



*DISEÑO DE UNA TRANSMISIÓN Y SISTEMA DE FRENADO
PARA UNA CARRETILLA TELESCÓPICA DE 4.300 KG*

3. ANEXOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO

NOMBRE: IÑIGO
APELLIDOS: MARTÍN LORENZO

FDO.:

FECHA:

DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA

NOMBRE: MIKEL
APELLIDOS: ABASOLO BILBAO
DEPARTAMENTO: INGENIERÍA MECÁNICA

FDO.:

FECHA:

Índice de anexos

Anexo 1: Datos de partida

1. Especificaciones del cliente	9
2. Estudio dinámico de la máquina	9
2.1 Diámetro de la rueda	9
2.2 Velocidad de la máquina	9
2.3 Fuerzas que se oponen al avance de la máquina	10
2.3.1 Resistencia por rodadura	10
2.3.2 Resistencia por pendiente	10
2.3.3 Resistencia aerodinámica	10
2.3.4 Resistencia por inercia	10
2.4 Potencia necesaria en diferentes situaciones	11
2.5 Estudio de la adherencia del vehículo	12
2.5.1 Reparto de cargas en cada eje	12
2.5.2 Pendientes máximas superables debido a la adherencia	12
2.5.2.1 Pendiente máxima para arrancar	12
2.5.2.2 Pendiente máxima superable (en marcha)	13
2.6 Rendimientos	14
2.7 Curvas de potencia	14
2.8 Resultados	16

Anexo 2: Cálculos

1. Motor hidráulico	16
1.1 Datos de partida	16
1.2 Elección del motor	17
1.3 Respuesta mínima del motor	19
1.4 Comportamiento del motor	21
2. Relaciones de transmisión	23
2.1 Relación total	23
2.1.1 Relación total para la marcha larga	24

2.1.2 Relación total para la marcha corta	24
2.2 Relación en el diferencial	24
2.3 Relación en el reductor de rueda	24
2.4 Relación en la caja de transferencia	24
2.4.1 Relación en la marcha larga	24
2.4.3 Relación en la marcha corta	25
3. Caja de transferencia	25
3.1 Módulo de los engranajes	26
3.1.1 Número de dientes	26
3.1.2 Datos de partida	26
3.1.3 Módulo del engranaje 2	28
3.1.4 Módulo del engranaje 3	32
3.2 Dimensionado de los engranajes	34
3.2.1 Distancia entre ejes	34
3.2.2 Radio de los engranajes	35
3.2.3 Anchura de los engranajes	36
3.3 Fuerzas en los engranajes	36
3.3.1 Cálculo de los ángulos principales	37
3.3.2 Cálculo de fuerzas	37
3.3.3 Representación de las fuerzas	40
3.4 Dimensionado de los ejes	43
3.4.1 Sentido de la marcha hacia delante	43
3.4.1.1 Eje primario	43
3.4.1.2 Eje intermediario	48
3.4.1.3 Eje secundario	52
3.4.2 Sentido de la marcha hacia atrás	56
3.4.2.1 Eje primario	56
3.4.2.2 Eje intermediario	57
3.4.2.3 Eje secundario	58
3.4.3 Comprobación en base a deflexiones	59
3.4.4 Comprobación en base a vibraciones	63
3.4.5 Estriado del eje	63

3.5 Dimensionado del sincronizador	65
3.6 Rodamientos	66
3.6.1 Vida de los rodamientos	67
3.6.2 Fuerzas en los rodamientos	67
3.6.3 Rodamientos de agujas	70
3.6.4 Rodamientos de rodillos cónicos	72
3.6.4.1 Eje primario	73
3.6.4.2 Eje intermediario	76
3.6.4.3 Eje secundario	80
3.6.5 Ajuste de los rodamientos	83
4. Diferencial	85
4.1 Dimensionado de satélite y planetarios	85
4.2 Dimensionado de piñón y corona	87
4.3 Fuerzas en engranajes	88
4.3.1 Fuerzas en la corona y piñón	89
4.3.2 Fuerzas en satélites y planetarios	91
4.4 Rodamientos	92
4.4.1 Tipo de rodamientos	92
4.4.2 Vida de los rodamientos	93
4.4.3 Fuerzas en los rodamientos de la jaula	93
4.4.4 Fuerzas en los rodamientos del piñón	96
4.4.5 Selección de rodamientos	99
4.4.5.1 Rodamientos de la jaula del diferencial	99
4.4.5.2 Rodamientos del piñón	103
4.5 Bloqueo del diferencial	107
4.5.1 Determinación del par de bloqueo	107
4.5.2 Discos de fricción	107
4.5.3 Fuerza de accionamiento	109
4.5.4 Muelles de retorno	109
4.5.5 Presión en la cámara de accionamiento	110
4.6 Uniones atornilladas	111
4.6.1 Unión de la corona a la jaula del diferencial	111

4.6.2 Unión de la caja de transferencia y el diferencial	113
5. Reductores epicicloïdales	114
5.1 Número de dientes	114
5.2 Módulo de los engranajes	115
5.2.1 Estimación del módulo	115
5.2.2 Datos de partida	116
5.2.3 Comprobación del módulo	117
5.3 Dimensionado de los engranajes	119
5.3.1 Radio de los engranajes	119
5.3.2 Anchura de los engranajes	119
5.3.3 Distancia entre ejes	120
5.4 Fuerzas en engranajes	120
5.4.1 Fuerzas debidas a la transmisión	120
5.4.2 Fuerzas debidas a la traslación del vehículo	120
5.5 Dimensionado del portasatélites	122
5.6 Rodamientos	124
5.6.1 Velocidad angular de los satélites	124
5.6.2 Vida de los rodamientos	126
5.6.3 Selección de rodamientos	126
6. Eje de transmisión	128
6.1 Datos de partida	129
6.2 Procedimiento de selección	129
7. Semiejes palier	132
7.1 Diámetro del semieje palier	132
7.2 Junta cardan doble	133
8. Freno de servicio	134
8.1 Consideraciones iniciales	134
8.2 Dinámica de frenado	134
8.2.1 Distribución de pesos en máxima pendiente (bajada)	135
8.2.2 Efecto de la transferencia de peso en el frenado	136
8.2.3 Fuerza de frenado	136

8.2.4 Par de frenado	137
8.2.5 Distancia y tiempo de frenado	138
8.3 Discos de fricción	138
8.4 Fuerza de accionamiento	139
8.5 Muelles de retorno	140
8.6 Presión en la cámara de accionamiento	141
9. Freno de estacionamiento	142
9.1 Cálculo del par de retención	142
9.1.1 Fuerza de retención	142
9.1.2 Par de retención	142
9.2 Selección del freno	143

Índice de figuras

Anexo 1: Datos de partida

Figura 3.1 Curvas de potencia necesaria	16
---	----

Anexo 2: Cálculos

Figura 3.2 Fórmulas catalogo Bosch RexRoth	17
Figura 3.3 Catálogo motores A6VM Bosch RexRoth.....	18
Figura 3.4 Curvas de par y potencia del motor	23
Figura 3.5 Curvas de presión y caudal del motor	23
Figura 3.6 Esquema de la caja de transferencia.....	25
Figura 3.7 Situaciones críticas de par y potencia	28
Figura 3.8 Fuerzas en el eje primario e intermediario.....	41
Figura 3.9 Fuerzas en el eje intermediario y secundario	41
Figura 3.10 Representación de fuerzas marcha corta hacia delante	42
Figura 3.11 Representación de fuerzas marcha larga hacia delante	42
Figura 3.12 Representación de fuerzas marcha corta hacia atrás	43
Figura 3.13 Medidas aproximadas del eje primario	44
Figura 3.14 Medidas aproximadas del eje intermediario	48
Figura 3.15 Medidas aproximadas del eje secundario.....	52

Figura 3.16 Cálculo del deflexiones y ángulos girados.....	59
Figura 3.17 Ejes con seis nervios DIN 5472	64
Figura 3.18 Estriado eje primario	64
Figura 3.19 Estriado eje intermediario	64
Figura 3.20 Estriado eje secundario	64
Figura 3.21 Rodamiento de agujas engranaje 3 (NSK).....	70
Figura 3.22 Rodamiento de agujas engranaje 1 (NSK).....	71
Figura 3.23 Rodamiento de agujas axiales (SKF).....	71
Figura 3.24 Montaje directo (m=1)	72
Figura 3.25 Rodamientos cónicos eje primario (Timken).....	76
Figura 3.26 Rodamientos cónicos eje intermediario (Timken).....	79
Figura 3.27 Rodamientos cónicos eje secundario (Timken)	83
Figura 3.28 Montaje directo (m=1)	92
Figura 3.29 Montaje indirecto (m=-1).....	92
Figura 3.30 Esquema de fuerzas en la jaula del diferencial delantero (marcha hacia delante)	94
Figura 3.31 Esquema de fuerzas en el piñón del diferencial (marcha hacia delante)....	97
Figura 3.32 Rodamientos cónicos de la jaula del diferencial (Timken).....	103
Figura 3.33 Rodamientos cónicos del piñón del diferencial (Timken)	106
Figura 3.34 Distribución de par con el diferencial bloqueado	107
Figura 3.35 Unión atornillada de la corona del diferencial	111
Figura 3.36 Unión atornillada entre el transfer y el diferencial.....	113
Figura 3.37 Representación de velocidades del satélite y planetario	117
Figura 3.38 Fuerzas debidas a la transmisión de potencia	120
Figura 3.39 Fuerzas en el portasatélites	121
Figura 3.40 Alojamiento de los satélites en el portasatélites.....	122
Figura 3.41 Cálculo de voladizos con carga distribuida.....	122
Figura 3.42 Tensiones en los puntos (A) y (B) del voladizo.....	123
Figura 3.43 Representación de velocidades	124
Figura 3.44 Rodamientos de los satélites	128
Figura 3.45 Características del eje de transmisión elegido	131
Figura 3.46 Características del acoplamiento para el modelo U2160	132
Figura 3.47 Junta cardan Serie 300 (GKN).....	133
Figura 3.48 Par admisible en función del ángulo de operación	133

Figura 3.49 Características de la junta cardan del eje palier	134
Figura 3.50 Fuerzas durante la frenada en pendiente	135
Figura 3.51 Fuerza debido a la pendiente.....	142

Índice de tablas

Anexo 1: Datos de partida

Tabla 3.1 Resistencias y velocidades	15
Tabla 3.2 Potencia y par necesarios.....	15

Anexo 2: Cálculos

Tabla 3.3 Rendimientos en motores de pistones axiales	17
Tabla 3.4 Resistencias y rendimiento	19
Tabla 3.5 Velocidades del motor y de la máquina	20
Tabla 3.6 Potencias y pares del motor en las dos situaciones críticas.....	20
Tabla 3.7 Comportamiento del motor	21
Tabla 3.8 Propiedades del acero 20MnCr5	27
Tabla 3.9 Situaciones de carga en rodamientos.....	67
Tabla 3.10 Factor de seguridad estático	69
Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga radial equivalente.....	73
Tabla 3.12 Ajuste de rodamientos de agujas NSK.	83
Tabla 3.13 Ajuste de rodamientos de agujas axiales (SKF).....	84
Tabla 3.14 Ajuste de rodamientos cónicos (Timken).....	84
Tabla 3.16 Datos de partida de planetarios y satélites.....	85
Tabla 3.17 Datos de partida de piñón y corona	87
Tabla 3.18 Situaciones de carga en los rodamientos del piñón.....	93
Tabla 3.19 Situaciones de carga en los rodamientos de la corona	93
Tabla 3.20 Composición y propiedades del disco de fricción de bronce	108
Tabla 3.21 Muelle de compresión del sistema de bloqueo EN 10270	109
Tabla 3.22 Coeficientes de rozamiento Fundición-Fundición	112
Tabla 3.23 Coeficientes de rozamiento Goma-Metal.....	113
Tabla 3.24 Datos de partida de los engranajes del reductor de rueda	116
Tabla 3.25 Propiedades del acero 20MnCr5	116

Tabla 3.26 Situaciones de carga en los rodamientos de los satélites.....	126
Tabla 3.27 Situaciones de carga en el eje de transmisión	129
Tabla 3.28 Factores de aplicación en ejes de transmisión.....	130
Tabla 3.29 Pares de aplicación y selección para cada situación.....	130
Tabla 3.30 Composición y propiedades del disco de fricción de bronce	139
Tabla 3.31 Muelle de compresión del freno EN 10270.....	140
Tabla 3.32 Especificaciones pinza de freno ME10 (Tolomatic)	143
Tabla 3.33 Fórmulas pinza de freno modelo ME10 (Tolomatic).....	143

Anexo 1: Datos de partida

1. Especificaciones del cliente

Los requisitos de diseño marcados por el cliente son las características que desea que tenga la máquina, en este caso:

Peso: 4.300 [kg]

Batalla: 2,28 [m]

Anchura: 1,8 [m]

Centro de gravedad: [1.16, 0.7, 0.9]*

Pendiente superable: 40%

Superficie de trabajo: Terreno sin pavimentar

Velocidad marcha corta: 8 [km/h]

Velocidad marcha larga: 25 [km/h]

Neumático: 12/16.5

*(Medido desde el eje delantero)

2. Estudio dinámico de la máquina

El fundamento teórico para poder comprender los cálculos de este apartado se encuentran en (Memoria Ap. 6.2).

2.1 Diámetro de la rueda

Teniendo en cuenta que al no decir nada sobre el flanco, la medida será 0,9 veces el ancho, y suponiendo que sufre una deformación en carga de 0,1 veces el diámetro nominal.

$$D = 0.9 \cdot (d + 2 \cdot 0.9 \cdot a) = 0.9 \cdot (16.5 + 2 \cdot 0.9 \cdot 12) = 34,29''$$

$$D = 87,096mm = 0.871m$$

$$R = D / 2 = 0.435m$$

2.2 Velocidad de la máquina

Las velocidades máximas de la máquina teniendo en cuenta las especificaciones del cliente son 25 [km/h] para la marcha larga y 8 [km/h] para la marcha corta. A continuación se calcula la velocidad angular de la rueda a tales velocidades lineales.

$$V = \pi \cdot D[m] \cdot n_{rueda}[rev/s] \rightarrow n_{rueda} = \frac{V}{\pi \cdot D}$$

$$n_{rueda} = \frac{25 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot \frac{1[h]}{60[s]} \cdot \frac{1000[m]}{1[km]}}{\pi \cdot 0.871[m]} = 152,27 [rev / min]$$

$$n_{rueda} = \frac{8 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot \frac{1[h]}{60[s]} \cdot \frac{1000[m]}{1[km]}}{\pi \cdot 0.871[m]} = 48,72 [rev / min]$$

2.3 Fuerzas que se oponen al avance de la máquina

2.3.1 Resistencia a la rodadura

Tomaremos un valor desfavorable como es circular por caminos de tierra, situación habitual para la máquina.

$$f = 490 [N / t]$$

$$R_r = f \cdot P$$

$$R_r = 50 [kg / t] \cdot 4,3 [t] = 215 [kg] = 2.109 [N]$$

2.3.2 Resistencia por pendiente

Para una pendiente superable máxima del [40%] la resistencia debido al efecto de la gravedad es:

$$\alpha = \arctg \frac{40}{100} = 21,8^\circ$$

$$R_p = P \cdot \text{sen} \alpha = 4.300 [kg] \cdot \frac{9.81 [N]}{1 [kg]} \cdot \text{sen} 21,8^\circ$$

$$R_p = 15.649,44 [N]$$

2.3.3 Resistencia aerodinámica

Por circular a menos de 35 [km/h] se desprecia el efecto aerodinámico puesto que es de un valor mínimo.

2.3.4 Resistencia por inercia

Teniendo en cuenta la aceleración de 0 a 8 [km/h] en 2 [s] con la pendiente máxima.

$$R_j = M \cdot j$$

$$j = \frac{(V_2 - V_1)}{t}$$

$$j = \frac{(8-0) \left[\frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} \right]}{2} = 1.1[m/s^2]$$

$$R_j = 4.300[kg] \cdot 1.1[m/s^2] = 4.730[N]$$

2. Potencia necesaria en diferentes situaciones

A continuación se analizan las diferentes situaciones en las que la máquina se va a encontrar, y para cumplir con las especificaciones se ha de proporcionar como mínimo la máxima potencia necesaria de las situaciones siguientes.

- **Mantener la velocidad máx. en llano con marcha larga**

$$N = R_r \cdot V = 2.107[N] \cdot 25[km/h] \cdot \frac{1000[m] \cdot 1[h]}{3.600[s] \cdot 1[km]}$$

$$N = 14.631,94 [W]$$

- **Mantener la velocidad max. con marcha corta en subida máxima**

$$N = (R_r + R_p) \cdot V = (2.107[N] + 15.649,44[N]) \cdot 8[km/h] \cdot \frac{1000[m] \cdot 1[h]}{3.600[s] \cdot 1[km]}$$

$$N = 39.458,75 [W]$$

- **Acelerar en llano**

En esta situación se aumenta de velocidad en llano desde una velocidad de 0 a 25 [km/h] con aceleración de 1,1[m/s].

$$N = (R_r + R_j) \cdot V = (2.107[N] + 4.300[kg] \cdot 1.1[m/s^2]) \cdot 25[km/h] \cdot \frac{1000[m] \cdot 1[h]}{3.600[s] \cdot 1[km]}$$

$$N = 47.479,16 [W]$$

$$N = 47479,16[W] \cdot \frac{1[CV]}{735.5[W]} = 64,55CV$$

- **Acelerar con pendiente máxima**

En esta situación se aumenta de velocidad en la pendiente máxima desde una velocidad de 0 a 8 [km/h] con aceleración de 1,1[m/s].

$$N = (R_r + R_p + R_j) \cdot V$$

$$N = (2.107[N] + 15.649,44[N] + 4.300[kg] \cdot 1,1[m/s^2]) \cdot 8[km/h] \cdot \frac{1000[m] \cdot 1[h]}{3.600[s] \cdot 1[km]}$$

$$N = 49.968[W]$$

$$N = 49.968[W] \cdot \frac{1[CV]}{735.5[W]} = 67.93CV$$

Luego en la situación más extrema, necesitamos 67.93 [CV] para satisfacer las condiciones iniciales.

2.5 Estudio de la adherencia del vehículo

2.5.1 Reparto de carga en cada eje

A continuación se calcula el reparto de carga en cada eje teniendo en cuenta que el vehículo se encuentra sobre la pendiente máxima superable (40%).

$$P_c = \frac{4.300[kg] \cdot \frac{9.81[N]}{[kg]} \cdot (0,435 \cdot \text{sen} 21,8^\circ + 1,12 \cdot \cos 21,8^\circ - 0,7 \cdot \text{sen} 21,8^\circ)[m]}{2,28 \cdot \cos 21,8^\circ[m]}$$

$$P_c = 18.760,47[N]$$

$$P_d = \frac{4.300[kg] \cdot \frac{9.81[N]}{[kg]} \cdot (1,16 \cdot \cos 21,8^\circ - 0,435 \cdot \text{sen} 21,8^\circ + 0,7 \cdot \text{sen} 21,8^\circ)[m]}{2,28 \cdot \cos 21,8^\circ[m]}$$

$$P_d = 23.422,52[N]$$

A continuación se muestran las componentes normales a la superficie en cada eje.

$$P_c \cdot \cos \alpha = 18.760,47[N] \cdot \cos 21,8^\circ = 17.418,83[N]$$

$$P_d \cdot \cos \alpha = 23.422,52[N] \cdot \cos 21,8^\circ = 21.747,48[N]$$

2.5.2 Pendientes máximas superables debido a la adherencia

2.5.2.1 Pendiente máxima para arrancar

Como anteriormente se ha visto, tendremos en cuenta los cálculos realizados para la pendiente del (40%). La aceleración estimada es de (1,1 [m/s²]) y ($\mu_1 = 0,68$) en tierra.

- Limitación por par adherente en eje delantero ($\mu_1 = \mu$)

$$tg \alpha = \frac{f \cdot I - 10^3 \cdot 2 \cdot b \cdot \mu + \frac{10^2 j}{\cos \alpha} \cdot (I + 2h \cdot \mu)}{10^3 \cdot ((R - h) \cdot 2 \cdot \mu - I)}$$

$$tg \alpha = \frac{50 \cdot 2,28 - 10^3 \cdot 2 \cdot 1,12 \cdot 0,68 + \frac{10^2 \cdot 1,1}{\cos \alpha} \cdot (2,28 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,68)}{10^3 \cdot ((0,435 - 0,7) \cdot 2 \cdot 0,68 - 2,28)}$$

Aproximando $\cos \alpha \approx 1$

$$\alpha = \arctg \frac{-1053,68}{-2640,4} = 21,75^\circ$$

- Limitación por par adherente en eje trasero ($\mu_2 = \mu$)

$$tg \alpha = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot a \cdot \mu - f \cdot I + \frac{10^2 j}{\cos \alpha} \cdot (2h \cdot \mu - I)}{10^3 \cdot ((R - h) \cdot 2 \cdot \mu + I)}$$

$$tg \alpha = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 1,16 \cdot 0,68 - 50 \cdot 2,28 + \frac{10^2 \cdot 1,1}{\cos \alpha} \cdot (2 \cdot 0,7 \cdot 0,68 - 2,28)}{10^3 \cdot ((0,435 - 0,7) \cdot 2 \cdot 0,68 + 2,28)}$$

Aproximando $\cos \alpha \approx 1$

$$\alpha = \arctg \frac{1317,52}{1919,6} = 34,46^\circ$$

2.5.2.1 Pendiente máxima superable (en marcha)

- Limitación por par adherente en eje delantero ($\mu_1 = \mu$)

$$tg \alpha = \frac{50 \cdot 2,28 - 10^3 \cdot 2 \cdot 1,12 \cdot 0,68}{10^3 \cdot ((0,435 - 0,7) \cdot 2 \cdot 0,68 - 2,28)}$$

$$\alpha = \arctg \frac{-1409,2}{-2640} = 28,09^\circ$$

- Limitación por par adherente en eje trasero ($\mu_2 = \mu$)

$$tg \alpha = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 1,16 \cdot 0,68 - 50 \cdot 2,28}{10^3 \cdot ((0,435 - 0,7) \cdot 2 \cdot 0,68 + 2,28)}$$

$$\alpha = \arctg \frac{1463,6}{1919,6} = 37,32^\circ$$

Luego el vehículo con una aceleración de $1,1[m/s^2]$ es capaz de arrancar en caminos de tierra sin deslizamiento en ninguna rueda en pendientes inferiores a $21,75^\circ$ (39,99%).

Aún si el coeficiente de adherencia disminuyera, las ruedas traseras no deslizarían hasta alcanzar pendientes elevadas, en el caso anterior $37,32^\circ$ (76,23%), y se podría remontar la pendiente puesto que hay tracción y el par motor lo permite.

2.6 Rendimientos

El rendimiento total será el producto de todos los rendimientos individuales.

$$\eta_T = \eta_A \cdot \eta_D \cdot \eta_{CC}$$

Rendimiento caja de cambios $\eta_{CC} = 97\%$

Rendimiento diferencial $\eta_D = 98\%$

Rendimiento articulaciones $\eta_A = 99\%$

Rendimiento reductores de rueda $\eta_{RR} = 97\%$

$$\eta_T = (0,97 * 0,98 * 0,99 * 0,97) \cdot 100 = 91,2\%$$

$$N_m = \frac{W_R}{\eta_T} = \frac{67,93[CV]}{0,912} = 74,41[CV]$$

Como resultado obtenemos un rendimiento total de $\eta_T = 91,2\%$, y una potencia mínima necesaria a la salida del motor de $N=74.41 [CV]=54,728 [kW]$.

2.7 Curvas de potencia

Conociendo los valores de las resistencias, el rendimiento y las velocidades, calculamos en una tabla las curvas de potencia.

$$N = (R_r + R_p + R_j) \cdot V \cdot \frac{1}{\eta_i}$$

$$T = \frac{N[W]}{(v [m/s] \cdot \frac{[rev]}{2 \cdot \pi \cdot R[m]} \cdot \frac{2 \cdot \pi [rad]}{[rev]})}$$

Res. Rodadura [N]	Res. Inercia [N]	Res. Pendiente [N]	Rendimiento	Velocidad larga [m/s]	Velocidad corta [m/s]
2107	4730	15649,44	0,912	0,5	0,15
2107	4730	15649,44	0,912	1	0,3
2107	4730	15649,44	0,912	1,5	0,45
2107	4730	15649,44	0,912	2	0,6
2107	4730	15649,44	0,912	2,5	0,75
2107	4730	15649,44	0,912	3	0,9
2107	4730	15649,44	0,912	3,5	1,05
2107	4730	15649,44	0,912	4	1,2
2107	4730	15649,44	0,912	4,5	1,35
2107	4730	15649,44	0,912	5	1,5
2107	4730	15649,44	0,912	5,5	1,65
2107	4730	15649,44	0,912	6	1,8
2107	4730	15649,44	0,912	6,5	1,95
2107	4730	15649,44	0,912	6,944	2,2222

Tabla 3.1 Resistencias y velocidades

Par pte. max. [N·m]	Par vel. Max. [N·m]	Potencia pendiente máx. [kW]	Potencia velocidad máx [kW]
10.725,44	3.621,069	3,698427632	3,748355263
10.725,44	3.621,069	7,396855263	7,496710526
10.725,44	3.621,069	11,09528289	11,24506579
10.725,44	3.621,069	14,79371053	14,99342105
10.725,44	3.621,069	18,49213816	18,74177632
10.725,44	3.621,069	22,19056579	22,49013158
10.725,44	3.621,069	25,88899342	26,23848684
10.725,44	3.621,069	29,58742105	29,98684211
10.725,44	3.621,069	33,28584868	33,73519737
10.725,44	3.621,069	36,98427632	37,48355263
10.725,44	3.621,069	40,68270395	41,23190789
10.725,44	3.621,069	44,38113158	44,98026316
10.725,44	3.621,069	48,07955921	48,72861842
10.725,44	3.621,069	54,79097255	52,05715789

Tabla 3.2 Potencia y par necesarios

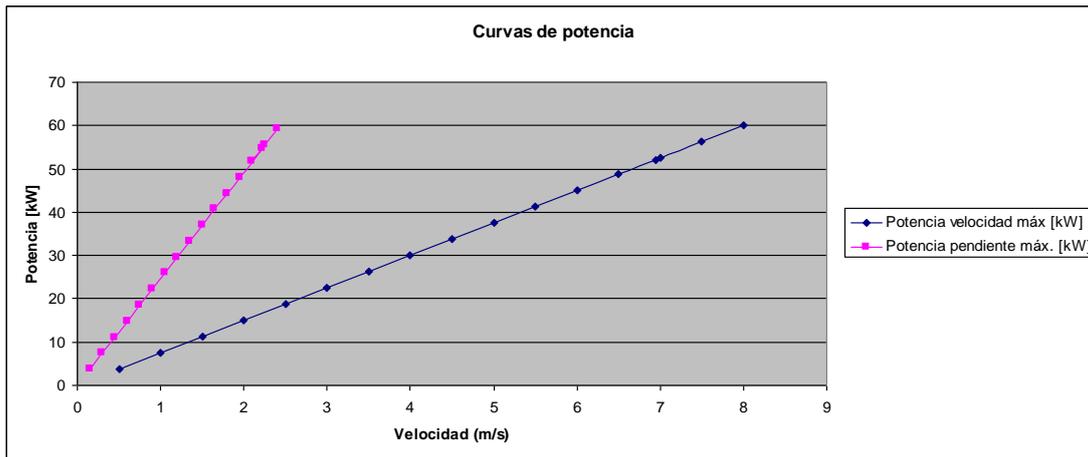


Figura 3.1 Curvas de potencia necesaria

En este caso en vez de curvas serán rectas, ya que la causante de que tomen forma de curvas es la resistencia aerodinámica, variable con la velocidad, y en este estudio se ha despreciado.

2.8 Resultados

Como resultado de este estudio se obtienen los dos datos básicos para continuar con los cálculos, la potencia y el par necesarios.

En la situación de pendiente máxima se necesita en el motor un par y una potencia de:

$$T = 10.725,44 [N \cdot m]$$

$$N = 54,79 [kW]$$

En la situación de velocidad máxima se necesita en el motor un par y una potencia de:

$$T = 3.261,06 [N \cdot m]$$

$$N = 52,05 [kW]$$

Anexo 2: Cálculos

1. Motor hidráulico

1.1 Datos de partida

Los datos de partida se obtienen de los estudios anteriores, como son la potencia y el par, y de valores impuestos, que tras un proceso de iteración se han fijado por ser valores lógicos y convenientes.

$$N = 54,728[W] \text{ (en el motor)}$$

$$T = 10.725,44[N \cdot m] \text{ (en las ruedas)}$$

$$P_n = 330 \text{ [bar]}$$

$$n_{\max} = 3600 \text{ [rev/min]}$$

$$n_{\min} = 1300 \text{ [rev/min]}$$

	Rendimiento volumétrico	Rendimiento mecánico
Calidad normal	0,89	0,96
Calidad buena	0,96	

Tabla 3.3 Rendimientos en motores de pistones axiales*

*Datos obtenidos del libro “Aplicaciones de la ingeniería: Maquinaria hidráulica en embarcaciones”

El catálogo a su vez nos proporciona una tabla con fórmulas (Figura 3.2) para la elección de sus motores, y con los cuales se obtendrán los parámetros del motor y facilitar la elección del más adecuado.

Determining the operating characteristics

Input flow	$q_v = \frac{V_g \cdot n}{1000 \cdot \eta_v}$	[L/min]	
Speed	$n = \frac{q_v \cdot 1000 \cdot \eta_v}{V_g}$	[min ⁻¹]	$V_g =$ Displacement per revolution in cm ³
Torque	$T = \frac{V_g \cdot \Delta p \cdot \eta_{mh}}{20 \cdot \pi}$	[Nm]	$\Delta p =$ Differential pressure in bar
Power	$P = \frac{2 \pi \cdot T \cdot n}{60000} = \frac{q_v \cdot \Delta p \cdot \eta_t}{600}$	[kW]	$n =$ Speed in rpm
			$\eta_v =$ Volumetric efficiency
			$\eta_{mh} =$ Mechanical-hydraulic efficiency
			$\eta_t =$ Total efficiency ($\eta_t = \eta_v \cdot \eta_{mh}$)

Figura 3.2 Fórmulas catalogo Bosch RexRoth

1.2 Elección del motor

A priori para los cálculos, es más determinante el valor de la potencia, ya que el par y la velocidad de giro pueden variar, pero siendo siempre su producto igual a la potencia.

El caudal necesario se obtiene de la potencia necesaria, un valor máximo de fijado de presión y el rendimiento total aproximado.

$$N = \frac{q_v \cdot \Delta p \cdot \eta_v \cdot \eta_{mh}}{600} \rightarrow q_v = \frac{N \cdot 600}{\Delta p \cdot \eta_v \cdot \eta_{mh}} = \frac{54,728[kW] \cdot 600}{330[bar] \cdot 0,96 \cdot 0,96}$$

$$q_v = 107,97[L/min]$$

Conociendo el funcionamiento del motor en la máquina, se aproxima en 1300 [rpm] el punto donde coinciden máximo par y máxima potencia, a partir de ese punto la cilindrada del motor va disminuyendo hasta alcanzar las 3600 [rpm].

$$n_{\min} = 1300 \text{ [rev/min]}$$

$$n = \frac{q_v \cdot 1000 \cdot \eta_v}{V_g} \rightarrow V_g = \frac{q_v \cdot 1000 \cdot \eta_v}{n}$$

$$V_g = \frac{107,97 \text{ [L/min]} \cdot 1000 \cdot 0,96}{1300 \text{ [rpm]}}$$

$$V_g = 79.73 \text{ [cm}^3\text{]}$$

El motor que más se aproxima al valor de cilindrada es el Motor RexRoth A6VM-80, no es coincidencia que casi coincidan los valores, se ha de realizar un proceso de iteración con valores de presión y caudal hasta llegar a este punto.

Technical data

Table of values (theoretical values, without efficiency and tolerances; values rounded)

Size	NG	28	55	80	107	140	160	200	250	355	500	1000
Displacement geometric ¹⁾ , per revolution	$V_{g \max}$ cm ³	28.1	54.8	80	107	140	160	200	250	355	500	1000
	$V_{g \min}$ cm ³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$V_{g x}$ cm ³	18	35	51	68	88	61	76	188	270	377	762
Speed maximum ²⁾ (while adhering to the maximum permissible input flow)												
at $V_{g \max}$	n_{nom} rpm	5550	4450	3900	3550	3250	3100	2900	2700	2240	2000	1600
at $V_g < V_{g x}$ (see diagram below)	n_{max} rpm	8750	7000	6150	5600	5150	4900	4600	3600	2950	2650	1600
at $V_{g 0}$	n_{max} rpm	10450	8350	7350	6300	5750	5500	5100	3600	2950	2650	1600
Input flow ³⁾												
at n_{nom} and $V_{g \max}$	$q_{v \max}$ L/min	156	244	312	380	455	496	580	675	795	1000	1600
Torque ⁴⁾												
at $V_{g \max}$ and $\Delta p = 400$ bar	T Nm	179	349	509	681	891	1019	1273	-	-	-	-
at $V_{g \max}$ and $\Delta p = 350$ bar	T Nm	157	305	446	596	778	891	1114	1391	1978	2785	5571
Rotary stiffness												
$V_{g \max}$ to $V_g/2$	c_{\min} KNm/rad	6	10	16	21	34	35	44	60	75	115	281
$V_g/2$ to 0 (interpolated)	c_{\max} KNm/rad	18	32	48	65	93	105	130	181	262	391	820
Moment of inertia for rotary group	J_{GR} kgm ²	0.0014	0.0042	0.008	0.0127	0.0207	0.0253	0.0353	0.061	0.102	0.178	0.55
Maximum angular acceleration	α rad/s ²	47000	31500	24000	19000	11000	11000	11000	10000	8300	5500	4000
Case volume	V L	0.5	0.75	1.2	1.5	1.8	2.4	2.7	3.0	5.0	7.0	16.0
Mass (approx.)	m kg	16	26	34	47	60	64	80	100	170	210	430

- 1) The minimum and maximum displacement are infinitely adjustable, see ordering code, page 3.
(standard setting for sizes 250 to 1000 if not specified in the order: $V_{g \min} = 0.2 \cdot V_{g \max}$, $V_{g \max} = V_{g \max}$).
- 2) The values are valid:
 - for the optimum viscosity range from $v_{\text{opt}} = 36$ to $16 \text{ mm}^2/\text{s}$
 - with hydraulic fluid based on mineral oils
- 3) Restriction of input flow with counterbalance valve, see page 74
- 4) Torque without radial force, with radial force see page 9

Figura 3.3 Catálogo motores A6VM Bosch RexRoth

2,5	0,75	1297,420485	1216,871098
3	0,9	1556,904582	1460,245318
3,5	1,05	1816,388679	1703,619537
4	1,2	2075,872776	1946,993757
4,5	1,35	2335,356873	2190,367977
5	1,5	2594,84097	2433,742196
5,5	1,65	2854,325067	2677,116416
6	1,8	3113,809164	2920,490635
6,5	1,95	3373,293262	3163,864855
6,944	2,2222	3603,71514	3605,507939

Tabla 3.5 Velocidades del motor y de la máquina

Los valores de par y potencia mínimos necesarios en el motor se han obtenido aplicando fórmulas ya utilizadas anteriormente.

$$N = (R_r [N] + R_p [N] + R_j [N]) \cdot V [m/s] \cdot \frac{1}{\eta_t}$$

$$T = \frac{N [W]}{(v [m/s] \cdot \frac{[rev]}{2 \cdot \pi \cdot R [m]} \cdot \frac{2 \cdot \pi [rad]}{[rev]})}$$

Motor			
Par pte max. [N·m]	Par vel max. [N·m]	Potencia pendiente máx. [kW]	Potencia velocidad máx. [kW]
145,115205	137,943222	3,698427632	3,748355263
145,115205	137,943222	7,396855263	7,496710526
145,115205	137,943222	11,09528289	11,24506579
145,115205	137,943222	14,79371053	14,99342105
145,115205	137,943222	18,49213816	18,74177632
145,115205	137,943222	22,19056579	22,49013158
145,115205	137,943222	25,88899342	26,23848684
145,115205	137,943222	29,58742105	29,98684211
145,115205	137,943222	33,28584868	33,73519737
145,115205	137,943222	36,98427632	37,48355263
145,115205	137,943222	40,68270395	41,23190789
145,115205	137,943222	44,38113158	44,98026316
145,115205	137,943222	48,07955921	48,72861842
145,115205	137,943222	54,79097255	52,05715789

Tabla 3.6 Potencias y pares del motor en las dos situaciones críticas

Con estos datos ya se sabe que a 1300 [rpm] se ha de llegar a la potencia de 54,79 [kW] y que a velocidad máxima 3600 [rpm] se ha de alcanzar un par de 145,11 [N·m], para poder satisfacer la especificación de llegar a 8 [km/h] en pendiente máxima.

