



GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO FIN DE GRADO

2014 / 2015

*"SISTEMA DE TRANSMISIÓN PARA VEHÍCULO DE TRACCIÓN
TRASERA Y MOTOR DELANTERO"*

DOCUMENTO 3: CÁLCULOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO

NOMBRE: JAGOBA

APELLIDOS: LÓPEZ ANSOLEAGA

FDO.:

FECHA: 10/09/2015

DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA

NOMBRE: JAVIER

APELLIDOS: CORRAL SÁIZ

DEPARTAMENTO: INGENIERÍA MECÁNICA

FDO.:

FECHA:

ÍNDICE

3.1.	Cálculo y dimensionamiento del embrague	4
3.1.1.	Datos de partida y justificación de estos valores.....	4
3.1.2.	Par transmisible, presión específica y dimensionamiento	4
3.1.3.	Sistema de mando mecánico del embrague para la reducción	7
3.1.4.	Resumen de resultados y elección de un embrague comercial.....	10
3.2.	Cálculo y dimensionamiento de la caja de cambios.....	12
3.2.1.	Datos de partida provenientes de la ficha técnica del vehículo.....	12
3.2.2.	Configuración de la caja de cambios.....	12
3.2.3.	Relaciones de transmisión.....	13
3.2.4.	Dinámica del vehículo.....	17
3.2.5.	Comprobaciones.....	19
3.2.5.1.	Comprobación de la 1ª	20
3.2.5.2.	Comprobación de la 5ª	21
3.2.6.	Número de dientes de los engranajes	22
3.2.7.	Módulo de los engranajes.....	24
3.2.8.	Comprobación del piñón a resistencia.....	32
3.2.9.	Dimensionamiento de las ruedas.....	38
3.2.10.	Cálculo de ejes	41
3.2.10.1.	Fuerzas sobre ruedas	42
3.2.10.2.	Dimensionamiento del eje primario	44
3.2.10.3.	Dimensionamiento del eje intermedio.....	47
3.2.10.4.	Dimensionamiento del eje secundario.....	60
3.2.10.5.	Dimensionamiento del eje del piñón loco de marcha atrás	70
3.2.11.	Sincronizadores	72
3.2.11.1.	Capacidad de rozamiento de los sincronizadores.....	73
3.2.11.2.	Elección del nervado entre eje y sincronizador	76
3.2.12.	Elección y vida útil de rodamientos	77
3.2.12.1.	Rodamientos del eje primario (A y B)	79

3.2.12.2.	Rodamientos del eje intermedio (C y D).....	80
3.2.12.3.	Rodamientos del eje secundario (E y F).....	84
3.2.12.4.	Rodamientos del eje de marcha atrás (G y H).....	87
3.2.13.	Cálculo de chavetas.....	88
3.3.	Cálculo y dimensionamiento del árbol de transmisión.....	93
3.3.1.	Datos de partida y componentes del árbol de transmisión	93
3.3.2.	Predimensionamiento y elección del perfil del eje de transmisión	93
3.3.3.	Comprobación del eje a resistencia mediante código ASME.....	96
3.3.4.	Comprobación de vibraciones del eje. Frecuencia crítica	97
3.3.5.	Elección de juntas Cardan	99
3.4.	Elección del diferencial convencional.....	103

3.1. Cálculo y dimensionamiento del embrague

3.1.1. Datos de partida y justificación de estos valores

A continuación se muestra la *Tabla 1*, dónde se encuentran los datos de partida a utilizar en este apartado, para el cálculo y dimensionamiento del embrague monodisco.

Coefficiente de seguridad [C]	1,5
Coefficiente de fricción [f]	0,3
Par máximo del motor [M]	2200 kg·cm (216 N·m)
Constante de ventilación [k]	10
Fuerza a ejercer en el pedal para que no aparezca fatiga en el conductor [q]	8 kg
Separación entre cojinete de empuje y anillo de desembrague [d_T]	2,5 mm
Desplazamiento en vacío del pedal [d_q]	25 mm

Tabla 1. Datos de partida

La capacidad de arrastre del embrague con el uso va disminuyendo, debido a la reducción de factores como espesor del forro, fricción y fuerza de los muelles. Por ello, es necesario un coeficiente de seguridad a la hora de hacer el cálculo, y así, asegurar la transmisión íntegra del par motor. El valor del coeficiente varía según vehículo y aplicación, desde 1,2 a 2. Para turismos se aplica un valor de entre 1,2 y 1,5.

El coeficiente de fricción con el material del volante, siendo este de fundición de hierro, es del orden de 0,3 a 0,4, pudiendo bajar a 0,2 con el calentamiento.

La constante de ventilación se puede tomar en el mejor de los casos alrededor de 11,8 y, en el peor, de 10. Hay que tener en cuenta que en los coches antiguos la ventilación del embrague no es óptima.

La fuerza que se ha de ejercer en el pedal del embrague, para accionarlo cómodamente, es del orden de 150 N en los camiones y de 80 N en los turismos.

En el desplazamiento del pedal y del anillo de desembrague, se han de tener muy en cuenta las holguras necesarias. Si fuera de 2 a 2,5 mm la holgura entre el cojinete y el anillo de desembrague, siendo la relación de recorridos de embrague y pedal de 1:10, el recorrido en vacío del pedal sería de 20 a 25 mm.

Estos valores adquiridos para asegurar el buen funcionamiento del vehículo son los recomendados por el libro “Ingeniería de vehículos: Sistemas y Cálculos” de Manuel Cascajosa.

3.1.2. Par transmisible, presión específica y dimensionamiento

Aunque la superficie de fricción está comprendida entre el radio exterior y el radio interior, en realidad el par transmisible por el embrague no está aplicado en toda esta superficie, si no que está aplicado en el radio eficaz, que vendrá determinado por la siguiente expresión:

$$R' = \frac{R_e + R_i}{2} \quad (1)$$

R' : Radio eficaz [cm]

R_e : Radio exterior [cm]

R_i : Radio interior [cm]

Superficie total de rozamiento, teniendo en cuenta las dos caras del disco:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot (R_e^2 - R_i^2) \quad (2)$$

S : Superficie total de rozamiento [cm²]

R_e : Radio exterior [cm]

R_i : Radio interior [cm]

Fuerza normal que actúa sobre el disco:

$$N = \frac{S \cdot p}{2} \quad (3)$$

N : Fuerza normal que actúa sobre el disco [kg]

S : Superficie total de rozamiento [cm²]

p : Presión específica [kg/cm²]

Fuerza de rozamiento en ambas caras:

$$F_r = S \cdot p \cdot f \quad (4)$$

F_r : Fuerza de rozamiento en ambas caras [kg]

S : Superficie total de rozamiento [cm²]

p : Presión específica [kg/cm²]

f : Coeficiente de fricción [-]

Presión específica:

$$p = \frac{k}{\sqrt{2 \cdot R_e}} \quad (5)$$

p : Presión específica [kg/cm²]

k : Constante de ventilación [-]

R_e : Radio exterior [cm]

Par transmisible por el embrague:

$$M_{trans} = C \cdot M \quad (6)$$

C : Coeficiente de seguridad [-]

M : Par máximo del motor [$kg \cdot cm$]

$$M_{trans} = F_r \cdot R' \quad (7)$$

F_r : Fuerza de rozamiento en ambas caras [kg]

R' : Radio eficaz [cm]

Con la ayuda de las fórmulas (1), (2), (3), (4), (5), (6) y (7) mencionadas y siendo $R_i = 0,7 \cdot R_e$ tenemos que

$$M_{trans} = C \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot (R_e^2 - 0,7^2 \cdot R_e^2) \cdot \frac{k}{\sqrt{2 \cdot R_e}} \cdot f \cdot \frac{R_e + 0,7 \cdot R_e}{2}$$

$$C \cdot M = 2,723 \cdot R_e^3 \cdot \frac{k}{\sqrt{2 \cdot R_e}} \cdot f \Rightarrow C \cdot M = 1,926 \cdot \sqrt{R_e^5 \cdot k \cdot f}$$

$$R_e = \sqrt[5]{\left(\frac{C \cdot M}{1,926 \cdot k \cdot f}\right)^2} \quad (8)$$

Dimensionamiento

$$R_e = \sqrt[5]{\left(\frac{C \cdot M}{1,926 \cdot k \cdot f}\right)^2} = \sqrt[5]{\left(\frac{1,5 \cdot 2200}{1,926 \cdot 10 \cdot 0,3}\right)^2} = 12,667 \text{ cm}$$

$$R_i = 0,7 \cdot R_e = 0,7 \cdot 12,667 = 8,867 \text{ cm}$$

$$R' = \frac{R_e + R_i}{2} = \frac{12,667 + 8,867}{2} = 10,767 \text{ cm}$$

$$S = 2 \cdot \pi \cdot (R_e^2 - R_i^2) = 2 \cdot \pi \cdot (12,667^2 - 8,867^2) = 514,15 \text{ cm}^2$$

Presión específica. La progresividad es una cualidad esencial a tener en cuenta a la hora de diseñar un embrague. Por eso hay que evitar que la presión específica supere el valor de $2,5 \text{ kg/cm}^2$.

$$p = \frac{k}{\sqrt{2 \cdot R_e}} = \frac{10}{\sqrt{2 \cdot 12,667}} = 1,98 \text{ kg/cm}^2$$

$$p = 1,98 \text{ kg/cm}^2 < 2,5 \text{ kg/cm}^2 \quad \checkmark$$

Esfuerzos en disco

$$N = \frac{S \cdot p}{2} = \frac{514,15 \cdot 1,98}{2} = 509 \text{ kg}$$

$$F_r = S \cdot p \cdot f = 514,15 \cdot 1,98 \cdot 0,3 = 305,4 \text{ kg}$$

Par transmisible

$$M_{trans} = F_r \cdot R' = 305,4 \cdot 10,767 = 3288,24 \text{ kg} \cdot \text{cm} \approx 3300 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$M_{trans} = 3300 \text{ kg} \cdot \text{cm} > 2200 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad \checkmark$$

Como se ha comprobado, el embrague es capaz de transmitir, con creces, el par transmitido por el motor. Por lo tanto, el diseño es válido.

3.1.3. Sistema de mando mecánico del embrague para la reducción

La función de este sistema es la de actuar sobre el embrague, para conseguir el desembragado y embragado adecuado. Para ello, a través del anillo de desembrague se tiene que ejercer la fuerza necesaria para vencer el muelle de tipo diafragma que presiona al disco de fricción entre volante motor y maza de embrague. En otras palabras, la fuerza necesaria para vencer la fuerza normal aplicada al disco.

La fuerza normal es muy grande para tener que vencerla pisando un simple pedal. Por eso, el sistema de mando funciona también como reductor, gracias a las diferentes longitudes de los brazos de las palancas.

La separación entre cojinete de empuje y anillo de desembrague (d_T) se puede ver con claridad en la *Figura 1*. Al mismo tiempo, se observan las fuerzas que toman parte en este sistema (q , J , T , N) al accionar el pedal:

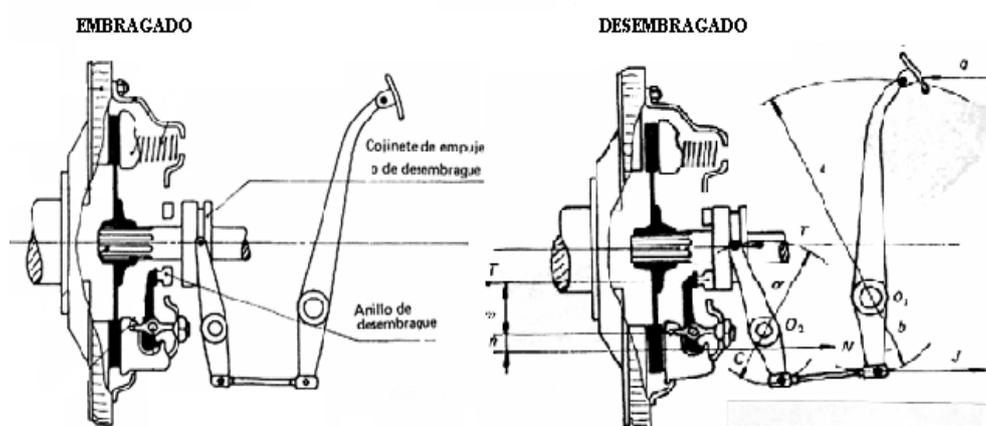


Figura 1. Esquema de embrague más sistema de mando en embragado y desembragado

Además, hablar del desplazamiento en vacío del pedal (d_q), es hablar del recorrido que hace el pedal hasta que el cojinete de empuje toca el anillo de desembrague (20÷25 mm). Véanse *Figura 1* y *Figura 2*:

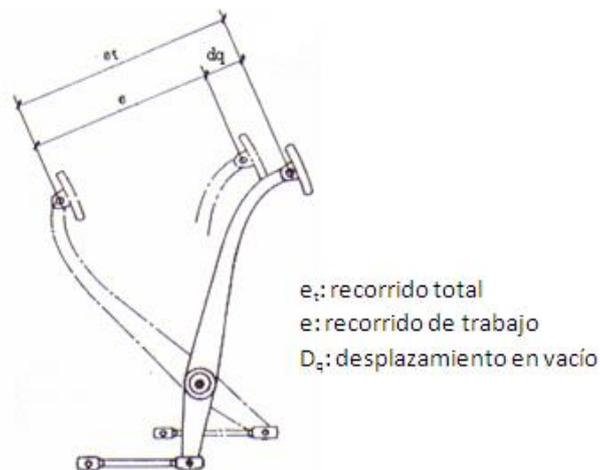


Figura 2. Recorridos del pedal

A continuación, se van a calcular las reducciones necesarias para que aplicando en el pedal una fuerza de 8 kg el sistema de mando mecánico venza la fuerza normal aplicada al disco.

Si a, b, c y d son las longitudes de los brazos de las palancas y O₁ y O₂ las articulaciones de dichos brazos, obtendremos lo siguiente aplicando sumatorio de momentos respecto a estas articulaciones:

$$\sum M_{O_1} = 0 \Rightarrow q \cdot a + J \cdot b = 0 \Rightarrow J = -q \cdot \frac{a}{b}$$

$$\sum M_{O_2} = 0 \Rightarrow T \cdot d + J \cdot c = 0 \Rightarrow J = -T \cdot \frac{d}{c}$$

$$-q \cdot \frac{a}{b} = -T \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{T}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \quad (9)$$

T: Fuerza de empuje del cojinete

q: Fuerza ejercida en el pedal

a, b, c y d: Longitudes de los brazos de las palancas

Los valores de las longitudes de los brazos, en principio, son desconocidos, pero dado que la energía que hay que aplicar en el pedal del embrague es la misma que actúa sobre el cojinete de empuje, podemos calcular la reducción que ha de tener el sistema de mando:

$$E_q = E_T$$

$$q \cdot d_q = T \cdot d_T \quad (10)$$

T: Fuerza de empuje del cojinete

q : Fuerza ejercida en el pedal

d_q : Desplazamiento en vacío del pedal

d_T : Separación entre cojinete y pedal

$$\frac{T}{q} = \frac{d_q}{d_T}$$

$$\frac{T}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{25 \text{ mm}}{2,5 \text{ mm}} = 10$$

Dado que la fuerza que se quiere vencer es la normal, esta reducción no sería suficiente. Por eso, se suele intercalar otra reducción cuyo valor se obtiene aplicando momentos respecto de la articulación de las patillas (Véase *Figura 1*).

$$\sum M_{O3} = 0 \Rightarrow T \cdot m - N \cdot n = 0$$

$$\frac{N}{T} = \frac{m}{n} \quad (11)$$

N : Fuerza normal que actúa sobre el disco

T : Fuerza de empuje del cojinete

m y n : Distancia hasta articulación de las pastillas

$$\frac{N}{T} = \frac{m}{n} = \frac{509}{10 \cdot 8} = 6,3625$$

Por lo tanto, la reducción total necesaria para vencer la fuerza normal es:

$$\frac{T}{q} = 10 \Rightarrow T = 10 \cdot q$$

$$\frac{N}{T} = 6,3625 \Rightarrow T = \frac{N}{6,3625}$$

$$10 \cdot q = \frac{N}{6,3625}$$

$$\frac{N}{q} = 10 \cdot 6,3625 = 63,625$$

Que es lo mismo que el cociente de las tres reducciones:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} = 63,625$$

De esta forma, fijando los valores de una de las dos reducciones desconocidas (a/b o c/d) se puede obtener el valor de la otra reducción, pues la última reducción (m/n) es conocida.

Finalmente, con las reducciones necesarias en mente, solo queda dimensionar el sistema de mando mecánico del embrague (longitud de los brazos de las palancas...) según las necesidades del vehículo. Estos cálculos quedan fuera del alcance de este proyecto.

3.1.4. Resumen de resultados y elección de un embrague comercial

Parámetro	Definición	Resultado	Resultado (S.I.)
R_e	Radio exterior	12,667 cm	0,12667 m
R_i	Radio interior	8,867 cm	0,08867 m
R'	Radio eficaz	10,767 cm	0,10767 m
S	Superficie total de rozamiento	514,15 cm ²	0,051415 m ²
p	Presión específica	1,98 kg/cm ²	1,9424·10 ⁻³ Pa
N	Fuerza normal	509 kg	4993,3 N
F_r	Fuerza de rozamiento	305,4 kg	2995,9 N
T	Fuerza de empuje del cojinete	80 kg	784,8 N
M_{trans}	Par transmisible	3300 kg·cm	323,73 N·m
$\frac{T}{q} \text{ ó } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$	Reducción en brazos de palancas	10/1	-
$\frac{N}{q} \text{ ó } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n}$	Reducción total	63,625/1	-

Tabla 2. Resumen de resultados en cálculo y dimensionamiento del embrague

Con las dimensiones del disco obtenidas para una correcta transmisión del par motor, se procederá a la elección de un embrague comercial, suministrado por la marca inglesa *National brake and clutch technology*, con el fin de facilitar las labores de diseño.



FORD								
Make & Model	Eng. cc	Date	Kit Ref	Pcs	Dimensions			Notes & CSC Info (CSCs sold separately)
					Cover	Plate	Teeth	
Note: Unless otherwise stated all clutch products are suitable for standard Manual transmission without stop/start function.								
Sierra, Sierra Sapphire								
1.3	1294cc	82-87	CK 9243	3	190	190	20	Integrated Bell Housing
1.3	1294cc	82-87	CK 9002	3	190	190	20	Separate Bell Housing
1.6 (4 Speed)	1593/1597cc	82-90	CK 9002	3	190	190	20	Fitted 20 tooth spline
1.6 (4 & 5 Speed)	1593cc	82-85	CK 9246	3	190	190	23	Fitted 23 tooth spline
1.6 (4 & 5 Speed)	1596/1597cc	85-91	CK 9001	3	215	215	23	
1.6	1596/1597cc	91-93	CK 9081	3	215	215	23	
1.8	1796cc	84-4/89	CK 9001	3	215	215	23	
1.8	1769cc	5/88-93	CK 9081	3	215	215	23	Type 9 Gearbox
1.8	1769cc	5/88-93	CK 9080	3	215	215	23	MT75 Gearbox
1.8 TD	1753cc	90-93	CK 9083	3	215	215	23	
2.0 OHC	1993cc	82-7/89	CK 9001	3	215	215	23	
2.0 DOHC	1998cc	5/89-93	CK 9080	3	215	215	23	
2.0 DOHC 4WD	1998cc	90-93	CK 9080	3	215	215	23	
2.3 V6	2294cc	82-85	CK 9244	3	241	232	23	
2.3 D	2304cc	82-91	CK 9265	3	241	232	23	
XR4i 2.0	1998cc	90-93	CK 9080	3	215	215	23	
XR4i 2.8	2792cc	82-85	CK 9290	3	241	240	23	
XR4x4 2.0	1998cc	90-93	CK 9080	3	215	215	23	
XR4x4 2.8	2792cc	85-89	CK 9290	3	241	240	23	
XR4x4 2.9	2933cc	89-93	CK 9204	3	241	241	23	Type 9 Gearbox
XR4x4 2.9	2933cc	89-93	CK 9304	3	242	242	23	MT75 Gearbox

Figura 3. Catálogo National de embragues comerciales

La mejor opción es, sin duda, la del embrague específico para Ford Sierra XR4i 2.8 que cumple con todos los requisitos. Kit de referencia: **CK 9290**.

3.2. Cálculo y dimensionamiento de la caja de cambios

3.2.1. Datos de partida provenientes de la ficha técnica del vehículo

- Desarrollos:
 - Marcha atrás → 49,5 km/h a 5700 rpm.
 - Primera → 52 km/h a 5700 rpm.
 - Segunda → 96,7 km/h a 5700 rpm.
 - Tercera → 139 km/h a 5700 rpm.
 - Cuarta → 175,9 km/h a 5700 rpm.
 - Quinta → 212 km/h a 6300 rpm.
- Potencia máxima → 150 CV (110 kW) en régimen de 5700 rpm.
- Par máximo → 216 N·m (22 kg·m) en régimen de 3800 rpm.
- Régimen de corte de inyección → 6300 rpm.
- Tamaño rueda → 195/60/14.
- Peso en vacío → 1323 kg.
- Ancho del vehículo → 1,73 m.
- Altura del vehículo → 1,36 m.
- Distancia entre ejes delantero y trasero → 2608 mm.
- Pérdidas de potencia por rozamientos e inercias en la transmisión → 0,95.

3.2.2. Configuración de la caja de cambios

Es muy importante, antes de empezar a calcular nada, conocer la configuración de la caja de cambios que se quiere diseñar.

Para este proyecto se ha escogido una caja de cambios de tres ejes, ya que es lo más recomendable para vehículos de motor delantero y tracción trasera.

1^a, 2^a, 3^a, engranaje de entrada y 5^a → Ruedas helicoidales → $\cos\beta \neq 1$. Es recomendable que el ángulo de hélice β , en ruedas helicoidales, esté entre 20 y 30 grados.

Marcha atrás → Ruedas rectas → $\cos\beta = 1$

Tras mucho meditar, también se ha decidido que el engranaje de entrada tenga una relación de 1:1, con la intención de que no altere las relaciones de transmisión deseadas de cada marcha.

Finalmente, la disposición de ejes y engranajes será la que se muestra en la *Figura 4*.

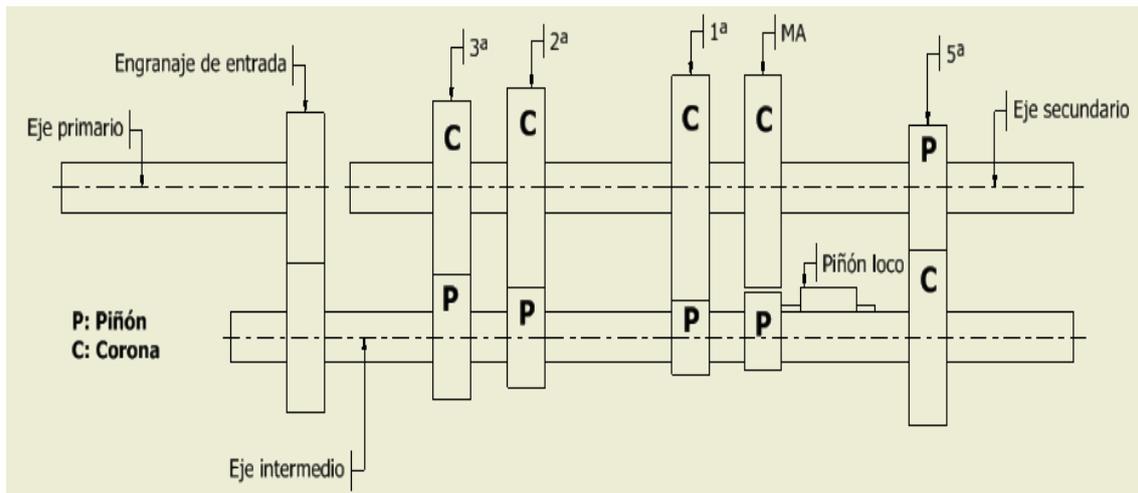


Figura 4. Configuración de la caja de cambios

La 4ª marcha, o directa, realmente no es un engranaje. En realidad, se consigue cuando el eje primario y secundario se unen gracias al sincronizador. A propósito, la disposición de los sincronizadores se verá más adelante, en el apartado 3.2.11. *Sincronizadores*.

La marcha atrás tiene una disposición especial, debido a que hay un piñón intercalado con la misión de hacer que el eje intermedio y el eje secundario giren en el mismo sentido. Por este motivo, se calculará una vez conocida la distancia entre los ejes intermedio y secundario.

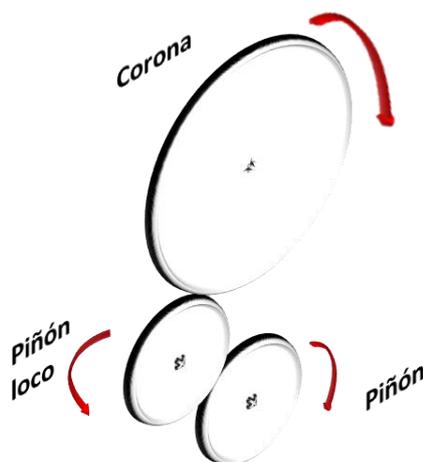


Figura 5. Marcha atrás

3.2.3. Relaciones de transmisión

Velocidad angular de la rueda ω_r en función de la velocidad angular del cigüeñal del motor ω_m y en función de las relaciones de transmisión i_{cc} e i_{dif}^* :

$$\omega_r = \omega_m \cdot i_{cc} \cdot i_{dif}^* \quad (12)$$

ω_r : Velocidad angular de la rueda [rpm]

ω_m : Velocidad angular del motor [rpm]

i_{cc} : Relación de marcha [-]

i_{dif} : Relación del grupo diferencial [-]

*Hay que tener en cuenta que la relación de transmisión i se puede expresar de dos formas: $i = \omega_{salida}/\omega_{entrada}$ ó $i = \omega_{entrada}/\omega_{salida}$. Para esta fórmula (12) y todas aquellas que la arrastren consigo (fórmulas (26) y (27)) se va a utilizar la primera expresión $i = \omega_{rueda}/\omega_{motor}$.

Para calcular la reducción en el grupo diferencial se establece la marcha directa, en este caso la 4ª marcha ($i_{cc} = i_4 = 1$), para que las revoluciones que transmite el motor a las ruedas no se vean influenciadas por la relación de la caja de cambios.

De esta manera y despejando i_{dif} de la fórmula (12) se obtiene la siguiente expresión:

$$i_{dif} = \frac{\omega_r}{\omega_m \cdot 1} = \frac{V_4 \cdot 1000}{r \cdot 3600} \cdot \frac{2\pi}{n_4 \cdot 60}$$

$$i_{dif} = 2,654 \cdot \frac{V_4}{n_4 \cdot r \cdot 1} \quad (13)$$

i_{dif} : Relación del grupo diferencial [-]

V_4 : Velocidad del vehículo en 4ª [km/h]

n_4 : Nº de vueltas del motor a velocidad V_4 [rpm]

r : Radio del neumático bajo carga [m]

Con los siguientes datos, se calcula la relación del grupo diferencial:

Neumáticos: 195/60/14

$$r = \frac{14 \text{ plg}}{2} \cdot \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ plg}} + 0,60 \cdot 0,195 \text{ m} = 0,2948 \text{ m}$$

$$V_4 = 175,9 \text{ km/h}$$

$$n_4 = 5700 \text{ rpm}$$

$$i_{dif} = 2,654 \cdot \frac{175,9}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 1} = 0,27624$$

Esto es, una reducción en el diferencial de 3,62:1. Por cada 3,62 vueltas que transmita el cigüeñal del motor las ruedas darán 1. Esto solo cuando en la caja de cambios está la marcha directa metida (4ª), ya que esta relación es de 1:1.

Una vez calculado el valor de la reducción del grupo diferencial, se procede a calcular la relación de transmisión de cada una de las marchas, incluyendo la marcha atrás (MA), con la siguiente fórmula:

$$i_{cc} = \frac{\omega_r}{\omega_m \cdot i_{dif}} = \frac{V_4 \cdot 1000}{r \cdot 3600} \cdot \frac{2\pi}{n_4 \cdot 60}$$

$$i_{cc} = 2,654 \cdot \frac{V_i}{n_i \cdot r \cdot i_{dif}} \quad (14)$$

i_{cc} : Relación de transmisión de la marcha [-]

V_i : Velocidad del vehículo [km/h]

n_i : N° de vueltas del motor a velocidad V_i [rpm]

r : Radio del neumático bajo carga [m]

i_{dif} : Relación del grupo diferencial [-]

Gracias a los datos aportados por el diagrama de velocidades que se muestra a continuación (Figura 6), dará comienzo el cálculo de las relaciones de transmisión de cada marcha:

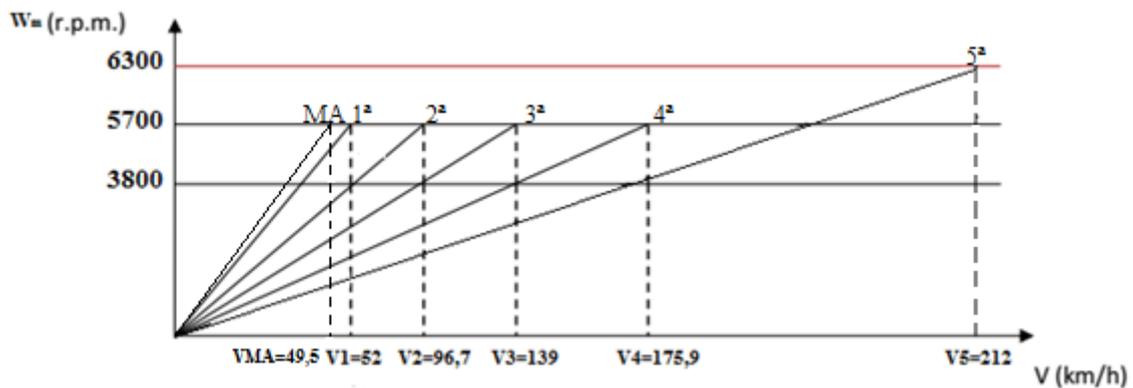


Figura 6. Diagrama de velocidades

1ª marcha 52 km/h a 5700 rpm. Es decir, velocidad que alcanza el vehículo, en 1ª, en régimen de potencia máxima.

$$i_1 = 2,654 \cdot \frac{52}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 0,2973$$

Esto es, una reducción importante de 3,36:1.

