



*DISEÑO MECÁNICO DE LOS ELEMENTOS DE
TRANSMISIÓN DE UN AEROGENERADOR DE 1,3
MW*

DOCUMENTO 3: CÁLCULOS

DATOS DE LA ALUMNA O DEL ALUMNO

NOMBRE: AITOR

APELLIDOS: FUENTE ARES

FDO.:

FECHA:11-04-2016

DATOS DEL DIRECTOR O DE LA DIRECTORA

NOMBRE: ERIK

APELLIDOS: MACHO MIER

DEPARTAMENTO: INGENIERÍA MECÁNICA

FDO.:

FECHA:11-04-2016

ÍNDICE

3.1.-DATOS DE PARTIDA	1
3.2.- PREDISEÑO DEL ROTOR.....	1
3.3.- PREDIMENSIONAMIENTO DE LAS PALAS	8
3.3.1.- Perfil aerodinámico.....	8
3.3.2.- Velocidad específica de la eólica.....	9
3.3.3.- Ángulos característicos de las palas	10
3.3.4.- Coeficientes aerodinámicos	16
3.3.5.- Anchura de la pala (<i>l</i>)	17
3.3.6.- Estimación de la masa de la pala	20
3.4.- FUERZAS SOBRE EL ROTOR.....	21
3.4.1.- Fuerzas estacionarias	21
3.4.2.- Cargas transitorias	27
3.4.3.- Cargas cíclicas	28
3.5.- SISTEMA DE ORIENTACION DE LAS PALAS	30
3.5.1.- Posiciones límite de las palas	30
3.5.2.- Fuerzas y momentos sobre la raíz de la pala	32
3.5.3.- Elección del rodamiento	36
3.5.2.- Elección del motorreductor.....	44
3.6.- RESISTENCIA DEL BUJE	50
3.6.1.- Resistencia del buje en su unión con el eje	50
3.6.2.- Resistencia del buje en su unión con las palas	56
3.6.3.- Resistencia de los pernos de unión con el eje principal	60
3.7.- EJE PRINCIPAL	65
3.7.1.- Fuerzas sobre el eje principal	65
3.7.2.- Diagramas	67
3.7.3.- Dimensionado del eje	72
3.7.4.- Elección de rodamientos.....	74
3.7.5.- Dimensionado de la lengüeta.....	78
3.8.- MULTIPLICADORA	83
3.8.1.- Primera etapa planetaria	83
3.8.2.- Segunda etapa planetaria	115
3.8.3.- Tercera etapa ordinaria	148

3.9.- ELECCIÓN DEL ACOPLAMIENTO EJE RÁPIDO-ALTERNADOR	183
3.9.1.- Dimensionado de la lengüeta.....	184
3.10.- ELECCIÓN DEL FRENO	188
3.11.- SISTEMA DE ORIENTACIÓN DE LA GÓNDOLA.....	189
3.11.1.- Fuerzas y momentos en el sistema de orientación.....	189
3.11.2.- Elección del rodamiento	191
3.11.3.- Elección del motorreductor.....	198

3-CÁLCULOS**3.1.-DATOS DE PARTIDA**

Para el cálculo de los elementos del aerogenerador se parte de las siguientes premisas:

- **Potencia nominal:** 1,3 MW
- **Número de palas:** 3
- **Velocidad nominal:** 12 m/s (43,2 km/h)
- **Velocidad de arranque:** 4,16 m/s (15 km/h)
- **Velocidad de corte:** 25 m/s (90 km/h)
- **Velocidad máxima de la punta de la pala:** 65 m/s
- **Velocidad del eje de salida:** 1500 r.p.m.

3.2.- PREDISEÑO DEL ROTOR

Previo al prediseño del rotor, conviene identificar cuáles son los parámetros adimensionales que caracterizan el comportamiento de la aeroturbina. Como parámetros más significativos del problema planteado destacan:

$$f(\mathbf{P}_u, \mathbf{v}_0, \rho, \mathbf{R}, \omega, \nu) = 0$$

- \mathbf{P}_u = Potencia útil.
- \mathbf{v}_0 = velocidad del viento.
- ρ = densidad del fluido
- \mathbf{R} = radio del rotor.
- ω = velocidad de rotación.
- ν = viscosidad del fluido

Aplicando el Teorema de Pi se obtienen tres parámetros adimensionales:

- Coeficiente de potencia (C_p). Es la relación entre la potencia útil y la potencia incidente sobre un área equivalente a la del rotor. No es un rendimiento, aunque se utiliza para comparar máquinas del mismo tipo. Viene dado por la expresión:

$$c_p = \frac{P_u}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^3 \cdot \pi \cdot R^2}$$

- Velocidad específica (λ). Es la relación entre la velocidad azimutal y la velocidad del viento. Su valor óptimo para maximizar la potencia oscila entre 6 y 10.

$$\lambda = \frac{v_{tang}}{v_0} = \frac{w \cdot R}{v_0}$$

- Número de Reynolds (Re). Es la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas. Se suele representar tomando como longitud característica la cuerda en vez del radio, dado que el elemento con el que realmente se va a enfrentar el flujo es el perfil.

$$Re = \frac{v_0 \cdot R}{\nu} \rightarrow Re = \frac{v_0 \cdot c}{\nu}$$

Por tanto, en el prediseño del rotor se parte de los siguientes datos:

- Velocidad específica en punta de pala (λ_0). La velocidad específica óptima en la punta de la pala es un parámetro que viene fijado en función del tipo de aerogenerador. En este caso, al tratarse de un aerogenerador rápido (*dos a cuatro palas*) tripala, el rendimiento máximo se alcanza para el valor $\lambda_0 = 7$.

- Coeficiente de potencia a la velocidad nominal (C_p). Las máquinas eólicas actuales pueden alcanzar valores medios del coeficiente de potencia de 0,4 o algo superiores. Por tanto, el coeficiente de potencia a la velocidad nominal seleccionado es $C_p = 0,46$.

- Densidad media (ρ). La densidad media utilizada es la densidad estándar, es decir, la densidad para una temperatura de 15 °C y a la presión atmosférica ($\rho = 1,267 \text{ kg/m}^3$).

- Potencia nominal del aerogenerador (P_n). Se trata de uno de los datos de partida del presente Proyecto Fin de Grado $P_n = 1,3$ MW.
- Velocidad nominal de funcionamiento del aerogenerador (v_{nom}). Se trata de uno de los datos de partida del presente Proyecto Fin de Grado $v_{nom} = 12$ m/s.

Puesto que en el aerogenerador se producen una serie de pérdidas, se deben tener en cuenta a la hora de realizar el prediseño. Estas pérdidas, expresadas en forma de rendimientos, son debidas a la caja multiplicadora y al generador fundamentalmente, además de las pérdidas debidas al propio rotor (pérdidas que se tienen en cuenta al utilizar el coeficiente de potencia en los cálculos). En el siguiente esquema, podemos observar las distintas potencias y rendimientos indicados.

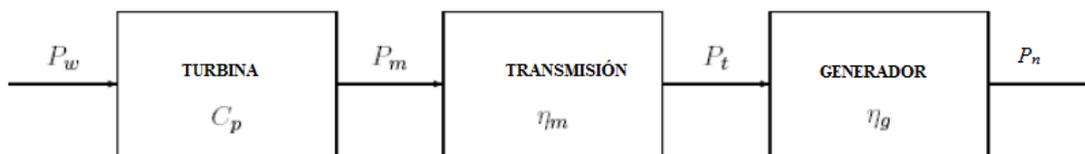


Figura 1: Potencias y rendimientos

Llamando P_w a la energía contenida en el viento, una aeroturbina sólo es capaz de transformar en energía mecánica una cantidad P_m , según Betz, habiendo sido afectado con el coeficiente de potencia C_p .

La potencia después de la transmisión mecánica vendrá afectada por un rendimiento de la forma:

$$P_t = \eta_m \cdot P_m$$

Por último la energía de salida de la transmisión mecánica, será transformada en energía eléctrica por medio de un generador, el cual, introducirá unas pérdidas:

$$P_n = \eta_g \cdot P_t$$

Por lo tanto:

$$P_n = C_p \cdot \eta_m \cdot \eta_g \cdot P_w$$

Las pérdidas de transmisión se deben sobre todo a la fricción entre engranajes, así como las debidas a los cojinetes. Las pérdidas no varían fuertemente con el esfuerzo de torsión transmitido, siendo, por lo tanto, razonable asumir que la pérdida de transmisión es un porcentaje de la calidad de la transmisión. Considerando que q es el número de etapas en la transmisión:

$$\eta_m = \frac{P_t}{P_m} = \frac{P_m - 0,02 \cdot q \cdot P_{mR}}{P_m}$$

Donde: P_{mR} es la potencia nominal obtenida por el rotor.

Las pérdidas del generador se pueden considerar en tres categorías: las de histéresis y las pérdidas por corrientes de Foucault, que son funciones del voltaje y de la frecuencia de funcionamiento, y las pérdidas en el cobre, que son proporcionales al cuadrado de la carga.

La magnitud de estas pérdidas variará con el diseño del generador. Generadores más grandes son intrínsecamente más eficientes que generadores más pequeños. Algunas pérdidas son proporcionales al área superficial del rotor mientras que la corriente eléctrica clasificada es proporcional al volumen.

Los efectos de estas pérdidas se pueden tener en cuenta de forma empírica mediante la siguiente expresión:

$$\eta_g = \frac{X - 0,5 \cdot Y \cdot (1 - Y) \cdot (X^2 + 1)}{X}$$

Donde: $X = \frac{P_t}{P_{tR}}$

$$Y = 0,05 \cdot \left(\frac{10^6}{P_{nR}}\right)^{0,215}$$

Siendo: P_{tR} potencia nominal de la caja multiplicadora

P_{nR} potencia nominal del generador eléctrico

Se procederá a continuación al cálculo de los rendimientos según lo anteriormente establecido:

-Rendimiento de la caja multiplicadora:

$$\eta_m = \frac{P_m - 0,02 \cdot q \cdot P_{mR}}{P_m}$$

Suponiendo: $P_m = P_{mR}$

$$q = 3$$

$$\eta_m = 0,94$$

-Rendimiento del generador:

$$\eta_g = \frac{X - 0,5 \cdot Y \cdot (1 - Y) \cdot (X^2 + 1)}{X}$$

Suponiendo: $P_t = P_{tR}$

$$P_n = P_{nR} = 1.300 \text{ KW}$$

Se obtiene: $X = \frac{P_t}{P_{tR}} = 1$

$$Y = 0,05 \cdot \left(\frac{10^6}{P_{nR}}\right)^{0,215} = 0,05 \cdot \left(\frac{10^6}{1,3 \cdot 10^6}\right)^{0,215} = 0,047$$

$$\eta_g \approx 0,96$$

Obtenidos ambos rendimientos se procederá al cálculo del rendimiento global del aerogenerador:

$$\eta_0 = \eta_m \cdot \eta_g = 0,94 \cdot 0,96 = 0,9024$$

A continuación se calcula la potencia mecánica a la salida de la turbina:

$$P_m = \frac{P_n}{\eta_0} = \frac{1.300}{0,9024} \approx 1440 \text{ KW}$$

Para obtener el diámetro del rotor utilizamos la expresión que relaciona la potencia mecánica a la salida de la turbina (P_m) con el coeficiente de potencia (C_p), la densidad del aire (ρ), el diámetro del rotor (D) y la velocidad nominal de funcionamiento del aerogenerador (v_{nom}):

$$P_m = C_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v_{nom}^3 \rightarrow D = \sqrt{\frac{8 \cdot P_m}{C_p \cdot \rho \cdot \pi \cdot v_{nom}^3}}$$

$$D = \sqrt{\frac{8 \cdot 1440 \cdot 10^3}{0,46 \cdot 1,267 \cdot \pi \cdot 12^3}} = 60,34 \text{ m} \rightarrow \mathbf{D = 60m}$$

Y para calcular la velocidad de giro del rotor se emplea la expresión de la velocidad específica (λ) en función del radio del rotor (R), la velocidad de rotación del rotor (N) y la velocidad nominal (v_{nom}):

$$\lambda = \frac{w \cdot R}{v_0} = \frac{N \cdot \pi \cdot D}{60 \cdot v_{nom}} \rightarrow N = \frac{60 \cdot v_{nom} \cdot \lambda}{\pi \cdot D}$$

$$N = \frac{60 \cdot 12 \cdot 7}{\pi \cdot 60} = 26,74 \text{ r.p.m.}$$

Por último se procederá al cálculo de la altura de la torre en función del diámetro del rotor, que para este tipo de aerogeneradores se puede aproximar mediante la siguiente expresión:

$$H = 0,75 \cdot D + 10 = 0,75 \cdot 60 + 10 = 55 \text{ m}$$

Como resumen se obtiene:

PREDISEÑO DEL ROTOR

PREDISEÑO DEL ROTOR	
D= diámetro del rotor	60 m
H= altura de la torre	55 m
N= velocidad de rotación	26,74 r.p.m.
v _{nom} = velocidad nominal	12 m/s

Figura 2: Tabla prediseño del rotor

3.3.- PREDIMENSIONAMIENTO DE LAS PALAS

Para llevar a cabo el diseño de las palas se ha seguido la teoría simplificada expuesta en el libro “Energía Eólica” de Desiré LE GOURIÉRÉS.

3.3.1.- Perfil aerodinámico

El elemento principal del motor eólico es la pala. Para poder dimensionarla correctamente es necesario conocer su forma general:

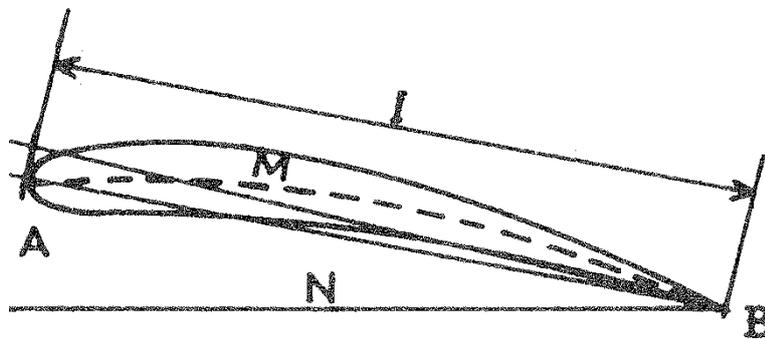


Figura 3: Perfil de la pala

AB: Se denomina cuerda de referencia del perfil

l: Se denomina profundidad del perfil

AMB: Se denomina extradós del perfil

ANB: Se denomina intradós del perfil

Borde de ataque: Se denomina a los puntos cercanos a la zona A

Borde de fuga: Se denomina a los puntos cercanos a la zona B

Para el presente Proyecto Fin de Grado se ha optado por un perfil NACA 23015 donde su curva polar (*curva que relaciona el coeficiente de arrastre con el de sustentación*) se representa a continuación:

“CURVA POLAR DEL PERFIL NACA 23015”

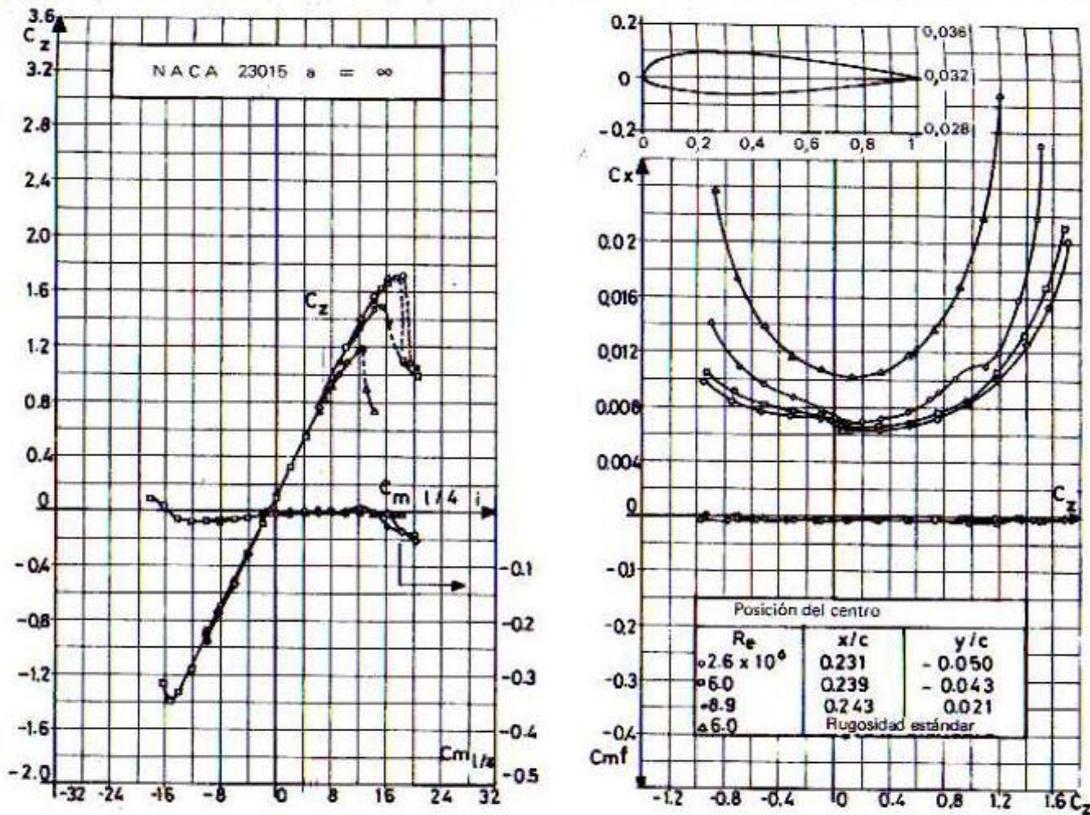


Figura 4: Curva polar del perfil NACA 23015

3.3.2.- Velocidad específica de la eólica

La velocidad específica de la eólica viene determinada por el coeficiente λ y se define como el cociente entre la velocidad tangencial en cualquier punto de la pala y la velocidad del viento.

$$\lambda = \frac{v_{tang}}{v_{nom}} = \frac{w \cdot R}{v_{nom}}$$

Siendo:

w : La velocidad angular del rotor en condiciones de viento nominales en rad/s

v_{nom} : La velocidad del viento nominal a la altura del buje, $v_{nom} = 12 \text{ m/s}$

R: Es el radio de la pala. $R = 30$ m

En el cálculo de la velocidad específica de la eólica se recomienda no tener en cuenta la rugosidad del terreno, para poder considerar que la velocidad del viento no varía con la altura (esto no es así, ya que realmente la velocidad del viento varía en función de la altura y de la rugosidad del terreno).

Por tanto cada punto de la pala tendrá una velocidad específica λ , la cual será máxima en la punta de la pala (λ_0) e irá decreciendo hasta hacerse nula en la unión de las palas con el buje tal y como se aprecia en la expresión:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{r}{R}$$

De donde:

r: es el radio, medido en metros, correspondiente a la sección a estudio de la pala respecto al centro del buje.

La velocidad específica óptima en la punta de la pala es un parámetro que viene fijado en función del tipo de aerogenerador. En este caso, al tratarse de un aerogenerador rápido (*dos a cuatro palas*) tripala, el rendimiento máximo se alcanza para el valor $\lambda_0 = 7$.

3.3.3.- Ángulos característicos de las palas

Existen tres ángulos característicos de las palas, como se puede apreciar en la figura:

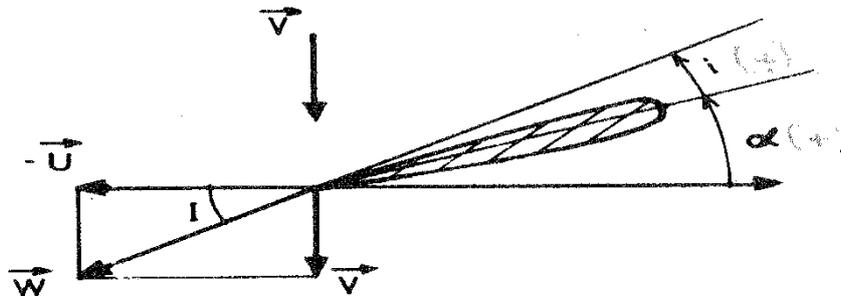


Figura 5: Ángulos característicos de las palas

En la pala se pueden distinguir tres zonas:

- Zona no aerodinámica: Es la parte de la pala que se une con el buje y que tiene una anchura constante de 1,750 metros.

- Zona de transición: Es la zona que adecua la anchura de la pala, adaptándola mediante un tramo de pala de pendiente constante, de la zona no aerodinámica (*anchura de 1,750 metros*) a la zona aerodinámica (*anchura de 5,79 metros*).

- Zona aerodinámica: Es la parte de la pala que tiene perfil aerodinámico. Va desde los 3 metros ($r = R \cdot 0,1$) hasta la punta de la pala ($R = 30$ metros).

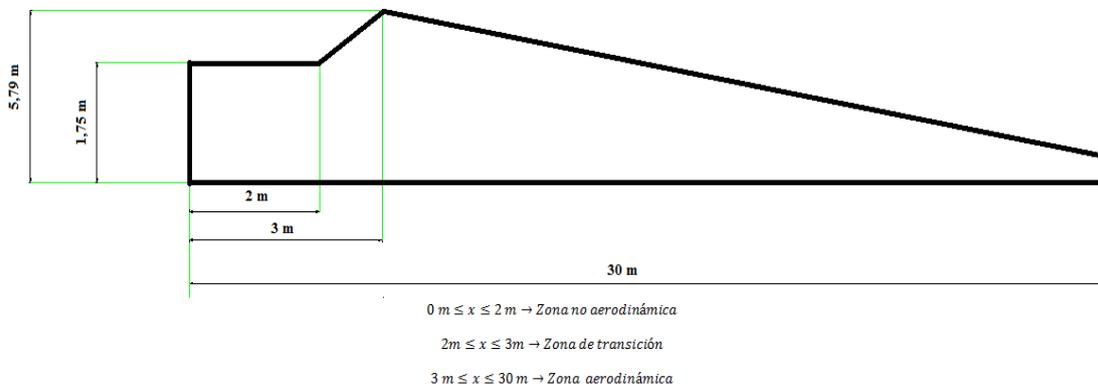


Figura 6: Zonas de la pala

Los tres ángulos van a ir variando para cada punto de la zona aerodinámica de la pala mediante unas ecuaciones que se muestran a continuación. En la siguiente tabla se refleja la variación de dichos ángulos con respecto a las secciones de la zona aerodinámica (*de 3 a 30 metros*) cada 250 milímetros:

**ÁNGULOS DE LA PALA, COEFICIENTES AERODINÁMICOS Y ANCHURAS
DE CADA SECCIÓN DE LA ZONA AERODINÁMICA**

r [mm]	λ_0	λ	$\cotg i$	i [rad]	i [°]	i [°]	α [°]	C_z	C_x	l [mm]
3000	7	0,70	1,050	0,761	43,60	12,00	31,60	1,42	0,0294	5792,94
3250	7	0,76	1,138	0,721	41,32	11,94	29,38	1,42	0,0289	5564,63
3500	7	0,82	1,225	0,685	39,23	11,88	27,35	1,42	0,0284	5348,19
3750	7	0,88	1,313	0,651	37,30	11,81	25,49	1,41	0,0279	5143,91
4000	7	0,93	1,400	0,620	35,54	11,75	23,79	1,40	0,0274	4951,68
4250	7	0,99	1,488	0,592	33,91	11,69	22,22	1,40	0,0268	4771,19
4500	7	1,05	1,575	0,566	32,41	11,63	20,79	1,39	0,0263	4601,96
4750	7	1,11	1,663	0,542	31,03	11,56	19,46	1,39	0,0258	4443,42
5000	7	1,17	1,750	0,519	29,74	11,50	18,24	1,38	0,0253	4294,96
5250	7	1,23	1,838	0,498	28,56	11,44	17,12	1,38	0,0247	4155,94
5500	7	1,28	1,925	0,479	27,45	11,38	16,08	1,37	0,0242	4025,75
5750	7	1,34	2,013	0,461	26,42	11,31	15,11	1,36	0,0237	3903,78
6000	7	1,40	2,100	0,444	25,46	11,25	14,21	1,36	0,0231	3789,47
6250	7	1,46	2,188	0,429	24,57	11,19	13,38	1,35	0,0226	3682,26
6500	7	1,52	2,275	0,414	23,73	11,13	12,60	1,34	0,0221	3581,67
6750	7	1,58	2,363	0,400	22,94	11,06	11,88	1,34	0,0215	3487,21
7000	7	1,63	2,450	0,388	22,20	11,00	11,20	1,33	0,0210	3398,45
7250	7	1,69	2,538	0,375	21,51	10,94	10,57	1,32	0,0205	3315,00
7500	7	1,75	2,625	0,364	20,85	10,88	9,98	1,32	0,0200	3236,49
7750	7	1,81	2,713	0,353	20,24	10,81	9,42	1,31	0,0195	3162,59
8000	7	1,87	2,800	0,343	19,65	10,75	8,90	1,30	0,0190	3092,97
8250	7	1,93	2,888	0,333	19,10	10,69	8,41	1,29	0,0185	3027,35
8500	7	1,98	2,975	0,324	18,58	10,63	7,95	1,29	0,0180	2965,49
8750	7	2,04	3,063	0,316	18,08	10,56	7,52	1,28	0,0176	2907,13
9000	7	2,10	3,150	0,307	17,61	10,50	7,11	1,27	0,0171	2852,06
9250	7	2,16	3,238	0,300	17,16	10,44	6,73	1,26	0,0167	2800,07
9500	7	2,22	3,325	0,292	16,74	10,38	6,36	1,25	0,0162	2750,99
9750	7	2,28	3,413	0,285	16,33	10,31	6,02	1,24	0,0158	2704,65
10000	7	2,33	3,500	0,278	15,95	10,25	5,70	1,24	0,0154	2660,88
10250	7	2,39	3,588	0,272	15,58	10,19	5,39	1,23	0,0151	2619,56
10500	7	2,45	3,675	0,266	15,22	10,13	5,10	1,22	0,0147	2580,54
10750	7	2,51	3,763	0,260	14,88	10,06	4,82	1,21	0,0144	2543,70
11000	7	2,57	3,850	0,254	14,56	10,00	4,56	1,21	0,0126	2486,55
11250	7	2,63	3,938	0,249	14,25	9,94	4,31	1,20	0,0125	2448,72
11500	7	2,68	4,025	0,244	13,95	9,88	4,08	1,20	0,0125	2412,53
11750	7	2,74	4,113	0,239	13,67	9,81	3,85	1,19	0,0124	2377,88

r [mm]	λ_0	λ	$\cotg l$	l [rad]	l [°]	i [°]	α [°]	C_z	C_x	l [mm]
12000	7	2,80	4,200	0,234	13,39	9,75	3,64	1,18	0,0123	2344,71
12250	7	2,86	4,288	0,229	13,13	9,69	3,44	1,18	0,0122	2312,92
12500	7	2,92	4,375	0,225	12,88	9,63	3,25	1,17	0,0122	2282,45
12750	7	2,98	4,463	0,220	12,63	9,56	3,07	1,16	0,0121	2253,24
13000	7	3,03	4,550	0,216	12,40	9,50	2,90	1,15	0,0120	2225,21
13250	7	3,09	4,638	0,212	12,17	9,44	2,73	1,15	0,0119	2198,32
13500	7	3,15	4,725	0,209	11,95	9,38	2,57	1,14	0,0119	2172,51
13750	7	3,21	4,813	0,205	11,74	9,31	2,43	1,13	0,0118	2147,72
14000	7	3,27	4,900	0,201	11,53	9,25	2,28	1,13	0,0117	2123,91
14250	7	3,33	4,988	0,198	11,34	9,19	2,15	1,12	0,0117	2101,04
14500	7	3,38	5,075	0,195	11,15	9,13	2,02	1,11	0,0116	2079,06
14750	7	3,44	5,163	0,191	10,96	9,06	1,90	1,11	0,0115	2057,93
15000	7	3,50	5,250	0,188	10,78	9,00	1,78	1,10	0,0114	2037,63
15250	7	3,56	5,338	0,185	10,61	8,94	1,67	1,09	0,0114	2018,10
15500	7	3,62	5,425	0,182	10,44	8,88	1,57	1,09	0,0113	1999,33
15750	7	3,68	5,513	0,179	10,28	8,81	1,47	1,08	0,0112	1981,28
16000	7	3,73	5,600	0,177	10,12	8,75	1,37	1,07	0,0112	1963,93
16250	7	3,79	5,688	0,174	9,97	8,69	1,28	1,06	0,0111	1947,24
16500	7	3,85	5,775	0,171	9,82	8,63	1,20	1,06	0,0110	1931,19
16750	7	3,91	5,863	0,169	9,68	8,56	1,12	1,05	0,0110	1915,75
17000	7	3,97	5,950	0,167	9,54	8,50	1,04	1,04	0,0109	1900,91
17250	7	4,03	6,038	0,164	9,40	8,44	0,97	1,04	0,0108	1886,65
17500	7	4,08	6,125	0,162	9,27	8,38	0,90	1,03	0,0108	1872,94
17750	7	4,14	6,213	0,160	9,14	8,31	0,83	1,02	0,0107	1859,76
18000	7	4,20	6,300	0,157	9,02	8,25	0,77	1,02	0,0107	1847,10
18250	7	4,26	6,388	0,155	8,90	8,19	0,71	1,01	0,0106	1834,94
18500	7	4,32	6,475	0,153	8,78	8,13	0,65	1,00	0,0105	1823,26
18750	7	4,38	6,563	0,151	8,66	8,06	0,60	0,99	0,0105	1812,05
19000	7	4,43	6,650	0,149	8,55	8,00	0,55	0,99	0,0104	1801,30
19250	7	4,49	6,738	0,147	8,44	7,94	0,50	0,98	0,0104	1790,99
19500	7	4,55	6,825	0,145	8,34	7,88	0,46	0,97	0,0103	1781,11
19750	7	4,61	6,913	0,144	8,23	7,81	0,42	0,97	0,0102	1771,65
20000	7	4,67	7,000	0,142	8,13	7,75	0,38	0,96	0,0102	1762,59
20250	7	4,73	7,088	0,140	8,03	7,69	0,34	0,95	0,0101	1753,93
20500	7	4,78	7,175	0,138	7,93	7,63	0,31	0,95	0,0101	1745,65
20750	7	4,84	7,263	0,137	7,84	7,56	0,28	0,94	0,0100	1737,75
21000	7	4,90	7,350	0,135	7,75	7,50	0,25	0,93	0,0100	1730,22
21250	7	4,96	7,438	0,134	7,66	7,44	0,22	0,93	0,0099	1723,05
21500	7	5,02	7,525	0,132	7,57	7,38	0,19	0,92	0,0098	1716,23
21750	7	5,08	7,613	0,131	7,48	7,31	0,17	0,91	0,0098	1709,75
22000	7	5,13	7,700	0,129	7,40	7,25	0,15	0,90	0,0097	1703,61
22250	7	5,19	7,788	0,128	7,32	7,19	0,13	0,90	0,0097	1697,80
22500	7	5,25	7,875	0,126	7,24	7,13	0,11	0,89	0,0096	1692,31

r [mm]	λ_0	λ	$\cotg l$	l [rad]	l [°]	i [°]	α [°]	C_z	C_x	l [mm]
22750	7	5,31	7,963	0,125	7,16	7,06	0,10	0,88	0,0096	1687,14
23000	7	5,37	8,050	0,124	7,08	7,00	0,08	0,88	0,0095	1682,29
23250	7	5,43	8,138	0,122	7,01	6,94	0,07	0,87	0,0095	1677,74
23500	7	5,48	8,225	0,121	6,93	6,88	0,06	0,86	0,0094	1673,50
23750	7	5,54	8,313	0,120	6,86	6,81	0,05	0,86	0,0094	1669,55
24000	7	5,60	8,400	0,118	6,79	6,75	0,04	0,85	0,0093	1665,90
24250	7	5,66	8,488	0,117	6,72	6,69	0,03	0,84	0,0093	1662,55
24500	7	5,72	8,575	0,116	6,65	6,63	0,03	0,84	0,0092	1659,48
24750	7	5,78	8,663	0,115	6,59	6,56	0,02	0,83	0,0092	1656,70
25000	7	5,83	8,750	0,114	6,52	6,50	0,02	0,82	0,0091	1654,20
25250	7	5,89	8,838	0,113	6,46	6,44	0,02	0,81	0,0091	1651,98
25500	7	5,95	8,925	0,112	6,39	6,38	0,02	0,81	0,0090	1650,04
25750	7	6,01	9,013	0,111	6,33	6,31	0,02	0,80	0,0090	1648,37
26000	7	6,07	9,100	0,109	6,27	6,25	0,02	0,79	0,0089	1646,98
26250	7	6,13	9,188	0,108	6,21	6,19	0,02	0,79	0,0089	1645,87
26500	7	6,18	9,275	0,107	6,15	6,13	0,03	0,78	0,0088	1645,02
26750	7	6,24	9,363	0,106	6,10	6,06	0,03	0,77	0,0088	1644,45
27000	7	6,30	9,450	0,105	6,04	6,00	0,04	0,77	0,0088	1644,15
27250	7	6,36	9,538	0,104	5,99	5,94	0,05	0,76	0,0087	1644,12
27500	7	6,42	9,625	0,104	5,93	5,88	0,06	0,75	0,0087	1644,37
27750	7	6,48	9,713	0,103	5,88	5,81	0,07	0,75	0,0086	1644,88
28000	7	6,53	9,800	0,102	5,83	5,75	0,08	0,74	0,0086	1645,67
28250	7	6,59	9,888	0,101	5,78	5,69	0,09	0,73	0,0086	1646,73
28500	7	6,65	9,975	0,100	5,72	5,63	0,10	0,72	0,0085	1648,06
28750	7	6,71	10,063	0,099	5,68	5,56	0,11	0,72	0,0085	1649,67
29000	7	6,77	10,150	0,098	5,63	5,50	0,13	0,71	0,0084	1651,55
29250	7	6,83	10,238	0,097	5,58	5,44	0,14	0,70	0,0084	1653,72
29500	7	6,88	10,325	0,097	5,53	5,38	0,16	0,70	0,0084	1656,17
29750	7	6,94	10,413	0,096	5,49	5,31	0,17	0,69	0,0083	1658,90
30000	7	7,00	10,500	0,095	5,44	5,25	0,19	0,68	0,0083	1661,92

Figura 7: Tabla ángulos, coeficientes y anchura de cada sección aerodinámica

3.3.3.1.- Ángulo de inclinación I

Es el ángulo formado por la velocidad relativa w (la resultante de sumar vectorialmente la velocidad V del viento y un vector velocidad opuesto a la velocidad $-U = 2\pi \cdot r \cdot N$ debida a la rotación de la hélice alrededor de su eje) y dicho vector velocidad $-U$.