1.4 Comportamiento del motor

Una vez se conocen los valores mínimos de potencia y par, se va a estudiar mediante otra hoja de cálculo su comportamiento en la situación límite de arrancar y acelerar hasta la velocidad máxima con la máxima pendiente.

Régimen	Velocidad (rpm)	Potencia [kW]	Par motor [N·m]	Cilindrada [cm ³]	Caudal [L/min]	Presión [bar]
PAR CTE	50	2,112	403,361344	80	4,166666	330
PAR CTE	100	4,224	403,361344	80	8,333333	330
PAR CTE	200	8,448	403,361344	80	16,66666	330
PAR CTE	300	12,672	403,361344	80	25	330
PAR CTE	400	16,896	403,361344	80	33,33333	330
PAR CTE	500	21,12	403,361344	80	41,66666	330
PAR CTE	600	25,344	403,361344	80	50	330
PAR CTE	700	29,568	403,361344	80	58,33333	330
PAR CTE	800	33,792	403,361344	80	66,66666	330
PAR CTE	900	38,016	403,361344	80	75	330
PAR CTE	1000	42,24	403,361344	80	83,33333	330
PAR CTE	1100	46,464	403,361344	80	91,66666	330
PAR CTE	1200	50,688	403,361344	80	100	330
PAR CTE	1300	54,912	403,361344	80	108,3333	330
POT. CTE	1300	54,912	403,361344	80	108,3333	330
POT. CTE	1400	54,912	374,549819	78,6	114,625	311,8866
POT. CTE	1500	54,912	349,579831	77,2	120,625	296,3731
POT. CTE	1600	54,912	327,731092	75,8	126,3333	282,9815
POT. CTE	1700	54,912	308,452792	74,4	131,75	271,3472
POT. CTE	1800	54,912	291,316526	73	136,875	261,1872
POT. CTE	1900	54,912	275,984077	71,6	141,7083	252,2787
POT. CTE	2000	54,912	262,184873	70,2	146,25	244,4444
POT. CTE	2100	54,912	249,69988	68,8	150,5	237,5415
POT. CTE	2200	54,912	238,349885	67,4	154,4583	231,454
POT. CTE	2300	54,912	227,986846	66	158,125	226,087
POT. CTE	2400	54,912	218,487395	64,6	161,5	221,3622
POT. CTE	2500	54,912	209,747899	63,2	164,5833	217,2152
POT. CTE	2600	54,912	201,680672	61,8	167,375	213,5922
POT. CTE	2700	54,912	194,211017	60,4	169,875	210,4489
POT. CTE	2800	54,912	187,27491	59	172,0833	207,7482
POT. CTE	2900	54,912	180,817154	57,6	174	205,4598

POT. CTE	3000	54,912	174,789916	56,2	175,625	203,5587
POT. CTE	3100	54,912	169,151531	54,8	176,9583	202,025
POT. CTE	3200	54,912	163,865546	53,4	178	200,8427
POT. CTE	3300	54,912	158,899923	52	178,75	200
POT. CTE	3400	54,912	154,226396	50,6	179,2083	199,4885
POT. CTE	3500	54,912	149,819928	49,2	179,375	199,3031
POT. CTE	3600	54,912	145,658263	48	180	198,6111

Tabla 3.7 Comportamiento del motor

Para realizar los cálculos anteriores, en la primera parte, hasta que se alcanza la velocidad de 1300 [rpm], se han fijado los valores de cilindrada 80 [cm³] y presión 330 [bar], además del valor de la velocidad que va aumentando. Los demás valores se obtienen como:

$$q_v [L/min] = \frac{V_g [cm^3] \cdot n [rpm]}{1000 \cdot \eta_v}$$

$$N [W] = \frac{q_v [L/min] \cdot \Delta p [bar] \cdot \eta_v \cdot \eta_{mh}}{600}$$

$$T [N \cdot m] = \frac{V_g [cm^3] \cdot \Delta p [bar] \cdot \eta_{mh}}{20 \cdot \pi}$$

En la segunda parte, la zona de potencia constante, se ha fijado el valor de potencia, la velocidad aumenta hasta llegar a la máxima, y la cilindrada disminuye hasta llegar al valor mínimo. El valor mínimo de cilindrada aconsejado por el fabricante puede estar comprendido entre 0 y 0,7 veces la cilindrada máxima, en este caso se ha tomado el valor 0,6 veces la cilindrada máxima, dado como resultado 48 [cm³]. Los demás valores se obtienen como:

$$T [N \cdot m] = \frac{N [W]}{n [rpm] \cdot \frac{2 \cdot \pi [rad]}{[rev]} \cdot \frac{[min]}{60[s]}}$$

$$q_v [L/min] = \frac{V_g [cm^3] \cdot n [rpm]}{1000 \cdot \eta_v}$$

$$\Delta p [bar] = \frac{N [W] \cdot 600}{q_v [L/min] \cdot \eta_v \cdot \eta_{mh}}$$

Como conclusión podemos observar que en todos los instantes el par y la potencia son superiores a los necesarios, y se cumple la condición del par mínimo a velocidad máxima. Las curvas de funcionamiento del motor se muestran a continuación.

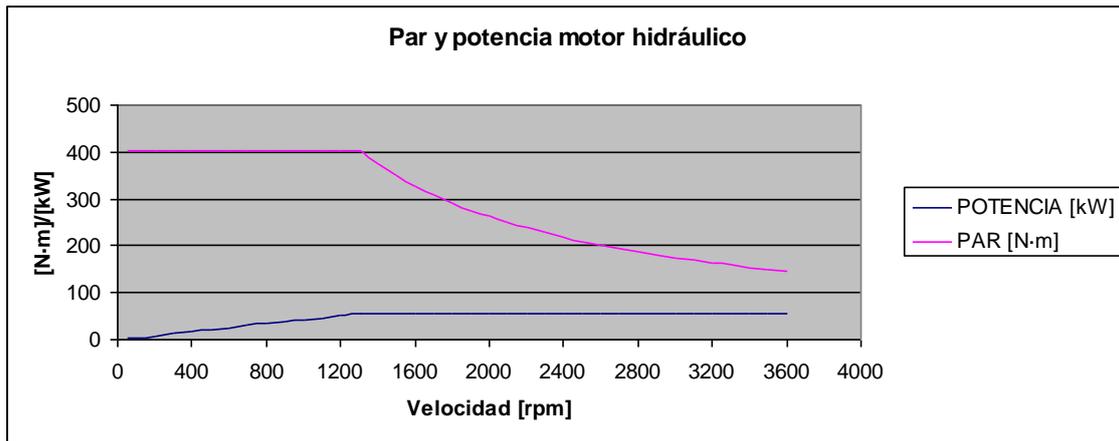


Figura 3.4 Curvas de par y potencia del motor

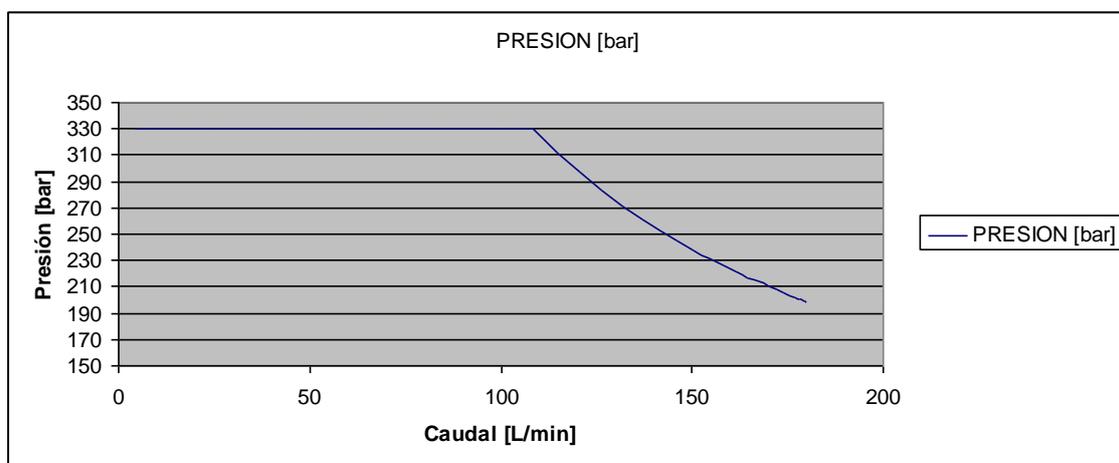


Figura 3.5 Curvas de presión y caudal del motor

2. Relaciones de transmisión

2.1 Relación de transmisión total

La relación de transmisión total se obtiene con la relación entre la velocidad de salida del motor y la final en la rueda. Puesto que ambas son conocidas, se puede obtener de forma rápida.

La relación de transmisión total se define como el producto de las sucesivas reducciones o multiplicaciones que sufre la velocidad angular a su paso por los elementos de la transmisión.

$$i_{total} = i_{caja\ de\ transf.} \cdot i_{diferencid} \cdot i_{epicicloidid}$$

Cada marcha tiene su propia relación de transmisión, ya que esta se puede variar en la caja de transferencia.

2.1.1 Relación total para la marcha larga

$$i_{total} = \frac{n_{max\ motor}}{n_{rueda\ motriz}} = \frac{n_{max\ motor}}{V_{max} \left[\frac{km}{h} \right] \cdot \frac{1000[m]}{[km]} \cdot \frac{[rev]}{2 \cdot \pi \cdot R[m]} \cdot \frac{[h]}{60[min]}} = \frac{n_{max\ motor} \cdot R}{2,65 \cdot V_{max}} = \frac{3600 \cdot 0,435}{2,65 \cdot 25}$$

$$i_{total} = 23,63$$

2.1.2 Relación total para la marcha corta

$$i_{total} = \frac{n_{max\ motor}}{n_{rueda\ motriz}} = \frac{n_{max\ motor}}{V_{max} \left[\frac{km}{h} \right] \cdot \frac{1000[m]}{[km]} \cdot \frac{[rev]}{2 \cdot \pi \cdot R[m]} \cdot \frac{[h]}{60[min]}} = \frac{n_{max\ motor} \cdot R}{2,65 \cdot V_{max}} = \frac{3600 \cdot 0,435}{2,65 \cdot 8}$$

$$i_{total} = 73,87$$

Conociendo que las relaciones de transmisión en el diferencial y en el reductor de rueda (epicicloidal) son constantes, la diferencia entre una marcha y otra se realiza en la caja de transferencia mediante las denominadas “marchas”.

2.2 Relación en el diferencial

Los valores de reducción en el diferencial para automoción suelen oscilar en valores de 3 a 3,5. En este caso se fija en 3 ya que parece un valor aceptable.

$$i_{diferencial} = 3$$

2.3 Relación en el reductor de rueda

Los valores de reducción en los reductores epicicloidales pueden ser diversos, dependiendo del tipo de aplicación, en este caso una reducción de 6 parece apropiada.

$$i_{epicicloidal} = 6$$

2.4 Relación en la caja de transferencia

Conocidos los valores fijos de reducción en diferencial y reductor de rueda, además de la reducción total, el valor que falta es el asignado a la caja de transferencia, en este caso hay dos reducciones diferentes, una por cada marcha.

2.4.1 Relación en la marcha larga

$$r_{marcha\ larga} = \frac{r_{total}}{r_{diferencial} \cdot r_{epicicloidal}} = \frac{23,63}{6 \cdot 3}$$

$$r_{\text{marcha larga}} = 1,31$$

2.4.2 Relación en la marcha corta

$$r_{\text{marcha corta}} = \frac{r_{\text{total}}}{r_{\text{diferencial}} \cdot r_{\text{epicicloid}} = \frac{73,89}{6 \cdot 3}$$

$$r_{\text{marcha corta}} = 4,105$$

3. Caja de transferencia

Esquema general de la caja de transferencia

En un principio se estudió la idea de disponer únicamente de dos ejes, pero tras realizar los cálculos del módulo, se observó que el engranaje reductor de la marcha corta resultaba ser muy voluminoso. Tras esto se optó por la opción de un tercer eje que permita una reducción escalonada, dando como resultado una caja de transferencia más compacta.

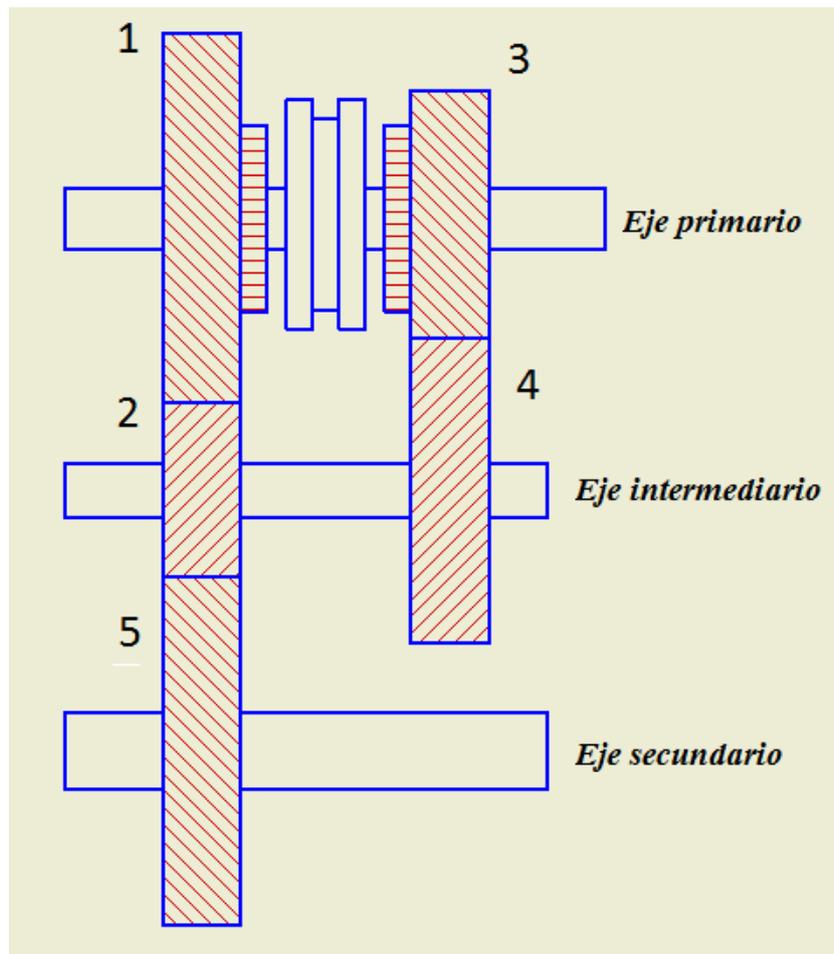


Figura 3.6. Esquema caja de transferencia

3.1 Módulo de los engranajes

El fundamento teórico sobre cálculo de engranajes se encuentra en la (Memoria Ap. 7.5.4).

3.1.1 Número de dientes

Partiendo de la relación de transmisión se va a calcular el número de dientes necesario en cada engranaje para satisfacer la relación de transmisión. Las relaciones de transmisión entre juegos de engranajes se han fijado iterando teniendo en cuenta que con ellas se obtienen números de dientes aceptables.

- **Marcha larga**

$$r_L = 1,31$$

$$r_L = r_{12} \cdot r_{25} = 0,692 \cdot 1,88 = 1,3$$

$$r_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{18}{26} = 0,692 \rightarrow \begin{cases} z_1 = 26 \\ z_2 = 18 \end{cases}$$

$$r_{25} = \frac{z_5}{z_2} = \frac{34}{18} = 1,88 \rightarrow \{z_5 = 34$$

- **Marcha corta**

$$r_c = 4,1$$

$$r_c = r_{34} \cdot r_{25} = 2,176 \cdot 1,88 = 4,11$$

$$r_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{37}{17} = 2,176 \rightarrow \begin{cases} z_3 = 17 \\ z_4 = 37 \end{cases}$$

3.1.2 Datos de partida

- **Número de dientes**

$$z_1 = 26$$

$$z_2 = 18$$

$$z_3 = 17$$

$$z_4 = 37$$

$$z_5 = 34$$

- **Ángulo de presión**

Se puede definir como el ángulo que tiene la fuerza de contacto entre dientes, es un valor que está normalizado.

$$\alpha = 20^\circ$$

- **Ángulo de la hélice**

En los engranajes helicoidales el ángulo viene determinado por la velocidad de giro a la que vaya a trabajar, en el caso de engranajes trabajando a velocidad media se suelen dar valores entre (15° - 25°), aumentando con la velocidad de giro. En este caso se tomará el valor 20°.

$$\beta = 20^\circ$$

- **Factor de guiado**

En calidad y condiciones normales el factor de guiado es:

$$\psi = 10$$

- **Factor de forma de Lewis**

Este valor está tabulado, en este caso, puesto que los engranajes se calculan en el más pequeño por ser el que más sufre (gira a más velocidad), sólo es necesario disponer de dos valores.

$$Y_{17} = 0,303$$

$$Y_{18} = 0,309$$

- **Materiales**

Los materiales más utilizados son aceros, en este caso se utilizará el acero aleado templado 20MnCr5. Las características son las siguientes:

Resistencia a tracción	$\sigma_t = 100 - 130 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Límite de fluencia mínimo	$\sigma_{yp} = 70 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Dureza Brinell	$HB = 600 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Resistencia a fatiga a flexión	$\sigma_e = 47 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Solicitación admisible (velocidades elevadas)	$\sigma_{adm} = 2200 - 3400 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$
Módulo de Young	$E = 2.100.000 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$

Tabla 3.8 Propiedades acero 20MnCr5*

*Datos obtenidos del libro “Elementos de máquinas”

- **Duración estimada**

Al ser una caja reductora para maquinaria, en tablas se estima una duración entre 20.000 – 40.000 horas. Los fabricantes de maquinaria cuantifican los años en cantidades de 1000 a 1200 horas de trabajo en este tipo de máquinas, por ello 20.000 horas parece un valor aceptable.

$$t = 20.000 \text{ [horas]}$$

- **Potencia y par**

La potencia se va a tomar como máxima y constante, ya que es la que se da en las situaciones con mayor sollicitación.

$$N = 74,5 [C.V.] = 54.79 [kW]$$

El par varía según la curva mostrada en las especificaciones, por ello se tomará el par máximo y el par correspondiente a la velocidad máxima.

$$T_{\max} = 403,36 [N \cdot m] = 4111,72 [kg \cdot cm] \text{ a } 1300 [rpm]$$

$$T_{\max,vel} = 145,65 [N \cdot m] = 1484,7 [kg \cdot cm] \text{ a } 3600 [rpm]$$

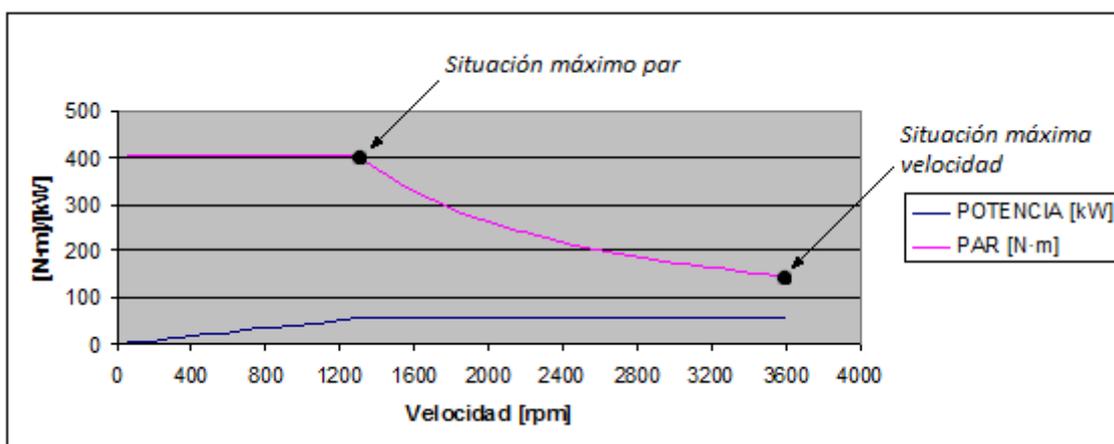


Figura 3.7 Situaciones críticas de par y potencia

3.1.3 Módulo del engranaje 2

El engranaje (2) es el más crítico, puesto que gira a gran velocidad y transmite mucho par. Se deben estudiar dos situaciones, una con cada marcha, ya que la marcha corta transmite más par y en larga gira a mayor velocidad. Dentro de estos dos casos, se han de estudiar las situaciones de par máximo y de velocidad máxima. Los cálculos van a ser conservadores, ya que se está suponiendo que siempre se trabaja en estos regímenes, lo cual no es cierto.

Marcha corta (Situación par máximo)

$$T_{\max} = 403,36 [N \cdot m] \cdot i_{34} = 4111,72 [kg \cdot cm] \cdot 2,176 = 8947,1 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 1300 / i_{34} [rpm] = 1300 / 2,176 = 597,42 [rpm]$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{597,42[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 716,9 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(716,9[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 130,53 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 8947,1 \cdot (1,88+1) \cdot \cos^4 20^\circ}{130,53 \cdot 10 \cdot 18^2 \cdot 1,88 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,54 \text{ cm} = 5,4 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{597,42[rpm] \cdot 18 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,309}}$$

$$m \geq 0,46 \text{ cm} = 4,6 \text{ mm}$$

Marcha corta (Situación velocidad máxima)

$$T_{max} = 145,65 [N \cdot m] \cdot i_{34} = 1484,7 [kg \cdot cm] \cdot 2,176 = 3230,73 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 3600 / i_{34} [rpm] = 3600 / 2,176 = 1654,41 [rpm]$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{1654,41[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 1985,29 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(1985,29[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 92,98 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 3230,73 \cdot (1,88 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{92,98 \cdot 10 \cdot 18^2 \cdot 1,88 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,43 \text{ cm} = 4,3 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{1654,41[rpm] \cdot 18 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,309}}$$

$$m \geq 0,33 \text{ cm} = 3,3 \text{ mm}$$

Marcha larga (Situación par máximo)

$$T_{\max} = 403,36 [N \cdot m] \cdot i_{12} = 4111,72 [kg \cdot cm] \cdot 0,692 = 2845,31 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 1300 / i_{12} [rpm] = 1300 / 0,692 = 1878,6 [rpm]$$

Ya que entran en contacto tres engranajes, se toma el valor (i) más restrictivo, que es la relación de transmisión entre 1 y 2.

$$i = 1 / 0,692 = 1,44$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{1878,6[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 2254,32 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(2254,32[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 88,9 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2845,31 \cdot (1,44 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{88,9 \cdot 10 \cdot 18^2 \cdot 1,44 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,43 \text{ cm} = 4,3 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{1878,6[rpm] \cdot 18 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,309}}$$

$$m \geq 0,31 \text{ cm} = 3,1 \text{ mm}$$

Marcha larga (Situación velocidad máxima)

$$T_{\max} = 145,65 [N \cdot m] \cdot i_{21} = 1484,7 [kg \cdot cm] \cdot 0,692 = 1027,41 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 3600 / i_{21} [rpm] = 3600 / 0,692 = 5202,31 [rpm]$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{5202,31[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 6242,77 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(6242,77[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 63,3 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i + 1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1027,41 \cdot (1,44 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{63,3 \cdot 10 \cdot 18^2 \cdot 1,44 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,34 \text{ cm} = 3,4 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{1027,41[rpm] \cdot 18 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,309}}$$

$$m \geq 0,38 \text{ cm} = 3,8 \text{ mm}$$

Cuando más sufre el engranaje es en la situación donde se da el máximo par estando conectada la marcha corta, dando un módulo mínimo de $m \geq 0,54 \text{ cm} = 5,4 \text{ mm}$. Luego si observamos las tablas de módulos normalizados, el que mejor se ajusta a las necesidades es:

$$m = 6 \text{ mm}$$

Este es el módulo de los engranajes 1,2 y 5 ya que si engranan entre los tres, han de tener todos el mismo módulo.

3.1.4 Módulo del engranaje 3

El engranaje (3) es más crítico que el (4) puesto que gira a mayor velocidad. En este caso se debe estudiar una única situación, cuando está engranada la marcha corta, ya que sólo en este caso transmite par. Dentro de este caso, se han de estudiar las situaciones de par máximo y de velocidad máxima. Los cálculos van a ser conservadores, ya que se está suponiendo que siempre se trabaja en estos regímenes, lo cual no es cierto.

Marcha corta (Situación par máximo)

$$T_{\max} = 403,36 [N \cdot m] = 4111,72 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 1300 [rpm]$$

- Cálculo a duración y desgaste

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{1300[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 1560 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c.adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(1560[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 100,51 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4111,72 \cdot (2,176 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{100,51 \cdot 10 \cdot 17^2 \cdot 2,176 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,46 \text{ cm} = 4,6 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52,32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{1300[rpm] \cdot 17 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,303}}$$

$$m \geq 0,36 \text{ cm} = 3,6 \text{ mm}$$

Marcha corta (Situación velocidad máxima)

$$T_{\max} = 145,65 [N \cdot m] = 1484,7 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 3600[rpm]$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{3600[rpm] \cdot 20.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 4320 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(4320[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 71,57 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1484,7 \cdot (2,176 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{71,57 \cdot 10 \cdot 17^2 \cdot 2,176 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,37 \text{ cm} = 3,7 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \cos \beta_a}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{74,5[CV] \cdot \cos 20^\circ}{3600[rpm] \cdot 17 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,303}}$$

$$m \geq 0,26 \text{ cm} = 2,6 \text{ mm}$$

Cuando más sufre el engranaje es en la situación donde se da el máximo par estando conectada la marcha corta, limitando un módulo mínimo de $m \geq 0,46 \text{ cm} = 4,6 \text{ mm}$. Luego si observamos las tablas de módulos normalizados, el que mejor se ajusta a las necesidades es:

$$m \geq 5 \text{ mm}$$

Este es el módulo de los engranajes 3 y 4 ya que ambos han de tener el mismo módulo para funcionar correctamente.

3.2 Dimensionado de los engranajes

3.2.1 Distancia entre ejes

La distancia entre los ejes que montan los engranajes 1 y 3 (eje primario) y 2 y 4 (eje intermediario) ha de ser igual, pero si se calculan por separado se pueden obtener valores diferentes.

- **Marcha larga**

$$d = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{6 \cdot (26 + 18)}{2 \cdot \cos 20^\circ}$$

$$d = 140,47 \text{ mm}$$

- **Marcha corta**

$$d = \frac{m \cdot (z_3 + z_4)}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{5 \cdot (17 + 37)}{2 \cdot \cos 20^\circ}$$

$$d = 143,66 \text{ mm}$$

Puesto que las distancias que se obtienen difieren, se han de hacer cuadrar, en este caso mediante la variación del ángulo de la hélice se llega a cuadrar la distancia a 140,47 [mm]. Se va a mantener el ángulo de 20° en los engranajes 1, 2 y 5, ya que giran a mayor velocidad, y se va a disminuir en los engranajes 3 y 4.

$$\cos \beta = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot d} = \frac{5 \cdot (17 + 37)}{2 \cdot 140,47}$$

$$\beta = 16,04^\circ$$

Si se varía algún parámetro se ha de verificar que no se sufre variación en el módulo, por ello se realiza una comprobación en la situación más desfavorable, en este caso cuando se conecta la marcha corta y se da el máximo par.

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4111,72 \cdot (2,176 + 1) \cdot \cos^4 16,04^\circ}{100,51 \cdot 10 \cdot 17^2 \cdot 2,176 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,478 \text{ cm} = 4,78 \text{ mm}$$

Luego queda comprobado que no se sufre variación en el módulo, ya que (4,78 < 5) y se mantienen todos los cálculos anteriores.

La distancia entre los ejes que montan los engranajes 2 y 4 (eje intermediario), y 5 (eje secundario) se va a calcular del mismo modo.

$$d = \frac{m \cdot (z_2 + z_5)}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{6 \cdot (18 + 34)}{2 \cdot \cos 20^\circ}$$

$$d = 166,01 \text{ mm}$$

3.2.2 Radio de los engranajes

Los radios de las ruedas se calculan en función del módulo, número de dientes y ángulo de la hélice.

$$R = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$$

- **Engranaje 1**

$$R_1 = \frac{6 \cdot 26}{2 \cdot \cos 20^\circ} \quad R_1 = 83 \text{ mm}$$

- **Engranaje 2**

$$R_2 = \frac{6 \cdot 18}{2 \cdot \cos 20^\circ} \quad R_2 = 57,46 \text{ mm}$$

- **Engranaje 3**

$$R_3 = \frac{5 \cdot 17}{2 \cdot \cos 16^\circ} \quad R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

- **Engranaje 4**

$$R_4 = \frac{5 \cdot 37}{2 \cdot \cos 16^\circ} \quad R_4 = 96,22 \text{ mm}$$

- **Engranaje 5**

$$R_5 = \frac{6 \cdot 34}{2 \cdot \cos 20^\circ} \quad R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

3.2.3 Anchura de los engranajes

Puesto que los juegos de engranajes que engranan entre sí tienen el mismo módulo y el mismo factor de forma, todos tendrán la misma anchura.

- **Juego engranajes 1, 2 y 5**

$$b = \psi \cdot m = 10 \cdot 6$$

$$b = 60 \text{ mm}$$

- **Juego engranajes 3 y 4**

$$b = \psi \cdot m = 10 \cdot 5$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

3.3 Fuerzas en los engranajes

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.5).

Para el cálculo de los ejes, y rodamientos es necesario saber las fuerzas que generan los engranajes durante su funcionamiento. Al ser helicoidales se generan tres fuerzas, una axial, una radial y una tangencial, que es la que transmite el par.

$$F_t = \frac{T}{R}$$

$$F = \frac{F_t}{\cos \alpha \cdot \cos \beta_a}$$

$$F_a = F \cdot \sin \beta$$

$$F_r = F \cdot \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta_a$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha_a$$

Vistas las fórmulas necesarias para calcular las fuerzas y sus ángulos de aplicación, se observa que las fuerzas son máximas cuando el par es máximo, con independencia del régimen de giro, por ello solo se van a estudiar los casos donde el par es máximo, ya que la potencia es constante a partir de este punto.

3.3.1 Cálculo de los ángulos principales

- **Juego engranajes marcha larga**

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\beta_a = 20^\circ$$

$$\alpha_a = \arctg(\operatorname{tg} 20^\circ / \cos 20^\circ) = 21,28^\circ$$

$$\beta = \arctg(\operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 21,28^\circ) = 18,73^\circ$$

- **Juego engranajes marcha corta**

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\beta_a = 16^\circ$$

$$\alpha_a = \arctg(\operatorname{tg} 20^\circ / \cos 16^\circ) = 20,73^\circ$$

$$\beta = \arctg(\operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 20,73^\circ) = 18,79^\circ$$

3.3.2 Cálculo de fuerzas

- **Engranaje 1**

$$R_1 = 83 \text{ mm}$$

Máximo par

$$F_t = \frac{403,36 \text{ [N} \cdot \text{m]}}{0,083 \text{ [m]}} = 4.859,76 \text{ [N]}$$

$$F = \frac{4.859,76 \text{ [N]}}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 5.503,55 \text{ [N]}$$

$$F_r = 5.503,55 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 1.882,32 \text{ [N]}$$

$$F_a = 5.503,55 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 18,73^\circ = 1.767,23 \text{ [N]}$$

Máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 \text{ [N} \cdot \text{m]}}{0,083 \text{ [m]}} = 1.754,81 \text{ [N]}$$

$$F = \frac{1.754,81 \text{ [N]}}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 1.987,28 \text{ [N]}$$

$$F_r = 1.987,28 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 679,69 \text{ [N]}$$

$$F_a = 1.987,28 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 18,73^\circ = 638,13 \text{ [N]}$$

- **Engranaje 2**

$$R_2 = 57,46 \text{ mm}$$

Marcha corta máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m] \cdot 2,176}{0,05746 [m]} = 15.275,17 [N]$$

$$F = \frac{15.275,17 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 17.298,73 [N]$$

$$F_r = 17.298,73 [N] \cdot \text{sen}20^\circ = 5.916,51 [N]$$

$$F_a = 17.298,73 [N] \cdot \text{sen}18,73^\circ = 5.554,77[N]$$

Marcha corta máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m] \cdot 2,176}{0,05746 [m]} = 5.515,73 [N]$$

$$F = \frac{5.515,73 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 6.246,43 [N]$$

$$F_r = 6.246,43 [N] \cdot \text{sen}20^\circ = 2.136,4 [N]$$

$$F_a = 6.246,43 [N] \cdot \text{sen}18,73^\circ = 2.005,78[N]$$

Marcha larga máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m] \cdot 0,692}{0,05746 [m]} = 4.857,72 [N]$$

$$F = \frac{4.857,72 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 5.501,25 [N]$$

$$F_r = 5.501,25 [N] \cdot \text{sen}20^\circ = 1.881,53 [N]$$

$$F_a = 5.501,25 [N] \cdot \text{sen}18,73^\circ = 1.766,5 [N]$$

Marcha larga máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m] \cdot 0,692}{0,05746 [m]} = 1.754,08 [N]$$

$$F = \frac{1.754,08 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 1.986,45 [N]$$

$$F_r = 1.986,45 [N] \cdot \text{sen}20^\circ = 679,4 [N]$$

$$F_a = 1.986,45 [N] \cdot \text{sen}18,73^\circ = 637,86[N]$$

- **Engranaje 3**

$$R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

Máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m]}{0,04421 [m]} = 9.123,73 [N]$$

$$F = \frac{9.123,73 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 16^\circ} = 10.100,54 [N]$$

$$F_r = 10.100,54 \cdot \text{sen}20^\circ = 3.454,59 [N]$$

$$F_a = 10.100,54 \cdot \text{sen}18,79^\circ = 3.253,38 [N]$$

Máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m]}{0,04421 [m]} = 3.294,5 [N]$$

$$F = \frac{3.294,5 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 16^\circ} = 3.647,22 [N]$$

$$F_r = 3.647,22 \cdot \text{sen}20^\circ = 1.247,42 [N]$$

$$F_a = 3.647,22 \cdot \text{sen}18,79^\circ = 1.174,77 [N]$$

- **Engranaje 4**

$$R_4 = 96,22 \text{ mm}$$

Máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m] \cdot 2,176}{0,09622 [m]} = 9.121,92 [N]$$

$$F = \frac{9.121,92 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 16^\circ} = 10.098,54 [N]$$

$$F_r = 10.098,54 \cdot \text{sen}20^\circ = 3.453,9 [N]$$

$$F_a = 10.098,54 \cdot \text{sen}18,79^\circ = 3.252,74 [N]$$

Máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m] \cdot 2,176}{0,09622 [m]} = 3.293,85 [N]$$

$$F = \frac{3.293,85 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 16^\circ} = 3.646,5 [N]$$

$$F_r = 3.646,5 \cdot \text{sen}20^\circ = 1.247,17 [N]$$

$$F_a = 3.646,5 \cdot \text{sen}18,79^\circ = 1.174,53 [N]$$

- **Engranaje 5**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

Marcha corta máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m] \cdot 2,176 \cdot 1,88}{0,1085 [m]} \approx 15.275,17 [N]$$

$$F = \frac{15.275,17 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 17.298,7 [N]$$

$$F_r = 17.298,73 \cdot \text{sen}20^\circ = 5.916,51 [N]$$

$$F_a = 17.298,73 \cdot \text{sen}18,73^\circ = 5.554,77 [N]$$

Marcha corta máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m] \cdot 2,176 \cdot 1,88}{0,1085 [m]} \approx 5.515,73 [N]$$

$$F = \frac{5.515,73 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 6.246,43 [N]$$

$$F_r = 6.106,26 \cdot \text{sen}20^\circ = 2.136,4 [N]$$

$$F_a = 6.106,26 \cdot \text{sen}18,73^\circ = 2.005,78 [N]$$

Marcha larga máximo par

$$F_t = \frac{403,36 [N \cdot m] \cdot 0,692 \cdot 1,88}{0,1085 [m]} \approx 4.857,72 [N]$$

$$F = \frac{4.857,72 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 5.501,25 [N]$$

$$F_r = 5.501,25 \cdot \text{sen}20^\circ = 1.881,53 [N]$$

$$F_a = 5.501,25 \cdot \text{sen}18,73^\circ = 1.766,5 [N]$$

Marcha larga máxima velocidad

$$F_t = \frac{145,65 [N \cdot m] \cdot 0,692 \cdot 1,88}{0,1085 [m]} \approx 1.754,08 [N]$$

$$F = \frac{1.754,08 [N]}{\cos 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 1.986,45 [N]$$

$$F_r = 1.986,45 \cdot \text{sen}20^\circ = 679,4 [N]$$

$$F_a = 1.986,45 \cdot \text{sen}18,73^\circ = 637,86 [N]$$

3.3.3 Representación de las fuerzas

Las fuerzas en los engranajes (1) y (3) motrices, y (2) y (4) impulsados serán como se muestran a continuación. Las fuerzas radiales son siempre en dirección al eje.