2ª marcha 96,7 km/h a 5700 rpm. Es decir, velocidad que alcanza el vehículo, en 2ª, en régimen de potencia máxima.

$$i_2 = 2,654 \cdot \frac{96,7}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 0,5528$$

Esto es, una reducción de 1,81:1.

3ª marcha 139 km/h a 5700 rpm. Es decir, velocidad que alcanza el vehículo, en 3ª, en régimen de potencia máxima.

$$i_3 = 2,654 \cdot \frac{139}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 0,7947$$

Esto es, una pequeña reducción de 1,258:1.

4ª marcha 175,9 km/h a 5700 rpm. Es decir, velocidad que alcanza el vehículo, en 4ª, en régimen de potencia máxima.

$$i_4 = 2,654 \cdot \frac{175,9}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 1$$

Esto es, una relación directa de 1:1. Marcha directa.

5ª marcha 212 km/h a 6300 rpm, es decir, la velocidad máxima que alcanza el vehículo a revoluciones máximas del motor.

$$i_5 = 2,654 \cdot \frac{212}{6300 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 1,0967$$

Esto es, un pequeño aumento de 0,912:1.

Marcha atrás 49,5 km/h a 5700 rpm. Es decir, velocidad que alcanza el vehículo, marcha atrás, en régimen de potencia máxima.

$$i_{MA} = 2,654 \cdot \frac{49,5}{5700 \cdot 0,2948 \cdot 0,27624} = 0,283$$

Esto es, una reducción importante de 3,53:1. Las relaciones de transmisión en 1ª y marcha atrás tienen que ser parecidas.

En resumen, las relaciones de transmisión obtenidas son:

	ω_r/ω_m	ω_m/ω_r
i_{dif}	0,27624	3,62:1
i_1	0,2973	3,36:1
i_2	0,5528	1,81:1
i_3	0,7947	1,258:1
i_4	1	1:1

i_5	1,0967	0,912:1
i_{MA}	0,283	3,53:1

Tabla 3. Resumen de relaciones de transmisión

3.2.4. Dinámica del vehículo

En este apartado se procede a calcular las resistencias que encuentra un vehículo, dependiendo de la situación, y que pueden impedir el avance de este. Todo esto, para después utilizarlas en el apartado siguiente (3.2.5. *Comprobaciones*).

La definición de la transmisión de un vehículo, para cumplir con unas exigencias determinadas, requiere el cálculo previo de las resistencias posibles que se le van a oponer en su avance R_t :

- Resistencia por rodadura, R_r
- Resistencia por pendiente, R_p
- Resistencia por inercia, R_j
- Resistencia por el aire, R_a

Estas resistencias pueden coexistir al mismo tiempo o no, dependiendo de la situación en la que se encuentre el vehículo.

La suma de las resistencias, simultáneas, tiene que ser superada por una fuerza de empuje en el eje motriz. Esta fuerza es consecuencia del par aplicado al eje, originado por el par motor.

$$R_t = R_r + R_p + R_j + R_a^* \quad (15)$$

*La resistencia al avance R_t no es constante, varía según la situación del vehículo. Por ejemplo, a mayor velocidad mayor será R_a y no se toma en cuenta hasta alcanzar los 80 km/h, a velocidad constante $R_j = 0$, el valor de R_p cambia en función de la inclinación de la carretera por la que circula el vehículo...

De la misma manera, la potencia en ruedas motrices debe superar la potencia necesaria para vencer la resistencia al avance R_t :

$$P_r \geq R_t \cdot V = (R_r + R_p + R_j + R_a) \cdot V^*$$

*No va a utilizarse.

La potencia en ruedas motrices es inferior a la que da el motor en ese momento:

$$P_r = P_m \cdot \mu \quad (16)$$

P_r : Potencia en ruedas motrices

P_m : Potencia del motor en ese momento

μ : Pérdidas por rozamientos e inercias en la transmisión, entre 0 y 1

R_r (Peso en vacío + carga ≈ 300 kg)

$$R_r = (W + W_c) \cdot f' \quad (17)$$

W : *Peso en vacío* [t]

W_c : *Peso de carga* [t]

f' : *Coefficiente de resistencia a la rodadura* [kg/t]

$$R_r = (1,323 + 0,3) \cdot 15 = 24,345 \text{ kg}$$

R_p (La carretera con mayor pendiente de España es del 25%)

$$R_p = (W + W_c) \cdot \frac{x}{100} \quad (18)$$

W : *Peso en vacío* [kg]

W_c : *Peso de carga* [kg]

x : *Metros de subida por cada 100 metros de recorrido horizontal* [m]

$$R_p = (1323 + 300) \cdot \frac{25}{100} = 405,75 \text{ kg}$$

R_j

$$R_j = \frac{W \cdot a}{g} \quad (19)$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t} \quad (20)$$

W : *Peso en vacío* [kg]

a : *Aceleración del vehículo* [m/s^2]

t : *Tiempo de aceleración* [s]

g : *Aceleración de la gravedad* [m/s^2]

V_f/V_i : *Velocidad final/inicial* [m/s]

Para comprobación de la 1ª, se toma aceleración de 0 a 34,68* km/h en 3,2 s.

*Velocidad que alcanza el vehículo en 1ª a 3800 rpm del motor (régimen de par máximo).

$$a = \frac{9,63 - 0}{3,2} = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$R_{j,1} = \frac{1323 \cdot 3}{9,81} = 404,6 \text{ kg}$$

Para comprobación de la 5ª, se toma aceleración de 175,9* a 212 km/h en 20 s.

*Velocidad del vehículo en el cambio de 4ª a 5ª.

$$a = \frac{58,8 - 48,86}{20} = 0,497 \frac{m}{s^2}$$

$$R_{j,5} = \frac{1323 \cdot 0,497}{9,81} = 67 \text{ kg}$$

R_a

$$R_a = K \cdot S' \cdot V^2 \quad (21)$$

$$K = \delta \cdot \frac{C'}{2 \cdot g} \quad (22)$$

$$S = a \cdot h \cdot 0,8 \quad (23)$$

δ : Peso específico del aire en condiciones normales [kg/m^3]

K : Constante aerodinámica [$kg \cdot s^2/m^4$]

C' : Coeficiente entre 0,25 y 0,7 para turismos [-]

g : Aceleración de la gravedad [m/s^2]

S' : Superficie maestra [m^2]

a : Ancho del vehículo [m]

h : Altura del vehículo [m]

V : Velocidad del vehículo [m/s]

$$K = 1,293 \cdot \frac{0,25}{2 \cdot 9,81} = 0,0165 \frac{kg \cdot s^2}{m^4}$$

$$S = 1,73 \cdot 1,36 \cdot 0,8 = 1,88 \text{ m}^2$$

Para comprobación de la 1ª:

$$V = 34,68 \text{ km/h} \Rightarrow 9,63 \text{ m/s}$$

$$R_{a,1} = 0,0165 \cdot 1,88 \cdot 9,63^2 = 2,87 \text{ kg}$$

Para comprobación de la 5ª:

$$V = 212 \text{ km/h} \Rightarrow 58,88 \text{ m/s}$$

$$R_{a,5} = 0,0165 \cdot 1,88 \cdot 58,88^2 = 107,38 \text{ kg}$$

3.2.5. Comprobaciones

Debe comprobarse que, con las relaciones de marcha definidas, el vehículo es capaz de superar la resistencia al avance. Para ello, el par transmitido por el motor a las ruedas motrices debe superar el par resistente.

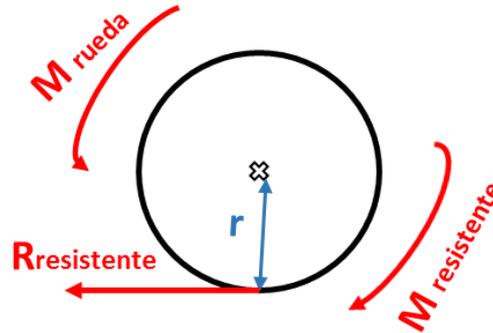


Figura 7. Momentos en rueda

$$M_{rueda} > M_{resistente}$$

M_{rueda} : Par transmitido a las ruedas [$N \cdot m$]

$M_{resistente}$: Par resistente [$N \cdot m$]

A continuación, se comprueban la 1ª y 5ª marcha. Estas dos comprobaciones son habituales porque hay que asegurar que la 1ª está diseñada para superar la pendiente máxima y la 5ª para alcanzar la velocidad punta en llano.

Los valores de las resistencias al avance están calculadas en el apartado anterior (3.2.4. Dinámica del vehículo)

3.2.5.1. Comprobación de la 1ª

La suma de las resistencias al avance, fórmula (15):

$$R_{t,1} = R_r + R_p + R_{j,1} + R_{a,1} = 24,345 + 405,75 + 404,6 + 2,87 = 837,55 \text{ kg} = 8216,4 \text{ N}$$

Par resistente:

$$M_{resistente} = R_t \cdot r \quad (24)$$

$$M_{resistente,1} = 8216,4 \cdot 0,2948 = 2422,2 \text{ N} \cdot m$$

La potencia que transmite el motor a las ruedas se ve ligeramente reducida, debido a las pérdidas por rozamientos e inercias en la transmisión, fórmula (16):

$$P_r = P_m \cdot \mu$$

$$M_{rueda} \cdot \omega_r = M_m \cdot \omega_m \cdot \mu$$

$$\frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{M_m}{M_{rueda}} \cdot \mu \quad (25)$$

ω_r : Velocidad angular de la rueda [rpm]

ω_m : Velocidad angular del motor [rpm]

M_m : Par motor [$N \cdot m$]

M_{rueda} : Par transmitido a las ruedas [$N \cdot m$]

μ : Pérdidas por rozamientos e inercias en la transmisión, entre 0 y 1 [–]

Y mediante la fórmula (12), la relación entre la velocidad de giro de las ruedas y la del motor es:

$$\omega_r = \omega_m \cdot i_{cc} \cdot i_{dif}$$

$$\frac{\omega_r}{\omega_m} = i_{cc} \cdot i_{dif} \quad (26)$$

Por lo tanto, igualando las fórmulas (25) y (26) se obtiene que

$$\frac{M_m}{M_{rueda}} \cdot \mu = i_{cc} \cdot i_{dif}$$

$$M_{rueda} = \frac{M_m \cdot \mu}{i_{cc} \cdot i_{dif}} \quad (27)$$

Hay que recordar que los cálculos de las resistencias al avance, para esta comprobación, se han hecho para el instante en el que el motor se encuentra en régimen de par máximo.

Además $i_{cc} = i_1 = 0,2973$

Por lo tanto, con la fórmula (27)

$$M_{rueda,1} = \frac{216 \cdot 0,95}{0,2973 \cdot 0,27624} = 2498,6 \text{ N} \cdot \text{m} > 2422,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{rueda,1} > M_{resistente,1} \quad \checkmark$$

3.2.5.2. Comprobación de la 5ª

No se tendrá en cuenta la R_p , porque esta marcha no está diseñada para subir pendientes.

$$R_{t,5} = R_r + R_{j,5} + R_{a,5} = 24,345 + 67 + 107,38 = 198,725 \text{ kg} = 1949,49 \text{ N}$$

$$M_{resistente,5} = R_t \cdot r = 1949,49 \cdot 0,2948 = 574,71 \text{ N} \cdot \text{m}$$

De nuevo, usamos la fórmula (27):

$$M_{rueda} = \frac{M_m \cdot \mu}{i_{cc} \cdot i_{dif}}$$

Pero esta vez el motor no se encuentra en régimen de par máximo, si no que está en régimen de potencia máxima.

Entonces,

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_m} \xrightarrow{\text{Régimen de potencia máx.}} M_m = \frac{\frac{110 \text{ kw} \cdot 1000 \text{ w}}{1 \text{ kw}}}{\frac{5700 \text{ vueltas} \cdot 2\pi \text{ rad} \cdot 1 \text{ min}}{1 \text{ min} \cdot 1 \text{ vuelta} \cdot 60 \text{ s}}} = 184,28 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Además $i_{cc} = i_5 = 1,0967$

Por lo que

$$M_{rueda,5} = \frac{184,28 \cdot 0,95}{1,0967 \cdot 0,27624} = 577,86 \text{ N} \cdot \text{m} > 574,71 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{rueda,5} > M_{resistente,5} \quad \checkmark$$

3.2.6. Número de dientes de los engranajes

Para definir el número de dientes, hay que tener en cuenta que la distancia entre ejes de los pares de engranajes d y el ángulo de hélice β de estos es igual para todos.

$$d = R + R' = \frac{m}{2} \cdot \frac{z+z'}{\cos \beta} \quad (28)$$

d : Distancia entre centros de ruedas [mm]

R : Radio primitivo del piñón [mm]

R' : Radio primitivo de la corona [mm]

m : Módulo [mm]

z : N° de dientes del piñón ó rueda pequeña

z' : N° de dientes de la corona ó rueda grande

β : Ángulo de hélice [°]

Por lo tanto, la suma del número de dientes de piñón y corona de cada engranaje se mantiene constante.

$$z + z' = \frac{2 \cdot d \cdot \cos \beta}{m} = cte$$

$$z_1 + z'_1 = z_2 + z'_2 = z_3 + z'_3 = z_4 + z'_4 = z_5 + z'_5$$

Para que un engranaje no sufra interferencias, se debe cumplir lo siguiente:

$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} \geq 14^* \quad (29)$$

z_n : n° de dientes virtual

z : n° de dientes real

β : Ángulo de hélice [°]

*14 para engranajes con ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$.

$$z_n = 14 \Rightarrow z = z_{\text{mínimo}} = 14 \cdot \cos^3 \beta \xrightarrow{\beta=20^\circ} z = 11,61 \approx 12 \text{ dientes}$$

1ª marcha

Se parte del n° mínimo de dientes porque uno de los objetivos es que la caja ocupe el mínimo espacio posible, y para ello los engranajes deben dimensionarse lo más pequeños posible.

Una vez obtenido el nº mínimo de dientes, se le asignará este valor al piñón z de la primera marcha y se obtendrá el nº de dientes de la corona z' gracias a la relación de transmisión obtenida en el apartado 3.2.3. *Relaciones de transmisión*.

Cabe recordar que la relación de transmisión a utilizar de ahora en adelante es $i = \frac{\omega_m}{\omega_r}$ (Véase *Tabla 3*).

La fórmula que relaciona el nº de dientes de las ruedas con la relación de transmisión es:

$$i = \frac{z'}{z} \quad (30)$$

$$i_1 = 3,36 = \frac{z'_1}{z_1} \xrightarrow{z_1 = z_{min}} z'_1 = 3,36 \cdot 12 = 40,32$$

El nº de dientes de un engranaje debe ser un nº entero, por lo que se redondearán los decimales:

$$z'_1 = 40,32 \approx 40 \text{ dientes}$$

Y ahora, se debe recalcular la nueva relación de transmisión de la marcha, debido al nº de dientes definido en el piñón y corona.

$$i_1 = \frac{z'_1}{z_1} = \frac{40}{12} = 3,3$$

Además,

$$z_1 + z'_1 = z_2 + z'_2 = z_3 + z'_3 = z_{entrada} + z'_{entrada} = z_5 + z'_5 = 12 + 40 = 52 \text{ dientes}$$

2ª marcha

$$i_2 = 1,81 = \frac{z'_2}{z_2} \quad ; \quad z_2 + z'_2 = 52 \text{ dientes}$$

$$i_2 = \frac{z'_2}{z_2} = \frac{34}{18} = 1,8$$

3ª marcha

$$i_3 = 1,258 = \frac{z'_3}{z_3} \quad ; \quad z_3 + z'_3 = 52 \text{ dientes}$$

$$i_3 = \frac{z'_3}{z_3} = \frac{29}{23} = 1,26$$

4ª marcha

Como se ha comentado en el apartado 3.2.2. *Configuración de la caja de cambios*, la 4ª marcha no es un engranaje en sí, es el acoplamiento de los ejes primario y secundario.

A partir de ahora, en lugar de calcular z , m ... para el supuesto “engranaje” de 4ª se hará para el engranaje de entrada, pues tiene las mismas características, quitando las horas de servicio (Véase *Tabla 7*), y además, no tiene sentido calcular un engranaje que no existe.

Entonces,

$$i_{\text{entrada}} = 1 = \frac{z'_{\text{entrada}}}{z_{\text{entrada}}} \quad ; \quad z_{\text{entrada}} + z'_{\text{entrada}} = 52 \text{ dientes}$$

$$i_{\text{entrada}} = \frac{z'_{\text{entrada}}}{z_{\text{entrada}}} = \frac{26}{26} = 1$$

5ª marcha

$$i_5 = 0,912 = \frac{z_5}{z'_5} \quad ; \quad z_5 + z'_5 = 52 \text{ dientes}$$

$$i_5 = \frac{z_5}{z'_5} = \frac{25}{27} = 0,926$$

	Relaciones de transmisión i		Nº de dientes	
	Antes	Después	Piñón z	Corona z'
1ª	3,36	3,3̂	12	40
2ª	1,81	1,8̂	18	34
3ª	1,258	1,26	23	29
Engranaje de entrada	1	1	26	26
5ª	0,912	0,926	25	27

Tabla 4. Relaciones de transmisión antes y después

3.2.7. Módulo de los engranajes

Para el cálculo del módulo se utilizará la ecuación de *Striebeck*, la cual cumple con la hipótesis de *Hertz*, es decir, hipótesis de la duración y desgaste de una rueda.

Además de calcular el módulo de las marchas, se calculará también el módulo del engranaje de entrada en lugar de la 4ª marcha, tal y como se ha mencionado anteriormente. Este engranaje se encuentra en el eje primario, o de entrada, y es el que introducirá la potencia en la caja de cambios, siendo su relación de transmisión 1:1 para no alterar las reducciones previstas.

Hay que decir que estos cálculos se hacen en base a la rueda pequeña (Piñón), que es la que nos proporciona resultados más restrictivos. De esta forma, si la posterior comprobación es válida para el piñón, lo será también para la corona.

Ecuación de *Striebeck* para engranajes:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i+1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm} \cdot z^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i}} \quad (31)$$

m : Módulo [cm]

N : Potencia del vehículo [CV]

i : Relación de transmisión [-]

k_{adm} : Presión admisible de rodadura [kg/cm^2]

z : Nº de dientes del piñón

Ψ : Factor de guiado [-]

α : Ángulo de ataque o de presión [°]

n : Velocidad angular [rpm]

β : Ángulo de hélice [°]

Ángulo de ataque o de presión estándar, $\alpha = 20^\circ$.

Factor de guiado (Ψ) entre engranajes	
Guiados mediocres	$5 \leq \Psi \leq 8$
Guiados buenos	$10 \leq \Psi \leq 12$
Guiados excelentes	$15 \leq \Psi \leq 25$

Tabla 5. Factor de guiado

Factor de guiado escogido: Bueno, 10.

Duración en horas (t) para engranajes recomendadas	
Aparatos domésticos	$1000 \leq t \leq 2000$
Automóviles pesados	$1500 \leq t \leq 2500$
Cajas de reductores	$20000 \leq t \leq 40000$
Buques	$20000 \leq t \leq 40000$
Engranajes de turbina	$40000 \leq t \leq 150000$

Tabla 6. Duración recomendada para engranajes

$$t = \frac{\text{media de kilometros recorridos}}{\text{velocidad media}} = \frac{200000 \text{ km}}{80 \text{ km/h}} = 2500 \text{ horas}$$

Las 2500 horas de vida útil de la caja de cambios se reparten entre las marchas de la siguiente manera:

Marcha	Porcentaje	Horas
1 ^a	%5	125
2 ^a	%15	375
3 ^a	%24	600
4 ^a	%35	875
5 ^a	%20	500
MA	%1	25

Tabla 7. Horas de servicio de las marchas

Sin embargo, dentro de la caja de cambios, el engranaje de entrada es una excepción, pues está continuamente trabajando. Por lo tanto, su vida útil debe ser de 2500 horas de servicio.

La presión admisible de rodadura K_{adm} está en función de las revoluciones por minuto, y como los piñones tienen una velocidad de giro elevada (>2500rpm), se tomará la k_{min} (del material escogido) según la *Tabla 8* que se muestra a continuación:

Material del piñón	Dureza Brinell [kg/mm ²]	Velocidad de giro del piñón [rpm]										K_{min} [Kg/cm ²]
		10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
Acero mej al Mn 80-95 kg/mm ²	230	-	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
Acero mej al Mn 90-105 kg/mm ²	260	-	-	89	70	52	41	36	33	28	24	30
Acero aleado mej. templado	450	-	-	-	210	155	120	105	95	83	70	60
Acero aleado cementado templado	600	-	-	-	370	270	215	190	170	150	125	80

Tabla 8. Material del piñón y su correspondiente K_{min}

Material escogido: Acero aleado, cementado y templado.

$$K_{min} = 80 \text{ kg/cm}^2$$

Tenemos la presión mínima de rodadura K_{min} , pero la presión admisible de rodadura K_{adm} está en función del factor de servicio. Por lo tanto, como cada una de las marchas tiene una vida útil distinta, la presión admisible de rodadura será diferente para cada uno de los piñones de las marchas.

$$k_{adm,i} = \varphi_i \cdot k_{min} \quad (32)$$

$k_{adm,i}$: Presión admisible de rodadura para cada piñón [kg/cm^2]

φ_i : Factor de servicio de la marcha [-]

k_{min} : Presión mínima de rodadura [kg/cm^2]

Horas de servicio	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
φ	3,2	2,5	2	1,6	1,25	1	0,8	0,5	0,4	0,32

Tabla 9. Factor de servicio

Las horas de servicio obtenidas (véase *Tabla 7*) no coinciden con las dadas por la *Tabla 9*, por lo que, mediante interpolación, se lograrán los factores de servicio deseados.

A continuación, se muestran los valores de las presiones admisibles de rodadura para cada marcha, fórmula (32):

$$k_{adm,1} = 3,308 \cdot 80 = 264,64 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_{adm,2} = 2,39 \cdot 80 = 191,2 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_{adm,3} = 2,039 \cdot 80 = 163,12 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_{adm,entrada} = 1,25 \cdot 80 = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_{adm,5} = 2,19 \cdot 80 = 175,02 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_{adm,MA} = 3,74 \cdot 80 = 299,2 \text{ kg/cm}^2$$

La potencia del vehículo N es de 150 CV y la velocidad angular n será la correspondiente al régimen de par máximo (3800 rpm), cuando más sufren los engranajes.

El ángulo de hélice de los engranajes helicoidales β , tal y como se ha visto antes, es de 20° .

Finalmente, los valores de las relaciones de transmisión i y el número de dientes del piñón z serán los recién obtenidos en el apartado 3.2.6. *Número de dientes de los engranajes*.

Con los datos obtenidos y la fórmula (31), se procede a calcular el módulo de cada una de las marchas:

1ª marcha

$$\begin{aligned}
 m_1 &\geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i_1 + 1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm,1} \cdot z_1^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i_1}} = \\
 &= \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (3,3 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{264,64 \cdot 12^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 3,3}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m_1 \geq 0,36 \text{ cm} = 3,6 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

2ª marcha

$$\begin{aligned}
 m_2 &\geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i_2 + 1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm,2} \cdot z_2^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i_2}} = \\
 &= \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (1,8 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{191,2 \cdot 18^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 1,8}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m_2 \geq 0,32 \text{ cm} = 3,2 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

3ª marcha

$$\begin{aligned}
 m_3 &\geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i_3 + 1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm,3} \cdot z_3^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i_3}} = \\
 &= \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (1,26 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{163,12 \cdot 23^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 1,26}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m_3 \geq 0,3 \text{ cm} = 3 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Piñón de entrada

$$\begin{aligned}
 m_{entrada} &\geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i_{entrada} + 1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm,entrada} \cdot z_{entrada}^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i_{entrada}}} = \\
 &= \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (1 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{100 \cdot 26^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 1}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m_{entrada} \geq 0,34 \text{ cm} = 3,4 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

5ª marcha

En la ecuación de *Striebeck* la relación de transmisión i no puede ser menor de 1, tal y como ocurre en esta marcha. En caso de que $i < 1$,

$$i \rightarrow 1/i$$

$$m_5 \geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i_5 + 1) \cdot \cos^4 \beta}{k_{adm,5} \cdot z_5^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i_5}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (1/0,926 + 1) \cdot \cos^4 20^\circ}{175,02 \cdot 25^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 1/0,926}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_5 \geq 0,29 \text{ cm} = 2,9 \text{ mm}$$

Una vez sacados los módulos de las marchas, se puede comprobar que en 1ª se da el valor de módulo más grande. Esto es porque es el engranaje que más sufre y se definirá este mismo módulo para todos.

Por supuesto, el módulo debe estar normalizado:

SERIE DE MÓDULOS NORMALIZADOS			
SERIE	I	II	III
I	2		
Serie recomendada		2,25	
Se debe utilizar preferentemente	2,5		
II		2,75	
Serie complementaria	3		
III			3,25
Sólo utilizar en casos excepcionales		3,5	
de absoluta necesidad			3,75
	4		

Tabla 10. Módulos normalizados

$$m \geq 3,6 \text{ mm} \xrightarrow{\text{Serie I}} m = 4 \text{ mm}$$

Si el módulo es de 4 mm y la suma del n° de dientes del piñón y corona es de 52, la distancia entre ejes según la fórmula (28) es de:

$$d = R + R' = \frac{m}{2} \cdot \frac{z + z'}{\cos \beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{52}{\cos 20^\circ} = 110,675 \text{ mm}$$

Marcha atrás

La marcha atrás está formada por 3 ruedas rectas, por lo que el cálculo de los dos módulos (Piñón-Piñón loco y Piñón loco-Corona) se hará mediante la fórmula (31) mencionada anteriormente:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot N \cdot (i + 1) \cdot \cos \beta}{k_{adm} \cdot z^2 \cdot \Psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot n \cdot i}}$$

Además, para asegurar el correcto funcionamiento de esta marcha se deben cumplir las siguientes condiciones:

- ✓ Tener una relación de transmisión similar a la de la 1ª marcha ($i_I=3,3$).
- ✓ Como ya se ha dicho, estará formada por tres ruedas rectas ($\cos \beta = 1$). Por eso, con intención de simplificar los cálculos, el piñón loco será idéntico al piñón de la marcha atrás.
- ✓ Para que no haya interferencias entre los dientes rectos $z_n = z/1 \geq 14$, fórmula (29). Por lo tanto, los piñones serán, en un principio, de 14 dientes.
- ✓ El material es el mismo que el del resto de ruedas: acero aleado cementado (Véase *Tabla 8*).
- ✓ La corona y el piñón no engranan entre sí, si no que el piñón loco hace de intermediario entre estos dos. Por eso, la suma del radio de cabeza de corona R'_c y piñón R_c debe ser menor que la distancia entre ejes d . Recordad que el radio de cabeza $R_c = R + m$.