La siguiente expresión muestra en valor óptimo del ángulo de inclinación para cada valor de r :

$$\cotg I = \frac{3}{2} \lambda_0 \frac{r}{R}$$

3.3.3.2.- Angulo de incidencia i

Es el ángulo formado por la cuerda del perfil y la dirección de la velocidad relativa w .

El ángulo de incidencia sigue una ley de variación en función del perfil aerodinámico de la pala. En este caso, para el perfil NACA 23015 sigue la siguiente expresión:

$$i = 12,75 - 7,5 \frac{r}{R}$$

El ángulo de incidencia varía, por tanto, desde $5,25^\circ$ en el extremo de la pala ($r = R$) hasta 12° a la distancia $r = R \cdot 0,1$ del eje. De esta forma se ha asegurado un rendimiento conveniente debido a que las incidencias escogidas se encuentran en la parte ascendente de la curva polar.

En la zona de transición, el ángulo variará de forma lineal hasta hacerse cero para toda la zona no aerodinámica.

3.3.3.3.- Angulo de asiento α

Es el ángulo formado por la dirección U y la cuerda del perfil. Al haber definido los otros dos ángulos característicos de la pala, este último se puede calcular como diferencia entre ángulo de inclinación y el de incidencia:

$$\alpha = I - i$$

Se puede observar que la pala tiene una ligera curvatura a lo largo de su eje longitudinal. Esto es así en parte para asegurar que la pala pierde la sustentación de forma gradual, en lugar de hacerlo bruscamente, cuando la velocidad del viento alcanza

su valor crítico. De esta forma se consigue que el aire incida a la pala según la ley de ángulos de incidencia expuesta en el apartado 3.3.3.2.

3.3.4.- Coeficientes aerodinámicos

El estudio de las acciones aerodinámicas se realiza calculando las proyecciones de la fuerza resultante F sobre un sistema de ejes a los cuales se refiere la velocidad relativa del viento V . Se define así:

- Una componente F_z normal a la velocidad V orientada positivamente de abajo arriba y denominada fuerza de sustentación.
- Una componente F_x paralela a la velocidad V , que se denomina fuerza de arrastre.

COMPONENTES DE LA FUERZA ACTUANTE SOBRE EL PERFIL

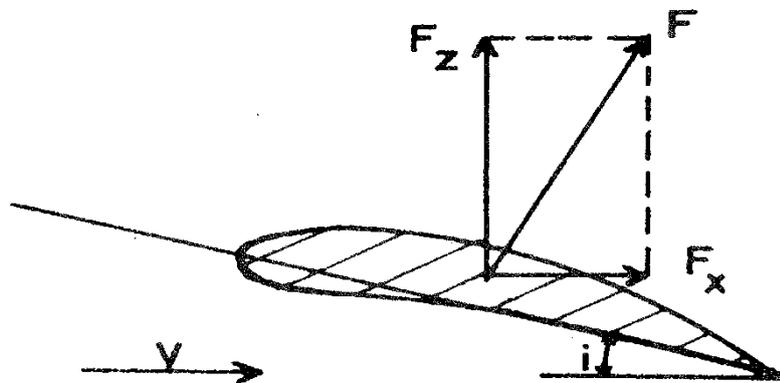


Figura 8: Componentes de la fuerza actuante sobre el perfil

Los coeficientes aerodinámicos son números adimensionales que se emplean para conocer las fuerzas de sustentación y arrastre, así como los momentos que éstas generan sobre un elemento aerodinámico, en este caso la pala del perfil. Son función del tipo de perfil y del ángulo de incidencia calculado anteriormente.

Los coeficientes para las diferentes secciones de la zona aerodinámica de la pala estudiados se muestran en la Figura 7.

3.3.4.1.- Coeficiente de sustentación C_z

La variación del coeficiente de sustentación en función de la incidencia está determinada por el tipo de perfil (*NACA 23015*) y viene definida por las siguientes expresiones:

$$C_z(i) = 0,1 + 0,111 \cdot i \quad \text{Para } i \leq 10^\circ$$

$$C_z(i) = 1,5 - 0,0188 \cdot (i - 14)^2 \quad \text{Para } 10^\circ < i < 15^\circ$$

3.3.4.2.- Coeficiente de arrastre C_x

La variación del coeficiente de arrastre en función de la incidencia está determinada por el tipo de perfil (*NACA 23015*) y viene definida por las siguientes expresiones:

$$C_x(i) = 0,007 + 0,0055 \cdot (C_z(i) - 0,2)^2 \quad \text{Para } i \leq 10^\circ$$

$$C_x(i) = 0,0125 + 0,16 \cdot (C_z(i) - 1,1)^2 \quad \text{Para } 10^\circ < i < 15^\circ$$

3.3.5.- Anchura de la pala (l)

Se refiere a la longitud de la cuerda de las diferentes secciones de la pala.

3.3.5.1.- Zona aerodinámica

La anchura óptima de cada sección de la pala en la zona aerodinámica viene definida por la siguiente expresión:

$$l = \frac{16 \cdot \pi \cdot R}{C_z \cdot p \cdot 9 \cdot \lambda_o \sqrt{\lambda_o^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{4}{9}}}$$

Donde:

C_z : Es el coeficiente de sustentación para cada sección de la pala en la zona aerodinámica

p : Es el número de palas. Para el presente Proyecto Fin de Grado $p = 3$

l : Anchura de cada sección en milímetros

r : es el radio, medido en milímetros, correspondiente a la sección a estudio de la pala respecto al centro del buje

R : Es el radio de la pala. $R = 30.000$ mm

Las anchuras óptimas para las diferentes secciones de la pala en la zona aerodinámica se muestran en la Figura 7.

3.3.5.2.- Zona de transición

En esta zona las anchuras disminuyen linealmente. La anchura va decreciendo desde el límite inferior de la zona aerodinámica ($r = 3$ metros) hasta el límite superior de la zona no aerodinámica ($r = 2$ metros).

La ecuación de la recta que describe la disminución de la anchura viene definida por:

$$l(r) = l_A + \left[\frac{l_B - l_A}{r_B - r_A} \cdot (r - r_A) \right]$$

Siendo:

l_A : Anchura del límite superior de la zona no aerodinámica, $l_A = 1.750$ mm

l_B : Anchura del límite inferior de la zona aerodinámica, $l_B = 5.792,94$ mm

r_A : radio del límite superior de la zona no aerodinámica, $r_A = 2.000$ mm

r_B : radio del límite inferior de la zona aerodinámica, $r_B = 3.000$ mm

r : radio de la sección a estudio de la zona de transición en milímetros

Las anchuras óptimas para las diferentes secciones de la pala en la zona de transferencia se muestran en la siguiente tabla:

ANCHURA DE LAS SECCIONES EN LA ZONA DE TRANSFERENCIA

l_A	1750	l_B	5792,94
r_A	2000	r_B	3000

r (mm)	$l(r)$
2000	1750
2050	1952,147
2100	2154,294
2150	2356,441
2200	2558,588
2250	2760,735
2300	2962,882
2350	3165,029
2400	3367,176
2450	3569,323
2500	3771,47
2550	3973,617
2600	4175,764
2650	4377,911
2700	4580,058
2750	4782,205
2800	4984,352
2850	5186,499
2900	5388,646
2950	5590,793
3000	5792,94

Figura9: Tabla anchura de las secciones en la zona de transición

3.3.5.3.- Zona no aerodinámica

En esta zona la anchura es constante, de valor igual a 1,6 metros.

3.3.6.- Estimación de la masa de la pala

Conocido el radio del rotor, se procederá de manera aproximada a la obtención de la masa de la pala tomando como guía la gráfica realizada por National Renewable Energy Laboratory en base a datos de distintos fabricantes.

La gráfica se puede observar a continuación:

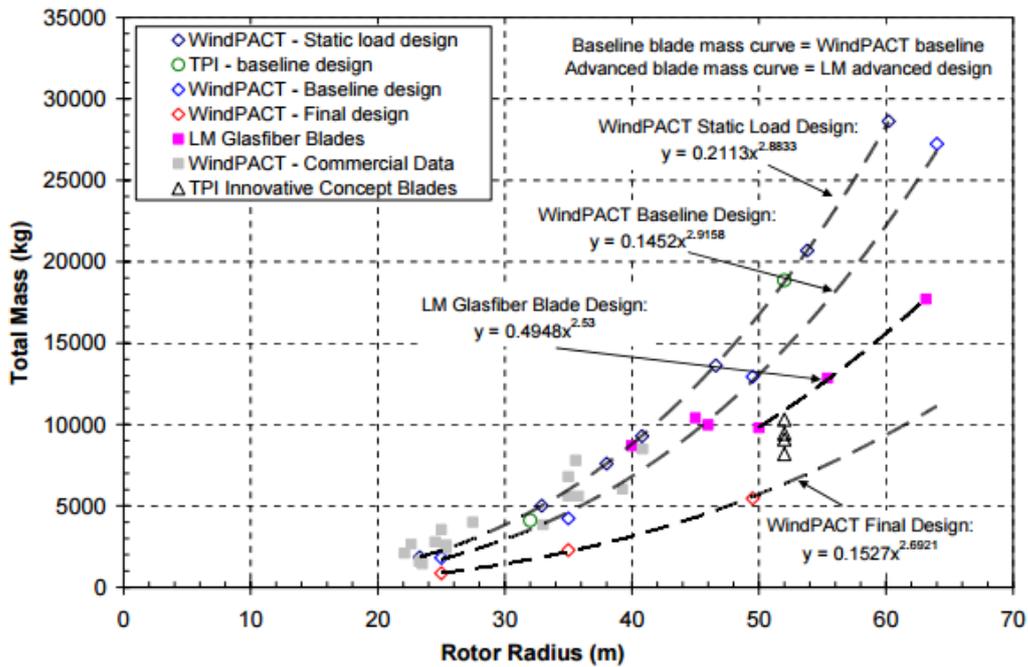


Figure 1. Blade mass scaling relationship.

Baseline: mass = $0.1452 \cdot R^{2.9158}$ per blade
 Advanced: mass = $0.4948 \cdot R^{2.53}$ per blade
 where R = rotor radius

Figura 10: Masa de la pala en función del radio del rotor y del material

El material más empleado para la fabricación de palas para este tipo de aerogeneradores es la fibra de vidrio, por lo tanto, se adoptará como el material elegido para el presente diseño. Su distribución de masas sigue la siguiente ecuación:

$$m_{pala} = 0,4948 \cdot R^{2,53} = 0,4948 \cdot 30^{2,53} \approx 2.701 \text{ kg}$$

3.4.- FUERZAS SOBRE EL ROTOR

Para el cálculo de las fuerzas sobre el rotor se han seguido los libros “Energía Eólica” de Desiré LE GOURIÉRÉS y “Sistemas eólicos de producción de energía eléctrica” de RODRIGUEZ AMENEDO, J.L., y Otros.

Se pueden clasificar dichas fuerzas en función de su duración en: estacionarias, transitorias y cíclicas.

3.4.1.- Fuerzas estacionarias

Son fuerzas cuyos módulos y direcciones permanecen constantes a lo largo del tiempo. Se dividen en fuerzas de origen aerodinámico y fuerzas de origen inercial, como la fuerza centrífuga.

Las dos alcanzan su máximo valor para la velocidad nominal del viento (*donde la velocidad de giro del rotor es máxima*).

3.4.1.1.- Fuerzas aerodinámicas

Son las producidas al incidir el viento sobre la pala en la zona aerodinámica.

Para velocidades de viento superiores a la nominal, el sistema de control de paso de pala (*sistema activo de ángulo de paso variable <<pitch regulation >>*) modifica el ángulo de ataque del perfil, induciendo pérdidas de carga, para reducir las fuerzas sobre el rotor.

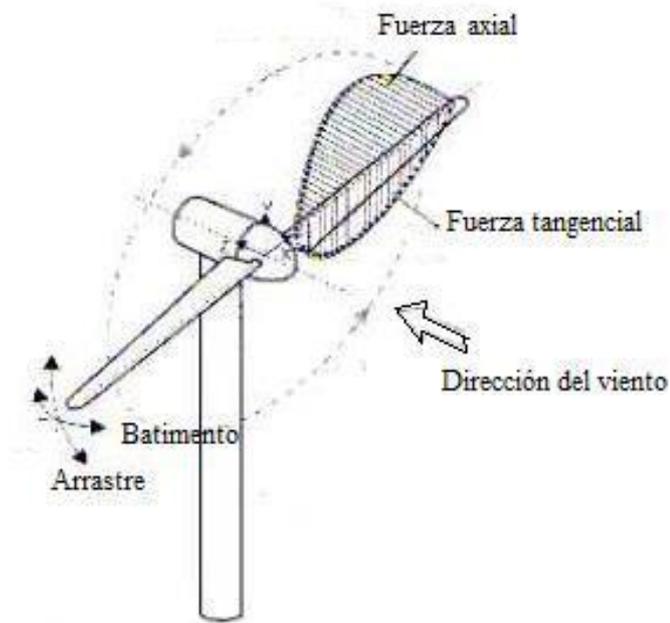


Figura 11: Fuerzas del viento sobre la pala

Las fuerzas axial y tangencial generadas por el viento sobre un elemento de pala de superficie dS se obtienen de la siguiente expresión:

$$dF_{axial} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot p \cdot l \cdot (1 + \cotg^2 I) \cdot (C_z \cdot \cos I + C_x \cdot \sen I) \cdot dS$$

$$dF_{tang} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot p \cdot l \cdot (1 + \cotg^2 I) \cdot (C_z \cdot \sen I + C_x \cdot \cos I) \cdot dS$$

El par desarrollado por las fuerzas tangenciales (*momento de arrastre o torsor*), asociado a un elemento de pala de superficie dS viene determinado por:

$$dM_{TORSOR} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot r \cdot (1 + \cotg^2 I) \cdot (C_z \cdot \sen I - C_x \cdot \cos I) \cdot dS$$

Siendo:

ρ : Densidad del viento en condiciones de funcionamiento nominal. $\rho = 1,27 \text{ kg/m}^3$.

V : Velocidad del viento a su paso por las palas.

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Donde:

V_1 : Es la velocidad nominal del viento antes de pasar por las palas. $V_1 = 12$ m/s.

V_2 : Es la velocidad nominal del viento después de pasar por las palas. Para que la potencia obtenida sea máxima, se considerará:
 $V_2 = V_1 / 3 = 4$ m/s.

Luego:

$$V = \frac{12 + 4}{2} = 8 \text{ m/s}$$

A su vez, dS es diferencial de superficie: $dS = p \cdot l \cdot dr$:

p : Número de palas, $p = 3$

l : Anchura de la pala en cada sección diferencial

dr : Distancia entre secciones en la zona aerodinámica, $dr = 0,25$ m

Si se integra las expresiones anteriores entre r y $r+dr$ obtendremos las expresiones de las fuerzas y momento deseadas:

$$F_{axial} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot p \cdot l \cdot (1 + \cot^2 I) \cdot (C_z \cdot \cos I + C_x \cdot \sin I) \cdot [r]_r^{r+dr}$$

$$F_{tang} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot p \cdot l \cdot (1 + \cot^2 I) \cdot (C_z \cdot \sin I + C_x \cdot \cos I) \cdot [r]_r^{r+dr}$$

$$M_{TORSOR} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot p \cdot l \cdot (1 + \cot^2 I) \cdot (C_z \cdot \sin I - C_x \cdot \cos I) \cdot \left[\frac{r^2}{2} \right]_r^{r+dr}$$

En la siguiente tabla se pueden observar las fuerzas y momentos actuantes en cada sección diferencial de la pala a lo largo de la zona aerodinámica para el caso de viento nominal:

**FUERZAS Y MOMENTOS ACTUANTES EN LA ZONA
AERODINÁMICA**

r [mm]	F_{AXIAL} [N]	F_{TANG} [N]	M_{TORSOR} [N*m]	$F_{AXIAL} * r$ [N*m]	Potencia[kw]
3.000	390,54	372,68	1.115,27	1.171,63	2.997,84
3.250	422,36	373,22	1.202,66	1.372,68	3.242,72
3.500	454,18	373,75	1.289,85	1.589,62	3.487,03
3.750	485,99	374,25	1.376,85	1.822,47	3.730,83
4.000	517,80	374,73	1.463,69	2.071,21	3.974,15
4.250	549,61	375,19	1.550,39	2.335,86	4.217,05
4.500	581,42	375,63	1.636,94	2.616,41	4.459,56
4.750	613,23	376,05	1.723,38	2.912,85	4.701,74
5.000	645,04	376,45	1.809,72	3.225,20	4.943,62
5.250	676,85	376,83	1.895,97	3.553,44	5.185,26
5.500	708,65	377,19	1.982,15	3.897,58	5.426,69
5.750	740,46	377,52	2.068,27	4.257,62	5.667,95
6.000	772,26	377,84	2.154,35	4.633,57	5.909,08
6.250	804,07	378,13	2.240,40	5.025,41	6.150,13
6.500	835,87	378,41	2.326,44	5.433,16	6.391,12
6.750	867,68	378,66	2.412,46	5.856,82	6.632,08
7.000	899,48	378,90	2.498,49	6.296,38	6.873,04
7.250	931,29	379,12	2.584,53	6.751,85	7.114,03
7.500	963,10	379,33	2.670,59	7.223,23	7.355,06
7.750	994,91	379,52	2.756,66	7.710,53	7.596,14
8.000	1.026,72	379,69	2.842,76	8.213,74	7.837,28
8.250	1.058,53	379,85	2.928,89	8.732,88	8.078,49
8.500	1.090,35	380,00	3.015,04	9.267,94	8.319,76
8.750	1.122,16	380,14	3.101,20	9.818,93	8.561,07
9.000	1.153,98	380,27	3.187,38	10.385,86	8.802,40
9.250	1.185,81	380,39	3.273,55	10.968,72	9.043,72
9.500	1.217,64	380,51	3.359,70	11.567,53	9.284,99
9.750	1.249,47	380,62	3.445,82	12.182,30	9.526,15
10.000	1.281,30	380,74	3.531,87	12.813,02	9.767,15
10.250	1.313,14	380,86	3.617,84	13.459,72	10.007,90
10.500	1.344,99	380,99	3.703,68	14.122,39	10.248,31
10.750	1.376,84	381,12	3.789,37	14.801,04	10.488,27
11.000	1.408,22	379,42	3.895,39	15.490,41	10.784,53
11.250	1.440,14	379,75	3.979,20	16.201,54	11.019,32
11.500	1.472,05	380,08	4.062,85	16.928,62	11.253,65
11.750	1.503,97	380,40	4.146,32	17.671,66	11.487,50
12.000	1.535,89	380,73	4.229,63	18.430,67	11.720,88
12.250	1.567,81	381,06	4.312,77	19.205,63	11.953,78
12.500	1.599,72	381,39	4.395,74	19.996,56	12.186,20
12.750	1.631,64	381,72	4.478,53	20.803,45	12.418,14
13.000	1.663,56	382,05	4.561,15	21.626,30	12.649,59
13.250	1.695,48	382,38	4.643,60	22.465,11	12.880,56
13.500	1.727,40	382,71	4.725,87	23.319,88	13.111,03

r [mm]	F_{AXIAL} [N]	F_{TANG} [N]	M_{TORSOR} [N*m]	$F_{AXIAL} * r$ [N*m]	Potencia[kw]
13.750	1.759,32	383,05	4.807,96	24.190,61	13.341,00
14.000	1.791,24	383,38	4.889,87	25.077,31	13.570,47
14.250	1.823,16	383,72	4.971,60	25.979,96	13.799,44
14.500	1.855,07	384,05	5.053,15	26.898,58	14.027,90
14.750	1.886,99	384,39	5.134,52	27.833,16	14.255,84
15.000	1.918,91	384,73	5.215,70	28.783,71	14.483,26
15.250	1.950,83	385,07	5.296,69	29.750,21	14.710,16
15.500	1.982,75	385,41	5.377,49	30.732,68	14.936,52
15.750	2.014,67	385,75	5.458,10	31.731,12	15.162,35
16.000	2.046,59	386,09	5.538,52	32.745,51	15.387,64
16.250	2.078,52	386,44	5.618,74	33.775,87	15.612,38
16.500	2.110,44	386,78	5.698,76	34.822,20	15.836,56
16.750	2.142,36	387,13	5.778,58	35.884,48	16.060,17
17.000	2.174,28	387,48	5.858,20	36.962,74	16.283,22
17.250	2.206,20	387,83	5.937,61	38.056,95	16.505,69
17.500	2.238,12	388,19	6.016,81	39.167,13	16.727,57
17.750	2.270,04	388,54	6.095,79	40.293,28	16.948,86
18.000	2.301,97	388,90	6.174,56	41.435,39	17.169,55
18.250	2.333,89	389,26	6.253,12	42.593,47	17.389,62
18.500	2.365,81	389,62	6.331,45	43.767,51	17.609,07
18.750	2.397,73	389,99	6.409,55	44.957,52	17.827,88
19.000	2.429,66	390,36	6.487,42	46.163,49	18.046,06
19.250	2.461,58	390,73	6.565,06	47.385,44	18.263,58
19.500	2.493,50	391,10	6.642,46	48.623,35	18.480,44
19.750	2.525,43	391,47	6.719,62	49.877,22	18.696,62
20.000	2.557,35	391,85	6.796,54	51.147,07	18.912,11
20.250	2.589,28	392,23	6.873,20	52.432,88	19.126,90
20.500	2.621,20	392,62	6.949,61	53.734,66	19.340,97
20.750	2.653,13	393,00	7.025,76	55.052,41	19.554,32
21.000	2.685,05	393,40	7.101,64	56.386,13	19.766,92
21.250	2.716,98	393,79	7.177,25	57.735,81	19.978,76
21.500	2.748,91	394,19	7.252,58	59.101,47	20.189,84
21.750	2.780,83	394,59	7.327,63	60.483,10	20.400,12
22.000	2.812,76	395,00	7.402,39	61.880,69	20.609,59
22.250	2.844,69	395,41	7.476,86	63.294,26	20.818,24
22.500	2.876,61	395,82	7.551,02	64.723,80	21.026,05
22.750	2.908,54	396,24	7.624,88	66.169,32	21.233,00
23.000	2.940,47	396,66	7.698,42	67.630,80	21.439,06
23.250	2.972,40	397,09	7.771,64	69.108,26	21.644,23
23.500	3.004,33	397,52	7.844,53	70.601,69	21.848,47
23.750	3.036,26	397,96	7.917,08	72.111,09	22.051,76
24.000	3.068,19	398,41	7.989,28	73.636,47	22.254,09
24.250	3.100,12	398,85	8.061,13	75.177,83	22.455,42

r [mm]	F_{AXIAL} [N]	F_{TANG} [N]	M_{TORSOR} [N*m]	$F_{AXIAL} * r$ [N*m]	Potencia[kw]
24.500	3.132,05	399,31	8.132,62	76.735,16	22.655,74
24.750	3.163,98	399,77	8.203,73	78.308,46	22.855,01
25.000	3.195,91	400,24	8.274,46	79.897,75	23.053,22
25.250	3.227,84	400,71	8.344,79	81.503,00	23.250,32
25.500	3.259,77	401,19	8.414,72	83.124,24	23.446,29
25.750	3.291,71	401,67	8.484,24	84.761,46	23.641,11
26.000	3.323,64	402,17	8.553,33	86.414,65	23.834,74
26.250	3.355,57	402,67	8.621,98	88.083,83	24.027,14
26.500	3.387,51	403,18	8.690,19	89.768,99	24.218,29
26.750	3.419,44	403,69	8.757,93	91.470,12	24.408,14
27.000	3.451,38	404,21	8.825,19	93.187,24	24.596,66
27.250	3.483,32	404,75	8.891,96	94.920,35	24.783,81
27.500	3.515,25	405,29	8.958,23	96.669,43	24.969,55
27.750	3.547,19	405,84	9.023,98	98.434,51	25.153,83
28.000	3.579,13	406,40	9.089,19	100.215,56	25.336,63
28.250	3.611,07	406,96	9.153,85	102.012,61	25.517,87
28.500	3.643,00	407,54	9.217,94	103.825,64	25.697,53
28.750	3.674,94	408,13	9.281,45	105.654,66	25.875,55
29.000	3.706,89	408,73	9.344,35	107.499,67	26.051,88
29.250	3.738,83	409,34	9.406,62	109.360,67	26.226,46
29.500	3.770,77	409,96	9.468,25	111.237,67	26.399,23
29.750	3.802,71	410,60	9.529,21	113.130,66	26.570,15
30.000	3.834,65	411,24	9.589,48	115.039,64	26.739,14

Figura 12: Tabla fuerzas y momentos actuantes en la zona aerodinámica

Se obtienen los siguientes valores:

ΣF_{AXIAL} [N]	ΣF_{TANG} [N]	ΣM_{TORSOR} [N*m]	$\Sigma F_{AXIAL} * r$ [N*m]	ΣP [kw]
230.114	42.398	608.418	4.657.384	1.690.576

Además, el momento flector generado por las fuerzas axiales sobre la raíz de una única pala (*momento de batimiento*) se calcula de acuerdo a la expresión:

$$M_F = \frac{\Sigma F_{axial} \cdot r}{3} = \frac{4.657.384}{3} = 1.552.461 [N \cdot m]$$

3.4.1.2.- Fuerza centrífuga

Estas cargas no son especialmente relevantes en aerogeneradores debido a su baja velocidad de giro en comparación con otros tipos de rotores que giran a mayor velocidad (*helicópteros, turbinas de gas,...*).

La fuerza centrífuga para una pala será

$$F_c = m_{pala} \cdot \omega^2 \cdot \frac{R}{3}$$

Siendo:

$$m_{pala} = 2.701 \text{ [kg]}$$

w: Velocidad angular del rotor en condiciones nominales, $\omega = 2,8 \text{ rad/s}$

R: radio de las palas, $R = 30 \text{ [m]}$

Por lo que:

$$F_c = 2.701 \cdot 2,8^2 \cdot \frac{30}{3} = 211.758,4 \text{ [N]}$$

3.4.2.- Cargas transitorias

El cálculo de las cargas que actúan sobre un aerogenerador se debe realizar tanto en condiciones de operación normal, como durante procesos de operación (*de parada de emergencia, arranque,...*).

En estas situaciones, los esfuerzos que deben soportar los elementos mecánicos del sistema son mayores y se deben considerar en el diseño.

3.4.2.1.- Ráfagas

La velocidad del viento puede cambiar de manera brusca durante un cierto periodo de tiempo (*ráfagas*) sin que el sistema de control de paso de pala tenga tiempo de variar el ángulo de ataque.

Dado que no son cargas de carácter predecible, para su determinación en los cálculos se ponderarán el valor de las fuerzas aerodinámicas mediante un coeficiente de valor 1,1:

$$F_{\text{AXIAL TOTAL}} = 1,1 \cdot 230.114 = \mathbf{253.125,4 \text{ [N]}}$$

$$F_{\text{TANG TOTAL}} = 1,1 \cdot 42.398 = \mathbf{46.637,8 \text{ [N]}}$$

$$M_{\text{TORSOR TOTAL}} = 1,1 \cdot 608.418 = \mathbf{669.259,8 \text{ [N} \cdot \text{m]}}$$

$$M_{\text{FLECTOR}} = 1,1 \cdot 1.552.461 = \mathbf{1.707.707,1 \text{ [N} \cdot \text{m]}}$$

3.4.3.- Cargas cíclicas

Son las cargas que influyen de manera decisiva en los cálculos a fatiga de los materiales del aerogenerador.

3.4.3.1.- Cargas gravitatorias

Es habitual dotar al eje de giro del rotor eólico de un ángulo de inclinación con respecto al plano horizontal, de 5° en el presente Proyecto Fin de Grado, con el propósito de aumentar la distancia entre la torre y la pala cuando esta pasa por la zona de influencia de la torre.

Debido a esto, el peso de las palas genera un momento flector sobre la raíz de la pala y sobre el eje de giro que se indica a continuación:

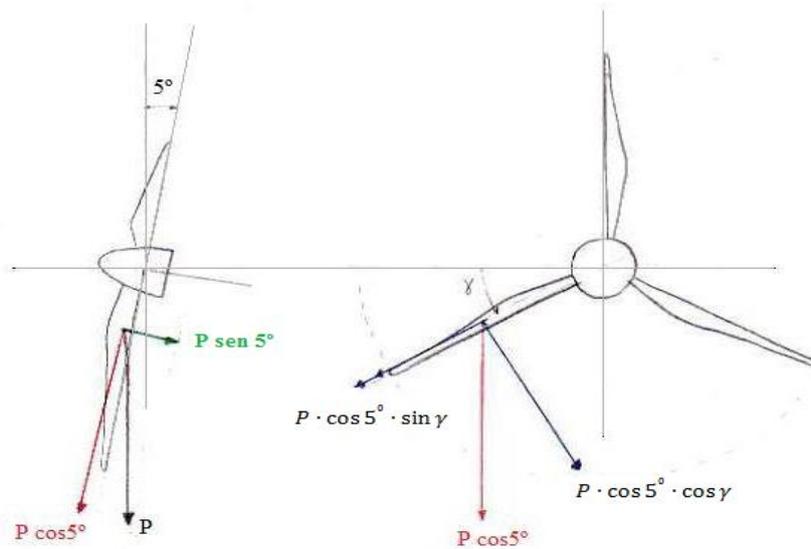


Figura 13: Peso de la propia pala

Cargas sobre la raíz de la pala

$$F_{AXIAL} = P \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \sin \gamma = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \sin \gamma \approx 26.396 \cdot \sin \gamma \text{ [N]}$$

$$F_{CORTANTE} = P \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \cos \gamma = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \cos \gamma \approx 2.309 \cdot \cos \gamma \text{ [N]}$$

$$M_{FLECTOR} = P \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \frac{R}{3} = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \frac{30}{3} \approx 23.093 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Cargas sobre el eje principal

$$F_{AXIAL} = P \cdot \sin 5^{\circ} = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \sin 5^{\circ} \approx 2.309 \text{ [N]}$$

$$F_{CORTANTE 1} = P \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \cos \gamma = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \cos \gamma \approx 26.396 \cdot \cos \gamma \text{ [N]}$$

$$F_{CORTANTE 2} = P \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \sin \gamma = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \sin \gamma \approx 26.396 \cdot \sin \gamma \text{ [N]}$$

$$M_{FLECTOR} = P \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \frac{R}{3} = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \sin 5^{\circ} \cdot \frac{30}{3} \approx 23.093 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

$$M_{TORSOR} = P \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \cos \gamma \cdot \frac{R}{3} = 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^{\circ} \cdot \sin \gamma \cdot \frac{30}{3} \\ \approx 263.960 \cdot \sin \gamma \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

3.5.- SISTEMA DE ORIENTACIÓN DE LAS PALAS

Con el fin de controlar la potencia y las revoluciones del rotor, los aerogeneradores modernos están dotados de dispositivos mecánicos que se encargan de hacer girar las palas sobre su propio eje longitudinal, lo que se conoce como control de paso o pitch controller, estos sistemas se controlan de forma independiente en cada pala lo que proporciona un gran control sobre el rendimiento del aerogenerador.