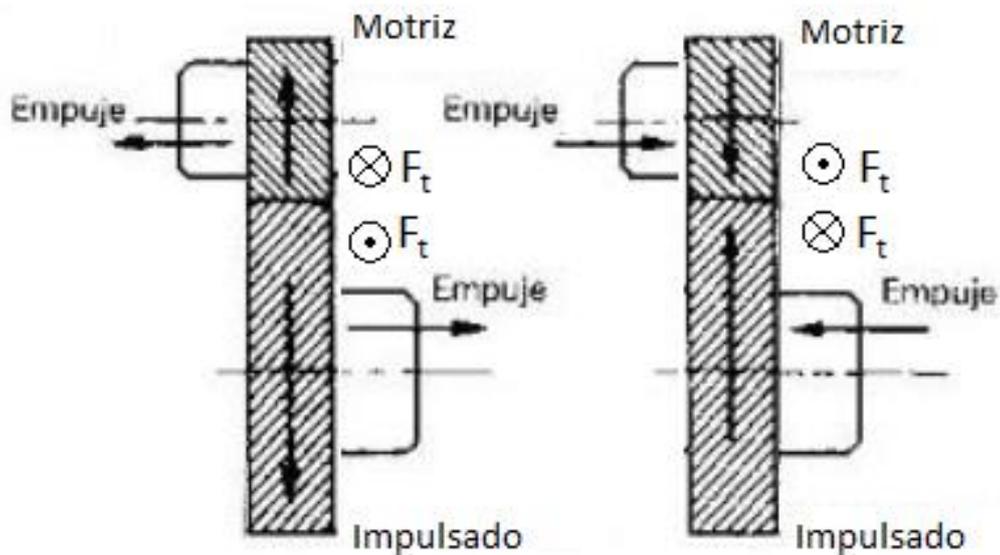


Figura 3.8. Fuerzas en el eje primario e intermedio

Las fuerzas en los engranajes (2) y (5) tienen sentidos diferentes a las anteriores, ya que cambia el ángulo de las hélices.

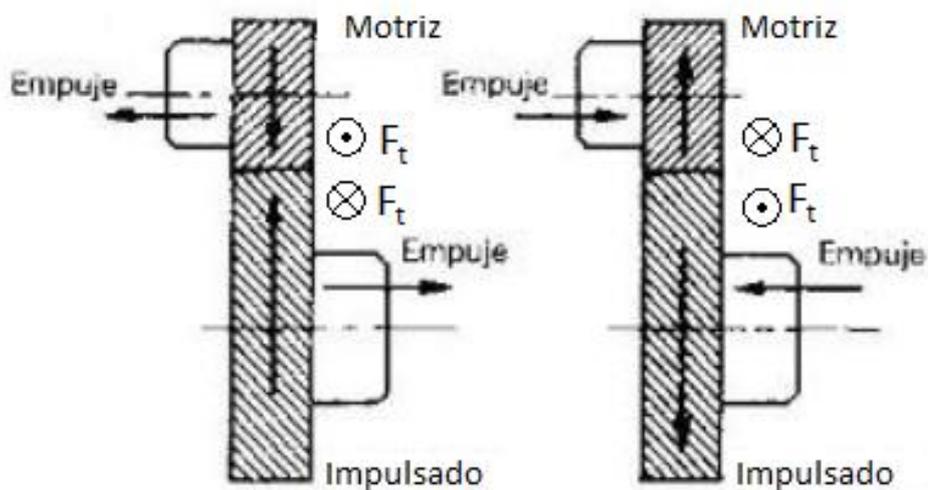


Figura 3.9 Fuerzas en el eje intermedio y secundario

- **Marcha corta hacia delante**

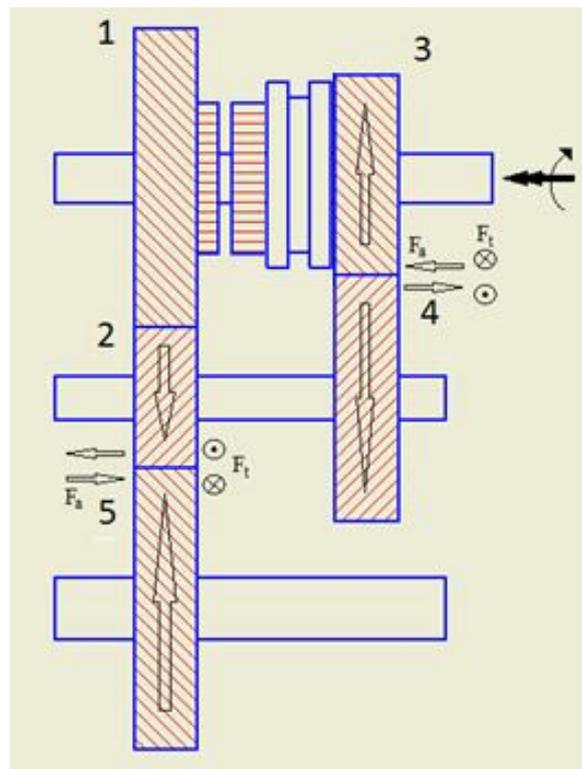


Figura 3.10. Representación de fuerzas marcha corta hacia delante

- **Marcha larga hacia delante**

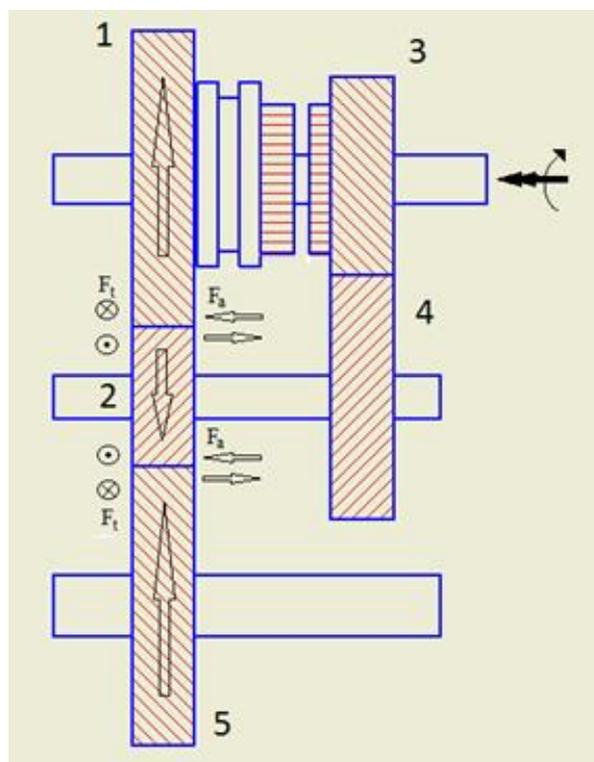


Figura 3.11. Representación de fuerzas marcha larga hacia delante

- **Marcha corta hacia atrás**

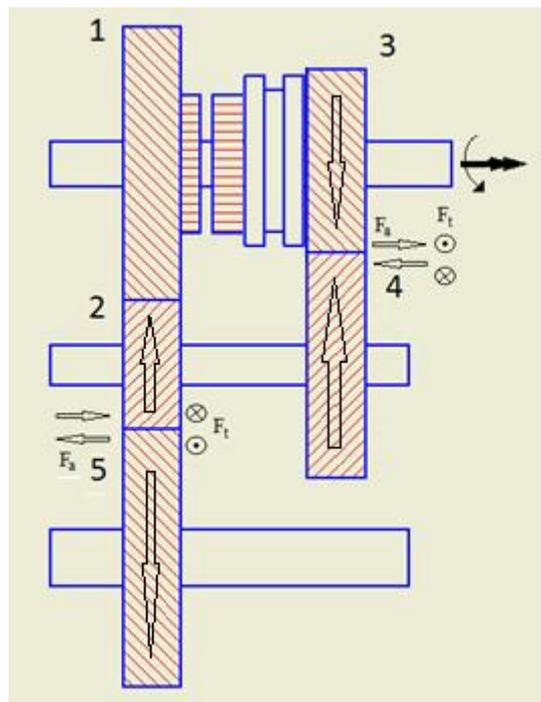


Figura 3.12 Representación de fuerzas marcha corta hacia atrás

3.4 Dimensionado de los ejes

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.6).

Para poder dimensionar los ejes se han de conocer las tensiones, y para ello las fuerzas interiores en los mismos, luego se han de calcular. En este caso se utilizará un software 2D, y ya que los ejes se calculan en tres dimensiones, se han de realizar dos cálculos y superponer los resultados.

Una vez conocidas las fuerzas y momentos, se calcula el diámetro mínimo en la sección más crítica mediante el código ASME.

La carga axial que se genera depende del sentido de giro del eje, y puesto que va a girar en ambos sentidos, será de igual valor pero sentido opuesto.

La carga radial ataca siempre al eje independientemente del sentido de giro, pero la tangencial varía cambiando de sentido, pero como los módulos de los momentos son los mismos, no influye a la hora de calcular el eje mediante el código ASME.

3.4.1 Sentido de la marcha hacia delante

3.4.1.1 Eje primario

La longitud del eje se ha predimensionado teniendo en cuenta el ancho de los engranajes, un ancho estimado de rodamientos, anillos de retención, separaciones, etc...

Con estos datos se partirá para el cálculo de los ejes, pudiendo variar en muy pequeña medida los valores de longitud.

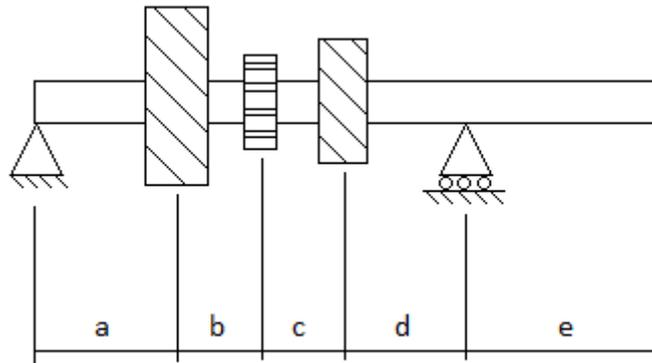


Figura 3.13. Medidas aproximadas del eje primario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 60 \text{ [mm]}$$

$$c = 55 \text{ [mm]}$$

$$d = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$e = 58,5 \text{ [mm]}$$

En el eje primario la fuerza tangencial, axial y radial se transmiten directamente desde el engranaje, pero el par se transmite mediante el sincronizador. Por ello a la hora de calcular el diámetro del eje, en el engranaje (1) no se ha de tener en cuenta el par torsor, ya que es cero, en el engranaje (3) si se ha de tener en cuenta, ya que el punto crítico se encuentra antes del sincronizador.

- **Marcha corta (máx. par)**

$$R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

$$F_t = -9.123,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = 3.454,59 \text{ [N]}$$

$$F_a = -3.253,38 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_3 = -143.831,92 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 3.253,38 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -1.478,17 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = 2.177,25 \text{ [N]}$$

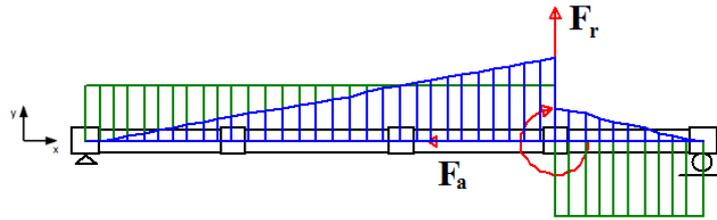
$$R_{BY} = -1.976,42 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 6.946,48 \text{ [N]}$$

Momento flector en eje z

$$M_{fz \text{ eng.1}} = -77.604,04 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -77,6 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

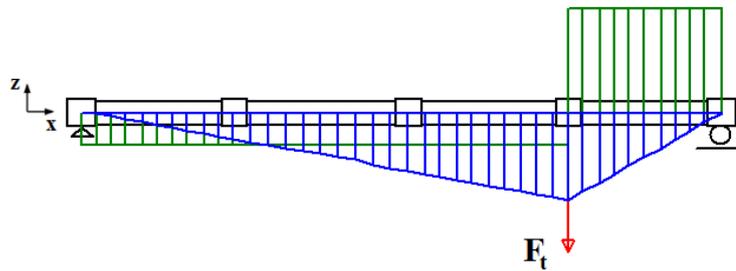
$$M_{fz \text{ eng.3}} = -247.593,85 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -247,593 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy \text{ eng.1}} = 114.305,8 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 114,3 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$M_{fy \text{ eng.3}} = 364.690 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 364,69 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha corta (máx. velocidad)**

$$R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

$$F_t = -3.294,5 \text{ [N]}$$

$$F_r = 1.247,42 \text{ [N]}$$

$$F_a = -1.174,77 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_3 = -51.936,58 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{Ax} = 1.174,77 \text{ [N]}$$

$$R_{Ay} = -533,65 \text{ [N]}$$

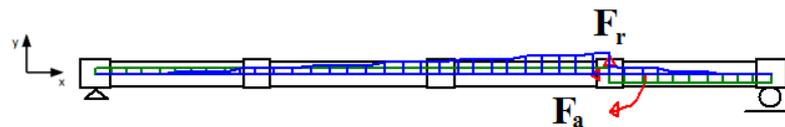
$$R_{Az} = 786,19 \text{ [N]}$$

$$R_{By} = -713,34 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 2.508,31 \text{ [N]}$$

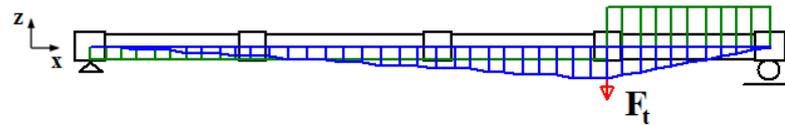
Momento flector en eje z

$$M_{fz} = -89.386,75 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -89,386 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy} = 131.686,4 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 131,68 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha larga (máx. par)**

$$R_1 = 83 \text{ [mm]}$$

$$F_t = -4.859,76 \text{ [N]}$$

$$F_r = 1.882,32 \text{ [N]}$$

$$F_a = -1.767,23 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_1 = -146.680 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 1.767,23 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -2.099,86 \text{ [N]}$$

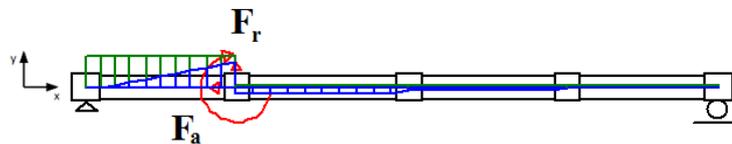
$$R_{AZ} = 1.337,78 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 217,53 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 419,3 \text{ [N]}$$

Momento flector en eje z

$$M_{fz} = -110.242,5 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -110,242 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy} = 70.233,28 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 70,233 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha larga (máx. velocidad)**

$$R_1 = 83 \text{ [mm]}$$

$$F_t = -1.754,08 \text{ [N]}$$

$$F_r = 679,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = -637,86 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_1 = -52.942,38 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{Ax} = 637,86 \text{ [N]}$$

$$R_{Ay} = -757,9 \text{ [N]}$$

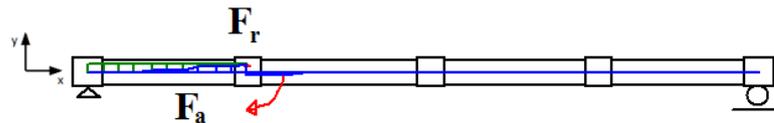
$$R_{Az} = 1.335,49 \text{ [N]}$$

$$R_{By} = 78,51 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 418,58 \text{ [N]}$$

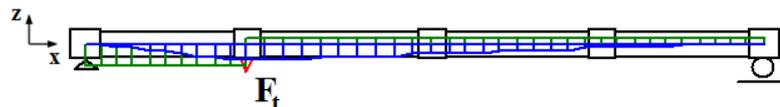
Momento flector en eje z

$$M_{fz} = -39.790,67 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -39,79 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy} = 70.113,36 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 70,11 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Cálculo del diámetro mínimo

La situación más crítica donde los momentos son mayores es cuando la marcha corta está conectada.

Diámetro en la sección del engranaje (1)

Se calcula en la situación de marcha larga, puesto que a pesar de ser los momentos flectores inferiores que en la corta, en esta situación hay momento torsor.

$$D_e = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{yp}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\sigma_{yp} = 413 \text{ [MPa]} = 413 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

$$C_m = 2,5$$

$$C_t = 2$$

$$M = \sqrt{M_{fz}^2 + M_{fy}^2} = \sqrt{110,242^2 + 70,233^2} = 130,71 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T = 403,36 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$D_e = 0,0277 \text{ [m]} = 27,7 \text{ [mm]}$$

Diámetro en la sección del engranaje (3)

Los mayores momentos flectores y torsor se dan cuando se conecta la marcha corta.

$$D_e = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{yp}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\sigma_{yp} = 413 \text{ [MPa]} = 413 \cdot 10^6 \text{ [N/m]}$$

$$C_m = 2,5$$

$$C_t = 2$$

$$M = \sqrt{M_{fz}^2 + M_{fy}^2} = \sqrt{247,593^2 + 364,69^2} = 561,99 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T = 403,36 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$D_e = 0,034 \text{ [m]} = 34 \text{ [mm]}$$

3.4.1.2 Eje intermediario

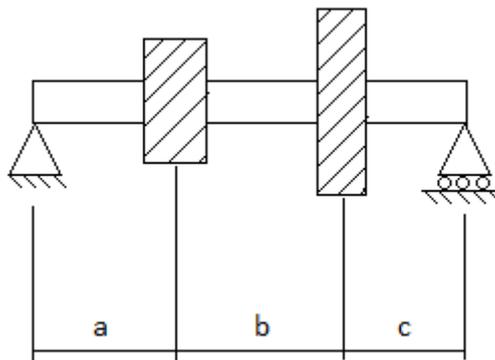


Figura 3.14. Medidas aproximadas del eje intermediario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 115 \text{ [mm]}$$

$$c = 47,5 \text{ [mm]}$$

En el eje intermediario la fuerza se transmite de los engranajes al eje directamente, ya que estos están fijados mediante un estriado.

- **Marcha corta (máx. par)**

Fuerzas motrices (del eje primario) Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_4 = 96,22 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = 9.121,92 \text{ [N]}$$

$$F_t = 15.275,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = -3.453,9 \text{ [N]}$$

$$F_r = 5.916,51 \text{ [N]}$$

$$F_a = 3.252,74 \text{ [N]}$$

$$F_a = -5.554,77 \text{ [N]}$$

$$M_{Fa} = F_a \cdot R_4 = -312.978,64 \text{ [N} \cdot \text{mm]} \quad M_{Fa} = F_a \cdot R_2 = -319.177 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 2.302,03 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -6.648,97 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 4.186,36 \text{ [N]}$$

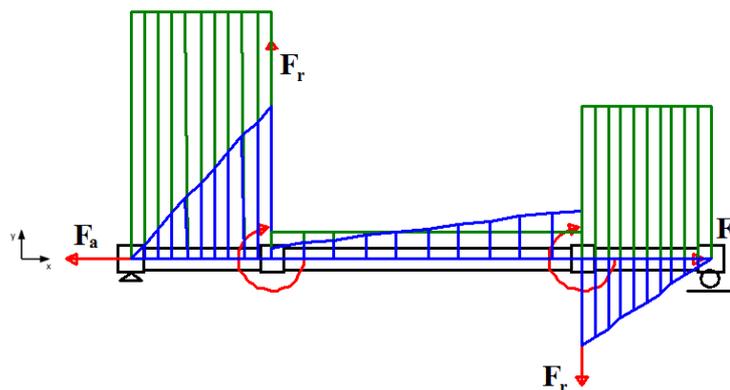
$$R_{AZ} = -13.560,5 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -10.836,6 \text{ [N]}$$

Momento flector en eje z

$$M_{fz2} = -349.070,84 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -349,07 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

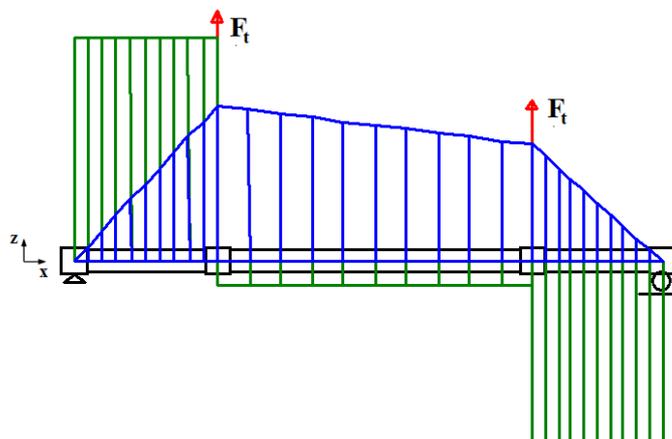
$$M_{fz4} = 198.852 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 198,852 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy2} = -711.925,95 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -711,925 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$M_{fy4} = -514.738,28 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -514,738 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha corta (máx. velocidad)**

Fuerzas motrices (del eje primario) Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_4 = 96,22 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = 3.293,85 \text{ [N]}$$

$$F_t = 5.515,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = -1.247,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2.136,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = 1.174,53 \text{ [N]}$$

$$F_a = -2.005,78 \text{ [N]}$$

$$M_{Fa} = F_a \cdot R_4 = -113.013,27 \text{ [N} \cdot \text{mm]} \quad M_{Fa} = F_a \cdot R_2 = -115.252,11 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 831,25 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -2.400,88 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 1.511,65 \text{ [N]}$$

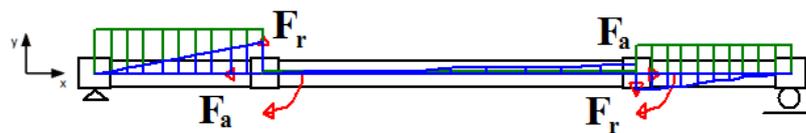
$$R_{AZ} = -4.896,58 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -3.913 \text{ [N]}$$

Momento flector en eje z

$$M_{fz2} = -126.046,34 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 126,046 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

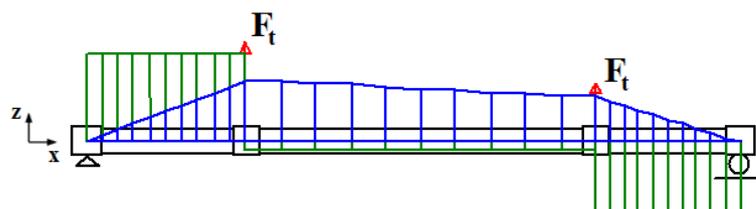
$$M_{fz4} = 71.803,512 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 71,803 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Momento flector en eje y

$$M_{fy2} = -257.070,279 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -257,07 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$M_{fy4} = -185.867,65 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -185,867 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha larga (máx. par)**

Fuerzas motrices (del eje primario) Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = 4.857,72 \text{ [N]}$$

$$F_t = 4.857,72 \text{ [N]}$$

$$F_r = -1.839,31 \text{ [N]}$$

$$F_r = 1.839,31 \text{ [N]}$$

$$F_a = 1.726,85 \text{ [N]}$$

$$F_a = -1.726,85 \text{ [N]}$$

Puesto que las fuerzas radiales y axiales se anulan, sólo se va estudiar el plano XZ.

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 0 \text{ [N]}$$

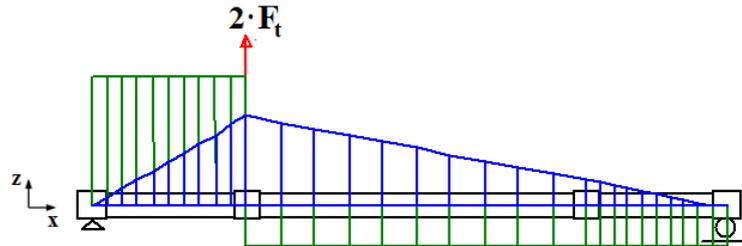
$$R_{AZ} = -7.342,73 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -2.372,27 \text{ [N]}$$

Momento flector eje y

$$M_{fz2} = -385.493,45 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -385,493 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha larga (máx. velocidad)**

Fuerzas motrices (del eje primario)

Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = 1.754,08 \text{ [N]}$$

$$F_t = 1.754,08 \text{ [N]}$$

$$F_r = -679,4 \text{ [N]}$$

$$F_r = 679,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = 637,86 \text{ [N]}$$

$$F_a = -637,86 \text{ [N]}$$

Puesto que las fuerzas radiales y axiales se anulan, sólo se va estudiar el plano XZ.

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 0 \text{ [N]}$$

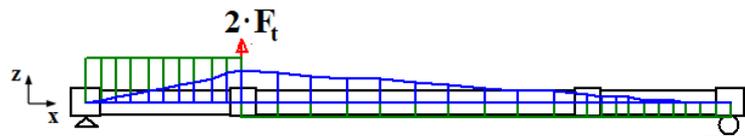
$$R_{AZ} = -2.651,52 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -856,64 \text{ [N]}$$

Momento flector eje y

$$M_{fz2} = -139.204,6 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = -139,204 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Cálculo del diámetro mínimo en la sección del engranaje (2)

$$D_e = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{yp}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\sigma_{yp} = 413 \text{ [MPa]} = 413 \cdot 10^6 \text{ [N/m]}$$

$$C_m = 2,5$$

$$C_t = 2$$

$$M = \sqrt{M_{fz}^2 + M_{fy}^2} = \sqrt{349,07^2 + 711,925^2} = 792,89 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T = 403,36 \cdot 2,176 = 877,71 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$D_e = 0,0402 \text{ [m]} = 40,2 \text{ [mm]}$$

3.4.1.3 Eje secundario

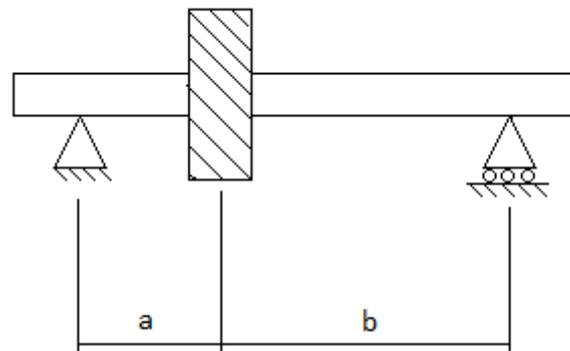


Figura 3.15. Medidas aproximadas del eje secundario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 162,5 \text{ [mm]}$$

En el eje secundario la fuerza se transmite del engranaje al eje directamente, ya que este está fijado mediante un estriado. Se van a estudiar las cuatro situaciones a las que está sometido el eje.

- **Marcha corta (máx. par)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = -15.275,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = -5.916,51 \text{ [N]}$$

$$F_a = 5.554,77 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = -563.862,82 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -5.554,77 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 1.559,29 \text{ [N]}$$

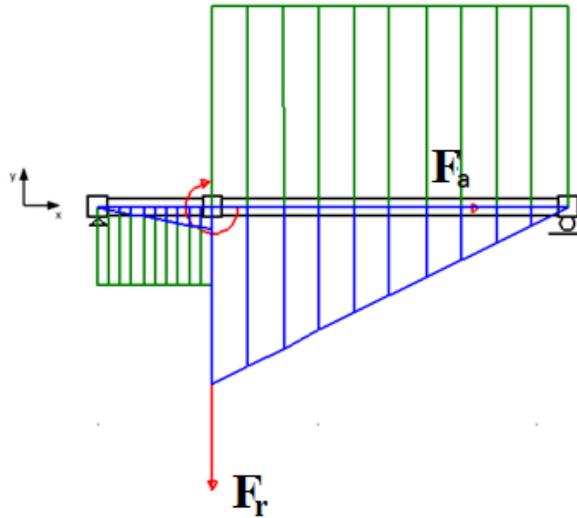
$$R_{AZ} = 11.545,1 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 3.973,69 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 3.729,94 \text{ [N]}$$

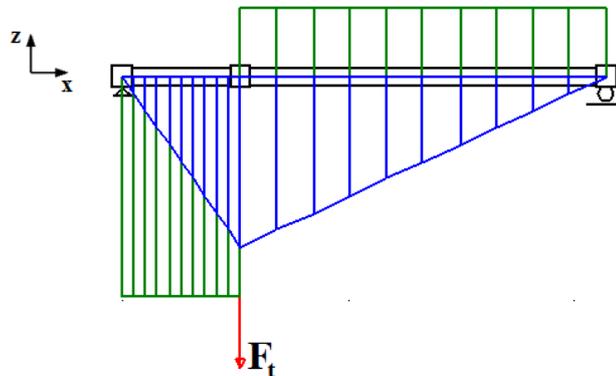
Plano XY

$$M_{fz} = 645.725,31 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 645,725 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Plano XZ

$$M_{fy} = 606.115,55 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 606,115 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha corta (máx. velocidad)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = -5.515,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = -2.136,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = 2.005,78 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = -212,83 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -2.005,78 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 1.577,5 \text{ [N]}$$

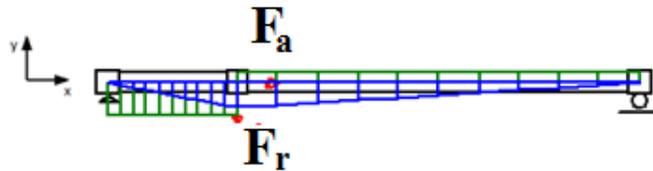
$$R_{BY} = 510,96 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = 4.168,87 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 1.346,86 \text{ [N]}$$

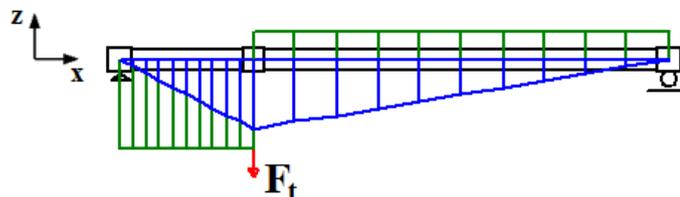
Plano XY

$$M_{fz} = 83.031,43 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 83,03 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Plano XZ

$$M_{fy} = 218.865,44 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 218,86 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



- **Marcha larga (máx. par)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = -4.857,72 \text{ [N]}$$

$$F_r = -1.881,53 \text{ [N]}$$

$$F_a = 1.766,5 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = -187,43 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -1766,5 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 1.389,3 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 450 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = 3.670,99 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 1.186,01 \text{ [N]}$$

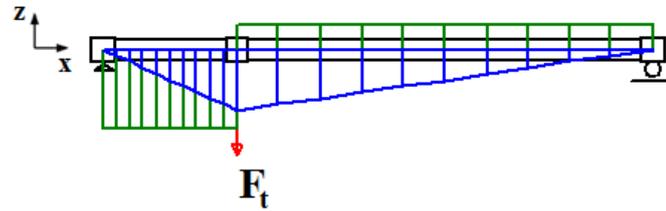
Plano XY

$$M_{fz} = 73.125,91 \text{ [N} \cdot \text{mm]} = 73,125 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$



Plano XZ

$$M_{fy} = 192.726,89 [N \cdot mm] = 192,726 [N \cdot m]$$



- **Marcha larga (máx. velocidad)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = -1.754,08 [N]$$

$$F_r = -679,4 [N]$$

$$F_a = 637,86 [N]$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = -67,68 [N \cdot mm]$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -637,86 [N]$$

$$R_{AY} = 501,65 [N]$$

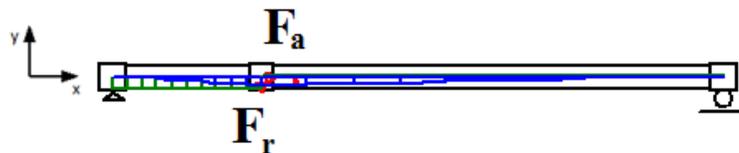
$$R_{AZ} = 1.325,76 [N]$$

$$R_{BY} = 162,49 [N]$$

$$R_{Bz} = 428,32 [N]$$

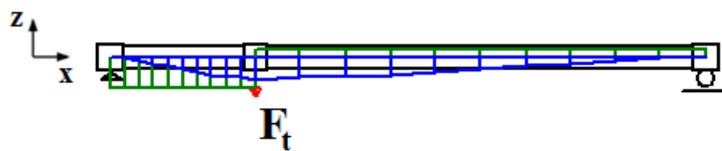
Plano XY

$$M_{fz} = 26.404,78 [N \cdot mm] = 26,4 [N \cdot m]$$



Plano XZ

$$M_{fy} = 69.602,3 [N \cdot mm] = 69,6 [N \cdot m]$$



Cálculo del diámetro mínimo

$$D_e = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{yp}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\sigma_{yp} = 413 \text{ [MPa]} = 413 \cdot 10^6 \text{ [N/m]}$$

$$C_m = 2,5$$

$$C_t = 2$$

$$M = \sqrt{M_{fz}^2 + M_{fy}^2} = \sqrt{645,725^2 + 606,115^2} = 885,62 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T = 403,36 \cdot 2,176 \cdot 1,88 = 1.650,09 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$D_e = 0,0461 \text{ [m]} = 46,1 \text{ [mm]}$$

3.4.2 Sentido de la marcha hacia atrás

En este apartado sólo se van a calcular las reacciones en los apoyos, con el fin de tener datos para escoger los rodamientos. No se estudian los diagramas de momentos puesto que los valores críticos son los mismos en los mismos puntos, independientemente del sentido de la marcha.

3.4.2.1 Eje primario

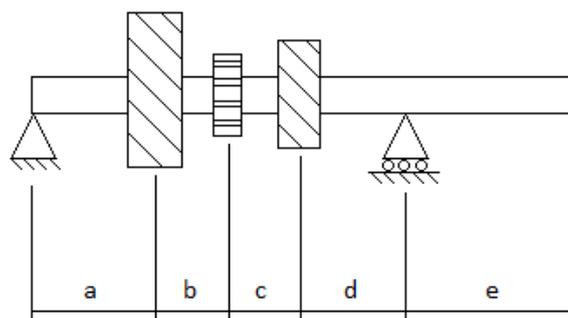


Figura 3.13. Medidas aproximadas del eje primario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 60 \text{ [mm]}$$

$$c = 55 \text{ [mm]}$$

$$d = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$e = 58,5 \text{ [mm]}$$

- **Marcha corta (máx. par)**

$$R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

$$F_t = 9.123,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = 3.454,59 \text{ [N]}$$

$$F_a = 3.253,38 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_3 = 143.831,92 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -3.253,38 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -170,6 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = -2.177,08 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = -3.283,98 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -6.945,92 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta (máx. velocidad)**

$$R_3 = 44,21 \text{ mm}$$

$$F_t = 3.294,5 \text{ [N]}$$

$$F_r = 1.247,42 \text{ [N]}$$

$$F_a = 1.174,77 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_3 = 51.936,58 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -1.174,77 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -61,6 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = -786,88 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 1.185,82 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -2.508,31 \text{ [N]}$$

3.4.2.2 Eje intermediario

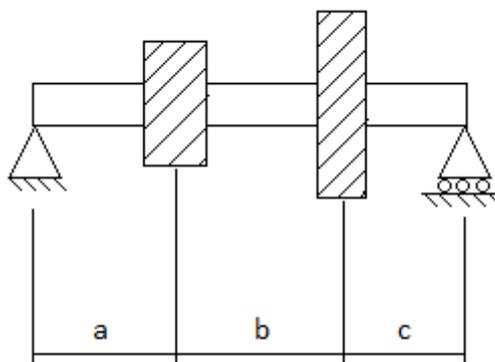


Figura 3.14. Medidas aproximadas del eje intermediario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 115 \text{ [mm]}$$

$$c = 47,5 \text{ [mm]}$$

- **Marcha corta (máx. par)**

Fuerzas motrices (del eje primario) Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_4 = 96,22 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = -9.121,92 \text{ [N]}$$

$$F_t = -15.275,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = -3.453,9 \text{ [N]}$$

$$F_r = 5.916,51 \text{ [N]}$$

$$F_a = -3.252,74 \text{ [N]}$$

$$F_a = 5.554,77 \text{ [N]}$$

$$M_{Fa} = F_a \cdot R_4 = 312.978,64 \text{ [N} \cdot \text{mm]} \quad M_{Fa} = F_a \cdot R_2 = 319.177 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -2.302,03 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -768,45 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = -1694,16 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = 13.560,5 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 10.836,6 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta (máx. velocidad)**

Fuerzas motrices (del eje primario) Fuerzas reactivas (del eje secundario)

$$R_4 = 96,22 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = 57,46 \text{ [mm]}$$

$$F_t = -3.293,85 \text{ [N]}$$

$$F_t = -5.515,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = -1.247,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2.136,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = -1.174,53 \text{ [N]}$$

$$F_a = 2.005,78 \text{ [N]}$$

$$M_{Fa} = F_a \cdot R_4 = 113.013,27 \text{ [N} \cdot \text{mm]} \quad M_{Fa} = F_a \cdot R_2 = 115.252,11 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = -831,25 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = -277,48 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = -611,74 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = 4.896,58 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = 3.913 \text{ [N]}$$

3.4.2.3 Eje secundario

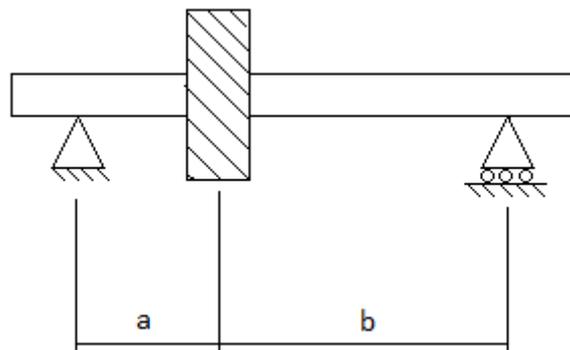


Figura 3.15. Medidas aproximadas del eje secundario

$$a = 52,5 \text{ [mm]} \quad b = 162,5 \text{ [mm]}$$

- **Marcha corta (máx. par)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = 15.275,17 \text{ [N]}$$

$$F_r = -5.916,51 \text{ [N]}$$

$$F_a = -5.554,77 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = 563.862,82 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 5.554,77 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 7.094,4 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = -11.545,1 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = -1.177,89 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -3.729,94 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta (máx. velocidad)**

$$R_5 = 108,546 \text{ mm}$$

$$F_t = 5.515,73 \text{ [N]}$$

$$F_r = -2.136,4 \text{ [N]}$$

$$F_a = -2.005,78 \text{ [N]}$$

$$M_{fz} = F_a \cdot R_5 = 212,83 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Reacciones en apoyos

$$R_{AX} = 2.005,78 \text{ [N]}$$

$$R_{AY} = 1.615,71 \text{ [N]}$$

$$R_{AZ} = -4.168,87 \text{ [N]}$$

$$R_{BY} = 520,68 \text{ [N]}$$

$$R_{Bz} = -1.346,86 \text{ [N]}$$

3.4.3 Comprobación en base a deflexiones

Las deflexiones y los ángulos girados se van a calcular mediante las fórmulas siguientes.