Para que esta última condición se cumpla:

$$d = 110,675 > R_c + R'_c = \frac{m}{2} \cdot \frac{z + z'}{1} + 2 \cdot m$$

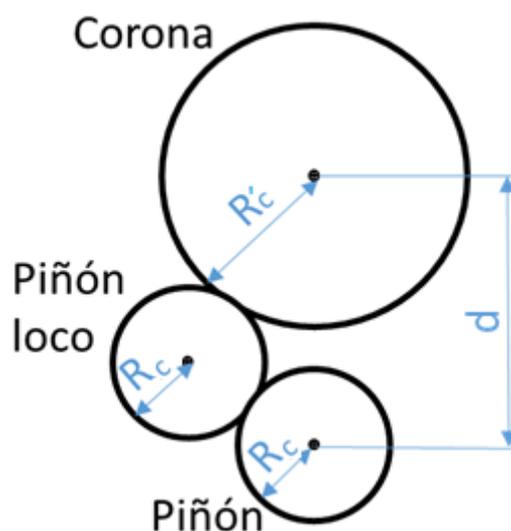


Figura 8. Radios de cabeza de las ruedas

Con la relación de transmisión y el nº de dientes mínimo del piñón, se obtiene:

$$i_{MA} = 3,53 = \frac{z'_{MA}}{z_{MA}} \quad ; \quad z_{MA} = 14$$

$$z'_{MA} = 49,42 \approx 49$$

$$i_{MA} = \frac{49}{14} = 3,5$$

Piñón-Piñón loco:

$$m_{MA,p-pl} \geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (1 + 1)}{299,2 \cdot 14^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 1}}$$

$$m_{MA,p-pl} \geq 0,35 \text{ cm} = 3,5 \text{ mm}$$

Piñón loco-Corona:

$$m_{MA,pl-c} \geq \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot 150 \cdot (3,5 + 1)}{299,2 \cdot 14^2 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot 3800 \cdot 3,5}}$$

$$m_{MA,pl-c} \geq 0,33 \text{ cm} = 3,3 \text{ mm}$$

Una vez obtenidos los módulos, entrando a la *Tabla 10* tenemos sus valores normalizados, es decir:

$$m_{MA,p-pl} \geq 3,9 \text{ mm} \xrightarrow{\text{Serie II}} m = 3,5 \text{ mm}$$

$$m_{MA,pl-c} \geq 3,3 \text{ mm} \xrightarrow{\text{Serie II}} m = 3,5 \text{ mm}$$

Finalmente, se calcula $R_C + R'_C$ para la comprobación:

$$R_C + R'_C = \frac{3,5}{2} \cdot \frac{49 + 14}{1} + 2 \cdot 3,5 = 117,25 \text{ mm}$$

$$d < 117,25 \text{ mm} \quad \mathbf{x}$$

No se cumple lo acordado, por lo que habrá que hacer algún cambio: por ejemplo, disminuir la relación de transmisión.

$$i_{MA} = 2,9 = \frac{z'_{MA}}{z_{MA}} \quad ; \quad z_{MA} = 14$$

$$z'_{MA} = 40,6 \approx 41$$

$$i_{MA} = \frac{41}{14} = 2,93$$

El módulo entre el piñón y el piñón loco permanecerá igual.

En cambio, el módulo entre la corona y el piñón loco no. Aunque luego se escoja el mismo módulo normalizado.

$$m_{MA,p-pl} \geq 3,5 \text{ mm} \xrightarrow{\text{Serie II}} m = 3,5 \text{ mm}$$

$$m_{MA,pl-c} \geq 3,4 \text{ mm} \xrightarrow{\text{Serie II}} m = 3,5 \text{ mm}$$

Finalmente, se vuelve a calcular $R_C + R'_C$ para la comprobación:

$$R_C + R'_C = \frac{3,5}{2} \cdot \frac{41 + 14}{1} + 2 \cdot 3,5 = 103,25 \text{ mm}$$

$$d = 110,675 \text{ mm} > R_C + R'_C = 103,25 \text{ mm} \quad \checkmark$$

Al disminuir el nº de dientes de la corona se ha conseguido que la corona y el piñón no lleguen a tocarse.

De esta forma, está comprobado que se cumplen todas las condiciones definidas para la marcha atrás.

Distancia entre centros, fórmula (28):

Piñón-Piñón loco,

$$R_p + R_{pl} = \frac{m}{2} \cdot (z + z') = \frac{3,5}{2} \cdot (14 + 14) = 49 \text{ mm}$$

Piñón loco-corona,

$$R_{pl} + R_c = \frac{m}{2} \cdot (z + z') = \frac{3,5}{2} \cdot (14 + 41) = 96,25 \text{ mm}$$

Habiendo obtenido el módulo de todos los engranajes que van a formar parte de la caja de cambios, el siguiente paso es la comprobación a resistencia de estos.

3.2.8. Comprobación del piñón a resistencia

Consiste en una comprobación a flexión, suponiendo que toda fuerza tangencial se aplica sobre la cabeza del diente y que la tensión cortante es prácticamente nula y despreciable.

Para ello, en este proyecto se simplificará el modelo de esta manera: diente empotrado y una única fuerza tangencial.

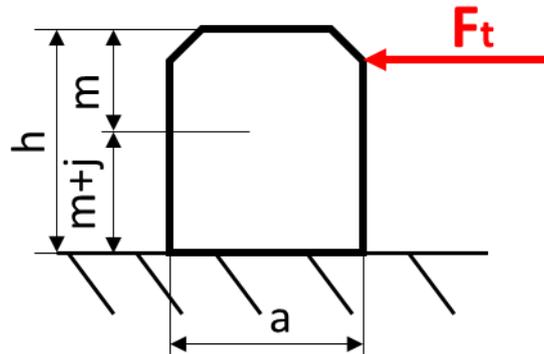


Figura 9. Modelo simplificado de esfuerzos sobre el diente

La comprobación a llevar a cabo es la siguiente:

$$\sigma_{flex} = \frac{M_f \cdot a/2}{I} = \frac{F_t \cdot h \cdot a/2}{1/12 \cdot b \cdot a^3} = \frac{6F_t \cdot (m + m + j)}{b \cdot a^2} = \frac{6F_t \cdot 2,25m}{b \cdot (y \cdot 2m)^2} =$$

$$\frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \frac{3,375}{y^2} \xrightarrow{q=3/y^2} \sigma_{flex} = \frac{1,125 \cdot F_t}{b \cdot m} \cdot q$$

$$\sigma_{flex} = \frac{1,125 \cdot F_t}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{adm} \quad (33)$$

$$(b = \Psi \cdot m)$$

σ_{flex} : tensión máxima, debida a la flexión, soportada por el diente [kg/mm^2]

F_t : fuerza tangencial soportada por el diente [kg]

b : espesor del diente [mm]

Ψ : factor de guiado [-]

m : módulo del diente [mm]

q : coeficiente de Wissman [-]

σ_{adm} : tensión admisible de la rueda [kg/mm^2]

La fuerza tangencial soportada por el diente viene dada por la siguiente expresión:

$$F_t = \frac{M_m}{R} \quad (34)$$

M_m : par motor máximo transmisible [$kg \cdot mm$]

R : radio primitivo de las ruedas [mm]

Ángulo de ataque $\alpha = 20^\circ$	Dentado exterior	Z_n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	21	24	28
		q	5,2	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,8	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1
	Dentado interior	Z_n	No hay ruedas de dentado interior en la caja de cambios											
		q												

Tabla 11. Tabla para elección del coeficiente de Wissman

Como ya es sabido, el material para los engranajes es acero aleado cementado. Concretamente, 16MnCr5.

A continuación, en la *Tabla 12* se muestran los siguientes datos de este material:

16MnCr5	Resistencia a tracción $\sigma_t = 80 \div 110$ kg/mm^2	Límite de fluencia mínimo $\sigma_{yp} = 60$ kg/mm^2	Dureza Brinell $HB = 600$ kg/mm^2	Solicitación admisible $\sigma_{adm} = 1900 \div 3000$ kg/cm^2
---------	---	--	---	--

Tabla 12. Datos del material 16MnCr5

De la cual se obtiene $\sigma_{adm} = 30 \text{ kg/mm}^2$

COMIENZO DE COMPROBACIONES

Piñón de 1ª marcha

$$z_1 = 12, \quad \beta = 20^\circ, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,1} = \frac{z_1}{\cos \beta^3} = 14,46 \approx 14 \xrightarrow{\text{Tabla 11 (} z_{n,1}=14)} q_1 = 4,1$$

$$R_1 = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_1}{\cos \beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{12}{\cos 20^\circ} = 25,54 \text{ mm}$$

$$F_{t,1} = \frac{M_m}{R_1} = \frac{22000}{25,54} = 816,4 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,1} = \frac{1,125 \cdot F_{t,1}}{b \cdot m} \cdot q_1 = \frac{1,125 \cdot 816,4}{40 \cdot 4} \cdot 4,1 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,1} = 23,53 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Piñón de 2ª marcha

$$z_2 = 18, \quad \beta = 20^\circ, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,2} = \frac{z_2}{\cos\beta^3} = 21,69 \approx 21 \xrightarrow{\text{Tabla 11 (} z_{n,2}=21)} q_2 = 3,3$$

$$R_2 = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_2}{\cos\beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{18}{\cos 20^\circ} = 38,31 \text{ mm}$$

$$F_{t,2} = \frac{M_m}{R_2} = \frac{22000}{38,31} = 574,26 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,2} = \frac{1,125 \cdot F_{t,2}}{b \cdot m} \cdot q_2 = \frac{1,125 \cdot 574,26}{40 \cdot 4} \cdot 3,3 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,2} = 13,32 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Piñón de 3ª marcha

$$z_3 = 23, \quad \beta = 20^\circ, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,3} = \frac{z_3}{\cos\beta^3} = 27,72 \approx 28 \xrightarrow{\text{Tabla 11 (} z_{n,3}=28)} q_3 = 3,1$$

$$R_3 = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_3}{\cos\beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{23}{\cos 20^\circ} = 48,95 \text{ mm}$$

$$F_{t,3} = \frac{M_m}{R_3} = \frac{22000}{48,95} = 449,44 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,3} = \frac{1,125 \cdot F_{t,3}}{b \cdot m} \cdot q_3 = \frac{1,125 \cdot 449,44}{40 \cdot 4} \cdot 3,1 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,3} = 9,8 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Piñón de engranaje de entrada

$$z_{ent} = 26, \quad \beta = 20^\circ, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,ent} = \frac{z_{ent}}{\cos\beta^3} = 31,33 \approx 28 \xrightarrow{\text{Tabla 11 } (z_{n,ent}=28)} q_{ent} = 3,1$$

$$R_{ent} = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_{ent}}{\cos\beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{26}{\cos 20^\circ} = 55,33 \text{ mm}$$

$$F_{t,ent} = \frac{M_m}{R_{ent}} = \frac{22000}{55,33} = 397,6 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,ent} = \frac{1,125 \cdot F_{t,ent}}{b \cdot m} \cdot q_{ent} = \frac{1,125 \cdot 397,6}{40 \cdot 4} \cdot 3,1 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,ent} = 8,66 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Piñón de 5ª marcha

$$z_5 = 25, \quad \beta = 20^\circ, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,5} = \frac{z_5}{\cos\beta^3} = 30,13 \approx 28 \xrightarrow{\text{Tabla 11 } (z_{n,5}=28)} q_5 = 3,1$$

$$R_5 = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_5}{\cos\beta} = \frac{4}{2} \cdot \frac{25}{\cos 20^\circ} = 53,21 \text{ mm}$$

$$F_{t,5} = \frac{M_m}{R_5} = \frac{22000}{53,21} = 413,45 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,5} = \frac{1,125 \cdot F_{t,5}}{b \cdot m} \cdot q_5 = \frac{1,125 \cdot 413,45}{40 \cdot 4} \cdot 3,1 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,5} = 9,01 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Piñón de la marcha atrás

Los dos piñones que forman la marcha atrás son idénticos, por lo que solo se comprobará una vez.

$$z_{MA} = 14, \quad \beta = 0^\circ, \quad m = 3,5 \text{ mm}, \quad b = 35 \text{ mm}, \quad M_m = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$z_{n,MA} = \frac{z_{MA}}{1^3} = 14 \approx 14 \xrightarrow{\text{Tabla 11 } (z_{n,MA}=14)} q_{MA} = 4,1$$

$$R_{MA} = \frac{m}{2} \cdot \frac{z_{MA}}{1} = \frac{3,5}{2} \cdot \frac{14}{1} = 24,5 \text{ mm}$$

$$F_{t,MA} = \frac{M_m}{R_{MA}} = \frac{22000}{24,5} = 897,96 \text{ kg}$$

$$\sigma_{flex,MA} = \frac{1,125 \cdot F_{t,MA}}{b \cdot m} \cdot q_{MA} = \frac{1,125 \cdot 897,96}{35 \cdot 3,5} \cdot 4,1 \Rightarrow$$

$$\sigma_{flex,MA} = 29,5 \text{ kg/mm}^2 < 30 \text{ kg/mm}^2 \quad \checkmark$$

Todas las tensiones quedan por debajo de la tensión admisible. De esta manera, queda comprobado que el material y dimension de las ruedas son válidos.

Esta comprobación se realizará solo para el piñón. No es necesario hacerla para la corona porque esta es de mayor dimensión (Si $z \uparrow$, $q \downarrow$).

Además, la fuerza tangencial F_t es la misma tanto para el piñón como para la corona. Recordar la 3ª ley de Newton:

$$F_{acción} = F_{reacción}$$

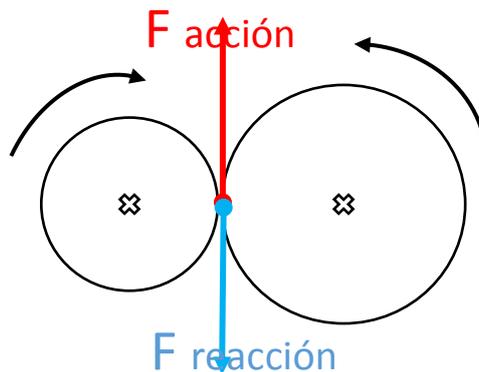


Figura 10. Acción y reacción entre piñón y corona

En conclusión, si el piñón resiste, la corona también lo hará.

3.2.9. Dimensionamiento de las ruedas

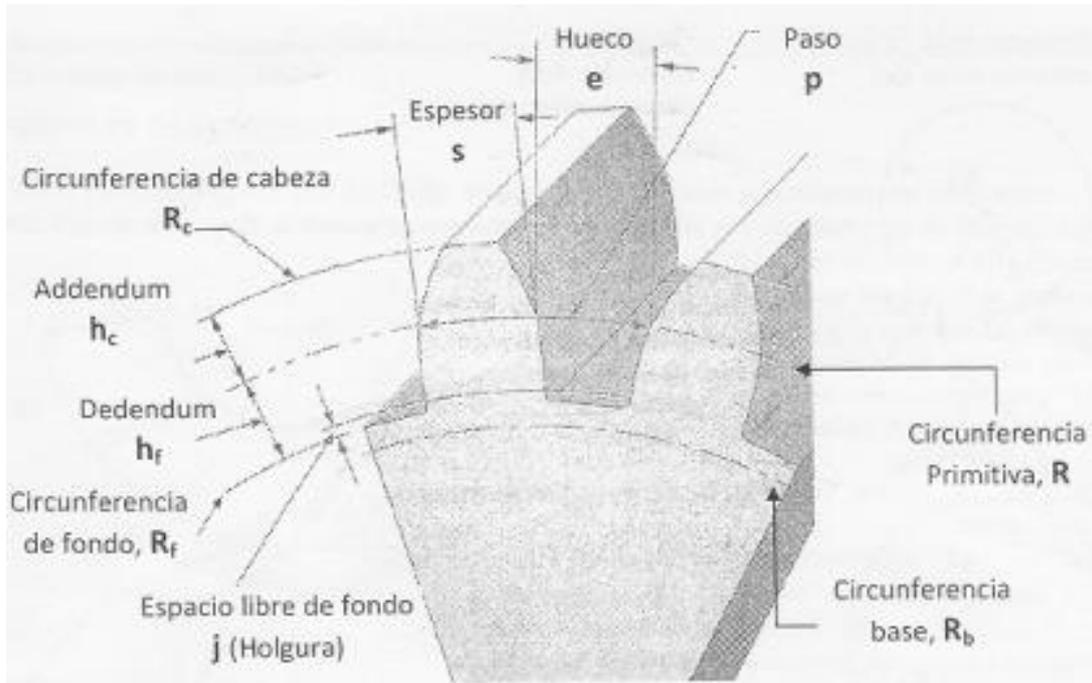


Figura 11. Parámetros de la rueda

			1ª	2ª	3ª	Eng. de entrada	5ª	MA
PIÑÓN	Nº de dientes	z	12	18	23	26	25	14
	Ángulo de hélice [°]	β	20°	20°	20°	20°	20°	0°
	Ángulo de ataque o presión [°]	α	20°	20°	20°	20°	20°	20°
	Módulo [mm]	m	4	4	4	4	4	3,5
	Factor de guiado [-]	ψ	10	10	10	10	10	10
	Ancho [mm]	$b = \psi \cdot m$	40	40	40	40	40	35
	Paso [mm]	$p = \pi \cdot m$	12,56	12,56	12,56	12,56	12,56	11
	Radio primitivo [mm]	$R = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos\beta_a}$	25,54	38,31	48,95	55,33	53,21	24,5
	Addendum [mm]	$h_c = m$	4	4	4	4	4	3,5
	Holgura [mm]	$j = 0,25 \cdot m$	1	1	1	1	1	0,875
	Deddendum [mm]	$h_f = m + j$	5	5	5	5	5	4,375
	Altura del diente [mm]	$h = h_c + h_f$	9	9	9	9	9	7,875
	Espesor del diente [mm]	$s = \frac{p}{2}$	6,28	6,28	6,28	6,28	6,28	5,5
	Hueco entre dientes [mm]	$e = s$	6,28	6,28	6,28	6,28	6,28	5,5
	Radio de cabeza [mm]	$R_c = R + h_c$	29,54	42,31	52,95	59,33	57,21	28
Radio de fondo [mm]	$R_f = R - h_f$	20,54	33,31	43,95	50,33	48,21	20,125	
Radio de base [mm]	$R_b = R \cdot \cos\alpha$	24	36	46	52	50	23	

Tabla 13. Dimensionamiento de piñón

			1ª	2ª	3ª	Eng. de entrada	5ª	MA
CORONA	Nº de dientes	z'	40	34	29	26	27	41
	Ángulo de hélice [°]	β	20°	20°	20°	20°	20°	0°
	Ángulo de ataque o presión [°]	α	20°	20°	20°	20°	20°	20°
	Módulo [mm]	m	4	4	4	4	4	3,5
	Factor de guiado [-]	ψ	10	10	10	10	10	10
	Ancho [mm]	$b = \psi \cdot m$	40	40	40	40	40	35
	Paso [mm]	$p = \pi \cdot m$	12,56	12,56	12,56	12,56	12,56	11
	Radio primitivo [mm]	$R' = \frac{m}{2} \cdot \frac{z'}{\cos\beta_\alpha}$	85,13	72,36	61,72	55,33	57,46	71,75
	Addendum [mm]	$h_c = m$	4	4	4	4	4	3,5
	Holgura [mm]	$j = 0,25 \cdot m$	1	1	1	1	1	0,875
	Deddendum [mm]	$h_f = m + j$	5	5	5	5	5	4,375
	Altura del diente [mm]	$h = h_c + h_f$	9	9	9	9	9	7,875
	Espesor del diente [mm]	$s = \frac{p}{2}$	6,28	6,28	6,28	6,28	6,28	5,5
	Hueco entre dientes [mm]	$e = s$	6,28	6,28	6,28	6,28	6,28	5,5
	Radio de cabeza [mm]	$R'_c = R' + h_c$	89,13	76,36	65,72	59,33	61,46	75,25
Radio de fondo [mm]	$R'_f = R' - h_f$	80,13	67,36	56,72	50,33	52,46	67,375	
Radio de base [mm]	$R'_b = R' \cdot \cos\alpha$	80	68	58	52	54	67,423	

Tabla 14. Dimensionamiento de corona

3.2.10. Cálculo de ejes

En este apartado se procederá a calcular los diámetros de los tres ejes de la caja de cambios, en el siguiente orden: Eje primario, eje intermedio y eje secundario.

Esto se llevará a cabo mediante el código ASME, un método de cálculo conservador gracias a la mayoración de los momentos torsor y flector:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{C_m \cdot \sigma}{2}\right)^2 + (C_t \cdot \tau)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS}$$

$$\tau_{max} = \frac{\phi}{2 \cdot J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS}$$

$$\left(J = \frac{\pi}{32} \cdot \phi^4\right)$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}} \quad (35)$$

τ_{max} : Tensión cortante máxima [kg/mm²]

C_m : Coeficiente de carga para el momento flector [-]

σ : Tensión normal [kg/mm²]

C_t : Coeficiente de carga para el momento torsor [-]

τ : Tensión cortante [kg/mm²]

σ_{yp} : Tensión de fluencia del material [kg/mm²]

CS : Coeficiente de seguridad [-]

ϕ : diámetro de la sección del eje [mm]

J : Momento de inercia de la sección [mm⁴]

M : Momento flector [kg · mm]

T : Momento torsor [kg · mm]

Naturaleza de la carga	Valores para	
	C_m	C_t
<u>Ejes fijos:</u>		
Carga aplicada gradualmente	1	1
Carga aplicada repentinamente	1,5 - 2	1,5 - 2
<u>Ejes giratorios:</u>		
Carga constante o aplicada gradualmente	1,5	1
Cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos	1,5 - 2	1 - 1,5
Cargas aplicadas bruscamente, grandes impactos	2 - 3	1,5 - 3

Tabla 15. Constantes según el código ASME

Cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos: $C_m = 2$ y $C_t = 1,5$.

El material de los ejes será el mismo que el de los engranajes. De la *Tabla 12* se obtiene la tensión de fluencia del acero 16MnCr5 $\rightarrow \sigma_{yp} = 60 \text{ kg/mm}^2$.

Debido a que el cálculo mediante el código ASME ya es lo suficientemente conservador, el valor del coeficiente de seguridad será igual a 1.

3.2.10.1. Fuerzas sobre ruedas

Para empezar, hay que calcular las fuerzas que actúan sobre todas y cada una de las ruedas, para luego obtener los momentos flectores y torsores que estas ejercen sobre el eje.

La siguiente figura que se muestra es un esquema general de las fuerzas que actúan sobre las ruedas. En ruedas rectas, por ejemplo, teóricamente no existe la fuerza axial F_a , pero sí en ruedas helicoidales.

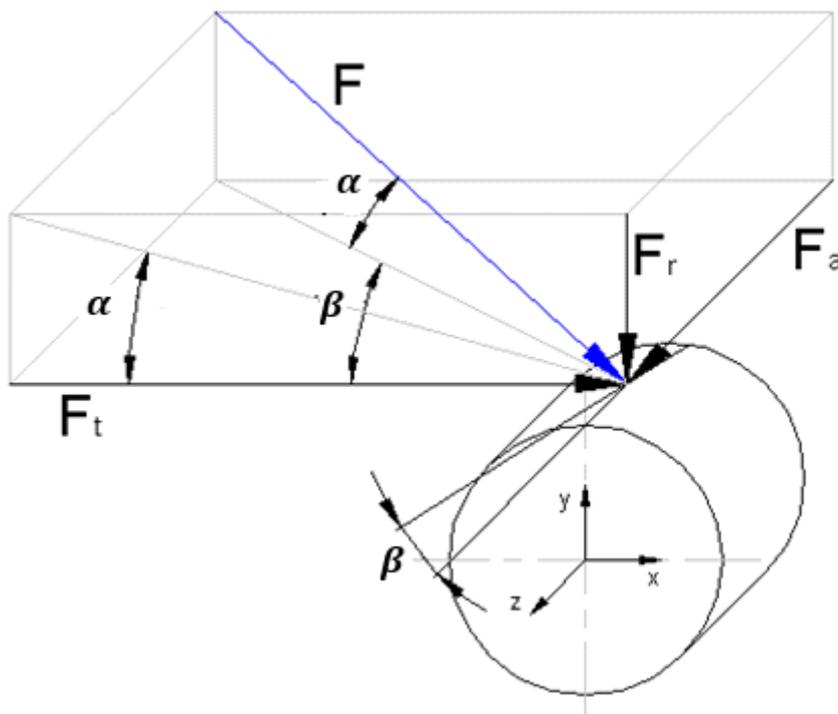


Figura 12. Esquema general de fuerzas sobre rueda

Fuerza tangencial F_t , recordar la fórmula (34) utilizada en el apartado 3.2.8
Comprobación del piñón a resistencia.

$$F_t = \frac{M_m}{R}$$

Y recordar también los valores obtenidos en ese apartado:

$$F_{t,1} = 816,14 \text{ kg}$$

$$F_{t,2} = 574,26 \text{ kg}$$

$$F_{t,3} = 449,44 \text{ kg}$$

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{t,5} = 413,45 \text{ kg}$$

$$F_{t,MA} = 785,71 \text{ kg}$$

Fuerza axial F_a

$$F_a = F_t \cdot \tan \beta \quad (36)$$

F_a : Fuerza axial [kg]

F_t : Fuerza tangencial [kg]

β : Ángulo de hélice [°]

Fuerza radial F_r

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha \quad (37)$$

F_r : Fuerza radial [kg]

F_t : Fuerza tangencial [kg]

α : Ángulo de presión [°]

Siendo $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 20^\circ$ para ruedas helicoidales y $\beta = 0^\circ$ para ruedas rectas,

Fuerzas en engranaje de 1ª

$$F_{t,1} = 816,4 \text{ kg}$$

$$F_{a,1} = 297,14 \text{ kg}$$

$$F_{r,1} = 297,14 \text{ kg}$$

Fuerzas en engranaje de 2ª

$$F_{t,2} = 574,26 \text{ kg}$$

$$F_{a,2} = 209,01 \text{ kg}$$

$$F_{r,2} = 209,01 \text{ kg}$$

Fuerzas en engranaje de 3ª

$$F_{t,3} = 449,44 \text{ kg}$$

$$F_{a,3} = 163,6 \text{ kg}$$

$$F_{r,3} = 163,6 \text{ kg}$$

Fuerzas en engranaje de entrada

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

Fuerzas en engranaje de 5ª

$$F_{t,ent} = 413,45 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

Fuerzas en engranaje de marcha atrás

$$F_{t,MA} = 897,96 \text{ kg}$$

$$F_{a,MA} = 0 \text{ kg}$$

$$F_{r,MA} = 326,83 \text{ kg}$$

3.2.10.2. Dimensionamiento del eje primario

El eje primario estará biapoyado sobre dos rodamientos de rodillos cónicos, A y B, pues son los más adecuados para este tipo de aplicación. El único inconveniente de estos rodamientos es que solo soportan cargas axiales en una dirección, dependiendo de la configuración: espalda a espalda (montaje directo) o cara a cara (montaje indirecto).

Más adelante, en el apartado 3.2.12 *Elección y vida útil de rodamientos*, se darán más detalles sobre la configuración y los propios rodamientos.

Pese a que el eje está biapoyado, la rueda del engranaje de entrada se encuentra en voladizo.