Dichos sistemas tienen en la unión de la raíz de la pala y el buje del aerogenerador una corona dentada y un motor reductor, para dimensionar dichos componentes se deben de obtener primero las fuerzas y momentos que el viento genera en dicho punto.

3.5.1.- Posiciones límite de las palas

La velocidad del viento varía con la altura lo que a su vez provoca una variación de la fuerza axial sobre las palas del aerogenerador por lo que la pala situada a mayor altura soportará una carga axial mayor que las otras dos.

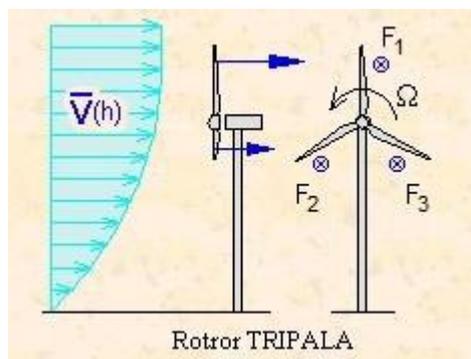


Figura 14: Variación de la velocidad con la altura

En un rotor tripala se admite que la carga en la pala superior queda equilibrada por las otras dos, así se obtiene la ecuación:

$$F_1 = F_2 + F_3$$

Además:

$$F_2 = F_3$$

$$F_{\text{AXIAL TOTAL}} = F_1 + F_2 + F_3$$

Se tiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que proporciona la distribución de la fuerza axial en cada pala con relación a su posición de giro, los datos obtenidos tras la resolución del sistema se muestran en la figura:

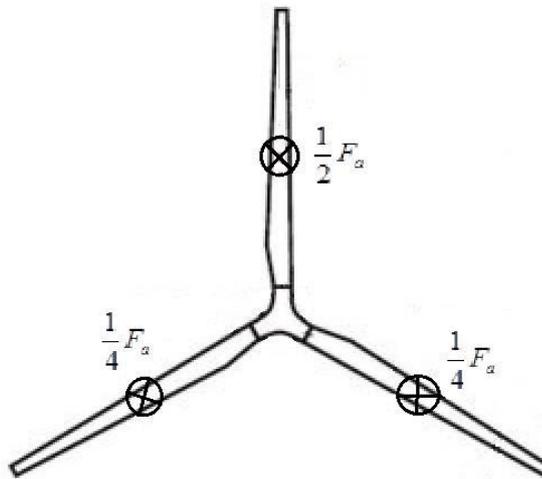


Figura 95: Fuerza axial de cada pala en función de su posición

Como las palas se encuentran en rotación alrededor del eje del aerogenerador y la fuerza varía con la altura se tendrá que estudiar la pala en las cuatro posiciones límite que se muestran en la figura, con la distribución de fuerzas correspondiente a cada posición de estudio.

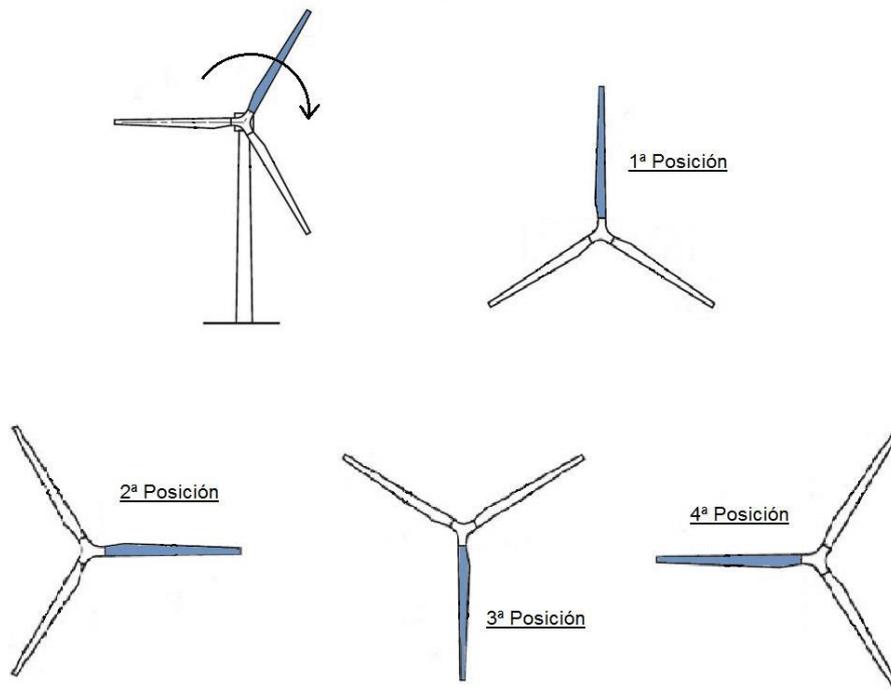


Figura 106: Posiciones límite de las palas

3.5.2.- Fuerzas y momentos sobre la raíz de la pala

Las fuerzas que actúan en el centro de gravedad de la pala son la fuerza debida al peso (\mathbf{P} , detallado en el apartado 3.4.3.1.- Cargas gravitatorias), la fuerza centrífuga (\mathbf{F}_c) y la fuerza axial (\mathbf{F}_{AXIAL}) que variarán con relación a cada posición de estudio. Se tiene constancia de que el ángulo de inclinación del eje del rotor eólico para el presente Proyecto Fin de Grado es de 5° . Dichas fuerzas han sido previamente calculadas en el apartado 3.4 Fuerzas sobre el rotor:

$$\mathbf{P} = m \cdot g = 2.701 \cdot 9,81 = \mathbf{26.496,81 [N]}$$

$$\mathbf{F}_c = 2.701 \cdot 2,8^2 \cdot \frac{30}{3} = \mathbf{211.758,4 [N]}$$

$$\mathbf{F}_{AXIAL\ TOTAL} = 1,1 \cdot 230.114 = \mathbf{253.125,4 [N]}$$

Estas fuerzas a su vez generan unos momentos en la raíz de la pala, se procederá al cálculo de los esfuerzos a los que se ve sometida la sección para cada posición:

1ª Posición:

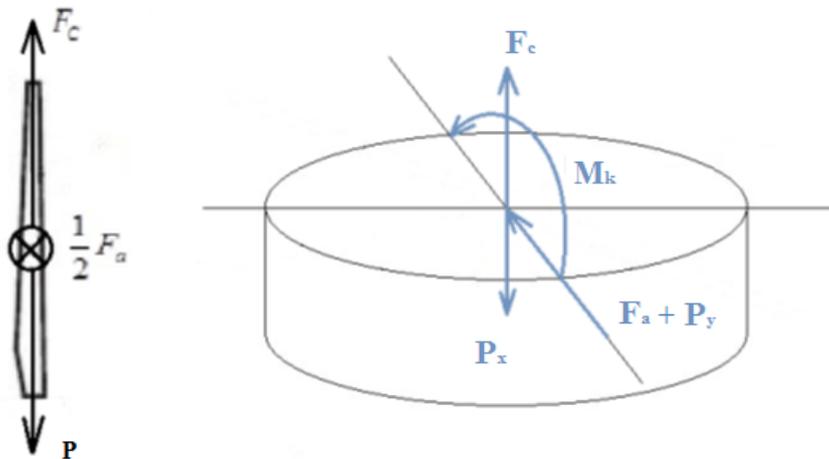


Figura 117: Posición límite 1

$$N = F_c - P_y = 211.758,4 - 26.396 = \mathbf{185.362,4 [N]}$$

$$F_r = 0,5 \cdot F_{AXIAL} + P_x = 0,5 \cdot 253.125,4 + 2.309 = \mathbf{128.871,7 [N]}$$

$$M_K = 0,5 \cdot F_{AXIAL} \cdot R/3 + P_x \cdot R/3 = 0,5 \cdot 253.125,4 \cdot 30/3 + 2.309 \cdot 30/3 = \mathbf{1.288.717 [N \cdot m]}$$

2ª Posición:

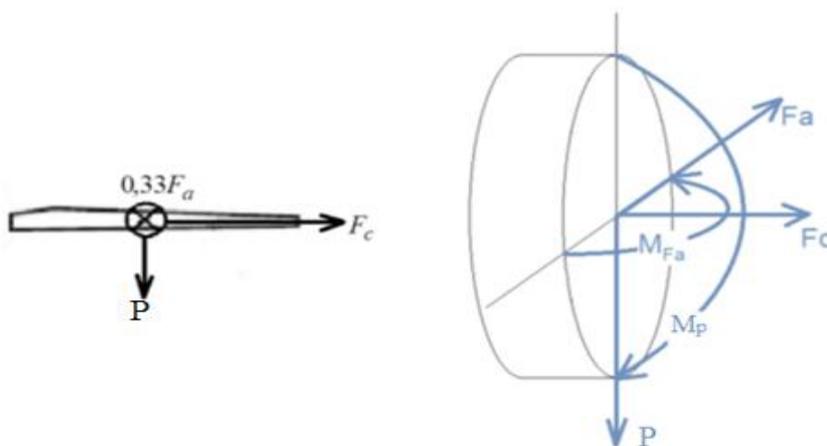


Figura 18: Posición límite 2

$$N = F_c = 211.758,4 \text{ [N]}$$

$$F_r = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot F_{AXIAL}\right)^2 + (P)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot 253.125,4\right)^2 + (26.496,81)^2}$$

$$= 88.437,8 \text{ [N]}$$

$$M_k = \sqrt{(M_{F_a})^2 + (M_P)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot 253.125,4 \cdot \frac{30}{3}\right)^2 + \left(26.496,81 \cdot \frac{30}{3}\right)^2}$$

$$= 884.377,98 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

3ª Posición:

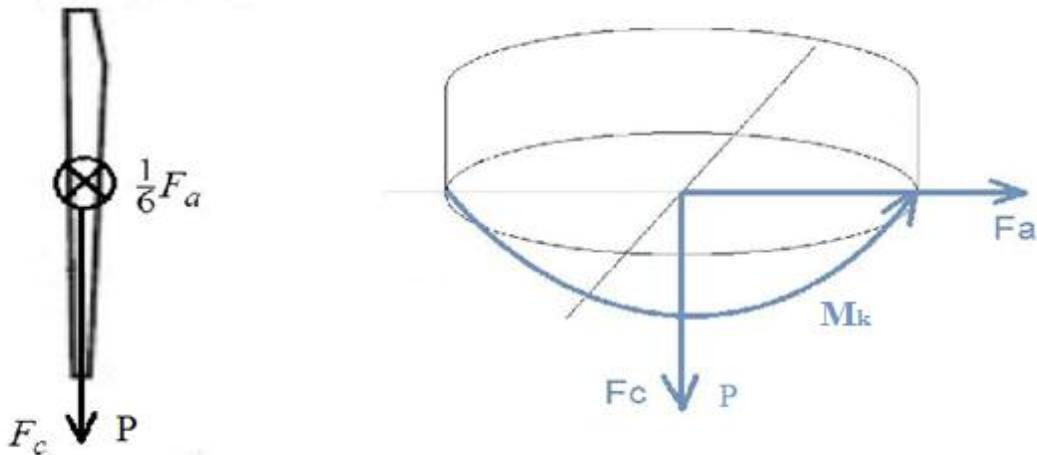


Figura 19: Posición límite 3

$$N = F_c + P_y = 211.758,4 + 26.396 = 238.154,4 \text{ [N]}$$

$$F_r = \frac{1}{6} \cdot F_{AXIAL} + P_x = \frac{1}{6} \cdot 253.125,4 + 2.309 = 44.496,57 \text{ [N]}$$

$$M_K = \frac{1}{6} \cdot F_{AXIAL} \cdot \frac{R}{3} + P_x \cdot \frac{R}{3} = \frac{1}{6} \cdot 253.125,4 \cdot \frac{30}{3} + 2.309 \cdot \frac{30}{3}$$

$$= 444.965,67 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

4ª Posición:

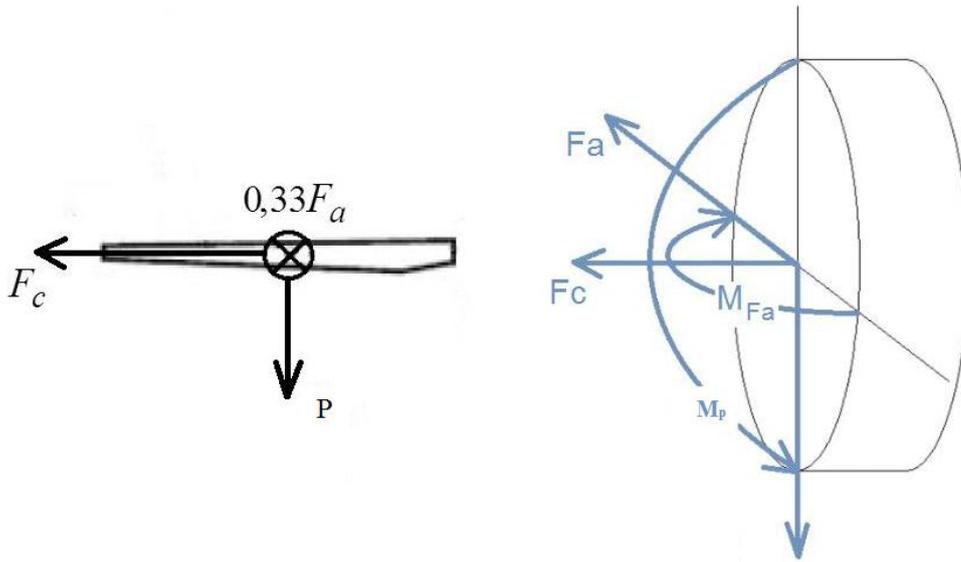


Figura 20: Posición límite 4

$$N = F_c = 211.758,4 [N]$$

$$F_r = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot F_{AXIAL}\right)^2 + (P)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot 253.125,4\right)^2 + (26.496,81)^2}$$

$$= 88.437,8 [N]$$

$$M_k = \sqrt{(M_{Fa})^2 + (M_p)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot 253.125,4 \cdot \frac{30}{3}\right)^2 + \left(26.496,81 \cdot \frac{30}{3}\right)^2}$$

$$= 884.377,98 [N \cdot m]$$

A continuación se puede observar el cuadro resumen de los esfuerzos a los que se ve sometida la sección para las posiciones límite:

	1ª POSICIÓN	2ª POSICIÓN	3ª POSICIÓN	4ª POSICIÓN
N	185.362,4 [N]	211.758,4 [N]	238.154,4 [N]	211.758,4 [N]
F_r	128.871,7 [N]	88.437,8 [N]	44.496,57[N]	88.437,8 [N]
M_k	1.288.717 [N·m]	884.377,98 [N·m]	444.965,67 [N·m]	884.377,98 [N·m]

Figura 121: Tabla resumen de esfuerzos para cada posición límite

Como se puede observar el mayor esfuerzo axial se da para la tercera posición, por lo tanto será una de la posiciones a estudiar. Además, la primera posición es la de mayor esfuerzo cortante y mayor momento de vuelco, por lo que también deberá ser estudiada. Por último, la segunda posición posee mayor esfuerzo axial que la primera, y mayor esfuerzo cortante y momento de vuelco que la tercera, razón por la cual también deberá ser estudiada. Solamente se ha descartado la cuarta posición ya que posee las mismas sollicitaciones que la tercera, que va a ser objeto de estudio.

3.5.3.- Elección del rodamiento

Siguiendo las pautas expuestas por el fabricante ROTHE ERDE en su catálogo comercial se va a proceder a la elección del rodamiento adecuado para la orientación de la pala.

Como los movimientos de giro son simplemente movimientos de giro ocasionales para la colocación en posición de trabajo, se puede proceder a un dimensionado estático, según indica el fabricante de grandes rodamientos ROTHE ERDE en su catálogo comercial.

Grúa de ferrocarril	1,10	Para estos casos de aplicación observese la nota adjunta.	<p>Nota:</p> <p>Para estos casos de aplicación varían considerablemente las condiciones de servicio, en especial los periodos de servicio del mecanismo de giro y las cargas que inciden durante el giro. Así, por ejemplo, si los movimientos de giro son poco frecuentes, como en el caso de movimientos de giro ocasionales para la colocación en posición de trabajo, se puede proceder a un dimensionado estático.</p> <p>Por otra parte, si se trata de giros o desplazamientos continuados, el dimensionado se deberá realizar de acuerdo con la vida útil.</p> <p>El dimensionado de acuerdo con la vida útil también puede llegar a ser necesario si el rodamiento tiene que llevar a cabo movimientos relativos, tales como se suelen presentar en cintas de descarga en voladizo en rotopalas.</p>
Grúa de a bordo (gancho)	1,00		
Apiladoras			
Cintas transportadoras en voladizo			
Cintas transportadoras móviles	1,10		
Excavadora de cable/ cucharas de arrastre			
Pala oscilante	1,25		
Excavadora hidráulica: con rodamiento tipo KD 320	1,25		
Con otros tipos de rodamientos			
Excavadora hidráulica hasta 1,5 m ³	1,45		
Con más de 1,5 m ³	Dimensionado según norma especial		
Carros para cucharas de colada	1,75		

Figura 22: Factores de carga para la selección de rodamientos

Las fuerzas que actúan sobre la raíz de la pala se determinan según las siguientes expresiones:

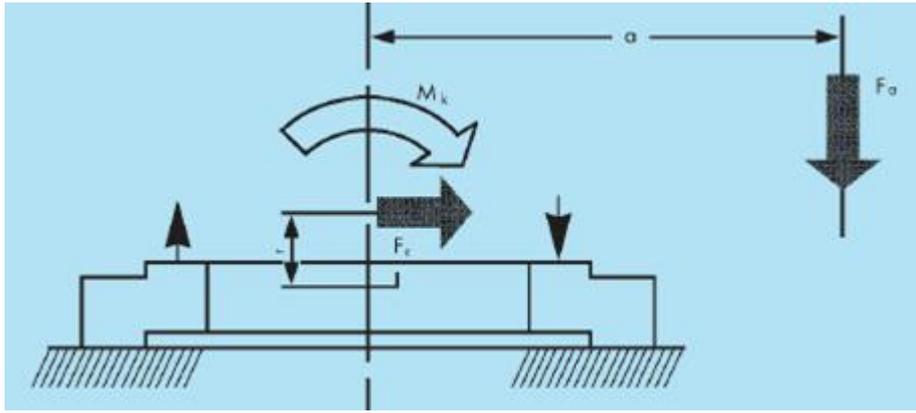


Figura 23: Fuerzas y momentos en el rodamiento

F_a = Fuerza axial

F_r = Fuerza cortante

M_K = Momento de vuelco

Dichos esfuerzos han sido calculados, para las distintas posiciones límite en el apartado 3.5.2.- Fuerzas y momentos sobre la raíz de la pala.

La serie de rodamientos escogida es la KD 600 por su peso reducido, lo que disminuye las fuerzas inerciales sobre el eje, además el rodamiento se comercializa con dentado exterior, que es el diseño elegido para el presente Proyecto Fin de Grado.

Serie KD 600

Uniones giratorias de una hilera de bolas
Uniones giratorias con transmisión de carga
por cuatro puntos de contacto

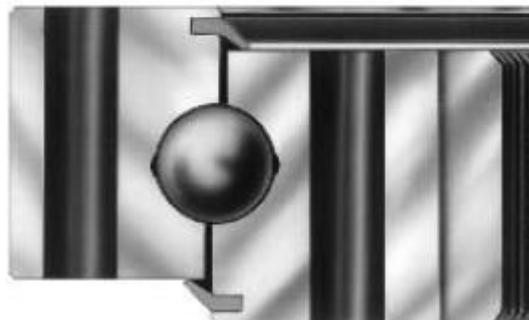


Figura 24: Rodamiento de bolas

La selección estática de esta serie de rodamientos se hará de acuerdo a las combinaciones I y II:

Combinación de cargas I

$$F_a' = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT}$$

$$M_k' = M_k \cdot f_{STAT}$$

Combinación de cargas II

$$F_a' = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT}$$

$$M_k' = 1,225 \cdot M_k \cdot f_{STAT}$$

Donde:

F_a' : Carga de lectura, en N

F_a : Carga resultante axial en la raíz de la pala, en N

F_r : Carga resultante radial en la raíz de la pala, en N

M_k' : Momento de vuelco de lectura, en N·m

M_k : Momento resultante de vuelco, en N·m

f_{STAT} : Factor de carga dado por el fabricante. En la página 11 del catálogo para una pala oscilante, $f_{STAT} = 1,25$.

Para la velocidad de viento nominal se obtiene que:

1ª Posición:

	<u>1ª POSICIÓN</u>
F_a	185.362,4 [N]
F_r	128.871,7 [N]
M_k	1.288.717 [N·m]

Combinación de cargas I

$$F_{a'} = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = (185.362,4 + 5,046 \cdot 128.871,7) \cdot 1,25$$

$$= \mathbf{1.044.561,25 [N]}$$

$$M_{K'} = M_K \cdot f_{STAT} = 1.288.717 \cdot 1,25 = \mathbf{1.610.896,25 [N \cdot m]}$$

Combinación de cargas II

$$F_{a'} = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT}$$

$$= (1,225 \cdot 185.362,4 + 2,676 \cdot 128.871,7) \cdot 1,25 = \mathbf{714.912,01 [N]}$$

$$M_{K'} = 1,225 \cdot M_K \cdot f_{STAT} = 1,225 \cdot 1.288.717 \cdot 1,25 = \mathbf{1.973.347,91 [N \cdot m]}$$

2ª Posición:

	<u>2ª POSICIÓN</u>
F_a	211.758,4 [N]
F_r	88.437,8 [N]
M_k	884.377,98 [N·m]

Combinación de cargas I

$$F_{a'} = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = (211.758,4 + 5,046 \cdot 88.437,8) \cdot 1,25 = \mathbf{822.519,42 [N]}$$

$$M_{K'} = M_K \cdot f_{STAT} = 884.377,98 \cdot 1,25 = \mathbf{1.105.472,48 [N \cdot m]}$$

Combinación de cargas II

$$F_{a'} = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = \\ = (1,225 \cdot 211.758,4 + 2,676 \cdot 88.437,8) \cdot 1,25 = \mathbf{620.079,49 [N]}$$

$$M_{K'} = 1,225 \cdot M_K \cdot f_{STAT} = 1,225 \cdot 884.377,98 \cdot 1,25 = \mathbf{1.354.203,78 [N \cdot m]}$$

3ª Posición:

	<u>3ª POSICIÓN</u>
F_a	238.154,4 [N]
F_r	44.496,57[N]
M_k	444.965,67 [N·m]

Combinación de cargas I

$$F_{a'} = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = (238.154,4 + 5,046 \cdot 44.496,57) \cdot 1,25 \\ = \mathbf{578.355,11 [N]}$$

$$M_{K'} = M_K \cdot f_{STAT} = 444.965,67 \cdot 1,25 = \mathbf{556.207,09 [N \cdot m]}$$

Combinación de cargas II

$$F_{a'} = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = \\ = (1,225 \cdot 238.154,4 + 2,676 \cdot 44.496,57) \cdot 1,25 = \mathbf{513.515,29 [N]}$$

$$M_{K'} = 1,225 \cdot M_K \cdot f_{STAT} = 1,225 \cdot 444.965,67 \cdot 1,25 = \mathbf{681.353,68 [N \cdot m]}$$

En la siguiente tabla se puede observar el resumen de las combinaciones de cargas para las diferentes posiciones límite:

1ª POSICIÓN	Combinación de cargas I	F_a'	1.044.561,25 [N]
		M_K'	1.610.896,25 [N·m]
	Combinación de cargas II	F_a'	714.912,01 [N]
		M_K'	1.973.347,91 [N·m]
2ª POSICIÓN	Combinación de cargas I	F_a'	822.519,42 [N]
		M_K'	1.105.472,48 [N·m]
	Combinación de cargas II	F_a'	620.079,49 [N]
		M_K'	1.354.203,78 [N·m]
3ª POSICIÓN	Combinación de cargas I	F_a'	578.355,11 [N]
		M_K'	556.207,09 [N·m]
	Combinación de cargas II	F_a'	513.515,29 [N]
		M_K'	681.353,68 [N·m]

Figura 25: Tabla resumen de esfuerzos para cada combinación y posición

Se puede deducir que la primera posición es la que nos da los valores de lectura más elevados, tanto para la carga como para el momento, por lo tanto serán sus combinaciones las que se van a comprobar en el dimensionado estático.

Según el catálogo ROTHE ERDE el rodamiento será adecuado si una de las dos combinaciones de cargas (I o II) queda situada por debajo de la curva límite de carga estática.

Se ha optado por un rodamiento de una hilera de bolas con dentado exterior 061.40.1600.009.29.1503 de la serie KD 600 del fabricante ROTHE ERDE cuyas características geométricas y curva límite de carga estática se muestran a continuación:

Rodamientos con dentado exterior

Número de plano	Peso	Diámetro exterior	Diámetro interior	Altura total	Diámetro círculo labiales exterior	Diámetro círculo labiales interior	Cantidad labiales por arbo	Diámetro del taladro	Medida del tornillo	Cantidad de engrasadores	Diámetro	Diámetro	Altura del arbo	Altura del arbo	Separación bajo arros adentro	Separación arriba arros adentro	Diámetro primitivo	Módulo	Cantidad de dientes	Corrección perfil	Corrección perfil	Ajuste cabeza de diente	Altura del diente	Fuerza tangencial admisible normal	Fuerza tangencial admisible máxima	
D_1 [mm]	[kg]	D_o [mm]	D_i [mm]	H [mm]	L_e [mm]	L_i [mm]	n	B [mm]	M [mm]	n_1	O [mm]	U [mm]	H_1 [mm]	H_2 [mm]	H_3 [mm]	H_4 [mm]	d [mm]	m [mm]	z	x	m	k	m	b [mm]	[kN]	[kN]
061.40.1400.000.19.1504 061.40.1400.001.29.1504	404	1593,6	1266	94	1482	1318	36	26	24	6	1401	1398	85	81	13	9	1560	12	130	+6,0	-1,2	85	64,05	128,1	93,6	187,2
061.40.1600.008.19.1503 061.40.1600.009.29.1503	479	1803,2	1466	94	1682	1518	40	26	24	8	1601	1598	85	81	13	9	1764	14	126	+7,0	-1,4	85	74,7	149,4	109,2	218,4
061.40.1800.013.19.1503 061.40.1800.014.29.1503	531	1999,2	1666	94	1882	1718	44	26	24	11	1801	1798	85	81	13	9	1960	14	140	+7,0	-1,4	85	74,7	149,4	109,2	218,4

Corona dentada en material normalizado
Corona dentada en material bonificado

Figura 26: Características del rodamiento dentado

Curvas de carga límite estática — pista de rodadura - - - tornillos

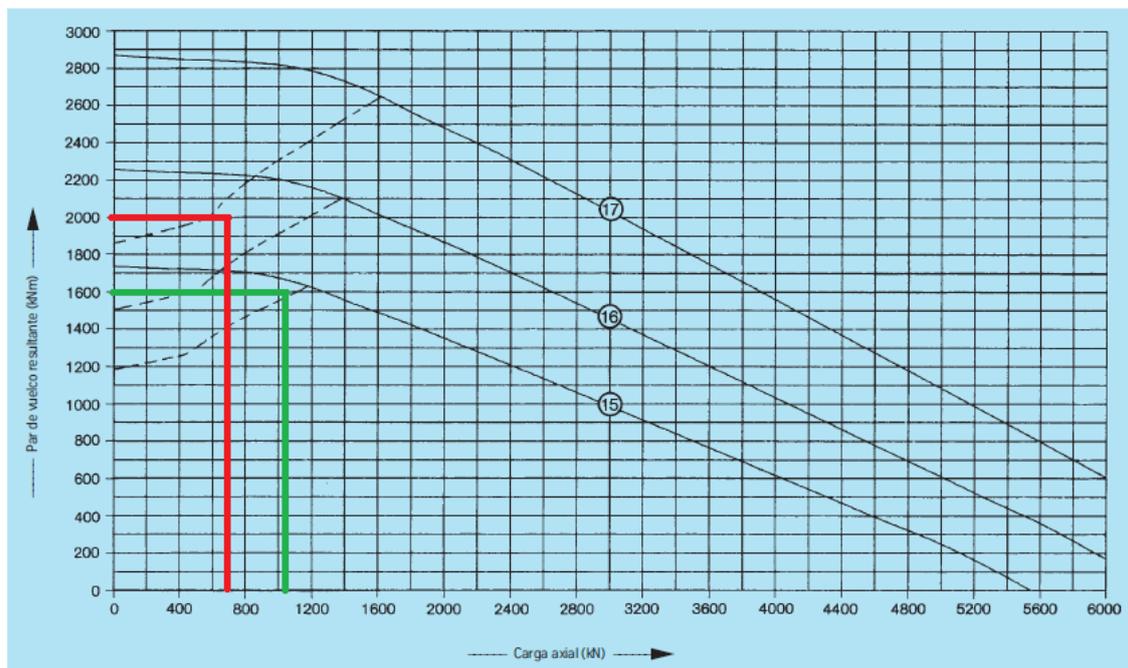


Figura 27: Curva de carga límite estática

Según el catálogo se deberán colocar 40 tornillos de métrica M 24 dispuestos de forma circular en un diámetro de 1.682 mm para la unión con la pala y de 1.518 mm para la unión con el buje.

Se observa como el rodamiento elegido es válido, y además la elección de uno menor conllevaría la rotura estática de los tornillos, por lo tanto se da por concluida la elección del rodamiento.

A continuación se obtendrá la fuerza debida al tensado del tornillo y el par de apriete necesarios. Hay que tener en cuenta que dichos datos son para un coeficiente de fricción medio de 0,14 donde rosca y superficie de apoyo están ligeramente engrasadas, la dispersión es un $\pm 10\%$ y la fijación del par es mediante llave dinamométrica. En caso de que estas condiciones no se cumplan se deberán de obtener los datos mediante el método de cálculo por elementos finitos.

Tabla 4: Fuerzas de tensado y momentos de apriete para tornillos con rosca normal métrica DIN 13, para $\mu_s = \mu_k = 0,14$.

Clase de sujeción según DIN/ISO 898			8.8	10.9			12.9				
Limite de elasticidad $R_{p0.2}$ N/mm ²			640 para \leq M 16 660 para $>$ M 16			940			1100		
rosca métrica ISO DIN 13	área tensionada A_s mm ²	área del núcleo A_3 mm ²	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinámico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamométrica M_A^* Nm	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinámico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamométrica M_A^* Nm	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinámico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamométrica M_A^* Nm
M 12	84,3	76,2	38500	87	78	56000	130	117	66000	150	135
M 14	115	105	53000	140	126	77000	205	184	90000	240	216
M 16	157	144	72000	215	193	106000	310	279	124000	370	333
M 18	195	175	91000	300	270	129000	430	387	151000	510	459
M 20	245	225	117000	430	387	166000	620	558	194000	720	648
M 22	303	282	146000	580	522	208000	830	747	243000	970	873
M 24	353	324	168000	740	666	239000	1060	954	280000	1240	1116
M 27	459	427	221000	1100	990	315000	1550	1395	370000	1850	1665
M 30	561	519	270000	1500	1350	385000	2100	1890	450000	2500	2250
M 33	694	647	335000	a determinar mediante la medición del alargamiento del tornillo		480000	a determinar mediante la medición del alargamiento del tornillo		560000	a determinar mediante la medición del alargamiento del tornillo	
M 36	817	759	395000			560000			660000		
M 39	976	913	475000			670000			790000		
M 42	1120	1045	542000			772000			904000		
M 45	1300	1224	635000			905000			1059000		
M 48	1470	1377	714000			1018000			1191000		
M 52	1760	1652	857000			1221000			1429000		
M 56	2030	1905	989000			1408000			1648000		
M 60	2360	2227	1156000			1647000			1927000		

* = M_A se modifica al variar μ_s ó μ_k

Figura 28: Fuerzas de tensado y momentos de apriete

Para tornillos de clase 10.9 y métrica M24, de la tabla anterior se puede obtener que la fuerza de tensado y el par de apriete son:

$$F_M = 239.000 \text{ N}$$

$$M_A = 1.060 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par de apriete deberá de aplicarse mediante atornillador dinamométrico hidráulico o eléctrico.

3.5.2.- Elección del motorreductor

El movimiento de las palas alrededor de su eje longitudinal es debido a un motorreductor que tiene un piñón en el eje de salida el cual engrana con el dentado exterior del rodamiento.

Lo primero para elegir el motorreductor es calcular el diámetro primitivo del piñón de accionamiento, según la expresión:

$$D_p = m \cdot Z_p$$

Donde:

m : Es el módulo del piñón que es igual al módulo del dentado del rodamiento ya definido, $m = 14$ mm

Z_p : Número de dientes del piñón,

La relación de transmisión máxima entre un par de engranajes es $i_{\text{máx}}=5$ donde la relación de transmisión se da con la siguiente ecuación:

$$i = \frac{Z_{\text{corona}}}{Z_{\text{piñon}}} = \frac{W_{\text{piñon}}}{W_{\text{corona}}}$$

El número de dientes de la corona Z_{corona} lo facilita el fabricante del rodamiento en la tabla de características geométricas:

$Z_{\text{corona}}=126$ dientes

$$Z_{\text{piñon}} = \frac{Z_{\text{corona}}}{i} = \frac{126}{5} \approx 26 \text{ dientes}$$

El número de dientes del piñón es válido, ya que $Z_{\text{piñon}} = 26 > 14$ dientes por lo que no existe posibilidad de interferencias.