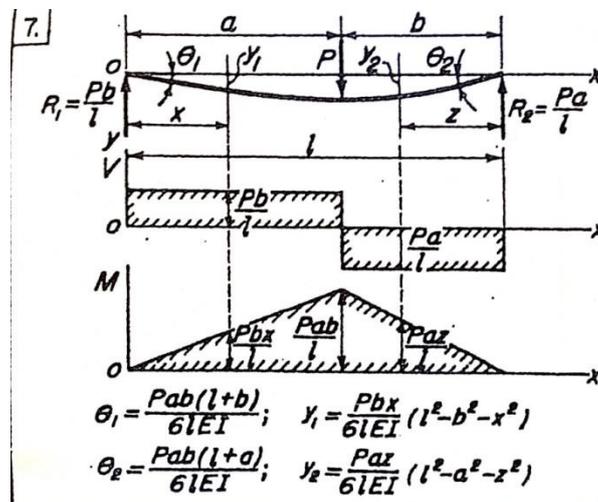


Figura 3.16 Cálculo de deflexiones y ángulos girados

Eje primario

Se toma el valor que tiene el eje a efectos de resistencia de materiales, en la sección donde va montado el engranaje (1) se acopla un casquillo, que sumado al diámetro del eje hace que sea 34 [mm].

$D_e = 34$ [mm] *Las mayores fuerzas se dan cuando se conecta la marcha corta.

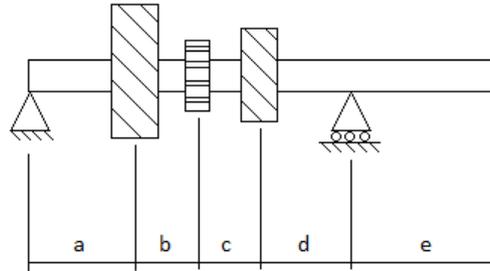


Figura 3.13. Medidas aproximadas del eje primario

$$\begin{aligned} a &= 52,5 \text{ [mm]} & d &= 52,5 \text{ [mm]} \\ b &= 60 \text{ [mm]} & e &= 58,5 \text{ [mm]} \\ c &= 55 \text{ [mm]} \end{aligned}$$

- **Flecha máxima (marcha corta máx. par)**

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \sqrt{3.454,59^2 + 9.123,73^2} = 9.755,85 \text{ [N]}$$

$$y = \frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} \cdot (l^2 - b^2 - x^2) = \frac{9.755,85 \cdot 52,5 \cdot 167,5}{6 \cdot 220 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 34^4} \cdot (220^2 - 52,5^2 - 167,5^2)$$

$$y = 5,18 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

- **Ángulo girado**

$$\theta_a = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{9.755,85 \cdot 167,5 \cdot 52,5 \cdot (220 + 52,5)}{6 \cdot 220 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 34^4}$$

$$\theta_a = 8,03 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta_b = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{9.755,85 \cdot 167,5 \cdot 52,5 \cdot (220 + 167,5)}{6 \cdot 225 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 34^4}$$

$$\theta_b = 1,14 \cdot 10^{-4} \text{ [rad]}$$

Eje intermediario

$$D_e = 40,2 \text{ [mm]}$$

Para realizar este cálculo se ha de aplicar el principio de superposición puesto que hay dos cargas. El resultado de la flecha será la suma vectorial de las componentes.

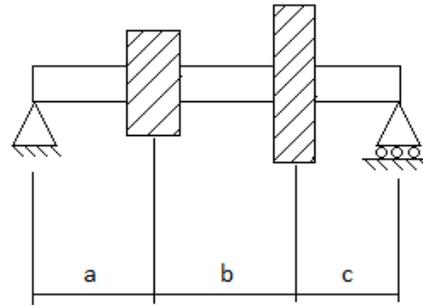


Figura 3.14 Medidas aproximadas del eje intermediario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 115 \text{ [mm]}$$

$$c = 47,5 \text{ [mm]}$$

- **Flecha máxima (marcha corta máx. par)**

Cargas en engranaje (2)

$$F_1 = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \sqrt{5.916,51^2 + 15.275,17^2} = 16.380,96 \text{ [N]}$$

$$y_1 = \frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} \cdot (l^2 - b^2 - x^2) = \frac{16.380,96 \cdot (115 + 47,5) \cdot 52,5}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi 40,2^4} \cdot (215^2 - 162,5^2 - 52,5^2)$$

$$y_1 = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

$$\alpha_1 = \arctg(5916,51/15.275,17) = 21,17^\circ$$

Cargas en engranaje (4)

$$F_2 = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \sqrt{3.453,9^2 + 9.121,92^2} = 9.753,91 \text{ [N]}$$

$$y_2 = \frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} \cdot (l^2 - b^2 - x^2) = \frac{9.753,91 \cdot 47,5 \cdot 52,5}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi 40,2^4} \cdot (215^2 - 47,5^2 - 52,5^2)$$

$$y_2 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

$$\alpha_2 = \arctg(-3.453,9/9.121,92) = -20,73^\circ$$

Una vez calculadas las deflexiones debidas a cada carga y su ángulo con la horizontal, se realiza una suma vectorial.

$$y_{eje y} = 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}(21,17^\circ) + 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}(-20,73^\circ) = 9,12 \cdot 10^{-4} \text{ [mm]}$$

$$y_{eje z} = 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot \text{cos}(21,17^\circ) + 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{cos}(-20,73^\circ) = 5,68 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

$$y_{total} = \sqrt{(5,68 \cdot 10^{-3})^2 + (9,12 \cdot 10^{-4})^2} = 5,75 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

- **Ángulo girado**

$$\theta_a = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{16.380,96 \cdot 52,5 \cdot 162,5 \cdot (215 + 162,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 40,2^4}$$

$$\theta_a = 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta_b = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{16.380,96 \cdot 52,5 \cdot 162,5 \cdot (215 + 52,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 40,2^4}$$

$$\theta_b = 6,72 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta'_a = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{9.753,91 \cdot 167,5 \cdot 47,5 \cdot (215 + 47,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 40,2^4}$$

$$\theta'_a = 3,66 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta'_b = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{9.753,91 \cdot 167,5 \cdot 47,5 \cdot (215 + 167,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 40,2^4}$$

$$\theta'_b = 5,34 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta_a = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ [rad]}$$

$$\theta_a = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ [rad]}$$

Eje secundario

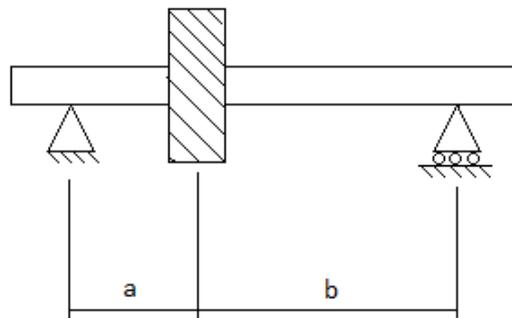


Figura 3.15. Medidas aproximadas del eje secundario

$$a = 52,5 \text{ [mm]}$$

$$b = 162,5 \text{ [mm]}$$

- **Flecha máxima (marcha corta máx. par)**

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \sqrt{5.532,98^2 + 15.275,17^2} = 16.246,37 \text{ [N]}$$

$$y = \frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} \cdot (l^2 - b^2 - x^2) = \frac{16.246,37 \cdot 162,5 \cdot 52,5}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 46,1^4} \cdot (215^2 - 162,5^2 - 52,5^2)$$

$$y = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ [mm]}$$

- **Ángulo girado**

$$\theta_a = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{16.246,37 \cdot 52,5 \cdot 162,5 \cdot (215 + 162,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 46,1^4}$$

$$\theta_a = 5,44 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

$$\theta_b = \frac{P \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot l \cdot E \cdot I} = \frac{16.246,37 \cdot 52,5 \cdot 162,5 \cdot (215 + 52,5)}{6 \cdot 215 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1/4 \cdot \pi \cdot 46,1^4}$$

$$\theta_b = 3,85 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

3.4.4 Comprobación en base a vibraciones

Realizando unos primeros cálculos con los valores de deflexión calculados anteriormente se observa que la velocidad crítica es mucho mayor que la de trabajo, luego no se va a estudiar más a fondo.

- **Eje primario**

$$\omega_{critica} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot (1300 \cdot 5,18 \cdot 10^{-6})}{1300 \cdot (5,18 \cdot 10^{-6})^2}} = 1.376 \text{ [rad / s]} = 13.139,83 \text{ [rpm]}$$

- **Eje intermedio**

$$\omega_{critica} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot (600 \cdot 5,75 \cdot 10^{-6})}{600 \cdot (5,75 \cdot 10^{-6})^2}} = 1.306 \text{ [rad / s]} = 12.473,02 \text{ [rpm]}$$

- **Eje secundario**

$$\omega_{critica} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot (317 \cdot 2,8 \cdot 10^{-6})}{317 \cdot (2,8 \cdot 10^{-6})^2}} = 1871,78 \text{ [rad / s]} = 17.874,21 \text{ [rpm]}$$

3.4.5 Estriado del eje

Los estriados de los ejes para los acoplamientos de los engranajes y el sincronizador van a seguir la norma DIN 5472, constando de 6 estrías y aproximando el diámetro interior al diámetro del eje en los engranajes, y el exterior en el sincronizador. No se realizan los cálculos a resistencia porque se estima que cumplen ampliamente las sollicitaciones de par.

Ejes con seis nervios. Extracto de la DIN 5472

Medidas nom. $d_1 \times D_1 \times b_1$			Eje									Cubo	
1	2	3	d_2	e	f	g	h	r_2	m	n	D_2	r_2	
21	25	5	19,5	1,98	1,95	0,3	9,7	0,6	4,7	1,7	25	0,2	
23	28	6	21,3	2,3	1,34	0,3	11,0	0,6	5,64	2,13	28	0,2	
26	32	6	23,4	2,94	1,65	0,4	11,8	0,6	5,64	2,55	32	0,3	
28	34	8	25,9	2,94	1,70	0,4	12,9	0,6	6,58	2,55	34	0,3	
32	38	8	29,9	2,92	2,83	0,5	14,8	0,6	7,52	2,55	38	0,4	
36	42	8	33,7	2,92	4,95	0,5	16,5	0,6	7,52	2,55	42	0,4	
42	48	10	39,94	2,94	6,02	0,5	19,3	1,0	9,40	2,55	48	0,4	
46	52	12	44,16	3,08	5,81	0,5	21,1	1,0	11,28	2,55	52	0,4	
52	60	14	49,5	3,56	5,89	0,5	23,9	1,0	13,16	3,4	60	0,4	
58	65	14	55,74	3,98	8,29	0,5	26,7	1,0	13,16	2,98	65	0,4	
62	70	16	59,5	4,13	8,03	0,5	28,6	1,0	15,04	3,4	70	0,4	
68	78	16	64,4	4,86	9,73	0,5	31,4	1,0	15,04	4,25	78	0,4	
72	82	16	68,3	4,45	12,67	0,5	33,4	1,6	15,04	4,25	82	0,4	
78	90	16	73	5,83	13,07	0,5	36,2	1,6	15,04	5,1	90	0,4	
82	95	16	76,6	6,44	13,96	0,5	38	1,6	15,04	5,53	95	0,4	
88	100	16	82,9	6,07	17,84	0,5	41,3	1,6	15,04	5,1	100	0,4	
92	105	20	87,1	6,02	15,96	0,6	43,1	1,6	18,8	5,53	105	0,5	
98	110	20	93,4	5,97	19,22	0,6	46,4	2,0	18,8	5,1	110	0,5	
105	120	20	98,8	7,8	19,25	0,6	49,2	2,0	18,8	6,38	120	0,5	
115	130	20	108,4	7,68	24,75	0,6	54,2	2,5	18,8	6,38	130	0,5	
130	145	24	123,9	7,37	29,2	0,6	61,8	2,5	22,56	6,38	145	0,5	

Figura 3.17 Ejes con seis nervios Norma DIN 5472

Eje primario

$D_e = 35 [mm]$

$D_1 = 34 [mm]$

Medidas nom. $d_1 \times D_1 \times b_1$			Eje									Cubo	
1	2	3	d_2	e	f	g	h	r_2	m	n	D_2	r_2	
28	34	8	25,9	2,94	1,70	0,4	12,9	0,6	6,58	2,55	34	0,3	

Figura 3.18 Estriado eje primario

Eje intermediario

$D_e = 40,2 [mm]$

$d_1 = 42 [mm]$

Medidas nom. $d_1 \times D_1 \times b_1$			Eje									Cubo	
1	2	3	d_2	e	f	g	h	r_2	m	n	D_2	r_2	
42	48	10	39,94	2,94	6,02	0,5	19,3	1,0	9,40	2,55	48	0,4	

Figura 3.19 Estriado eje intermediario

Eje secundario

$D_e = 46,1 [mm]$

$d_1 = 46 [mm]$

Medidas nom. $d_1 \times D_1 \times b_1$			Eje									Cubo	
1	2	3	d_2	e	f	g	h	r_2	m	n	D_2	r_2	
36	42	8	33,7	2,92	4,95	0,5	16,5	0,6	7,52	2,55	42	0,4	
46	52	12	44,16	3,08	5,81	0,5	21,1	1,0	11,28	2,55	52	0,4	

Figura 3.20 Estriado eje secundario

3.5 Dimensionado del sincronizador

Puesto que los dientes del engranaje que se acoplan con el sincronizador han de estar situados por debajo de la circunferencia base del engranaje con menores dimensiones.

$$R_{\max} = R \cdot \cos \alpha = 44,21 \text{ [mm]} \cdot \cos 20^\circ = 41,54 \text{ [mm]}$$

Puesto que los dientes del sincronizador en el engranaje han de estar alejados también del eje, un diámetro de 70 [mm] se estima conveniente dadas las dimensiones de la circunferencia base y del diámetro del eje primario.

La longitud activa de las estrías se impone a 6 [mm] ya que no se quiere tener un engranaje muy voluminoso. La longitud total es 10 [mm], ya que 3 [mm] son del estrechamiento que permite el acoplamiento, y 1 [mm] es el huelgo que existe entre el sincronizador y el engranaje. La zona del estrechamiento no trabaja, por ello queda fuera de la zona activa.

La altura de las estrías se toma como 5 [mm] y el número de estrías se fija en 20. Una vez con estos datos, se obtiene la anchura de las estrías.

$$N \cdot 2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{a}$$

$$a = 4,71 \text{ [mm]}$$

Con estos valores se ha de comprobar que no hay fallo por aplastamiento o por cortadura.

- Fallo a cortadura

En este apartado se calcula la fuerza necesaria en cada estría para que se produzca el fallo por cortadura. El área de cortadura es la superficie de unión entre la estría y el eje.

$$\tau_{cort}^{\max} = 0,5 \cdot \sigma_{adm} = 0,5 \cdot 3000 \text{ [kg/cm}^2] \cdot \frac{9,81 \text{ [N]}}{1 \text{ [kg]}} \cdot \frac{\text{[cm}^2]}{100 \text{ [mm}^2]}$$

$$\tau_{cort}^{\max} = 147,15 \text{ [N/mm}^2] = 147,15 \text{ [MPa]}$$

$$\tau_{cort}^{\max} = \frac{F/N}{A_{cort}} \rightarrow F = \tau_{cort}^{\max} \cdot A_{cort} \cdot N = 147,15 \text{ [MPa]} \cdot (4,71 \cdot 6) \text{ [mm}^2] \cdot 20$$

$$F = 83.169,18 \text{ [N]}$$

- Fallo por aplastamiento

En este apartado se calcula la fuerza necesaria en cada estría para que se produzca el fallo por aplastamiento. El área de aplastamiento es el flanco de la estría, donde se da el contacto entre estría y sincronizador.

$$\sigma_{aplast}^{\max} = 3000 [kg/cm^2] \cdot \frac{9,81 [N]}{1 [kg]} \cdot \frac{[cm^2]}{100[mm^2]} = 294,3 [MPa]$$

$$\sigma_{aplast}^{\max} = \frac{F/N}{A_{aplast}} \rightarrow F = \sigma_{aplast}^{\max} \cdot A_{aplast} \cdot N = 294,3 [MPa] \cdot (4,71 \cdot 6)[mm^2] \cdot 20$$

$$F = 206.010 [N]$$

Una vez obtenidas las fuerzas máximas admisibles, se ha de comprobar que las fuerzas reales son menores, para que no se produzca fallo.

$$F_{\max} = 83.169,18 [N]$$

$$F = \frac{T}{r \cdot N} = \frac{403,36 [N \cdot m]}{(0,035 - 0,0055/2)[m] \cdot 20} = 625,36 [N]$$

$$F \ll F_{\max}$$

Puesto que la fuerza máxima es mucho mayor que la real, se puede decir que el estriado aguanta. En este caso queda sobredimensionado, pero su función principal es que haya un buen acoplamiento del sincronizador con el engranaje.

3.6 Rodamientos

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.7).

Los rodamientos se seleccionan en base a las fuerzas que han de soportar y las velocidades de trabajo, en este caso los que soportan los ejes en los apoyos van a ser rodamientos cónicos, ya que han de soportar la carga axial que los engranajes generan.

En los cálculos se ha fijado un apoyo y otro se ha considerado deslizante en el eje de abscisas, luego la reacción en ese eje recae íntegramente en el eje fijo. Esto es virtual ya que los rodamientos de conos solo soportan fuerza axial en una dirección, así que en el caso de que la fuerza axial resulte positiva, se traslada al eje contrario.

Los rodamientos que montan los engranajes del eje primario serán de agujas, ya que la mayor restricción en ese caso es la de un espacio reducido. Puesto que los rodamientos de agujas no soportan las cargas axiales, se va a combinar con rodamientos de agujas axiales, de modo que sean estos los que transmitan las cargas axiales.

La duración de los rodamientos va a ser de 20.000 horas, ya que es la que se ha dado a los engranajes, pero esas horas no las cumple con la misma carga, luego se ha de estimar la duración teniendo en cuenta el daño que genera cada carga.

3.6.1 Vida de los rodamientos

Se estima que la máquina a lo largo de su vida va a trabajar 20.000 horas repartidas entre las siguientes situaciones.

Situación	Porcentaje de horas	Velocidad [rpm]	Número de vueltas (L_i)
Marcha corta máx. par	15 %	1.300	$234 \cdot 10^6$
Marcha corta máx. vel.	30 %	3.600	$1296 \cdot 10^6$
Marcha larga máx. par	10 %	1.300	$156 \cdot 10^6$
Marcha larga máx. vel.	20 %	3.600	$864 \cdot 10^6$
Marcha corta máx. par (M.A.)	10 %	1.300	$156 \cdot 10^6$
Marcha corta máx. vel. (M.A.)	15 %	3.600	$648 \cdot 10^6$

Tabla 3.9 Situaciones de carga en rodamientos

La velocidad de giro se ha de tener en cuenta para saber el porcentaje de daño que provoca cada situación.

$$L_i \text{ [rev]} = \text{tiempo func. [min]} \cdot n \text{ [rpm]}$$

3.6.2 Fuerzas en rodamientos

Rodamiento izquierdo eje primario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 2.631,61 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = -3.253,38 \text{ [N]}$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 950,19 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = -1.174,77 \text{ [N]}$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 2.489,79 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = -1.767,23 \text{ [N]}$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 1.535,56 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = -637,86 \text{ [N]}$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 2.183,75 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 879,04 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$

Rodamiento derecho eje primario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 7.222,175 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 2.607,77 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 472,36 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 425,87 \text{ [N]}$	$R_{Axial} = 0 \text{ [N]}$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 7.683,11 [N]$	$R_{Axial} = 3.253,38 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 2.774,48 [N]$	$R_{Axial} = 1.174,77 [N]$

Rodamiento izquierdo eje intermediario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 15.102,84 [N]$	$R_{Axial} = -2.302,03 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 5.453,5 [N]$	$R_{Axial} = -831,25 [N]$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 7.342,73 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 2.651,52 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 13.582,25 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 4.904,43 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$

Rodamiento derecho eje intermediario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 11.617,12 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 4.194,83 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 2.372,27 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 856,64 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 10.968,23 [N]$	$R_{Axial} = 2.302,03 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 3.960,52 [N]$	$R_{Axial} = 831,25 [N]$

Rodamiento izquierdo eje secundario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 11.649,92 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 5.915,02 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 2.580,82 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 1.417,49 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 13.550,64 [N]$	$R_{Axial} = -5.554,77 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 4.471,01 [N]$	$R_{Axial} = -2.005,78 [N]$

Rodamiento derecho eje secundario

- **Marcha hacia delante**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 5.450,01 [N]$	$R_{Axial} = 5.554,77 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 1.440,52 [N]$	$R_{Axial} = 2.005,78 [N]$
Marcha larga máx. par	$F_{radial} = 1.268,51 [N]$	$R_{Axial} = 1766,5 [N]$
Marcha larga máx. vel.	$F_{radial} = 458,1 [N]$	$R_{Axial} = 637,86 [N]$

- **Marcha hacia atrás**

Marcha corta máx. par	$F_{radial} = 3.911,5 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$
Marcha corta máx. vel.	$F_{radial} = 1.444 [N]$	$R_{Axial} = 0 [N]$

3.6.3 Rodamientos de agujas

Los rodamientos de agujas no soportan apenas carga cuando giran, es en estático donde soportan cargas, ya que la potencia se transmite cuando el engranaje gira solidario al eje.

Máquina que utiliza la guía LM	Condiciones de carga	Límite más bajo de f_s
Maquinaria industrial general	Sin vibración ni impacto	1,0 a 3,5
	Con vibración o impacto	2,0 a 5,0
Máquina-herramienta	Sin vibración ni impacto	1,0 a 4,0
	Con vibración o impacto	2,5 a 7,0

Tabla 3.10 Factor de seguridad estático*

*Tabla obtenida de un manual de THK.

Los rodamientos de agujas que se van a utilizar son de agujas longitudinales y de agujas axiales, siendo el procedimiento de cálculo el mismo para ambos.

Los rodamientos de agujas soportan la mitad de la carga radial que genera el engranaje, ya que van montados en pareja, los de agujas axiales soportan íntegramente la carga axial.

- **Rodamientos de agujas engranaje (3)**

Las fuerzas equivalentes son las mismas en marcha hacia delante y en marcha hacia atrás, pero se han de tener en cuenta los ciclos de todas.

$$F_{eq1} = \sqrt{(9.123,73/2)^2 + (3.454,59/2)^2} = 4.877,92 [N]$$

$$F_{eq2} = \sqrt{(3.294,5/2)^2 + (1.247,42/2)^2} = 1.761,37 \text{ [N]}$$

$$F_{eq}^{10/3} \cdot (234 \cdot 10^6 + 1.296 \cdot 10^6 + 156 \cdot 10^6 + 648 \cdot 10^6) =$$

$$= 4.877,92^{10/3} \cdot (234 + 156) \cdot 10^6 + 1.761,37^{10/3} \cdot (1.296 + 648) \cdot 10^6$$

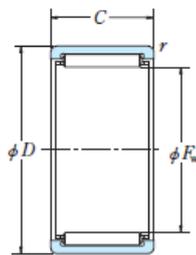
$$F_{eq} = 2.987,15 \text{ [N]}$$

$$C_0 = f_s \cdot F_0 = 3 \cdot 2.987,15 \text{ [N]}$$

$$C_0 = 8.961,45 \text{ [N]} \ll 41.000 \text{ [N]}$$

Catalogo rodamientos NSK:

Rodamiento de agujas macizo sin anillo interior **RLM 3520**.



Dimensiones Globales (mm)				Índices Básicos de Carga (N) (kgf)				Velocidades Límite (rpm)		Sin Anillo Interior
F_w	D	C	$r_{\text{min.}}$	C_r	C_{0r}	C_r	C_{0r}	Grasa	Aceite	
35	42	20	0.5	22 300	41 000	2 270	4 200	6 300	10 000	RLM 3520

Figura 3.21 Rodamiento de agujas engranaje 3 (NSK)

El rodamiento está limitado por la geometría del eje, cumpliendo las sollicitaciones y quedando sobredimensionado en este sentido.

- Rodamientos de agujas engranaje (1)

El engranaje (1) sólo transmite potencia cuando se conecta la marcha larga hacia delante.

$$F_{eq1} = \sqrt{(4.859,76/2)^2 + (1.882,32/2)^2} = 2.605,78 \text{ [N]}$$

$$F_{eq2} = \sqrt{(1.754,81/2)^2 + (679,69/2)^2} = 940,92 \text{ [N]}$$

$$F_{eq}^{10/3} \cdot (156 \cdot 10^6 + 864 \cdot 10^6) = 2.605,78^{10/3} \cdot 156 \cdot 10^6 + 940,92^{10/3} \cdot 864 \cdot 10^6$$

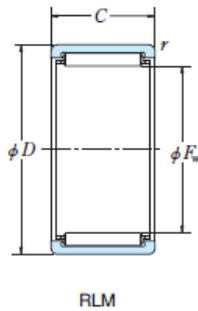
$$F_{eq} = 1.564,29 \text{ [N]}$$

$$C_0 = f_s \cdot F_0 = 3 \cdot 1.564,29 \text{ [N]}$$

$$C_0 = 4.683,89 \text{ [N]} \ll 63.500 \text{ [N]}$$

Catálogo rodamientos NSK:

Rodamiento de agujas macizo sin anillo interior **RLM 3530**.



Dimensiones Globales (mm)				Índices Básicos de Carga (N) (kgf)				Velocidades Límite (rpm)		Sin Anillo Interior
F_w	D	C	$r_{min.}$	C_r	C_{0r}	C_r	C_{0r}	Grasa	Aceite	
35	42	30	0.5	31 000	63 500	3 200	6 450	6 300	10 000	RLM 3530

Figura 3.22 Rodamiento de agujas engranaje 1 (NSK)

El rodamiento está limitado por la geometría del eje, cumpliendo las sollicitaciones y quedando sobredimensionado en este sentido.

- **Rodamiento de agujas axiales eng. (1) izquierdo**

Este rodamiento sólo trabaja cuando la marcha larga está conectada.

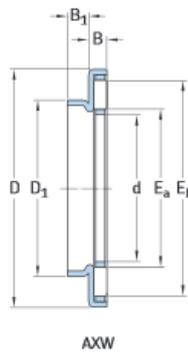
$$F_{eq}^{10/3} \cdot (156 \cdot 10^6 + 864 \cdot 10^6) = 1.767,23^{10/3} \cdot 156 \cdot 10^6 + 638,13^{10/3} \cdot 864 \cdot 10^6$$

$$F_{eq} = 1.058,86 \text{ [N]}$$

$$C_0 = f_s \cdot F_0 = 3 \cdot 1.058,86 \text{ [N]}$$

$$C_0 = 3.176,58 \text{ [N]} \ll 83.000 \text{ [N]}$$

Catálogo rodamientos SKF:



Dimensions								Basic load ratings		Fatigue load limit P_u	Speed ratings		Mass	Designation
d	D	D_1	B	B_1	E_a	E_b	C	C_0	Reference speed		Limiting speed			
mm								kN		kN	r/min		g	-
35	55	42	3,2	4	39	51	16,6	83	9,3	3 200	6 300	27	AXW 35	

Figura 3.23 Rodamiento de agujas axiales (SKF)

El rodamiento está limitado por la geometría del eje, cumpliendo las sollicitaciones y quedando sobredimensionado en este sentido.

- **Rodamiento de agujas axiales eng. (1) derecho**

Este rodamiento nunca trabaja, ya que la marcha larga sólo funciona marcha adelante, y en ese caso el sentido de la fuerza va hacia el apoyo izquierdo. Por simetría y funcionalidad se dispondrá del mismo rodamiento que en lado izquierdo.

- **Rodamiento de agujas axiales eng. (3) izquierdo**

Este rodamiento sólo trabaja cuando la marcha corta está conectada marcha hacia delante.

$$F_{eq}^{10/3} \cdot (234 \cdot 10^6 + 1.296 \cdot 10^6) = 3.253^{10/3} \cdot 234 \cdot 10^6 + 1.174,77^{10/3} \cdot 1.296 \cdot 10^6$$

$$F_{eq} = 1.949,12 \text{ [N]}$$

$$C_0 = f_s \cdot F_0 = 3 \cdot 1.949,12 \text{ [N]}$$

$$C_0 = 5.847,38 \text{ [N]} \ll 83.000 \text{ [N]}$$

El rodamiento elegido es el mismo que en los casos anteriores, ya que por geometría es el más adecuado.

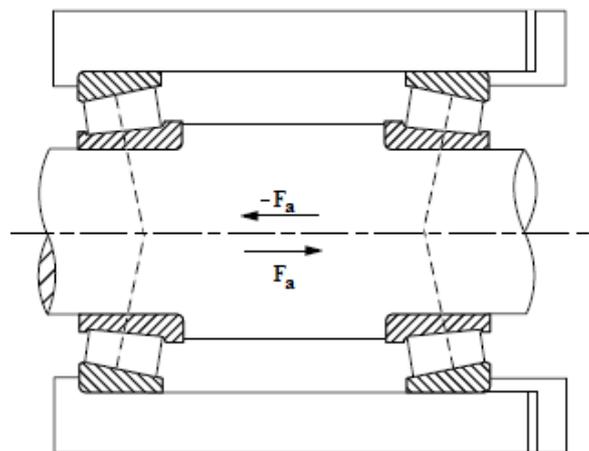
- **Rodamiento de agujas axiales eng. (3) derecho**

Este rodamiento sólo trabaja cuando la marcha corta está conectada marcha hacia atrás. Las fuerzas son las mismas que en el caso anterior y las horas de trabajo menores, luego por restricciones geométricas se elige el mismo rodamiento.

3.6.4 Rodamientos de rodillos cónicos

Para la selección de los rodamientos se ha seguido el procedimiento marcado por el fabricante Timken. Puesto que es un proceso iterativo, se ha traspasado este procedimiento a una hoja de cálculo Excel con el fin de ser más eficientes a la hora de realizar los cálculos. No obstante, a modo de demostración, se muestran los cálculos realizados ya con los rodamientos finales.

El montaje de todos los rodamientos va a ser directo, tal y como se muestra en la figura 3.24.



Direct mounting

Figura 3.24 Montaje directo (m=1)

3.6.4.1 Eje primario

- **Datos**

$a = 10/3$

$vida = 20.000 [horas]$

$L_{10} = 3.354 \cdot 10^6 [rev.]$

$F.A. = 2$

$m = 1$

$d_A = 35 [mm]$

$d_B = 45 [mm]$

$K_A = 1,60$

$K_B = 2,05$

$C_{90A}^* = 27.100 [N]$

$C_{90B}^* = 32.900 [N]$

ref. rod. A → 3480 inner – 3422 outer

ref. rod. B → 435 – S inner – 430X outer

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

FrA [N]	FrB [N]	Fa [N]	L [x10 ⁶ rev]
2631,61	7222,175	-3253,38	234
950,19	2607,77	-1174,77	1296
2489,79	472,36	-1767,23	156
1535,56	425,87	-637,86	864
2183,75	7683,11	3253,38	156
879,04	2774,48	1174,77	648

- **Condición de empuje (Thrust condition)**

Dependiendo del resultado de esta inecuación se escogen unas fórmulas u otras para el cálculo de las cargas en cada apoyo y las fuerzas radiales equivalentes.

Thrust Condition	Net Bearing Thrust Load	Dynamic Equivalent Radial Load
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot F_{aB}$

Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga radial equivalente

Luego realizando el análisis con los datos, se obtienen cuatro casos que cumplen la condición superior y dos la inferior.

A		B
773,035438	<	4909,195732
279,118313	<	1772,648976
731,375813	<	1875,527171
451,07075	<	735,4984878
641,476563	>	-1491,88648
258,218	>	-1713,43971

Esto nos lleva a utilizar distintas fórmulas para el cálculo de la fuerza radial equivalente, en el caso de ir marcha hacia delante, el rodamiento izquierdo (A) soporta el empuje axial, en marcha hacia atrás es el derecho (B) el que lo hace.

- **Carga neta de empuje (Net Bearing Thrust Load)**

En los cuatro primeros casos se utilizan las fórmulas de la fila superior, y en los dos últimos (marcha atrás) las de la fila inferior, obteniendo como resultado:

FaA-fila sup	FaB-fila sup	FaA-fila inf	FaB-fila inf
4909,195732	1655,815732	773,0354375	-2480,34456
1772,648976	597,8789756	279,1183125	-895,651688
1875,527171	108,2971707	731,3758125	-1035,85419
735,4984878	97,6384878	451,07075	-186,78925
-1491,886488	1761,493512	641,4765625	3894,85656
-538,6697073	636,1002927	258,218	1432,988

Los valores en rojo no son válidos ya que se han calculado con una condición de empuje no válida.

- **Carga radial dinámica equivalente (Dynamic equivalent radial load)**

Ya con los valores de carga neta de empuje podemos calcular la carga equivalente, de nuevo para cada carga se utiliza la fórmula correspondiente marcada según la condición de empuje. De nuevo los valores en rojo no son correctos.

Pa-sup	Pb-sup	Pa-inf	Pb-inf
8907,357171	7222,175	2631,61	-2195,83635
3216,314361	2607,77	950,19	-792,977959
3996,759473	472,36	2489,79	-1934,55708
1791,02158	425,87	1535,56	-212,569963
-1513,51838	5715,48427	2183,75	11057,7
-510,2555317	2063,94244	879,04	4047,4174

- **Carga equivalente total**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 8.907,35^{10/3} \cdot 234 + 3.216,31^{10/3} \cdot 1.296 + 3.996,75^{10/3} \cdot 1.156 + 1.791,02^{10/3} \cdot 864 + 2.183,75^{10/3} \cdot 156 + 879,04^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqA}^{rad} = 4.291,59 [N]$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 7.222,175^{10/3} \cdot 234 + 2.607,77^{10/3} \cdot 1.296 + 472,36^{10/3} \cdot 1.156 + 425,87^{10/3} \cdot 864 + 11.057^{10/3} \cdot 156 + 4.047,41^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqB}^{rad} = 5.048,72 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = \frac{F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}}$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Rodamiento A (izquierdo)

$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{4.291,59 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 25.412,36 [N]$$

$$25.412,36 < 27.100 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Rodamiento B (derecho)

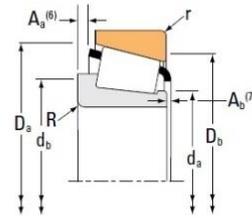
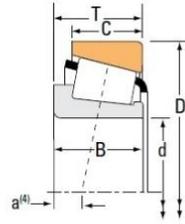
$$C = \frac{F_{eqB} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{5.048,72 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 29.895,62 [N]$$

$$29.895,62 < 32.900 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Se cumplen ambas condiciones de capacidad dinámica de carga, no siendo válidos los rodamientos inmediatamente inferiores en (C_{90}), luego los rodamientos son buenos.