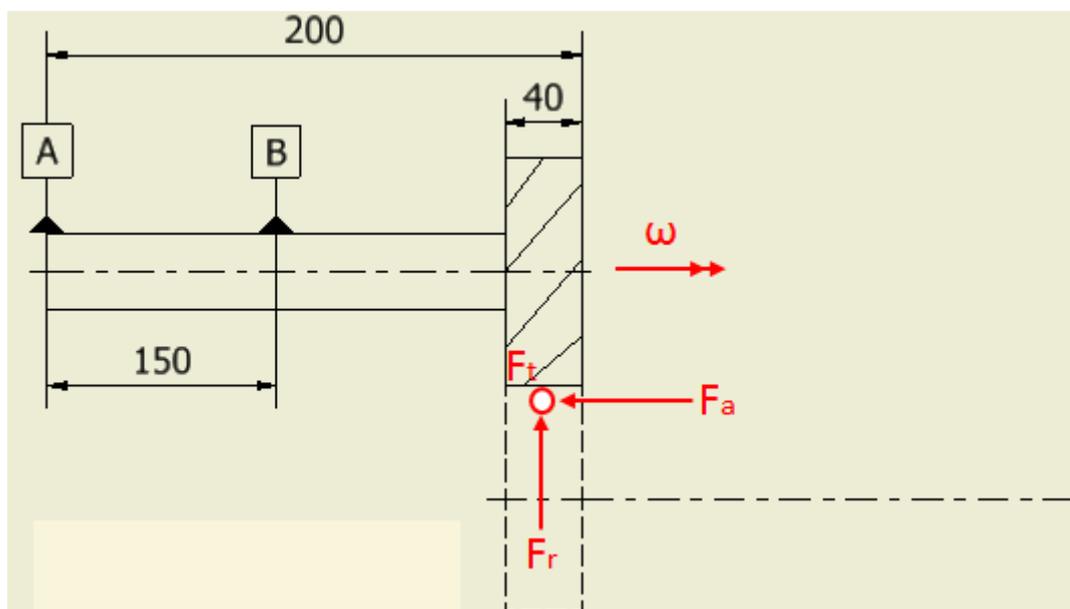


Figura 13. Eje primario

Esfuerzos sobre el eje primario y diámetros mínimos de secciones

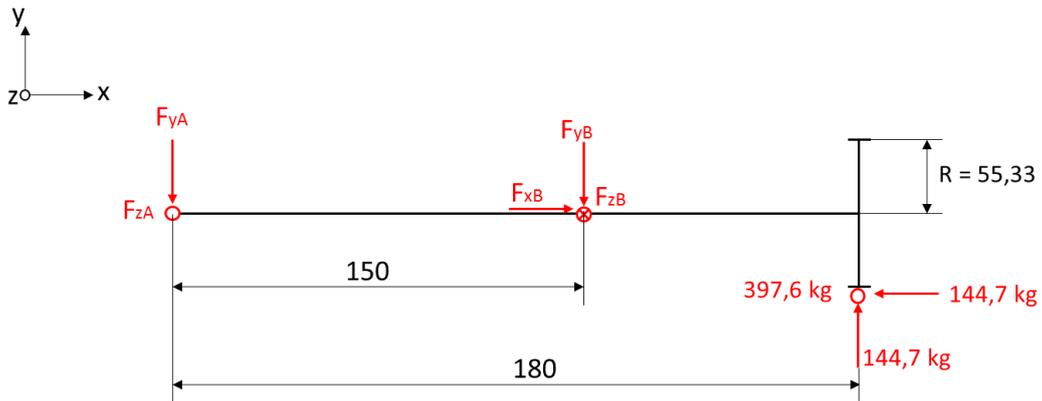
Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xB} = 144,7 \text{ kg}$$

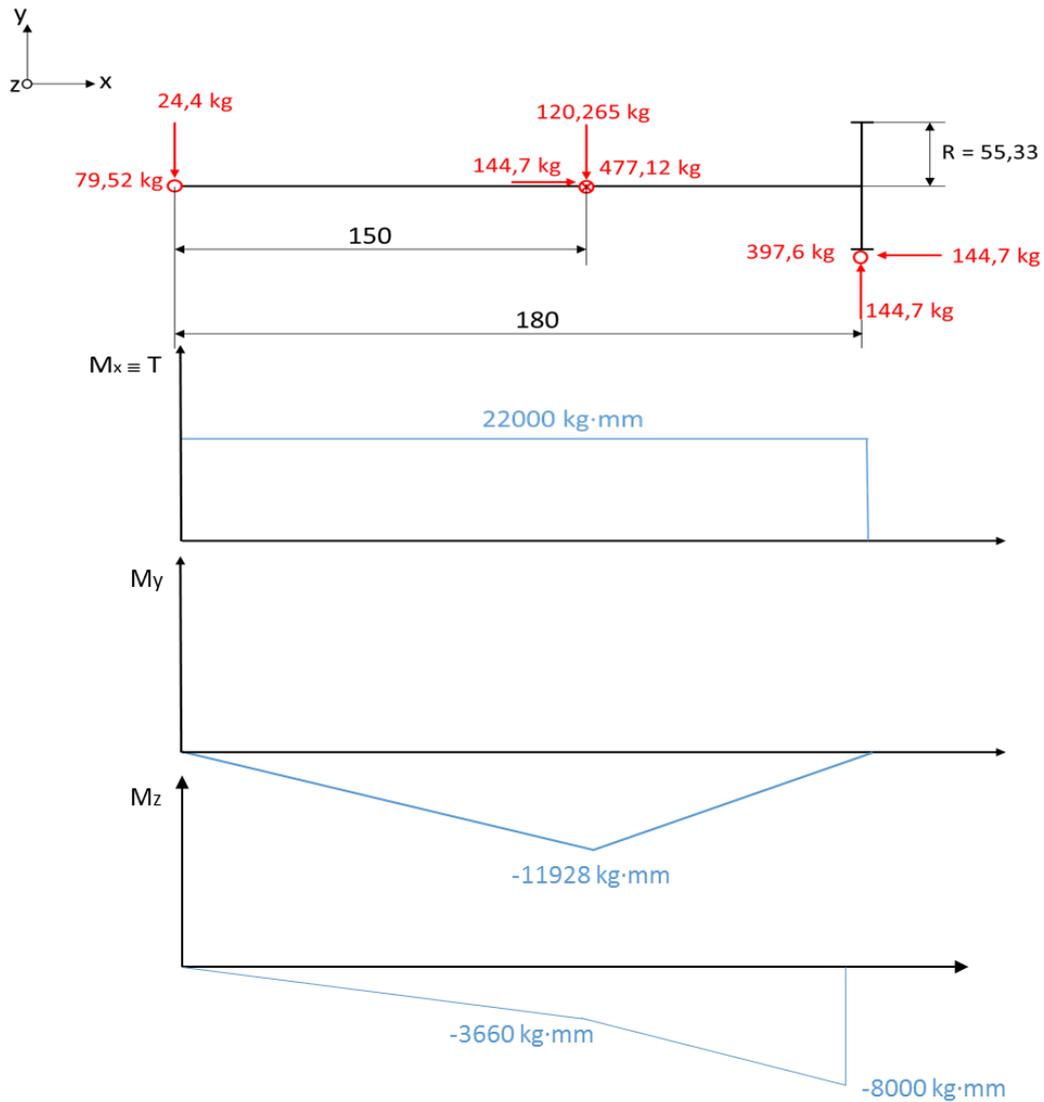
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yA} + F_{yB} = 144,7 \rightarrow F_{yB} = 120,265 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zA} + 397,6 = F_{zB} \rightarrow F_{zB} = 477,12 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yB} = 0 \rightarrow F_{zA} \cdot 150 = 397,6 \cdot 30 \rightarrow F_{zA} = 79,52 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zB} = 0 \rightarrow F_{yA} \cdot 150 + 144,7 \cdot 30 = 144,7 \cdot 55,33 \rightarrow F_{yA} = 24,435 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los diferentes diámetros, gracias a la fórmula (35) que se muestra a continuación:

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

Cálculo del diámetro de la sección donde se encuentra el engranaje de entrada:

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0^2 + 8000^2} = 8000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 8000)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 18,4 \text{ mm}$$

Cálculo del diámetro de la sección del resto del eje primario:

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{11928^2 + 3660^2} = 12476,89 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 12476,89)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 19,15 \text{ mm}$$

Finalmente, el eje primario queda dimensionado tal y como se muestra en la siguiente figura:

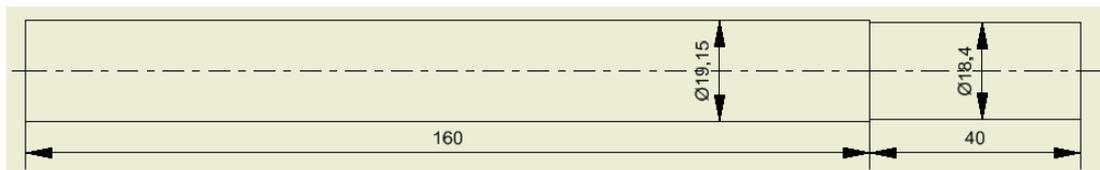


Figura 14. Dimensiones mínimas del eje primario

3.2.10.3. Dimensionamiento del eje intermedio

El eje intermedio, al igual que el primario, estará biapoyado sobre dos rodamientos de rodillos cónicos, C y D.

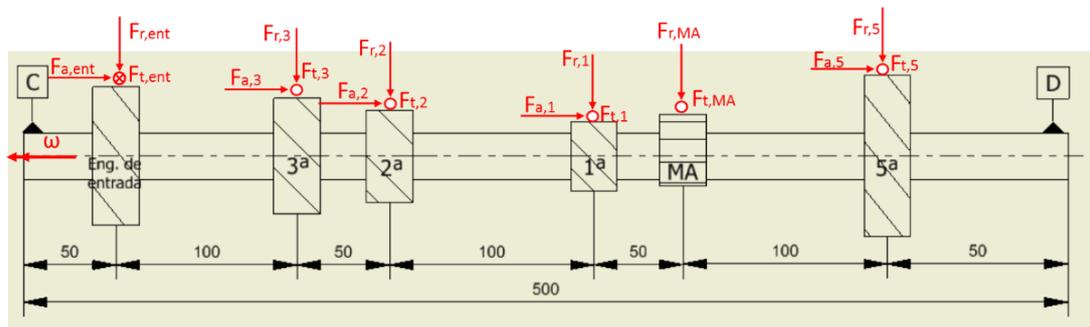


Figura 15. Eje intermedio

Esfuerzos sobre el eje intermedio en punto muerto/4ª marcha y diámetro mínimo de sección

El eje intermedio trabaja del mismo modo tanto en punto muerto como en 4ª marcha. Este recibe un par torsor proveniente del eje primario y debido al juego de engranajes de entrada, pero no llega a transmitirse al eje secundario.

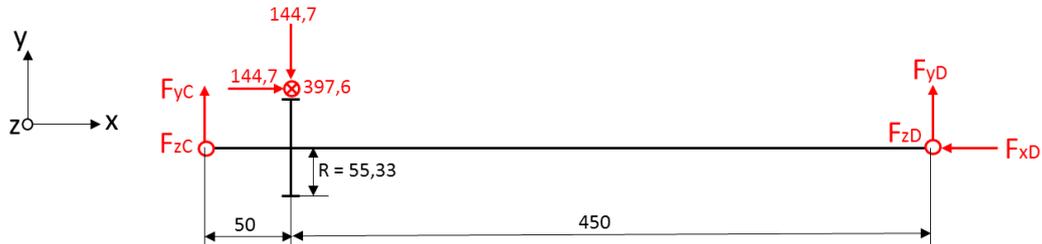
Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xD} = 144,7 \text{ kg}$$

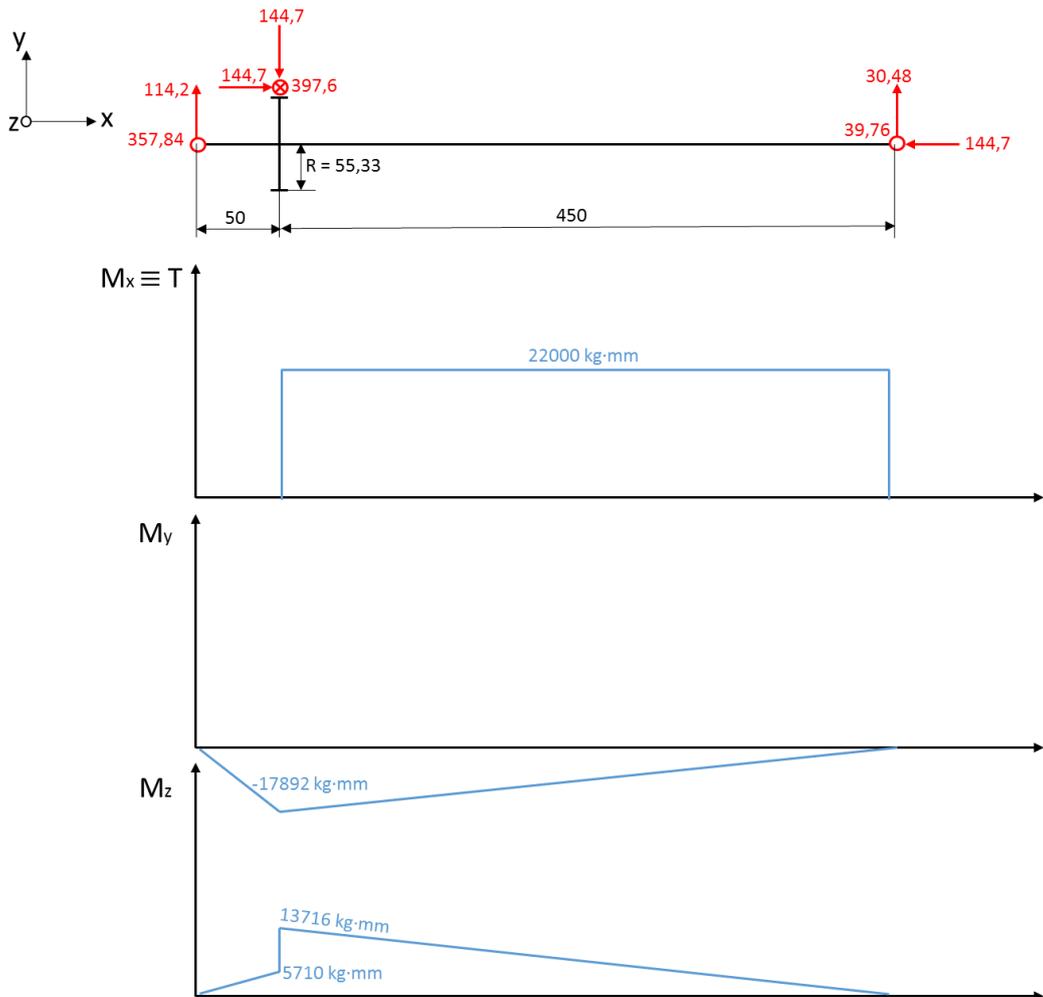
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 \rightarrow F_{yC} = 114,2 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 357,84 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 397,6 \cdot 50 = F_{zD} \cdot 500 \rightarrow F_{zD} = 39,76 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zC} = 0 \rightarrow 144,7 \cdot 55,33 + 144,7 \cdot 50 = F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} = 30,48 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{17892^2 + 13716^2} = 22544,45 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 22544,45)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 21,168 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje intermedio en 3ª marcha y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

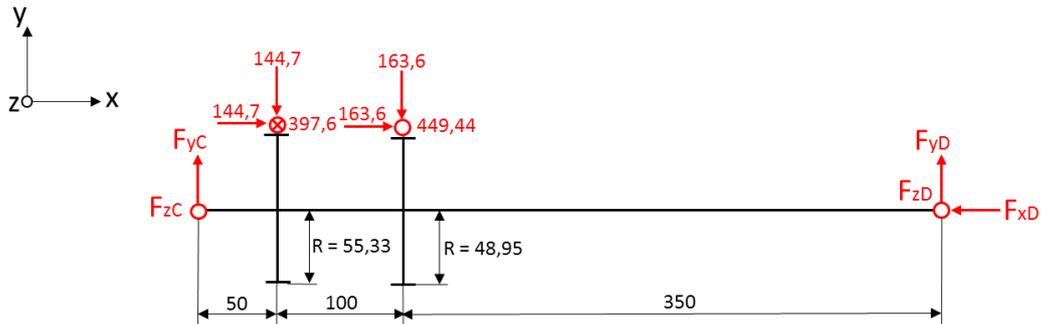
Fuerzas en engranaje de 3ª

$$F_{t,3} = 449,44 \text{ kg}$$

$$F_{a,3} = 163,6 \text{ kg}$$

$$F_{r,3} = 163,6 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xD} = 144,7 + 163,6 = 308,3 \text{ kg}$$

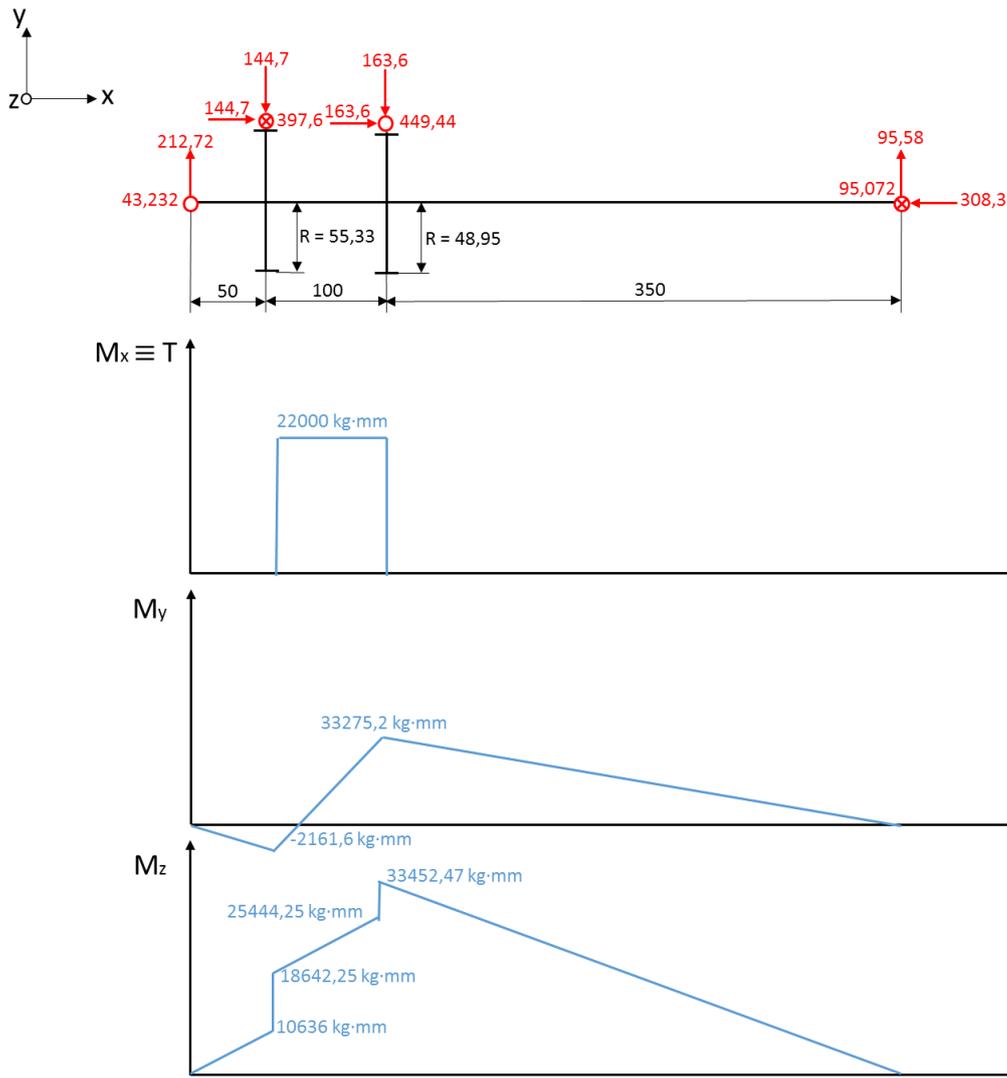
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 + 163,6 \rightarrow F_{yC} = 212,72 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} + 449,44 = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 43,232 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 449,44 \cdot 150 + F_{zD} \cdot 500 = 397,6 \cdot 50 \rightarrow F_{zD} = -95,072 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zC} = 0 \rightarrow 144,7 \cdot (55,33 + 50) + 163,6 \cdot (48,95 + 150) = F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} = 95,58 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{33275,2^2 + 33452,47^2} = 47183,75 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 47183,75)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 25,7 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje intermedio en 2ª marcha y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

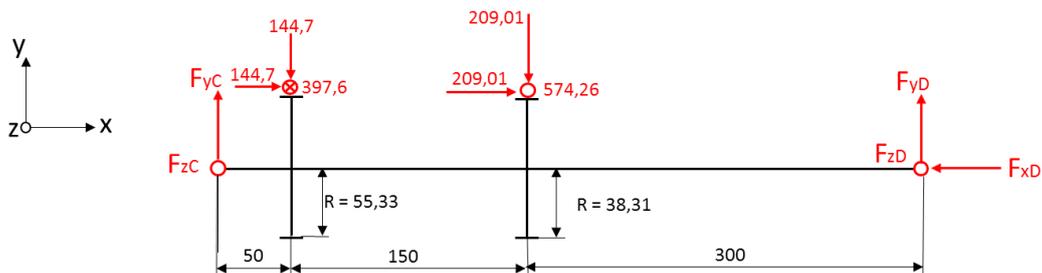
Fuerzas en engranaje de 2ª

$$F_{t,2} = 574,26 \text{ kg}$$

$$F_{a,2} = 209,01 \text{ kg}$$

$$F_{r,2} = 209,01 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xD} = 144,7 + 209,01 = 353,71 \text{ kg}$$

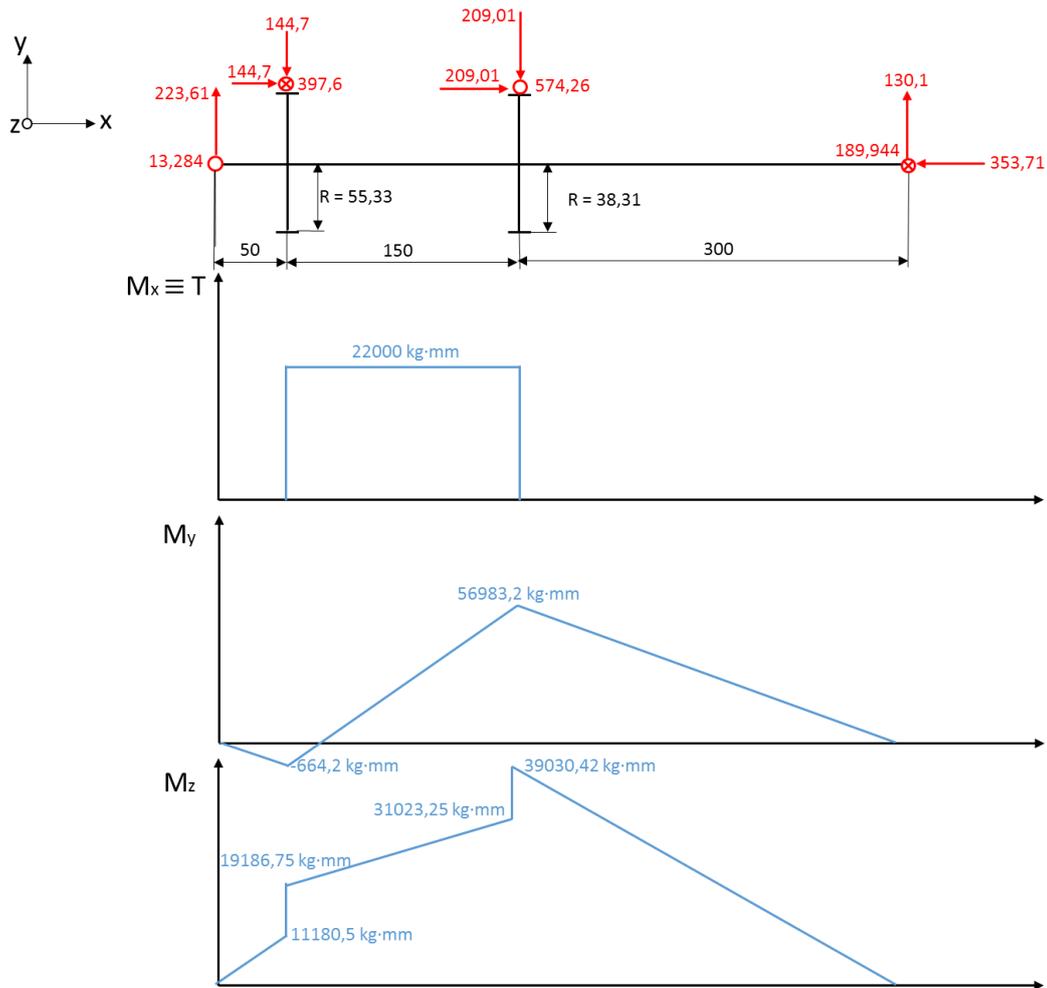
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 + 209,01 \rightarrow F_{yC} = 223,61 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} + 574,26 = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 13,284 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 574,26 \cdot 200 + F_{zD} \cdot 500 = 397,6 \cdot 50 \rightarrow F_{zD} = -189,944 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{zC} = 0 &\rightarrow 144,7 \cdot (55,33 + 50) + 209,01 \cdot (38,31 + 200) = F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} \\ &= 130,1 \text{ kg} \end{aligned}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{56983,2^2 + 39030,42^2} = 69068,5 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 69068,5)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 28,89 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje intermedio en 1ª marcha y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

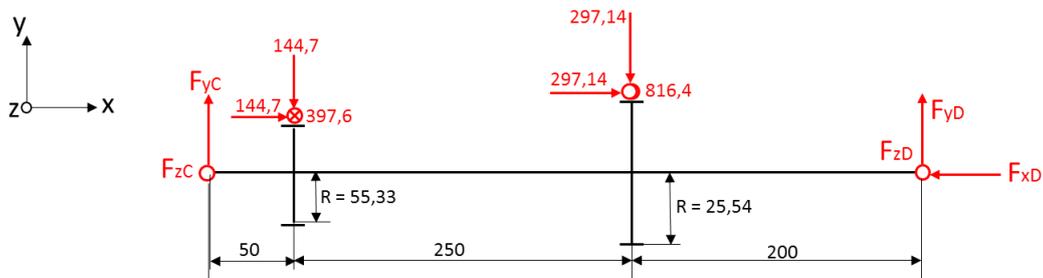
Fuerzas en engranaje de 1ª

$$F_{t,1} = 816,4 \text{ kg}$$

$$F_{a,1} = 297,14 \text{ kg}$$

$$F_{r,1} = 297,14 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xD} = 144,7 + 297,14 = 441,84 \text{ kg}$$

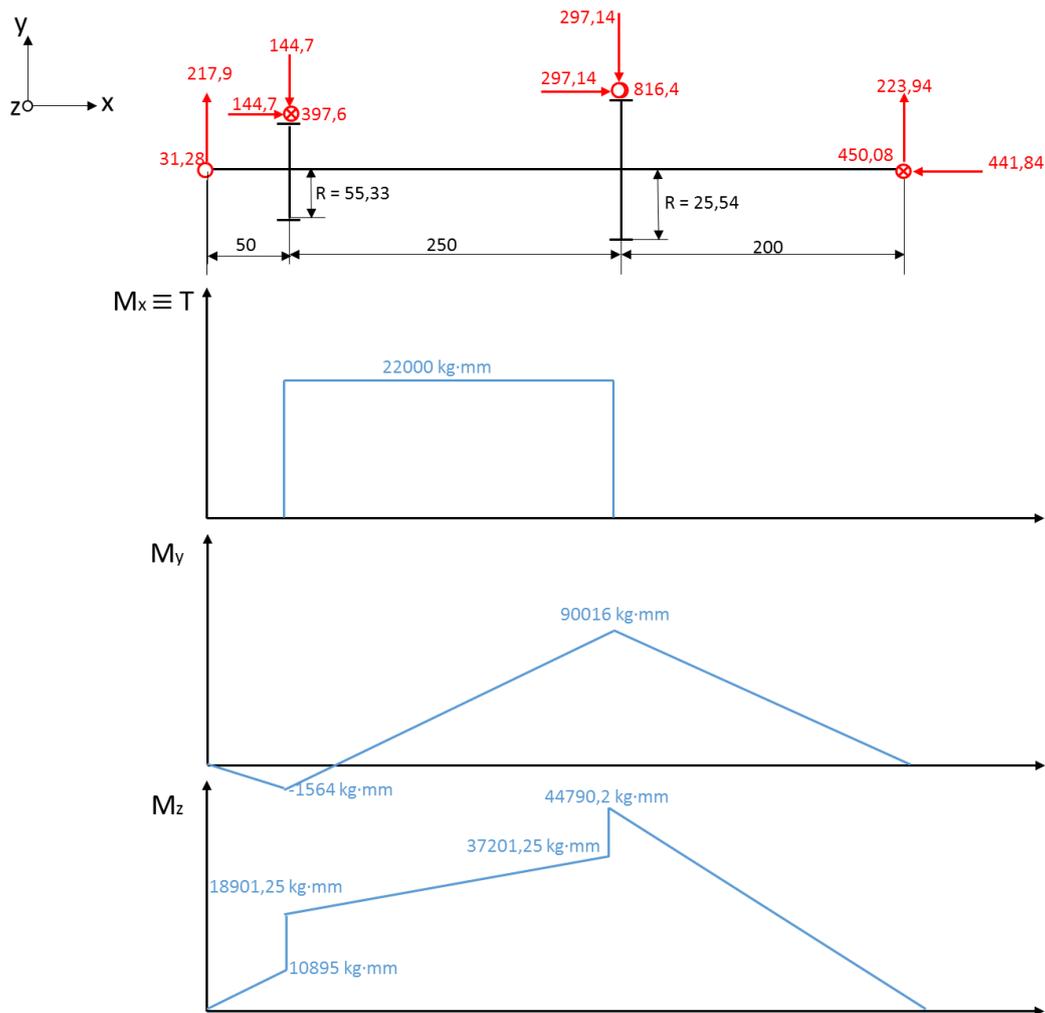
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 + 297,14 \rightarrow F_{yC} = 217,9 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} + 816,4 = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 31,28 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 816,4 \cdot 300 + F_{zD} \cdot 500 = 397,6 \cdot 50 \rightarrow F_{zD} = -450,08 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{zC} = 0 \rightarrow 144,7 \cdot (55,33 + 50) + 297,14 \cdot (25,54 + 300) &= F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} \\ &= 223,94 \text{ kg} \end{aligned}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{90016^2 + 44790,2^2} = 100543,7 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 100543,7)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 32,58 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje intermedio en Marcha atrás y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

