comprendidos entre 51 y 100 que son divisores del número $8^{16} - 1$, encontrarlos; exige aproximaciones sucesivas y razonamiento original, D.

Junio de 99 problema E, si M-1 y N-1 son múltiplos de 4, demostrar que $M^2 - N^2$ es múltiplo de 8; exige tanteos, aproximaciones sucesivas para su comprensión, el uso de notación adecuada, D.

Junio 05 problema E, probar que $n^3 - 3n^2 + 2n$ es múltiplo de 6; D.

- Juegos o Problemas de Lógica:

C. extraordinaria de 98 cuestión E, un comerciante quiere saber las opiniones de los clientes sobre dos tipos de refrescos y encarga una encuesta cuyos resultados se dan en tantos por ciento, vistos los resultados el comerciante decide no pagar la encuesta,

¿Por qué?; la pregunta despista y los datos también, no se ve claro un método de resolución, D.

Junio de 04 cuestión E, en un baile hubo 20 personas; la primera chica bailó con 7 chicos, la segunda con 8 y así hasta la última chica que bailó con todos los chicos, ¿cuántos chicos había?; con un pequeño esquema numérico se encuentra enseguida la solución, F.

Junio de 06 problema E, por la venta de una colección de sellos se han obtenido 5,27€; los sellos valen todos lo mismo y su precio es menor de 20 céntimos; ¿cuál es el precio de cada sello y cuántos sellos hay?, se resuelve por sucesivos tanteos que exigen cierto tiempo y tranquilidad; creemos que a los alumnos les puede resultar D.

- Otros:

Junio de 03 cuestión E, tienen que demostrar una desigualdad que es: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, siendo $a\cdot b>0$; aunque contiene letras, sencillas manipulaciones llevan la desigualdad a una conocida fórmula, F.

Junio 06 cuestión E, si la base de un triángulo se aumenta en un 10% y la altura se disminuye en un 10%, ¿cuánto aumenta o disminuye el área?, F.

ANEXO 6
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
(Matemáticas de Letras)
CRITERIOS UTILIZADOS PARA ELABORAR LA TIPOLOGÍA DE LOS EJERCICIOS

ÁLGEBRA

De los dos ejercicios que se proponen casi siempre uno de ellos es de Programación Lineal. Cuándo el problema no contiene letra, sino que se refiere a la resolución de un problema ya planteado de P.L., cosa que sólo suele ocurrir en la convocatoria extraordinaria, lo hemos clasificado como F. (excepción: cuando el dibujo de la región representa alguna dificultad añadida). Si el problema es usual, con letra y las restricciones son desigualdades que son fácilmente obtenibles a través de la tabla que el alumno debe elaborar conteniendo la información del problema, también se han clasificado como F (excepción: cuándo la región sea difícil de dibujar). Si el problema da lugar a restricciones difíciles de plantear o el problema es de difícil comprensión o no es usual, se ha clasificado como D.

El otro problema de álgebra presenta una mayor variedad. Hay varios ejercicios de letra, problemas clásicos que dan lugar al planteamiento de un sistema de dos o tres ecuaciones, más usuales en la convocatoria extraordinaria, que hemos clasificado como F (excepción: cuando la comprensión del problema tiene alguna dificultad añadida).

Hay en la convocatoria de junio del año 96 un problema de lógica que hemos clasificado como D por no ser usual.

En la convocatoria extraordinaria del 97 hay un problema de mezclas, que por no ser usual, también lo hemos clasificado como D.

Los problemas con ecuaciones matriciales, que son muchos, generalmente los hemos clasificado como F, salvo algunos en los que hay que hallar más de una matriz inversa de orden 3 para su resolución.

Los problemas de cálculo de la potencia enésima de una matriz han sido clasificados como F.

ANÁLISIS

Aquí hay una gran variedad de ejercicios.

Cuándo se trata de calcular el área de un recinto comprendido entre dos curvas simples se ha calificado como F. Si el recinto presenta más de dos funciones, o es un recinto mixto donde deben calcular alguna ecuación, o la integral hay que dividirla en dos trozos, los hemos clasificado como D.