Luego:

$$D_p = m \cdot Z_p = 14 \cdot 26 = 364[\text{mm}]$$

El segundo paso es, una vez conocidos los diámetros del piñón y del dentado del rodamiento, comprobar si la relación de transmisión del reductor está dentro del rango que soporta el motorreductor:

$$\frac{1}{3.000} < i < \frac{1}{600}$$

La relación de transmisión entre el piñón y el dentado del rodamiento es:

$$i_{p-r} = \frac{D_{piñon}}{D_{rodamiento}} = \frac{364}{1.764} = \frac{1}{4,85}$$

La velocidad de giro óptima de la pala según la teoría de Sistemas Eólicos de Producción de Energía Eléctrica es:

$$w_{corona} = w_{pala} = 2^0/s = 0,035 \text{ rad/s}$$

Luego la velocidad angular del piñón será:

$$w_{piñon} = \frac{w_{pala}}{i} = \frac{0,035}{1/4,85} = 0,17 \text{ rad/s}$$

Ya podemos obtener la relación del motorreductor:

$$i = \frac{w_{piñon}}{w_{motor}}$$

Donde:

w_{motor} : Es la velocidad de giro del eje del motor 176,1 rad/s

Sustituyendo:

$$i = \frac{w_{piñon}}{w_{motor}} = \frac{0,17}{176,1} = \frac{1}{1.036}$$

Por tanto, la reducción está dentro de los límites fijados por el fabricante, así que cualquier motorreductor de la serie 700T seleccionado cumplirá este requisito.

El último paso consiste en elegir el modelo adecuado. Para ello, el par a desarrollar por el accionamiento vendrá dado según el catálogo ROTHE ERDE por la suma de los siguientes términos:

- Potencia necesaria para vencer el par de rozamiento de arranque. El proceso de determinación del par de rozamiento se obtiene a partir de una expresión basada en los conocimientos teóricos y prácticos del fabricante. Para uniones giratorias de bolas dicha expresión es:

$$M_r = \frac{\mu}{2} \cdot (4,4 \cdot M_k + F_a \cdot D_L + 2,2 \cdot F_r \cdot D_L \cdot 1,73)$$

Siendo:

M_r = Par de rozamiento de arranque, en [KN]

μ = Coeficiente de rozamiento, para la serie KD 600, $\mu = 0,006$

M_k = Momento de vuelco calculado para cada posición límite

F_a = Fuerza axial calculada para cada posición límite

D_L = Diámetro de rodadura del rodamiento o diámetro primitivo obtenido de la tabla de características geométricas.

F_r = Fuerza radial calculada para cada posición límite

A continuación se realizará un análisis para cada posición límite:

1ª Posición:

	<u>1ª POSICIÓN</u>
F_a	185.362,4 [N]
F_r	128.871,7 [N]
M_k	1.288.717 [N·m]

$$M_r = \frac{0,006}{2} \cdot (4,4 \cdot 1.288,72 + 185,36 \cdot 1,764 + 2,2 \cdot 128,87 \cdot 1,764 \cdot 1,73)$$

$$= 20,59 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

2ª Posición:

	<u>2ª POSICIÓN</u>
F_a	211.758,4 [N]
F_r	88.437,8 [N]
M_k	884.377,98 [N·m]

$$M_r = \frac{0,006}{2} \cdot (4,4 \cdot 884,38 + 211,76 \cdot 1,764 + 2,2 \cdot 88,44 \cdot 1,764 \cdot 1,73)$$

$$= \mathbf{14,58 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

3ª Posición:

	<u>3ª POSICIÓN</u>
F_a	238.154,4 [N]
F_r	44.496,57[N]
M_k	444.965,67 [N·m]

$$M_r = \frac{0,006}{2} \cdot (4,4 \cdot 444,97 + 238,15 \cdot 1,764 + 2,2 \cdot 44,5 \cdot 1,764 \cdot 1,73)$$

$$= \mathbf{8,03 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

Se tomará el mayor par de arranque calculado, que se da para la primera posición:

$$M_r = \mathbf{20,59 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

- Potencia de inercia. Provocada por la aceleración de todas las masas individuales como producto obtenido de la multiplicación con los cuadrados de las distancias de sus centros de gravedad respecto al eje de giro. Viene dada por la siguiente expresión:

$$P_{beh} = M_r \cdot n \cdot (9,55 \cdot \eta)^{-1}$$

Siendo:

P_{beh} = Potencia de inercia, en kW

M_r = Par de rozamiento, $M_r = 20,59 \text{ kN} \cdot \text{m}$

n = Velocidad de giro del rodamiento, que coincide con la velocidad de giro de la pala, $w_{pala} = 0,035 \text{ rad/s} = 0,334 \text{ rpm} = n$

η = Coeficiente de rendimiento del accionamiento = 0,97

Por tanto:

$$P_{beh} = 20,59 \cdot 0,334 \cdot (9,55 \cdot 0,97)^{-1} = 0,74 \text{ kW}$$

El par M_{beh} provocado por la inercia es:

$$M_{beh} = \frac{P_{beh}}{w_p}$$

Donde:

w_p = velocidad angular del piñón, $w_p = 0,17 \text{ rad/s}$

Tenemos que:

$$M_{beh} = \frac{0,74}{0,17} = 4,35 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Luego, el par a desarrollar por el motorreductor será:

$$M = M_r + M_{beh} = 20,59 + 4,35 = 24,94 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Se elegirá, por tanto un motorreductor de la marca BONFIGLIOLI modelo 710T de 25kN · m de par nominal, cuyas características se muestran en la siguiente tabla:

Type タイプ	Nominal torque 公称トルク	Peak static torque ピーク静トルク	Range of ratios 比率範囲	Available pinion module 使用可能ピニオンモジュール	Weight 重量
	Nm	Nm	1:	m	kg
706 T	8000	15000	600-3000	10 ÷ 14	120
707 T	12000	25000	600-3000	12 ÷ 16	170
709 T	21000	52000	600-3000	12 ÷ 20	300
710 T	25000	60000	600-3000	14 ÷ 20	350
711 T	30000	75000	600-3000	16 ÷ 20	400
712 T	42000	105000	600-3000	16 ÷ 20	550
714 T	60000	150000	600-3000	20 ÷ 24	650
716 T	80000	200000	600-3000	22 ÷ 26	1000
717 T	100000	250000	600-3000	26 ÷ 30	1800
718 T	120000	300000	600-3000	30 ÷ 36	2100

The indicated data are for reference only; please contact Bonfiglioli Group for more detailed information.
表示されているものは参考データです。詳細については、ボンフィリオリ・グループまでお問い合わせください。

Figura 29: Motorreductores BONFIGLIOLI

3.6.- RESISTENCIA DEL BUJE

El buje es el elemento que conecta las palas con el eje principal, por tanto la resistencia de esta unión es vital para garantizar el correcto funcionamiento y seguridad del aerogenerador.

Para el buje se ha elegido un material de fundición de grafito esférico EN-GJS-400-18-LT con una tensión de fluencia $\sigma_{FL} = 240$ MPa y una tensión de fatiga $\sigma_e = 160$ MPa.

En cálculo de las fuerzas que afectan al buje, se puede hacer un análisis pormenorizado para cada una de las posiciones límite de las palas, o bien basándose en la experiencia realizar un análisis más genérico como el que se realizará a continuación.

3.6.1.- Resistencia del buje en su unión con el eje

Para la realización del estudio de la resistencia del buje en su unión con el eje se seguirá la teoría de Misses-Hencky, expuesta en el libro “Proyecto de elementos de máquinas” de M.F.Spotts.

Las cargas que actúan en dicha unión son fruto de la acción del viento y del peso propio del rotor, tal y como se expone a continuación:

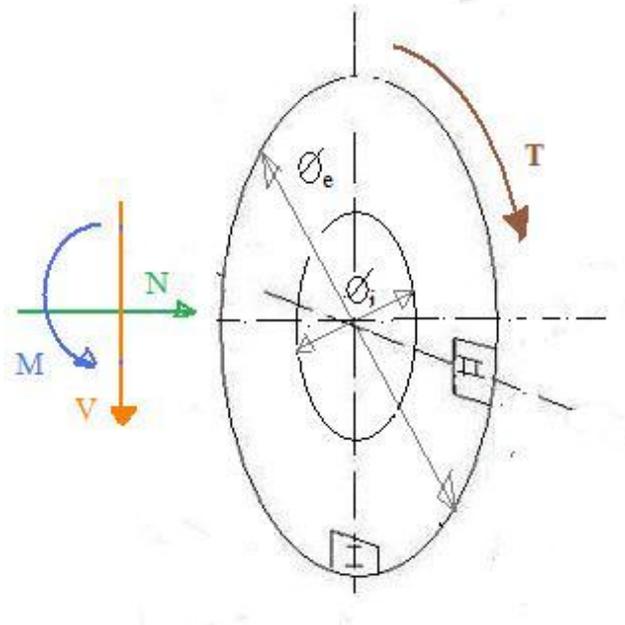


Figura 30: Cargas en la unión buje-eje

De donde:

N : Fuerza axial fluctuante, debida a la componente de empuje del viento sobre el rotor, siendo:

Componente media

$$N_{media} = N_W + N_N$$

N_W : Fuerza debida al propio peso W del rotor. Se tomará un peso aproximado de 30.000 kg:

$$N_W = W_{ROTOR} \cdot \text{sen } 5^\circ = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \text{sen } 5^\circ \approx 25.650 \text{ N}$$

N_N : Fuerza ponderada de empuje en condiciones nominales de viento, corresponde a 1,1 veces el valor de la fuerza aerodinámica axial total calculada en el apartado 3.4.1.1:

$$N_N = 1,1 \cdot 230.114 = \mathbf{253.125,4 \text{ [N]}}$$

Luego:

$$N_{media} = N_W + N_N = 25.650 + 253.125,4 = 278.755,4 \text{ N}$$

Componente variable

Por definición, la componente variable es el 20% de la componente media:

$$N_r = 0,2 \cdot N_{media} \approx 55.755 \text{ N}$$

V : Fuerza cortante debida al peso del rotor en la dirección perpendicular al eje:

$$V = W \cdot \cos 5^\circ = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ \approx 293.180 \text{ N}$$

M : Momento flector originado por el peso del rotor:

$$M_F = W \cdot \cos 5^\circ \cdot d = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ \cdot 0,8 \approx 235.544 \text{ N} \cdot \text{m}$$

T: Momento torsor fluctuante, consecuencia de la naturaleza del viento:

Componente media

Corresponde a 1,1 veces el valor el valor del momento torsor total debido a las fuerzas aerodinámicas calculado en el apartado 3.4.1.1:

$$T_m = 1,1 \cdot 608.418 \approx \mathbf{669.260 \text{ [N} \cdot \text{m]}}$$

Componente variable

Por definición, la componente variable es el 20% de la componente media

$$T_r = 0,2 \cdot T_m = 0,2 \cdot 669.260 \approx 133.852 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Si se realiza un estudio para los puntos críticos de la sección se obtiene que:

$$\sigma_N = \frac{N}{A}$$

$$\sigma_M = \frac{M \cdot r_e}{I_{LN}}$$

$$\tau_V = \frac{4 \cdot V}{3 \cdot A}$$

$$\tau_T = \frac{T \cdot r_e}{I_P}$$

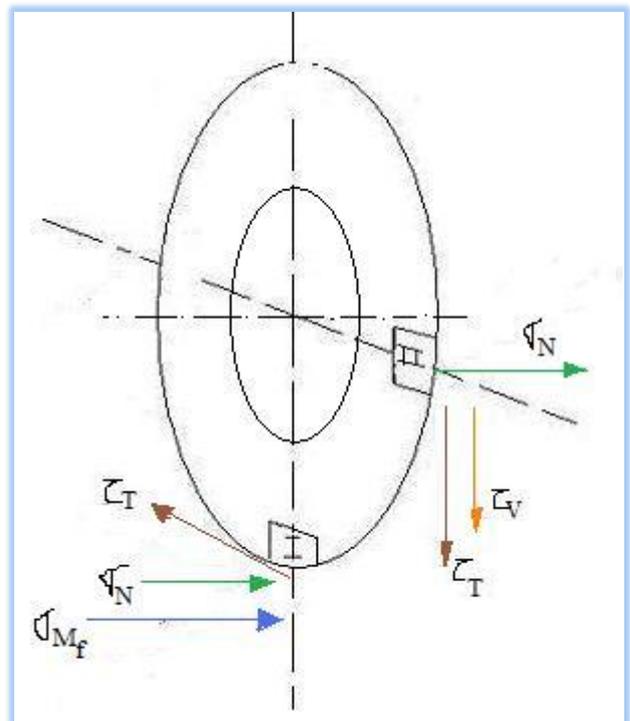


Figura 31: Puntos críticos de la sección

Siendo:

Diámetro exterior, $d_e = 900 \text{ mm}$

Diámetro interior, $d_i = 500 \text{ mm}$

Tenemos que:

$A =$ Área de la sección:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_e^2 - d_i^2) = 439.823 \text{ mm}^2$$

I_{LN} : Momento de inercia de la sección:

$$I_{LN} = \frac{\pi}{64} \cdot (d_e^4 - d_i^4) = 2,91 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

I_P : Momento de inercia polar de la sección:

$$I_P = \frac{\pi}{32} \cdot (d_e^4 - d_i^4) = 5,83 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

Por lo tanto, las tensiones valdrán:

$$\sigma_{N_m} = \frac{278.755,4}{439.823} = \mathbf{0,63 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{N_r} = \frac{55.755}{439.823} = \mathbf{0,13 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_M = \frac{235.544 \times 10^3 \cdot 450}{2,91 \times 10^{10}} = \mathbf{3,64 \text{ MPa}}$$

$$\tau_V = \frac{4 \cdot 293.180}{3 \cdot 439.823} = \mathbf{0,89 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{T_m} = \frac{669.260 \times 10^3 \cdot 450}{5,83 \times 10^{10}} = \mathbf{5,17 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{T_r} = \frac{133.852 \times 10^3 \cdot 450}{5,83 \times 10^{10}} = \mathbf{1,03 \text{ MPa}}$$

Estudio del punto 1

Debido a que la fuerza axial y el momento torsor son variables, trabajaremos con las tensiones de Soedberg que se calculan a continuación:

$$\sigma_S = \sigma_{N_m} + k \cdot (\sigma_{N_r} + \sigma_M) \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

$$\tau_S = \tau_{T_m} + k \cdot \tau_{T_r} \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

Donde:

σ_{FL} : Tensión de fluencia, $\sigma_{FL} = 240$ MPa

σ_e : Tensión de fatiga, $\sigma_e = 160$ MPa

k: Es el coeficiente de concentración de tensiones, $k = 1$

Luego:

$$\sigma_S = 0,63 + 1 \cdot (0,13 + 3,64) \cdot \frac{240}{160} = 6,29 \text{ MPa}$$

$$\tau_S = 5,17 + 1 \cdot 1,03 \cdot \frac{240}{160} = 6,72 \text{ MPa}$$

Aplicando la teoría de Misses-Hencky:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_S^2 + 3 \cdot \tau_S^2} = \sqrt{6,29^2 + 3 \cdot 6,72^2} = \mathbf{13,23 \text{ MPa}}$$

Por último, obtenemos el coeficiente de seguridad:

$$CS = \frac{\sigma_{FL}}{\sigma'} = \frac{240}{13,23} = \mathbf{18,14}$$

Estudio del punto 2

Debido a que la fuerza axial y el momento torsor son variables, se trabajará con las tensiones de Soedberg que se calculan a continuación:

$$\sigma_S = \sigma_{N_m} + k \cdot \sigma_{N_r} \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

$$\tau_S = \tau_{T_m} + k \cdot (\tau_{T_r} + \tau_V) \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

Donde:

σ_{FL} : Tensión de fluencia, $\sigma_{FL} = 240$ MPa

σ_e : Tensión de fatiga, $\sigma_e = 160$ MPa

k: Es el coeficiente de concentración de tensiones, $k = 1$

Luego:

$$\sigma_S = 0,63 + 1 \cdot 0,13 \cdot \frac{240}{160} = 0,83 \text{ MPa}$$

$$\tau_S = 5,17 + 1 \cdot (1,03 + 0,89) \cdot \frac{240}{160} = 8,05 \text{ MPa}$$

Aplicando la teoría de Misses-Hencky:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_S^2 + 3 \cdot \tau_S^2} = \sqrt{0,83^2 + 3 \cdot 8,05^2} = 13,97 \text{ MPa}$$

Por último, obtenemos el coeficiente de seguridad:

$$CS = \frac{\sigma_{FL}}{\sigma'} = \frac{240}{13,97} = 17,18$$

Por lo tanto, el buje en su unión con el eje resiste las cargas a las que se ve sometido.

3.6.2.- Resistencia del buje en su unión con las palas

Para la realización del estudio de la resistencia del buje en su unión con las palas se seguirá la teoría de Misses-Hencky, expuesta en el libro “Proyecto de elementos de máquinas” de M.F.Spotts.

Las cargas que actúan en dicha unión son fruto de la acción del viento y del peso propio del rotor, tal y como se expone a continuación:

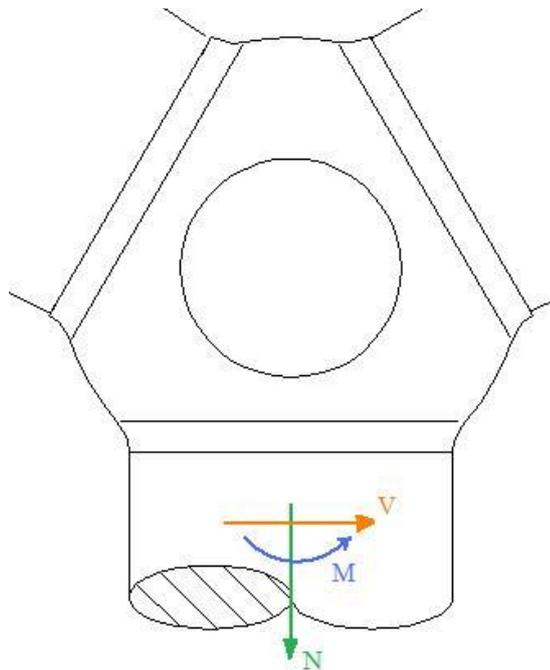


Figura 32: Cargas unión pala-buje

Siendo:

N: Fuerza axial que fluctúa dependiendo de la posición que ocupe la pala entre los siguientes valores:

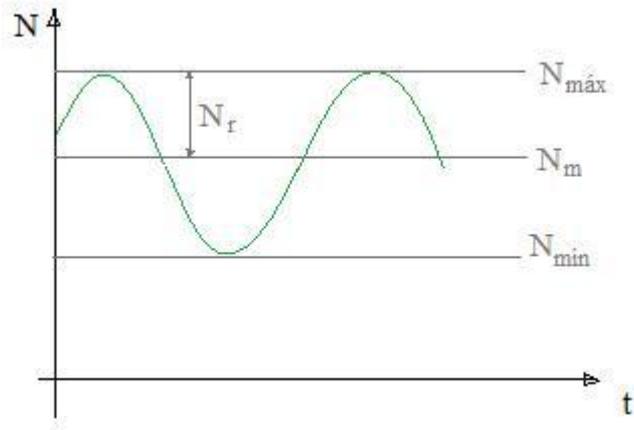


Figura 33: Fuerza axial

$$N_{max} = F_{centri} + W_{pala} = 211.758,4 + 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ \\ = 238.154,4 \text{ N}$$

$$N_{min} = F_{centri} - W_{pala} = 211.758,4 - 2.701 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ \\ = 185.362,4 \text{ N}$$

$$N_m = N_{min} + W_{pala} = F_{centri} = 211.758,4 \text{ N}$$

$$N_r = \frac{N_{max} - N_{min}}{2} = W_{pala} = 26.396 \text{ N}$$

V: Fuerza cortante debida a la acción del viento sobre una pala, se obtiene de la suma vectorial de las fuerzas aerodinámicas axial y tangencial (*ponderadas*), calculadas en el apartado 3.4.1.1:

$$V = \sqrt{F_{AXIAL}^2 + F_{TANG}^2} = \sqrt{\left(\frac{1,1 \cdot 230.114}{3}\right)^2 + \left(\frac{1,1 \cdot 42.398}{3}\right)^2} = 85.806,15 \text{ N}$$

M: Momento flector generado por la fuerza axial sobre la raíz de la pala, calculado en el apartado 3.4.1.1:

$$M_F = 1,1 \cdot 1.552.461 = 1.707.707 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Si se realiza un estudio para los puntos críticos de la sección se obtiene que:

$$\sigma_N = \frac{N}{A}$$

$$\sigma_M = \frac{M \cdot r_e}{I_{LN}}$$

$$\tau_V = \frac{4 \cdot V}{3 \cdot A}$$

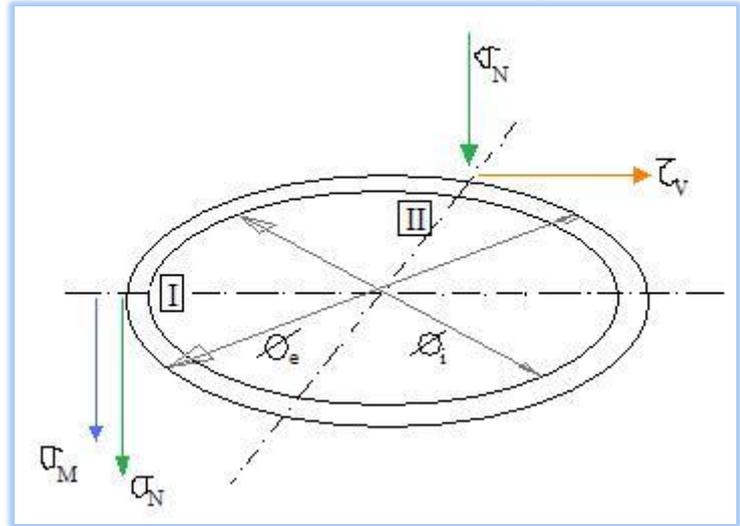


Ilustración 34: Puntos críticos de la sección

Siendo:

Diámetro exterior, $d_e = 1.600 \text{ mm}$

Diámetro interior, $d_i = 1466 \text{ mm}$

Se obtiene que:

$A =$ Área de la sección:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_e^2 - d_i^2) = 322.676 \text{ mm}^2$$

I_{LN} : Momento de inercia de la sección:

$$I_{LN} = \frac{\pi}{64} \cdot (d_e^4 - d_i^4) = 9,5 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

Por lo tanto, las tensiones valdrán:

$$\sigma_{N_m} = \frac{211.758,4}{322.676} = 0.65 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{N_r} = \frac{26.396}{322.676} = 0,082 \text{ MPa}$$

$$\sigma_M = \frac{1.707.707 \times 10^3 \cdot 800}{9,5 \times 10^{10}} = 14,38 \text{ MPa}$$

$$\tau_V = \frac{4 \cdot 85.806,15}{3 \cdot 322.676} = 0,35 \text{ MPa}$$

Estudio del punto 1

Debido a que la fuerza axial y el momento torsor son variables, se trabajará con la tensión de Soedberg que se calcula a continuación:

$$\sigma_S = (\sigma_{N_m} + \sigma_M) + k \cdot \sigma_{N_r} \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

Donde:

σ_{FL} : Tensión de fluencia, $\sigma_{FL} = 240 \text{ MPa}$

σ_e : Tensión de fatiga, $\sigma_e = 160 \text{ MPa}$

k: Es el coeficiente de concentración de tensiones, $k = 1$

Luego:

$$\sigma_S = (0,65 + 14,38) + 1 \cdot 0,082 \cdot \frac{240}{160} = 15,15 \text{ MPa}$$

La tensión de Misses-Hencky será:

$$\sigma' = \sigma_S = 15,15 \text{ MPa}$$

Por último, obtenemos el coeficiente de seguridad:

$$CS = \frac{\sigma_{FL}}{\sigma'} = \frac{240}{15,15} = 15,84$$

Estudio del punto 2

Debido a que la fuerza axial y el momento torsor son variables, se trabajará con las tensiones de Soedberg que se calculan a continuación:

$$\sigma_S = \sigma_{N_m} + k \cdot \sigma_{N_r} \cdot \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_e}$$

$$\tau_S = \tau_m = \tau_V$$

Donde:

σ_{FL} : Tensión de fluencia, $\sigma_{FL} = 240$ MPa

σ_e : Tensión de fatiga, $\sigma_e = 160$ MPa

k: Es el coeficiente de concentración de tensiones, $k = 1$

Luego:

$$\sigma_S = 0,65 + 1 \cdot 0,082 \cdot \frac{240}{160} = 0,77 \text{ MPa}$$

$$\tau_S = 0,35 \text{ MPa}$$

Aplicando la teoría de Misses-Hencky:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_S^2 + 3 \cdot \tau_S^2} = \sqrt{0,77^2 + 3 \cdot 0,35^2} = \mathbf{0,98 \text{ MPa}}$$

Por último, obtenemos el coeficiente de seguridad:

$$CS = \frac{\sigma_{FL}}{\sigma'} = \frac{240}{0,98} = \mathbf{244,9}$$

Por lo tanto, el buje en su unión con las palas resiste las cargas a las que se ve sometido.

3.6.3.- Resistencia de los pernos de unión con el eje principal

El material de los pernos es un acero de categoría 10.9 con una tensión de fluencia $\sigma_{FL} = 900$ N/mm².

El material del buje es una fundición de grafito esferoidal EN-GJS-400-18-LT con una tensión de fluencia $\sigma_{FL} = 240$ MPa.

La unión del buje al eje principal se realizará mediante 20 pernos de métrica 30. A continuación, se calculará la resistencia de la unión:

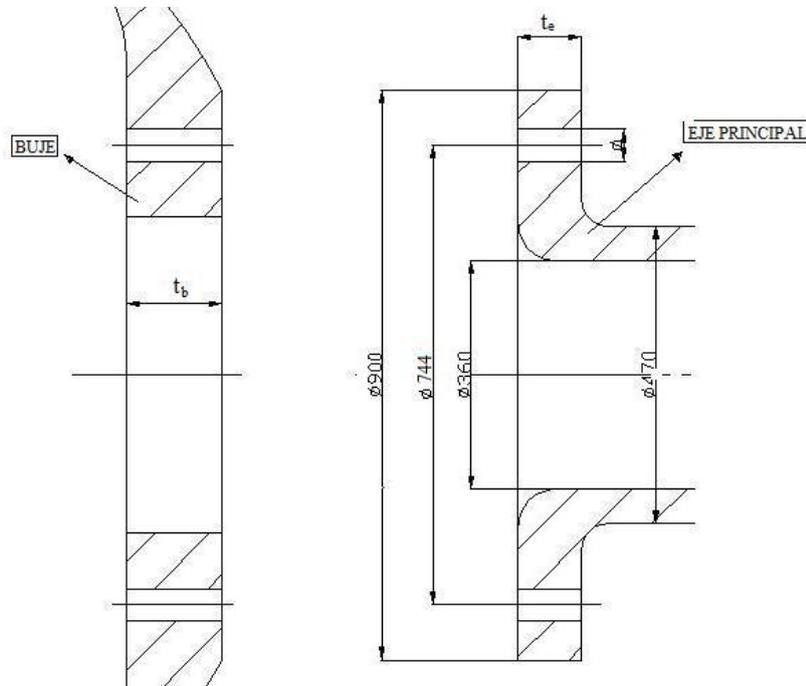


Figura 35: Unión del buje y el eje principal

Para calcular la fuerza máxima que se da en la circunferencia de los pernos, previamente se tiene que definir cuál será el momento torsor máximo.

El máximo momento torsor será el resultado de sumar la componente media y variable del momento torsor fluctuante calculado en el apartado 3.6.1:

$$M_{T_{max}} = T_m + T_r = 669.260 + 133.852 = 803.112 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Por tanto, la fuerza en la circunferencia de los pernos será:

$$F = \frac{M_{T_{max}}}{R}$$

Siendo:

R: el radio de la circunferencia donde se ubican los 20 pernos, R = 0,372 m

Sustituyendo:

$$F = \frac{803.112}{0,372} = \mathbf{2.158.903,23 \text{ N}}$$

3.6.3.1.- Tensión de cortadura en los pernos

El área a cortadura de los pernos es:

$$A_{CORTA} = n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Siendo:

n: Número de pernos

d: Diámetro de los pernos, en milímetros

Por tanto:

$$A_{CORTA} = 20 \cdot \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 14.137 \text{ mm}^2$$

Luego la tensión a cortadura será:

$$\tau_{CORTA} = \frac{F}{A_{CORTA}} = \frac{2.158.903,23}{14.137} = \mathbf{152,71 \text{ MPa}}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$CS = \frac{\tau_{FL}}{\tau_{CORT}} = \frac{900}{152,71} = \mathbf{5,89}$$

3.6.3.2.-Tensión de compresión de los pernos

El área a compresión de los pernos es:

$$A_{COMP} = n \cdot d \cdot t_e$$

Siendo:

t_e : Espesor de la brida, $t_e = 100$ mm

Luego:

$$A_{COMP} = 20 \cdot 30 \cdot 100 = 60.000 \text{ mm}^2$$

La tensión de compresión de los pernos será:

$$\sigma_{COMP} = \frac{F}{A_{COMP}} = \frac{2.158.903,23}{60.000} = \mathbf{35,98 \text{ MPa}}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$CS = \frac{\sigma_{FL}}{\sigma_{COMP}} = \frac{900}{35,98} = \mathbf{25,01}$$

3.6.3.3.- Cortadura en la sección del cubo

La fuerza en el borde del cubo es:

$$F = \frac{M_{Tmax}}{R}$$

Siendo:

$R = 0,235$ m

Luego:

$$F = \frac{803.112}{0,235} = \mathbf{3.417.497,87 \text{ N}}$$

El área a cortadura en el borde del cubo es:

$$A = \pi \cdot d_{bc} \cdot t_e$$

Donde:

d_{bc} : Diámetro en la sección del cubo, $d_{bc} = 470$ mm

t_e : Espesor de la brida, $t_e = 100$ mm

Por tanto:

$$A = \pi \cdot 470 \cdot 100 = 147.655 \text{ mm}^2$$

Luego, la tensión de cortadura será:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{3.417.497,87}{147.665} = \mathbf{23,14 \text{ MPa}}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$CS = \frac{\tau_{FL}}{\tau_{CORT}} = \frac{110}{23,14} = \mathbf{4,75}$$

Por tanto, la sección resiste las cargas a las que se ve sometida.

3.7.- EJE PRINCIPAL

Se denomina eje principal al eje del rotor, encargado de transmitir la potencia de la turbina hasta el eje de entrada de la caja multiplicadora. Se empleará un eje hueco, biapoyado y fabricado en un acero fino aleado F-1251 cuya tensión de fluencia es $\sigma_{FL} = 7200 \text{ kg/cm}^2$.