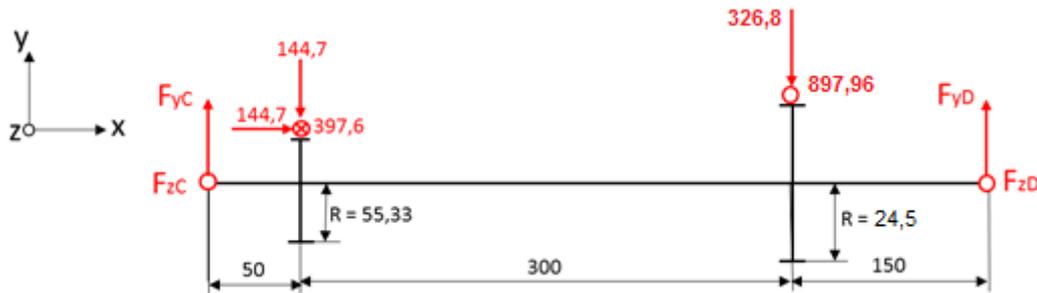
Fuerzas en engranaje de marcha atrás

$$F_{t,MA} = 897,96 \text{ kg}$$

$$F_{a,MA} = 0 \text{ kg}$$

$$F_{r,MA} = 326,83 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



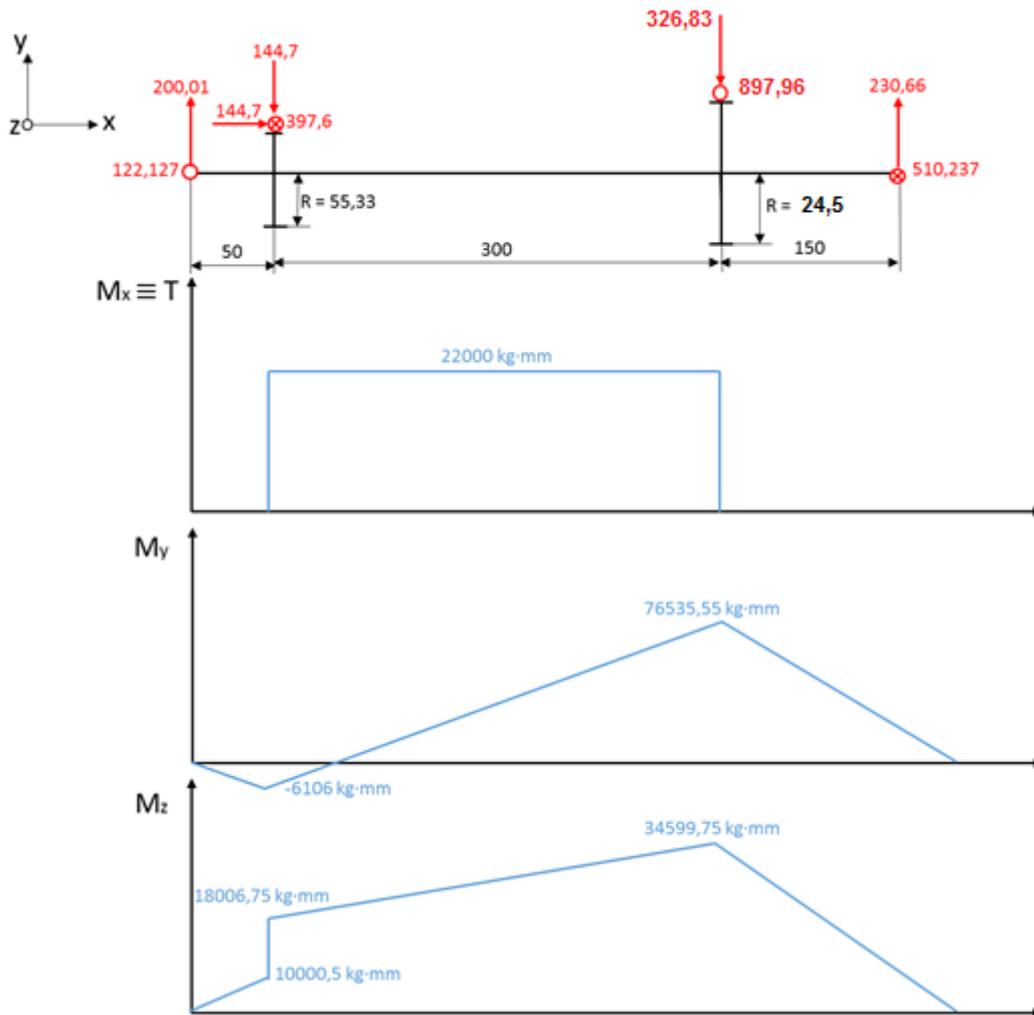
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 + 326,8 \rightarrow F_{yC} = 200,01 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} + 897,96 = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 122,127 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 897,96 \cdot 350 + F_{zD} \cdot 500 = 397,6 \cdot 50 \rightarrow F_{zD} = -510,237 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zC} = 0 \rightarrow 144,7 \cdot (55,33 + 50) + 326,8 \cdot 350 = F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} = 230,66 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{76535,55^2 + 34599,75^2} = 83993,05 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 83993,05)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 30,74 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje intermedio en 5ª marcha y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de entrada:

$$F_{t,ent} = 397,6 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 144,7 \text{ kg}$$

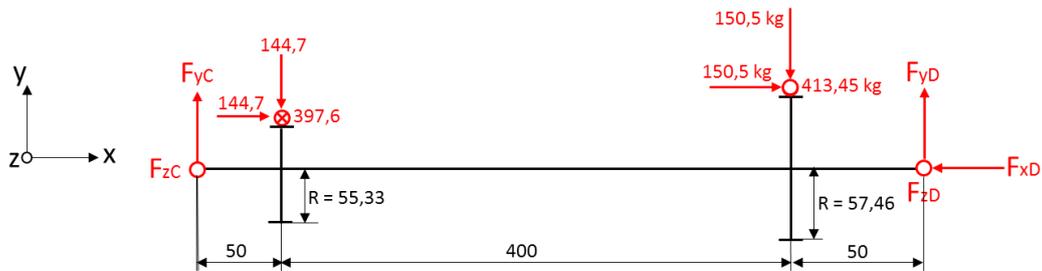
Fuerzas en engranaje de 5ª

$$F_{t,ent} = 413,45 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xD} = 144,7 + 150,5 = 295,2 \text{ kg}$$

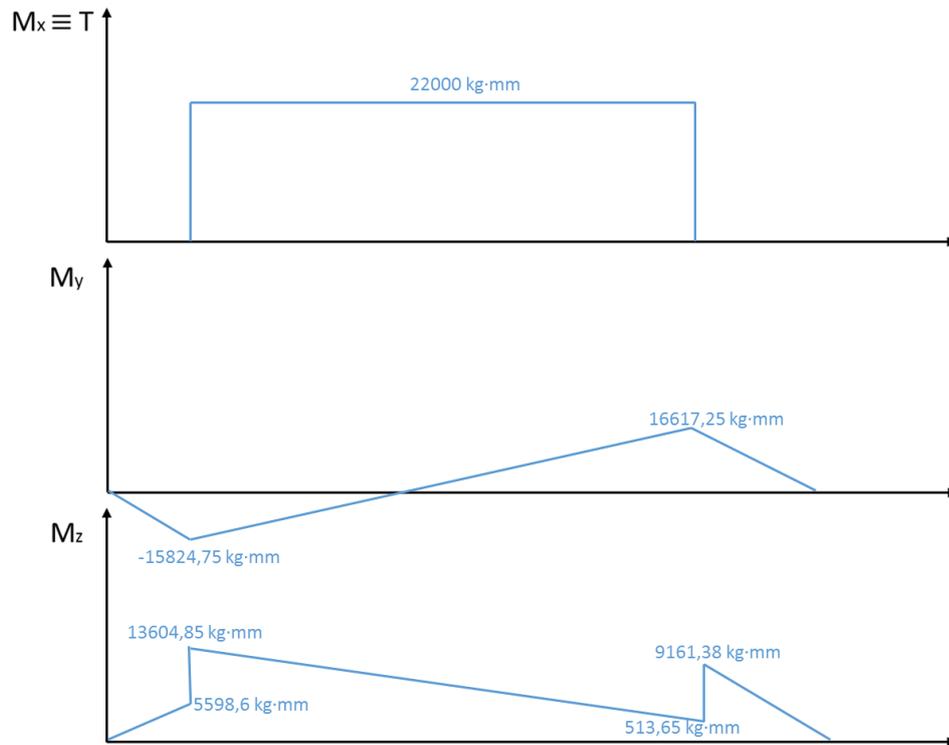
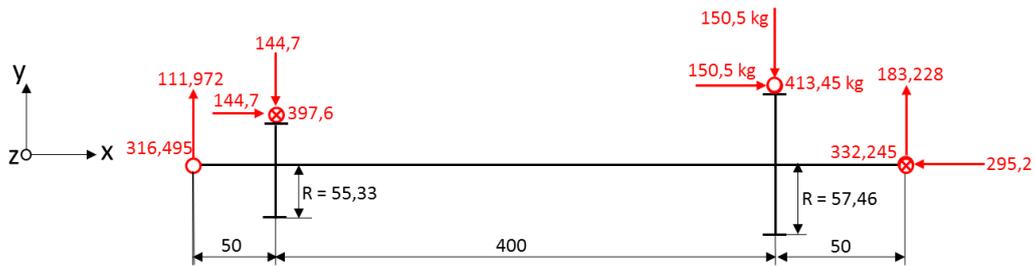
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yC} + F_{yD} = 144,7 + 150,5 \rightarrow F_{yC} = 111,972 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zC} + F_{zD} + 413,45 = 397,6 \rightarrow F_{zC} = 316,495 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yC} = 0 \rightarrow 413,45 \cdot 450 + F_{zD} \cdot 500 = 397,6 \cdot 50 \rightarrow F_{zD} = -332,345 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{zC} = 0 &\rightarrow 144,7 \cdot (55,33 + 50) + 150,5 \cdot (57,46 + 450) = F_{yD} \cdot 500 \rightarrow F_{yD} \\ &= 183,228 \text{ kg} \end{aligned}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{16617,25^2 + 9161,38^2} = 18975,35 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 18975,35)^2 + (1,5 \cdot 22000)^2}}$$

$$\phi \geq 20,44 \text{ mm}$$

Finalmente, el eje intermedio queda dimensionado tal y como se muestra en la siguiente figura:

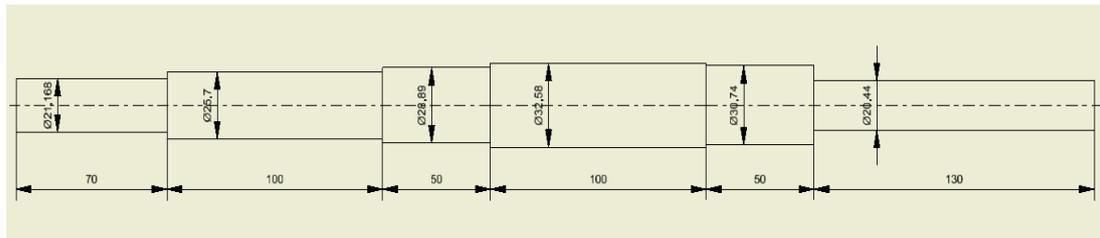


Figura 16. Dimensiones mínimas del eje intermedio

3.2.10.4. Dimensionamiento del eje secundario

Al igual que los otros dos ejes, este también estará biapoyado sobre dos rodamientos de rodillos cónicos, E y F.

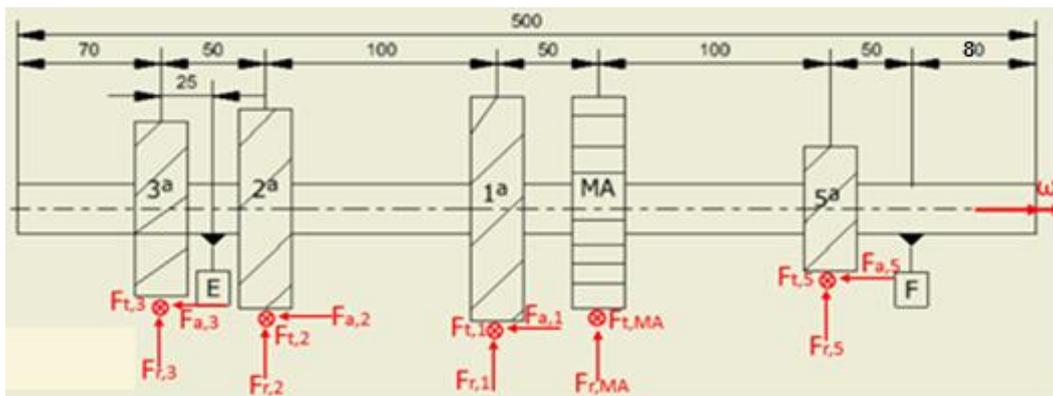


Figura 17. Eje secundario

Esfuerzos sobre el eje secundario en 3ª marcha y diámetro mínimo de su sección

Fuerzas en engranaje de 3ª

$$F_{t,3} = 449,44 \text{ kg}$$

$$F_{a,3} = 163,6 \text{ kg}$$

$$F_{r,3} = 163,6 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xE} = 163,6 \text{ kg}$$

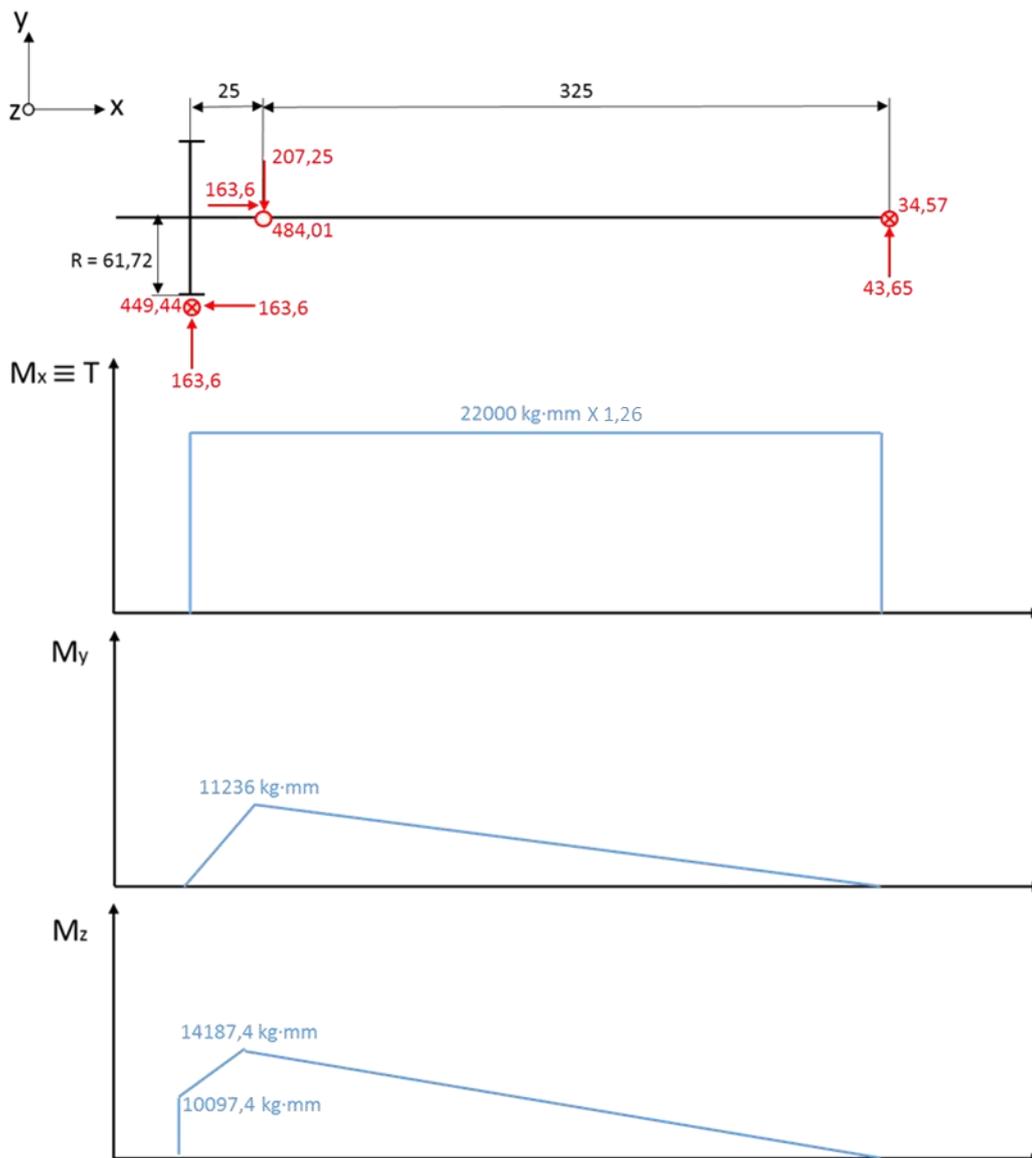
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 163,6 + F_{yF} = F_{yE} \rightarrow F_{yE} = 207,25 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 449,44 + F_{zF} = F_{zE} \rightarrow F_{zE} = 484,01 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yE} = 0 \rightarrow 449,44 \cdot 25 = F_{zF} \cdot 325 \rightarrow F_{zF} = 34,57 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zE} = 0 \rightarrow 163,6 \cdot (61,72 + 25) = F_{yF} \cdot 325 \rightarrow F_{yF} = 43,65 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 27739,44 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{11236^2 + 14187,4^2} = 18097,8 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 18097,8)^2 + (1,5 \cdot 27739,44)^2}}$$

$$\phi \geq 21,08 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje secundario en 2ª marcha y diámetro mínimo de su sección

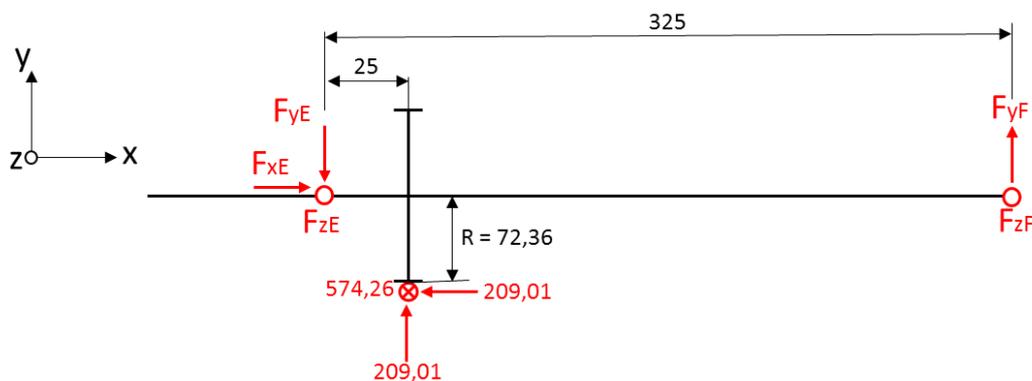
Fuerzas en engranaje de 2ª

$$F_{t,2} = 574,26 \text{ kg}$$

$$F_{a,2} = 209,01 \text{ kg}$$

$$F_{r,2} = 209,01 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xE} = 209,01 \text{ kg}$$

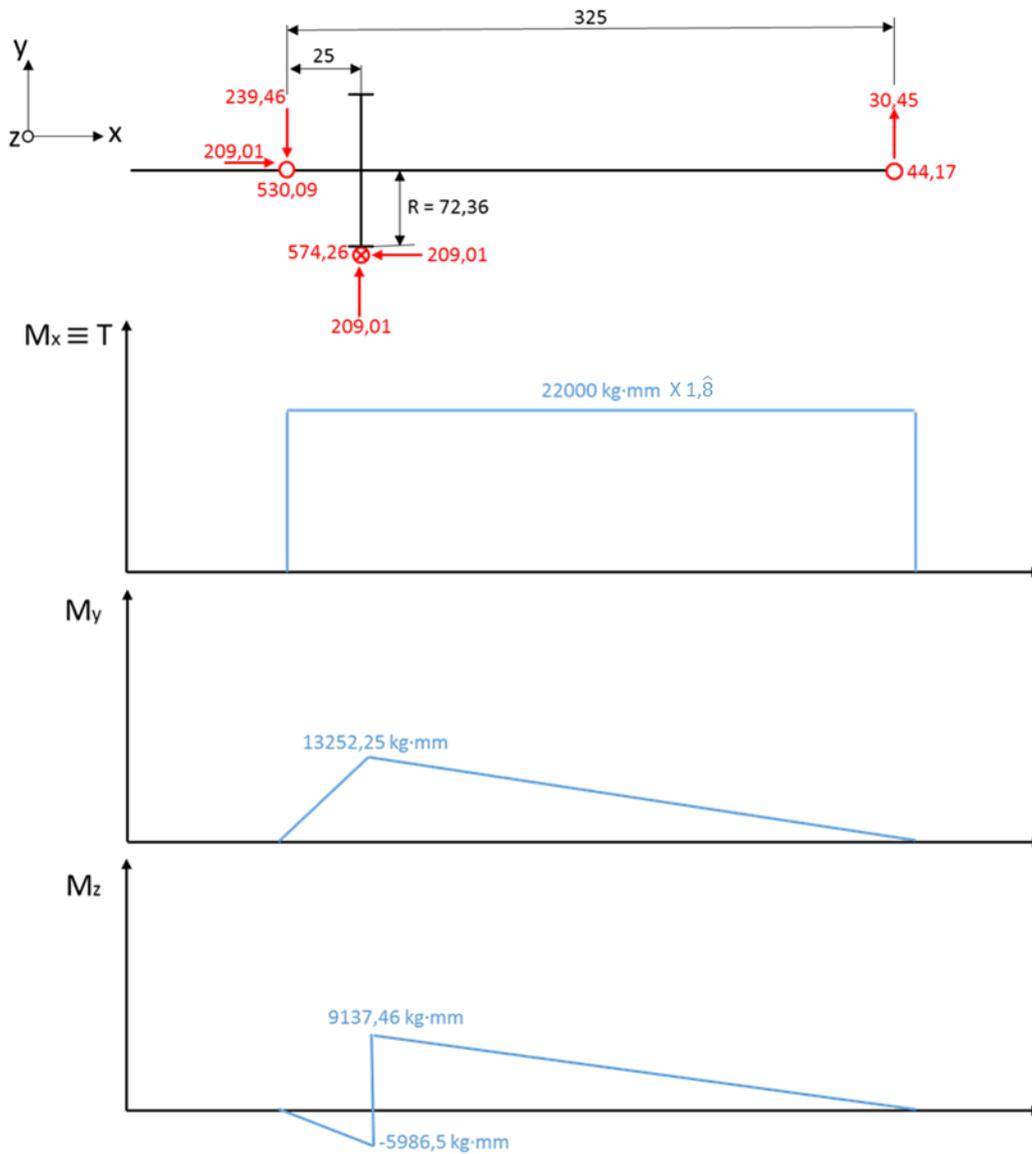
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 209,01 + F_{yF} = F_{yE} \rightarrow F_{yE} = 239,46 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 574,26 = F_{zE} + F_{zF} \rightarrow F_{zE} = 530,09 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yE} = 0 \rightarrow 574,26 \cdot 25 = F_{zF} \cdot 325 \rightarrow F_{zF} = 44,17 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zE} = 0 \rightarrow 209,01 \cdot 72,36 = 209,01 \cdot 25 + F_{yF} \cdot 325 \rightarrow F_{yF} = 30,45 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 41555,5 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{13252,25^2 + 9137,46^2} = 16097,06 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 16097,06)^2 + (1,5 \cdot 41555,5)^2}}$$

$$\phi \geq 22,837 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje secundario en 1ª marcha y diámetro mínimo de su sección

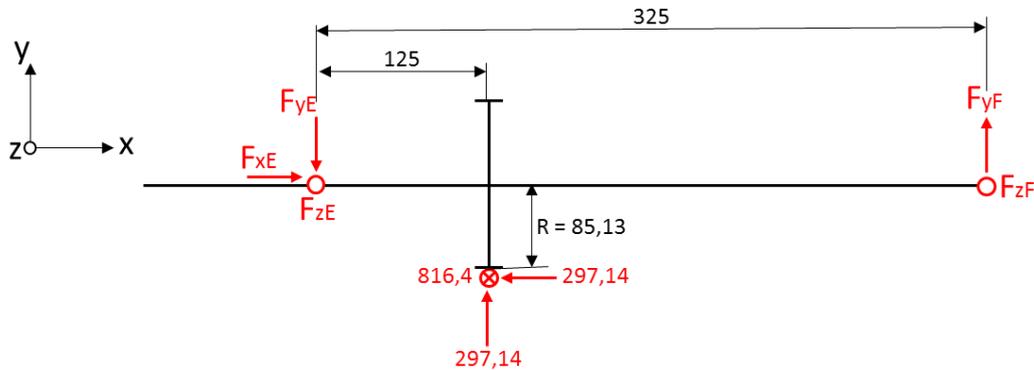
Fuerzas en engranaje de 1ª

$$F_{t,1} = 816,4 \text{ kg}$$

$$F_{a,1} = 297,14 \text{ kg}$$

$$F_{r,1} = 297,14 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xE} = 297,14 \text{ kg}$$

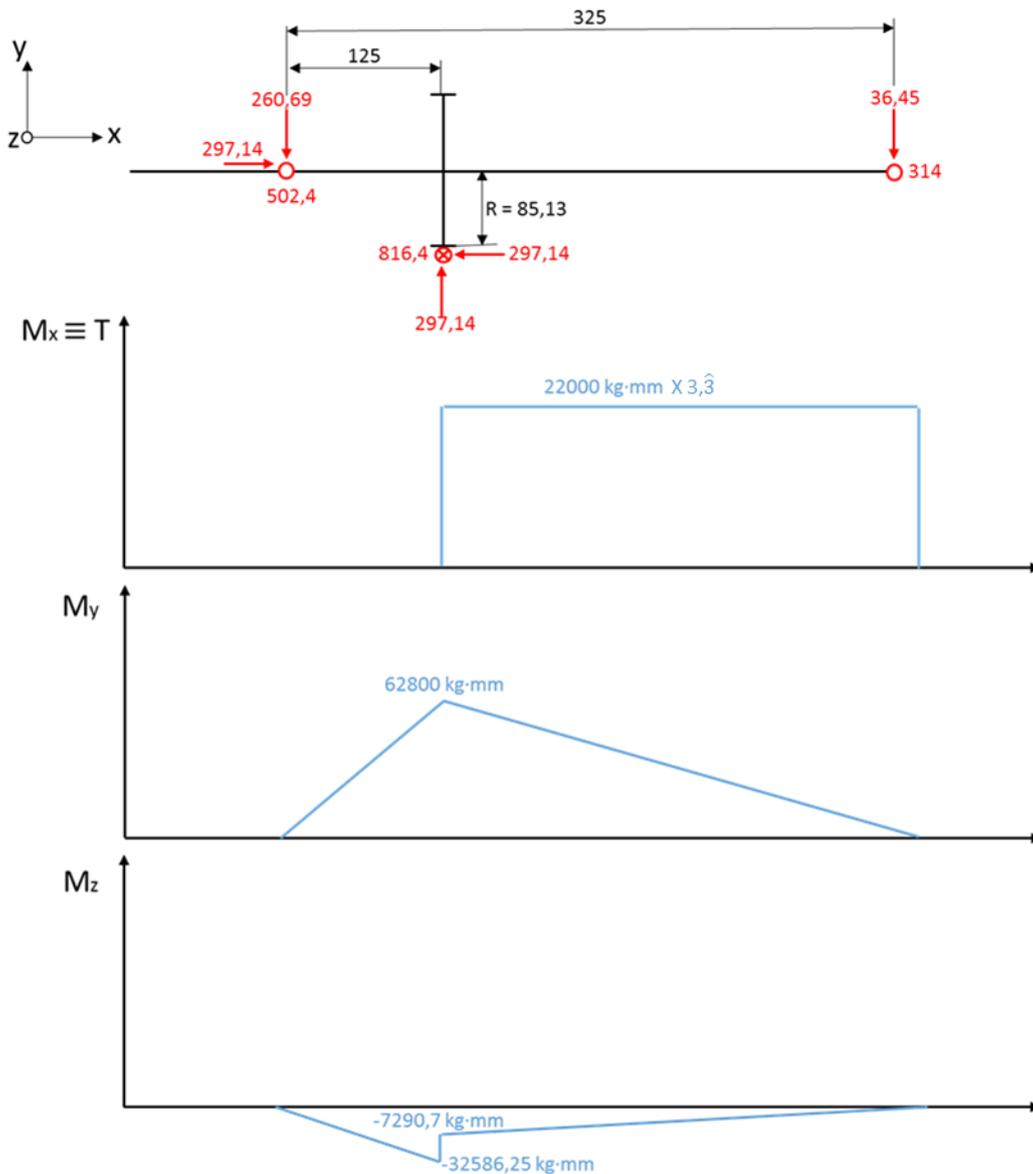
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 297,14 + F_{yF} = F_{yE} \rightarrow F_{yE} = 260,69 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 816,4 = F_{zE} + F_{zF} \rightarrow F_{zE} = 502,4 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yE} = 0 \rightarrow 816,4 \cdot 125 = F_{zF} \cdot 325 \rightarrow F_{zF} = 314 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zE} = 0 \rightarrow 297,14 \cdot 85,13 = 297,14 \cdot 125 + F_{yF} \cdot 325 \rightarrow F_{yF} = -36,45 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 73333,3 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{62800^2 + 32586,25^2} = 70751 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 70751)^2 + (1,5 \cdot 73333,3)^2}}$$

$$\phi \geq 31,22 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje secundario en Marcha atrás y diámetro mínimo de su sección