TAPERED ROLLER BEARINGS
SINGLE-ROW • TYPE TS
TYPE TS



	Bearing Dimensions			Load Ratings						Part Number		
	Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic ⁽¹⁾ C ₁	Factors ⁽²⁾ e	Factors ⁽²⁾ Y	Dynamic ⁽³⁾ C ₉₀	Dynamic ⁽³⁾ C ₉₀	Factors ⁽²⁾ K	Static C ₀	Inner	Outer
	mm in.	mm in.	mm in.	N lbf			N lbf	N lbf		N lbf		
Rod. A	35.000 1.3780	80.167 3.1562	29.370 1.1563	105000 23500	0.37	1.64	27100 6100	17000 3820	1.60	119000 26800	3480	3422
Rod. B	45.000 1.7717	90.000 3.5433	27.783 1.0938	127000 28500	0.28	2.11	32900 7400	16000 3600	2.05	144000 32400	435-S	430X

	Bearing Dimensions										Geometry Factors			Bearing Weight kg lbs.	
	Width B	Width C	Eff. Ctr. a ⁽⁴⁾	Shaft			Housing			Cage		G ₁	G ₂		C _g
				Max Shaft Fillet Radius R ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. d _a	Backing Shoulder Dia. d _b	Max Housing Fillet Radius r ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. D _a	Backing Shoulder Dia. D _b	A _a ⁽⁶⁾	A _b ⁽⁷⁾				
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.					
Rod. A	29.771 1.1721	23.812 0.9375	-8.6 -0.34	1.5 0.06	43.5 1.71	46.0 1.81	3.3 0.13	74.0 2.91	68.0 2.68	1.4 0.05	1.0 0.04	29.9	11.2	0.0781	0.72 1.59
Rod. B	29.900 1.1772	22.225 0.8750	-9.1 -0.36	2.0 0.08	51.0 2.01	55.0 2.17	2.0 0.08	84.0 3.31	81.0 3.19	1.6 0.06	0.5 0.02	42.5	11.3	0.0805	0.80 1.76

Figura 3.25 Rodamientos cónicos eje primario

3.6.4.2 Eje intermediario

- **Datos**

$$a = 10/3$$

$$vida = 20.000 \text{ [horas]}$$

$$L_{10} = 3.354 \cdot 10^6 \text{ [rev.]}$$

$$F.A. = 2$$

$$m = 1$$

$$d_A = 38.1 \text{ [mm]}$$

$$d_B = 38.1 \text{ [mm]}$$

$$K_A = 2.05$$

$$K_B = 1.97$$

$$C_{90A}^* = 51.500 \text{ [N]}$$

$$C_{90B}^* = 44.600 \text{ [N]}$$

ref. rod. A → 4375 inner – 4335 outer

ref. rod. B → 542 inner – 532A outer

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

FrA	FrB	Fa	L [x10 ⁶ rev]
15102,84	11617,12	-2302,03	234
5453,5	4194,83	-831,25	1296
7342,73	2372,27	0	156
2651,52	856,64	0	864
13582,25	10968,23	2302,03	156
4904,43	3960,52	831,25	648

- **Condición de empuje (Thrust condition)**

Dependiendo del resultado de esta inecuación se escogen unas fórmulas u otras para el cálculo de las cargas en cada apoyo y las fuerzas radiales equivalentes.

Thrust Condition	Net Bearing Thrust Load	Dynamic Equivalent Radial Load
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot F_{aB}$

Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga radial equivalente

Luego realizando el análisis con los datos, se obtienen cuatro casos que cumplen la condición superior y dos la inferior.

A		B
3462,60234	<	5073,63
1250,31463	<	1832,05
1683,45517	>	565,973
607,909463	>	204,376
3113,97927	>	314,756
1124,43029	>	113,64

Esto nos lleva a utilizar distintas fórmulas para el cálculo de la fuerza radial equivalente, en el caso de ir marcha hacia delante en marcha corta el rodamiento izquierdo (A) soporta el empuje axial, en marcha hacia atrás y en marcha larga hacia delante, es el derecho (B) el que lo hace.

- **Carga neta de empuje (Net Bearing Thrust Load)**

En los dos primeros casos se utilizan las fórmulas de la fila superior, y en los cuatro últimos las de la fila inferior, obteniendo como resultado:

FaA-linea sup	FaB-linea sup	FaA-linea inf	FaB-linea inf
5073,627157	2771,597157	3462,602341	1160,57234
1832,047005	1000,797005	1250,314634	419,064634
565,9730457	565,9730457	1683,455171	1683,45517
204,3760406	204,3760406	607,9094634	607,909463
314,7558376	2616,785838	3113,979268	5416,00927
113,6456345	944,8956345	1124,430293	1955,68029

Los valores en rojo no son válidos ya que se han calculado con una condición de empuje no válida.

- **Carga radial dinámica equivalente (Dynamic equivalent radial load)**

Ya con los valores de carga neta de empuje podemos calcular la carga equivalente, de nuevo para cada carga se utiliza la fórmula correspondiente marcada según la condición de empuje. De nuevo los valores en rojo no son correctos.

Pa sup	Pb-sup	Pa-inf	Pb-inf
16442,07167	11617,12	15102,84	6933,17551
5937,09636	4194,83	5453,5	2503,48933
4097,336744	2372,27	7342,73	4265,31469
1479,578883	856,64	2651,52	1540,23764
6078,149467	8312,470756	13582,25	15056,8303
2194,745551	3001,551452	4904,43	5436,89818

- **Carga equivalente total**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 16.442,07^{10/3} \cdot 234 + 5.937,09^{10/3} \cdot 1.296 + 7.7342,73^{10/3} \cdot 1.156 + 2.65152^{10/3} \cdot 864 + 13.582,25^{10/3} \cdot 156 + 4.904,43^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqA}^{rad} = 8.582,26 [N]$$

$$F_{eqB}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 11.617,12^{10/3} \cdot 234 + 4.194,83^{10/3} \cdot 1.296 + 4.265,31^{10/3} \cdot 1.156 + 1.540,23^{10/3} \cdot 864 + 15.056,83^{10/3} \cdot 156 + 5.436,89^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqB}^{rad} = 7.278,66 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = \frac{F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}}$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Rodamiento A (izquierdo)

$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{8.582,26 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 50.819,23 \text{ [N]}$$

$$50.819,23 < 51.500 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Rodamiento B (derecho)

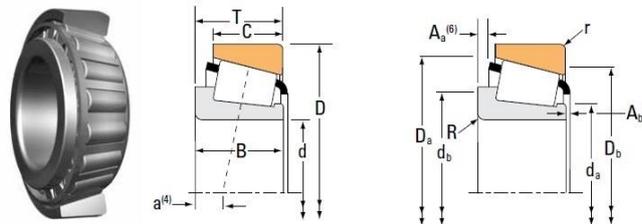
$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{7.278,66 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 43.100,06 \text{ [N]}$$

$$43.100,06 < 44.600 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Se cumplen ambas condiciones de capacidad dinámica de carga, no siendo válidos los rodamientos inmediatamente inferiores en (C_{90}), luego los rodamientos son buenos. Se ha reducido el tamaño del eje en los apoyos ya que con la medida inicial del eje no coincidían los diámetros de los rodamientos, esto genera concentración de tensiones, pero se estima que apenas afecta a la resistencia del eje.

TAPERED ROLLER BEARINGS
 SINGLE-ROW • TYPE TS
TYPE TS



	Bearing Dimensions									Load Ratings			Part Number	
	Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic ⁽¹⁾ C ₁	Factors ⁽²⁾		Dynamic ⁽³⁾		Factors ⁽²⁾ K	Static C ₀	Inner	Outer		
					e	Y	C ₉₀	C _{a90}						
mm in.	mm in.	mm in.	N lbf			N lbf	N lbf	N lbf						
Rod. A	38.100 1.5000	90.488 3.5625	39.688 1.5625	199000 44700	0.28	2.11	51500 11600	25100 5640	2.05	204000 45900	4375	4335		
Rod. B	38.100 1.5000	111.125 4.3750	38.100 1.5000	172000 38700	0.30	2.02	44600 10000	22700 5090	1.97	206000 46200	542	532A		

	Bearing Dimensions										Geometry Factors			Bearing Weight	
	Width B	Width C	Eff. Ctr. a ⁽⁴⁾	Shaft			Housing			Cage		G ₁	G ₂		C _q
				Max Shaft Fillet Radius R ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. d _a	Backing Shoulder Dia. d _b	Max Housing Fillet Radius r ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. D _a	Backing Shoulder Dia. D _b	A _a ⁽⁶⁾	A _b ⁽⁷⁾				
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.				kg lbs.	
Rod. A	40.386 1.5900	33.338 1.3125	-15.0 -0.59	1.5 0.06	51.0 2.01	53.0 2.09	3.3 0.13	85.0 3.35	77.0 3.03	2.2 0.09	0.6 0.03	52.9	14.3	0.0872	1.31 2.89
Rod. B	36.957 1.4550	30.162 1.1875	-12.2 -0.48	3.5 0.14	49.0 1.93	55.0 2.17	3.3 0.13	100.0 3.94	95.0 3.74	2.7 0.10	1.0 0.04	64.3	16.1	0.0938	1.96 4.30

Figura 3.26 Rodamientos cónicos eje intermediario

3.6.4.3 Eje secundario

- **Datos**

$a = 10/3$

$vida = 20.000 [horas]$

$L_{10} = 3.354 \cdot 10^6 [rev.]$

$F.A. = 2$

$m = 1$

$d_A = 44,45 [mm]$

$d_B = 44,45 [mm]$

$K_A = 1,86$

$K_B = 1,86$

$C_{90A}^* = 53.800 [N]$

$C_{90B}^* = 53.800 [N]$

ref. rod. A → 615 inner – 612 outer

ref. rod. B → 615 inner – 612 outer

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

FrA	FrB	Fae	L [x10 ⁶ rev]
11649,92	5450,01	5554,77	234
5915,02	1440,52	2005,78	1296
2580,82	1268,51	1766,5	156
1417,49	458,1	637,86	864
13550,64	3911,5	-5554,77	156
4471,01	1444	-2005,78	648

- **Condición de empuje (Thrust condition)**

Dependiendo del resultado de esta inecuación se escogen unas fórmulas u otras para el cálculo de las cargas en cada apoyo y las fuerzas radiales equivalentes.

Thrust Condition	Net Bearing Thrust Load	Dynamic Equivalent Radial Load
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA} - m \cdot F_{ae}}{K_\Delta}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot F_{aB}$

Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga radial equivalente

Luego realizando el análisis con los datos, se obtienen cuatro casos que cumplen la condición superior y dos la inferior.

A		B
2943,79699	>	-4177,61694
1494,65559	>	-1641,77763
652,142688	>	-1445,96253
358,182957	>	-522,103548
3424,08645	<	6543,159785
1129,77134	<	2370,66172

Esto nos lleva a utilizar distintas fórmulas para el cálculo de la fuerza radial equivalente, en el caso de ir marcha hacia delante el rodamiento derecho (B) soporta el empuje axial, en marcha hacia atrás es el izquierdo (A) el que lo hace.

- **Carga neta de empuje (Net Bearing Thrust Load)**

En los cuatro primeros casos se utilizan las fórmulas de la fila inferior, y en los dos últimos (marcha atrás) las de la fila superior, obteniendo como resultado:

FaA-linea sup	FaB-linea sup	FaA-linea inf	FaB-linea inf
-4177,616935	1377,153065	2943,796989	8498,566989
-1641,777634	364,0023656	1494,655591	3500,435591
-1445,962527	320,5374731	652,1426882	2418,642688
-522,1035484	115,7564516	358,182957	996,042957
6543,159785	988,3897849	3424,086452	-2130,683548
2370,66172	364,8817204	1129,771344	-876,0086559

Los valores en rojo no son válidos ya que se han calculado con una condición de empuje no válida.

- **Carga radial dinámica equivalente (Dynamic equivalent radial load)**

Ya con los valores de carga neta de empuje podemos calcular la carga equivalente, de nuevo para cada carga se utiliza la fórmula correspondiente marcada según la condición de empuje. De nuevo los valores en rojo no son correctos.

Pa sup	Pb-sup	Pa-inf	Pb-inf
-3110,3995	5450,01	11649,92	17987,3386
-687,6984	1440,52	5915,02	7087,0182
-1657,1623	1268,51	2580,82	5006,0794
-404,1166	458,1	1417,49	2035,8799
17590,5332	3047,184677	13550,64	-2398,4714
6197,8348	1124,922581	4471,01	-1051,7761

- **Carga equivalente total**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 11.649,92^{10/3} \cdot 234 + 5.915,02^{10/3} \cdot 1.296 + \\ + 2.580,82^{10/3} \cdot 1.156 + 1.417,49^{10/3} \cdot 864 + 17.590,53^{10/3} \cdot 156 + 6.197,83^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqA}^{rad} = 8.260,66 [N]$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (234 + 1.296 + 156 + 864 + 156 + 648) = 17.987,33^{10/3} \cdot 234 + 7.087,01^{10/3} \cdot 1.296 + \\ + 5.006,07^{10/3} \cdot 1.156 + 2.035,87^{10/3} \cdot 864 + 3.047,18^{10/3} \cdot 156 + 1.124,92^{10/3} \cdot 648$$

$$F_{eqB}^{rad} = 8.677,99 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = \frac{F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}}$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Rodamiento A (izquierdo)

$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{8.260,66 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 48.914,89 [N]$$

$$48.914,89 < 53.800 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Rodamiento B (derecho)

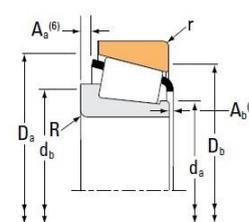
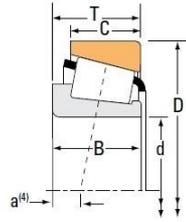
$$C = \frac{F_{eqB} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{8.677,99 \cdot (3.354)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 51.386,05 [N]$$

$$51.386,05 < 53.800 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Se cumplen ambas condiciones de capacidad dinámica de carga, no siendo válidos los rodamientos inmediatamente inferiores en (C_{90}), luego los rodamientos son buenos. Se ha reducido el tamaño del eje en los apoyos ya que con la medida inicial del eje no coincidían los diámetros de los rodamientos, esto genera concentración de tensiones, pero se estima que apenas afecta a la resistencia del eje.

TAPERED ROLLER BEARINGS
SINGLE-ROW • TYPE TS
TYPE TS



	Bearing Dimensions			Load Ratings					Part Number			
	Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic ⁽¹⁾ C ₁	Factors ⁽²⁾ e	Y	Dynamic ⁽³⁾ C ₉₀	C _{a90}	Factors ⁽²⁾ K	Static C ₀	Inner	Outer
	mm in.	mm in.	mm in.	N lbf			N lbf	N lbf		N lbf		
Rod. A	44.450 1.7500	120.650 4.7500	41.275 1.6250	207000 46600	0.31	1.91	53800 12100	28900 6510	1.86	244000 54800	615	612
Rod. B	44.450 1.7500	120.650 4.7500	41.275 1.6250	207000 46600	0.31	1.91	53800 12100	28900 6510	1.86	244000 54800	615	612

	Bearing Dimensions										Geometry Factors			Bearing Weight	
	Width B	Width C	Eff. Ctr. a ⁽⁴⁾	Shaft			Housing			Cage		G ₁	G ₂		C ₀
				Max Shaft Fillet Radius R ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. d _a	Shoulder Dia. d _b	Max Housing Fillet Radius r ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. D _a	Shoulder Dia. D _b	A _a ⁽⁶⁾	A _b ⁽⁷⁾				
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	kg lbs.
Rod. A	41.275 1.6250	31.750 1.2500	-14.0 -0.55	3.5 0.14	56.0 2.20	62.0 2.44	3.3 0.13	110.0 4.33	105.0 4.13	3.8 0.15	1.9 0.08	75.9	16.2	0.0694	2.42 5.34
Rod. B	41.275 1.6250	31.750 1.2500	-14.0 -0.55	3.5 0.14	56.0 2.20	62.0 2.44	3.3 0.13	110.0 4.33	105.0 4.13	3.8 0.15	1.9 0.08	75.9	16.2	0.0694	2.42 5.34

Figura 3.27 Rodamientos cónicos eje secundario

3.6.5 Ajuste de los rodamientos

- **Rodamientos agujas**
Tolerancia: k5-N7

Tabla 9.2 Ajustes de Rodamientos Radiales con Ejes

Condiciones de carga	Ejemplos	Diámetro del eje (mm)			Tolerancia del Eje	Observaciones	
		Rodamientos de bolas	Rod. de Rodillos Cilíndricos, Rod. de Rodillos Cónicos	Rod. de Rodillos Esféricos			
Rodamientos Radiales con Diámetros Interiores Cilíndricos							
Carga Rotatoria del Anillo Interior o Dirección de Carga Indeterminada	Cargas normales (0.06 a 0.13C _r ⁽¹⁾)	Aplicaciones Generales de Rodamientos, Motores de Tamaño Medio y Grande, Turbinas, Bombas, Rodamientos Principales para Motores, Engranajes, Maquinaria para Madera	<18	—	—	js5-6 (j5-6)	k6 y m6 se pueden usar para rodamientos de rodillos cónicos de una sola hilera y en rodamientos de bolas de contacto angular de una sola hilera en lugar de k5 y m5.
		18~100	<40	<40	k5-6		
		100~140	40~100	40~65	m5-6		
		140~200	100~140	65~100	m6		
		200~280	140~200	100~140	n6		
		—	200~400	140~280	p6		
		—	—	280~500	r6		
—	—	over 500	r7				

Tabla 9.4 Ajustes de Rodamientos Radiales con Alojamiento

Condiciones de Carga	Ejemplos	Tolerancias para Diám. Int. de los Alojam.	Desplaz. Axial Anillo Ext.	Observaciones
Alojamiento Sólidos	Cargas Pesadas en Rod. en Alojamiento de Paredes Finas o Cargas Pesadas con Impacto	Cubos de Huedas Automóviles (Rodamientos de Rodillos), Ruedas de Grúas Móviles	P7	Imposible
	Cargas Normales o Pesadas	Cubos de Huedas Automóviles (Rodamientos de Bolas), Cribas	N7	
	Cargas Ligeras o Variables	Rodillos Transporte Levas, Poleas tensoras	M7	

Tabla 3.12 Ajuste de rodamientos de agujas (NSK)

- **Rodamientos de agujas axiales**

Tolerancia: h8-H9

Table 3

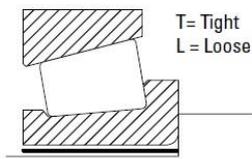
Shaft and housing tolerance classes			
Thrust bearing component	Series	Shaft tolerance class Internal guidance/ centring	Housing tolerance class External guidance/ centring
Needle roller and cage thrust assemblies	AXK	h8	-
Raceway washers	LS	h8 radial space	radial space H9
Thrust washers	AS	h8 radial space	radial space H9
Shaft washers	WS 811	h8	-
Housing washers	GS 811	-	H9

Tabla 3.13 Ajuste de rodamientos de agujas axiales (SKF)

- **Rodamientos de rodillos cónicos**

Tolerancia: n6-J7

INNER RING – Industrial Equipment Classes K and N (Metric)

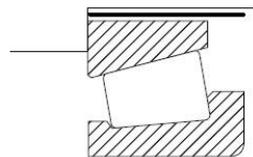


Deviation from nominal (maximum) bearing bore and resultant fit.

TABLE 22. TAPERED ROLLER BEARINGS – INNER RING
Industrial Equipment Classes K and N (Metric)

Inner Ring Bore		Tolerance	Rotating Inner Ring Ground Seat			Rotating or Stationary Inner Ring Unground Seat or Ground Seat		
Range			Constant Loads With Moderate Shock			Heavy Loads, High Speed or Shock		
Over	Incl.		Inner Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol	Inner Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.		mm in.	mm in.	
30.000 1.1811	50.000 1.9685	-0.012 0.000 -0.0005 0.0000	+0.025 +0.009 +0.0010 +0.0004	0.037T 0.009T 0.0015T 0.0004T	m6	+0.033 +0.017 +0.0013 +0.0007	0.045T 0.017T 0.0018T 0.0007T	n6

OUTER RING – Industrial Equipment Classes K and N (Metric)



Deviation from nominal (maximum) bearing O.D. and resultant fit.

TABLE 23. TAPERED ROLLER BEARINGS – OUTER RING – Industrial Equipment Classes K and N (Metric)

Outer Ring O.D.		Tolerance	Stationary Cup									Rotating Cup		
Range			Floating or Clamped			Adjustable			Nonadjustable or in Carriers			Nonadjustable or in Carriers or Sheaves - Clamped		
Over	Incl.		Outer Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol	Outer Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol	Outer Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol	Outer Ring Seat Deviation	Resultant Fit	Symbol
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.
30.000 1.1811	50.000 1.9685	0.000 -0.014 0.0000 -0.0006	+0.009 +0.034 +0.0004 +0.0013	0.009L 0.048L 0.0004L 0.0019L	G7	-0.011 +0.014 -0.0004 +0.0006	0.011T 0.028L 0.0004T 0.0011L	J7	-0.042 -0.017 -0.0017 -0.0007	0.042T 0.003T 0.0017T 0.0001T	P7	-0.050 -0.025 -0.0020 -0.0010	0.050T 0.011T 0.0020T 0.0004T	R7

Tabla 3.14 Ajuste de rodamientos cónicos (Timken)

4. Diferencial

Para el cálculo de los engranajes que forman el diferencial se va a tomar el mismo módulo que tienen los engranajes de la caja de cambios a fin de ser conservadores. Por otra parte, primeramente se dimensionan los satélites y los planetarios, y tras conocer las dimensiones de los mismos se puede empezar con la corona y el piñón. Este orden tiene como fin facilitar los cálculos, ya que la envergadura de la corona ha de ser suficiente como para contener en su interior a los planetarios y a los satélites.

Las fórmulas que se utilizan para el dimensionado no se han detallado en la memoria con el fin de no hacerla más extensa añadiendo fórmulas que no aportan demasiado a la comprensión del proyecto.

4.1 Dimensionado de los planetarios y satélites

Para comenzar el dimensionado se han de conocer ciertos datos de partida que se imponen en base a aspectos constructivos o bien por ser de uso común.

Estos datos son el módulo, el número de dientes, el ángulo que forman los ejes de los engranajes y la relación entre la longitud generatriz y el ancho del diente, que suele ser menor de (1/3).

Módulo	$m = 6$
Nº dientes del satélite	$z_1 = 10$
Nº dientes del planetario	$z_2 = 15$
Ángulo entre ejes	$\delta = 90^\circ$
Relación (b/l)	$b/l = 1/4$
Ángulo de presión	$\alpha = 20^\circ$

Tabla 3.16 Datos de partida de planetarios y satélites

- **Relación de transmisión**

$$i = \frac{z_s}{z_p} = \frac{10}{15} = 0,66$$

- **Ángulos primitivos**

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\operatorname{sen} \delta}{i + \cos \delta} = \frac{\operatorname{sen} 90^\circ}{0,66 + \cos 90^\circ} = 1,51$$

$$\delta_2 = 56,57^\circ$$

$$\delta_1 = \delta - \delta_2$$

$$\delta_1 = 33,43^\circ$$

- **Radios primitivos**

$$R_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = \frac{6 \cdot 10}{2} = 30 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45 \text{ [mm]}$$

- **Longitud generatriz**

$$l = \frac{R_1}{\text{sen } \delta_1} = \frac{R_2}{\text{sen } \delta_2} = \frac{30}{\text{sen } 33,43^\circ} = 54,45 \text{ [mm]}$$

- **Ancho del diente**

$$b = \frac{l}{4} = \frac{54,45}{4} = 13,61 \text{ [mm]}$$

- **Generatriz media**

$$l_m = l - \frac{b}{2} = 54,45 - \frac{13,61}{2} = 47,64 \text{ [mm]}$$

- **Ángulos de cabeza y ángulos de pie**

$$\text{tg } a_{c1} = \text{tg } a_{c2} = \frac{m}{l} = \frac{6}{54,45} = 0,11$$

$$a_{c1} = a_{c2} = 6,28^\circ$$

$$\text{tg } a_{p1} = \text{tg } a_{p2} = \frac{(1,25 \cdot m)}{l} = \frac{1,25 \cdot 6}{54,45} = 0,1377$$

$$a_{p1} = a_{p2} = 7,84^\circ$$

- **Ángulos de los conos**

$$\delta_{e1} = \delta_1 + a_{c1} = 33,43^\circ + 6,28^\circ = 39,71^\circ$$

$$\delta_{e2} = \delta_2 + a_{c2} = 56,57^\circ + 6,28^\circ = 62,85^\circ$$

$$\delta_{i1} = \delta_1 + a_{p1} = 33,43^\circ - 7,84^\circ = 25,59^\circ$$

$$\delta_{i2} = \delta_2 + a_{p2} = 56,57^\circ - 7,84^\circ = 48,73^\circ$$

- **Radios de cabeza y radios de pie**

$$R_{c1} = R_1 + m \cdot \cos \delta_1 = 30 + 6 \cdot \cos 33,43^\circ = 35 \text{ [mm]}$$

$$R_{c2} = R_2 + m \cdot \cos \delta_2 = 45 + 6 \cdot \cos 56,57^\circ = 48,3 \text{ [mm]}$$

$$R_{p1} = R_1 - 1,25 \cdot m \cdot \cos \delta_1 = 30 - 1,25 \cdot 6 \cdot \cos 33,43^\circ = 23,74 \text{ [mm]}$$

$$R_{p2} = R_2 - 1,25 \cdot m \cdot \cos \delta_2 = 45 - 1,25 \cdot 6 \cdot \cos 56,57^\circ = 40,86 \text{ [mm]}$$

- **Radios medios**

$$R_{m1} = R_1 - \frac{b}{2} \cdot \text{sen } \delta_1 = 30 - \frac{13,61}{2} \cdot \text{sen } 33,43^\circ = 26,25 \text{ [mm]}$$

$$R_{m2} = R_2 - \frac{b}{2} \cdot \text{sen } \delta_2 = 45 - \frac{13,61}{2} \cdot \text{sen } 56,57^\circ = 39,22 \text{ [mm]}$$

- **Comprobación por penetración en la talla**

$$z_{t1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{10}{\cos 33,43^\circ} = 11,98 \quad 10 < 11,98 \text{ No hay penetración en la talla.}$$

$$z_{t2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{15}{\cos 56,57^\circ} = 27,22 \quad 15 < 27,22 \text{ No hay penetración en la talla.}$$

- **Cálculo del desplazamiento en la talla (x_1)**

$$x_1 = \frac{(14 - z_{t1})}{17} = \frac{(14 - 11,98)}{17} = 0,118$$

4.2 Dimensionado del piñón y la corona

Los datos de partida son los mismos de los que se parte para el dimensionado de los satélites y planetarios.

Módulo	$m = 6$
Nº dientes del piñón	$z_1 = 12$
Nº dientes de la corona	$z_2 = 36$
Ángulo entre ejes	$\delta = 90^\circ$
Relación (b/l)	$b/l = 1/4$
Ángulo de presión	$\alpha = 20^\circ$

Tabla 3.17 Datos de partida de piñón y corona

- **Relación de transmisión**

$$i = \frac{z_c}{z_p} = \frac{36}{12} = 3$$

- **Ángulos primitivos**

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\operatorname{sen} \delta}{i + \cos \delta} = \frac{\operatorname{sen} 90^\circ}{3 + \cos 90^\circ} = 0,333$$

$$\delta_1 = 18,43^\circ$$

$$\delta_2 = \delta - \delta_1$$

$$\delta_2 = 71,57^\circ$$

- **Radios primitivos**

$$R_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = \frac{6 \cdot 12}{2} = 36 \text{ [mm]}$$

$$R_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = \frac{6 \cdot 36}{2} = 108 \text{ [mm]}$$

- **Longitud generatriz**

$$l = \frac{R_1}{\operatorname{sen} \delta_1} = \frac{R_2}{\operatorname{sen} \delta_2} = \frac{36}{\operatorname{sen} 18,43^\circ} = 113,87 \text{ [mm]}$$

- **Ancho del diente**

$$b = \frac{l}{4} = \frac{113,87}{4} = 28,46 \text{ [mm]}$$

- **Generatriz media**

$$l_m = l - \frac{b}{2} = 113,87 - \frac{28,46}{2} = 99,63 \text{ [mm]}$$

- **Ángulos de cabeza y ángulos de pie**

$$\operatorname{tg} a_{c1} = \operatorname{tg} a_{c2} = \frac{m}{l} = \frac{6}{113,87} = 0,052$$

$$a_{c1} = a_{c2} = 3,01^\circ$$

$$\operatorname{tg} a_{p1} = \operatorname{tg} a_{p2} = \frac{(1,25 \cdot m)}{l} = \frac{1,25 \cdot 6}{113,87} = 0,0658$$

$$a_{p1} = a_{p2} = 3,77^\circ$$

- **Ángulos de los conos**

$$\delta_{e1} = \delta_1 + a_{c1} = 18,43^\circ + 3,01^\circ = 21,44^\circ$$

$$\delta_{e2} = \delta_2 + a_{c2} = 71,57^\circ + 3,01^\circ = 74,58^\circ$$

$$\delta_{i1} = \delta_1 + a_{p1} = 18,43^\circ - 3,77^\circ = 14,66^\circ$$

$$\delta_{i2} = \delta_2 + a_{p2} = 71,57^\circ - 3,77^\circ = 67,8^\circ$$

- **Radios de cabeza y radios de pie**

$$R_{c1} = R_1 + m \cdot \cos \delta_1 = 36 + 6 \cdot \cos 18,43^\circ = 41,7 \text{ [mm]}$$

$$R_{c2} = R_2 + m \cdot \cos \delta_2 = 108 + 6 \cdot \cos 71,57^\circ = 109,89 \text{ [mm]}$$

$$R_{p1} = R_1 - 1,25 \cdot m \cdot \cos \delta_1 = 36 - 1,25 \cdot 6 \cdot \cos 18,43^\circ = 28,88 \text{ [mm]}$$

$$R_{p2} = R_2 - 1,25 \cdot m \cdot \cos \delta_2 = 108 - 1,25 \cdot 6 \cdot \cos 71,57^\circ = 105,63 \text{ [mm]}$$

- **Radios medios**

$$R_{m1} = R_1 - \frac{b}{2} \cdot \operatorname{sen} \delta_1 = 36 - \frac{28,46}{2} \cdot \operatorname{sen} 18,43^\circ = 31,5 \text{ [mm]}$$

$$R_{m2} = R_2 - \frac{b}{2} \cdot \operatorname{sen} \delta_2 = 108 - \frac{28,46}{2} \cdot \operatorname{sen} 71,57^\circ = 94,5 \text{ [mm]}$$

- **Comprobación por penetración en la talla**

$$z_{r1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{13}{\cos 18,43^\circ} = 13,7$$

$$z_{r2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{36}{\cos 71,57^\circ} = 113,87$$

- **Cálculo del desplazamiento en la talla (x_1)**

$$x_1 = \frac{(14 - z_{r1})}{17} = \frac{(14 - 13,7)}{17} = 0,0176$$

4.3 Fuerzas en engranajes

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.5).

Los engranajes cónicos generan fuerzas axiales, radiales y tangenciales, por ello se han de estudiar cuidadosamente, ya que las cargas en el diferencial tienen muchos puntos de aplicación debido al número de engranajes.

Se van a estudiar todas las situaciones más críticas, cuando se conecta la marcha larga hacia delante y la marcha corta hacia delante y hacia atrás. Se van a tener en cuenta las situaciones donde el par y la velocidad son máximos.

El par y la potencia de salida de la caja de cambios se divide en dos, puesto que hay dos salidas de potencia, una a cada diferencial. La velocidad de giro por otra parte sigue siendo constante. Con esto se verifica que la potencia que va a cada diferencial es también la mitad ya que la potencia es el producto del par por la velocidad.

4.3.1 Fuerzas en la corona y piñón

Marcha corta (máximo par)

- Piñón

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctc} / 2 = 403,36 \cdot 4,1 / 2 = 826,88 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctc} = 1300 / 4,1 = 317 \text{ [rpm]} = 33,2 \text{ [rad/s]}$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 \text{ [kW]}$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 \text{ [W]} / (33,2 \text{ [rad/s]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}) = 22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]} / \cos 20^\circ = 24,38 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_n = F \cdot \text{sen} \alpha = 24,38 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \text{sen} 20^\circ = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \cos 18,43^\circ = 7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = F_n \cdot \text{sen} \delta = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \text{sen} 18,43^\circ = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

- Corona

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctc} \cdot i_{dif} / 2 = 403,36 \cdot 4,1 \cdot 3 / 2 = 2.480,66 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctc} / i_{dif} = 1300 / 4,1 / 3 = 105,69 \text{ [rpm]} = 11,067 \text{ [rad/s]}$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 \text{ [kW]}$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 \text{ [W]} / (11,067 \text{ [rad/s]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}) = 22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]} / \cos 20^\circ = 24,38 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_n = F \cdot \text{sen} \alpha = 24,38 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \text{sen} 20^\circ = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \cos 71,57^\circ = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = F_n \cdot \text{sen} \delta = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot \text{sen} 71,57^\circ = 7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

Marcha corta (máxima velocidad)

- Piñón

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctc} / 2 = 145,65 \cdot 4,1 / 2 = 298,58 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctc} = 3.600 / 4,1 = 878 \text{ [rpm]} = 91,95 \text{ [rad/s]}$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 \text{ [kW]}$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (91,95 [rad/s] \cdot 36 \cdot 10^{-3} [m]) = 8,27 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 8,27 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 8,8 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 8,8 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 3,01 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 3,01 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 18,43^\circ = 2,85 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 3,01 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 18,43^\circ = 0,9510^3 [N]$$

- **Corona**

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctc} \cdot i_{dif} / 2 = 145,65 \cdot 4,1 \cdot 3 / 2 = 895,74 [N \cdot m]$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctc} / i_{dif} = 3600 / 4,1 / 3 = 292,68 [rpm] = 30,65 [rad/s]$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 [kW]$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (30,65 [rad/s] \cdot 108 \cdot 10^{-3} [m]) = 8,27 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 8,27 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 8,8 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 8,8 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 3,01 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 3,01 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 71,57^\circ = 0,952 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 3,01 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 71,57^\circ = 2,85 \cdot 10^3 [N]$$

Marcha larga (máximo par)

- **Piñón**

$$T = T_{motor} \cdot i_{cl} / 2 = 403,36 \cdot 1,3 / 2 = 262,18 [N \cdot m]$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{cl} = 1300 / 1,3 = 1000 [rpm] = 104,72 [rad/s]$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 [kW]$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (104,72 [rad/s] \cdot 36 \cdot 10^{-3} [m]) = 7,26 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 7,26 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 7,72 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 7,72 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 2,64 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 2,64 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 18,43^\circ = 2,5 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 2,64 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 18,43^\circ = 0,83 \cdot 10^3 [N]$$

- **Corona**

$$T = T_{motor} \cdot i_{cl} \cdot i_{dif} / 2 = 403,36 \cdot 1,3 \cdot 3 / 2 = 786,55 [N \cdot m]$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{cl} / i_{dif} = 1300 / 1,3 / 3 = 333,33 [rpm] = 34,9 [rad/s]$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 [kW]$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (34,9 [rad/s] \cdot 108 \cdot 10^{-3} [m]) = 7,26 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 7,26 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 7,73 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 7,73 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 2,64 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 2,64 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 71,57^\circ = 0,836 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 2,64 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 71,57^\circ = 2,5 \cdot 10^3 [N]$$

Marcha larga (máxima velocidad)

- Piñón

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctl} / 2 = 145,65 \cdot 1,3 / 2 = 94,67 [N \cdot m]$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctl} = 3.600 / 1,3 = 2.769,23 [rpm] = 290 [rad / s]$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 [kW]$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (290 [rad / s] \cdot 36 \cdot 10^{-3} [m]) = 2,62 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 2,62 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 2,78 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2,78 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 0,95 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 0,95 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 18,43^\circ = 0,9 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 0,95 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 18,43^\circ = 0,3 \cdot 10^3 [N]$$

- Corona

$$T = T_{motor} \cdot i_{ctl} \cdot i_{dif} / 2 = 145,65 \cdot 1,3 \cdot 3 / 2 = 284 [N \cdot m]$$

$$\omega = \omega_{motor} / i_{ctl} / i_{dif} = 3600 / 1,3 / 3 = 923 [rpm] = 96,66 [rad / s]$$

$$N = 54,79 / 2 = 27,39 [kW]$$

$$F_t = N / v = 27,39 \cdot 10^3 [W] / (96,66 [rad / s] \cdot 108 \cdot 10^{-3} [m]) = 2,62 \cdot 10^3 [N]$$

$$F = F_t / \cos \alpha = 2,62 \cdot 10^3 [N] / \cos 20^\circ = 2,8 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_n = F \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2,8 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 20^\circ = 0,954 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_r = F_n \cdot \cos \delta = 0,954 \cdot 10^3 [N] \cdot \cos 71,57^\circ = 0,301 \cdot 10^3 [N]$$

$$F_a = F_n \cdot \operatorname{sen} \delta = 0,954 \cdot 10^3 [N] \cdot \operatorname{sen} 71,57^\circ = 0,905 \cdot 10^3 [N]$$

4.3.2 Fuerzas en satélites y planetarios

Dentro de la jaula del diferencial hay dos planetarios y cuatro satélites, que al engranar generan fuerzas axiales, radiales y tangenciales. Las fuerzas radiales se anulan por simetría, las tangenciales son las que distribuyen el par entre semiejes y las axiales tienen su punto de aplicación en el eje, pero desde el punto de vista del cálculo de rodamientos no se tienen en cuenta puesto que se anulan.