3.7.1.- Fuerzas sobre el eje principal

El eje estará cargado en su extremo A con las fuerzas que aparecen en el siguiente esquema:

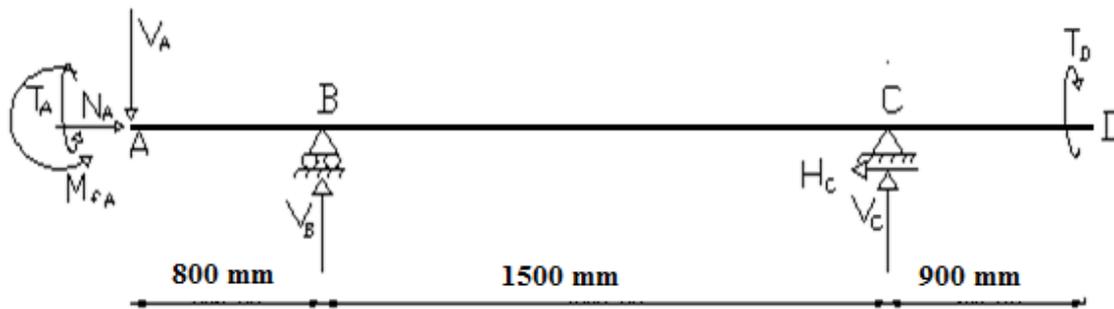


Figura 36: Esquema de cálculo del eje principal

$-N_A$: Fuerza axial fluctuante, debida a la componente de empuje del viento sobre el rotor (*calculada en el apartado 3.4.1.1*) y al propio peso del rotor, siendo:

Componente media

$$N_{m_A} = N_w + N_N$$

N_w : Fuerza debida al propio peso del rotor

$$N_w = W_{ROTOR} \cdot \text{sen } 5^\circ = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \text{sen } 5^\circ \approx 25.650 \text{ N}$$

N_N : Fuerza ponderada de empuje en condiciones nominales del viento, corresponde a 1,1 veces el valor de la fuerza aerodinámica axial total:

$$N_N = 1,1 \cdot 230.114 = 253.125,4 \text{ [N]}$$

Luego:

$$N_{media_A} = N_w + N_N = 25.650 + 253.125,4 = 278.775,4 \text{ N}$$

Componente variable

Por definición, la componente variable es el 20% de la componente media:

$$N_{r_A} = 0,2 \cdot N_{media_A} = 55.755,08 \text{ N}$$

- V_A : Fuerza cortante debida al peso del rotor en la dirección perpendicular al eje:

$$V_A = W \cdot \cos 5^\circ = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ = 293.180 \text{ N}$$

- M_A : Momento flector originado por el peso del rotor:

$$M_{F_A} = W \cdot \cos 5^\circ \cdot d = 30.000 \cdot 9,81 \cdot \cos 5^\circ \cdot 0,8 = 235.544 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- T_A : Momento torsor fluctuante, consecuencia de la naturaleza del viento:

Componente media

Corresponde a 1,1 veces el valor el valor del momento torsor total debido a las fuerzas aerodinámicas calculado en el apartado 3.4.1.1:

$$T_{m_A} = 1,1 \cdot 608.418 = 669.259,8 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Componente variable

Por definición, la componente variable es el 20% de la componente media

$$T_{r_A} = 0,2 \cdot T_{m_A} = 0,2 \cdot 669.259,8 = 133.852 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

3.7.2.- Diagramas

El objetivo es hallar los diagramas de fuerzas axiales y cortantes, así como los diagramas de momentos flectores y torsores:

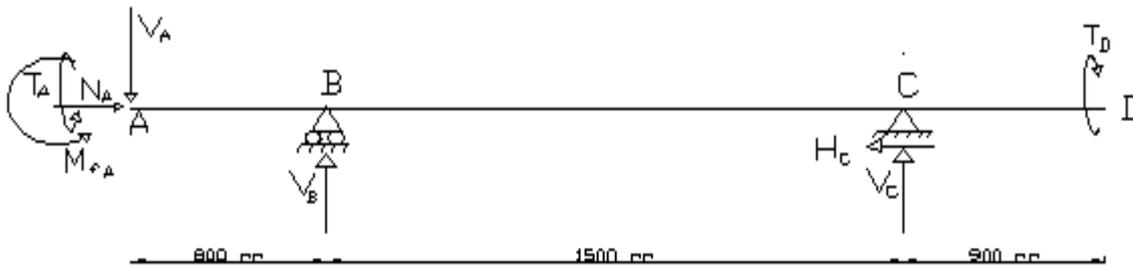


Figura 37: Esquema de cálculo del eje principal

Lo primero es calcular las reacciones en los apoyos:

$$\sum F_V = 0 \rightarrow V_B + V_C = V_A$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_C = N_{m_A} \pm N_{r_A}$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow V_A \cdot \overline{AC} + M_{F_A} - V_B \cdot \overline{BC} = 0$$

Despejando:

$$H_C = 278.775,4 \pm 55.755,08 \text{ N}$$

$$V_B = \frac{\overline{AC} \cdot V_A + M_{F_A}}{\overline{BC}} = \frac{2,3 \cdot 293.180 + 235.544}{1,5} = 606.572 \text{ N}$$

$V_C = V_A - V_B = 293.180 - 606.572 = -313.392 \text{ N}$ (el signo negativo implica cambio de sentido respecto al considerado en la imagen).

Lo siguiente es obtener los diagramas de esfuerzos, estudiando el eje a lo largo de sus diferentes tramos:

- Tramo AB $0 < x \leq 800$

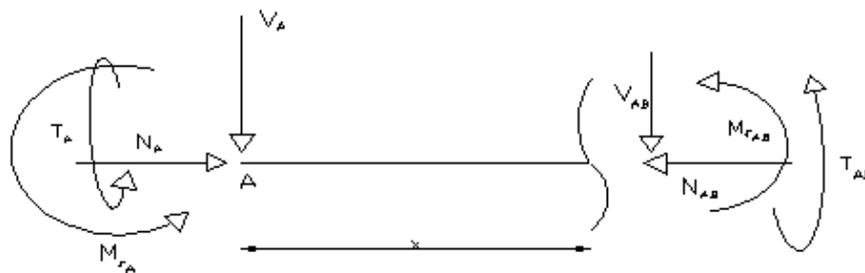


Figura 38: Tramo AB

$$N_{AB} = N_A = 278.775,4 \pm 55.755,08 \text{ N}$$

$$V_{AB} = -V_A = -293.180 \text{ N}$$

$$M_{F_{AB}} = -(M_{F_A} + V_A \cdot x) = -(235.544 + 293.180 \cdot x)$$

$$x = 0 \rightarrow M_{F_A} = -235.544 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$x = 0,8 \text{ m} \rightarrow M_{F_B} = -470.088 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_{AB} = T_A = 669.259,8 \pm 133.852 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Tramo BC $800 < x \leq 2300$

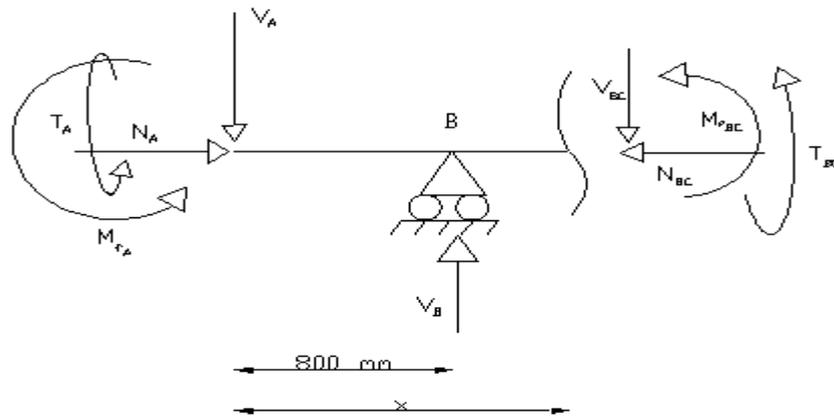


Figura 39: Tramo BC

$$N_{BC} = N_A = 278.775,4 \pm 55.755,08 \text{ N}$$

$$V_{BC} = V_B - V_A = 606.572 - 293.180 = 313.392 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} M_{F_{BC}} &= -V_A \cdot x - M_{F_A} + V_B \cdot (x - 0,8) \\ &= -293.180 \cdot x - 235.544 + 606.572 \cdot (x - 0,8) \end{aligned}$$

$$x = 0,8 \text{ m} \rightarrow M_{F_B} = -470.088 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$x = 2,3 \text{ m} \rightarrow M_{F_C} = 0$$

$$T_{BC} = T_A = 669.259,8 \pm 133.852 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Tramo CD $2300 < x \leq 3200$

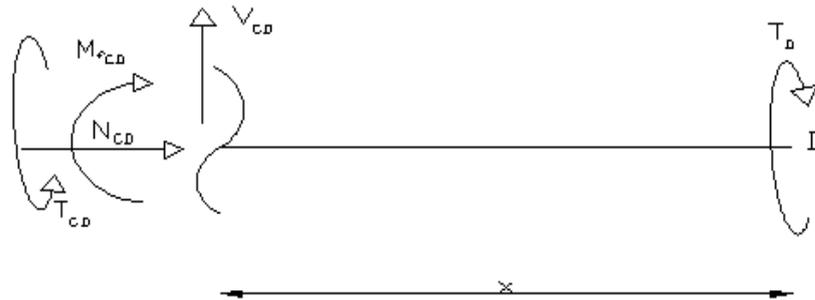


Figura 40: Tramo CD

$$N_{CD} = 0$$

$$V_{CD} = 0$$

$$M_{FCD} = 0$$

$$T_{FCD} = T_A = 669.259,8 \pm 133.852 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Una vez obtenidos los esfuerzos que soporta cada uno de los tramos se va a llevar a cabo una representación gráfica de los esfuerzos y momentos que soportará el eje principal:

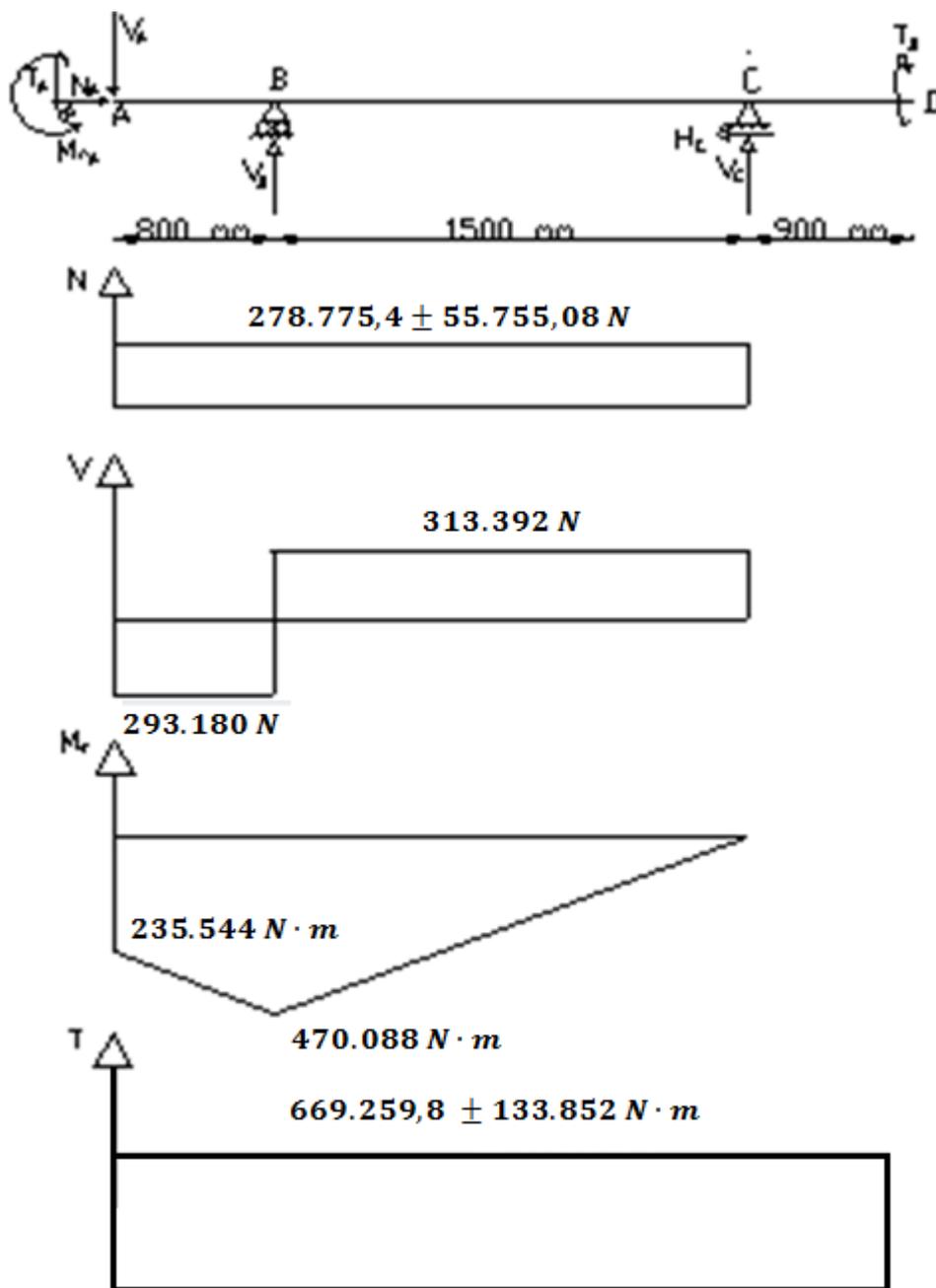


Figura 41: Diagrama de esfuerzos y momentos del eje principal

3.7.3.- Dimensionado del eje

Para el dimensionado del eje se seguirá el código ASME. Dentro de las diferentes teorías para el cálculo de ejes de transmisión se seguirá la teoría de cortadura máxima:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot \sigma_{FL}}{CS} = \frac{R_E}{I_P} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}$$

Siendo:

σ_{FL} : Tensión de fluencia, $\sigma_{FL} = 720 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$

CS = Coeficiente de seguridad, CS = 2

R_E : Radio exterior del eje, en m

I_P : Momento de inercia polar, m^4

$$I_P = \frac{\pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)}{32}$$

C_m : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento flector calculado. Se opta por $C_m = 2$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

C_t : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento torsor calculado. Se toma $C_t = 1,5$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

CONSTANTES SEGÚN EL CÓDIGO ASME		
Naturaleza de la carga	Valores para	
	C_m	C_t
Ejes fijos:		
Carga aplicada gradualmente	1,0	1,0
Carga aplicada repentinamente	1,5-2,0	1,5-2,0
Ejes giratorios:		
Carga constante o aplicada gradualmente	1,5	1,0
Cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos	1,5-2,0	1,0-1,5
Cargas aplicadas bruscamente, grandes impactos	2,0-3,0	1,5-3,0

Figura 42: Constantes según el código ASME

M: Momento flector en la sección, en N · m

T: Momento torsor en la sección, en N · m

3.7.3.1.- Sección B

Sustituyendo de la ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned}\tau_{max} &= \frac{0,5 \cdot 720 \times 10^6}{2} \\ &= \frac{d_e/2}{\pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)/32} \cdot \sqrt{(2 \cdot 470.088)^2 + (1,5 \cdot (669.259,8 \pm 133.852))^2}\end{aligned}$$

Despejando los diámetros exterior e interior:

$$d_e^3 - \frac{d_i^4}{d_e} - \frac{16 \cdot \sqrt{(2 \cdot 470.088)^2 + (1,5 \cdot (669.259,8 \pm 133.852))^2}}{0,5 \cdot \pi \cdot 720 \times 10^6/2} = 0$$

En el apartado 3.6.1 quedó fijado 500 mm como el diámetro interior del buje. Por tanto, este primer tramo de eje tendrá que tener un diámetro exterior menor que el diámetro interior del buje. Es por eso que se elige un diámetro exterior de 470 mm.

$$\text{Si } d_e = 470 \text{ mm} \rightarrow d_i \leq 411 \text{ mm}$$

3.7.3.2.- Sección C

Sustituyendo de la ecuación se obtiene:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot 720 \times 10^6}{2} = \frac{d_e/2}{\pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)/32} \cdot \sqrt{(2 \cdot 0)^2 + (1,5 \cdot (669.259,8 \pm 133.852))^2}$$

Despejando los diámetros exterior e interior:

$$d_e^3 - \frac{d_i^4}{d_e} - \frac{16 \cdot 1,5 \cdot (669.259,8 \pm 133.852)}{0,5 \cdot \pi \cdot 720 \times 10^6 / 2} = 0$$

Debido a que la separación entre secciones es de 1500 mm (*permite al ser una gran distancia una lenta pero constante disminución de sección*) y a que las cargas en el eje van a ir disminuyendo considerablemente, la sección en C será menor que la sección en B. Si se fija el diámetro exterior en 360 mm, se obtiene:

$$\text{Si } d_e = 360 \text{ mm} \rightarrow d_i \leq 259 \text{ mm}$$

3.7.4.- Elección de rodamientos

Los rodamientos de rodillos a rótula son propiamente autoalineables y muy robustos. Las dos hileras de rodillos hacen que los rodamientos puedan absorber cargas elevadas y sean insensibles a la desalineación angular. Ofrecen una gran fiabilidad y una larga duración incluso en condiciones de funcionamiento difíciles.

Los manguitos de fijación son los componentes más utilizados para fijar los rodamientos con un agujero cónico en asientos de ejes cilíndricos, ya que pueden ser utilizados tanto en ejes lisos como en ejes escalonados. Son fáciles de montar y no requieren ningún tipo de fijación adicional en el eje.

Por tanto, se optará por colocar rodamientos de rodillos a rótula sobre manguitos de fijación, siendo libre el apoyo en B y fijo en C.

La elección de los rodamientos se hará según el catalogo SKF.

3.7.4.1.- Rodamiento en B

El diámetro exterior del eje donde va a ir colocado el rodamiento B es $d_e = 470$ mm, el cual ha de coincidir con el diámetro interior del rodamiento (d_1).

Por lo tanto, se comenzará eligiendo el rodamiento de rodillos a rótula sobre manguitos de fijación con diámetro interno $d_1 = 470$ mm de la marca SKF, el modelo 230/500 CAK/W33 y manguito de fijación OH 30/500 H.

Dimensiones principales			Capacidades de carga básica		Velocidades nominales		Designación
d_1	D	B	dinámica	estática	Velocidad de referencia	Límite de velocidad	Rodamiento + manguito de fijación
			C	C_0			* rodamiento SKF Explorer
mm			kN		rpm		-
470	720	167	4358	7800	500	900	230/500 CAK/W33 + OH 30/500 H *

The technical drawing shows two views of a bearing assembly. The left view is a cross-section with dimensions: $D = 720$, $D_1 = 658$, $d_2 = 571$, $d_1 = 470$, $d_3 = 580$, $B = 167$, $B_1 = 247$, $B_2 = 68$, $B_3 = 85$, $K = 12$, $b = 22,3$, and $r_{1,2min} = 6$. The right view shows dimensions: $r_{amax} = 5$, $d_{amax} = 571$, $d_{bmin} = 519$, $B_{amin} = 18$, and $D_{amax} = 697$. Below the drawing, the calculation factors are listed: $e = 0,21$, $Y_1 = 3,2$, $Y_2 = 4,8$, and $Y_0 = 3,2$.

Figura 43: Características del rodamiento

El siguiente paso es comprobar si resiste la carga radial a las que se verá sometido durante su vida útil:

$$F_D = V_B = 313.392 - (-293.180) = 606.572N$$

La carga de diseño F_D se transformará en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C mediante la expresión:

$$F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R \cdot n_R \cdot 60} \right)^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 606,57$ KN

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del rotor calculada en 3.3.2, $n_D = 26,74$ rpm

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a: Constante, para cojinetes de rodillos $a = 10/3$

El catalogo SKF utiliza norma europea, por lo que el valor del producto es:

$$L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$$

Sustituyendo:

$$F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R \cdot n_R \cdot 60} \right)^{1/a} = 606,57 \cdot \left(\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 26,74 \cdot 60}{1 \times 10^6 \cdot 60} \right)^{3/10} = \mathbf{964,03 \text{ KN}}$$

$F_R = \mathbf{964,03 \text{ KN}} < C = 4.358 \text{ KN}$, por lo que el rodamiento nos vale.

3.7.4.2.- Rodamiento en C

El diámetro exterior del eje donde va a ir colocado el rodamiento C es $d_e = 360$ mm, el cual ha de coincidir con el diámetro interior del rodamiento (d_1).

Por lo tanto, se empezará eligiendo el rodamiento de rodillos a rótula sobre manguitos de fijación con diámetro interno $d_1 = 360$ mm de la marca SKF, el modelo 23276 CAK/W33 y manguito de fijación OH 3276 H.

Dimensiones principales			Capacidades de carga básica		Velocidades nominales		Designación
d_1	D	B	dinámica	estática	Velocidad de referencia	Límite de velocidad	
mm			kN	C_0	rpm		Rodamiento + manguito de fijación * rodamiento SKF Explorer
360	680	240	6126	9150	500	750	23276 CAK/W33 + OH 3276 H *

The technical drawing shows two views of the bearing: a front view and a side view. Dimensions are provided in millimeters. Key dimensions include: $d_1 = 360$ mm (inner diameter), $D = 680$ mm (outer diameter), $B = 240$ mm (total width), $B_1 = 310$ mm (width of the roller cage), $B_2 = 60$ mm and $B_3 = 77$ mm (widths of the roller rings), $d_2 = 471$ mm (pitch diameter), $d_3 = 490$ mm (pitch diameter of the roller cage), $r_{1,2min} = 6$ mm (fillet radius), $K = 12$ and $b = 22,3$ mm (roller dimensions), $d_{amax} = 471$ mm and $d_{bmin} = 405$ mm (diameters at the roller ends), $D_{amax} = 654$ mm (outer diameter at roller ends), $r_{amax} = 5$ mm (fillet radius at roller ends), and $B_{amin} = 15$ mm (width of the roller cage at the ends). Calculation factors are listed as: $e = 0,35$, $Y_1 = 1,9$, $Y_2 = 2,9$, and $Y_0 = 1,8$.

Figura 134: Características del rodamiento

El siguiente paso es comprobar si resiste las cargas a las que se verá sometido durante su vida útil:

Fuerza radial

$$F_r = V_c = 313.392 \text{ N}$$

Fuerza axial → Debido a que es una carga fluctuante, el fabricante de rodamientos recomienda trabajar con una fuerza media tal que:

$$F_m = \frac{F_{min} + 2 \cdot F_{max}}{3}$$

$$F_{min}: \text{Fuerza axial mínima, } F_{min} = 278.775,4 - 55.755,08 = 223.020,32 \text{ N}$$

$$F_{max}: \text{Fuerza axial máxima, } F_{max} = 278.775,4 + 55.755,08 = 334.530,48 \text{ N}$$

Luego:

$$F_m = \frac{F_{min} + 2 \cdot F_{max}}{3} = \frac{223.020,32 + 2 \cdot 334.530,48}{3} = 297.360,43 \text{ N}$$

Ahora hay que transformar la carga combinada (*axila y radial*) en una carga de cálculo equivalente:

$$F_D = 0,67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a$$

Los valores apropiados del factor Y_2 vienen definidos en función del modelo del rodamiento, en nuestro caso $Y_2 = 2,9$:

$$F_D = 0,67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a = 0,67 \cdot 313.392 + 2,9 \cdot 297.360,43 = 1.072.317,88 \text{ N}$$

La carga de diseño F_D se transformará en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C mediante la expresión:

$$F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D \cdot n_D}{L_R \cdot n_R} \right)^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 1.072 \text{ KN}$

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del rotor calculada en 3.3.2, $n_D = 26,74 \text{ rpm}$

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20 \text{ años en horas}$

a : Constante, para cojinetes de rodillos $a = 10/3$

El catalogo SKF utiliza norma europea, por lo que el valor del producto es:

$$L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$$

Sustituyendo:

$$F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R \cdot n_R \cdot 60} \right)^{1/a} = 1072 \cdot \left(\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 26.74 \cdot 60}{1 \times 10^6 \cdot 60} \right)^{3/10} = \mathbf{1.703,74 \text{ KN}}$$

$$F_R = 1.703,74 \text{ KN} < C = 6.126 \text{ KN}$$

3.7.5.- Dimensionado de la lengüeta

La unión del eje principal con la multiplicadora se hará a través de tres lengüetas dispuestas bajo el montaje Kennedy, como se indica en la figura:

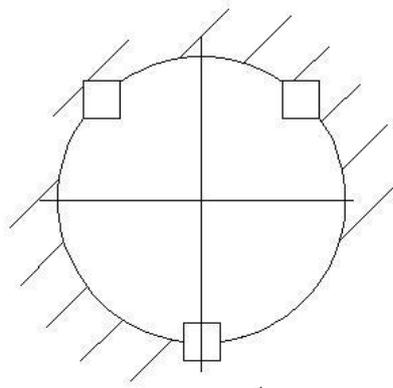


Figura 4145: Montaje Kennedy

Para dimensionar la chaveta se seguirá la norma DIN 6885 para chavetas paralelas cuyas dimensiones normalizadas se obtienen del catálogo OPAC elementos normalizados.

La lengüeta está hecha de un acero al carbono F-1110 normalizado, por lo que se garantiza que la chaveta sea de menor calidad del eje y el de la rueda que une.

El diámetro en el extremo del eje será $d = 320$ mm, por lo que la sección de la lengüeta vendrá definida por:

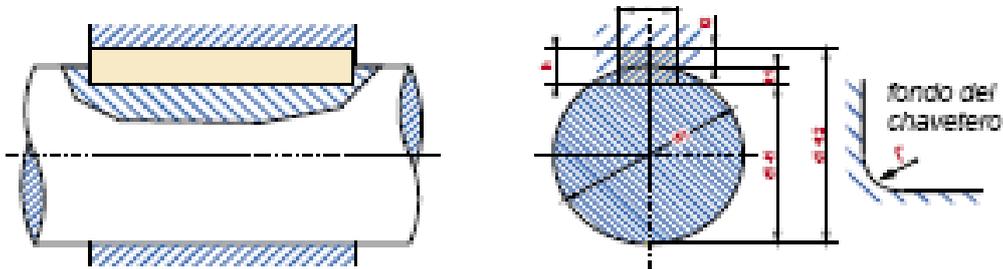


Figura 156: Chavetas DIN 6885

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6885)		Chavetas Paralelas DIN 6885																									
		28		32		36		40		45		50		56		63		70		80		90		100			
		Anchura b		Altura h		Para diámetro del eje d (3)		Anchavero del eje		Anchavero del cubo		Profundidad del eje		Profundidad del cubo		Redondeado del fondo del chavetero											
		10 16		11 18		12 20		14 22		16 25		18 28		32		32		36		40		45		50			
		más de 95		110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440			
		hasta 110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440		500			
		Máxima 27,798		31,974		35,974		39,974		44,974		49,974		55,968		62,968		69,968		79,968		89,963		99,963			
		Mínima 27,925		31,912		35,912		39,912		44,912		49,912		55,894		62,894		69,894		79,894		89,976		99,875			
		Máxima 28,000		32,000		36,000		40,000		45,000		50,000		56,000		63,000		70,000		80,000		90,000		100,000			
		Mínima 27,498		31,938		35,938		39,938		44,938		49,938		55,926		62,926		69,926		79,926		89,913		99,913			
		con juego en el lomo o aprieto		6,9 9,9		7,6 11,1		8,3 12,3		9,5 13,5		10,8 15,3		12,0 17,0		19,3		19,6		22,0		24,6		27,5		30,4	
		dif. adm.		+0,2		+0,2 +0,3		+0,2 +0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3			
		Máxima 27,978		31,974		35,974		39,974		44,974		49,974		55,968		62,968		69,968		79,968		89,963		99,963			
		Mínima 27,296		31,912		35,912		39,912		44,912		49,912		55,894		62,894		69,984		79,894		89,876		99,876			
		Máxima 28,026		32,031		36,031		40,031		45,031		50,031		56,037		63,037		70,037		80,037		90,043		100,043			
		Mínima 27,974		31,969		35,969		39,969		44,969		49,969		55,963		62,963		69,963		79,963		89,95		99,956			
		con juego en el lomo		3,1 6,1		3,4 6,9		3,7 7,7		4,5 8,5		5,2 9,7		6,0 11,0		12,7		12,4		14,0		15,4		17,5		19,6	
		dif. adm.		+0,2		+0,2		+0,2		+0,2 +0,3		+0,2 +0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3		+0,3			
		con aprieto		2,6 5,6		2,9 6,3		3,2 7,1		4,0 7,9		4,6 9,1		5,4 10,4		12,1		11,8		13,4		14,8		16,9		19,0	
		dif. adm.		-0,1 -0,2		-0,1 -0,2		-0,2		-0,2		-0,2 -0,3		-0,2 -0,3		-0,3		-0,3		-0,3		-0,3		-0,3		-0,3	
		r		0,6 1,0		0,6 1,0		0,6 1,0		0,6 1,0		1,0 1,6		1,0 1,6		1,6		1,6		2,5		2,5		2,5		2,5	
		dif. adm.		-0,2 -0,3		-0,2 -0,3		-0,2 -0,3		-0,2 -0,3		-0,3 -0,5		-0,3 -0,5		-0,5		-0,5		-0,5		-0,5		-0,5		-0,5	

Figura 47: Dimensiones de chavetas DIN 6885

Anchura $b = 70$ mm

Altura $h = 36$ mm

Profundidad del chavetero del eje $t_1 = 22$ mm

Profundidad del chavetero del cubo $t_2 = 14 \text{ mm}$

A la hora de realizar el cálculo de la longitud de la chaveta se deberá tener en cuenta:

- La longitud de la chaveta no debe ser mayor del elemento sobre el que se monta.
- La longitud de la chaveta no debe superar 1,5 veces el diámetro del eje sobre el que se monta:

$$L \leq 1,5 \cdot D$$

$$L \leq 1,5 \cdot 320$$

$$L \leq 480 \text{ mm}$$

- El coeficiente de seguridad para chavetas se encuentra normalizado por la norma UNE-EN 61400 siendo:

$$C.S. = 1,1$$

Para calcular la fuerza que soporta la chaveta, supondremos que todo el par torsor que actúa en el eje es absorbido por una fuerza tangencial F situada en la superficie del eje:

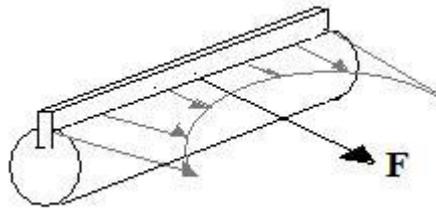


Figura 48: Fuerza que soporta la chaveta

$$F = \frac{T}{r}$$

Siendo:

T: Momento torsor que actúa en la sección.

$T = 669.259,8 \pm 133.852 \text{ N} \cdot \text{m}$. Se toma el más crítico:

$$T = 669.259,8 + 133.852 = 803.111,8 \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{8.031.118 \text{ kg} \cdot \text{cm}}$$

r: Radio del eje en la sección a estudio, $r = 16 \text{ cm}$

$$F = \frac{T}{r} = \frac{8.031.118}{16} = 501.945 \text{ kg}$$

Ésta es la fuerza total que tienen que absorber las chavetas, como hay tres la fuerza que absorbe cada chaveta es:

$$F' = \frac{F}{3} = \frac{501.945}{3} = \mathbf{167.315 \text{ kg}}$$

La longitud de la chaveta será la mínima sección que aguante el aplastamiento y la cortadura.

3.7.5.1.- Cortadura en la lengüeta

El área de cortadura en la lengüeta es: $A_{CORT} = b \cdot l = 7 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\tau_c = \frac{F'}{A_c} = \frac{167.315}{7 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de cortadura máxima del material será:

$$\tau_c = \frac{\tau_{FL}}{CS} = \frac{2.100}{1,1} = \mathbf{1.909,1 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones obtenemos la longitud mínima de la chaveta a cortadura:

$$\frac{167.315}{7 \cdot l} = 1.909,1 \rightarrow l = \mathbf{12,52 \text{ cm}}$$

3.7.5.2.- Aplastamiento en la lengüeta

El área de aplastamiento en la lengüeta es: $A_{APLAST} = t_2 \cdot l = 1,4 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{F'}{A_{APLAST}} = \frac{167.315}{1,4 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de aplastamiento máximo del material será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{\sigma_{FL}}{CS} = \frac{4200}{1,1} = \mathbf{3.818,2 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones obtenemos la longitud mínima de la chaveta a aplastamiento:

$$\frac{167.315}{1,4 \cdot l} = 3.818,2 \rightarrow \mathbf{l = 31,3 \text{ cm}}$$

De acuerdo a la norma DIN 6885, se tomará como longitud normalizada $l = 315$ mm. Por lo tanto, se emplearán Lengüetas de ajuste A 70 x 36 x 315.

3.8.- MULTIPLICADORA

La caja multiplicadora es la encargada de realizar la conversión entre la potencia de alto par torsor que se obtiene de la turbina eólica girando lentamente (w_e), y la potencia de bajo par torsor a alta velocidad (w_{gen}) que utiliza el generador eléctrico.

Todos los engranajes son cilíndricos de dientes helicoidales (*puesto que transmiten más potencia que los rectos, son más silencioso y más duraderos, a pesar de que son más caros*) y se diseñan en tres etapas:

- Las dos primeras son planetarias
- La última es ordinaria

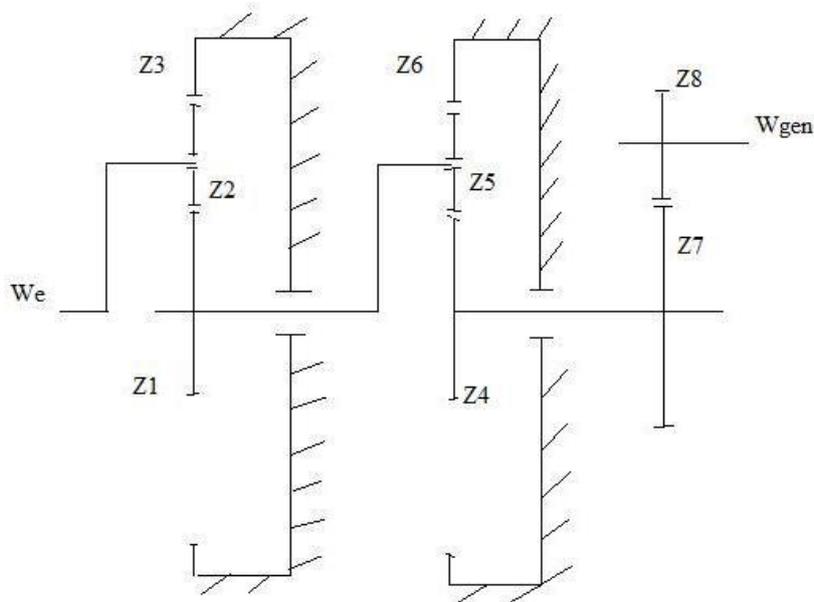


Figura 49: Esquema de la multiplicadora

3.8.1.- Primera etapa planetaria

Se trata de un tren epicicloidal recurrente (*se denomina epicicloidal cuando una rueda gira en torno a un eje que no es fijo y es recurrente cuando el eje de salida y de entrada son coaxiales*) en el que el porta-satélites (*brazo que gira*) gira a la velocidad del rotor, y sobre el que van montados tres satélites (Z_2). A su vez, estos engranan con una corona interiormente (Z_3), y con el piñón solar (Z_1) exteriormente.