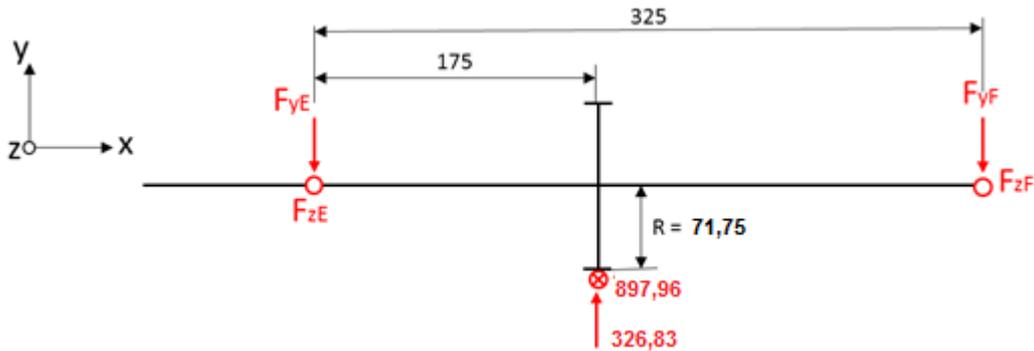
Fuerzas en engranaje de marcha atrás

$$F_{t,MA} = 897,96 \text{ kg}$$

$$F_{a,MA} = 0 \text{ kg}$$

$$F_{r,MA} = 326,83 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



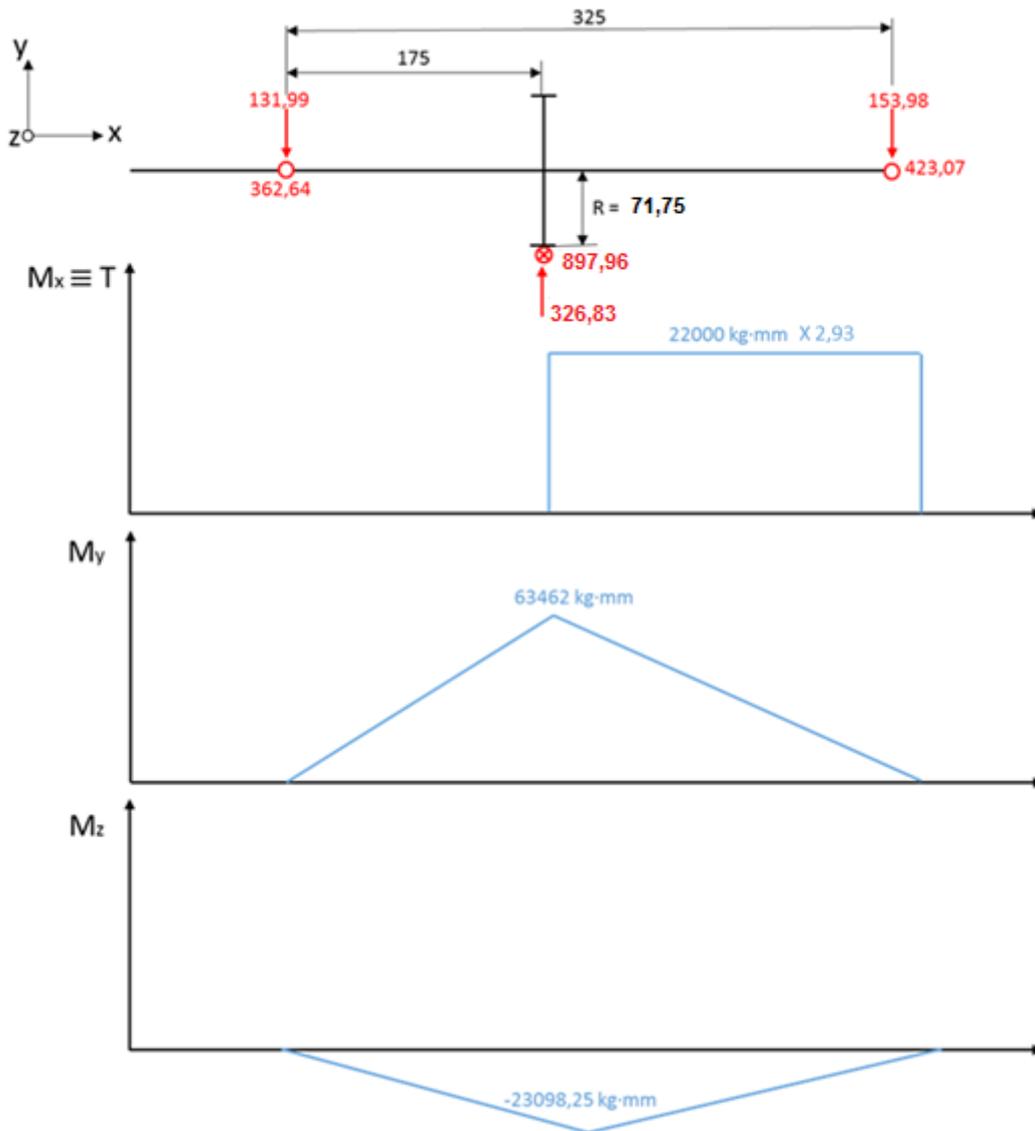
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 326,83 = F_{yE} + F_{yF} \rightarrow F_{yE} = 131,99 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 897,96 = F_{zE} + F_{zF} \rightarrow F_{zE} = 362,64 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yE} = 0 \rightarrow 897,96 \cdot 175 = F_{zF} \cdot 325 \rightarrow F_{zF} = 423,07 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zE} = 0 \rightarrow 326,83 \cdot 175 = F_{yF} \cdot 325 \rightarrow F_{yF} = 153,98 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 64460 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{63462^2 + 23098,25^2} = 67534,84 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 67534,84)^2 + (1,5 \cdot 64460)^2}}$$

$$\phi \geq 30,438 \text{ mm}$$

Esfuerzos sobre el eje secundario en 5ª marcha y diámetro mínimo de la sección

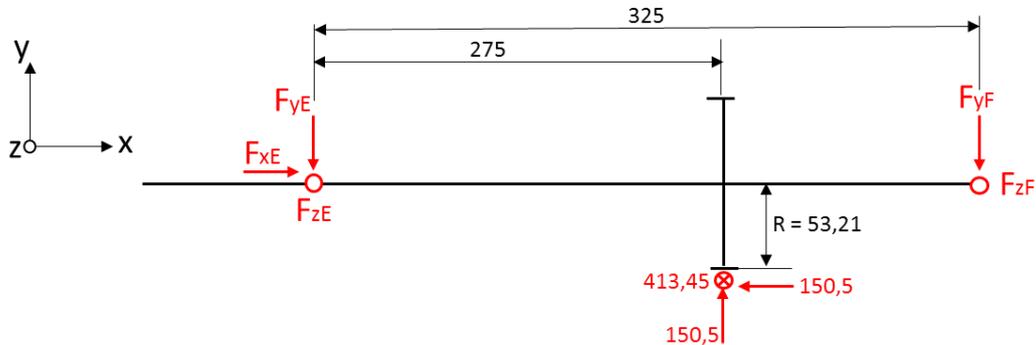
Fuerzas en engranaje de 5ª

$$F_{t,ent} = 413,45 \text{ kg}$$

$$F_{a,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

$$F_{r,ent} = 150,5 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xE} = 150,5 \text{ kg}$$

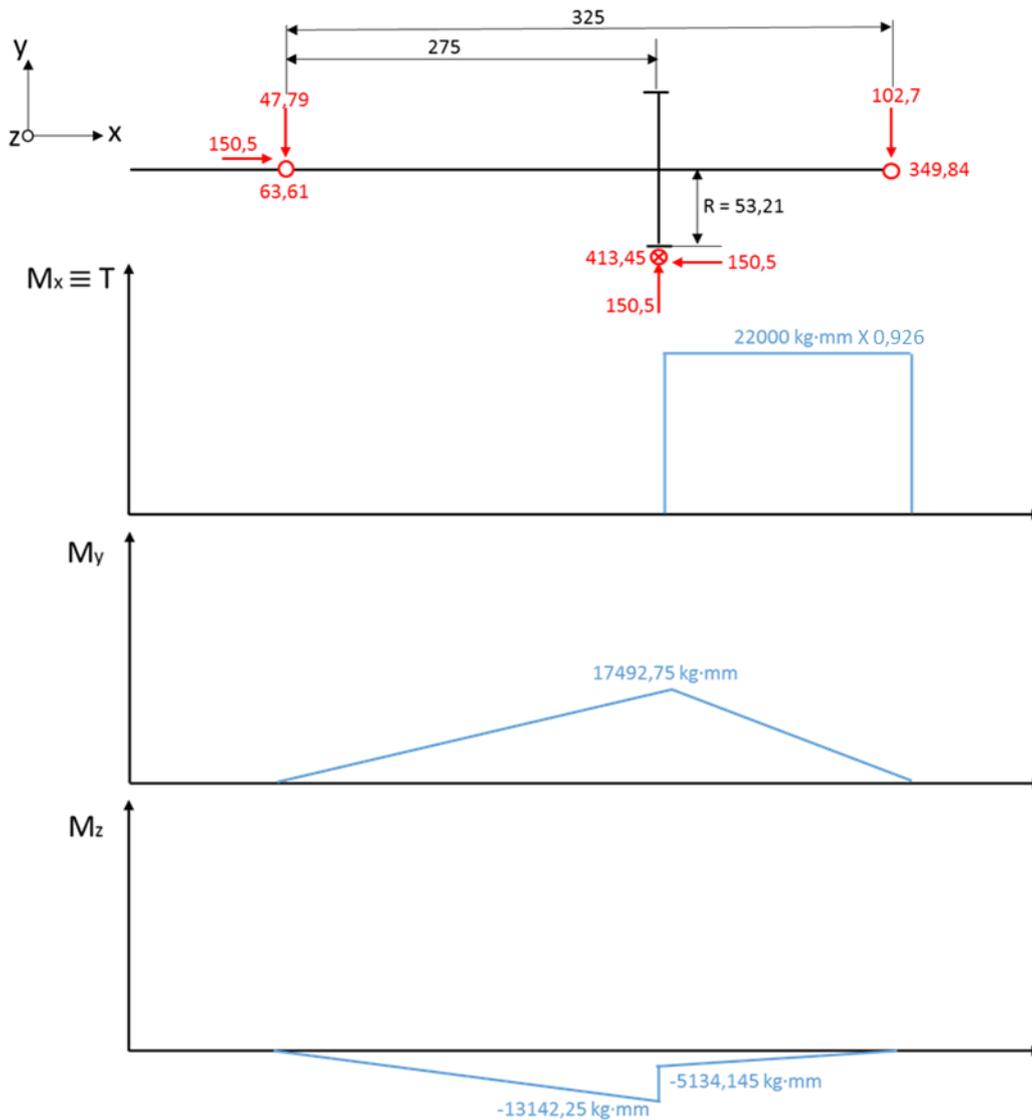
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 150,5 = F_{yE} + F_{yF} \rightarrow F_{yE} = 47,79 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 413,45 = F_{zE} + F_{zF} \rightarrow F_{zE} = 63,61 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yE} = 0 \rightarrow 413,45 \cdot 275 = F_{zF} \cdot 325 \rightarrow F_{zF} = 349,84 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zE} = 0 \rightarrow 150,5 \cdot 53,21 + F_{yF} \cdot 325 = 150,5 \cdot 275 \rightarrow F_{yF} = 102,7 \text{ kg}$$

Una vez conocido el valor de estas reacciones se procede a dibujar los diagramas de momentos, gracias a los cuales, se van a conocer los momentos torsores y flectores a lo largo del eje.



Después, se procede a calcular los momentos en la sección que interesa para introducir estos valores en la fórmula (35):

$$T = 20372 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{17492,75^2 + 13142,25^2} = 21879,55 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 21879,55)^2 + (1,5 \cdot 20372)^2}}$$

$$\phi \geq 20,85 \text{ mm}$$

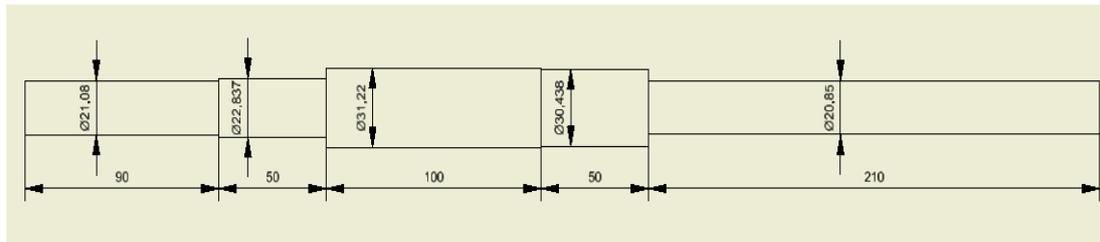


Figura 18. Dimensiones mínimas del eje secundario

3.2.10.5. Dimensionamiento del eje del piñón loco de marcha atrás

La disposición de las fuerzas aplicadas sobre el piñón loco va a servir para un dimensionado aproximado del eje, ya que esta disposición no es realmente como se muestra en la *Figura 19*.

Tal y como se plantea aquí, el piñón loco estaría entre los ejes intermedio y secundario de forma que los centros de estos tres ejes estarían alineados, cuando, en realidad forman un triángulo entre ellos. De todas formas, como se ha dicho antes, este planteamiento es útil para un dimensionamiento aproximado.

A diferencia de los otros ejes, este irá biapoyado sobre dos rodamientos de rodillos cilíndricos, ya que estos no deben soportar carga axial alguna.

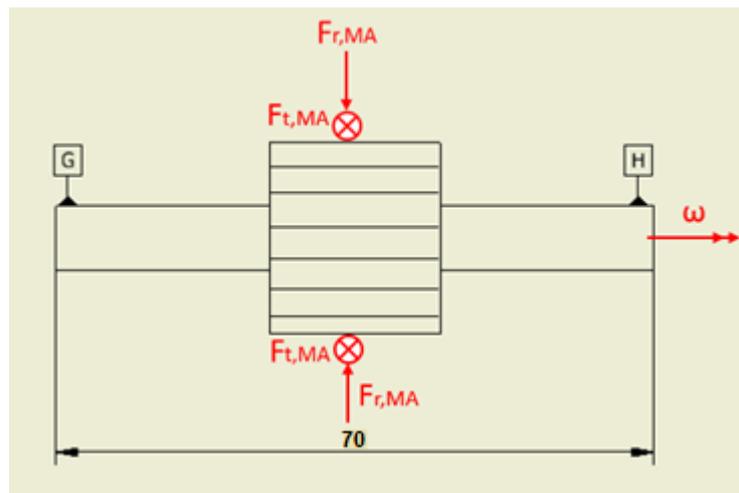


Figura 19. Eje del piñón loco de marcha atrás

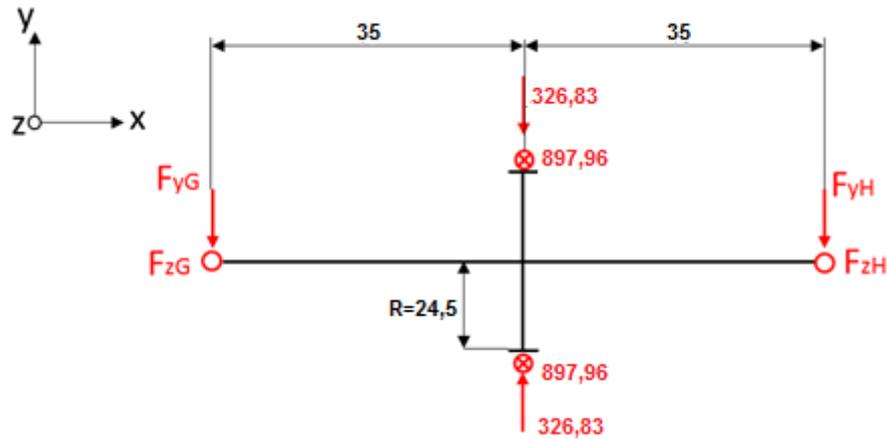
Fuerzas en engranaje de marcha atrás

$$F_{t,MA} = 897,96 \text{ kg}$$

$$F_{a,MA} = 0 \text{ kg}$$

$$F_{r,MA} = 326,83 \text{ kg}$$

Sumatorio de fuerzas y momentos para el cálculo de reacciones de los rodamientos sobre eje:

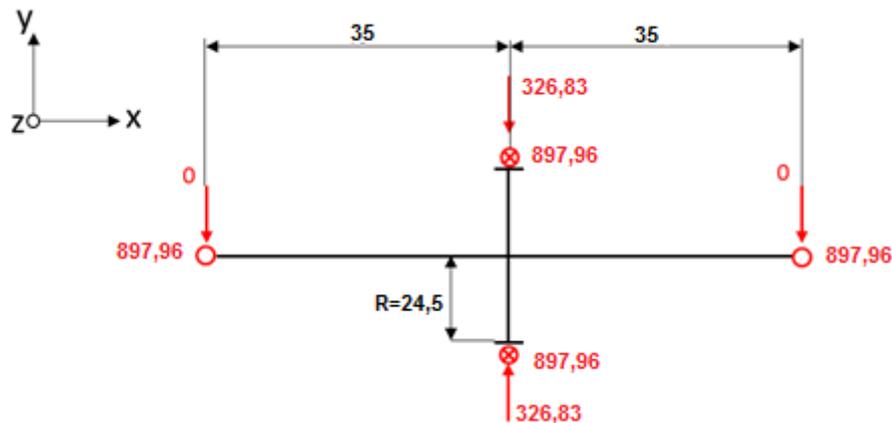


$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yG} + F_{yH} = 0 \rightarrow F_{yG} = 0 \text{ kg}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{zG} + F_{zH} = 2 \cdot 897,96 \rightarrow F_{zG} = 897,96 \text{ kg}$$

$$\sum M_{yG} = 0 \rightarrow 2 \cdot 897,96 \cdot 35 = F_{zH} \cdot 70 \rightarrow F_{zH} = 897,96 \text{ kg}$$

$$\sum M_{zG} = 0 \rightarrow F_{yH} = 0 \text{ kg}$$



Una vez conocido el valor de estas reacciones, en este caso, no es necesario dibujar los diagramas de momentos. Debido a su simplicidad, los momentos se pueden calcular directamente:

$$T = 0 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{31428,4^2 + 0^2} = 31428,4 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot CS}{\sigma_{yp} \cdot \pi} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}$$

$$\phi \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 1}{60 \cdot \pi} \cdot \sqrt{(2 \cdot 31428,4)^2 + (1,5 \cdot 0)^2}}$$

$$\phi \geq 22,01 \text{ mm}$$

3.2.11. Sincronizadores

Es un mecanismo de selección de marcha accionado mediante la palanca de cambios. Como es sabido, a excepción de la marcha atrás, las ruedas que se encuentran en el eje secundario no están fijas a él (giran sin transmitir movimiento, locas) y por eso es imprescindible el uso de sincronizadores como elemento de selección y unión entre la rueda y el eje.

En el caso del sincronizador ubicado entre la marcha atrás y la 5ª, este empujará el piñón loco de marcha atrás para que el conjunto de tres engranajes que forma la marcha pueda transmitir el par torsor al eje secundario.

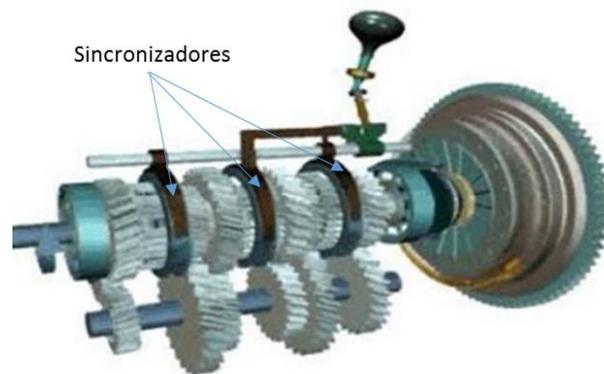


Figura 20. Sincronizadores

Los sincronizadores tienen la función de igualar progresivamente, gracias al rozamiento, la velocidad de giro del eje secundario con la velocidad de giro de la marcha seleccionada hasta que estos quedan perfectamente acoplados/engranados.

Para lograr ese acoplamiento progresivo, el sincronizador actúa como un embrague cónico. Producirá el rozamiento la unión de la superficie cónica interior del sincronizador con la superficie cónica exterior del engranaje, gracias a la fuerza axial producida por el conductor al accionar la palanca de cambios.

Después de que gracias al rozamiento ambos elementos giren a la misma velocidad, el acoplamiento final se da gracias al engrane entre las ruedas de dientes rectos que vienen ensambladas a cada una de las marchas (piñón loco, solo en el eje secundario) y el manguito deslizante del sincronizador, véase en la *Figura 21* las marcas 1 y 3 respectivamente.

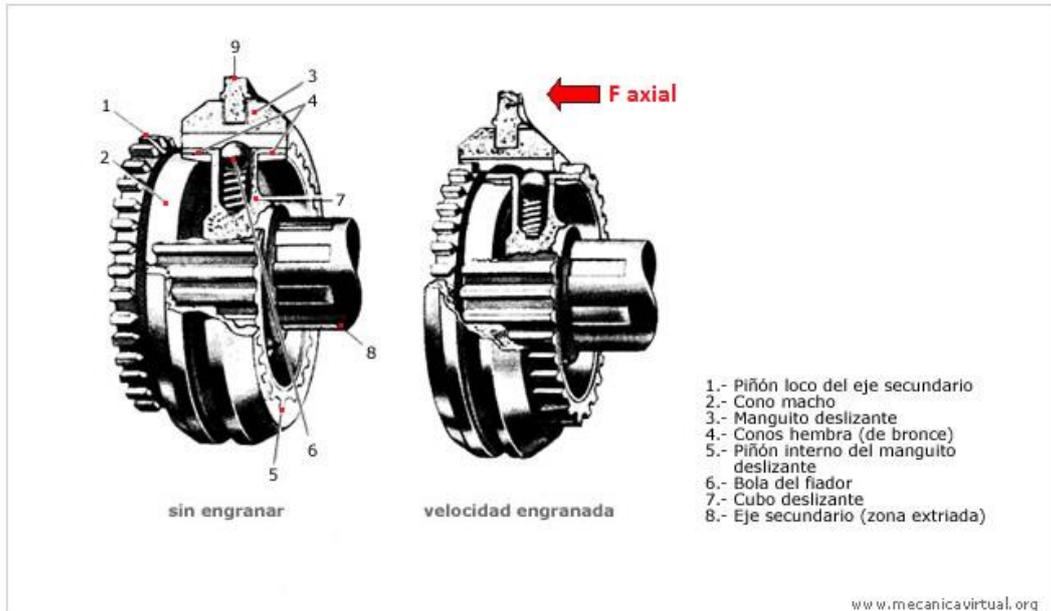


Figura 21. Componentes de un sincronizador

Cuando estos dos se acoplan, la marcha que hasta el momento giraba sin transmitir movimiento, ahora transmite el par al sincronizador, y como este está unido a la zona nervada del eje, al mismo tiempo transmite el par al eje secundario.

Por consiguiente, el movimiento continuará a través del próximo elemento de la transmisión: el árbol de transmisión.

3.2.11.1. Capacidad de rozamiento de los sincronizadores

La capacidad de rozamiento de los sincronizadores debe superar el par torsor transmitido por las marchas, para poder sincronizar el movimiento del eje con el de la marcha seleccionada. En caso contrario, la transmisión sería brusca, inadecuada e incluso podría dañarse el dentado de las ruedas de engrane entre sincronizador y marcha.

En este proyecto, la caja de cambios dispondrá de tres sincronizadores: el primero entre la directa y 3ª, el segundo entre 2ª y 1ª y la última entre la marcha atrás y 5ª.

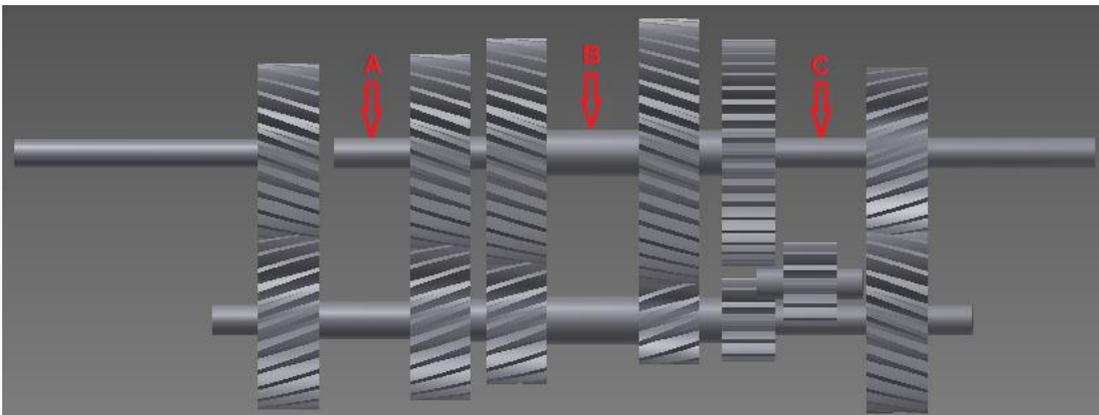


Figura 22. Disposición de los sincronizadores sobre el eje secundario

Par torsor a superar por cada uno de los sincronizadores:

$$T_{roz,A} \geq T_3 = 27739,44 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$T_{roz,B} \geq T_1 = 73333, \hat{3} \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$T_{roz,C} \geq T_{MA} = 64460 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

A continuación, se muestra la fórmula a utilizar para el cálculo del par de rozamiento, T_{roz} , según los apuntes de *Diseño de Máquinas*, que deberán lograr los sincronizadores a instalar:

$$T_{roz} = \left[\frac{\pi \cdot p_{max} \cdot \mu_0 \cdot \Phi_i \cdot (\Phi_e^2 - \Phi_i^2)}{8 \cdot \sin \alpha_c} \right]_{S.ext.*} + \left[\frac{\pi \cdot p_{max} \cdot \mu_0 \cdot \Phi_i \cdot (\Phi_e^2 - \Phi_i^2)}{8 \cdot \sin \alpha_c} \right]_{S.int.*} \quad (38)$$

T_{roz} : Capacidad de rozamiento de los sincronizadores [$\text{kg} \cdot \text{mm}$]

p_{max} : Presión máxima [kg/mm^2]

μ_0 : Coeficiente de fricción del material [-]

Φ_i, Φ_e : Diametros interior y exterior [mm]

α_c : Ángulo de conicidad [$^\circ$]

*Dos superficies de rozamiento, con dimensiones diferentes: Superficies exterior e interior. Véase *Figura 23*.

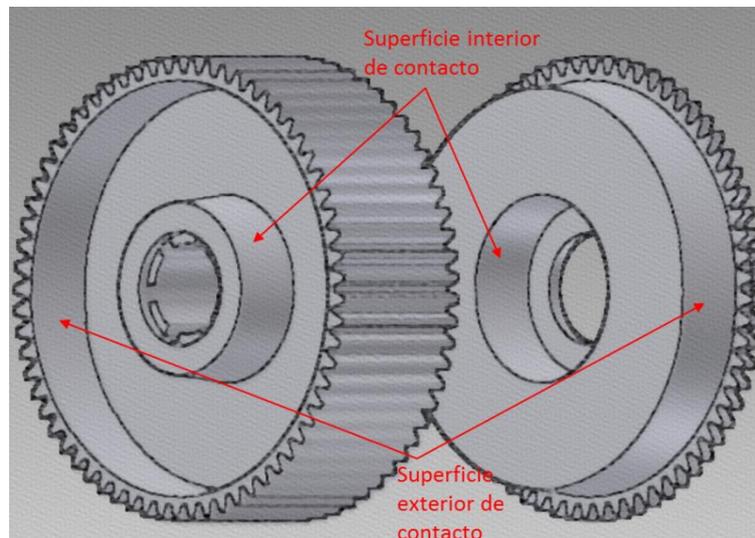


Figura 23. Visualización de las dos superficies de contacto

Al igual que la fórmula anterior, en los apuntes de *Diseño de Máquinas* también se encuentra esta tabla de materiales de fricción (*Tabla 16*). En general, una de las superficies de rozamiento suele ser de acero o hierro fundido y la otra de uno de estos materiales de fricción:

Material	Friction Coefficient		Max. Temperature [°C]	Max. Pressure [kg/mm ²]
	Wet	Dry		
Cast iron on cast iron	0.05	0.15-0.2	320	0.1-0.175
Powdered metal on cast iron	0.05-0.1	0.1-0.4	540	0.1
Powdered metal on hard steel	0.05-0.1	0.1-0.5	540	0.21
...				