Para el cálculo se va a considerar que el diferencial se encuentra bloqueado, luego los planetarios tienen las mismas propiedades cinemáticas que la corona. La velocidad de giro va a ser la misma que la corona, pero el par va a ser la mitad, ya que se divide en dos semiejes.

Para el cálculo de fuerzas, a fin de simplificar, y sin suponer error, se va a considerar que solo hay un punto de engrane, pero teniendo en cuenta que hay cuatro

satélites, cuatro puntos de engrane, y que el momento flector total generado por las fuerzas axiales es nulo.

4.4 Rodamientos

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.7).

4.4.1 Tipo de rodamientos

En el diferencial hay dos juegos de rodamientos, unos se colocan en el eje de entrada, y otros en la jaula del diferencial. Como ya se sabe, en los engranajes cónicos se generan fuerzas axiales, radiales y tangenciales, siendo los rodamientos los encargados de transmitir esas reacciones a los apoyos. Cuando se presentan este tipo de cargas, los rodamientos más adecuados son los de rodillos cónicos, que pueden soportar cargas axiales y radiales elevadas.

El montaje de los rodamientos de la jaula va a ser directo, puesto que facilita el desmontaje y hace más sencillo el alojamiento.

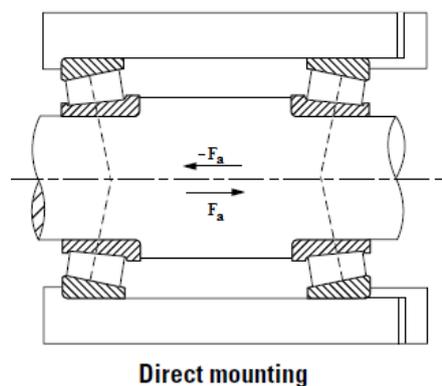


Figura 3.28 Montaje directo ($m=1$)

El montaje de los rodamientos del piñón va a ser indirecto, puesto que de este modo se transmiten mejor las cargas a los alojamientos.

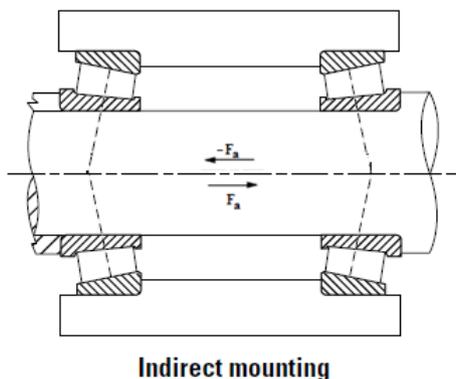


Figura 3.29 Montaje indirecto ($m=-1$)

Los radios interiores y alojamientos de los rodamientos se han obtenido mediante un predimensionado de la jaula del diferencial. Estos valores pueden variar mínimamente en la disposición final.

4.4.2 Vida de los rodamientos

La vida de los rodamientos se estima en 20.000 horas, las cuales están repartidas en diferentes situaciones de carga como se muestra a continuación.

La velocidad de giro se ha de tener en cuenta para saber el porcentaje de daño que provoca cada situación.

$$L_i \text{ [rev]} = \text{tiempo func. [min]} \cdot n \text{ [rpm]}$$

Situación	Porcentaje de horas	Velocidad [rpm]	Número de vueltas (L _i)
Marcha corta máx. par	15 %	317	57·10 ⁶
Marcha corta máx. vel.	30 %	878	316·10 ⁶
Marcha larga máx. par	10 %	1000	120·10 ⁶
Marcha larga máx. vel.	20 %	2769,23	664,6·10 ⁶
Marcha corta máx. par (M.A.)	10 %	317	38·10 ⁶
Marcha corta máx. vel. (M.A.)	15 %	878	158·10 ⁶

Tabla 3.18 Situaciones de carga en los rodamientos del piñón

Situación	Porcentaje de horas	Velocidad [rpm]	Número de vueltas (L _i)
Marcha corta máx. par	15 %	105,69	19·10 ⁶
Marcha corta máx. vel.	30 %	292,63	105,3·10 ⁶
Marcha larga máx. par	10 %	333,33	40·10 ⁶
Marcha larga máx. vel.	20 %	923	221,5·10 ⁶
Marcha corta máx. par (M.A.)	10 %	105,69	12,7·10 ⁶
Marcha corta máx. vel. (M.A.)	15 %	292,63	52,7·10 ⁶

Tabla 3.19 Situaciones de carga en los rodamientos de la corona

4.4.3 Fuerzas en los rodamientos de la jaula

En este apartado se obtienen las reacciones en los apoyos para cada situación de carga. El cálculo de las reacciones en los apoyos se va a realizar mediante un software (Cespla) basado en el método de las rigideces.

Las fuerzas que se van a tener en cuenta son las producidas por la corona, ya que las que se generan dentro de la jaula se anulan y no influyen para la selección de rodamientos.

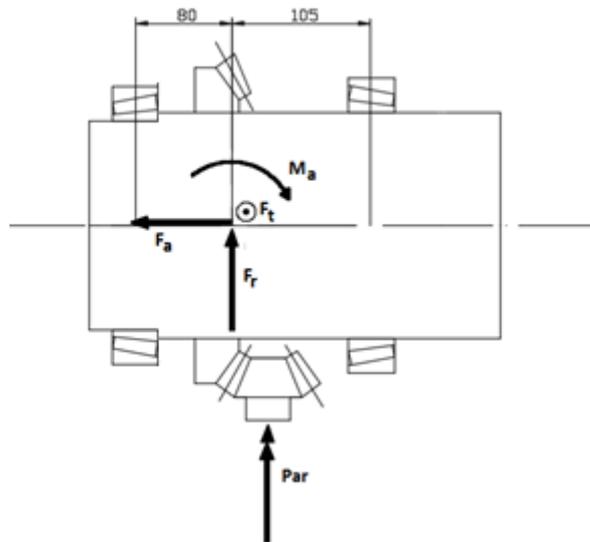


Figura 3.30 Esquema de fuerzas en la jaula del diferencial delantero (marcha hacia delante)

- **Marcha corta (máximo par)**

$$F_t = 22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 854,28 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 7.910 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -1.497 \text{ [N]} \quad R_{by} = -1.132 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -13.003 \text{ [N]} \quad R_{bz} = -9.907 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{1.497^2 + 13.003^2} = 13.088 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{1.132^2 + 9.907^2} = 9.971 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta (máxima velocidad)**

$$F_t = 8,27 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 0,952 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 307,8 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 2.850 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -541,98 \text{ [N]} \quad R_{by} = -410 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -4.693,78 \text{ [N]} \quad R_{bz} = -3.576 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{541,98^2 + 4.693,78^2} = 4.724,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{410^2 + 3.576^2} = 3.599,4 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga (máximo par)**

$$F_t = 7,26 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 0,836 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -2,5 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 270 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 2.500 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -475,9 \text{ [N]} \quad R_{by} = -360 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -4.120,5 \text{ [N]} \quad R_{bz} = -3.139,4 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{475,9^2 + 4.120,5^2} = 4.147,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{360^2 + 3.139,4^2} = 3.160 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga (máxima velocidad)**

$$F_t = 2,62 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 0,301 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -0,905 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 0,905 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 97,74 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 905 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -171,36 \text{ [N]} \quad R_{by} = -129,63 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -1.487 \text{ [N]} \quad R_{bz} = -1.132,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{171,36^2 + 1.487^2} = 1.496,8 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{129,63^2 + 1.132,9^2} = 1.140,3 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta M.A. (máximo par)**

$$F_t = -22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 7,91 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 854,28 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 7.910 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -1.497 \text{ [N]} \quad R_{by} = -1.132 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = 13.003 \text{ [N]} \quad R_{bz} = 9.907 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{1.497^2 + 13.003^2} = 13.088,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{1.132^2 + 9.907^2} = 9.971,46 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta M.A. (máxima velocidad)**

$$F_t = -8,27 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 0,952 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = -2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 108 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 307,8 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = 2.850 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -541,98 \text{ [N]} \quad R_{by} = -410 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = 4.693,78 \text{ [N]} \quad R_{bz} = 3.576 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{541,98^2 + 4.693,78^2} = 4.724,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{410^2 + 3.576^2} = 3.599,4 \text{ [N]}$$

4.4.4 Fuerzas en los rodamientos del piñón

En este apartado se obtienen las reacciones en los apoyos para cada situación de carga. El cálculo de las reacciones en los apoyos se va a realizar mediante un software (Cespla) basado en el método de las rigideces.

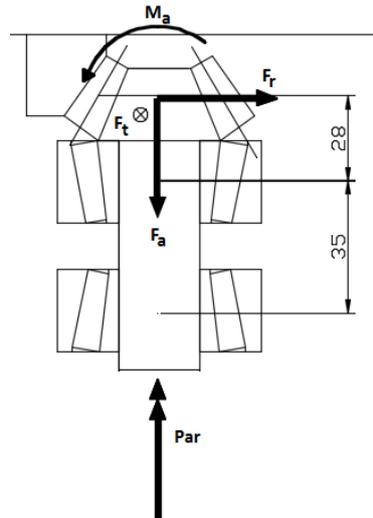


Figura 3.31 Esquema de fuerzas en el piñón del diferencial (marcha hacia delante)

Para la marcha hacia atrás se utilizan los valores de la marcha corta hacia delante, ya que la única fuerza que cambia de sentido es la tangencial, siendo el módulo de la fuerza radial resultante el mismo que en la marcha hacia delante.

- **Marcha corta (máximo par)**

$$F_t = -22,91 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 94,77 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = -2.430 \text{ [N]}$$

$$R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -13.137,3 \text{ [N]}$$

$$R_{by} = 5.837,29 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = 38.070 \text{ [N]}$$

$$R_{bz} = -16.920 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{13.137,3^2 + 38.070^2} = 40.273 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{5.837,29^2 + 16.920^2} = 17.898,61 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta (máxima velocidad)**

$$F_t = -8,27 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = 0,95 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 0,95 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 34,12 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$\begin{aligned} R_{ax} &= -875 \text{ [N]} & R_{bx} &= 0 \text{ [N]} \\ R_{ay} &= -4.733 \text{ [N]} & R_{by} &= 2.103 \text{ [N]} \\ R_{az} &= 13.734 \text{ [N]} & R_{bz} &= -6.104 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{4.733^2 + 13.734^2} = 14.526,7 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{2.103^2 + 6.104^2} = 6.456,11 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga (máximo par)**

$$\begin{aligned} F_t &= -7,26 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ F_r &= 2,5 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ F_a &= 0,83 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ M_a &= F_a \cdot R_{pc} = 0,83 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 30 \text{ [N} \cdot \text{m]} \end{aligned}$$

Reacciones en los apoyos

$$\begin{aligned} R_{ax} &= -771 \text{ [N]} & R_{bx} &= 0 \text{ [N]} \\ R_{ay} &= -4.157 \text{ [N]} & R_{by} &= 1.847 \text{ [N]} \\ R_{az} &= 12.060 \text{ [N]} & R_{bz} &= -5.360 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{4.157^2 + 12.060^2} = 12.756,34 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{1.847^2 + 5.360^2} = 5.669,3 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga (máxima velocidad)**

$$\begin{aligned} F_t &= -2,62 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ F_r &= 0,9 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ F_a &= 0,3 \cdot 10^3 \text{ [N]} \\ M_a &= F_a \cdot R_{pc} = 0,3 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 10,84 \text{ [N} \cdot \text{m]} \end{aligned}$$

Reacciones en los apoyos

$$\begin{aligned} R_{ax} &= -0,278 \text{ [N]} & R_{bx} &= 0 \text{ [N]} \\ R_{ay} &= -1.502,7 \text{ [N]} & R_{by} &= 667,7 \text{ [N]} \\ R_{az} &= 4.356 \text{ [N]} & R_{bz} &= -1.936 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{1.502,7^2 + 4.356^2} = 4.607,9 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{667,7^2 + 1.936^2} = 2.047,9 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta M.A. (máximo par)**

$$F_t = 21,15 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 8,34 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 2,63 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 94,77 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = -2.430 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -13.137,3 \text{ [N]} \quad R_{by} = 5.837,29 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -38.070 \text{ [N]} \quad R_{bz} = 16.920 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{13.137,3^2 + 38.070^2} = 40.273 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{5.837,29^2 + 16.920^2} = 17.898 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta M.A. (máxima velocidad)**

$$F_t = 7,63 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_r = 2,85 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$F_a = 0,95 \cdot 10^3 \text{ [N]}$$

$$M_a = F_a \cdot R_{pc} = 0,95 \cdot 10^3 \text{ [N]} \cdot 36 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 34,12 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Reacciones en los apoyos

$$R_{ax} = -875 \text{ [N]} \quad R_{bx} = 0 \text{ [N]}$$

$$R_{ay} = -4.733 \text{ [N]} \quad R_{by} = 2.103 \text{ [N]}$$

$$R_{az} = -13.734 \text{ [N]} \quad R_{bz} = 6.104 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.A} = \sqrt{4.733^2 + 13.734^2} = 14.526,7 \text{ [N]}$$

$$F_{rad.B} = \sqrt{2.103^2 + 6.104^2} = 6.456,11 \text{ [N]}$$

4.4.5 Selección de rodamientos

Una vez con las fuerzas en los rodamientos se ha de realizar el cálculo para la selección de los mismos, una vez más se va a realizar mediante una hoja de cálculo Excel, eligiendo rodamientos del catálogo Timken.

4.4.5.1 Rodamientos de la jaula del diferencial

- **Datos**

$$a = 10/3$$

$$vida = 20.000 \text{ [horas]}$$

$$L_{10} = 451,2 \cdot 10^6 \text{ [rev.]}$$

$$F.A. = 2$$

$$m = 1$$

$$d_A = 120 \text{ [mm]}$$

$$d_B = 140 \text{ [mm]}$$

$$K_A = 1,27$$

$$K_B = 1,16$$

$$C_{90A}^* = 37.600 \text{ [N]}$$

$$C_{90B}^* = 52.700 \text{ [N]}$$

ref. rod. A → JL724348 inner – JL724314 outer

ref. rod. B → JP14049 inner – JP14010 outer

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

FrA [N]	FrB [N]	Fa [N]	L [x10 ⁶ rev]
13088	9971	-7910	19
4729,9	3599,4	-2850	105,3
4147,9	3160	-2500	40
1496,8	1140,3	-905	221,5
13088,9	9971,46	-7910	12,7
4724,9	3599,4	-2850	52,7

- **Condición de empuje (Thrust condition)**

Dependiendo del resultado de esta inecuación se escogen unas fórmulas u otras para el cálculo de las cargas en cada apoyo y las fuerzas radiales equivalentes.

Thrust Condition	Net Bearing Thrust Load	Dynamic Equivalent Radial Load
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA} - m \cdot F_{ae}}{K_B}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot F_{aB}$

Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga rad. equivalente

Luego realizando el análisis con los datos, se obtiene que en todos los casos se cumple la desigualdad de la fila superior.

A		B
4843,590551	<	11949,97414
1750,435433	<	4308,377586
1535,049606	<	3780,344828
553,9338583	<	1367,018103
4843,923622	<	11950,16052
1748,585039	<	4308,377586

Esto nos lleva a utilizar las mismas fórmulas en todos los casos para la obtención de la fuerza radial equivalente.

- **Carga neta de empuje (Net Bearing Thrust Load)**

En todos los casos se utilizan las fórmulas de la fila superior, obteniendo como resultado:

FaA-línea sup	FaB-línea sup	FaA-línea inf	FaB-línea inf
11949,97414	4039,974138	4843,590551	-3066,409449
4308,377586	1458,377586	1750,435433	-1099,564567
3780,344828	1280,344828	1535,049606	-964,9503937
1367,018103	462,0181034	553,9338583	-351,0661417
11950,16052	4040,160517	4843,923622	-3066,076378
4308,377586	1458,377586	1748,585039	-1101,414961

Los valores en rojo no son válidos ya que se han calculado con una condición de empuje no válida.

- **Carga radial dinámica equivalente (Dynamic equivalent radial load)**

Ya con los valores de carga neta de empuje podemos calcular la carga equivalente, de nuevo para cada carga se utiliza la fórmula correspondiente marcada según la condición de empuje. De nuevo los valores en rojo no son correctos.

Pa-sup	Pb-sup	Pa-inf	Pb-inf
20411,66716	9971	13088	431,365039
7363,599534	3599,4	4729,9	164,265102
6460,197931	3160	4147,9	144,657543
2334,832991	1140,3	1496,8	48,8832756
20412,26386	10048,8248	13088,9	431,935402
7361,599534	3627,32638	4724,9	162,118646

- **Carga equivalente total**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (19 + 105,3 + 40 + 221,5 + 12,7 + 52,7) = 20.411,66^{10/3} \cdot 19 + 7.363,6^{10/3} \cdot 105,3 + \\ + 6.460,2^{10/3} \cdot 40 + 2.334,83^{10/3} \cdot 221,5 + 20.412,26^{10/3} \cdot 12,7 + 7.361,6^{10/3} \cdot 52,7$$

$$F_{eqA}^{rad} = 9.716,76 [N]$$

$$F_{eqB}^{10/3} \cdot (19 + 105,3 + 40 + 221,5 + 12,7 + 52,7) = 9.971^{10/3} \cdot 19 + 3.599,4^{10/3} \cdot 105,3 + \\ + 3.160^{10/3} \cdot 40 + 1.140,3^{10/3} \cdot 221,5 + 10.048,8^{10/3} \cdot 12,7 + 3.627,3^{10/3} \cdot 52,7$$

$$F_{eqB}^{rad} = 4.761,3 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = \frac{F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}}$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Rodamiento A (izquierdo)

$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{9.716,76 \cdot (451,2)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 31.520,25 [N]$$

$$31.520,25 < 37.600 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Rodamiento B (derecho)

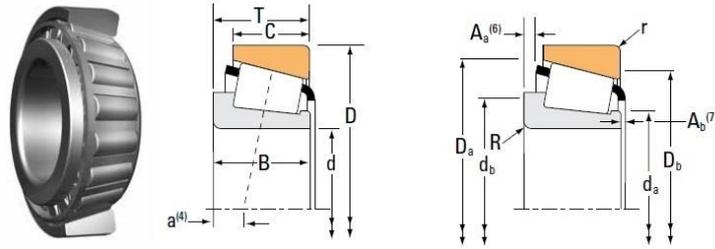
$$C = \frac{F_{eqB} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{4.761,3 \cdot (451,2)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 15.445,32 [N]$$

$$15.445,32 < 52.700 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

El rodamiento derecho (B) tiene la restricción geométrica del radio interior, por eso no se ha podido elegir un rodamiento con un valor de capacidad dinámica que se ajustara mejor a la realidad.

TAPERED ROLLER BEARINGS
SINGLE-ROW • TYPE TS
TYPE TS



	Bearing Dimensions			Load Ratings						Part Number		
	Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic ⁽¹⁾ C ₁	Factors ⁽²⁾ e	Y	Dynamic ⁽³⁾		Factors ⁽²⁾ K	Static C ₀	Inner	Outer
							C ₉₀	C _{a90}				
mm in.	mm in.	mm in.	N lbf			N lbf	N lbf	N lbf				
Rod. A	120.000 4.7244	170.000 6.6929	25.400 1.0000	145000 32600	0.46	1.31	37600 8450	29500 6640	1.27	231000 52000	JL724348	JL724314
Rod. B	140.000 5.5118	195.000 7.6772	29.000 1.1417	203000 45700	0.50	1.19	52700 11800	45400 10200	1.16	304000 68400	JP14049	JP14010

	Bearing Dimensions									Geometry Factors			Bearing Weight		
	Width B	Width C	Eff. Ctr. a ⁽⁴⁾	Shaft			Housing			Cage		G ₁		G ₂	C _g
				Max Shaft Fillet Radius R ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. d _a	d _b	Max Housing Fillet Radius r ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. D _a	D _b	A _a ⁽⁶⁾	A _b ⁽⁷⁾				
mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	mm in.	kg lbs.	
Rod. A	25.400 1.0000	19.050 0.7500	7.9 0.31	3.3 0.13	127.0 5.00	132.0 5.20	3.3 0.13	163.0 6.42	156.0 6.14	2.7 0.10	1.2 0.05	170.2	70.6	0.1472	1.62 3.56
Rod. B	27.000 1.0630	21.000 0.8268	11.9 0.47	3.0 0.12	148.0 5.83	153.0 6.02	3.0 0.12	189.0 7.44	182.0 7.17	2.6 0.10	4.2 0.17	219.5	68.2	0.1133	2.29 5.06

Figura 3.32 Rodamientos cónicos de la jaula del diferencial (Timken)

4.4.5.2 Rodamientos del piñón

- **Datos**

$$a = 10/3$$

$$vida = 20.000 \text{ [horas]}$$

$$L_{10} = 1.353,6 \cdot 10^6 \text{ [rev.]}$$

$$F.A. = 2$$

$$m = -1$$

$$d_A = 47,625 \text{ [mm]}$$

$$d_B = 47.625 \text{ [mm]}$$

$$K_A = 0,79$$

$$K_B = 0,93$$

$$C_{90A}^* = 55.500 \text{ [N]}$$

$$C_{90B}^* = 45.800 \text{ [N]}$$

ref. rod. A → 72188C inner – 72487 outer

ref. rod. B → 66187 inner – 66462 outer

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

FrA [N]	FrB [N]	Fa [N]	L [x10 ⁶ rev]
13088	9971	-7910	57
4729,9	3599,4	-2850	316
4147,9	3160	-2500	120
1496,8	1140,3	-905	664,6
13088,9	9971,46	-7910	38
4724,9	3599,4	-2850	158

- **Condición de empuje (Thrust condition)**

Dependiendo del resultado de esta inecuación se escogen unas fórmulas u otras para el cálculo de las cargas en cada apoyo y las fuerzas radiales equivalentes.

Thrust Condition	Net Bearing Thrust Load	Dynamic Equivalent Radial Load
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{aB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_B} - m \cdot F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot F_{aB}$

Tabla 3.11 Fórmulas para el cálculo de la carga rad. equivalente

Luego realizando el análisis con los datos, se obtiene que en todos los casos se cumple la desigualdad de la fila superior.

A		B
23959,88608	<	11475,22581
8642,467089	<	4137,765269
7589,214937	<	3636,130108
2741,408861	<	1276,960215
23959,88608	<	11475,53409
8642,467089	<	4137,765269

Esto nos lleva a utilizar las mismas fórmulas en todos los casos para la obtención de la fuerza radial equivalente.

- **Carga neta de empuje (Net Bearing Thrust Load)**

En todos los casos se utilizan las fórmulas de la fila superior, obteniendo como resultado:

FaA-linea sup	FaB-linea sup	FaA-linea inf	FaB-linea inf
11475,22581	9045,225806	23959,88608	21529,88608
4137,765269	3262,765269	8642,467089	7767,467089
3636,130108	2865,130108	7589,214937	6818,214937
1276,960215	1034,960215	2741,408861	2499,408861
11475,53409	9045,534086	23959,88608	21529,88608
4137,765269	3262,765269	8642,467089	7767,467089

Los valores en rojo no son válidos ya que se han calculado con una condición de empuje no válida.

- **Carga radial dinámica equivalente (Dynamic equivalent radial load)**

Ya con los valores de carga neta de empuje podemos calcular la carga equivalente, de nuevo para cada carga se utiliza la fórmula correspondiente marcada según la condición de empuje. De nuevo los valores en rojo no son correctos.

Pa-sup	Pb-sup	Pa-inf	Pb-inf
25174,62839	17898	40273	27181,9941
9079,514562	6456,11	14526,7	9806,18839
7975,078785	5669,3	12756,34	8608,65989
2851,95857	2047,9	4607,9	3143,61024
25174,87193	20727,74513	40273	27182,2381
9079,514562	7476,591903	14526,7	9806,18839

- **Carga equivalente total**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (57 + 316 + 120 + 664,6 + 38 + 158) = 25.174,62^{10/3} \cdot 57 + 9.079,5^{10/3} \cdot 316 + 7.975^{10/3} \cdot 120 + 2.851,95^{10/3} \cdot 664,6 + 25.174,87^{10/3} \cdot 38 + 9.079,5^{10/3} \cdot 158$$

$$F_{eqA}^{rad} = 11.980,38 [N]$$

$$F_{eqB}^{10/3} \cdot (57 + 316 + 120 + 664,6 + 38 + 158) = 17.898^{10/3} \cdot 57 + 6.45,11^{10/3} \cdot 316 + 5.669,3^{10/3} \cdot 120 + 2.047,9^{10/3} \cdot 664,6 + 20.727,74^{10/3} \cdot 38 + 7.476,59^{10/3} \cdot 158$$

$$F_{eqB}^{rad} = 9.085,29 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = \frac{F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}}$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Rodamiento A (izquierdo)

$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{11.980,38 \cdot (1.353,6)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 54.035 \text{ [N]}$$

$$54.035 < 55.500 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Rodamiento B (derecho)

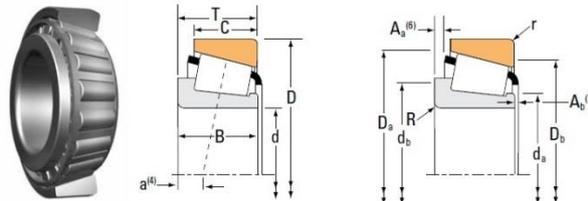
$$C = \frac{F_{eqA} \cdot L^{1/a} \cdot FA}{90^{1/a}} = \frac{9.085,29 \cdot (1.353,6)^{3/10} \cdot 2}{90^{3/10}} = 40.977,31 \text{ [N]}$$

$$40.977,31 < 45.800 \text{ (cat.)}$$

$$C < C_{90} \text{ (cat.)}$$

Se cumplen ambas condiciones de capacidad dinámica de carga, no siendo válidos los rodamientos inmediatamente inferiores en (C_{90}), luego los rodamientos son buenos.

TAPERED ROLLER BEARINGS
SINGLE-ROW • TYPE TS
TYPE TS



	Bearing Dimensions			Load Ratings						Part Number			
	Bore d	O.D. D	Width T	Dynamic ⁽¹⁾		Factors ⁽²⁾		Dynamic ⁽³⁾		Factors ⁽²⁾ K	Static C ₀	Inner	Outer
				C ₁	e	Y	C ₉₀	C ₉₀	N				
Rod. A	47.625 1.8750	123.825 4.8750	36.512 1.4375	214000 48200	0.74	0.81	55500 12500	70100 15800	0.79	208000 46800	72188C	72487	
Rod. B	47.625 1.8750	117.475 4.6250	33.338 1.3125	177000 39700	0.63	0.96	45800 10300	49100 11000	0.93	166000 37300	66187	66462	

	Bearing Dimensions							Geometry Factors			Bearing Weight				
	Width B	Width C	Eff. Ctr. a ⁽⁴⁾	Shaft			Housing			Cage					
				Max Shaft Fillet Radius R ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. d _s	mm in.	Max Housing Fillet Radius r ⁽⁵⁾	Backing Shoulder Dia. D _s	mm in.	A _a ⁽⁶⁾		A _b ⁽⁷⁾	G ₁	G ₂	C _g
Rod. A	31.750 1.2500	23.812 0.9375	-0.3 -0.01	3.5 0.14	62.0 2.44	69.0 2.72	3.3 0.13	111.0 4.37	100.0 3.94	5.0 0.19	2.0 0.08	50.2	16.4	0.0751	1.69 3.74
Rod. B	32.791 1.2910	25.400 1.0000	2.0 0.08	0.8 0.03	67.0 2.64	69.0 2.72	3.3 0.13	116.0 4.57	102.0 4.02	4.7 0.18	4.4 0.18	57.4	15.9	0.0825	2.18 4.81

Figura 3.33 Rodamientos cónicos del piñón del diferencial (Timken)

4.5 Bloqueo del diferencial

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.7.3.6 y Ap. 7.7.3.7).

4.5.1 Determinación par de bloqueo

El primer paso para diseñar el bloqueo de un diferencial es calcular el par que han de soportar los discos de fricción para mantener el eje palier, sobre el que van montados, unido a la jaula del diferencial.

Para ello se va a la situación más crítica, donde el par de bloqueo necesario es máximo. Esa situación se presenta cuando se conecta la marcha corta y una de las ruedas gira libre, en ese caso el par que le llega a esa rueda es el 100%. Para equilibrar esa diferencia de par es necesario que los discos de bloqueo proporcionen un salto del 100% de par.

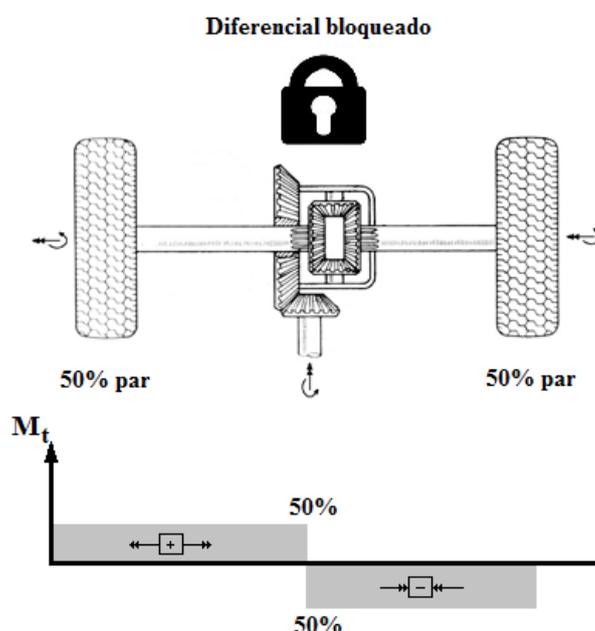


Figura 3.34 Distribución de par con diferencial bloqueado

El valor de ese par es el de salida del motor, multiplicado por las relaciones de la marcha corta y el diferencial, y a su vez dividido por dos debido a que la tracción es total.

$$T = T_{motor} \cdot i_{mc} \cdot i_{dif} / 2 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T = 403,36 \text{ [N} \cdot \text{m}] \cdot 4,1 \cdot 3 / 2$$

$$T = 2.480,66 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

4.5.2 Discos de fricción

El número de discos de fricción se calcula en base al material del que están compuestos y a su geometría. Los fabricantes proporcionan unos valores aproximados

de (μ) pero para realizar un cálculo exacto es necesario realizar ensayos con los diferentes materiales y lubricantes.

Para la aplicación de bloquear el diferencial se van a instalar discos de fricción de bronce y contradiscos de acero. Los coeficientes de rozamiento y la composición de los discos de fricción que proporciona el fabricante “Hangzhou Wencheng Machinery Co., Ltd” se muestran en la tabla 3.20.

La fórmula de esta placa base de cobre

Cu 60-70%
 Fe 5-15%
 SN 5-15%
 Pb 5-15%
 SiO2 1-5%
 C 1-5%

Rendimiento y parámetros de a base de cobre placa de fricción

Categoría	Mojado	Seco
Densidad (g/cm ³)	5.5-6.0	5.3-6.50
Dureza (HB)	15-60	25-65
Coefficiente de fricción estática (y Micro; J)	0.11-0.15	>0.40
Coefficiente de fricción cinética (y Micro; D)	0.04-0.09	0.25-0.40

Tabla 3.20 Composición y propiedades del disco de fricción de bronce

El coeficiente de fricción tomado para realizar los cálculos es ($\mu = 0,13$), correspondiente a la fricción estática en mojado. El efecto del aceite no se tendrá en cuenta, ya que en el momento en que los discos están sometidos a presión, el aceite resbala por el ranurado del disco, y la mínima cantidad de aceite que pudiera quedar entre discos tendría aproximadamente el mismo coeficiente de rozamiento.

La geometría de los discos viene de haber dimensionado previamente la jaula, el planetario del diferencial y el palier, dejando un espacio para alojar los discos. Tras esto, los radios de contacto entre discos interior ($r_{int.}$) y exterior ($r_{ext.}$) son:

$$r_{int.} = 33 \text{ [mm]}$$

$$r_{ext} = 49 \text{ [mm]}$$

En posición de reposo el espacio entre discos es de 0,5 [mm], siendo el espesor de los discos de 3 [mm].

Los discos de fricción se unen al planetario mediante un estriado siguiendo la norma DIN 5482. Los contradiscos se unen a la jaula del diferencial mediante cuatro estrías.

4.5.4 Fuerza de accionamiento

La fuerza que se ha de aplicar para genera el par deseado viene dada por la fórmula:

$$T_{roz} = m \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(r_{ext}^3 - r_{int}^3)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

Donde son conocidos todos los datos a excepción del número de pares de caras en contacto, el cual se ha de elegir mediante un proceso de iteración hasta alcanzar un valor de fuerza aceptable. En este caso, tras iterar el número de caras de contacto es ($m = 8$), lo que corresponde a 4 discos de fricción y 5 contradiscos.

A continuación se obtiene la fuerza de accionamiento.

$$T_{roz} = m \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(r_{ext}^3 - r_{int}^3)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

$$2.480,66 [N \cdot m] = 8 \cdot 0,13 \cdot F_a \cdot \frac{(0,049^3 - 0,033^3)}{(0,049^2 - 0,033^2)}$$

$$F_a = 38.298,5[N]$$

4.5.5 Muelles de retorno

Cuando se deja de aplicar presión en los discos, el elemento de accionamiento ha de volver a su lugar de origen, para ello se dispone de una serie de muelles colocados en una corona.

Cuando se quiera bloquear el diferencial, para que el elemento de accionamiento llegue a transmitir presión a los discos debe vencer una fuerza adicional debida a la compresión de los muelles de retorno.

Los muelles se seleccionan de catálogo, en este caso se va a disponer de 10 muelles con una longitud de 18 [mm].

MUELLES COMPRESIÓN					ALAMBRE DE ACERO INOXIDABLE AISI 302 EN 10270 - 3 1.4310 X10CrNi18-8							
D. Ext	Hilo	Largo	Espiras Útiles	Paso	Código	Cód. Tarifa	Constante K DaN/mm	Carga 25% DaN	 Largo	Carga Máx DaN	 Bloque	
10,00	1,20	18	4,0	4,50	22458	CA	0,7607	3,423	13,50	8,672	6,60	

Tabla 3.21 Muelle de compresión del sistema de bloqueo

Se ha de estudiar correctamente la dinámica de bloqueo, ya que los muelles han de permitir que el elemento de accionamiento pueda llegar a bloquear los discos. El

desplazamiento máximo del elemento de accionamiento es de ($\delta = 5$ [mm]), mientras que el muelle puede comprimirse hasta 11,4 [mm].

La fuerza necesaria para comprimir uno los muelles es viene dada por la ley de Hooke.

$$F_m = k \cdot \delta$$

$$F_m = 0,7607 \text{ [DaN/mm]} \cdot 5 \text{ [mm]}$$

$$F_m = 3,8 \text{ [DaN]} = 38 \text{ [N]}$$

La fuerza necesaria para comprimir el conjunto de muelles es por tanto:

$$F_{mT} = n \cdot F_m$$

$$F_{mT} = 10 \cdot 38 \text{ [N]}$$

$$F_{mT} = 380 \text{ [N]}$$

4.5.6 Presión en la cámara de accionamiento

Para saber la presión necesaria en la cámara de accionamiento es preciso saber la fuerza resultante que se quiere obtener por medio de la presión, para ello se han de sumar las fuerzas de bloqueo y de compresión de los muelles.

$$F_p = F_{mT} + F_a = 380 \text{ [N]} + 38.298,5 \text{ [N]}$$

$$F_p = 37.918,5 \text{ [N]}$$

La fuerza resultante de aplicar una presión sobre un área de obtiene mediante la fórmula:

$$F_p \text{ [N]} = P \text{ [MPa]} \cdot A \text{ [mm}^2\text{]}$$

Lo único que falta por saber es el valor del área sobre la que se ejerce la presión. Este valor se obtiene de haber predimensionado los elementos y la cámara de accionamiento. El elemento de accionamiento será de sección circular, con radios interior ($r_{int.}$) y exterior ($r_{ext.}$).

$$r_{int.} = 38 \text{ [mm]}$$

$$r_{ext.} = 110 \text{ [mm]}$$

Luego el área de presión es:

$$A = \pi \cdot (r_{ext.}^2 - r_{int.}^2) = \pi \cdot (110^2 - 38^2)$$

$$A = 33.476,8 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Y la presión total mínima a aplicar en la cámara de accionamiento es:

$$P \text{ [MPa]} = \frac{F_p \text{ [N]}}{A \text{ [mm}^2\text{]}}$$

$$P = \frac{38.298,5 [N]}{33.476,8 [mm^2]}$$

$$P = 1,14 [MPa] = 11,4 [bar]$$

Teniendo en cuenta el posible desgaste de los discos y otros imprevistos, la presión que se proporcionará a la cámara de accionamiento será de 15 [bar].