Los de cálculo de los extremos de una función en general se clasifican como F, salvo que la función sea complicada. Los problemas clásicos de máximos y mínimos en general se han clasificado también como F, salvo que el planteamiento no sea evidente, o contengan conceptos de economía o de otras ciencias y no sean de fácil comprensión para la generalidad de los alumnos.

Cuando se pide el cálculo de alguna primitiva, también se han catalogado como F.

Los problemas que implican el cálculo de rectas tangentes se clasifican como F, siempre que sean directos y no incluyan parámetros o el cálculo de la recta tangente sea un elemento auxiliar para resolver el fondo del problema.

Cuando se trata de construir o definir alguna función a través de diversas propiedades de la misma, normalmente se han clasificado como D, por que contienen varios conceptos de diferente nivel de dificultad implicados en la resolución y que además están encadenados.

PROBABILIDAD

Son más los problemas de probabilidad que se clasifican como D que como F, por gran diferencia. Estos problemas requieren en general del uso de fórmulas y conceptos previos para su resolución; así mismo, es necesario realizar diagramas en árbol, tablas etc., que facilitan la comprensión del problema y su resolución. Es por esto que para muchos alumnos presentan una dificultad añadida.

Suele haber un problema de probabilidad, digamos variado, que puede ser resuelto de varias formas distintas, con fórmulas o sin ellas. Cuándo este problema tiene un enunciado simple y claro, que da lugar a una resolución más o menos directa, con fórmulas o sin ellas, se han clasificado como F. Por ejemplo el ejercicio C2 de la convocatoria de setiembre de 95, presenta una situación en la que se lanzan cuatro dados y se hace una pregunta sobre la suma de sus puntuaciones. Lo hemos clasificado como D, porque exige diagramas o tablas no sencillas y tanteos antes de su resolución.

Cuando implican el cálculo de un parámetro esto supone un nivel superior de conceptualización y también se han clasificado como D; por ejemplo el ejercicio C2 de junio de 95, donde un dado cargado tiene para los números impares una probabilidad de salir proporcional al número.

En el año 96, convocatoria de junio se plantean dos ejercicios, de los cuales el C2 plantea un juego y requiere un árbol que no es usual. Lo hemos clasificado como D. El C1 plantea también un juego entre dos jugadores, con dos dados especiales y pide calcular la probabilidad de ganar uno u otro jugador. El calculo requiere un árbol no usual y un cálculo no directo, tipología del ejercicio D.

Cuando el ejercicio requiere de cálculos combinatorios se han clasificado como D (ej: C1 de junio de 97).

El segundo ejercicio suele ser un cálculo de probabilidades mediante la fórmula de Bayes, problema que ha aparecido en muchas convocatorias. Cuándo el problema se entiende con facilidad y se pueden trasladar directamente los datos a un árbol y los cálculos no son complicados, la tipología es F. En los demás casos es D (ej: el C2 de junio de 03 requiere la construcción de una tabla de contingencia, tipología D).

ESTADÍSTICA

Los dos ejercicios de Estadística son mucho más standard que los de las demás partes.

El primero es de la distribución Normal y el segundo es de Intervalos de Confianza, Estimación e Inferencia. Hay una excepción en la convocatoria extraordinaria de 2006, donde los dos ejercicios han sido de estimación.

El problema de la distribución normal, si tiene una lectura fácil y da lugar a un cálculo directo o a un manejo directo de las tablas, se ha clasificado como de tipología F. Esto ha sido así, en la mayoría de los ejercicios.

Cuando la distribución que aparece en el problema es la binomial, y la comprensión del problema tiene alguna dificultad y los cálculos se hacen aproximando por la normal, la tipología del ejercicio es D (ej: D1 de c. extraordinaria de 98, D1 de julio de 2002). Cuando la comprensión del problema es fácil e inmediatamente se identifica con la distribución binomial, la tipología es F (ej: D1 de julio de 2000, D1 junio 2004).