3.8.1.1.- Número de dientes de cada rueda

Para aerogeneradores como el diseñado en presente Proyecto Fin de Grado, se tiene constancia que una disposición óptima se obtiene para $Z_1 = 23$ y $Z_3 = 97$ dientes.

Ya se puede calcular el número de dientes de los satélites. Se parte de que se tiene que cumplir la siguiente relación geométrica:

$$R_1 + 2 \cdot R_2 = R_3$$

Todas las ruedas han de tener el mismo modulo m para que engranen correctamente. Teniendo en cuenta que:

$$R = \frac{m \cdot z}{2}$$

Se cumple:

$$Z_1 + 2 \cdot Z_2 = Z_3 \rightarrow Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{97 - 23}{2} = \mathbf{37 \text{ dientes}}$$

3.8.1.2.- Velocidad de cada rueda

Se define la relación de transmisión aparente i_a como la correspondiente cuando la velocidad de soporte es nula, es decir, cuando funciona como un tren ordinario.

Se define la función de cada rueda:

- Piñón 1: Conductor
- Satélite 2: Conductor y conducido simultáneamente
- Corona 3: Conducida

Hay dos formas de obtener i_a :

Según el número de dientes

$$i_a = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3} = -\frac{23}{97}$$

Según la fórmula de Willis

$$i_a = \frac{w_m - w_l}{w_0 - w_l}$$

Siendo:

w_m : Velocidad de giro de la rueda de salida, $w_3 = 0$

w_0 : Velocidad de giro de la rueda de entrada, w_1 en rpm

w_l : Velocidad de giro de la carcasa que es la misma que la velocidad angular del rotor calculada en el apartado 3.3.2, $w_l = w_e = 26,74$ rpm

Substituyendo:

$$i_a = \frac{w_m - w_l}{w_0 - w_l} = \frac{0 - 26,74}{w_1 - 26,74}$$

Sabiendo que $i_a = 23/97$:

$$i_a = -\frac{23}{97} = \frac{0 - 26,74}{w_1 - 26,74} \rightarrow w_1 = 139,51 \text{ rpm}$$

Para obtener la velocidad de giro de los satélites (w_2) es preciso realizar un análisis de velocidades en el punto P de contacto entre el satélite (Z_2) y la corona (Z_3):

$$v_{p_2} = v_{p_3}$$

$$v_{o_2} + v_{p/o_2} = 0$$

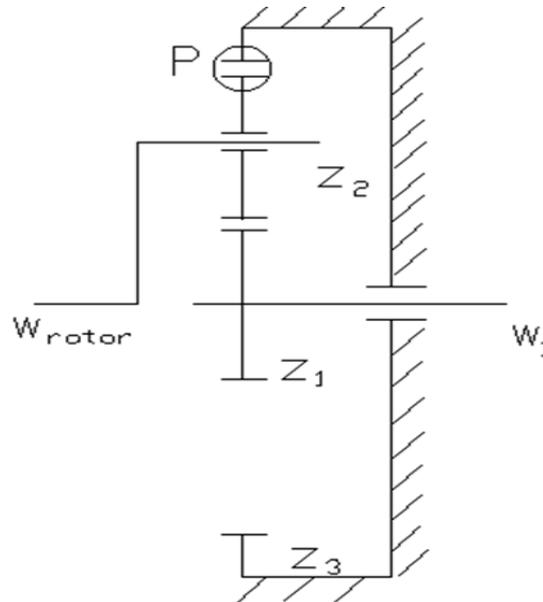


Figura 50: Primera etapa de la multiplicadora

Donde:

v_{o_2} : Velocidad en el centro del satélite

$$v_{o_2} = w_1 \cdot (R_1 + R_2) = \frac{w_1 \cdot m}{2} \cdot (Z_1 + Z_2) = \frac{26,74 \cdot m}{2} \cdot (23 + 37) = 802,2 \cdot m$$

v_{p/o_2} : Velocidad del punto P que vería un observador situado en el centro del satélite

$$v_{p/o_2} = w_2 \cdot R_2 = w_2 \cdot \frac{m}{2} \cdot Z_2 = 37 \cdot w_2 \cdot \frac{m}{2}$$

Despejando:

$$v_{o_2} + v_{p/o_2} = 0$$

$$1604,4 \cdot \frac{m}{2} + 37 \cdot w_2 \cdot \frac{m}{2} = 0$$

$$w_2 = -\frac{1604,4}{37} = -43,36 \text{ rpm}$$

3.8.1.3.- Módulo de engrane piñón-satélites

El módulo de engrane del piñón-satélites ha de ser el mismo para las dos ruedas para que el engrane se produzca correctamente. El cálculo del módulo se realizará para el piñón solar, por ser la rueda pequeña.

El material del piñón solar es un acero cementado aleado 16 Mn Cr 5 cuyas propiedades mecánicas aparecen a continuación:

Propiedades mecánicas de los materiales para ruedas dentadas

Material	Designación DIN	Tratamiento	Resistencia a tracción σ_B	Límite de fluencia mínimo σ_s	Dureza Brinell DB	Resistencia a fatiga flexión alternada σ_{BIF}	Solicitación adm. para velocidades medias y elevadas $\sigma_{B adm}$
			kg/mm ²	kg/mm ²	kg/mm ²	kg/mm ²	kg/cm ²
Fund. gns	GG-18		18		150-170	$\pm 8,5$	350-450
	GG-22		22		180-200	± 11	450-550
	GG-26		26		200-220	± 12	550-650
Acero mold.	GS-45	recoc.	45	22	125-160	± 20	650-750
	GS-52	recoc.	52	25	145-190	± 22	750-900
Acero para máquinas sin alear	St 50		50-60	27	145-174	± 24	850-1100
	St 60		60-70	30	174-205	± 28	1000-1250
	St 70		70-85	35	205-240	± 33	1200-1400
Ac. cement sin alear	Ck 15	templ.	50-65 ¹⁾	30	600 ²⁾	± 25	1000-1250
Ac. mejorado sin alear	Ck 45	mej.	65-80	40	190-230	± 30	1100-1300
	Ck 60	mej.	75-90	49	217-265	± 35	1300-1500
Ac. mejorado al Mn	30Mn5	mej.	80-95	55	230-270	± 38	1500-2000
	37MnSi5	mej.	90-105	65	260-300	± 45	2000-3000
	42MnV7	mej.	100-120	80	290-350	± 50	3000-4000
Ac. cement. aleado	15CrNi6	templ.	90-120 ¹⁾	65		± 45	2000-3000
	18CrNi8	templ.	120-145	80		± 50	3000-4000
	16MnCr5	templ.	80-110	60	600 ²⁾	± 43	1900-3000
	20MnCr5	templ.	100-130	70		± 47	2200-3400
Ac. mejorado aleado	34Cr4	templ.	130-155 ³⁾	100	380-450		
	41Cr4	templ.	155-180 ³⁾	130	450-500		
	50CrV4	templ.	150-175 ⁴⁾	130	430-495	± 50	3000-4000
	50CrMo4	templ.	150-174 ⁴⁾	130	430-495		

1) Resistencia del núcleo.

2) Estos valores son válidos para la capa superficial templada.

3) Templado en baño de cianuro.

4) Templado en aceite.

Los materiales sintéticos de elevada calidad, como tejidos endurecidos y chapa de madera prensada pueden ser solicitados como la GG-18.

Figura 51: Propiedades mecánicas de los materiales para ruedas dentadas

3.8.1.3.1.- Cálculo del módulo a duración y desgaste

Lo primero es determinar la característica de rodadura admisible K_{adm} por medio de la ecuación de Niemann:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha}$$

Donde:

f: Es un coeficiente que para el acero toma el valor constante $f = 6.800$

HB: Dureza Brinell = 600 Kg/mm^2

E: Modulo de elasticidad del material. Dado que el satélite y el piñón son de acero, $E = 2,1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

α : 1/3

W: Son los millones de rodaduras para una vida útil de 20 años:

$$W = \frac{\text{vida util [horas]} \cdot 60 \cdot n_1 [\text{rpm}]}{10^6}$$

$$W = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 139,51}{10^6} = 1.467 \text{ millones de rodaduras}$$

Sustituyendo:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha} = 6800 \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \cdot 1.467^{1/3}} = \mathbf{102,59 \text{ kg/mm}^2}$$

El modulo a duración y desgaste para dientes helicoidales toma la siguiente expresión:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_1} \cdot (i + 1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_1}^2}} \quad [\text{cm}]$$

Donde:

M_{t_1} : Momento torsor que actúa en el piñón, es función de la potencia N en C.V y la velocidad de giro n_1 en rpm:

$$M_{t_1} = 71.620 \cdot \frac{N_1}{n_1 \cdot \eta_{multi}} = 71.620 \cdot \frac{1440 / 0,736}{139,51 \cdot 0,94} = 1.068.528 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

i: Relación de transmisión,

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{139,51}{43,36} = 3,217$$

β_a : Angulo de inclinación aparente. Los valores óptimos están comprendidos entre los 15 y los 25° para velocidades de giro medias. Se elegirá $\beta_{a_1} = 19^\circ$

Z_{n_1} : Es el número de dientes virtuales, es decir, el número de dientes que tendría un engranaje recto equivalente a nuestro engranaje helicoidal:

$$Z_{n_1} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta_a} = \frac{23}{\cos^3 19^\circ} = 27,21 \text{ dientes}$$

K_{adm} : Característica de rodadura admisible, calculada anteriormente:

$$K_{adm} = 102,59 \text{ kg/mm}^2$$

ψ : Factor de guiado del diente, experimentalmente se toma $\psi = 30$

Substituyendo:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_1} \cdot (i + 1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_1}^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot 1.068.528 \cdot (3,217 + 1) \cdot \cos^2 19^\circ}{102,59 \cdot 30 \cdot 3,217 \cdot 27,21^2}} = 1,51 \text{ cm}$$

Por tanto, elegiremos el valor inmediatamente superior de la tabla de módulos normalizados, $m_n = 16 \text{ mm}$.

serie		
I	II	III
4	4.5	
5	5.5	
6	7	
8	9	
10	11	
12	14	
16	18	
20	22	
25	28	

Figura 52: Módulos normalizados

3.8.1.3.2.- Comprobación a resistencia por el método aproximado

La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

U: Fuerza tangencial en kg, calculada en el apartado 3.8.1.6:

$$U_{12} = 18.305 \text{ kg}$$

q: Coeficiente de Wissman. Para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n1} = 27,21$ dientes interpolando se obtiene que el valor de q es:

Valores de q según Wissmann

Ángulo de engrane $\alpha = 15^\circ$	Dentado exterior	z	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
		q	5,4	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,1
Dentado interior	z	26	28	30	33	36	40	48	60	76	100	140	200	∞	
	q	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	
Ángulo de engrane $\alpha = 20^\circ$	Dentado exterior	z	10	11	12	13	14	15	16	17	18	21	24	28	34
		q	5,2	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,8	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0
	Dentado interior	z	40	50	65	80	100	∞							
		q	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5							
Dentado interior	z	∞	200	100	70	50	38	30	24	20					
	q	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7					

Figura 16: Valores de q según Wissmann

$$q = 3,12$$

b: Anchura del diente

$$b = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 1,6 = 48 \text{ cm}$$

σ_{adm} : Tensión admisible del material del piñón, acero cementado aleado 16 Mn Cr 5. Su valor se obtiene de la tabla de propiedades mecánicas de los materiales:

$$\sigma_{adm} = 1900 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 18.305 \cdot 3,12}{48 \cdot 1,6} = 446,18 \text{ kg/cm}^2 \leq 1900 \text{ kg/cm}^2$$

El modulo es válido por ahora, habrá que comprobar si es válido para el engrane satélites-corona (apartado 3.8.1.4).

3.8.1.3.3.- Calculo del grado de recubrimiento

Lo siguiente a comprobar es que la transmisión entre los dos engranajes sea adecuada. Para ello el coeficiente de engrane ε_{12} debe ser mayor que la unidad:

$$\varepsilon_{12} = \frac{E_1 E_2 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde:

$E_1 E_2$: Es la longitud de circunferencia básica que pasa por un punto desde que un diente empieza su engrane hasta que lo termina, en cm

$$E_1 E_2 = \sqrt{R_{C1}^2 - R_1^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + \sqrt{R_{C2}^2 - R_2^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - (R_1 + R_2) \cdot \sen \alpha_a$$

$$R_1 = m_a \cdot \frac{Z_1}{2} = \frac{m_n}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{Z_1}{2} = \frac{1,6}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{23}{2} = 19,46 \text{ cm}$$

$$R_{C1} = R_1 + h_c = R_1 + m_n = 19,46 + 1,6 = 21,06 \text{ cm}$$

$$R_2 = m_a \cdot \frac{Z_2}{2} = \frac{m_n}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{Z_2}{2} = \frac{1,6}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{37}{2} = 31,31 \text{ cm}$$

$$R_{C2} = R_2 + h_c = R_2 + m_n = 31,31 + 1,6 = 32,91 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 19^\circ} \right) = 21,05^\circ$$

Substituyendo:

$$E_1 E_2 = \sqrt{21,06^2 - 19,46^2 \cdot \cos^2 21,05^\circ} + \sqrt{32,91^2 - 31,31^2 \cdot \cos^2 21,05^\circ} \\ - (19,46 + 31,31) \cdot \sin 21,05^\circ$$

$$E_1 E_2 = 7,57$$

S_d : Es la desviación angular, en cm

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r$$

Siendo:

b: Anchura del diente en cm, b = 48 cm

$$\tan \beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a = \tan 19^\circ \cdot \cos 21,05^\circ = 0,32$$

Por tanto:

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r = 48 \cdot 0,32 = 15,36 \text{ cm}$$

El coeficiente de engrane es:

$$\varepsilon_{12} = \frac{E_1 E_2 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{7,57 + 15,36}{\pi \cdot \frac{1,6}{\cos 19^\circ} + \cos 21,05^\circ} = \mathbf{3,67}$$

Como el coeficiente de engrane es mayor que uno, la transmisión se realizará de forma suave y gradual con varios dientes engranando simultáneamente.

3.8.1.3.4.- Comprobación de problemas de interferencia con los dientes

Para comprobar si existe algún problema de interferencia entre los dientes del piñón solar y los satélites es preciso determinar el número de dientes virtuales de cada rueda, es decir, el número de dientes que tendría cada rueda si fueran engranajes de dientes rectos.

$$Z_{V_1} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta_a} = \frac{23}{\cos^3 19^\circ} = \mathbf{27,21 \text{ dientes}}$$

$$Z_{V_2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta_a} = \frac{37}{\cos^3 19^\circ} = \mathbf{43,77 \text{ dientes}}$$

No habrá problemas de interferencia porque ambas ruedas superan el número de dientes límite por debajo del cual se produciría la misma ($Z_l = 17 \text{ dientes}$).

3.8.1.4.- Módulo de engrane satélites-corona

El cálculo del módulo de engrane se llevará a cabo para el satélite por ser la rueda pequeña. El satélite está fabricado en un acero mejorado al magnesio 37 Mn Si 5 cuyas propiedades se observan en la tabla de propiedades mecánicas de los materiales para ruedas dentadas.

3.8.1.4.1.- Cálculo del módulo a flexión

Primeramente, calculamos la tensión de Lewis:

$$\sigma_L = f_V \cdot \sigma_{adm}$$

El factor de velocidad f_V viene determinado por el tipo de material. Al ser un acero, se calcula de la siguiente manera:

$$f_V = \frac{A}{A + v}$$

Siendo:

A: Es una constante que para el acero toma el valor de $A = 3$ m/s

v: Velocidad periférica de la rueda

$$v = w_2 \cdot R_2 = \frac{n_2 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} \cdot \frac{Z_2}{2}$$

m_n : Modulo normal, $m_n = 1,6 \text{ cm} = 0,016 \text{ m}$

Luego:

$$v = w_2 \cdot R_2 = \frac{n_2 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} \cdot \frac{Z_2}{2} = \frac{43,36 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{0,016}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{37}{2} = 1,42 \text{ m/s}$$

Substituyendo:

$$f_V = \frac{A}{A + v} = \frac{3}{3 + 1,42} = 0,68$$

La tensión admisible del material es $\sigma_{adm} = 2.000 \text{ kg/cm}^2$. Por tanto la tensión de Lewis es:

$$\sigma_L = f_V \cdot \sigma_{adm} = 0,68 \cdot 2.000 = \mathbf{1.360 \text{ kg/cm}^2}$$

Una vez calculada la tensión de Lewis ya tenemos todos los componentes para calcular el modulo a flexión:

$$m_n \geq 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{N_c \cdot \gamma_n \cdot \cos \beta_a}{1,5 \cdot n_2 \cdot Z_2 \cdot \psi \cdot \sigma_L}} \quad cm$$

Siendo:

N_c : Potencia transmitida en C.V. Son 3 satélites, luego la potencia que transmite cada satélite es:

$$N_c = \frac{N}{\eta_{multi}} = \frac{1440 \text{ kW}}{3 \cdot 0,94} \cdot \frac{1 \text{ C.V}}{0,736 \text{ kW}} = 693,8 \text{ C.V}$$

γ_n : Factor de forma de los dientes. Para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{v2} = 43,77$ de la tabla de factor de forma de los dientes se obtiene:

$$\gamma_n = 8,92$$

β_a : Es el ángulo de inclinación aparente, $\beta_a = 19^\circ$

n_2 : Es la velocidad de giro del satélite en rpm, $n_2 = 43,36$ rpm

Z_2 : Es el número de dientes del satélite, $Z_2 = 37$ dientes

Ψ : Es el factor de guiado del diente, experimentalmente se toma $\psi = 30$

σ_L : Es la tensión de Lewis, $\sigma_L = 1360 \text{ kg/cm}^2$

Substituyendo:

$$m_n \geq 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{N_c \cdot \gamma_n \cdot \cos \beta_a}{1,5 \cdot n_2 \cdot Z_2 \cdot \psi \cdot \sigma_L}} = 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{693,8 \cdot 8,92 \cdot \cos 19^\circ}{1,5 \cdot 43,36 \cdot 37 \cdot 30 \cdot 1360}} = 1,39 \text{ cm}$$

De la misma manera que en módulo engranaje piñón-satélites, se opta por un módulo normalizado de $m_n = 16 \text{ mm}$.

3.8.1.4.2.- Comprobación a resistencia por el método aproximado

La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

U: Fuerza tangencial en kg, calculada en el apartado 3.8.1.6:

$$U_{23} = 18.305 \text{ kg}$$

q: Coeficiente de Wissman, obtenido a partir de la tabla valores de q según Wissman. En nuestro caso, para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n_2} = 43,77$ dientes interpolando se obtiene que el valor de q es:

$$q = 2,86$$

b: Anchura del diente

$$b = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 1,6 = 48 \text{ cm}$$

σ_{adm} : Tensión admisible del material del satélite, acero mejorado al magnesio 37 Mn Si 5. Su valor se obtiene de la tabla de propiedades de los materiales para ruedas dentadas:

$$\sigma_{adm} = 2000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 18.305 \cdot 2,86}{48 \cdot 1,6} = 409 \text{ kg/cm}^2 \leq 2000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto, el modulo **m = 16 mm** es válido.

3.8.1.4.3.- Cálculo del grado de recubrimiento

Lo siguiente a comprobar es que la transmisión entre los dos engranajes sea adecuada. Para ello el coeficiente de engrane ε_{23} debe ser mayor que la unidad:

$$\varepsilon_{23} = \frac{E_2 E_3 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde:

$E_2 E_3$: Es la longitud de circunferencia básica que pasa por un punto desde que un diente empieza su engrane hasta que lo termina, en cm

$$E_2 E_3 = \sqrt{R_{C2}^2 - R_2^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - \sqrt{R_{C3}^2 - R_3^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + (R_3 - R_2) \cdot \operatorname{sen} \alpha_a$$

$$R_2 = m_a \cdot \frac{Z_2}{2} = \frac{m_n}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{Z_2}{2} = \frac{1,6}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{37}{2} = 31,31 \text{ cm}$$

$$R_{C2} = R_2 + h_c = R_2 + m_n = 23,48 + 1,6 = 32,91 \text{ cm}$$

$$R_3 = m_a \cdot \frac{Z_3}{2} = \frac{m_n}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{Z_3}{2} = \frac{1,6}{\cos 19^\circ} \cdot \frac{97}{2} = 82,07 \text{ cm}$$

$$R_{C3} = R_3 - h_c = R_3 - m_n = 82,07 - 1,6 = 80,47 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \operatorname{arc tan} \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \operatorname{arc tan} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 19^\circ} \right) = 21,05^\circ$$

Substituyendo:

$$E_2 E_3 = \sqrt{32,91^2 - 31,31^2 \cdot \cos^2 21,05^\circ} - \sqrt{80,47^2 - 82,07^2 \cdot \cos^2 21,05^\circ} + (82,07 - 31,31) \cdot \operatorname{sen} 21,05^\circ$$

$$E_2 E_3 = 8,7$$

S_d : Es la desviación angular, en cm

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r$$

Siendo:

b: Anchura del diente en cm, b = 48 cm

$$\tan \beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a = \tan 19^\circ \cdot \cos 21,05^\circ = 0,32$$

Por tanto:

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r = 48 \cdot 0,32 = \mathbf{15,36 \text{ cm}}$$

El coeficiente de engrane es:

$$\varepsilon_{23} = \frac{E_2 E_3 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{8,7 + 15,36}{\pi \cdot \frac{1,6}{\cos 19^\circ} + \cos 21,05^\circ} = \mathbf{3,85}$$

Como el coeficiente de engrane es mayor que uno, la transmisión se realizará de forma suave y gradual con varios dientes engranando simultáneamente.

3.8.1.4.4.- Comprobación de problemas de interferencia con los dientes

Para comprobar si existe algún problema de interferencia entre los dientes de los satélites y la corona es preciso determinar el número de dientes virtuales de cada rueda, es decir, el número de dientes que tendría cada rueda si fueran engranajes de dientes rectos.

$$Z_{V_2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta_a} = \frac{37}{\cos^3 19^\circ} = \mathbf{43,77 \text{ dientes}}$$

$$Z_{V_3} = \frac{Z_3}{\cos^3 \beta_a} = \frac{97}{\cos^3 19^\circ} = \mathbf{114,75 \text{ dientes}}$$

No habrá problemas de interferencia porque ambas ruedas superan el número de dientes límite por debajo del cual se produciría la misma ($Z_l = 17 \text{ dientes}$).

3.8.1.5.- Dimensionado de las ruedas

Las ruedas quedan definidas por los siguientes ángulos y direcciones:

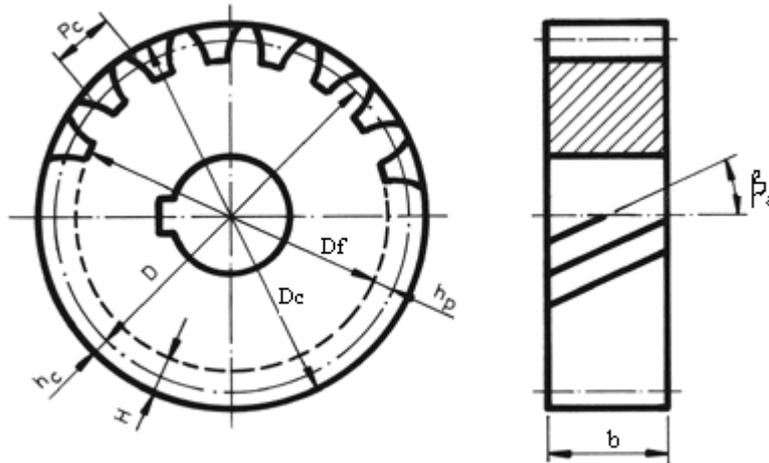


Figura 54: Dimensiones de una rueda dentada

Módulo normal

$$m_n = 16 \text{ mm}$$

Módulo aparente

$$m_a = \frac{m_n}{\cos \beta_a} = \frac{16}{\cos 19^\circ} = 16,92 \text{ mm}$$

Ángulo de presión real

$$\alpha_r = 20^\circ$$

Ángulo de presión aparente

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 19^\circ} \right) = 21,05^\circ$$

Ángulo de inclinación aparente

$$\beta_a = 19^\circ$$

Ángulo de inclinación real

$$\beta_r = \arctan(\tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a) = \arctan(\tan 19^\circ \cdot \cos 21,05^\circ) = 17,81^\circ$$

Número de dientes

$$Z_1 = 23 \text{ dientes}$$

$$Z_2 = 37 \text{ dientes}$$

$$Z_3 = 97 \text{ dientes}$$

Diámetros primitivos

$$d_1 = m_a \cdot Z_1 = 16,92 \cdot 23 = 389,16 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_a \cdot Z_2 = 16,92 \cdot 37 = 626,04 \text{ mm}$$

$$d_3 = m_a \cdot Z_3 = 16,92 \cdot 97 = 1.641,24 \text{ mm}$$

Altura de los dientes

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_f + h_c = 1,25 \cdot m_n + m_n = 1,25 \cdot 16 + 16 = 36 \text{ mm}$$

Diámetros de cabeza

$$d_{c_1} = d_1 + 2 \cdot h_{c_1} = 389,16 + 32 = 421,16 \text{ mm}$$

$$d_{c_2} = d_2 + 2 \cdot h_{c_2} = 626,04 + 32 = 658,04 \text{ mm}$$

$$d_{c_3} = d_3 - 2 \cdot h_{c_3} = 1.641,24 - 32 = 1609,24 \text{ mm}$$

Diámetro de fondo

$$d_{f_1} = d_1 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 389,16 - (2,5 \cdot 16) = 349,16 \text{ mm}$$

$$d_{f_2} = d_2 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 626,04 - (2,5 \cdot 16) = 586,04 \text{ mm}$$

$$d_{f_3} = d_3 + (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 1.641,24 + (2,5 \cdot 16) = 1681,24 \text{ mm}$$

Distancia entre ejes

$$a_{0_{12}} = a_{0_{23}} = R_1 + R_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{389,16 + 626,04}{2} = 507,6 \text{ mm}$$

Ancho de los dientes

$$b_1 = b_2 = b_3 = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 16 = 480 \text{ mm}$$

3.8.1.6.- Fuerzas sobre los dientes

La fuerza que actúa sobre los dientes helicoidales se puede descomponer en tres direcciones: axial, radial y tangencial.

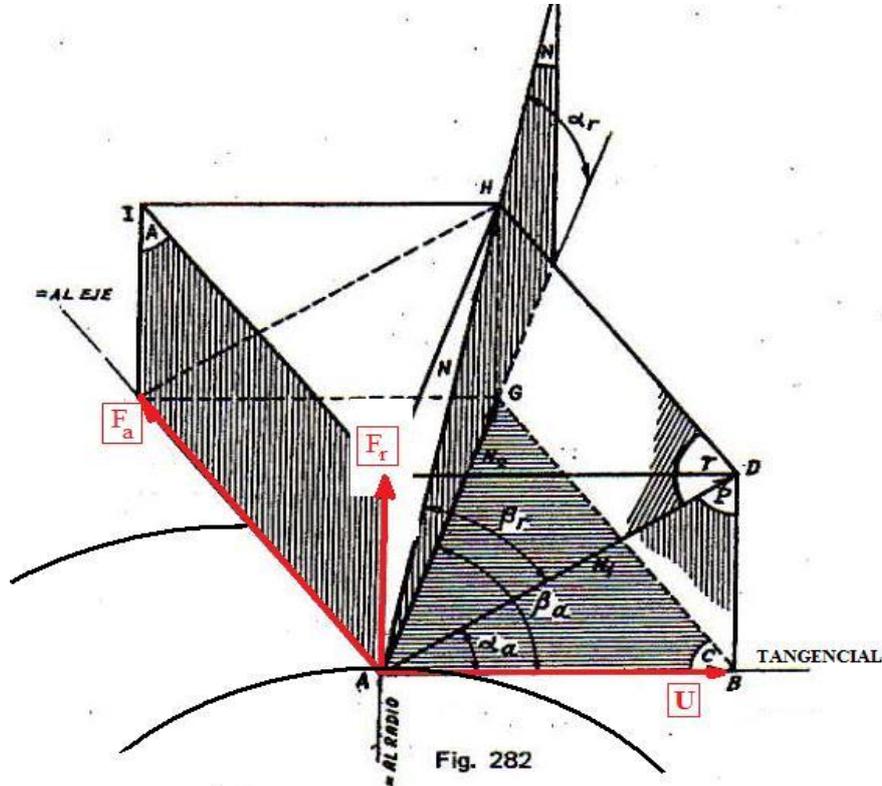


Figura 55: Fuerzas sobre dientes helicoidales

Fuerzas sobre el engrane piñón-satélite

Fuerza tangencial

$$U_{12} = \frac{2 \cdot M_{t1}}{3 \cdot d_1} = \frac{2 \cdot 1.068.528 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{3 \cdot 38,916 \text{ cm}} = 18.305 \text{ kg}$$

Fuerza radial

$$F_{r_{12}} = U_{12} \cdot \tan \alpha_a = 18.305 \cdot \tan 21,05^\circ = 7.045 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_{a_{12}} = U_{12} \cdot \tan \beta_a = 18.305 \cdot \tan 19^\circ = 6.303 \text{ kg}$$

Fuerzas sobre el engrane satélite-corona

Fuerza tangencial

$$U_{12} = U_{23} = \frac{2 \cdot M_{t_2}}{3 \cdot d_2} = \frac{2 \cdot 1.718.949 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{3 \cdot 62,604 \text{ cm}} = 18.305 \text{ kg}$$

Fuerza radial

$$F_{r_{23}} = U_{23} \cdot \tan \alpha_a = 18.305 \cdot \tan 21,05^\circ = 7.045 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_{a_{23}} = U_{23} \cdot \tan \beta_a = 18.305 \cdot \tan 19^\circ = 6.303 \text{ kg}$$

3.8.1.7.- Dimensionado del eje de los satélites

El eje está fabricado con un acero fino al carbono F-114 el cual tiene una tensión de fluencia de $\sigma_F = 3900 \text{ kg/cm}^2$.