4.6 Uniones atornilladas

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.10).

Las uniones atornilladas que se van a calcular son dos, la primera une la corona con la jaula del diferencial y la segunda une la entrada al diferencial con la salida de la caja de transferencia.

Las uniones se calculan a torsor puro, ya que no hay fuerzas de otro tipo actuando sobre ellas. Dentro del torsor puro, se va a calcular la precarga y el número de tornillos necesario para que la fricción entre las superficies de unión no permita el deslizamiento.

4.6.1 Unión de la corona a la jaula del diferencial

La corona del diferencial al ser un engranaje cónico, genera una fuerza axial, pero no afecta a la unión puesto que la soporta la propia jaula.

Las medidas de la corona y de la jaula son las mostradas en la figura 5.35.

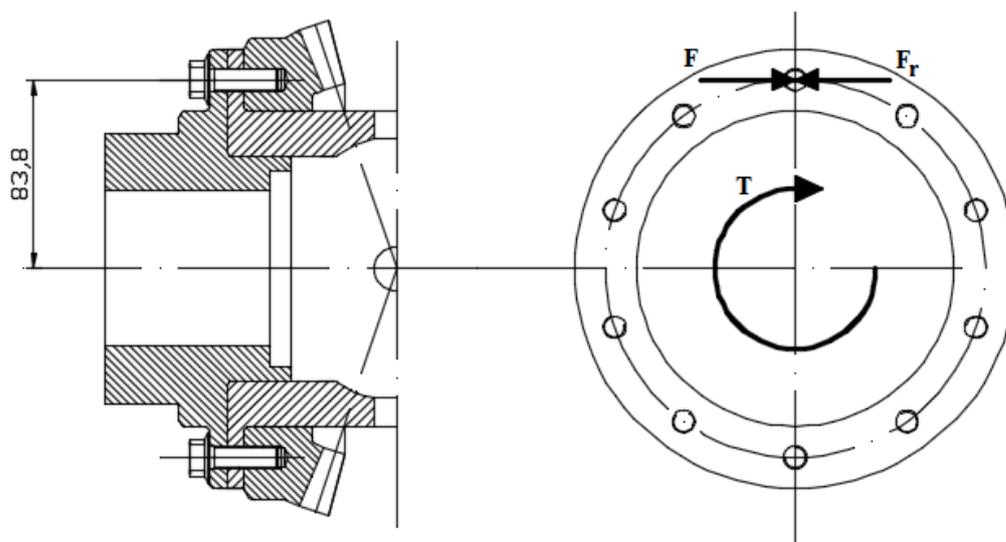


Figura 3.35 Unión atornillada de la corona del diferencial

El par máximo al que está sometida la unión se da cuando se alcanza el máximo par estado conectada la marcha corta.

$$T = 2.480,66 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Los coeficientes de rozamiento entre dos elementos de fundición se muestran en la tabla 3.22.

Coefficiente de rozamiento

Materiales	Rozam. dinámico (de deslizamiento)		Rozam. estático (adherencia)	
	En seco	μ Engrasado	En seco	μ_s Engrasado
Fund. gris sobre fund. gris	0,28	0,08	0,3	0,2

Tabla 3.22 Coeficientes de rozamiento Fundición-Fundición

- **Fuerza debida al par**

Hay dos pares de caras de contacto, pero el par se transmite de la corona al cuerpo de la jaula, no soportando apenas carga la tapa de la jaula luego sólo la superficie de contacto en corona y cuerpo ha de crear la fuerza de rozamiento necesaria, luego ($m = 1$). El número de tornillos se fija en 10 puesto que parece un buen número para no tener que aplicar un gran par de apriete.

$$T = F \cdot d \cdot n_{\text{tornillos}} \cdot m$$

$$2.480,66 \text{ [N} \cdot \text{m]} = F \cdot 0,0838 \text{ [m]} \cdot 10 \cdot 1$$

$$F = \frac{2.480,66 \text{ [N} \cdot \text{m]}}{0,0838 \text{ [m]} \cdot 10 \cdot 1}$$

$$F = 2.960,2 \text{ [N]}$$

- **Fuerza de rozamiento**

El coeficiente de rozamiento se toma como ($\mu = 0,2$), ya que la unión está parcialmente sumergida en la valvulina del diferencial.

$$F = F_r = \mu \cdot F_p \rightarrow F_p = \frac{F}{\mu}$$

$$F_p = \frac{2.960,21}{0,2} = 14.801 \text{ [N]}$$

- **Comprobación a tensión**

Los tornillos son de métrica 10, clase 4.8 y de paso grueso, siendo la tensión de prueba y el área a tracción:

$$\sigma_{\text{prueba}} = 310 \text{ [MPa]}$$

$$A_t = 58 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$\sigma_{F_p} = \frac{F_p}{A_t} = \frac{14.801 \text{ [N]}}{58 \text{ [mm}^2\text{]}} = 255,2 \text{ [MPa]}$$

- **Par de apriete**

Este es el par de apriete mínimo necesario que se ha de aplicar en cada tornillo de la unión.

$$T_p = K \cdot F_p \cdot d$$

$$T_p = 0,2 \cdot 14.801 [N] \cdot 0,01[m]$$

$$T_p = 29,6 [N \cdot m]$$

4.6.2 Unión de la caja de transferencia y el diferencial

La potencia de salida de la caja de transferencia se transmite hacia el diferencial trasero mediante un acoplamiento elástico consistente en una unión atornillada entre dos elementos fijados a los ejes con una arandela de goma entre ambos.

Las medidas necesarias para el cálculo y la unión están representadas en la figura 3.36.

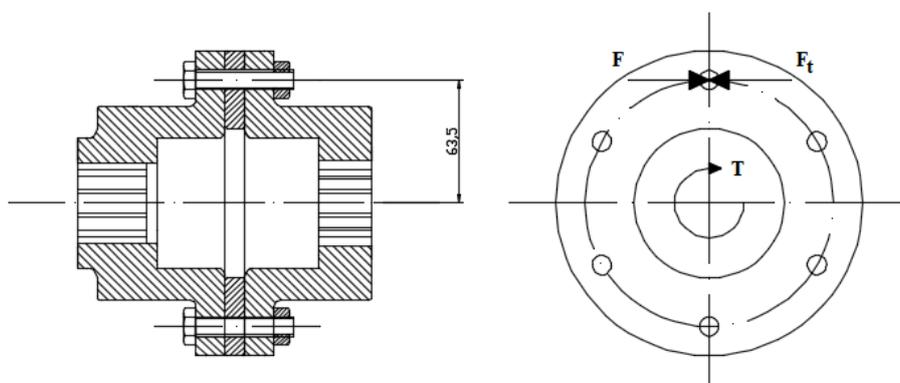


Figura 3.36 Unión atornillada entre el transfer y el diferencial

El par máximo al que está sometida la unión se da cuando se alcanza el máximo par estado conectada la marcha corta.

$$T = 826,88 [N \cdot m]$$

Los coeficientes de rozamiento entre dos elementos de fundición se muestran en la tabla 3.23.

Coefficiente de rozamiento

Materiales	Rozam. dinámico (de deslizamiento)		Rozam. estático (adherencia)	
	En seco	Engrasado	En seco	Engrasado
Goma sobre metal	0,5	-	-	-

Tabla 3.23 Coeficientes de rozamiento Goma-Metal

- Fuerza debida al par

Hay dos pares de caras de contacto, luego ($m = 2$), y 6 tornillos parece un buen número para no tener que aplicar un gran par de apriete.

$$T = F \cdot d \cdot n_{\text{tornillos}} \cdot m$$

$$826,88 [N \cdot m] = F \cdot 0,0635 [m] \cdot 6 \cdot 2$$

$$F = \frac{826,88 [N \cdot m]}{0,0635 [m] \cdot 6 \cdot 2}$$

$$F = 1.085,14 [N]$$

- **Fuerza de rozamiento**

El coeficiente de rozamiento es ($\mu = 0,5$) independientemente de si es fricción seca o húmeda.

$$F = F_r = \mu \cdot F_p \rightarrow F_p = \frac{F}{\mu}$$

$$F_p = \frac{1.085,14}{0,5} = 2.170,28 [N]$$

- **Comprobación a tensión**

Los tornillos son de métrica 10, clase 4.6 y de paso grueso, siendo la tensión de prueba y el área a tracción:

$$\sigma_{\text{prueba}} = 225 [MPa]$$

$$A_t = 58 [mm^2]$$

$$\sigma_{F_p} = \frac{F_p}{A_t} = \frac{2.170,28 [N]}{58 [mm^2]} = 37,41 [MPa]$$

- **Par de apriete**

Este es el par de apriete mínimo necesario en cada tornillo.

$$T_p = K \cdot F_p \cdot d$$

$$T_p = 0,2 \cdot 2.170,28 [N] \cdot 0,01[m]$$

$$T_p = 4,34 [N \cdot m]$$

5. Reductores epicicloidales

5.1 Número de dientes

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.8.2).

La relación de transmisión del reductor es ($r = 6$) estando la corona fija y transmitiéndose la potencia del planetario a los satélites.

El número de satélites es (3), luego se han de cumplir las siguientes relaciones de montaje:

- (z_c) y (z_p) han de ser ambos pares o impares y su suma ha de ser múltiplo de 3.

- El número de dientes de los satélites ha de ser análogo al número de dientes de la corona en cuanto a su divisibilidad, es decir, (z_s) ha de ser múltiplo de tres si lo es (z_c), lo ha de ser (z_s+1) si lo es (z_c+1), o lo ha de ser (z_s-1) si lo es (z_c-1).
- También se ha de cumplir la relación del número de dientes ($z_c = z_p + 2 \cdot z_s$).

Se parte de la relación de transmisión:

$$6 = \frac{\omega_p}{\omega} \rightarrow \omega_p = 6 \cdot \omega$$

$$\frac{\omega}{\omega_p - \omega} = \frac{z_p}{z_c} \rightarrow \frac{\omega}{6 \cdot \omega - \omega} = \frac{z_p}{z_c} \rightarrow z_c = 5 \cdot z_p$$

$$z_c = z_p + 2 \cdot z_s \rightarrow 2 \cdot z_s = 4 \cdot z_p \rightarrow z_s = 2 \cdot z_p$$

Si el número de dientes del planetario se fija en $z_p = 14$, entonces:

$$z_s = 2 \cdot z_p = 28$$

$$z_c = 5 \cdot z_p = 70$$

Se ha de comprobar que se cumplen las condiciones de montaje descritas anteriormente.

$$z_c + z_p = 70 + 14 = 84 \text{ (múltiplo de 3)}$$

$$z_c - 1 = 69 \text{ (múltiplo de 3)}$$

$$z_s - 1 = 27 \text{ (múltiplo de 3)}$$

$$z_c = z_p + 2 \cdot z_s \rightarrow 70 = 14 + 2 \cdot 28$$

Se cumplen todas las relaciones, luego los números de dientes son válidos para el montaje.

5.2 Módulo de los engranajes

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.4).

5.2.1 Estimación del módulo

Puesto que no se conoce el módulo de los engranajes ni se puede calcular, se va a partir de un radio estimado de la corona con el que se calcule el módulo para más tarde comprobar que cumple con las solicitudes.

El reductor se sitúa dentro de la llanta, luego no puede tener grandes dimensiones. El diámetro aproximado de la corona para que entre en la llanta es de 200 [mm].

Con los números de dientes antes calculados, se obtiene el módulo, que ha de ser el mismo para todas las ruedas, ya que engranan entre sí.

$$R = \frac{m \cdot z}{2}$$

$$R_c = \frac{m \cdot z_c}{2} \rightarrow m = \frac{2 \cdot R_c}{z_c} = \frac{2 \cdot 100 \text{ [mm]}}{70} = 2,85$$

Puesto que el módulo (2,85) no está normalizado, el que más se aproxima inmediatamente por encima es (3), luego se toma ese valor para los cálculos.

$$R_c = \frac{m \cdot z_c}{2} = \frac{3 \cdot 70}{2} = 105 \text{ [mm]}$$

$$R_p = \frac{m \cdot z_p}{2} = \frac{3 \cdot 14}{2} = 21 \text{ [mm]}$$

$$R_s = \frac{m \cdot z_s}{2} = \frac{3 \cdot 28}{2} = 42 \text{ [mm]}$$

5.2.2 Datos de partida

Una vez obtenidos los radios primitivos, se fijan los parámetros necesarios para la comprobación del módulo.

Ángulo de presión	$\alpha = 20^\circ$
Factor de guiado	$\psi = 10$
Factor de forma de Lewis ($z = 14$)	0,277
Duración estimada	20.000 horas

Tabla 3.24 Datos de partida de los engranajes del reductor de rueda

El acero que se va a utilizar para los engranajes es un acero aleado templado 20MnCr5, cuyas características son:

Resistencia a tracción	$\sigma_t = 100 - 130 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Límite de fluencia mínimo	$\sigma_{yp} = 70 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Dureza Brinell	$HB = 600 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Resistencia a fatiga a flexión	$\sigma_e = 47 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$
Solicitación admisible (velocidades elevadas)	$\sigma_{adm} = 2200 - 3400 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$
Módulo de Young	$E = 2.100.000 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$

Tabla 3.25 Propiedades del acero 20MnCr5

La potencia se va a tomar como máxima y constante, ya que es la que se da en las situaciones con mayor sollicitación, pero teniendo en cuenta las pérdidas que se dan a lo largo de la transmisión. También se ha de dividir entre las cuatro ruedas motrices y entre el número de satélites.

$$N = N_{\max.motor} / 4 / 3 \cdot \eta_{caja} \cdot \eta_{dif.} \cdot \eta_{artic.}$$

El par varía según la curva mostrada en las especificaciones, por ello se tomará el par máximo y el par correspondiente a la velocidad máxima. El par en el planetario es igual al par motor multiplicado por las relaciones de transmisión de la caja de cambios y del diferencial, y a su vez dividido por cuatro puesto que hay cuatro ruedas y por tres, ya que hay tres satélites. También se han de tener en cuenta las pérdidas que se generan a lo largo de la transmisión

$$T_{\max} = T_{\max.motor} \cdot i_{marcha\ larga} \cdot i_{dif} / 4 / 3 \cdot \eta_{caja} \cdot \eta_{dif.} \cdot \eta_{artic.}$$

$$T_{\max.vel} = T_{\max.vel} \cdot i_{marcha\ larga} \cdot i_{dif} / 4 / 3 \cdot \eta_{caja} \cdot \eta_{dif.} \cdot \eta_{artic.}$$

La relación de transmisión entre el planetario y los satélites se obtiene de forma diferente a los engranajes con ejes fijos. En los engranajes con ejes fijos, la velocidad en el punto de engrane es la misma, y el centro instantáneo de rotación coincide con el propio eje ($v = 0$). En los engranajes epicicloidales el centro instantáneo de rotación del elemento en movimiento no es el centro del satélite, ya que tiene una velocidad, sino que es el punto de rodadura. Esto se puede observar en la figura 3.37.

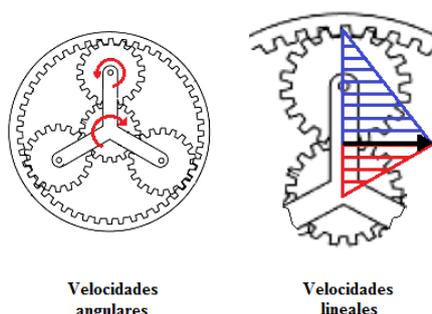


Figura 3.37 Representación de velocidades del satélite y planetario

Luego después de haber visto brevemente la cinemática del satélite se puede concluir que la relación de transmisión entre planetario y piñón es:

$$i_{p-s} = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{V_t / R_{pp}}{V_t / 2 \cdot R_{ps}}$$

$$i_{p-s} = \frac{2 \cdot 42 [mm]}{21 [mm]} = 4$$

5.2.3 Comprobación del módulo

Existen cuatro situaciones de carga para los reductores, las situaciones de máximo par y máxima velocidad con cada marcha. Como se ha visto en la caja de

transferencia, la situación más crítica se da cuando se conecta la marcha corta y se da el máximo par, luego para simplificar sólo se realizará ese cálculo.

El engranaje que se va a estudiar es el planetario, ya que es el más pequeño y el que gira a mayor velocidad.

La potencia y par que llega a cada engranaje es la de salida del motor multiplicada por las relaciones de transmisión de la caja de cambios y el diferencial, y a su vez se ha de dividir por el número de satélites y el número de ruedas motrices del vehículo.

El número de horas de funcionamiento de los engranajes se fija en 10.000 horas, ya que todo ese tiempo se supone funcionando en la situación crítica, el cual no va a ser su uso. Si se pusieran 20.000 horas, al no estar siempre tan solicitado, se sobredimensionarían los engranajes.

Marcha corta (Situación par máximo)

$$T_{\max} = 403,36 [N \cdot m] \cdot 4,1 \cdot 3/4/3 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 389 [N \cdot m] = 3.966,21 [kg \cdot cm]$$

$$\omega = 1300/4,1/3 [rpm] = 105,69 [rpm]$$

$$T_{\max} = 74,5 [CV]/4/3 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 5,84 [CV]$$

- **Cálculo a duración y desgaste**

$$t = \frac{\omega \cdot h \cdot 60}{10^6}$$

$$t = \frac{105,69[rpm] \cdot 10.000[h] \cdot 60}{10^6}$$

$$t = 63,41 [h]$$

$$K_{adm} = 2,86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E}$$

$$K_{adm} = 6800 \cdot \frac{(600[kg/mm^2])^2}{(63,41[h])^{1/3} \cdot 2.100.000[kg/cm^2]}$$

$$K_{adm} = 292,32 [kg/cm^2]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot (i+1)}{K_{adm} \cdot \psi \cdot z^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 3.966,21 \cdot (4+1)}{292,32 \cdot 10 \cdot 14^2 \cdot 4 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}}$$

$$m \geq 0,38 \text{ cm} = 3,8 \text{ mm}$$

- **Cálculo a resistencia**

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{N \cdot \eta_{caja} \cdot \eta_{dif.} \cdot \eta_{artic.}}{\omega \cdot z \cdot \psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{5,84}{105,69[rpm] \cdot 14 \cdot 10 \cdot 3000[kg/cm^2] \cdot 0,277}}$$

$$m \geq 0,408 \text{ cm} = 4,08 \text{ mm}$$

El módulo calculado supera levemente el valor de (4) en el cálculo a resistencia, y puesto que se sólo se ha tenido en cuenta que trabaja en la situación más crítica, y la fórmula no tiene en cuenta las horas de trabajo, se puede aproximar el módulo a (4) sin correr riesgo de rotura.

5.3 Dimensionado de los engranajes

5.3.1 Radio de los engranajes

Se calcula el radio primitivo de todos los engranajes mediante el módulo y el número de dientes.

$$R_p = \frac{m \cdot z}{2}$$

- **Planetario**

$$R_{pp} = \frac{4 \cdot 14}{2} \quad R_{pp} = 28 \text{ mm}$$

- **Satélites**

$$R_{ps} = \frac{4 \cdot 28}{2} \quad R_{ps} = 56 \text{ mm}$$

- **Corona**

$$R_{pc} = \frac{4 \cdot 70}{2} \quad R_{pc} = 140 \text{ mm}$$

5.3.2 Anchura de los engranajes

Puesto que los juegos de engranajes que engranan entre sí tienen el mismo módulo y el mismo factor de forma, todos tendrán la misma anchura.

$$b = \psi \cdot m = 10 \cdot 4$$

$$b = 40 \text{ mm}$$

Por motivos constructivos, la corona tendrá mayor anchura, ya que se ha de fijar a la mangueta.

5.3.3 Distancia entre ejes

El axoide del planetario y de la corona es el mismo, pero el de los satélites es diferente, luego la distancia entre los axiodes será la suma de los radios primitivos.

$$d = \frac{m \cdot (z_p + z_s)}{2} = \frac{4 \cdot (14 + 28)}{2}$$
$$d = 84 \text{ mm}$$

5.4 Fuerzas en engranajes

5.4.1 Fuerzas debidas a la transmisión

El cálculo de las fuerzas en los engranajes tiene como fin la selección de los rodamientos de los satélites, ya que la corona está fija y el planetario está unido al semieje palier. Luego sólo se van a obtener las fuerzas en los satélites.

Para comenzar se han de representar las cargas que actúan sobre el engranaje debido a su movimiento, como se muestra en la figura 3.38.

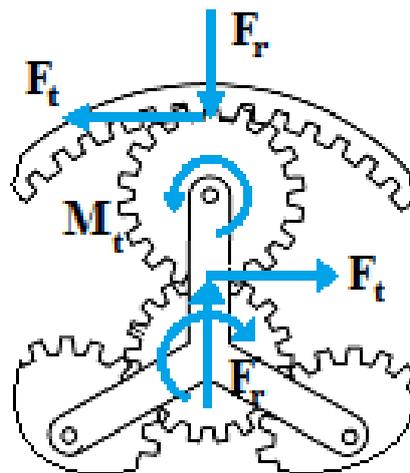


Figura 3.38 Fuerzas debidas a la transmisión de potencia

Tras realizar la representación de cargas se observa que todas las fuerzas se anulan, y el rodamiento sólo está sometido a un momento torsor, el cual no tiene efecto en la resistencia del rodamiento.

5.4.2 Fuerzas debidas a la traslación del vehículo

Los satélites están montados sobre el portasatélites, que es el encargado de transmitir la potencia del reductor a la rueda. Si se quiere tener un par disponible en la llanta, tiene que haber fuerzas que lo generen, y esas son las que aparecen en el portasatélites. Estas fuerzas se representan en la figura 3.39.

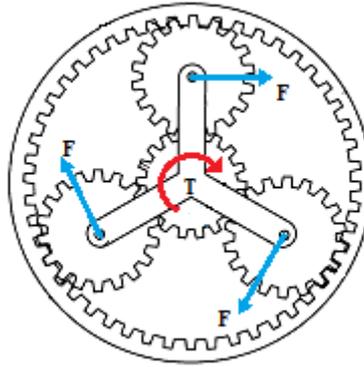


Figura 3.39 Fuerzas en el portasatélites

$$F = \frac{T}{R_{portasat} \cdot 3}$$

Luego si se quiere seleccionar los rodamientos, se ha de saber el valor de esas fuerzas en cada situación de carga. Las situaciones que se van a estudiar son cuatro, las dos marchas en situaciones de máximo par y máxima velocidad. No se estudia la marcha hacia atrás ya que las fuerzas obtenidas tras el cálculo serían las mismas que en marcha hacia delante, solo que con sentido opuesto.

La distancia entre el punto de aplicación de las fuerzas y el centro del eje es la suma de los radios primitivos del planetario y del satélite.

$$R_{portasat} = R_{pp} + R_{ps}$$

$$R_{portasat} = 28 + 56 = 84 \text{ [mm]}$$

- **Marcha corta máximo par**

$$T_{\max} = 403,36 \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot 4,1 \cdot 3 \cdot 6/4 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 9.338,15 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$F = \frac{9.338,15}{0,084 \cdot 3} = 37.056 \text{ [N]}$$

- **Marcha corta máxima velocidad**

$$T_{\max} = 145,65 \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot 4,1 \cdot 3 \cdot 6/4 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 2.528,94 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$F = \frac{2.528,94}{0,084 \cdot 3} = 10.035,5 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga máximo par**

$$T_{\max} = 403,36 \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot 1,31 \cdot 3 \cdot 6/4 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 2.237,74 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$F = \frac{2.237,74}{0,084 \cdot 3} = 8.879,92 \text{ [N]}$$

- **Marcha larga máxima velocidad**

$$T_{\max} = 145,65 \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot 1,31 \cdot 3 \cdot 6/4 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 808,02 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$F = \frac{808,02}{0,084 \cdot 3} = 3.206,42 \text{ [N]}$$

5.5 Dimensionado del portasatélites

El portasatélites en el encargado de transmitir el movimiento de los satélites a la llanta, luego está sometido a grandes fuerzas. En el cálculo que se va a obtener el diámetro de los alojamientos para los rodamientos, calculando las fuerzas críticas y suponiendo que está empotrado.

La geometría viene limitada por la anchura de los rodamientos y el anillo de seguridad que los retiene, y estos a su vez por la anchura de los satélites.

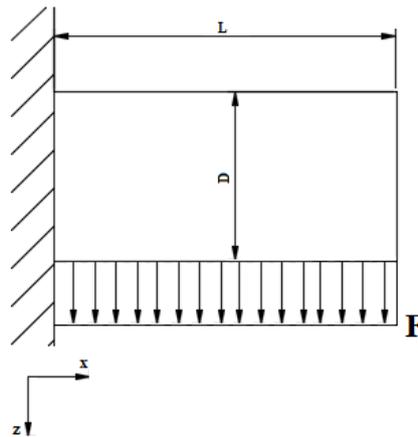


Figura 3.40 Alojamiento de los satélites en el portasatélites

La fuerza (F) se va a considerar como una carga distribuida en el eje (z), siendo este paralelo al plano horizontal.

$$F = 37.056 \text{ [N]}$$

$$L = 55 \text{ [mm]}$$

$$w = \frac{F}{L} = \frac{37.056 \text{ [N]}}{55 \text{ [mm]}} = 673,74 \text{ [N/mm]}$$

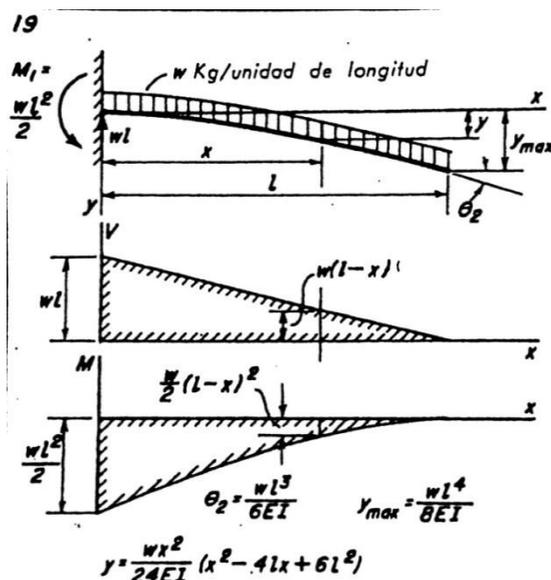


Figura 3.41 Cálculo de voladizos con carga distribuida

El punto más crítico es la unión, por lo que se calculará la tensión en ese punto y se comprobará que está por debajo del límite de fluencia del material.

$$M_f = \frac{w \cdot l^2}{2} = \frac{673,74 \text{ [N/mm]} \cdot (55 \text{ [mm]})^2}{3} = 2.038.063,5 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

$$V_f = w \cdot l = 673,74 \text{ [N/mm]} \cdot 55 \text{ [mm]} = 37.055,7 \text{ [N]}$$

El material utilizado es fundición maleable con límite de fluencia 450 [N/mm²].

El radio mínimo se obtiene aplicando conceptos de resistencia de materiales, la sección más crítica es la inmediatamente anterior al empotramiento, y dentro de ella los cuatro puntos cuadrantes de la sección circular, estando dos de ellos sometidos únicamente a cortante, y otros dos de ellos sometidos a una carga axial, una de compresión y otra de tracción. Para el cálculo se ha considerado que la resistencia a cortante es la mitad que la resistencia a tracción.

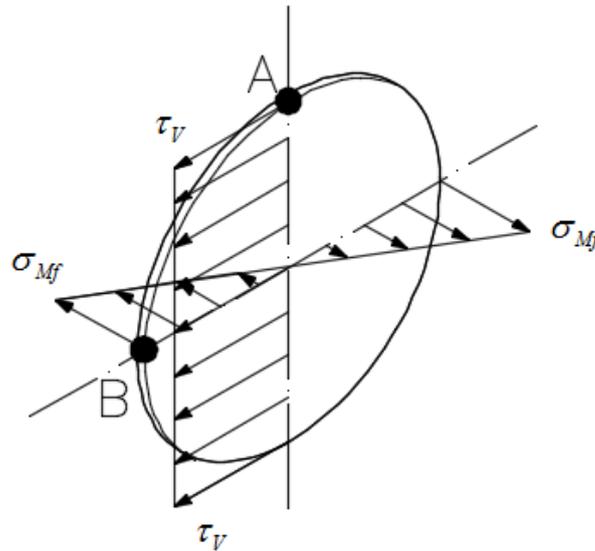


Figura 3.42 Tensiones en los puntos (A) y (B) del voladizo

- **Momento flector (B)**

$$\sigma_{adm} = \frac{M_{fy} \cdot z}{I_y} = \frac{M_f \cdot R}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^4} \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{M_f}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \sigma_{adm}}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{2.038.063,5 \text{ [N} \cdot \text{mm}]}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 450 \text{ [N/mm}^2]}} = 17,93 \text{ [mm]}$$

- **Cortante (A)**

$$Q = y_{cg} \cdot A = \frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{2}{3} \cdot R^3$$

$$\tau_{adm} = \frac{V_y \cdot Q_x}{b \cdot I_x} = \frac{V_y \cdot \frac{2}{3} \cdot R^3}{2 \cdot R \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^4} \rightarrow R = \sqrt{\frac{V_y}{3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \tau_{adm}}}$$

$$R = \sqrt{\frac{37.055,7 [N]}{3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 450 [N/mm^2]}} = 8,36 [mm]$$

El diámetro mínimo que ha de tener el voladizo en la sección más crítica es de 35,86 [mm], según el coeficiente de seguridad que se desee este valor aumentará.

5.6 Rodamientos

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.7).

De todo el conjunto del reductor solo los satélites necesitan rodamientos, puesto que la corona está fija y el planetario está unido al eje mediante un estriado. Estos rodamientos soportan la carga radial que se produce en el portasatélites por efecto de la tracción de la rueda. La restricción geométrica es importante, por lo que se opta por utilizar rodamientos de agujas que son de reducido tamaño y soportan gran carga radial.

Las cargas que han de soportar los rodamientos en cada situación, dependiendo de cada marcha, se han calculado anteriormente, pero todavía falta saber la vida de los rodamientos, y para ello es necesario saber la velocidad de giro de los satélites.

5.6.1 Velocidad angular de los satélites

La velocidad de giro de los satélites se calcula mediante rodadura pura, teniendo en cuenta que el diente que engrana con la corona tiene velocidad nula, y el diente que engrana con el planetario tiene la velocidad máxima.

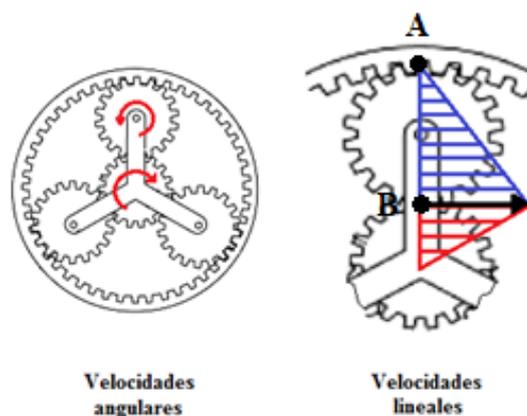


Figura 3.43 Representación de velocidades

Si se considera rodadura pura se cumple que:

$$V_B = V_A + \omega \cdot \overline{AB}$$

Teniendo en cuenta que la velocidad en el punto (A) es cero y que el segmento (\overline{AB}) es el diámetro del satélite:

$$\omega_s = \frac{V_B}{2 \cdot R_{ps}}$$

- **Marcha corta máximo par**

$$\omega_p = 1300 \text{ [rpm]} / 4,1/3 = 105,69 \text{ [rpm]} = 11,06 \text{ [rad / s]}$$

$$\omega_p = V_t / R_{pp} \rightarrow V_t = 11,06 \text{ [rad / s]} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$V_t = 0,31 \text{ [m / s]}$$

$$\omega_s = V_t / 2 \cdot R_{ps} \rightarrow \omega_s = 0,31 \text{ [m / s]} / (2 \cdot 56 \cdot 10^{-3} \text{ [m]})$$

$$\omega_s = 2,77 \text{ [rad / s]}$$

- **Marcha corta máxima velocidad**

$$\omega_p = 3600 \text{ [rpm]} / 4,1/3 = 292,68 \text{ [rpm]} = 30,65 \text{ [rad / s]}$$

$$\omega_p = V_t / R_{pp} \rightarrow V_t = 30,65 \text{ [rad / s]} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$V_t = 0,858 \text{ [m / s]}$$

$$\omega_s = 0,5 \cdot V_t / R_{ps} \rightarrow \omega_s = 0,858 \text{ [m / s]} / (2 \cdot 56 \cdot 10^{-3} \text{ [m]})$$

$$\omega_s = 7,66 \text{ [rad / s]}$$

- **Marcha larga máximo par**

$$\omega_p = 1300 \text{ [rpm]} / 1,31/3 = 330,78 \text{ [rpm]} = 34,64 \text{ [rad / s]}$$

$$\omega_p = V_t / R_{pp} \rightarrow V_t = 34,64 \text{ [rad / s]} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$V_t = 0,97 \text{ [m / s]}$$

$$\omega_s = 0,5 \cdot V_t / R_{ps} \rightarrow \omega_s = 0,97 \text{ [m / s]} / (2 \cdot 56 \cdot 10^{-3} \text{ [m]})$$

$$\omega_s = 8,66 \text{ [rad / s]}$$

- **Marcha larga máxima velocidad**

$$\omega_p = 3600 \text{ [rpm]} / 1,31/3 = 923 \text{ [rpm]} = 96,66 \text{ [rad / s]}$$

$$\omega_p = V_t / R_{pp} \rightarrow V_t = 96,66 \text{ [rad / s]} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$V_t = 2,7 \text{ [m / s]}$$

$$\omega_s = 0,5 \cdot V_t / R_{ps} \rightarrow \omega_s = 2,7 \text{ [m/s]} / (2 \cdot 56 \cdot 10^{-3} \text{ [m]})$$

$$\omega_s = 24,16 \text{ [rad/s]}$$

5.6.2 Vida de los rodamientos

La vida de los rodamientos se estima en 20.000 horas, las cuales están repartidas en diferentes situaciones de carga como se muestra a continuación.

La velocidad de giro se ha de tener en cuenta para saber el porcentaje de daño que provoca cada situación.

$$L_i \text{ [rev]} = \text{tiempo func. [min]} \cdot n \text{ [rpm]}$$

Situación	Porcentaje de horas	Velocidad [rad/s]	Velocidad [rpm]	Número de vueltas (L _i)
Marcha corta máx. par	15 %	2,77	26,45	4,76 · 10 ⁶
Marcha corta máx. vel.	30 %	7,66	73,14	26,33 · 10 ⁶
Marcha larga máx. par	10 %	8,66	82,69	9,92 · 10 ⁶
Marcha larga máx. vel.	20 %	24,16	230,71	55,37 · 10 ⁶
Marcha corta máx. par (M.A.)	10 %	2,77	26,45	3,17 · 10 ⁶
Marcha corta máx. vel. (M.A.)	15 %	7,66	73,14	13,16 · 10 ⁶

Tabla 3.26 Situaciones de carga en los rodamientos de los satélites

5.6.3 Selección de rodamientos

Una vez con las fuerzas en los engranajes se ha de realizar el cálculo para la selección de los mismos, no es necesario utilizar una hoja de cálculo puesto que la selección es sencilla.

- **Datos**

$$a = 10/3$$

$$\text{vida} = 20.000 \text{ [horas]}$$

$$L_{10} = 112,71 \cdot 10^6 \text{ [rev.]}$$

$$F.A. = 2$$

$$d_A = 39 \text{ [mm]}$$

*Los datos de los rodamientos se conocen tras realizar un proceso iterativo.

Las cargas de partida son las siguientes:

Fr [N]	L [x10 ⁶ rev]
37.056/2	4,76
10.035,5/2	26,33
8.879,92/2	9,92
3.206,42/2	55,37
37.056/2	3,17
10.035,5/2	13,16

- **Carga radial equivalente**

Puesto que los cálculos se realizan sólo con una carga, se ha de hallar una que cause el mismo daño a lo largo del tiempo que el conjunto de todas las que actúan.

$$F_{eq}^a \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F_{e1}^a \cdot l_1 + F_{e2}^a \cdot l_2 + \dots + F_{en}^a \cdot l_n$$

$$F_{eqA}^{10/3} \cdot (4,76 + 26,33 + 9,92 + 55,37 + 3,17 + 13,16) = (37.056/2)^{10/3} \cdot 4,76 + (10.035,5/2)^{10/3} \cdot 26,33 + (8.879,92/2)^{10/3} \cdot 9,92 + (3.206,42/2)^{10/3} \cdot 55,37 + (37.056/2)^{10/3} \cdot 3,17 + (10.035,5/2)^{10/3} \cdot 13,16$$

$$F_{eqA}^{rad} = 8.543,75 [N]$$

- **Capacidad dinámica de carga**

Esta es la capacidad dinámica de carga mínima necesaria para que el rodamiento cumpla con las especificaciones de fatiga. La fiabilidad se mantiene en el 90%.

$$C = F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA$$

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$C = F_{eq} \cdot L^{1/a} \cdot FA = 8.543,75 [N] \cdot 112,71^{3/10} \cdot 2$$

$$C = 70.512,72 [N]$$

Finalmente se ha escogido un rodamiento de rodillos cilíndricos, ya que los de agujas no eran capaces de soportar tales cargas. El diámetro del voladizo del portasatélites sobre el que van montados se ha de elevar hasta los 40 [mm], siendo superior al mínimo necesario.