Si la distribución es normal, pero para el cálculo de alguno de sus parámetros se dan datos, que hacen que el problema no sea directo, sino que a través de una probabilidad dada, se deduce el parámetro que falta, la tipología es D (ej: D1 julio de

2001, D1 julio 2005, D1 julio 2006, D1 junio 2008). (excepción D1 de julio de 2003 donde la probabilidad que se les da es 0,95, conocida en la distribución normal).

El segundo de los ejercicios de Inferencia, suele ser sencillo, fácil de asociar a las técnicas de la inferencia y fácil de comprensión. Por estas razones han sido, en general, clasificados como de tipología F. Pero hay que reconocer que en algunos centros esta materia no se estudia, por falta de tiempo, con el necesario detalle y por ello a los alumnos no les resulta fácil de elegir este ejercicio, eliminándolo automáticamente. Ello puede distorsionar, nuestra tipología e introducir sesgos en las conclusiones que extraigamos.

En el D1 de julio de 96 se plantea un problema que no es directo y su topología es D (similar D2 de junio de 2004).

En el D2 de junio de 98 se les pide el cálculo de dos intervalos de confianza y basándose en ellos contestar a una pregunta, tipología D (similar el D2 de junio de 2000, D y D2 de junio y julio de 2005). El D2 de julio de 2001, tipología D, porque presenta un nivel de confianza no usual (similar el D2 de julio de 2002). El D2 de julio de 2002, plantea dos cuestiones, la segunda de las cuales no es directa, topología D (similar D2 de julio de 2003).

ANEXO 7 – MODELOS DE ENCUESTA

Donostia, 30 de noviembre de 2009

Estimado/a profesor/a:

Desde la Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación de la UPV-EHU y en concreto, desde los Departamentos de Teoría e Historia de la Educación y Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación, se está realizando un estudio sobre los exámenes de Selectividad de las asignaturas de matemáticas, celebrados en esta Universidad desde que se implantó el Bachillerato LOGSE.

El estudio pretende analizar los resultados de las pruebas de las asignaturas de Matemáticas (Matemáticas y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales) además de realizar un análisis de los tipos de ejercicios que se incluyen en los exámenes. Parte fundamental del estudio lo constituye la opinión de los Centros y, más concretamente, la de los seminarios de matemáticas, en relación a estas pruebas de Selectividad.

Por esta razón, nos dirigimos al profesorado solicitando su colaboración, mediante la contestación y envío de los dos cuestionarios que os adjuntamos (uno para cada asignatura). Son preguntas referentes al examen de selectividad, a las partes que contiene, al modo de prepararlo y a los resultados obtenidos. Además se incluye una pregunta mediante la cual se pretenden recoger sugerencias para orientar posibles cambios, o cualquier cuestión que desde los seminarios se vea necesario señalar.

Nuestro compromiso es, en primer lugar, tratar los datos con minuciosidad y de manera confidencial y devolveros, a la mayor brevedad, un informe con los análisis estadísticos de las respuestas recibidas.

Te agradeceríamos remitieses este cuestionario, y cualquier duda que os surja, bien vía e-mail, o por vía postal, a alguna de las siguientes direcciones:

e-mail: ruizdegauna.josu@gmail.com pauli.davila@ehu.es

Correo postal: Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación
Av. de Tolosa, 70
20018 Donostia
(a la atención de: P. Dávila)

Agradeciendo de antemano vuestra colaboración, recibe un cordial saludo

Firmado: Pauli Dávila Balsera

DEPARTAMENTO DE TEORÍA E HISTORIA DE LA EDUCACIÓN

GIPUZKOAKO CAMPUSA
CAMPUS DE GIPUZKOA
Tolosa Hiribidea, 70
20018 Donostia
Gipuzkoa
T: 943.018.264
F: 943.015.470

maria.martinez@ehu.es
http://www.hth-the.ehu.es/s0096-home1/es/

MATEMÁTICAS – SELECTIVIDAD

1. ¿Cuál es el libro de texto utilizado en el Bachillerato?

1º Bach.	2º Bach.
Autor:	Autor:
Título:	Título:
Editorial:	Editorial:

2. ¿Cómo se utiliza el libro de texto?