Vamos a aislar la rueda satélite, de la cual conocemos todas sus fuerzas pues se han calculado en el apartado anterior:

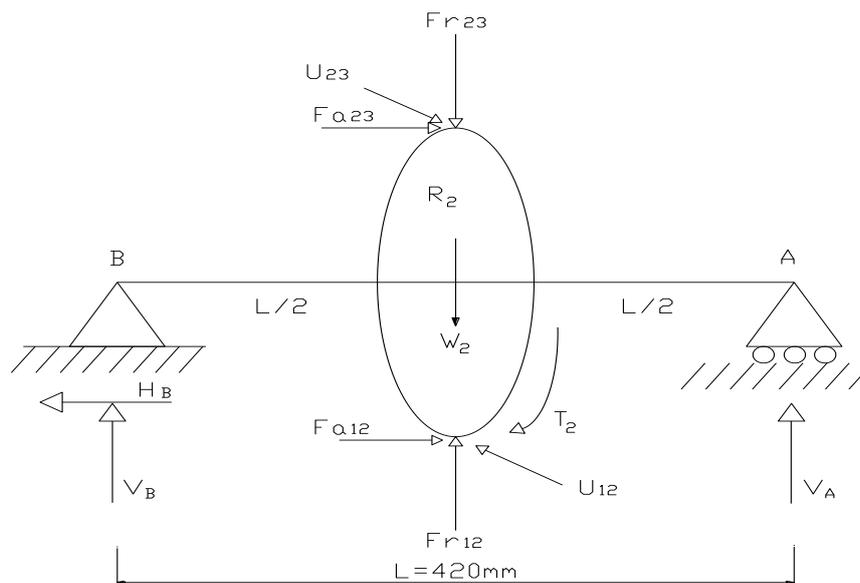


Figura 56: Esquema de cálculo del eje de entrada

Las fuerzas radiales F_r y tangenciales U se anulan entre sí (*son iguales en modulo y dirección y tienen distinto sentido*). Por ello, las fuerzas que nos quedan actuando sobre el eje son:

$$\text{Fuerza axial} \rightarrow F_{a_2} = F_{a_{12}} + F_{a_{23}} = 2 \cdot 6.303 = 12.606 \text{ kg}$$

$$\text{Peso aproximado del satélite} \rightarrow W_2 = 800 \text{ kg}$$

$$\text{Par torsor} \rightarrow T_2 = M_{t_2} = 1.718.949 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

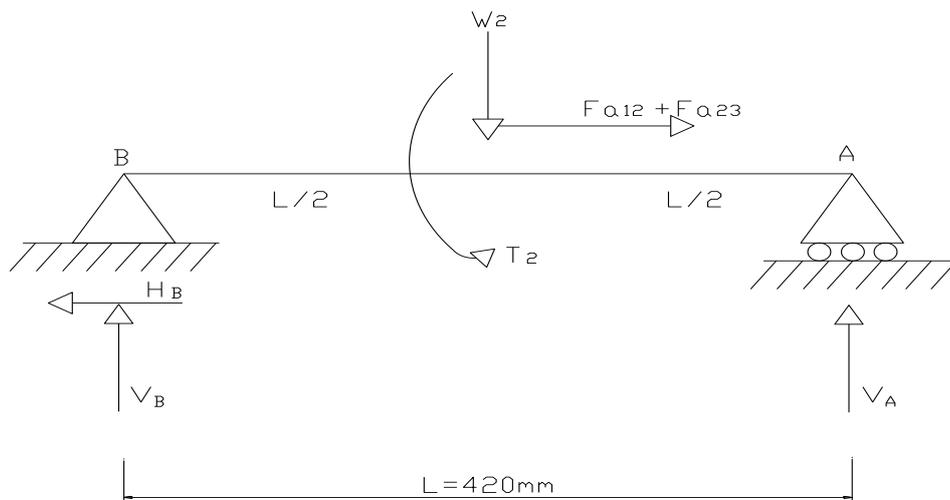


Figura 57: Esquema de cálculo del eje de entrada

Las reacciones en los apoyos son:

$$V_A = V_B = \frac{W_2 \cdot L/2}{L} = \frac{800}{2} = 400 \text{ kg} = 3924 \text{ N}$$

$$H_A = F_{a_{12}} + F_{a_{23}} = F_{a_2} = 12.606 \text{ kg} = 123.665 \text{ N}$$

El momento flector se hará máximo en la mitad del eje y su valor será:

$$M_{F_{max}} = \frac{V_A \cdot L}{2} = \frac{400 \cdot 42}{2} = 8400 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

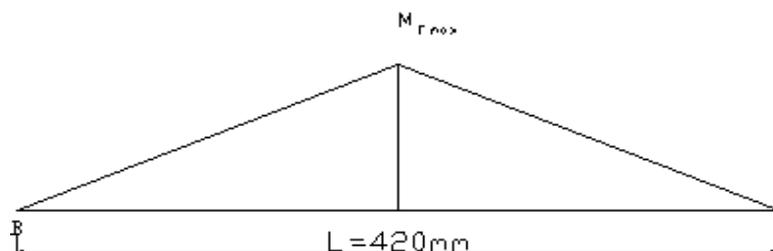


Figura 58: Diagrama del momento flector

Una vez conocidas todas las cargas se procederá al dimensionado del eje a través del código ASME, aplicando la teoría de cortadura máxima para proyectos de eje de transmisión expuesta en "Proyecto de elementos de máquinas" de Spotts, M.F, según la expresión:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot \sigma_{FL}}{CS} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}$$

Si despejamos el diámetro del eje, tenemos:

$$d = \left[\frac{16 \cdot CS}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{FL}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \right]^{1/3}$$

Siendo:

σ_{FL} : Tensión de fluencia del material (*acero fino al carbono F-114*), $\sigma_{FL} = 3900 \text{ kg/cm}^2$

C_m : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento flector calculado. Se tomará $C_m = 2$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

C_t : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento torsor calculado. Se tomará $C_t = 1,5$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

M: Momento flector máximo, $M = 8.400 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

T: Momento torsor máximo, $T = 1.718.949 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

CS: Coeficiente de seguridad, $CS = 2$

Por tanto:

$$d \geq \left[\frac{16 \cdot 2}{\pi \cdot 0,5 \cdot 3900} \cdot \sqrt{(2 \cdot 8.400)^2 + (1,5 \cdot 1.718.949)^2} \right]^{1/3} \geq 23,79 \text{ cm}$$

Luego, tomaremos como diámetro para el eje de los satélites de la primera etapa

d = 24 cm.

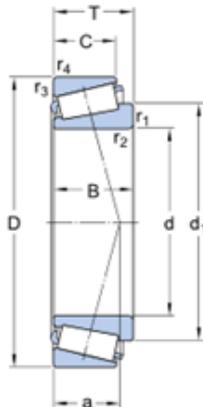
3.8.1.8.- Elección de los rodamientos del eje de los satélites

Para el eje de los satélites se elegirán rodamientos de una hilera de rodillos cónicos de la marca SKF, debido a que su diseño hace que sean especialmente adecuados para soportar cargas combinadas (*radiales y axiales*). La selección de estos se hará siguiendo las pautas marcadas en el catálogo.

El eje se apoyará sobre dos rodamientos, los cuales serán iguales y del modelo T4EB 240/VE174, cuyo diámetro interior es 240 mm.

T4EB 240/VE174

Dimensions



d	240	mm
D	320	mm
T	42	mm
d ₁	≈ 276.8	mm
B	39	mm
C	30	mm
r _{1,2}	min. 3	mm
r _{3,4}	min. 3	mm
a	60	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	429	kN
Basic static load rating	C ₀	815	kN
Fatigue load limit	P _u	73.5	kN
Reference speed		1300	r/min
Limiting speed		1900	r/min
Calculation factor	e	0.46	
Calculation factor	Y	1.3	
Calculation factor	Y ₀	0.7	

Mass

Mass bearing	8.47	kg
--------------	------	----

Figura 59: Características del rodamiento

Al tratarse de rodamientos cónicos, la aplicación de una fuerza radial incluirá una fuerza axial interna en el rodamiento. Se calculará en base al estado de carga correspondiente indicado en la siguiente tabla:

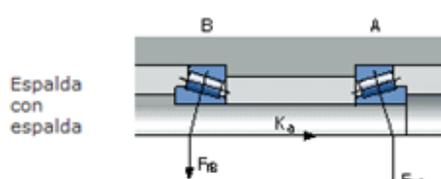
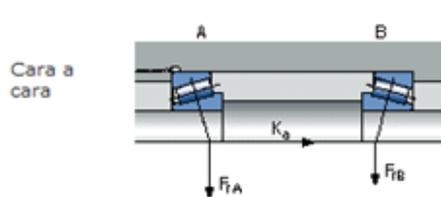
Disposición del rodamiento	Tipo de carga	Cargas axiales
	1a) $\frac{F_{rA}}{Y_A} \geq \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0$	$F_{aA} = \frac{0,5 F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = F_{aA} + K_a$
	1b) $\frac{F_{rA}}{Y_A} < \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = \frac{0,5 F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = F_{aA} + K_a$
	1c) $\frac{F_{rA}}{Y_A} < \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a < 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = F_{aB} - K_a$ $F_{aB} = \frac{0,5 F_{rB}}{Y_B}$

Figura 60: Disposición del rodamiento

En este caso es el 1a, puesto que se cumplen las siguientes condiciones:

$$F_{rA} = F_{rB} \rightarrow \frac{F_{rA}}{Y_A} = \frac{F_{rB}}{Y_B}$$

$$K_A = H_A = 118.760 \text{ N} > 0$$

Por tanto las cargas axiales serán:

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot V_A}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot 3.924}{1,3} = 1.509 \text{ N}$$

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1.509 + 118.760 = 120.269 \text{ N}$$

Ya podemos calcular las cargas dinámicas equivalentes para cada rodamiento:

Rodamiento en A

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{1.509}{3.924} = 0,38 < e = 0,46 \rightarrow P = F_{rA}$$

$$P = 3.924 \text{ N}$$

Rodamiento en B

$$\frac{F_{aB}}{F_{rB}} = \frac{120.269}{3.924} = 30,65 > e = 0,46 \rightarrow P = 0,4 \cdot F_{rB} + Y_B \cdot F_{aB}$$

$$P = 0,4 \cdot 3924 + 1,3 \cdot 120.269 = 157.920 \text{ N}$$

La carga de diseño $P = F_D$ se transforma en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C a través de la siguiente expresión dada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,5}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, en KN

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del satélite calculada en el apartado 3.8.1.2, $n_D = w_2 = 43,36$ rpm

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

A: Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R: Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catalogo SKF que utiliza norma europea, tomaremos como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Aplicando la fórmula para cada rodamiento:

Rodamiento en A → $F_D = P = 3924$

$$F_{R_A} = 3.924 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 43,36 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 7.211 \text{ N} = \mathbf{7,21 \text{ KN}}$$

$F_{R_A} = 7,21 \text{ KN} < C = \mathbf{429 \text{ KN}}$, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

Rodamiento en B → $F_D = P = 59565 \text{ N}$

$$F_{R_B} = 157.920 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 43,36 / 1 \times 10^6}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 290.205 \text{ N} = \mathbf{290,21 \text{ KN}}$$

$F_{R_B} = 290,21 \text{ KN} < C = \mathbf{429 \text{ KN}}$, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

3.8.1.9.- Cálculo del peso del portasatélites

Para elegir correctamente los rodamientos del portasatélites es necesario conocer el peso de la carcasa del mismo.

Mediante el programa AUTOCAD se calcula el área de la sección rayada (*área de la carcasa*).

$$A_C = 1214 \text{ cm}^2$$

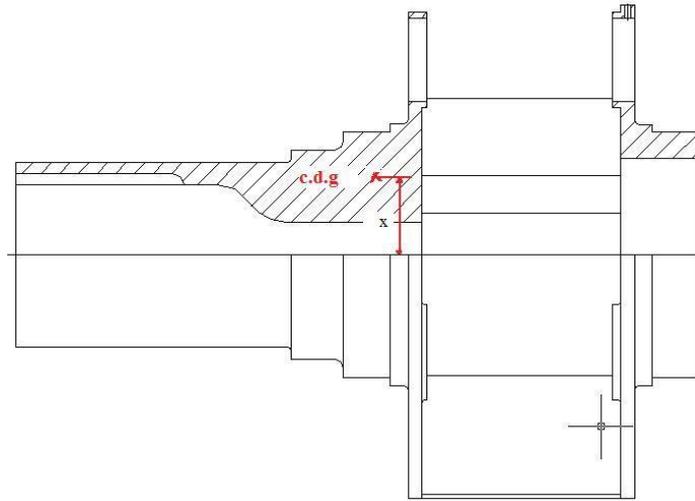


Figura 61: Área de la carcasa

El volumen de la carcasa se obtendrá multiplicando su área por la distancia entre el centro de gravedad de la sección y el eje de giro de la pieza.

$$V_C = A_C \cdot x = 1214 \cdot 16 = 19.424 \text{ cm}^3$$

Se supone que el peso de la carcasa es equivalente a una carga uniforme q_C distribuida a lo largo de su longitud, la cual se obtendrá a partir del peso específico del acero γ_{AC} :

$$q_C = \frac{\gamma_{AC} \cdot V_C}{L} = \frac{7.850 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \right] \cdot 19.424 \text{ [cm}^3]}{1,6 \text{ [m]}} = 95,3 \text{ kg/m}$$

3.8.1.10.- Elección de los rodamientos del portasatélites

Lo primero es calcular las reacciones de los apoyos:

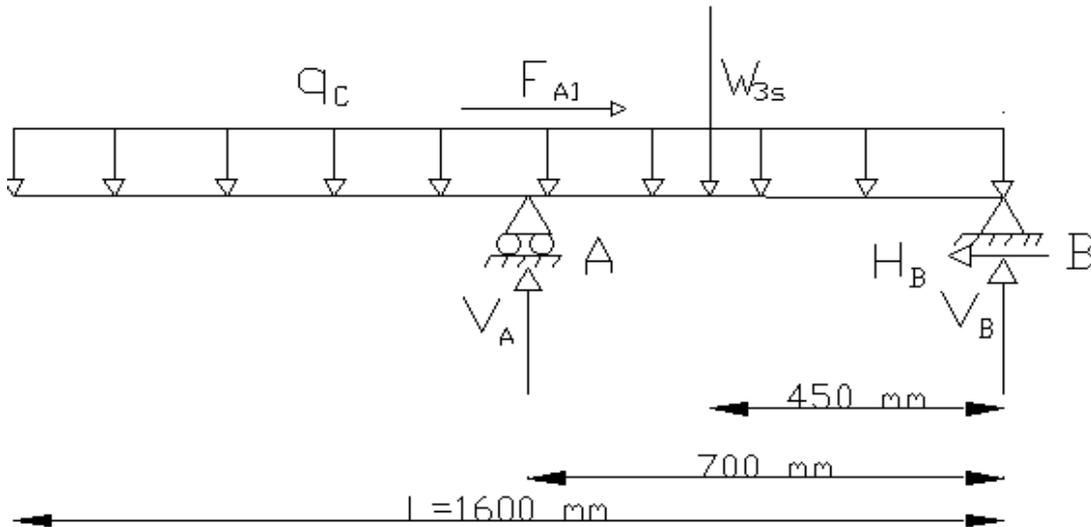


Figura 62: Esquema de cálculo

Siendo:

F_{A_1} : Fuerza axial que transmiten los satélites

$$F_{A_1} \approx 6 \cdot F_{a_{12}} = 6 \cdot 6.303 = 37.818 \text{ kg}$$

q_c : Peso propio de la carcasa del portasatélites

$$q_c = 95,3 \text{ kg/m}$$

L: Longitud del portasatélites, $L = 1,6 \text{ m}$

W_{3_s} : Peso aproximado de los satélites, $W_{3_s} = 800 \text{ kg}$

Obtenemos las ecuaciones:

$$\sum F_A = 0 \rightarrow H_B = F_{A_1}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow q_c \cdot L + W_{3_s} = V_A + V_B$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow q_c \cdot L \cdot \frac{L}{2} + W_{3_s} \cdot 0,45 - V_A \cdot 0,7 = 0$$

Despejando se obtiene:

$$H_B = 37.818 \text{ kg}$$

$$V_A = 688,55 \text{ kg}$$

$$V_B = 263,93 \text{ kg}$$

La carcasa se apoya sobre dos rodamientos iguales de una hilera de rodillos cónicos de la marca SKF y modelo EE 843220/290, de diámetro interior 558,8 mm. La selección de estos se hará siguiendo las pautas marcadas en el catálogo.

Dimensiones							Dimensiones de acuerdos y resaltes								Factores de cálculo			
d	d ₁	B	C	r _{1,2} min	r _{3,4} min	a	d _a máx	d _b min	D _a min	D _a máx	D _b min	C _a min	C _b min	r _a máx	r _b máx	e	Y	Y ₀
mm/pulg							mm								-			
498,475 19,6250	556	80,962 3,1875	63,500 2,5000	6,4 0,25	3,3 0,13	98	522	530	590	618	610	14	17	6	3	0,35	1,7	0,9
→ 558,800 22,0000	637	88,108 3,4686	63,500 2,5000	6,4 0,25	6,4 0,25	111	600	590	689	704	707	13	24,5	6	6	0,35	1,7	0,9
	640	104,775 4,1250	80,962 3,1875	6,4 0,25	6,4 0,25	130	595	590	680	704	707	17	23,5	6	6	0,35	1,7	0,9

Figura 63: Dimensiones y factores de cálculo del rodamiento

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designación	Serie
d	D	T	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-	-
mm/pulg			kN		kN	rpm				
498,475 19,6250	634,873 24,9950	80,962 3,1875	1 470	3 650	270	600	850	59,5	EE 243196/250/HA2	243000
→ 558,800 22,0000	736,600 29,0000	88,108 3,4688	1 830	4 150	305	500	750	92,5	EE 843220/290	843000 ←
	736,600 29,0000	104,775 4,1250	2 330	5 700	405	500	750	115	LM 377449/410	LM 377400

Figura 64: Dimensiones y capacidad de carga del rodamiento

En primer lugar, se calcula las siguientes relaciones siendo las constantes Y propias de cada rodamiento y obtenidas del catálogo:

$$\frac{F_{rA}}{Y_A} = \frac{688,55}{1,7} = 405,29 \text{ kg}$$

$$\frac{F_{rB}}{Y_B} = \frac{263,93}{1,7} = 155,25 \text{ kg}$$

Al tratarse de rodamientos cónicos, la aplicación de una fuerza radial incluirá una fuerza axial interna en el rodamiento. Este caso corresponde al caso 1a, ya que se cumplen las siguientes condiciones:

$$\frac{F_{rA}}{Y_A} = 405,29 > \frac{F_{rB}}{Y_B} = 155,25$$

$$H_B = K_A \geq 0 \rightarrow 37.818 \geq 0$$

Por tanto las cargas axiales serán:

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot V_A}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot 688,55}{1,7} = 202,51 \text{ kg}$$

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 202,51 + 37.818 = 38.020,51 \text{ kg}$$

A su vez la carga dinámica equivalente $P = F_D$ para cada rodamiento es:

Rodamiento en A

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{202,51}{688,55} = 0,29 < e = 0,35 \rightarrow P = F_{rA}$$

$$P = 688,55 \text{ kg} = \mathbf{6,75 \text{ kN}}$$

Rodamiento en B

$$\frac{F_{aB}}{F_{rB}} = \frac{38.020,51}{263,93} = 144,06 > e = 0,35 \rightarrow P = 0,4 \cdot F_{rB} + Y_B \cdot F_{aB}$$

$$P = 0,4 \cdot 263,93 + 1,7 \cdot 38.020,51 = 64.740,44 \text{ kg} = \mathbf{635,1 \text{ kN}}$$

La carga de diseño $P = F_D$ se transforma en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C a través de la siguiente expresión dada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,5}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, en KN

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del rotor calculada en el apartado

3.3.2, $n_D = w_{\text{rotor}} = 26,74$ rpm

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a : Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R : Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catalogo SKF que utiliza norma europea, tomaremos como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Aplicando la fórmula para cada rodamiento:

Rodamiento en A $\rightarrow F_D = P = 6,75$ kN

$$F_{R_A} = 6,75 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 26,74 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 10,73 \text{ KN}$$

$F_{R_A} = 10,73$ KN $< C = 1.830$ KN, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

Rodamiento en B → $F_D = P = 635,1 \text{ kN}$

$$F_{R_B} = 635,1 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 26,74 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 1.009,56 \text{ KN}$$

$F_{R_B} = 1.009,56 \text{ KN} < C = 1.830 \text{ KN}$, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

3.8.2.- Segunda etapa planetaria

Se trata de un tren epicicloidal recurrente (*se denomina epicicloidal cuando una rueda gira en torno a un eje que no es fijo y es recurrente cuando el eje de salida y de entrada son coaxiales*) en el que el porta-satélites (*brazo que gira*) gira a la velocidad del piñón de la primera etapa (Z_1), y sobre el que van montados tres satélites (Z_5). A su vez, estos engranan con una corona interiormente (Z_6), y con el piñón solar (Z_4) exteriormente.

3.8.2.1.- Número de dientes de cada rueda

Para aerogeneradores como el diseñado en presente Proyecto Fin de Grado, se tiene constancia que una disposición óptima se obtiene para $Z_4 = 29$ y $Z_6 = 91$ dientes.

Ya podemos calcular el número de dientes de los satélites. Partimos de que se tiene que cumplir la siguiente relación geométrica:

$$R_4 + 2 \cdot R_5 = R_6$$

Todas las ruedas han de tener el mismo modulo m para que engranen correctamente. Teniendo en cuenta que:

$$R = \frac{m \cdot z}{2}$$

Se cumple:

$$Z_4 + 2 \cdot Z_5 = Z_6 \rightarrow Z_5 = \frac{Z_6 - Z_4}{2} = \frac{91 - 29}{2} = 31 \text{ dientes}$$

3.8.2.2.- Velocidad de cada rueda

Se define la relación de transmisión aparente i_a como la correspondiente cuando la velocidad de soporte es nula, es decir, cuando funciona como un tren ordinario.

Si definimos la función de cada rueda:

- Piñón 4: Conductor
- Satélite 5: Conductor y conducido simultáneamente
- Corona 6: Conducida

Hay dos formas de obtener i_a :

Según el número de dientes

$$i_a = \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_5 \cdot Z_6} = -\frac{Z_4}{Z_6} = -\frac{29}{91}$$

Según la fórmula de Willis

$$i_a = \frac{w_m - w_l}{w_0 - w_l}$$

Siendo:

w_m : Velocidad de giro de la rueda de salida, $w_6 = 0$

w_0 : Velocidad de giro de la rueda de entrada, w_4 en rpm

w_l : Velocidad de giro de la carcasa calculada en el 3.8.1.2, $w_1 = 139,51$ rpm

Sustituyendo:

$$i_a = \frac{w_m - w_l}{w_0 - w_l} = \frac{0 - 139,51}{w_4 - 139,51}$$

Sabiendo que $i_a = 29/91$:

$$i_a = -\frac{29}{91} = \frac{0 - 139,51}{w_4 - 139,51} \rightarrow w_4 = 577,28 \text{ rpm}$$

Para obtener la velocidad de giro de los satélites (w_5) es preciso realizar un análisis de velocidades en el punto P de contacto entre el satélite (Z_5) y la corona (Z_6):

$$v_{p_5} = v_{p_6}$$

$$v_{o_5} + v_{p/o_5} = 0$$

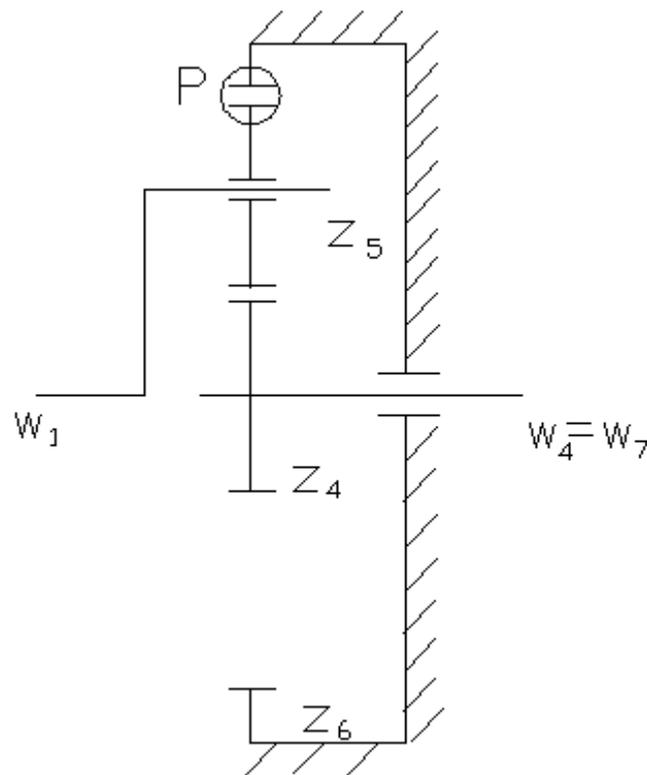


Figura 65: Esquema de la segunda etapa de la multiplicadora

Donde:

v_{o_5} : Velocidad en el centro del satélite

$$v_{o_5} = w_l \cdot (R_4 + R_5) = \frac{w_l \cdot m}{2} \cdot (Z_4 + Z_5) = \frac{139,51 \cdot m}{2} \cdot (29 + 31) = 4.185,3 \cdot m$$

v_{p/o_5} : Velocidad del punto P que vería un observador situado en el centro del satélite

$$v_{p/o_5} = w_5 \cdot R_5 = w_5 \cdot \frac{m}{2} \cdot Z_5 = 31 \cdot w_5 \cdot \frac{m}{2}$$

Despejando:

$$v_{o_5} + v_{p/o_5} = 0$$

$$8.370,6 \cdot \frac{m}{2} + 31 \cdot w_5 \cdot \frac{m}{2} = 0$$

$$w_5 = -\frac{8.370,6}{31} = -270,02 \text{ rpm}$$

3.8.2.3.- Módulo de engrane piñón-satélites

El módulo de engrane del piñón-satélites ha de ser el mismo para las dos ruedas para que el engrane se produzca correctamente. El cálculo del módulo se realizará para el piñón solar, por ser la rueda pequeña.

El material del piñón solar es un acero cementado aleado 16 Mn Cr 5 cuyas propiedades mecánicas aparecen en la tabla de propiedades de los materiales para ruedas dentadas.

3.8.2.3.1.- Cálculo del módulo a duración y desgaste

Lo primero es determinar la característica de rodadura admisible K_{adm} por medio de la ecuación de Niemann:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha}$$

Donde:

f: Es un coeficiente que para el acero toma el valor constante $f = 6800$

HB: Dureza Brinell. Según la tabla de propiedades de los materiales para ruedas dentadas., $HB = 600 \text{ Kg/mm}^2$

E: Modulo de elasticidad del material. Dado que el satélite y el piñón son de acero, $E = 2,1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

α : 1/3

W: Son los millones de rodaduras, para una vida útil de 20 años:

$$W = \frac{\text{vida util [horas]} \cdot 60 \cdot n_4 [\text{rpm}]}{10^6}$$

$$W = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 577,28}{10^6} = 6.068,37 \text{ millones de rodaduras}$$

Sustituyendo:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha} = 6800 \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \cdot 6.068,37^{1/3}} = \mathbf{63,91 \text{ kg/mm}^2}$$

El modulo a duración y desgaste para dientes helicoidales toma la siguiente expresión:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_4} \cdot (i + 1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_4}^2}} \quad [\text{cm}]$$

Donde:

M_{t_4} : Momento torsor que actúa en el piñón, es función de la potencia N en C.V y la velocidad de giro n_4 en rpm:

$$M_{t_4} = 71620 \cdot \frac{N_4}{n_4 \cdot \eta_{multi}} = 71620 \cdot \frac{1.440 / 0,736}{577,28 \cdot 0,94} = 256.931 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

i: Relación de transmisión,

$$i = \frac{w_4}{w_5} = \frac{577,28}{270,02} = 2,138$$

β_a : Angulo de inclinación aparente. Los valores óptimos están comprendidos entre los 15 y los 25° para velocidades de giro medias. Se elegirá $\beta_{a_4} = 15^\circ$

Z_{n_4} : Es el número de dientes virtuales, es decir, el número de dientes que tendría un engranaje recto equivalente a nuestro engranaje helicoidal:

$$Z_{n_4} = \frac{Z_4}{\cos^3 \beta_a} = \frac{29}{\cos^3 15^\circ} = 32,18 \text{ dientes}$$

K_{adm} : Característica de rodadura admisible, calculada anteriormente:

$$K_{adm} = 63,91 \text{ kg/mm}^2$$

ψ : Factor de guiado del diente, experimentalmente se toma $\psi = 30$

Substituyendo:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_4} \cdot (i+1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_4}^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot 256.931 \cdot (2,138+1) \cdot \cos^2 15^\circ}{63,91 \cdot 30 \cdot 2,138 \cdot 32,18^2}} = 1,03 \text{ cm}$$

Por tanto, elegiremos el valor inmediatamente superior de la tabla de módulos normalizados, $m_n = 12 \text{ mm}$.

3.8.2.3.2.- Comprobación a resistencia por el método aproximado

La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

U: Fuerza tangencial en kg, calculada en el apartado 3.8.2.6:

$$U_{45} = 5.188 \text{ kg}$$

q: Coeficiente de Wissman. Para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n_4} = 32,18$ dientes interpolando se obtiene que el valor de q es:

$$q = 3,046$$

b: Anchura del diente

$$b = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 1,2 = 36 \text{ cm}$$

σ_{adm} : Tensión admisible del material del piñón, acero cementado aleado 16 Mn Cr 5: $\sigma_{adm} = 1900 \text{ kg/cm}^2$

Por tanto:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 5.188 \cdot 3,046}{30 \cdot 1,2} = 263,38 \text{ kg/cm}^2 \leq 1900 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto, el modulo es válido por ahora, habrá que comprobar si es válido para el engrane satélites-corona (apartado 3.8.2.4).

3.8.2.3.3.- Cálculo del grado de recubrimiento

Lo siguiente a comprobar es que la transmisión entre los dos engranajes sea adecuada. Para ello el coeficiente de engrane ε_{45} debe ser mayor que la unidad:

$$\varepsilon_{45} = \frac{E_4 E_5 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde:

$E_4 E_5$: Es la longitud de circunferencia básica que pasa por un punto desde que un diente empieza su engrane hasta que lo termina, en cm

$$E_4 E_5 = \sqrt{R_{C4}^2 - R_4^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + \sqrt{R_{C5}^2 - R_5^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - (R_4 + R_5) \cdot \sin \alpha_a$$

$$R_4 = m_a \cdot \frac{Z_4}{2} = \frac{m_n}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{Z_4}{2} = \frac{1,2}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{29}{2} = 18,01 \text{ cm}$$

$$R_{C4} = R_4 + h_c = R_4 + m_n = 18,01 + 1,2 = 19,21 \text{ cm}$$

$$R_5 = m_a \cdot \frac{Z_5}{2} = \frac{m_n}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{Z_5}{2} = \frac{1,2}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{31}{2} = 19,26 \text{ cm}$$

$$R_{c5} = R_5 + h_c = R_5 + m_n = 19,26 + 1,2 = 20,46 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} \right) = 20,65^\circ$$

Substituyendo:

$$E_4 E_5 = \sqrt{19,21^2 - 18,01^2 \cdot \cos^2 20,65^\circ} + \sqrt{20,46^2 - 19,26^2 \cdot \cos^2 20,65^\circ} - (18,01 + 19,26) \cdot \sin 20,65^\circ$$

$$E_4 E_5 = 5,76$$

S_d : Es la desviación angular, en cm

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r$$

Siendo:

b: Anchura del diente en cm, b = 36 cm

$$\tan \beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a = \tan 15^\circ \cdot \cos 20,65^\circ = 0,25$$

Por tanto:

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r = 36 \cdot 0,25 = 9 \text{ cm}$$

El coeficiente de engrane es:

$$\epsilon_{45} = \frac{E_4 E_5 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{5,56 + 9}{\pi \cdot \frac{1,2}{\cos 15^\circ} + \cos 20,65^\circ} = 3,01$$

Como el coeficiente de engrane es mayor que uno, la transmisión se realizará de forma suave y gradual con varios dientes engranando simultáneamente.

3.8.2.3.4.- Comprobación de problemas de interferencia con los dientes

Para comprobar si existe algún problema de interferencia entre los dientes del piñón solar y los satélites es preciso determinar el número de dientes virtuales de cada rueda, es decir, el número de dientes que tendría cada rueda si fueran engranajes de dientes rectos.

$$Z_{V_4} = \frac{Z_4}{\cos^3 \beta_a} = \frac{29}{\cos^3 15^\circ} = \mathbf{32,18 \text{ dientes}}$$

$$Z_{V_5} = \frac{Z_5}{\cos^3 \beta_a} = \frac{31}{\cos^3 15^\circ} = \mathbf{34,39 \text{ dientes}}$$

No habrá problemas de interferencia porque ambas ruedas superan el número de dientes límite por debajo del cual se produciría la misma ($Z_l = 17 \text{ dientes}$).

3.8.2.4.- Módulo de engrane satélites-corona

El cálculo del módulo de engrane se llevará a cabo para el satélite por ser la rueda pequeña. El satélite está fabricado en un acero mejorado al magnesio 37 Mn Si 5 cuyas propiedades se adjuntan en la tabla de propiedades de los materiales para ruedas dentadas.

3.8.2.4.1.- Cálculo del módulo a flexión

Primeramente, se calcula la tensión de Lewis:

$$\sigma_L = f_v \cdot \sigma_{adm}$$

El factor de velocidad f_v viene determinado por el tipo de material. Al ser un acero, se calcula de la siguiente manera:

$$f_V = \frac{A}{A + v}$$

Siendo:

A: Es una constante que para el acero toma el valor de $A = 3 \text{ m/s}$

v : Velocidad periférica de la rueda

$$v = w_5 \cdot R_5 = \frac{n_5 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} \cdot \frac{Z_5}{2}$$

m_n : Modulo normal, $m_n = 1,2 \text{ cm}$

Luego:

$$v = w_5 \cdot R_5 = \frac{n_5 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} \cdot \frac{Z_5}{2} = \frac{270,02 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{0,012}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{31}{2} = 5,45 \text{ m/s}$$

Substituyendo:

$$f_V = \frac{A}{A + v} = \frac{3}{3 + 5,45} = 0,36$$

La tensión admisible del material es $\sigma_{adm} = 2000 \text{ kg/cm}^2$. Por tanto la tensión de Lewis es:

$$\sigma_L = f_V \cdot \sigma_{adm} = 0,36 \cdot 2000 = 720 \text{ kg/cm}^2$$

Una vez calculada la tensión de Lewis ya tenemos todos los componentes para calcular el modulo a flexión:

$$m_n \geq 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{N_C \cdot \gamma_n \cdot \cos \beta_a}{1,5 \cdot n_5 \cdot Z_5 \cdot \psi \cdot \sigma_L}} \text{ cm}$$

Siendo:

N_C : Potencia transmitida en C.V. Son 3 satélites, luego la potencia que transmite cada satélite es:

$$N_c = \frac{N}{\eta_{multi}} = \frac{1440kW}{3 \cdot 0,94} \cdot \frac{1 C.V}{0,736 kW} = 693,8 C.V$$

γ_n : Factor de forma de los dientes, tabulado para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n5} = 34,39$:

$$\gamma_n = 8,9$$

β_a : Es el ángulo de inclinación aparente, $\beta_a = 15^\circ$

n_5 : Es la velocidad de giro del satélite en rpm calculado en el apartado 3.8.2.2, $n_5 = 270,02$ rpm

Z_5 : Es el número de dientes del satélite, $Z_5 = 31$ dientes

Ψ : Es el factor de guiado del diente, $\psi = 30$

σ_L : Es la tensión de Lewis, $\sigma_L = 821 \text{kg/cm}^2$

Substituyendo:

$$m_n \geq 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{N_c \cdot \gamma_n \cdot \cos \beta_a}{1,5 \cdot n_5 \cdot Z_5 \cdot \psi \cdot \sigma_L}} = 35,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{693,8 \cdot 8,9 \cdot \cos 15^\circ}{1,5 \cdot 270,02 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 821}} = \mathbf{0,96 \text{ cm}}$$

Como el módulo calculado para el engranaje piñón-satélites es mayor, se optará por $m_n = 12 \text{ mm}$.