Tabla 16. Materiales de fricción para sincronizadores

Material escogido para la superficie de rozamiento de los tres sincronizadores:
Powdered metal on hard Steel

Propiedades:

$$\mu_0 = 0,5, \quad p_{max} = 0,21 \text{ kg/mm}^2$$

Sincronizador A

Superficie de rozamiento exterior:

$$\phi_i = 82 \text{ mm}, \quad \phi_e = 86 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Superficie de rozamiento interior:

$$\phi_i = 46 \text{ mm}, \quad \phi_e = 50 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Par torsor transmisible:

$$T_{roz,A} = 28704,8 \text{ kg} \cdot \text{mm} > T_3 = 27739,44 \text{ kg} \cdot \text{mm} \quad \checkmark$$

Dentado para el acoplamiento:

$$z = 48, \quad m = 2$$

Sincronizador B

Superficie de rozamiento exterior:

$$\phi_i = 132 \text{ mm}, \quad \phi_e = 136 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Superficie de rozamiento interior:

$$\phi_i = 74 \text{ mm}, \quad \phi_e = 78 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Par torsor transmisible:

$$T_{roz,B} = 73567,2 \text{ kg} \cdot \text{mm} > T_1 = 73333,3 \text{ kg} \cdot \text{mm} \quad \checkmark$$

Dentado para el acoplamiento:

$$z = 73, \quad m = 2$$

Sincronizador C

Superficie de rozamiento exterior:

$$\phi_i = 110 \text{ mm}, \quad \phi_e = 114 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Superficie de rozamiento interior:

$$\phi_i = 88 \text{ mm}, \quad \phi_e = 92 \text{ mm}, \quad \alpha_c = 6^\circ$$

Par torsor transmisible:

$$T_{roz,C} = 65060,7 \text{ kg} \cdot \text{mm} > T_{MA} = 64460 \text{ kg} \cdot \text{mm} \quad \checkmark$$

Dentado para el acoplamiento:

$$z = 62, \quad m = 2$$

3.2.11.2. Elección del nervado entre eje y sincronizador

El nervado del eje secundario, gracias al cual se transmitirá el par torsor a través del sincronizador al eje, está normalizado y será escogido en función del diámetro de la sección donde se encuentra:

Sincronizador A \rightarrow D = 20 mm

Sincronizador B \rightarrow D = 32 mm

Sincronizador C \rightarrow D = 22 mm



Norma	Dimensiones ($d \times D \times b$)	Nº de dientes	Longitud
DIN 5472	16 \times 20 \times 4	6	43
	21 \times 25 \times 5	6	46
	26 \times 32 \times 6	6	46
	13 \times 16 \times 3'5 *	6	46

Tabla 17. Ejes nervados normalizados

*La zona nervada de dimensiones 13x16x3'5 no tiene nada que ver con los sincronizadores. Servirá para acoplar el eje de salida de la caja (eje secundario) y la brida de unión del árbol de transmisión. Se aprovecha esta tabla para mencionar sus dimensiones.

Por lo tanto, para hacerse a la idea de cómo quedan las zonas nervadas/estriadas, donde irán colocados los sincronizadores, etc..., véase la *Figura 24* teniendo en cuenta que en ella el eje secundario ha sufrido unas mejoras, así como cambios de diámetro, cambios de sección...:

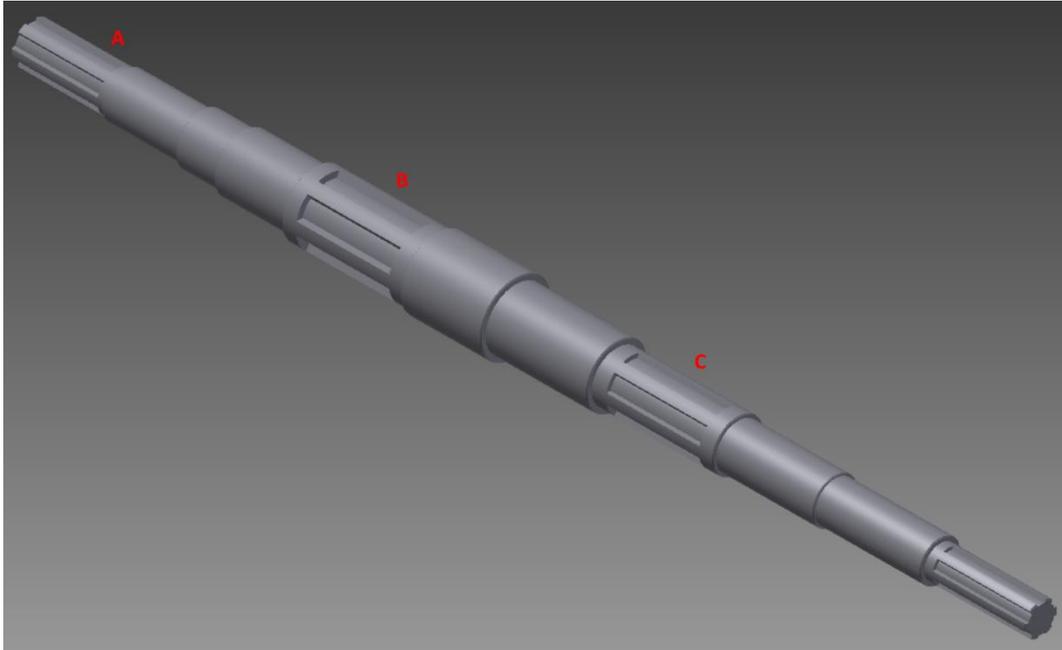


Figura 24. Eje secundario y nervado para sincronizadores A, B y C

3.2.12. Elección y vida útil de rodamientos

Es muy probable que los ejes sufran modificaciones como cambios de longitudes o cambios de diámetros (en este caso, nunca por debajo de las dimensiones mínimas calculadas), ya que deben encajar el eje y el rodamiento a la perfección. Estos cambios se pueden apreciar en los propios planos de la caja de cambios (DOCUMENTO 4).

Rodamientos A, B, C, D, E y F → Rodamientos de rodillos cónicos.

Rodamientos G y H → Rodamientos de rodillos cilíndricos.

Además, también es necesario colocar unos rodamientos que permitan el giro de las ruedas locas del eje secundario sin crear un exceso de fricción entre estos → Rodamientos de rodillos en aguja DIN 5405 T1. Se seleccionará cada rodamiento de manera que la dimensión de este se ajuste lo mejor posible al diámetro del eje y a la anchura del engranaje. Para ver los rodamientos seleccionados ir al documento 4 o al documento 5, Planos y Pliego de condiciones respectivamente.

A continuación, se muestran los pasos a seguir para la elección y cálculo de vida útil de los rodamientos de rodillos cónicos:

Primero, con la ayuda del catálogo de rodamientos *SKF*, elegir el rodamiento con las dimensiones que mejor se ajusten al diseño de la caja.

Segundo, calcular la carga equivalente P_i (carga radial + posible carga axial) de cada marcha sobre los rodamientos. Para ello, seguir la *Tabla 18* que se muestra a continuación para rodamientos de rodillos cónicos:

Configuración		
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Montaje indirecto ($m = -1$)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Montaje directo ($m = 1$)</p> </div> </div>		
Condición de empuje	Carga de empuje	Carga radial equivalente
Si $\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{Y} \leq \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{Y} - m' \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{Y} - m' \cdot F_{ae}$ $F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{Y}$	$P_A = 0,4 \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA}$ $P_B = F_{rB}$
Si $\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{Y} - m' \cdot F_{ae}$	$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot F_{rA}}{Y}$ $F_{aB} = \frac{0,47 \cdot F_{rA}}{Y} + m' \cdot F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0,4 \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB}$

Tabla 18. Carga equivalente

- F_r : Fuerza radial en rodamiento [kg]
- F_a : Fuerza axial en rodamiento [kg]
- F_{ae} : Fuerza axial externa [kg]
- Y : Factor de cálculo [-]
- m' : Factor de montaje [-]
- P : Carga equivalente en rodamiento [kg]

Tercero, las cargas sobre los rodamientos varían según la marcha seleccionada, por lo que hay que calcular una carga media teniendo en cuenta las diferentes cargas equivalentes (calculadas en el paso anterior), el factor de servicio de las marchas y el régimen de giro. Para ello, utilizar la siguiente fórmula:

$$P_m = \sqrt[3]{\frac{P_1^a \cdot \varphi_1 \cdot n + P_2^a \cdot \varphi_2 \cdot n + \dots + P_n^a \cdot \varphi_n \cdot n}{\varphi_1 \cdot n + \varphi_2 \cdot n + \dots + \varphi_n \cdot n}} \tag{39}$$

- P_m : Carga equivalente media [kg]
- P_i : Carga equivalente según marcha [kg]
- a : Factor de tipo de rodamiento, 10/3 para rodillos [-]
- φ_i : Factor de servicio según marcha, *Tabla 9* [-]
- n : Régimen de par máximo, 3800 [rpm]

Finalmente, con la siguiente fórmula (40) obtener la vida nominal L_{10} , para después definir las horas de vida útil del rodamiento:

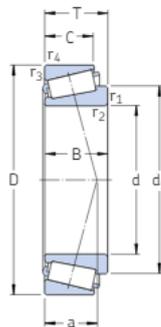
$$C = P_m \cdot L_{10}^{1/a} \tag{40}$$

- C : Capacidad de carga dinámica [kN]
- P_m : Carga equivalente media [kN]
- L_{10} : Vida nominal, fiabilidad del 90% [millones de vueltas]

NOTA: Solo se calcularán los rodamientos de los apoyos A, B, C, D, E, F, G y H.

3.2.12.1. Rodamientos del eje primario (A y B)

1) Elección de rodamiento



Dimensiones principales	Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades		Masa	Designación	Serie de dimensiones según la ISO 355 (ABMA)	Factores de cálculo					
	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite				e	Y	Y_0			
d D T	kN		kN	rpm		kg	-	-	-	-	-			
15	42	14,25	22,4	20	2,08	13 000	18 000	0,095	30302 J2	2FB	0,28	2,1	1,1	
17	40	13,25	19	18,6	1,83	13 000	18 000	0,075	30203 J2	2DB	0,35	1,7	0,9	
	47	15,25	28,1	25	2,75	12 000	16 000	0,13	30303 J2	2FB	0,28	2,1	1,1	
	47	20,25	34,7	33,5	3,65	11 000	16 000	0,17	32303 J2/Q	2FD	0,28	2,1	1,1	
A	20	42	15	24,2	27	2,7	12 000	16 000	0,097	32004 X/Q	3CC	0,37	1,6	0,9
	47	15,25	27,5	28	3	11 000	15 000	0,12	30204 J2/Q	2DB	0,35	1,7	0,9	
	52	16,25	34,1	32,5	3,6	11 000	14 000	0,17	30304 J2/Q	2FB	0,3	2	1,1	
B	52	22,25	44	45,5	5	10 000	14 000	0,23	32304 J2/Q	2FD	0,3	2	1,1	
22	44	15	25,1	29	2,85	11 000	15 000	0,10	320/22 X	3CC	0,40	1,5	0,8	
25	47	15	27	32,5	3,25	11 000	14 000	0,11	32005 X/Q	4CC	0,43	1,4	0,8	
	52	16,25	30,8	33,5	3,45	10 000	13 000	0,15	30205 J2/Q	3CC	0,37	1,6	0,9	
	52	19,25	35,8	44	4,65	9 500	13 000	0,19	32205 BJ2/Q	5CD	0,57	1,05	0,6	
	52	22	54	56	6	10 000	13 000	0,23	*33205/Q	2DE	0,35	1,7	0,9	
	62	18,25	44,6	43	4,75	9 000	12 000	0,26	30305 J2	2FB	0,3	2	1,1	
	62	18,25	38	40	4,4	7 500	11 000	0,26	31305 J2	7FB	0,83	0,72	0,4	
	62	25,25	60,5	63	7,1	8 000	12 000	0,36	32305 J2	2FD	0,3	2	1,1	

Figura 25. Rodamientos de rodillos cónicos SKF, elección de A y B

A → Rodamientos de rodillos cónicos 32004 X/Q

B → Rodamientos de rodillos cónicos 32304 J2/Q

2) Carga equivalente ($+F_{ae}$ y montaje directo, $m=1$)

Eje primario			
Rodamiento A		Rodamiento B	
Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	Carga radial [kg]	Carga axial [kg]
83,18	0	492,04	144,7

Tabla 19. Cargas sobre rodamientos A y B

$$\frac{0,47 \cdot F_{rA}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rB}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aA} = \frac{0,47 \cdot 83,18}{1,6} = 24,4 \text{ kg}, \quad F_{aB} = \frac{0,47 \cdot 83,18}{2} + 144,7 = 164,2 \text{ kg}$$

$$P_A = F_{rA} = 83,18 \text{ kg} = 0,816 \text{ kN}$$

$$P_B = 0,4 \cdot 492,04 + 1,6 \cdot 164,2 = 525,2 \text{ kg} = 5,152 \text{ kN}$$

3) Carga equivalente media

A pesar del cambio de marcha, las cargas sobre el eje primario permanecen constantes. Por lo tanto, no es necesario el cálculo de una carga media. Además, las cargas a utilizar son las correspondientes a la situación más desfavorable, es decir, cuando el motor gira en régimen de par máximo.

4) Vida del rodamiento

$$C_A = 24,2 \text{ kN}, \quad C_B = 44 \text{ kN}, \quad a = 10/3$$

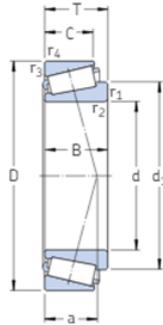
$$C = P_m \cdot L_{10}^{1/a} \Rightarrow L_{10} = \sqrt[3/10]{\frac{C}{P_m}}$$

$$L_{10,A} = \sqrt[3/10]{\frac{24,2}{0,816}} = 80739 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 354118 \text{ horas} \approx 300000 \text{ horas}$$

$$L_{10,B} = \sqrt[3/10]{\frac{44}{5,152}} = 1273 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 5584 \text{ horas} \approx 5000 \text{ horas}$$

3.2.12.2. Rodamientos del eje intermedio (C y D)

1) Elección de rodamiento



Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designación	Serie de dimensiones según la ISO 355 (ABMA)	Factores de cálculo		
d	D	T	dinámica C	estática C ₀	P _u	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-	-	e	Y	Y ₀
mm			kN		kN	rpm			-	-	-		
15	42	14,25	22,4	20	2,08	13 000	18 000	0,095	30302 J2	2FB	0,28	2,1	1,1
17	40	13,25	19	18,6	1,83	13 000	18 000	0,075	30203 J2	2DB	0,35	1,7	0,9
	47	15,25	28,1	25	2,75	12 000	16 000	0,13	30303 J2	2FB	0,28	2,1	1,1
	47	20,25	34,7	33,5	3,65	11 000	16 000	0,17	32303 J2/Q	2FD	0,28	2,1	1,1
20	42	15	24,2	27	2,7	12 000	16 000	0,097	32004 X/Q	3CC	0,37	1,6	0,9
	47	15,25	27,5	28	3	11 000	15 000	0,12	30204 J2/Q	2DB	0,35	1,7	0,9
	52	16,25	34,1	32,5	3,6	11 000	14 000	0,17	30304 J2/Q	2FB	0,3	2	1,1
	52	22,25	44	45,5	5	10 000	14 000	0,23	32304 J2/Q	2FD	0,3	2	1,1
22	44	15	25,1	29	2,85	11 000	15 000	0,10	320/22 X	3CC	0,40	1,5	0,8
25	47	15	27	32,5	3,25	11 000	14 000	0,11	32005 X/Q	4CC	0,43	1,4	0,8
	52	16,25	30,8	33,5	3,45	10 000	13 000	0,15	30205 J2/Q	3CC	0,37	1,6	0,9
	52	19,25	35,8	44	4,65	9 500	13 000	0,19	32205 BJ2/Q	5CD	0,57	1,05	0,6
	52	22	54	56	6	10 000	13 000	0,23	*33205/Q	2DE	0,35	1,7	0,9
	62	18,25	44,6	43	4,75	9 000	12 000	0,26	30305 J2	2FB	0,3	2	1,1
	62	18,25	38	40	4,4	7 500	11 000	0,26	31305 J2	7FB	0,83	0,72	0,4
	62	25,25	60,5	63	7,1	8 000	12 000	0,36	32305 J2	2FD	0,3	2	1,1

Figura 26. Rodamientos de rodillos cónicos SKF, elección de C y D

C y D → Rodamientos de rodillos cónicos 33205/Q

2) Carga equivalente ($-F_{ae}$ y montaje directo, $m=1$)

Eje intermedio				
Rodamiento C		Rodamiento D		
Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	
220	0	502	441	1 ^a
224	0	230	353	2 ^a
217	0	134	308	3 ^a
375,6	0	50,1	144,7	4 ^a
335	0	379	295	5 ^a
234	0	559	0	MA

Tabla 20. Cargas sobre rodamientos C y D

1^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 502}{1,7} - (-441) = 579,8 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 502}{1,7} = 138,8 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 220 + 1,7 \cdot 579,8 = 1073,66 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 502 \text{ kg}$$

2^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 230}{1,7} - (-353) = 416,6 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 230}{1,7} = 63,6 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 224 + 1,7 \cdot 416,6 = 797,82 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 230 \text{ kg}$$

3^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 134}{1,7} - (-308) = 345 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 134}{1,7} = 37 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 217 + 1,7 \cdot 345 = 673,3 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 134 \text{ kg}$$

4^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 50,1}{1,7} - (-144,7) = 158,5 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 50,1}{1,7} = 13,8 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 375,6 + 1,7 \cdot 158,5 = 419,7 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 50,1 \text{ kg}$$

5^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 379}{1,7} - (-295) = 399,8 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 379}{1,7} = 104,8 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 335 + 1,7 \cdot 399,8 = 813,66 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 379 \text{ kg}$$

MA

$$\frac{0,47 \cdot F_{rC}}{Y} < \frac{0,47 \cdot F_{rD}}{Y} - m \cdot (-F_{ae}) \quad \checkmark$$

$$F_{ac} = \frac{0,47 \cdot 559}{1,7} - 0 = 154,54 \text{ kg}, \quad F_{ad} = \frac{0,47 \cdot 559}{1,7} = 154,54 \text{ kg}$$

$$P_C = 0,4 \cdot 234 + 1,7 \cdot 154,54 = 356,3 \text{ kg}, \quad P_D = F_{rD} = 559 \text{ kg}$$

3) Carga equivalente media

P_C [kg]	P_D [kg]	φ [-]	n [rpm]	
1073,66	502	3,308	3800	1 ^a
797,82	230	2,39	3800	2 ^a
673,3	134	2,039	3800	3 ^a
419,7	50,1	1,826*	3800	4 ^a
813,66	379	2,19	3800	5 ^a
356,3	559	3,74	3800	MA

Tabla 21. Parámetros para el cálculo de la carga equivalente media

* Para 875 horas de servicio de la 4^a marcha $\varphi = 1,826$

Recurriendo a la fórmula (39):

$$P_m = \sqrt[3]{\frac{P_1^a \cdot \varphi_1 \cdot n + P_2^a \cdot \varphi_2 \cdot n + \dots + P_n^a \cdot \varphi_n \cdot n}{\varphi_1 \cdot n + \varphi_2 \cdot n + \dots + \varphi_n \cdot n}}$$

Rodamiento C

$$P_{m,C} = \sqrt[3]{\frac{(1073,66^{\frac{10}{3}} \cdot 3,308 + 797,82^{\frac{10}{3}} \cdot 2,39 + 673,3^{\frac{10}{3}} \cdot 2,039 + 419,7^{\frac{10}{3}} \cdot 1,826 + 813,66^{\frac{10}{3}} \cdot 2,19 + 356,3^{\frac{10}{3}} \cdot 3,74) \cdot 3800}{(3,308 + 2,39 + 2,039 + 1,826 + 2,19 + 3,74) \cdot 3800}}$$

$$P_{m,C} = 794,15 = 7,79 \text{ kN}$$

Rodamiento D

$$P_{m,D} = \sqrt[3]{\frac{(502^{\frac{10}{3}} \cdot 3,308 + 230^{\frac{10}{3}} \cdot 2,39 + 134^{\frac{10}{3}} \cdot 2,039 + 50,1^{\frac{10}{3}} \cdot 1,826 + 379^{\frac{10}{3}} \cdot 2,19 + 559^{\frac{10}{3}} \cdot 3,74) \cdot 3800}{(3,308 + 2,39 + 2,039 + 1,826 + 2,19 + 3,74) \cdot 3800}}$$

$$P_{m,D} = 436,5 \text{ kg} = 4,282 \text{ kN}$$

4) Vida del rodamiento

$$C = 54 \text{ kN}, \quad a = 10/3$$

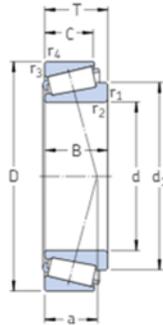
$$C = P_m \cdot L_{10}^{1/a} \Rightarrow L_{10} = \sqrt[3/10]{\frac{C}{P_m}}$$

$$L_{10,C} = \sqrt[3/10]{\frac{54}{7,79}} = 635 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 2785 \text{ horas} \approx 3000 \text{ horas}$$

$$L_{10,D} = \sqrt[3]{\frac{54}{4,282}} = 4670 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 20474 \text{ horas} \approx 20000 \text{ horas}$$

3.2.12.3. Rodamientos del eje secundario (E y F)

1) Elección de rodamiento



Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades		Masa	Designación	Serie de dimensiones según la ISO 355 (ABMA)	Factores de cálculo		
d	D	T	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite				e	Y	Y_0
mm			kN		kN	rpm		kg	-	-	-	-	-
15	42	14,25	22,4	20	2,08	13 000	18 000	0,095	30302 J2	2FB	0,28	2,1	1,1
17	40	13,25	19	18,6	1,83	13 000	18 000	0,075	30203 J2	2DB	0,35	1,7	0,9
	47	15,25	28,1	25	2,75	12 000	16 000	0,13	30303 J2	2FB	0,28	2,1	1,1
	47	20,25	34,7	33,5	3,65	11 000	16 000	0,17	32303 J2/Q	2FD	0,28	2,1	1,1
20	42	15	24,2	27	2,7	12 000	16 000	0,097	32004 X/Q	3CC	0,37	1,6	0,9
	47	15,25	27,5	28	3	11 000	15 000	0,12	30204 J2/Q	2DB	0,35	1,7	0,9
	52	16,25	34,1	32,5	3,6	11 000	14 000	0,17	30304 J2/Q	2FB	0,3	2	1,1
F	52	22,25	44	45,5	5	10 000	14 000	0,23	32304 J2/Q	2FD	0,3	2	1,1
22	44	15	25,1	29	2,85	11 000	15 000	0,10	320/22 X	3CC	0,40	1,5	0,8
	47	15	27	32,5	3,25	11 000	14 000	0,11	32005 X/Q	4CC	0,43	1,4	0,8
	52	16,25	30,8	33,5	3,45	10 000	13 000	0,15	30205 J2/Q	3CC	0,37	1,6	0,9
E	52	19,25	35,8	44	4,65	9 500	13 000	0,19	32205 BJ2/Q	5CD	0,57	1,05	0,6
	52	22	54	56	6	10 000	13 000	0,23	*33205/Q	2DE	0,35	1,7	0,9
	62	18,25	44,6	43	4,75	9 000	12 000	0,26	30305 J2	2FB	0,3	2	1,1
62	18,25	38	40	4,4	7 500	11 000	0,26	31305 J2	7FB	0,83	0,72	0,4	
	25,25	60,5	63	7,1	8 000	12 000	0,36	32305 J2	2FD	0,3	2	1,1	

Figura 27. Rodamientos de rodillos cónicos SKF, elección de E y F

E → Rodamientos de rodillos cónicos 32205 BJ2/Q

F → Rodamientos de rodillos cónicos 32304 J2/Q

2) Carga equivalente (+ F_{ae} y montaje directo, m=1)

Eje secundario				
Rodamiento E		Rodamiento F		
Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	
566	297,14	316,1	0	1 ^a
581,6	209,01	53,6	0	2 ^a
526,5	163,6	55,7	0	3 ^a
-	-	-	-	4 ^a
79,56	150,5	364,6	0	5 ^a
385,9	0	450,2	0	MA

Tabla 22. Cargas sobre rodamientos E y F

1^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rE}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rF}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aE} = \frac{0,47 \cdot 566}{1,05} = 253,35 \text{ kg}, \quad F_{aF} = \frac{0,47 \cdot 566}{2} + 297,14 = 430,15 \text{ kg}$$

$$P_E = F_{rE} = 566 \text{ kg}, \quad P_F = 0,4 \cdot 316,1 + 2 \cdot 430,15 = 986,74 \text{ kg}$$

2^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rE}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rF}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aE} = \frac{0,47 \cdot 581,6}{1,05} = 260,3 \text{ kg}, \quad F_{aF} = \frac{0,47 \cdot 581,6}{2} + 209,01 = 345,7 \text{ kg}$$

$$P_E = F_{rE} = 581,6 \text{ kg}, \quad P_F = 0,4 \cdot 53,6 + 2 \cdot 345,7 = 712,84 \text{ kg}$$

3^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rE}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rF}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aE} = \frac{0,47 \cdot 526,5}{1,05} = 235,7 \text{ kg}, \quad F_{aF} = \frac{0,47 \cdot 526,5}{2} + 163,6 = 287,3 \text{ kg}$$

$$P_E = F_{rE} = 526,5 \text{ kg}, \quad P_F = 0,4 \cdot 55,7 + 2 \cdot 287,3 = 596,9 \text{ kg}$$

5^a

$$\frac{0,47 \cdot F_{rE}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rF}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aE} = \frac{0,47 \cdot 79,56}{1,05} = 35,6 \text{ kg}, \quad F_{aF} = \frac{0,47 \cdot 79,56}{2} + 150,5 = 169,2 \text{ kg}$$

$$P_E = F_{rE} = 79,56 \text{ kg}, \quad P_F = 0,4 \cdot 364,6 + 2 \cdot 169,2 = 484,24 \text{ kg}$$

MA

$$\frac{0,47 \cdot F_{rE}}{Y} > \frac{0,47 \cdot F_{rF}}{Y} - m \cdot F_{ae} \quad \checkmark$$

$$F_{aE} = \frac{0,47 \cdot 385,9}{1,05} = 172,7 \text{ kg}, \quad F_{aF} = \frac{0,47 \cdot 385,9}{2} + 0 = 90,7 \text{ kg}$$

$$P_E = F_{rE} = 385,9 \text{ kg}, \quad P_F = 0,4 \cdot 364,6 + 2 \cdot 90,7 = 327,24 \text{ kg}$$

3) Carga equivalente media

P_E [kg]	P_F [kg]	φ [-]	n [rpm]	
566	986,74	3,308	3800	1 ^a
581,6	712,84	2,39	3800	2 ^a
526,5	596,9	2,039	3800	3 ^a
-	-	-	-	4 ^a
79,56	484,24	2,19	3800	5 ^a
385,9	327,24	3,74	3800	MA

Tabla 23. Parámetros para el cálculo de la carga equivalente media

Recurriendo a la fórmula (39):

$$P_m = \sqrt[3]{\frac{P_1^a \cdot \varphi_1 \cdot n + P_2^a \cdot \varphi_2 \cdot n + \dots + P_n^a \cdot \varphi_n \cdot n}{\varphi_1 \cdot n + \varphi_2 \cdot n + \dots + \varphi_n \cdot n}}$$

Rodamiento E

$$P_{m,E} = \sqrt[3]{\frac{(566^{\frac{10}{3}} \cdot 3,308 + 581,6^{\frac{10}{3}} \cdot 2,39 + 526,5^{\frac{10}{3}} \cdot 2,039 + 79,56^{\frac{10}{3}} \cdot 2,19 + 385,9^{\frac{10}{3}} \cdot 3,74) \cdot 3800}{(3,308 + 2,39 + 2,039 + 2,19 + 3,74) \cdot 3800}}$$

$$P_{m,E} = 495 \text{ kg} = 4,85 \text{ kN}$$

Rodamiento F

$$P_{m,F} = \sqrt[3]{\frac{(986,74^{\frac{10}{3}} \cdot 3,308 + 712,84^{\frac{10}{3}} \cdot 2,39 + 596,9^{\frac{10}{3}} \cdot 2,039 + 484,24^{\frac{10}{3}} \cdot 2,19 + 327,24^{\frac{10}{3}} \cdot 3,74) \cdot 3800}{(3,308 + 2,39 + 2,039 + 2,19 + 3,74) \cdot 3800}}$$

$$P_{m,F} = 720,75 \text{ kg} = 7,07 \text{ kN}$$

4) Vida del rodamiento

$$C_E = 35,8 \text{ kN}, \quad C_F = 44 \text{ kN}, \quad a = 10/3$$

$$C = P_m \cdot L_{10}^{1/a} \Rightarrow L_{10} = \sqrt[3/10]{\frac{C}{P_m}}$$

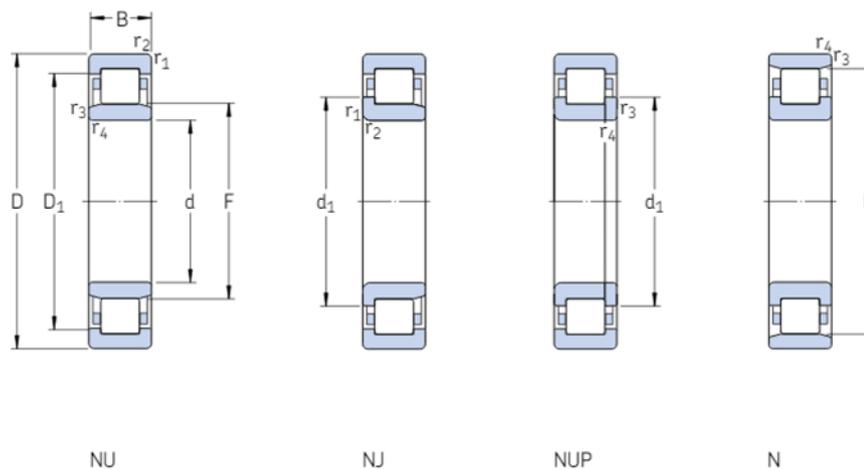
$$L_{10,E} = \sqrt[3/10]{\frac{35,8}{4,85}} = 785 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 3435 \text{ horas} \approx 3500 \text{ horas}$$

$$L_{10,F} = \sqrt[3/10]{\frac{44}{7,07}} = 445 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 1945 \text{ horas} \approx 2000 \text{ horas}$$

3.2.12.4. Rodamientos del eje de marcha atrás (G y H)

1) Elección de rodamiento

Esta vez, los rodamientos escogidos no soportan cargas axiales (rueda de dientes rectos sobre el eje), por lo que serán del tipo rodillos cilíndricos e irán colocados en una sección del eje donde el diámetro es de 17 mm.



Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designaciones	
d	D	B	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	Velocidad límite	Rodamiento con jaula estándar	Rodamiento con jaula estándar	Jaulas estándar de diseño alternativo ¹⁾
mm			kN		kN	rpm		kg	-	
15	35	11	12,5	10,2	1,22	22 000	26 000	0,047	NU 202 ECP	-
	35	11	12,5	10,2	1,22	22 000	26 000	0,048	NJ 202 ECP	-
17	40	12	17,2	14,3	1,73	19 000	22 000	0,068	NU 203 ECP	ML
	40	12	17,2	14,3	1,73	19 000	22 000	0,070	NJ 203 ECP	ML
	40	12	17,2	14,3	1,73	19 000	22 000	0,073	NUP 203 ECP	ML
	40	12	17,2	14,3	1,73	19 000	22 000	0,066	N 203 ECP	-
40	16	23,8	21,6	2,65	19 000	22 000	22 000	0,087	NU 2203 ECP	-
	16	23,8	21,6	2,65	19 000	22 000	22 000	0,093	NJ 2203 ECP	-
	16	23,8	21,6	2,65	19 000	22 000	22 000	0,097	NUP 2203 ECP	-
47	14	24,6	20,4	2,55	15 000	20 000	20 000	0,12	NU 303 ECP	-
	14	24,6	20,4	2,55	15 000	20 000	20 000	0,12	NJ 303 ECP	-
	14	24,6	20,4	2,55	15 000	20 000	20 000	0,12	N 303 ECP	-

Figura 28. Rodamientos rodillos cilíndricos SKF, elección de G y H

G y H → Rodamientos de rodillos cilíndricos NU 2203 ECP

2) Carga equivalente

Eje de marcha atrás			
Rodamiento G		Rodamiento H	
Carga radial [kg]	Carga axial [kg]	Carga radial [kg]	Carga axial [kg]
897,96	0	897,96	0

Figura 29. Cargas sobre rodamientos G y H

$$P_G = F_{rG} = 897,96 \text{ kg} = 8 \text{ kN}$$

$$P_H = F_{rH} = 897,96 \text{ kg} = 8 \text{ kN}$$

3) Carga equivalente media

Los rodamientos del eje de marcha atrás solo trabajan cuando se selecciona esta marcha, por lo tanto no hay variación de carga ni carga equivalente media.

4) Vida del rodamiento

$$C = 23,8 \text{ kN}, \quad a = 10/3$$

$$C = P_m \cdot L_{10}^{1/a} \Rightarrow L_{10} = \sqrt[3/10]{\frac{C}{P_m}}$$

$$L_{10,G} = L_{10,H} = \sqrt[3/10]{\frac{23,8}{8}} = 38 \text{ millones de vueltas} \xrightarrow{3800 \text{ rpm}} 170 \text{ horas}$$

170 horas es una vida útil muy baja, pero teniendo en cuenta que el uso de la marcha atrás es un 1% de las 2500 horas de duración de la caja de cambios, este es un valor muy asequible.

3.2.13. Cálculo de chavetas

Las chavetas que se van a elegir y comprobar en este apartado son las siguientes:

- Chavetas del eje primario:
 - Una para transmitir el giro del embrague al eje (a).
 - Otra para transmitir el giro del eje al engranaje de entrada (b).
- Chavetas del eje intermedio:
 - Seis para transmitir el giro del eje a una de las ruedas que forman cada marcha: Ruedas de entrada (c), 3ª (d), 2ª (e), 1ª (f), Marcha atrás (g) y 5ª (h).
- Chaveta del eje sobre el que se coloca el piñón intermedio de la marcha atrás (i).

Se harán dos tipos de comprobaciones, fallo por cizallamiento y fallo por aplastamiento, mediante las siguientes fórmulas:

Fallo por cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} \leq \frac{\tau_{yp}}{CS} \quad (41)$$

τ : Tensión cortante [N/mm^2]

T : Par soportado por el eje [$N \cdot mm$]

R : Radio de la sección del eje [mm]

b : Ancho de chaveta [mm]

l : Longitud de chaveta [mm]

τ_{yp} : Tensión cortante de fluencia del material [N/mm^2]

CS : Coeficiente de seguridad [-]

Fallo por aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{CS} \quad (42)$$

σ : Tensión normal [N/mm^2]

T : Par soportado por el eje [$N \cdot mm$]

R : Radio de la sección del eje [mm]

h : Altura de chaveta [mm]

l : Longitud de chaveta [mm]

σ_{yp} : Tensión normal de fluencia del material [N/mm^2]

CS : Coeficiente de seguridad [-]

El par máximo que soportarán los ejes primario e intermedio, T , es de 216000 N·mm en todos los casos.

El material de las chavetas es:

	Designación DIN	Tratamiento	Límite de fluencia mínimo
Acero mejorado al Mn	30Mn5	Mejorado	$\sigma_{yp} = 540 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{yp} = 270 \text{ N/mm}^2$

Tabla 24. Material de chaveta

El tipo de chaveta es DIN 6885-1 Tipo A y se escogerán sus dimensiones siguiendo la Tabla 24 que se muestra a continuación:

Ø eje	17-22	22-30	30-38
b	6	8	10
h	6	7	8
L	14-70	18-90	22-110

Tabla 25. Dimensiones de chaveta según DIN 6885-1

Según los apuntes de Dibujo Técnico de tercer curso, la longitud de las chavetas debe ser como mínimo el diámetro de la sección del eje donde se ubica, siendo este valor multiplicado por 1,5 habitualmente. Sin embargo, no tendría sentido que la longitud de la chaveta fuese mayor que la anchura del engranaje que va a conectar. Por eso, se escogerá un valor intermedio.

Se tomará coeficiente de seguridad igual a 2.

(a) $\phi = 20 \text{ mm}, b = 6 \text{ mm}, h = 6 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$

Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/10}{6 \cdot 32} = 112,5 \frac{N}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/10}{6 \cdot 32/2} = 225 \frac{N}{\text{mm}^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 6x6x32

(b) $\phi = 19 \text{ mm}, b = 6 \text{ mm}, h = 6 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$

Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/9,5}{6 \cdot 32} = 118 \frac{N}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/9,5}{6 \cdot 32/2} = 237 \frac{N}{\text{mm}^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 6x6x32

(c) $\varnothing = 26 \text{ mm}, b = 8 \text{ mm}, h = 7 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/13}{8 \cdot 32} = 65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/13}{7 \cdot 32/2} = 148 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 8x7x32(d) $\varnothing = 26 \text{ mm}, b = 8 \text{ mm}, h = 7 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/13}{8 \cdot 32} = 65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/13}{7 \cdot 32/2} = 148 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 8x7x32(e) $\varnothing = 29 \text{ mm}, b = 8 \text{ mm}, h = 7 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/14,5}{8 \cdot 32} = 58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/14,5}{7 \cdot 32/2} = 133 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 8x7x32(f) $\varnothing = 33 \text{ mm}, b = 10 \text{ mm}, h = 8 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/16,5}{10 \cdot 32} = 41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/16,5}{8 \cdot 32/2} = 102 \frac{N}{mm^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 10x8x32**(g)** $\varnothing = 31 \text{ mm}, b = 10 \text{ mm}, h = 8 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/15,5}{10 \cdot 32} = 44 \frac{N}{mm^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/15,5}{8 \cdot 32/2} = 109 \frac{N}{mm^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 10x8x32**(h)** $\varnothing = 26 \text{ mm}, b = 8 \text{ mm}, h = 7 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/13}{8 \cdot 32} = 65 \frac{N}{mm^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/13}{7 \cdot 32/2} = 148 \frac{N}{mm^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 8x7x32**(i)** $\varnothing = 22 \text{ mm}, b = 6 \text{ mm}, h = 6 \text{ mm}, L = 32 \text{ mm}$ Cizallamiento

$$\tau = \frac{T/R}{b \cdot l} = \frac{216000/11}{6 \cdot 32} = 102 \frac{N}{mm^2} < \frac{\tau_{yp}}{CS} = \frac{270}{2} = 135 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

Aplastamiento

$$\sigma = \frac{T/R}{h \cdot l/2} = \frac{216000/11}{6 \cdot 32/2} = 205 \frac{N}{mm^2} < \frac{\sigma_{yp}}{CS} = \frac{540}{2} = 270 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

DIN 6885-1 Tipo A 6x6x32

3.3. Cálculo y dimensionamiento del árbol de transmisión

3.3.1. Datos de partida y componentes del árbol de transmisión

- Par máximo del motor: $T = 216000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.
- Relación de marcha más alta: $i_1 = \frac{T_{\text{salida}}}{T_{\text{entrada}}} = 3, \hat{3}$.
- Relación de marcha más baja: $i_5 = \frac{T_{\text{salida}}}{T_{\text{entrada}}} = 0,926$.
- Longitud del eje de transmisión: $L = 1000 \text{ mm}$.
- Relación entre radios exterior e interior: $\frac{r_i}{r_e} = 0,92$.
- Material del eje de transmisión: Acero S275.

En la transmisión de un automóvil con motor delantero y tracción trasera es imprescindible un elemento que transmita la potencia de la caja de cambios al diferencial. Ese elemento es el árbol de transmisión que, en este caso, estará compuesto por dos juntas cardan y un eje de transmisión entre estas. Así se muestra en la *Figura 30*.

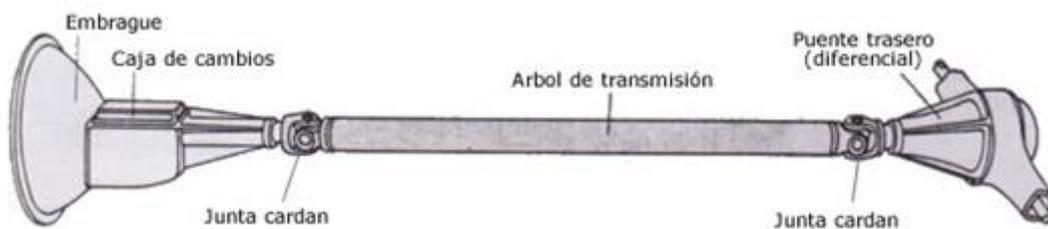


Figura 30. Árbol de transmisión

3.3.2. Predimensionamiento y elección del perfil del eje de transmisión

Para el predimensionamiento del eje hay que asegurar que este sea capaz de transmitir el par torsor máximo que sale de la caja de cambios (en 1ª) sin que sufra deformaciones permanentes. Para ello, entra en juego la siguiente fórmula (43), teniendo en cuenta que el perfil que interesa es de sección hueca circular.

$$\begin{aligned} \tau_{yp} &\geq \frac{T \cdot r_e}{J} = \frac{T \cdot r_e}{\frac{\pi}{2} \cdot (r_e^4 - r_i^4)} \xrightarrow{r_i=0,92 \cdot r_e} \tau_{yp} \geq \frac{T \cdot r_e}{\frac{\pi}{2} \cdot (r_e^4 - (0,92 \cdot r_e)^4)} = \frac{T}{\frac{\pi}{2} \cdot 0,2836 \cdot r_e^3} \\ \tau_{yp} &\geq \frac{T}{\frac{\pi}{2} \cdot 0,2836 \cdot r_e^3} \Rightarrow \\ r_e &\geq \sqrt[3]{\frac{T}{\frac{\pi}{2} \cdot 0,2836 \cdot \tau_{yp}}} \end{aligned} \quad (43)$$

r_e : radio exterior del perfil tubular [mm]

T : Par torsor máximo [N · mm]

τ_{yp} : Tensión cortante de fluencia del material [N/mm²]

Con esta fórmula está prácticamente asegurado que el dimensionamiento del eje sea el adecuado.

Elección del material: Acero S275. Límite de fluencia mínimo, $\sigma_{yp} = 275 \text{ N/mm}^2$.

$$\tau_{yp} = \frac{\sigma_{yp}}{2} = \frac{275}{2} = 137,5 \text{ N/mm}^2$$

El mayor aumento del par motor, y por lo tanto, la situación más desfavorable se da en 1ª, siendo $T = 216000 \cdot i_1 = 216000 \cdot 3, \hat{3} = 720000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Con estos datos ya puede calcularse el radio exterior del eje:

$$r_e \geq \sqrt[3]{\frac{720000}{\frac{\pi}{2} \cdot 0,2836 \cdot 137,5}} = 22,73 \text{ mm} \approx 25 \text{ mm}$$

$$d_e = 50 \text{ mm}$$

$$d_i = 0,92 \cdot 50 = 46 \text{ mm}$$

$$e = 2 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm}$$

Finalmente, de la mano del prontuario de perfiles de acero que se muestra a continuación en la *Tabla 26* se selecciona el perfil tubular que mejor se adecue a los resultados obtenidos.

3.3.3. Comprobación del eje a resistencia mediante código ASME

Código ASME, visto anteriormente:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{C_m \cdot \sigma}{2}\right)^2 + (C_t \cdot \tau)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS}$$

$$\tau_{max} = \frac{r_e}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS}$$

$$\left(J = \frac{\pi}{2} \cdot (r_e^4 - r_i^4)\right)$$

$$\frac{2 \cdot r_e}{\pi \cdot (r_e^4 - r_i^4)} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot CS} \quad (44)$$

$C_m = 1,5, C_t = 1$. Carga constante o aplicada gradualmente. Ver *Tabla 15, Constantes según el código ASME*.

Debido a que el cálculo mediante el código ASME ya es lo suficientemente conservador, el valor del coeficiente de seguridad será igual a 1.

El eje seleccionado tiene un peso de 2,37 kg/m y tendrá la carga uniformemente distribuida a lo largo de un metro. Por lo tanto,

	Abscisa máximo	Valor máximo de M	Reacción izq.	Reacción dcha.
	$\frac{L}{2}$	$\frac{q \cdot L^2}{8}$	$\frac{q \cdot L}{2}$	$\frac{q \cdot L}{2}$

Tabla 27. Diagrama de momentos sobre el eje

$$M = \frac{2,37 \frac{kg}{m} \cdot \frac{9,81 N}{kg} \cdot \frac{m}{1000 mm} \cdot (1000 mm)^2}{8} = 2906,2 N \cdot mm$$

$$T = 720000 N \cdot mm$$

Una vez obtenidos los datos, se aplica la fórmula (44) y se comprueba que el perfil elegido resiste:

$$\frac{2 \cdot 25}{\pi \cdot (25^4 - 23^4)} \cdot \sqrt{(1,5 \cdot 2906,2)^2 + (1 \cdot 720000)^2} = 103,43 \frac{N}{mm^2} < \frac{275}{2 \cdot 1} = 137,5 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{max} < \tau_{yp} \quad \checkmark$$

3.3.4. Comprobación de vibraciones del eje. Frecuencia crítica

Para evitar el fenómeno de la resonancia y que haya exceso de vibraciones en el eje, la frecuencia de giro de este, f , debe situarse lejos de la zona de amplificación dinámica o zona de riesgo. En caso contrario, daría lugar a una amplificación de las fuerzas sobre el eje que, probablemente, este no soportaría.

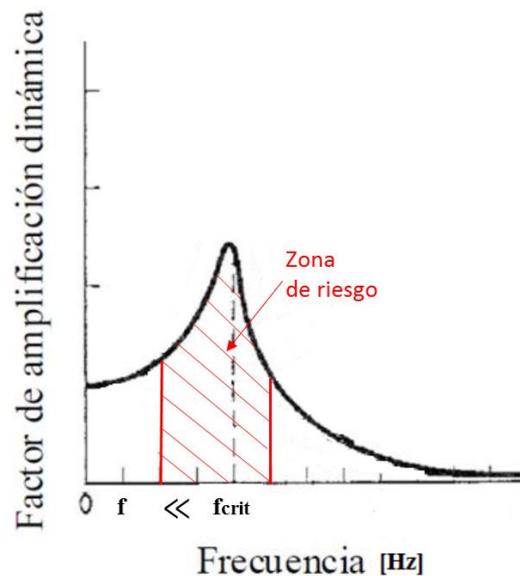


Figura 31. Curva de amplificación dinámica

Para ello, debe cumplirse lo siguiente:

$$f \ll f_{crit}$$

$$\left(\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \right)$$

$$f = \frac{\omega_{m,max}}{i_5} \cdot \frac{1}{2\pi}$$

Aquí entra en juego la ecuación de frecuencias de Rayleigh que proporciona una aproximación a la frecuencia crítica del eje. Esta consiste en considerar que las deformaciones del eje durante la rotación, son proporcionales a las deformaciones que sufre el eje estáticamente debido a las masas que soporta:

$$f_{crit} = \sqrt{\frac{g \cdot \sum W \cdot y}{\sum W \cdot y^2}} \cdot \frac{1}{2\pi}$$

$$\frac{\omega_{m,max}}{i_5} \cdot \frac{1}{2\pi} \ll \sqrt{\frac{g \cdot \sum W \cdot y}{\sum W \cdot y^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \quad (45)$$

f : Frecuencia máxima de giro del eje [Hz]

f_{crit} : Frecuencia crítica [Hz]

$\omega_{m,max}$: Régimen de corte de inyección [rad/s]

i_5 : Relación de transmisión mas baja, la correspondiente a 5ª [–]

g : Aceleración gravitatoria [m/s^2]

W : Peso del eje [N]

y : Deformación máxima del eje [m]

$$f = \frac{6300 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{vueltas}} \cdot \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{1}{2\pi}}{0,926} = 113 \text{ Hz}$$

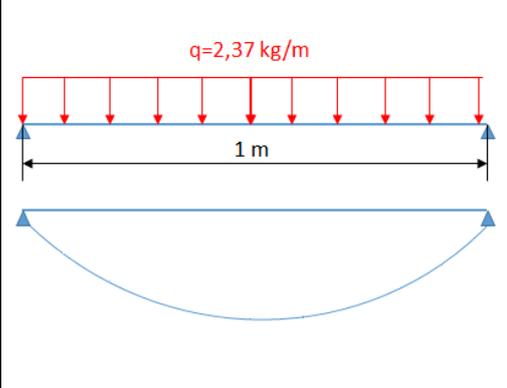
	Valor máximo de y
	$\frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$

Tabla 28. Deformaciones sobre el eje

$$q = 2,37 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 23,25 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

El Módulo de Elasticidad o Módulo de Young, E, para el cálculo y diseño de estructuras de acero en el rango elástico, toma convencionalmente el siguiente valor:

$$E = 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$I \xrightarrow{\text{tabla 26}} 8,7 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 8,7 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$y = \frac{5 \cdot 23,25 \cdot 1^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 8,7 \cdot 10^{-8}} = 1,657 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$f_{crit} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 23,25 \cdot 1,657 \cdot 10^{-5}}{23,25 \cdot (1,657 \cdot 10^{-5})^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 123 \text{ Hz}$$

Pese a que $f < f_{crit}$, la frecuencia máxima f se encuentra en la zona de riesgo, por lo que habrá que elegir un perfil aún mayor. Se selecciona del prontuario de la *Tabla 26* el siguiente perfil:

Perfil de sección hueca circular 60x2

Afortunadamente, no es necesario volver a comprobar el eje a resistencia, porque si aguantó el perfil anterior, este, que es aún mayor, también lo hará.

Una vez cambiado el perfil, volvemos a hacer la comprobación de vibraciones:

La frecuencia de giro del eje continúa siendo la misma.

$$f = \frac{6300 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{vuelta}} \cdot \frac{\text{min}}{60 \text{ s}}}{0,926} \cdot \frac{1}{2\pi} = 113 \text{ Hz}$$

Sin embargo, la frecuencia crítica cambiará debido a que ahora el eje tiene mayor inercia y es más pesado.

$$I \xrightarrow{\text{Tabla 26}} 15,34 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 15,34 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$q \xrightarrow{\text{Tabla 26}} 2,86 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 28,05 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$y = \frac{5 \cdot 28,05 \cdot 1^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 15,34 \cdot 10^{-8}} = 1,134 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$f_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 28,05 \cdot 1,134 \cdot 10^{-5}}{28,05 \cdot (1,134 \cdot 10^{-5})^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 148 \text{ Hz}$$

$$f \ll f_{\text{crit}} \quad \checkmark$$

Recordar que f es la frecuencia máxima de giro del eje (en 5ª a 6300 rpm), una frecuencia que probablemente nunca se llegue a alcanzar, por lo tanto, con esto, queda comprobado el eje por la parte de resistencia y por la de vibraciones.

3.3.5. Elección de juntas *Cardan*

Diámetro exterior del eje de transmisión $\rightarrow 60 \text{ mm}$

Velocidad máxima de rotación del eje de transmisión $\rightarrow \frac{6300 \text{ rpm}}{0,926} = 6800 \text{ rpm}$

Par máximo a transmitir $\rightarrow 216 \text{ N} \cdot \text{m} \times 3, \hat{3} = 720 \text{ N} \cdot \text{m}$

Las juntas universales o juntas cardan a escoger, mediante catálogo, deben ser capaces de soportar la velocidad de rotación y la transmisión de par mencionadas anteriormente. Además, deben encajar perfectamente con el eje de transmisión que se ha dimensionado.

Teniendo todo ello en cuenta, se ha seleccionado la junta idónea para esta transmisión:

Juntas universales DIN 7551 01.060.100, esto es, una junta simple con acoplamiento mediante brida.

FABRICANTE: *TECNOPOWER transmisión y movimiento lineal*



Juntas universales Cardan y
Conjuntos telescópicos



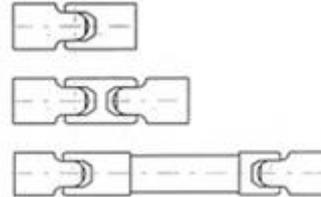
Juntas de transmisión cardan



Índice

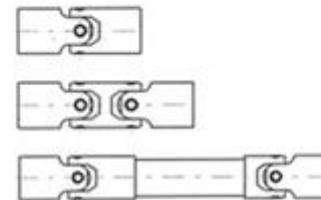
Juntas universales SERIE 01 pág. 2-5

Las juntas de transmisión cardan SERIE 01 con cubo son adaptables a altas prestaciones con reducidas revoluciones (400-1000 rpm). Fabricadas bajo norma DIN 808 y DIN 7551. Las articulaciones y los pernos son tratados. Sobre pedido podemos suministrar en acero inox. Ejecución simple, doble y extensible con longitud estándar y otras longitudes sobre pedido.



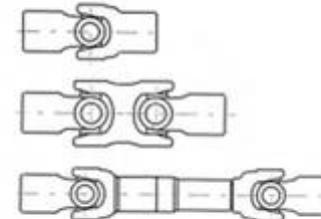
Juntas universales SERIE 02 pág. 6-9

Las juntas de transmisión cardan SEIRE02 con cubo están diseñadas para elevadas velocidades y donde se requiere precisión. Fabricadas con pernos montados sobre rodamientos de agujas nos ofrecen un pleno rendimiento a altas velocidades. Podemos suministrar en ejecución simple, doble y extensible con longitud estándar y sobre pedido.



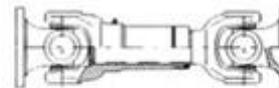
Juntas universales SERIE 07 pág 10-13

Las juntas de transmisión cardan SERIE 07 con cubo son adaptables para elevadas velocidades y donde se requiere precisión. Fabricadas con horquillas estampadas de acero y articulaciones forjadas en acero de alta resistencia, con rodamientos de agujas. Podemos suministrar en ejecución simple, doble y extensible con longitud estándar y sobre pedido.



Conjuntos cardan con brida SERIE 07 - 08 pág 23

Los conjuntos de transmisión cardan de la SERIE 07-08, están disponibles con brida de acople, según la norma DIN del diámetro 58 al diámetro 315, y según la norma ASA el diámetro 88 al diámetro 204.



Polígono Industrial Molí dels Freres, Calle C, nº 10
08620 SANT VICENÇ DELS HORTS - BARCELONA
Teléfono: 93 656 80 50 - Fax: 93 656 80 26
E-mail: tp@tecnopower.es - Web: www.tecnopower.es

Juntas Universales SERIE 01



Código

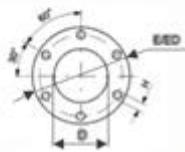
Las Juntas de transmisión cardán se identifican con un código de 8 cifras para las versiones estándar.
 El primer grupo de dos cifras corresponde al tipo de construcción (01, 02, 07).
 El segundo grupo de tres cifras corresponde al diámetro exterior (010 a 100) o a la dimensión de la cruzeta.
 El tercer grupo de tres cifras corresponde (1 junta simple, 2 junta doble, 3 conjunto telescópico, 5 conjunto telescópico no extensible, 6 conjunto telescópico extracorto). La dos últimas cifras corresponden al tipo de mecanizado del cubo.

Características

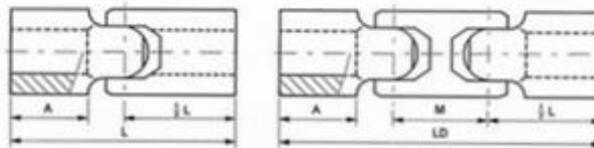
Momento torsor		Ver pág.
Ángulo máximo	Simple	45°
	Doble	90°
Velocidad	r.p.m.	400/1000
Lubricación		Periódica
Temperatura	Mínima	0°
	Máxima	40° - 60°
Ejecución en acero inoxidable		SI

⁽¹⁾ La velocidad indicada con un ángulo de trabajo de 5°.

Juntas Simples y Dobles SERIE 01



H= 6



Simple	Doble	D ^{h7r10}	E	L	ED ⁽²⁾	LD	A	M
01.010.100		5	10	40			13	
01.013.100		6	13	40			13	
01.017.100		8	16	40			12	
01.020.100	01.020.200	10	20	45	22	74	11	29
01.023.100	01.023.200	12	22	50	22	79	13	29
01.026.100	01.026.200	14	25	56	25	89	14	33
01.029.100	01.029.200	16	29	65	29	100	17	35
01.032.100	01.032.200	18	32	72	32	111	18	39
01.035.100	01.035.200	20	37	82	40	128	20	46
01.040.100	01.040.200	22	40	95	40	141	25	46
01.045.100	01.045.200	25	45	108	50	163	28	59
01.050.100	01.050.200	30	50	122	50	181	35	59
01.060.100	01.060.200	40/35	58	160	58	226	48	66
01.070.100	01.070.200	45/40	70	140	70	212	35	78
01.080.100	01.080.200	50/45	80	160	80	245	42	95
01.100.100	01.100.200	55/50	95	190	95	290	54	120

⁽¹⁾ Agujero estándar. Podemos suministrar sobre pedido agujero diferente.

⁽²⁾ Diámetro exterior junta doble.



Polligono Industrial Molí dels Frares, Calle C, nº 10
 08620 SANT VICENÇ DELS HORTS - BARCELONA
 Teléfono: 93 656 80 50 - Fax: 93 656 80 26
 E-mail: tp@tecnopower.es - Web: www.tecnopower.es

Figura 32. Elección de juntas Cardan, TECNOPOWER transmisión y movimiento lineal

3.4. Elección del diferencial convencional

Este es el componente final de la cadena de transmisión y estas son las funciones que desempeña:

- Actúa como reductor de velocidad con una reducción habitualmente entre 3 y 4.
- Permite que las ruedas tractoras de un mismo eje giren a diferente velocidad (por ejemplo, en una curva).
- Transforma el par que llega de la caja de cambios por un solo eje de forma que lo transmite a dos ejes situados a 180°.

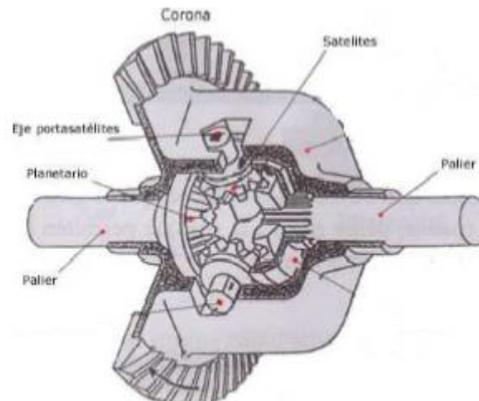


Figura 33. Diferencial convencional

Tal y como se ve en la *Figura 33*, la corona está unida al portasatélites. Por eso, con el giro de la corona se mueven los satélites y, a su vez, los planetarios, transmitiendo, finalmente, el par a los palieres.

La relación de transmisión entre la rueda que transmite el giro del elemento anterior (árbol de transmisión) y la corona del diferencial, i_{dif} , ejerce una reducción de la velocidad angular de 3,62.

Desde un principio se comentó que la reducción total del diferencial iba a ser igual a 3,62. Por lo tanto, la relación de transmisión entre satélites y planetarios (grupo cónico), i_{sp} , debe ser igual a 1.

En resumen,

$$i_{dif} = 3,62, \quad i_{sp} = 1$$

El diseño y la producción del diferencial queda en manos de la empresa especialista en la fabricación de engranajes cónicos *GRUPOS DIFERENCIALES SA*:



Figura 34. GRUPOS DIFERENCIALES SA