❏ Sólo para problemas ❏ Para todo (teoría y problemas) ❏ Ocasionalmente ❏ Sólo para la teoría ❏ No se utiliza (hay material didáctico propio)

Indica tu nivel de acuerdo con las siguientes afirmaciones:

(1= totalmente en desacuerdo, 2 = más bien en desacuerdo, 3 = ni de acuerdo, ni en desacuerdo, 4 = más bien de acuerdo, 5 = totalmente de acuerdo)

	1	2	3	4	5
3. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara, a lo largo del curso					
4. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara al finalizar el curso, con todos los alumnos					
5. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara al finalizar el curso, sólo con los alumnos que han aprobado					
6. Para preparar la prueba de selectividad se utiliza el libro de texto de la asignatura					
7. Para preparar la prueba de selectividad se utilizan exámenes de selectividad de otros años					
8. Para preparar la prueba de selectividad se utiliza material específico					
9. Las cuestiones son más fáciles que los problemas					

10. Califica de 1 a 5 la dificultad de cada una de las partes que contiene la prueba

(1 = muy fácil, 5 = muy difícil)

	1	2	3	4	5
Algebra					
Geometría					
Análisis					
Integrales					
Resolución de Problemas					

11. El estilo de enseñanza-aprendizaje utilizado en la asignatura es

(1= totalmente en desacuerdo, 2 = más bien en desacuerdo, 3 = ni de acuerdo, ni en desacuerdo, 4 = más bien de acuerdo, 5 = totalmente de acuerdo)

	1	2	3	4	5
a) Tradicional					
b) Práctico, orientado a la realización de ejercicios y problemas					
c) Apoyado en las TICs					
d) Basado en la realización de trabajos					
e) De preparación para las pruebas de evaluación					

12. En Matemáticas de 2º de Bachillerato, el objetivo de la enseñanza debe ser:

(1 = valora mucho el aprendizaje, 5 = valora mucho la preparación de la prueba)

Aprendizaje de las matemáticas	1	2	3	4	5	*Preparación para la prueba final externa*

13. ¿Qué cambiarías en el examen de selectividad de matemáticas?

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES - SELECTIVIDAD

1. ¿Cuál es el libro de texto utilizado en el Bachillerato?

1º Bach.	2º Bach.
Autor:	Autor:
Título:	Título:
Editorial:	Editorial:

2. ¿Cómo se utiliza el libro de texto?

❏ Sólo para problemas ❏ Para todo (teoría y problemas) ❏ Ocasionalmente ❏ Sólo para la teoría ❏ No se utiliza (hay material didáctico propio)

Indica tu nivel de acuerdo con las siguientes afirmaciones:

(1= totalmente en desacuerdo, 2 = más bien en desacuerdo, 3 = ni de acuerdo, ni en desacuerdo, 4 = más bien de acuerdo, 5 = totalmente de acuerdo)

	1	2	3	4	5
3. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara, a lo largo del curso					
4. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara al finalizar el curso, con todos los alumnos					
5. La convocatoria ordinaria de Selectividad se prepara al finalizar el curso, sólo con los alumnos que han aprobado					
6. Para preparar la prueba de selectividad se utiliza el libro de texto de la asignatura					
7. Para preparar la prueba de selectividad se utilizan exámenes de selectividad de otros años					
8. Para preparar la prueba de selectividad se utiliza material específico					

9. Califica de 1 a 5 la dificultad de cada una de las partes que contiene la prueba

(1 = muy fácil, 5 = muy difícil)

	1	2	3	4	5
Algebra y Programación Lineal					
Análisis					
Probabilidad					
Estadística					

10. El estilo de enseñanza-aprendizaje utilizado en la asignatura es

(1= totalmente en desacuerdo, 2 = más bien en desacuerdo, 3 = ni de acuerdo, ni en desacuerdo, 4 = más bien de acuerdo, 5 = totalmente de acuerdo)

	1	2	3	4	5
a) Tradicional					
b) Práctico, orientado a la realización de ejercicios y problemas					
c) Apoyado en las TICs					
d) Basado en la realización de trabajos					
e) De preparación para las pruebas de evaluación					

11. En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales de 2º de Bachillerato, el objetivo de la enseñanza debe ser:

(1 = valora mucho el aprendizaje, 5 = valora mucho la preparación de la prueba)

Aprendizaje de las matemáticas	1	2	3	4	5	*Preparación para la prueba final externa*

12. ¿Qué cambiarías en el examen de selectividad de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales?