Los rodamientos se han calculado para ser montados en parejas, ya que un único rodamiento no era capaz de soportar las sollicitaciones.

6.1 Datos de partida

La longitud del eje se obtiene de restarle a la batalla de la máquina 2,28 [m], el espacio que ocupan los dos diferenciales, la caja de cambio y el freno de estacionamiento.

$$L = 1.225 \text{ [mm]}$$

Con el fin de realizar un cálculo a fatiga mediante la aplicación de la teoría de Miner, se han de conocer los valores de par, velocidad de giro y porcentaje de horas que actúa cada carga. El par existente en cada situación se obtiene del piñón del diferencial, al igual que los valores de velocidad, y el tiempo que actúa cada carga se ha fijado anteriormente para la selección de rodamientos.

Situación	Torsor [$N \cdot m$]	Velocidad [ω]	Duración (%)	Nº de vueltas [L_i]
Marcha corta máx. par	$T = 826,88 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 317 \text{ [rpm]}$	15%	$57 \cdot 10^6$
Marcha corta máx. vel.	$T = 298,58 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 878 \text{ [rpm]}$	30%	$316 \cdot 10^6$
Marcha larga máx. par	$T = 262,18 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 1000 \text{ [rpm]}$	10%	$120 \cdot 10^6$
Marcha larga máx. vel.	$T = 94,67 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 878 \text{ [rpm]}$	20%	$664,6 \cdot 10^6$
Marcha corta M.A. máx. par	$T = 826,88 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 317 \text{ [rpm]}$	10%	$38 \cdot 10^6$
Marcha corta M.A. máx. vel.	$T = 298,58 \text{ [N} \cdot \text{m]}$	$\omega = 878 \text{ [rpm]}$	15%	$158 \cdot 10^6$

Tabla 3.27 Situaciones de carga en el eje de transmisión

6.2 Procedimiento de selección

El procedimiento que se va a seguir para la selección del eje de transmisión es el marcado por el fabricante Ameridrives.

- Par de selección

Se ha de calcular el par de selección (T_s) a partir del par de aplicación (T_a) y el factor de servicio.

$$T_s = T_a \cdot \text{Factor de servicio}$$

El factor de servicio se obtiene de la tabla 3.28, teniendo en cuenta que el eje es reversible, y tiene grandes impactos, considerando que es equipo de minería un uso frecuente para este tipo de máquinas.

$$\text{Factor de servicio} = 3$$

Load	Driven Equipment	Continuous Non-Reversing Drivers AC Motors Turbines	Reversing Drivers D.C. Motors Reciprocating Engines
Constant Torque	Generating Centrifugal Pumps Conveyors	1.00	1.50
Light Shock	Continuous Casters Light Fans Machine Tools Woodworking Machinery Paper Mill Equipment Bar & Rod Mills	1.25	2.00
Medium Shock	Compressors Pumps Fans Farming Equipment Cold Mills & Auxiliary Equipment Presses	1.50	2.25
Heavy Shock	Traction & Locomotive Drives Mixers Crane Drives Mining Equipment Rapid Transit Drives Hot Rolling Mill Drives Runout Tables Feed Roll Drives	2.00	3.00
Very Heavy Shock	Ore Crushers Scale Breakers Feed Roll Drives	3.00	5.00

Tabla 3.28 Factores de aplicación en ejes de transmisión (Ameridrives)

En la tabla siguiente se muestran los pares de aplicación (T_a) y de selección (T_s) para cada situación.

Situación	Par de aplicación [$N \cdot m$]	Par de selección [$N \cdot m$]
Marcha corta máx. par	$T_a = 826,88 [N \cdot m]$	$T_s = 2.480,64 [N \cdot m]$
Marcha corta máx. vel.	$T_a = 298,58 [N \cdot m]$	$T_s = 895,74 [N \cdot m]$
Marcha larga máx. par	$T_a = 262,18 [N \cdot m]$	$T_s = 786,54 [N \cdot m]$
Marcha larga máx. vel	$T_a = 94,67 [N \cdot m]$	$T_s = 284 [N \cdot m]$
Marcha corta M.A. máx. par	$T_a = 826,88 [N \cdot m]$	$T_s = 2.480,64 [N \cdot m]$
Marcha corta M.A. máx. vel	$T_a = 298,58 [N \cdot m]$	$T_s = 895,74 [N \cdot m]$

Tabla 3.29 Pares de aplicación y selección para cada situación

Una vez con estos valores se selecciona iterativamente un eje de transmisión con el que seguir realizando cálculos, ya que es necesario empezar a comparar valores.

- **Cálculo de vida**

Se ha de comprobar que la vida de los rodamientos es suficiente para los valores de torsor de aplicación. En este caso al ser el ángulo de operación de ($A = 0^\circ$) la vida de los rodamientos resulta infinita.

$$Lh = \frac{1,5 \cdot 10^6}{A \cdot n} \cdot \left[\frac{T_L}{T_a} \right]^{\frac{10}{3}}$$

- **Ciclo de trabajo**

No resulta necesario realizar un ciclo de trabajo según Miner, ya que no varía el ángulo de operación.

- **Cálculo de vida**

Se ha de comprobar que el máximo par no supere el valor del par de pico soportado por el eje. No es probable que el par supere su valor máximo puesto que se dispone de un sistema de regulación y válvulas de seguridad en el circuito hidráulico, de todos modos se ha de dar un margen.

$$T_{\max} = 2.580,64 [N \cdot m]$$

El eje seleccionado es el modelo U2160 tipo ST del fabricante Ameridrives. El par de pico es muy superior al par, pero el factor limitante en este caso ha sido el torque resistente, que ha de ser mayor que el máximo.

$$T_p = 8.814 [N \cdot m] > T_{\max}$$

Size	U2160	
Torque Ratings		
	In-Lb	Nm
T_e	30,000	3,390
T_{ow}	30,000	3,390
T_L	24,000	2,712
T_p	78,000	8,814
Minimum Length L⁽²⁾ / Length Compensation S		
ST L	22.94	582.7
S	4.88	124.0
SF L	13.81	350.8
SC L	9.12	231.6
S	0.75	19.1

¹⁾ Special tube diameters available upon request
²⁾ L is minimum for ST and SF design

Dimensional Data
 (inches and millimeters except where noted)

β	26°	
β (SC)	8°	
A	inch	mm
B	6.88	174.8
C	7.00	177.8
D ⁽¹⁾	3.50	88.9
E	0.06	1.5
F	0.38	9.7
K	2.75	69.8
K (SC)	1.88	47.8
DBC	6.13	155.7
Bolt Qty.	8	8
H	0.38	9.7

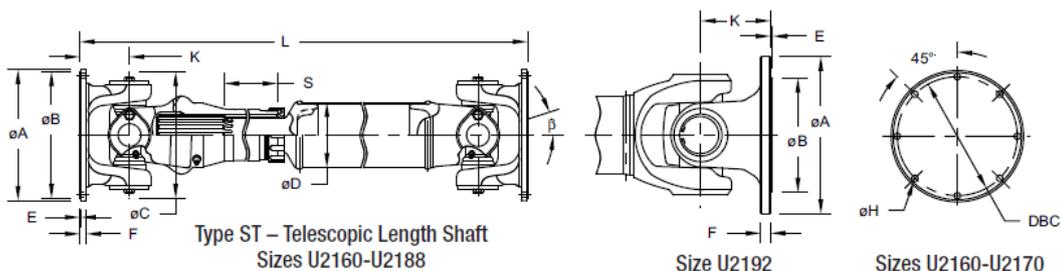


Figura 3.45 Características del eje de transmisión elegido

Las características de los acoplamientos para este eje se definen en la figura 3.46.

Sizes U2160-U2180

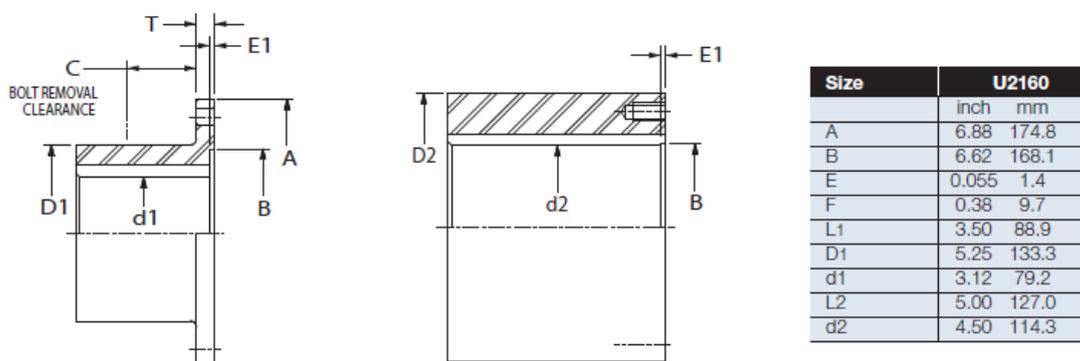


Figura 3.46 Características del acoplamiento para el modelo U2160

7. Semiejes palier

7.1 Diámetro del semieje palier

El diámetro del eje se va a calcular mediante el código ASME, teniendo en cuenta que el par torsor máximo al que está sometido el eje se da cuando se conecta la marcha corta y se da la situación de máximo par.

$$T_{\max} = T_{\text{motor}} \cdot i_{\text{marcha corta}} \cdot i_{\text{dif.}} / 2 / 2$$

$$T_{\max} = 403,36 \cdot 4,1 \cdot 3 / 2 / 2 = 1.240,33 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

El material utilizado es el acero SAE 1045, al igual que en la caja de transferencia, con un límite de fluencia de 413 [MPa].

Puesto que no hay momento flector, en la fórmula del código ASME toma el valor de (0).

$$D_e = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{yp}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\sigma_{yp} = 413 \text{ [MPa]} = 413 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

$$C_m = 2$$

$$C_t = 1,5$$

$$M_{\max} = 0 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$T_{\max} = 1.240,33 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$D_e = 0,0358 \text{ [m]} = 35,8 \text{ [mm]}$$

Como conclusión obtenemos que el diámetro final que van a tener los semiejes palier es de 36 [mm].

7.2 Junta cardan doble

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.5.11).

Las juntas cardan dobles se van a seleccionar del catálogo del fabricante GKN, teniendo en cuenta el par constante máximo admitido por la junta y el ángulo máximo de giro.

Dentro de la variedad de juntas cardan dobles que ofrece el catálogo, se ha escogido la serie 300, la cual está específicamente diseñada para tractores y maquinaria de construcción.

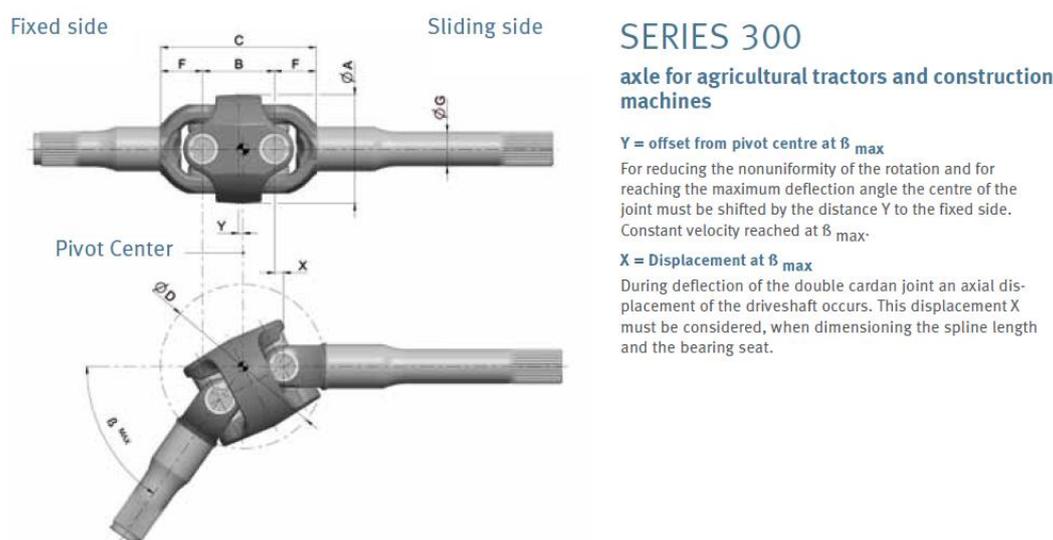


Figura 3.47 Junta cardan Serie 300 (GKN)

El ángulo de operación determina el par máximo que puede soportar la junta, ya que el valor que dan las tablas es para un ángulo de (0°). Si el ángulo es diferente de (0°) se ha de entrar al gráfico de la figura 3.48 y determinar el porcentaje máximo de par para dicho ángulo.

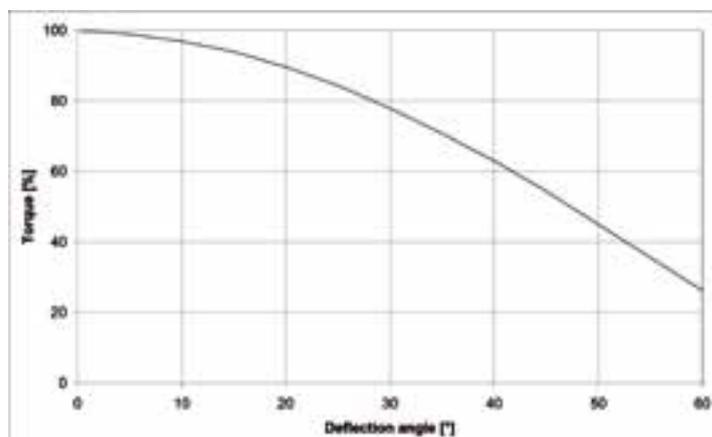


Figura 3.48 Par admisible en función del ángulo de operación

El par constante máximo que ha de soportar la junta viene dado por la situación más crítica anteriormente citada al dimensionar el eje palier, siendo el par:

$$T_{\max} = 1.240,33 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Debido a que las cuatro ruedas son directrices, las juntas han de trabajar con ángulos de operación diferentes de (0°) cuando la máquina gira. El ángulo de giro de las ruedas para este tipo de máquinas suele estar entre 25° y 35°, por lo que el valor para el cálculo será 30°.

La junta elegida es el tamaño B310 de la serie 300, ya que su inmediatamente inferior no cumplía los requisitos. Se observa cómo se cumplen todas las restricciones de diámetro mínimo del eje y ángulo máximo. El par máximo admisible por la junta es:

$$T_{\max \cdot adm} = 2.300 \text{ [N} \cdot \text{m}] \cdot 0,76 = 1.748 \text{ [N} \cdot \text{m}] \text{ (para } 30^\circ)$$

Size	T _{max}	β _{max}	Ø A _{max}	B	C _{min}	F _{min}	Ø G _{min}	Ø D	Y	X
	[Nm]	[deg]	[mm]							
B310	2300	52°	96.3	62	134	36	31	145	3.49	6.98
		55°		64	138	37		148	4.07	8.15
		60°		64	142	39		151	4.95	9.90

T_{max} = Functional limit torque of joint components without shafts
 G = Equivalent shaft diameter for QT-steel Rm ≥ 930 N/mm²
 D = Required space at max. deflection angle
 β = max. deflection angle

The transmission capacity of a double cardan joint decreases as the deflection angle becomes greater. Our engineers should be consulted. See diagram 'Transmission Capacity / Deflection Angle'!

Figura 3.49 Características de la junta cardan del semieje palier

Debido al giro de la mangueta, se genera un desplazamiento de la junta en el eje longitudinal, pero como también gira el cubo reductor, ese desplazamiento no se tiene en cuenta.

8. Freno de servicio

8.1 Consideraciones iniciales

Las consideraciones que se tienen en cuenta para el cálculo del freno son:

- En la situación de estudio la máquina se encuentra descendiendo la pendiente máxima a la velocidad máxima.
- El efecto del freno motor no se tiene en cuenta.
- Las variaciones de peso de la máquina no se tienen en cuenta.
- La acción del viento se considera nula.

8.2 Dinámica de frenado

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.11.1).

En este apartado se va a estudiar la situación más crítica, donde se supone la máquina descendiendo la pendiente máxima superable a la velocidad máxima, por lo

que se ha de calcular un par de frenado suficiente y comprobar que las ruedas no deslicen durante la frenada.

8.2.1 Distribución de pesos en máxima pendiente (bajada)

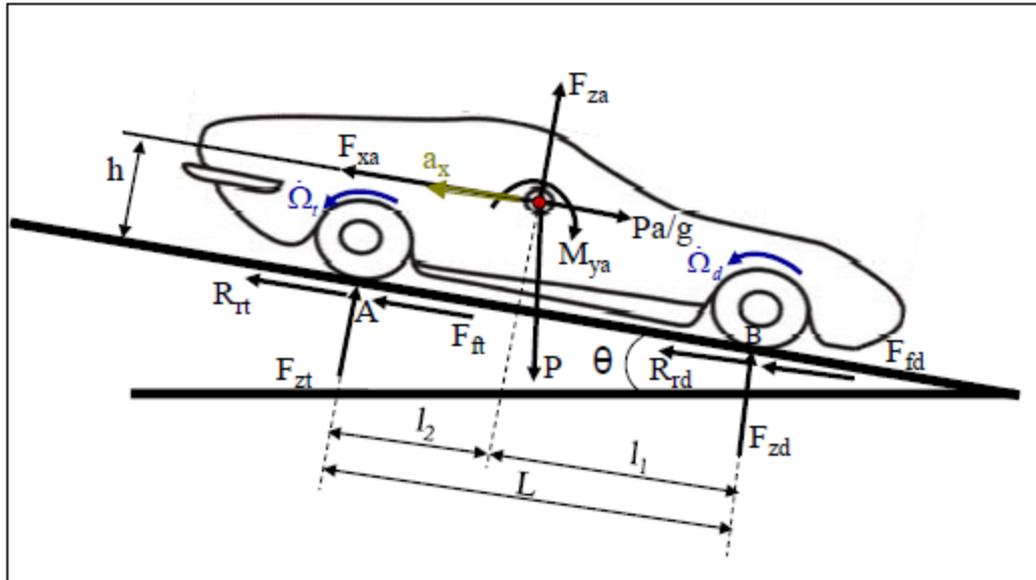


Figura 3.50 Fuerzas durante la frenada en pendiente

Donde:

- (F_{xa}) y (F_{za}) son las fuerzas aerodinámicas en el eje x y en el eje z respectivamente.
- (M_{ya}) es el momento debido a la aerodinámica, producido en el eje y, y en torno al eje y.
- (Pa/g) es la fuerza de inercia que lleva el vehículo.
- (Ω_r) y (Ω_d) son las deceleraciones angulares de la rueda trasera y delantera respectivamente.
- (P) es el peso del vehículo.
- (R_{rt}) y (R_{rd}) son las resistencias a la rodadura en la rueda trasera y delantera respectivamente.
- (F_{ft}) y (F_{fd}) son la fuerza de frenado en el eje trasero y delantero respectivamente.
- (F_{zt}) y (F_{zd}) son las reacciones normales a la superficie en los puntos de contacto de las ruedas trasera y delantera respectivamente.
- (θ) es la pendiente del terreno.
- (h) es la altura a la que se encuentra el centro de gravedad del vehículo.
- (a_x) es la deceleración del vehículo.

Si se hace equilibrio de momentos en cada uno de los apoyos, considerando nula la acción del viento:

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{zd} = \frac{P \cdot \cos \theta \cdot L_2 + \left(\frac{P}{g} \cdot a - F_{xa} + P \cdot \operatorname{sen} \theta \right) \cdot h}{L}$$

$$F_{zd} = \frac{42.183 \text{ [N]} \cdot \cos 21,8^\circ \cdot 1,12 \text{ [m]} + \left(\frac{42.183 \text{ [N]}}{9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}} \cdot 0,25 \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} - 0 + 42.183 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ \right) \cdot 0,7 \text{ [m]}}{2,28 \text{ [m]}}$$

$$F_{zd} = 27.286,88 \text{ [N]}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$F_{zt} = \frac{P \cdot \cos \theta \cdot L_2 - \left(\frac{P}{g} \cdot a - F_{xa} + P \cdot \operatorname{sen} \theta \right) \cdot h}{L}$$

$$F_{zt} = \frac{42.183 \text{ [N]} \cdot \cos 21,8^\circ \cdot 1,16 \text{ [m]} - \left(\frac{42.183 \text{ [N]}}{9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}} \cdot 0,25 \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} - 0 + 42.183 \text{ [N]} \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ \right) \cdot 0,7 \text{ [m]}}{2,28 \text{ [m]}}$$

$$F_{zt} = 11.879,43 \text{ [N]}$$

8.2.2 Efecto de la transferencia de peso en el frenado

Al experimentarse durante la deceleración una transferencia de carga entre ejes, la capacidad de frenada se ve alterada debido a la limitación por adherencia. Por ello se ha de calcular la máxima fuerza de frenada que cada uno de los ejes es capaz de producir por medio de los neumáticos. El firme sobre el que se supone que está circulando es cemento, ya que si se considera que es barro, se estaría sobredimensionando el freno en base a una situación poco habitual.

$$F_{fd} = \mu \cdot F_{zd} = 0,8 \cdot 27.286,88 \text{ [N]} = 21.829,5 \text{ [N]}$$

$$F_{ft} = \mu \cdot F_{zt} = 0,8 \cdot 11.879,43 \text{ [N]} = 9.503,54 \text{ [N]}$$

Por tanto la máxima fuerza de frenado que se puede aplicar sin que las ruedas patinen es:

$$F_{f,\max} = F_{fd} + F_{ft} = 21.829,5 \text{ [N]} + 9.503,54 \text{ [N]} = 31.333 \text{ [N]}$$

8.2.3 Fuerza de frenado

Una vez conocidas las limitaciones de adherencia, se ha de comprobar que la máquina no desliza durante la frenada. La fuerza de frenado necesaria ha de ser menor que la máxima, de no ser así la máquina deslizaría.

La deceleración que ha de tener la máquina es de $(0,4 \cdot g \text{ [m/s}^2\text{)})$, ya que es un valor apropiado para una máquina de estas características.

$$F_{f,Total} = m \cdot a$$

$$F_{f,Total} = 4300 \text{ [kg]} \cdot 0,4 \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$F_{f,Total} = 16.873,2 \text{ [N]} < 31.333 \text{ [N]}$$

8.2.4 Par de frenado

En automóviles se intenta aproximar el par de frenado al par máximo permitido por la adherencia, pero en maquinaria no pasa lo mismo, ya que se circula a bajas velocidades y de diseñarse en base a esa limitación, la capacidad de frenado sería excesiva.

La distribución del par de frenado se suele aproximar teniendo en cuenta las curvas de reparto óptimo en base a la adherencia, pero al no utilizar esta limitación el reparto no se realizará de ese modo.

Al ser la máquina una carretilla telescópica que manipula cargas situadas en la parte delantera, si el par de frenado fuera muy grande en el eje delantero, la máquina balancearía provocando la caída de la carga. Por ello el par de frenado tiene que ser lo más equilibrado posible, siendo posible que el reparto sea al 50%, lo que llevaría a simplificar el diseño y la fabricación de los elementos de la transmisión.

El par de frenado total en las ruedas se obtiene de multiplicar la fuerza de frenado total por el radio del neumático.

$$T_{f,Total} = F_{f,Total} \cdot R$$

$$T_{f,Total} = 16.873,2 \text{ [N]} \cdot 0,435 \text{ [m]}$$

$$T_{f,Total} = 7.339,8 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

El par de frenado en cada rueda se obtiene de dividir el total entre el número de ruedas.

$$T_{f,Rueda} = T_{f,Total} \text{ [N} \cdot \text{m]} / N^{\circ}_{ruedas}$$

$$T_{f,Rueda} = 7.339,84 \text{ [N} \cdot \text{m]} / 4$$

$$T_{f,Rueda} = 1.834,9 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Debido a que los frenos se sitúan en el palier, el par de frenado sufre una multiplicación en el reductor de rueda debido a la relación de transmisión, luego el par en los frenos se obtiene como:

$$T_{f,Freno} = \frac{T_{f,Rueda}}{i_{reductor}}$$

$$T_{f,Freno} = \frac{1.834,9 [N \cdot m]}{6}$$

$$T_{f,Freno} = 305,82 [N \cdot m]$$

El par de frenado es menor que el par de diseño del semieje palier, por lo que no hay peligro de rotura.

$$T_{f,Freno} = 305,82 [N \cdot m] \ll T_{\max} = 1.240,33 [N \cdot m]$$

8.2.5 Distancia y tiempo de frenado

La distancia y tiempo de frenado se calculan mediante la cinemática del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Se tiene en cuenta que la máquina marcha a 25 [km/h] y se detiene completamente.

- Tiempo de frenado

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$0 = 25 \frac{[km]}{[h]} \cdot \frac{[h]}{3600 [s]} \cdot \frac{1000 [m]}{[km]} + 0,4 \cdot (-9,81) \frac{[m]}{[s^2]} \cdot t$$

$$t = 1,77 [s]$$

- Distancia de frenado

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = 0 + 25 \frac{[km]}{[h]} \cdot \frac{[h]}{3600 [s]} \cdot \frac{1000 [m]}{[km]} \cdot 1,77 [s] + \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot (-9,81) \frac{[m]}{[s^2]} \cdot (1,77 [s])^2$$

$$s = 6,14 [m]$$

8.3 Discos de fricción

El número de discos de fricción se calcula en base al material del que están compuestos y a su geometría. Los fabricantes proporcionan unos valores aproximados de (μ) pero para realizar un cálculo exacto es necesario realizar ensayos con los diferentes materiales y lubricantes.

Para el freno se van a instalar discos de fricción de bronce y contradiscos de acero. Los coeficientes de rozamiento y la composición de los discos de fricción que proporciona el fabricante “Hangzhou Wencheng Machinery Co., Ltd” se muestran en la figura 3.30.

La fórmula de esta placa base de cobre

Cu 60-70%
 Fe 5-15%
 SN 5-15%
 Pb 5-15%
 SiO₂ 1-5%
 C 1-5%

Rendimiento y parámetros de a base de cobre placa de fricción

Categoría	Mojado	Seco
Densidad (g/cm ³)	5.5-6.0	5.3-6.50
Dureza (HB)	15-60	25-65
Coefficiente de fricción estática (y Micro; J)	0.11-0.15	>0.40
Coefficiente de fricción cinética (y Micro; D)	0.04-0.09	0.25-0.40

Tabla 3.30 Composición y propiedades del disco de fricción de bronce

El coeficiente de fricción tomado para realizar los cálculos es ($\mu = 0,13$), correspondiente a la fricción estática en mojado. El efecto del aceite no se tendrá en cuenta, ya que en el momento en que los discos están sometidos a presión, el aceite resbala por el ranurado del disco, y la mínima cantidad de aceite que pudiera quedar entre discos tendría aproximadamente el mismo coeficiente de rozamiento.

La geometría de los discos viene de haber dimensionado previamente la jaula, el planetario del diferencial y el palier, dejando un espacio para alojar los discos. Tras esto, los radios de contacto entre discos interior ($r_{int.}$) y exterior ($r_{ext.}$) son:

$$r_{int.} = 23 \text{ [mm]}$$

$$r_{ext} = 67 \text{ [mm]}$$

En posición de reposo el espacio entre discos es de 0,5 [mm], siendo el espesor de los discos de 3 [mm].

Los discos de fricción se unen al semieje palier mediante un estriado siguiendo la norma DIN 5482. Los contradiscos se unen al puente mediante cuatro estrías.

8.4 Fuerza de accionamiento

La fuerza que se ha de aplicar para genera el par deseado viene dada por la fórmula:

$$T_{roz} = m \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(r_{ext}^3 - r_{int}^3)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

Donde son conocidos todos los datos a excepción del número de pares de caras en contacto, el cual se ha de elegir mediante un proceso de iteración hasta alcanzar un

valor de fuerza aceptable. En este caso, tras iterar el número de caras de contacto es ($m = 4$), lo que corresponde a 2 discos de fricción y 4 contradiscos.

A continuación se obtiene la fuerza de accionamiento.

$$T_{roz} = m \cdot \mu \cdot F_a \cdot \frac{(r_{ext}^3 - r_{int}^3)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

$$305,82 [N \cdot m] = 4 \cdot 0,13 \cdot F_a \cdot \frac{(0,067^3 - 0,023^3)}{(0,067^2 - 0,023^2)}$$

$$F_a = 8.069,88 [N]$$

8.5 Muelles de retorno

Con el fin de simplificar el montaje y reducir los costes de fabricación, los muelles de retorno son los mismos y en mismo número los utilizados en el bloqueo del diferencial.

MUELLES COMPRESIÓN					ALAMBRE DE ACERO INOXIDABLE AISI 302 EN 10270 - 3 1.4310 X10CrNi18-8						
D. Ext	Hilo	Largo	Espiras Útiles	Paso	Código	Cód. Tarifa	Constante K DaN/mm	Carga 25% DaN	 Largo	Carga Máx DaN	 Bloque
10,00	1,20	18	4,0	4,50	22458	CA	0,7607	3,423	13,50	8,672	6,60

Tabla 3.31 Muelle de compresión del freno EN 10270

El desplazamiento máximo del elemento de accionamiento es de ($\delta = 3 [mm]$), mientras que el muelle puede comprimirse hasta 11,4 [mm].

$$F_m = k \cdot \delta$$

$$F_m = 0,7607 [DaN/mm] \cdot 3 [mm]$$

$$F_m = 2,28 [DaN] = 22,8 [N]$$

La fuerza necesaria para comprimir el conjunto de muelles es por tanto:

$$F_{mT} = n \cdot F_m$$

$$F_{mT} = 10 \cdot 22,8 [N]$$

$$F_{mT} = 228 [N]$$

8.6 Presión en la cámara de accionamiento

Para saber la presión necesaria en la cámara de accionamiento es preciso saber la fuerza resultante que se quiere obtener por medio de la presión, para ello se han de sumar las fuerzas de bloqueo y de compresión de los muelles.

$$F_p = F_{mT} + F_a = 228 [N] + 8.436,6 [N]$$
$$F_p = 8.664,6 [N]$$

La fuerza resultante de aplicar una presión sobre un área de obtiene mediante la fórmula:

$$F_p [N] = P [MPa] \cdot A [mm^2]$$

Lo único que falta por saber es el valor del área sobre la que se ejerce la presión. Este valor se obtiene de haber predimensionado los elementos y la cámara de accionamiento. El elemento de accionamiento será de sección circular, con radios interior ($r_{int.}$) y exterior ($r_{ext.}$).

$$r_{int.} = 38 [mm]$$
$$r_{ext.} = 110 [mm]$$

Luego el área de presión es:

$$A = \pi \cdot (r_{ext.}^2 - r_{int.}^2) = \pi \cdot (110^2 - 38^2)$$
$$A = 33.476,8 [mm^2]$$

Y la presión total mínima a aplicar en la cámara de accionamiento es:

$$P [MPa] = \frac{F_p [N]}{A [mm^2]}$$
$$P = \frac{8.664,6 [N]}{33.476,8 [mm^2]}$$

$$P = 0,26 [MPa] = 2,6 [bar]$$

Teniendo en cuenta el posible desgaste de los discos y otros imprevistos, la presión que se proporcionará a la cámara de accionamiento será de 5 [bar].

9. Freno de estacionamiento

El fundamento teórico en que se ha basado este apartado se puede ver en la (Memoria Ap. 7.12).

9.1 Cálculo del par de retención

La situación límite en la que se espera que estacione la máquina se da en una pendiente del 25%, aunque la directiva marcha como mínimo 18%, se va a dar cierto margen. Con este valor fijado, el peso de la máquina, el radio de las ruedas y las relaciones de transmisión, resulta sencillo calcular el par necesario de retención.

9.1.1 Fuerza de retención

Para que el vehículo se mantenga retenido en su lugar, ha de igualar la fuerza que lo empuja pendiente abajo.

$$F_p = P \cdot \text{sen} \alpha$$

$$F_p = (4.300 \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2]) \cdot \text{sen } 14^\circ$$

$$F_p = 10.230,9 \text{ [N]}$$

$$\alpha = \text{arctg } 0.25 = 14^\circ$$

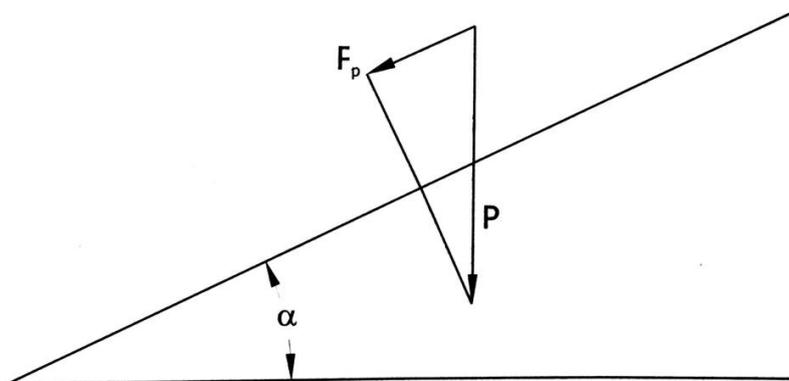


Figura 3.51 Fuerza debido a la pendiente

9.1.2 Par de retención

El par de retención se obtiene con las relaciones de transmisión y el radio de la rueda. Puesto que el freno se va a colocar entre la caja de cambios y el diferencial, las relaciones que influyen son la del diferencial y la del reductor de rueda.

$$T_{\min} = F_p \cdot r_{\text{rueda}} / i_{\text{Red. epicicloidal}} / i_{\text{Diferencial}}$$

$$T_{\min} = 10.230,9 \text{ [N]} \cdot 0,435 \text{ [m]} / 6 / 3$$

$$T_{\min} = 247,24 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

9.2 Selección del freno

El freno seleccionado por su sencillez y adecuación para cumplir con las especificaciones es el modelo ME10 con palanca larga (3,5") del fabricante Tolomatic.

Specifications

Maximum Lever Force "L" Long Lever: 225 lbs.

Maximum Lever Force "M" & "S" Levers: 450 lbs.

Accommodates disc diameters: 6 5/16", 8", 10", 12", 16"

Maximum disc diameter: none

Housing Material: Cast Aluminum

Bolts: Zinc plated grade 5

Seals: EPR seals Standard

Wearable friction material: 0.47 cu. in.

Friction Material: Replaceable, high grade

Total lining area: 1.84 sq. in.

Lever/Cam: Heat treated one-piece lever/cam or machined "V" notch cam

Tabla 3.32 Especificaciones pinza de freno modelo ME10 (Tolomatic)

Las fórmulas para el cálculo de la fuerza de accionamiento son las siguientes:

Disc Sizing Equations

"L" LONG LEVER(3.50"):

DYNAMIC TORQUE(IN.-LBS.)= 5.38 x BRAKING RADIUS(IN.) x LEVER FORCE (LBS)

STATIC(PARKING) TORQUE(IN.-LBS.)= 2.69 x BRAKING RADIUS(IN.) x LEVER FORCE (LBS)

Tabla 3.33 Fórmulas pinza de freno modelo ME10 (Tolomatic)

El torque estático se ha de cambiar de unidades para adecuarlo a las fórmulas.

$$T = 247,24 [N \cdot m] \cdot \frac{100 [cm]}{1 [m]} \cdot \frac{1 [in]}{2,54 [cm]} \cdot \frac{1 [kg]}{9,81 [N]} \cdot \frac{1 [lb]}{0,453 [kg]} = 2.190,37 [lb \cdot in]$$

El diámetro adecuado para el disco de freno se toma como 12", ya que no es muy grande ni muy pequeño.

A continuación se calcula la fuerza de aplicación:

$$T = 2,69 \cdot r_{disco} \cdot F_{apl}$$

$$2.190,37 [lb \cdot in] = 2,69 \cdot 6 [in] \cdot F_{apl}$$

$$F_{acc} = 135,71 [lb] < 225 [lb]$$

$$F_{acc} = 603 [N]$$

La fuerza de accionamiento es levemente superior a la permitida por la directiva, pero si se tiene en cuenta que está calculada para 25% de inclinación y la norma exige un 18%, se puede considerar el freno como válido.