Donostia, 2009ko azaroaren 30a

Irakasle agurgarria,

E.H.U.ko Filosofia eta Hezkuntza Zientzien Fakultatean, eta zehazkiago, Hezkuntzaren Teoria eta Historia, eta Hezkuntzarako Ikerkuntza eta Diagnosi-Metodoen Sailetan ikerlan bat burutzen ari gara.

Ikerlan horretan , LOGSE batxilergoa indarrean jarri zenetik, EHUn ospatu diren matematikako selektibitateko probak aztertu nahi ditugu.

Ikerlanaren helburua, matematikako ikasgaien (Matematika, eta Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika) proben emaitzak eta ariketa-motak aztertzea da. Ikerlanaren parte garrantzitsua da, ikastetxeen eta matematikako mintegien iritziak ezagutzea, selektibitateko probei dagokienez.

Arrazoi hau dela eta, irakasleengana jotzen dugu, euren lankidetza eskatzeko; horretarako nahikoa da, erantsita doazen bi galdetegiei (ikasgai bakoitzeko galdetegi bana) erantzutea eta erantzun horiek guri helaraztea.

Galdera horiek, selektibitateko azterketari buruzkoak dira: azterketaren zatiei buruzkoak, azterketaren prestakuntzari buruzkoak eta emaitzen ingurukoak. Horrez gain galdera bat dago, balizko aldaketak bideratzeko eta iradokizunak jasotzeko edota mintegietatik beharrezkoak ikusten diren auziak seinalatzeko.

Gure konpromisoa, lehenbizi, datuen tratamendua xehetasunez eta konfidentzialtasunez egitea da eta halaber, ahal denik arinen, jasotako erantzunekin osatutako txostena zuei itzularaztea

Galdetegi hau eta sortu daitezkeen zalantzak, ondorengo helbideetako batera, emailez edota postaren bidez, igortzea eskertuko genizueke:

e-mail: ruizdegauna.josu@gmail.com pauli.davila@ehu.es

Postaren bidez: Filosofia eta Hezkuntza Zientzien Fakultatea
Tolosa hiribidea, 70
20018 Donostia
(P. Dávila-rentzat)

Zuen elkarlana aurretiaz eskertuz, jaso ezazu gure agurrik beroena

Izpta.: Pauli Dávila Balsera

HEZKUNTZAREN TEORIA ETA HISTORIA SAILA

MATEMATIKA – SELEKTIBITATEA

1. Zein da Batxilergoan erabilitako testu-liburua?

1. Batx.	2. Batx.
Egilea:	Egilea:
Izenburua:	Izenburua:
Argitaletxea:	Argitaletxea:

2. Nola erabiltzen da testu-liburua?

❏ Soilik problemetarako ❏ Denetarako (teoria eta problemak) ❏ Noiz behinka ❏ Soilik teoriarako ❏ Ez da erabiltzen (badugu geure materiala)

Adierazi ezazu zure adostasun-maila, ondoko baieztapenekin:

(1= Guztiz desados, 2 = Gehiago desados, ados baino, 3 = Ez desados, ezta ados ere, 4 = Gehiago ados, desados baino, 5 = Guztiz ados)

	1	2	3	4	5
3. Selektibitateko ohiko deialdia ikasturtean zehar prestatzen da					
4. Selektibitateko ohiko deialdia ikasle guztiekin prestatzen da, ikasturtea bukatzean					
5.Selektibitateko ohiko deialdia ikasturtea bukatzean prestatzen da, soilik gainditu duten ikasleekin					
6. Selektibitateko proba prestatzeko ikasgaiaren testu-liburua erabiltzen da					
7. Selektibitateko proba prestatzeko lehengo urteetako selektibitateko azterketak erabiltzen dira					
8. Selektibitateko proba prestatzeko berariazko materiala erabiltzen da					
9. Galderak, problemak baino errezagoak dira					

10. Probak dituen zatien zailtasuna kalifikatzeko 1etik 5erako puntuazioa erabili

(1 = oso erreza, 5 = oso zaila)

	1	2	3	4	5
Aljebra					
Geometria					
Analisia					
Integralak					
Problemen Ebazpena					

11. Ikasgaian erabilitako irakas-ikas eredua bada:

(1= Guztiz desados, 2 = Gehiago desados, ados baino, 3 = Ez desados, ezta ados ere, 4 = Gehiago ados, desados baino, 5 = Guztiz ados)

	1	2	3	4	5
a) Tradizionala					
b) Praktikoa, problemak eta ariketak egitera zuzendua					
c) IKTekin lagundua					
d) Ikasleek egiten dituzten lanetan oinarritua					
e) Ebaluaketa-frogak prestatzera zuzendua					

12. 2. batxilergoko matematikan, zein izan behar du irakaskuntzaren helburua?

(1 = ikasketa-prozesua asko baloratzen da, 5 = probaren prestaketa asko baloratzen da)

Matematikaren ikasketa	1	2	3	4	5	*Kanpoko azken-probaren prestaketa*

13. Selektibitateko matematikako azterketan, zer aldatuko zenuke?

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA - SELEKTIBITATEA

1. Zein da Batxilergoan erabilitako testu-liburua?

1. Batx.	2. Batx.
Egilea:	Egilea:
Izenburua:	Izenburua:
Argitaletxea:	Argitaletxea:

2. Nola erabiltzen da testu-liburua?

❑ Soilik problemetarako ❑ Denetarako (teoria eta problemak) ❑ Noiz behinka ❑ Soilik teoriarako ❑ Ez da erabiltzen (badugu geure materiala)

Adierazi ezazu zure adostasun-maila, ondoko baieztapenekin:

(1= Guztiz desados, 2 = Gehiago desados, ados baino, 3 = Ez desados, ezta ados ere, 4 = Gehiago ados, desados baino, 5 = Guztiz ados)

	1	2	3	4	5
3. Selektibitateko ohiko deialdia ikasturtean zehar prestatzen da					
4. Selektibitateko ohiko deialdia ikasle guztiekin prestatzen da, ikasturtea bukatzean					
5. Selektibitateko ohiko deialdia ikasturtea bukatzean prestatzen da, soilik gainditu duten ikasleekin					
6. Selektibitateko proba prestatzeko ikasgaiaren testu-liburua erabiltzen da					
7. Selektibitateko proba prestatzeko lehengo urteetako selektibitateko azterketak erabiltzen dira					
8. Selektibitateko proba prestatzeko berariazko materiala erabiltzen da					

9. Probak dituen zatien zailtasuna kalifikatzeko 1etik 5erako puntuazioa erabili

(1 = oso erreza, 5 = oso zaila)

	1	2	3	4	5
Aljebra					
Analisia					
Probabilitatea					
Estatistika					

10. Ikasgaian erabilitako irakas-ikas eredua bada:

(1= Guztiz desados, 2 = Gehiago desados, ados baino, 3 = Ez desados, ezta ados ere, 4 = Gehiago ados, desados baino, 5 = Guztiz ados)

	1	2	3	4	5
a) Tradizionala					
b) Praktikoa, problemak eta ariketak egitera zuzendua					
c) IKTekin lagundua					
d) Ikasleek egiten dituzten lanetan oinarritua					
e) Ebaluaketa-frogak prestatzera zuzendua					

11. 2. batxilergoko gizarte zientziei aplikatutako matematikan, zein izan behar du irakaskuntzaren helburua?

(1 = ikasketa-prozesua asko baloratzen da, 5 = probaren prestaketa asko baloratzen da)

Matematikaren ikasketa	1	2	3	4	5	*Kanpoko azken-probaren prestaketa*

12. Selektibitateko gizarte zientziei aplikatutako matematikako azterketan, zer aldatuko zenuke?