3.8.2.4.2.- Comprobación a resistencia por el método aproximado

La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

U: Fuerza tangencial en kg, calculada en el apartado 3.8.2.6:

$$U_{56} = 5.188 \text{ kg}$$

q: Coeficiente de Wissman. Para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n_5} = 34,39$ dientes se obtiene que el valor de q es:

$$q = 3$$

b: Anchura del diente

$$b = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 1,2 = 36 \text{ cm}$$

σ_{adm} : Tensión admisible del material del satélite, acero mejorado al magnesio 37 Mn Si 5. Su valor se obtiene de la tabla de propiedades de los materiales para ruedas dentadas:

$$\sigma_{adm} = 2000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 5.188 \cdot 3}{36 \cdot 1,2} = \mathbf{216,17 \text{ kg/cm}^2} \leq 2000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto, el módulo es válido.

3.8.2.4.3.- Cálculo del grado de recubrimiento

Lo siguiente a comprobar es que la transmisión entre los dos engranajes sea adecuada. Para ello el coeficiente de engrane ε_{56} debe ser mayor que la unidad:

$$\varepsilon_{56} = \frac{E_5 E_6 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde:

$E_5 E_6$: Es la longitud de circunferencia básica que pasa por un punto desde que un diente empieza su engrane hasta que lo termina, en cm

$$E_5 E_6 = \sqrt{R_{C5}^2 - R_5^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - \sqrt{R_{C6}^2 - R_6^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + (R_6 - R_5) \cdot \sen \alpha_a$$

$$R_5 = m_a \cdot \frac{Z_5}{2} = \frac{m_n}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{Z_5}{2} = \frac{1,2}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{31}{2} = 19,26 \text{ cm}$$

$$R_{C5} = R_5 + h_c = R_5 + m_n = 19,26 + 1,2 = 20,46 \text{ cm}$$

$$R_6 = m_a \cdot \frac{Z_6}{2} = \frac{m_n}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{Z_6}{2} = \frac{1,2}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{91}{2} = 56,53 \text{ cm}$$

$$R_{C6} = R_6 - h_c = R_6 - m_n = 56,53 - 1,2 = 55,33 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} \right) = 20,65^\circ$$

Substituyendo:

$$E_5 E_6 = \sqrt{20,46^2 - 19,26^2 \cdot \cos^2 20,65^\circ} - \sqrt{55,33^2 - 56,53^2 \cdot \cos^2 20,65^\circ} + (56,53 - 19,26) \cdot \sin 20,65^\circ$$

$$E_5 E_6 = 6,60$$

S_d : Es la desviación angular, en cm

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r$$

Siendo:

b: Anchura del diente en cm, $b = 36 \text{ cm}$

$$\tan \beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a = \tan 15^\circ \cdot \cos 20,65^\circ = 0,25$$

Por tanto:

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r = 36 \cdot 0,25 = 9 \text{ cm}$$

El coeficiente de engrane es:

$$\varepsilon_{56} = \frac{E_5 E_6 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{6.6 + 9}{\pi \cdot \frac{1,2}{\cos 15^\circ} + \cos 20,65^\circ} = 3,22$$

Como el coeficiente de engrane es mayor que uno, la transmisión se realizará de forma suave y gradual con varios dientes engranando simultáneamente.

3.8.2.4.4.- Comprobación de problemas de interferencia con los dientes

Para comprobar si existe algún problema de interferencia entre los dientes de los satélites y la corona es preciso determinar el número de dientes virtuales de cada rueda, es decir, el número de dientes que tendría cada rueda si fueran engranajes de dientes rectos.

$$Z_{V_5} = \frac{Z_5}{\cos^3 \beta_a} = \frac{31}{\cos^3 15^\circ} = 34,39 \text{ dientes}$$

$$Z_{V_6} = \frac{Z_6}{\cos^3 \beta_a} = \frac{91}{\cos^3 15^\circ} = 100,97 \text{ dientes}$$

No habrá problemas de interferencia porque ambas ruedas superan el número de dientes límite por debajo del cual se produciría la misma ($Z_l = 17$ dientes).

3.8.2.5.- Dimensionado de las ruedas

Las ruedas quedan definidas por los siguientes ángulos y direcciones:

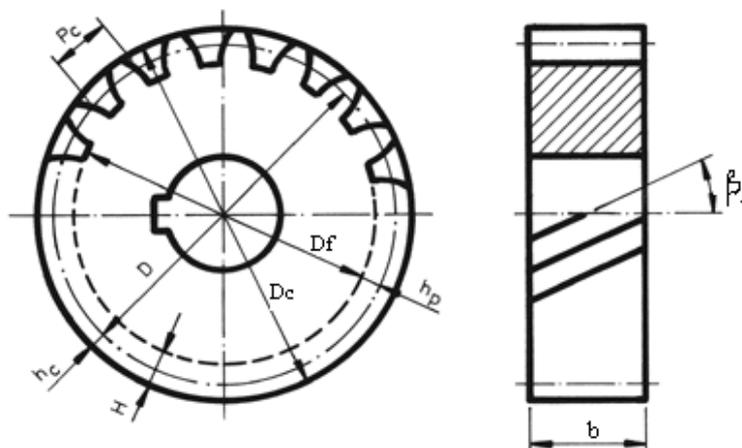


Figura 66: Dimensiones de una rueda dentada

Modulo normal

$$m_n = 12 \text{ mm}$$

Modulo aparente

$$m_a = \frac{m_n}{\cos \beta_a} = \frac{12}{\cos 15^\circ} = 12,42 \text{ mm}$$

Angulo de presión real

$$\alpha_r = 20^\circ$$

Angulo de presión aparente

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} \right) = 20,65^\circ$$

Angulo de inclinación aparente

$$\beta_a = 15^\circ$$

Angulo de inclinación real

$$\beta_r = \arctan(\tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a) = \arctan(\tan 15^\circ \cdot \cos 20,65^\circ) = 14,08^\circ$$

Numero de dientes

$$Z_4 = 29 \text{ dientes}$$

$$Z_5 = 31 \text{ dientes}$$

$$Z_6 = 91 \text{ dientes}$$

Diámetros primitivos

$$d_4 = m_a \cdot Z_4 = 12,42 \cdot 29 = 360,18 \text{ mm}$$

$$d_5 = m_a \cdot Z_5 = 12,42 \cdot 31 = 385,02 \text{ mm}$$

$$d_6 = m_a \cdot Z_6 = 12,42 \cdot 91 = 1.130,22 \text{ mm}$$

Altura de los dientes

$$h_4 = h_5 = h_6 = h_f + h_c = 1,25 \cdot m_n + m_n = 1,25 \cdot 12 + 12 = 27 \text{ mm}$$

Diámetros de cabeza

$$d_{c_4} = d_4 + 2 \cdot h_{c_4} = 360,18 + 24 = 384,18 \text{ mm}$$

$$d_{c_5} = d_5 + 2 \cdot h_{c_5} = 385,02 + 24 = 409,02 \text{ mm}$$

$$d_{c_6} = d_6 - 2 \cdot h_{c_6} = 1.130,22 - 24 = 1.106,22 \text{ mm}$$

Diámetro de fondo

$$d_{f_4} = d_4 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 360,18 - (2,5 \cdot 12) = 330,18 \text{ mm}$$

$$d_{f_5} = d_5 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 385,02 - (2,5 \cdot 12) = 355,02 \text{ mm}$$

$$d_{f_6} = d_6 + (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 1.130,22 + (2,5 \cdot 12) = 1160,22 \text{ mm}$$

Distancia entre ejes

$$a_{0_{45}} = a_{0_{56}} = R_4 + R_5 = \frac{d_4 + d_5}{2} = \frac{360,18 + 385,02}{2} = 372,6 \text{ mm}$$

Ancho de los dientes

$$b_4 = b_5 = b_6 = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 12 = 360 \text{ mm}$$

3.8.2.6.- Fuerzas sobre los dientes

La fuerza que actúa sobre los dientes helicoidales se puede descomponer en tres direcciones: axial, radial y tangencial.

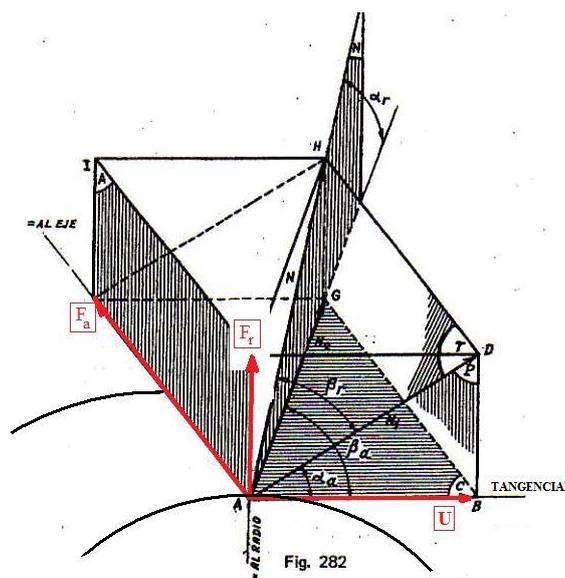


Figura 67: Fuerzas sobre dientes helicoidales

Fuerzas sobre el engrane piñón-satélite*Fuerza tangencial*

$$U_{45} = \frac{2 \cdot M_{t_4}}{3 \cdot d_4} = \frac{2 \cdot 256.931}{3 \cdot 33,018} = \mathbf{5.188 \text{ kg}}$$

Fuerza radial

$$F_{r_{45}} = U_{45} \cdot \tan \alpha_a = 5.188 \cdot \tan 20,65^\circ = \mathbf{1.955 \text{ kg}}$$

Fuerza axial

$$F_{a_{45}} = U_{45} \cdot \tan \beta_a = 5.188 \cdot \tan 15^\circ = \mathbf{1.390 \text{ kg}}$$

Fuerzas sobre el engrane satélite-corona*Fuerza tangencial*

$$U_{45} = U_{56} = \frac{2 \cdot M_{t_5}}{3 \cdot d_5} = \frac{2 \cdot 299.622,5}{3 \cdot 38,502} = \mathbf{5.188 \text{ kg}}$$

Fuerza radial

$$F_{r_{56}} = U_{56} \cdot \tan \alpha_a = 5.188 \cdot \tan 20,65^\circ = \mathbf{1.955 \text{ kg}}$$

Fuerza axial

$$F_{a_{56}} = U_{56} \cdot \tan \beta_a = 5.188 \cdot \tan 15^\circ = \mathbf{1.390 \text{ kg}}$$

3.8.2.7.- Dimensionado del eje de los satélites

El eje está fabricado con un acero fino al carbono F-114 el cual tiene una tensión de fluencia de $\sigma_F = 3900 \text{ kg/cm}^2$.

Vamos a aislar la rueda satélite, de la cual conocemos todas sus fuerzas pues se han calculado en el apartado anterior:

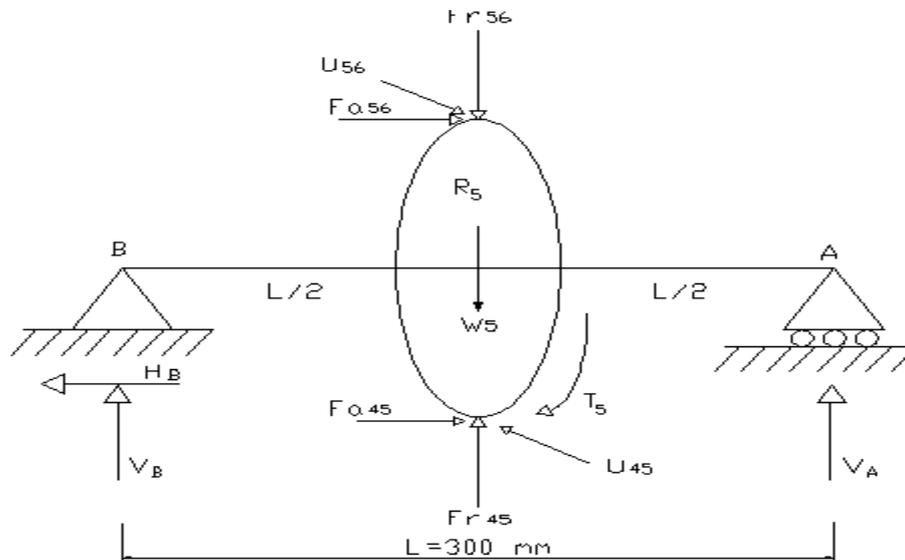


Figura 68: Esquema de cálculo del eje del satélite

Las fuerzas radiales F_r y tangenciales U se anulan entre sí (son iguales en módulo y dirección y tienen distinto sentido). Por ello, las fuerzas que nos quedan actuando sobre el eje son:

$$\text{Fuerza axial} \rightarrow F_{a_5} = F_{a_{45}} + F_{a_{56}} = 2 \cdot 1.390 = 2.780 \text{ kg}$$

$$\text{Peso aproximado del satélite} \rightarrow W_5 = 600 \text{ kg}$$

$$\text{Par torsor} \rightarrow T_5 = M_{t_5} = 299.622,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

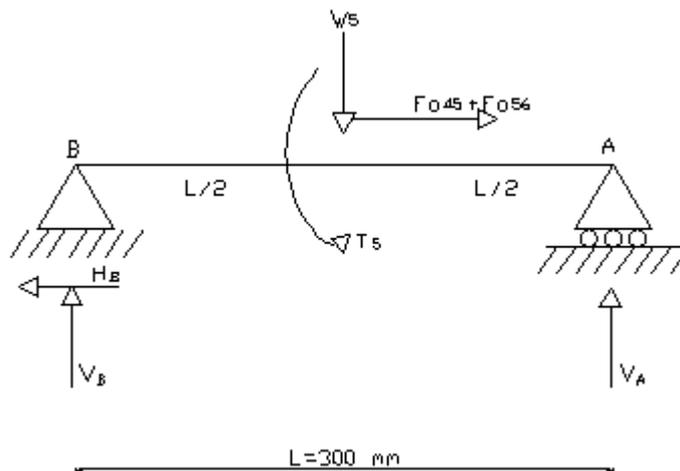


Figura 69: Esquema de cálculo

Las reacciones en los apoyos son:

$$V_A = V_B = \frac{W_5 \cdot L/2}{L} = \frac{600}{2} = 300 \text{ kg} = \mathbf{2943 \text{ N}}$$

$$H_B = F_{a_{45}} + F_{a_{56}} = F_{a_5} = 2.780 \text{ kg} = \mathbf{27.272 \text{ N}}$$

El momento flector se hará máximo en la mitad del eje y su valor será:

$$M_{F_{max}} = \frac{V_A \cdot L}{2} = \frac{300 \cdot 30}{2} = \mathbf{4500 \text{ kg} \cdot \text{cm}}$$

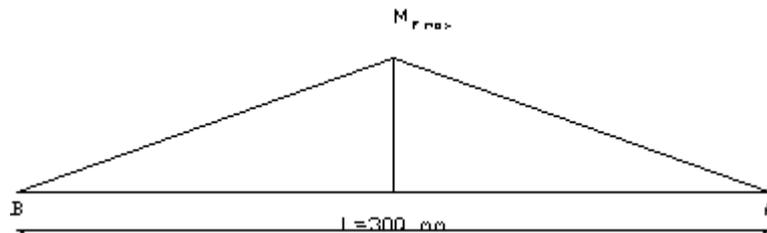


Figura 70: Diagrama de momento flector

Una vez conocidas todas las cargas se procederá al dimensionado del eje a través del código ASME, aplicando la teoría de cortadura máxima para proyectos de eje de transmisión expuesta en "Proyecto de elementos de máquinas" de Spotts, M.F, según la expresión:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot \sigma_{FL}}{CS} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}$$

Si despejamos el diámetro del eje, tenemos:

$$d = \left[\frac{16 \cdot CS}{\pi \cdot 0,5 \cdot \sigma_{FL}} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \right]^{1/3}$$

Siendo:

σ_{FL} : Tensión de fluencia del material (*acero fino al carbono F-114*), $\sigma_{FL} = 3900 \text{ kg/cm}^2$

C_m : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento flector calculado. Se opta por $C_m = 2$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

C_t : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento torsor calculado. Se opta por $C_t = 1,5$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

M: Momento flector máximo, $M = 4500 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

T: Momento torsor máximo, $T = 299.622,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

CS: Coeficiente de seguridad, $CS = 3$

Por tanto:

$$d \geq \left[\frac{16 \cdot 3}{\pi \cdot 0,5 \cdot 3900} \cdot \sqrt{(2 \cdot 4500)^2 + (1,5 \cdot 299.622,5)^2} \right]^{1/3} \geq \mathbf{15,21 \text{ cm}}$$

Luego, se tomará como diámetro para el eje de los satélites de la segunda etapa

$d = 16 \text{ cm}$.

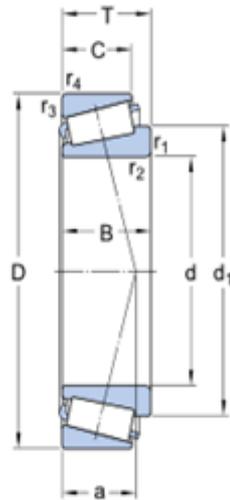
3.8.2.8.- Elección de los rodamientos del eje de los satélites

Para el eje de los satélites se elegirán rodamientos de una hilera de rodillos cónicos de la marca SKF, debido a que su diseño hace que sean especialmente adecuados para soportar cargas combinadas (*radiales y axiales*). La selección de estos se hará siguiendo las pautas marcadas en el catálogo.

El eje se apoyará sobre dos rodamientos, los cuales serán iguales y del modelo T4DB 160, cuyo diámetro interior es 160 mm. Las características del rodamiento se pueden observar en la siguiente figura:

T4DB 160

Dimensions



d	160	mm
D	220	mm
T	32	mm
d ₁	≈ 187.8	mm
B	30	mm
C	23	mm
r _{1,2}	min. 3	mm
r _{3,4}	min. 3	mm
a	44	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	242	kN
Basic static load rating	C ₀	415	kN
Fatigue load limit	P _u	41.5	kN
Reference speed		2000	r/min
Limiting speed		2800	r/min
Calculation factor	e	0.48	
Calculation factor	Y	1.25	
Calculation factor	Y ₀	0.7	

Mass

Mass bearing	3.264	kg
--------------	-------	----

Figura 71: Características del rodamiento

Al tratarse de rodamientos cónicos, la aplicación de una fuerza radial incluirá una fuerza axial interna en el rodamiento. Se calculará en base al caso de carga correspondiente indicado en la siguiente tabla:

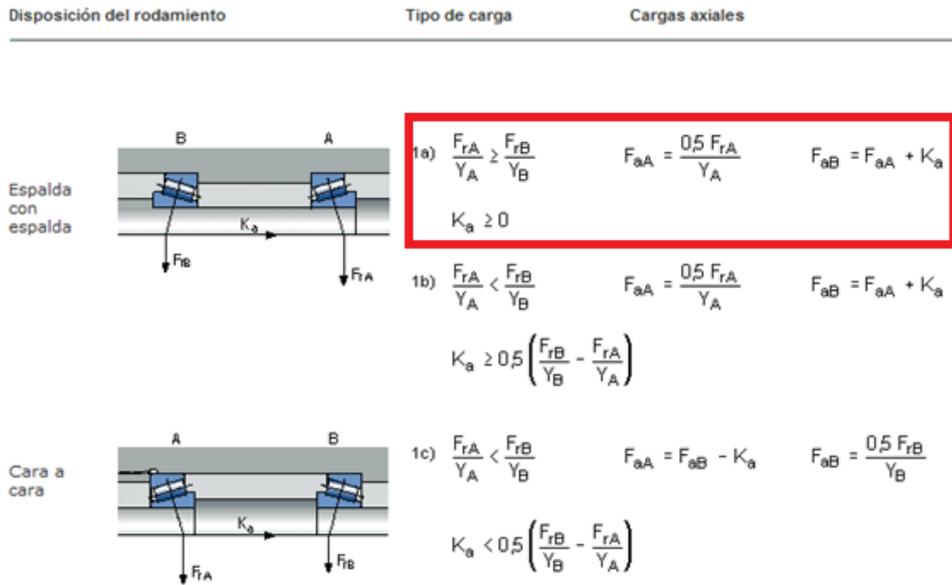


Figura 72: Disposición del rodamiento

En este caso es el 1a, puesto que se cumplen las siguientes condiciones:

$$F_{rA} = F_{rB} \rightarrow \frac{F_{rA}}{Y_A} = \frac{F_{rB}}{Y_B}$$

$$K_A = H_B = 27.272 \text{ N} > 0$$

Por tanto las cargas axiales serán:

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot V_A}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot 2.943}{1,25} = 1.177,2 \text{ N}$$

$$F_{aB} = F_{aA} + K_a = 1.177,2 + 27.272 = 28.449,2 \text{ N}$$

Ya podemos calcular las cargas dinámicas equivalentes para cada rodamiento:

Rodamiento en A

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{1.177,2}{2943} = 0,4 < e = 0,48 \rightarrow P = F_{rA}$$

$$P = 2943 \text{ N}$$

Rodamiento en B

$$\frac{F_{a_B}}{F_{r_B}} = \frac{28.449,2}{2.943} = 9,68 > e = 0,48 \rightarrow P = 0,4 \cdot F_{r_B} + Y_B \cdot F_{a_B}$$

$$P = 0,4 \cdot 2.943 + 1,25 \cdot 28.449,2 = 36.738,7 \text{ N}$$

La carga de diseño $P = F_D$ se transforma en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C a través de la siguiente expresión dada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,5}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, en KN

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del satélite calculada en 3.8.2.2,
 $n_D = w_5 = 270,02 \text{ rpm}$

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a: Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R: Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catalogo SKF que utiliza norma europea, tomaremos como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Aplicando la fórmula para cada rodamiento:

$$\text{Rodamiento en A} \rightarrow F_D = P = 2.943$$

$$F_{R_A} = 2.943 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 270,02 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 9.361,6 \text{ N} = \mathbf{9,36 \text{ KN}}$$

$F_{R_A} = 9,36 \text{ KN} < C = \mathbf{242 \text{ KN}}$, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

Rodamiento en B → $F_D = P = 36.738,7 \text{ N}$

$$F_{R_B} = 36.738,7 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 270,02 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 116.864,83 \text{ N}$$

$$= \mathbf{116,86 \text{ KN}}$$

$F_{R_B} = 116,86 \text{ KN} < C = \mathbf{242 \text{ KN}}$, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

3.8.2.9.- Cálculo del peso del portasatélites

Para elegir correctamente los rodamientos del portasatélites es necesario conocer el peso de la carcasa del mismo.

El piñón solar de la primera etapa va unido a la carcasa B mediante chavetas como se aprecia en el dibujo.

Mediante el programa AUTOCAD se calcula el área de la sección rayada (*área de la carcasa*).

$$A_C = 903,4 \text{ cm}^2$$

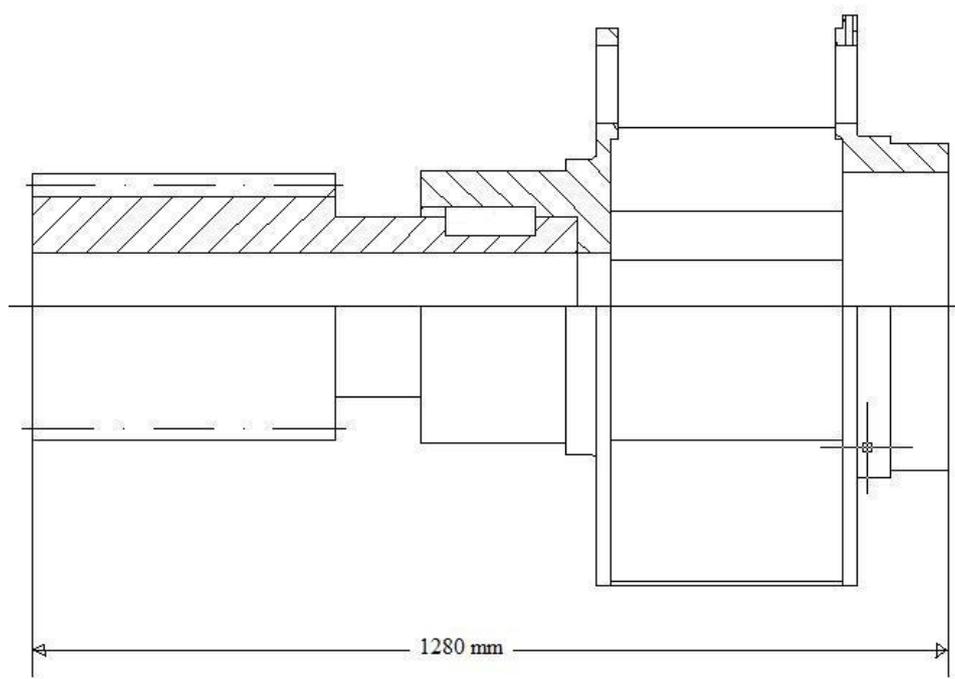


Figura 73: Área de la carcasa

El volumen de la carcasa se obtendrá multiplicando su área por la distancia entre el centro de gravedad de la sección y el eje de giro de la pieza.

$$V_C = A_C \cdot x = 903,4 \cdot 25 = 22.585 \text{ cm}^3$$

Se supone que el peso de la carcasa es equivalente a una carga uniforme q_C distribuida a lo largo de su longitud, la cual se obtendrá a partir del peso específico del acero γ_{AC} :

$$q_C = \frac{\gamma_{AC} \cdot V_C}{L} = \frac{7.850 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \right] \cdot 22.585 \text{ [cm}^3]}{1,28 \text{ [m]}} = \mathbf{138,51 \text{ kg/m}}$$

3.8.2.10.- Elección de los rodamientos del portasatélites

Lo primero es calcular las reacciones de los apoyos:

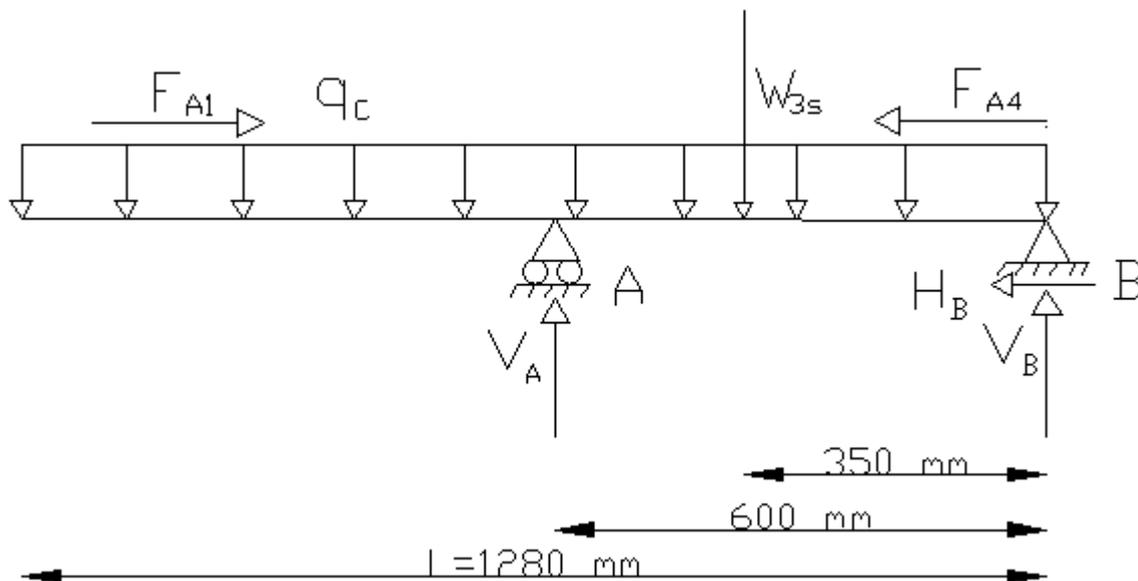


Figura 74: Esquema de cálculo

Siendo:

F_{A_1} : Fuerza axial que transmite el piñón 1:

$$F_{A_1} \approx 3 \cdot F_{a_{12}} = 3 \cdot 6.303 = 18.909 \text{ kg}$$

F_{A_4} : Fuerza axial que transmiten los satélites:

$$F_{A_4} \approx 6 \cdot F_{a_{45}} = 6 \cdot 1.390 = 8.340 \text{ kg}$$

q_c : Peso propio de la carcasa del portasatélites

$$q_c = 138,51 \text{ kg/m}$$

L: Longitud del portasatélites, $L = 1,28 \text{ m}$

W_{3_s} : Peso aproximado de los satélites, $W_{3_s} = 700 \text{ kg}$

Se obtienen las ecuaciones:

$$\sum F_A = 0 \rightarrow H_B = F_{A_1} - F_{A_4}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow q_C \cdot L + W_{3_s} = V_A + V_B$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow q_C \cdot L \cdot \frac{L}{2} + W_{3_s} \cdot 0,35 - V_A \cdot 0,6 = 0$$

Despejando:

$$H_B = 10.569 \text{ kg}$$

$$V_A = 597,45 \text{ kg}$$

$$V_B = 279,84 \text{ kg}$$

La carcasa se apoya en los puntos A y B sobre rodamientos de rodillos cónicos de una hilera de la marca SKF:

Rodamiento en A: L 865547/512, cuyo diámetro interior es 381 mm

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designación	Serie
d	D	T	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-	-
mm/pulg			kN		kN	rpm				
346,075 13,6250	488,950 19,2500	95,250 3,7500	1 420	3 150	255	850	1 200	55,0	HM 262749/710	HM 262700
⇒ 381,000 15,0000	479,425 18,8750	49,213 1,9375	594	1 500	120	800	1 200	20,0	L 865547/512	L 865500 ←
384,175 15,1250	546,100 21,5000	104,775 4,1250	1 870	4 150	320	750	1 100	77,0	HM 266449/410	HM 266400

Figura 75: Dimensiones y factores de cálculo del rodamiento

Dimensiones				Dimensiones de acuerdos y resaltes										Factores de cálculo				
d	d ₁	B	C	r _{1,2} min	r _{3,4} min	a	d _a máx	d _b min	D _a min	D _a máx	D _b min	C _a min	C _b min	r _a máx	r _b máx	e	Y	Y ₀
mm/pulg				mm										-				
346,075 13,6250	413	95,250 3,7500	74,612 2,9375	6,4 0,25	3,3 0,13	88	379	378	442	472	467	12	21	6	3	0,33	1,8	1
⇒ 381,000 15,0000	431	47,625 1,8750	34,925 1,3750	6,4 0,25	3,3 0,13	92	406	413	448	462	463	9	14	6	3	0,5	1,2	0,7 ←
384,175 15,1250	458	104,775 4,1250	82,550 3,2500	6,4 0,25	6,4 0,25	96	418	416	492	514	520	15	22	6	6	0,33	1,8	1

Figura 76: Dimensiones y capacidad de carga del rodamiento

Rodamiento en B: L 770949/910, cuyo diámetro interior es 457,2 mm

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designación	Serie
d	D	T	C	C ₀	P _u	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-	-
mm/pulg			kN		kN	rpm				
406,400 16,0000	549,275 21,6250	85,725 3,3750	1 380	3 050	236	700	1 000	53,5	LM 567949/910/HA1	LM 567900
→ 457,200 18,0000	603,250 23,7500	85,725 3,3750	1 450	3 400	265	630	950	61,5	LM 770949/910	LM 770900 ←
488,950 19,2500	634,873 24,9950	84,138 3,3125	1 450	3 650	265	600	850	63,5	LM 772748/710/HA1	LM 772700

Figura 77: Dimensiones y capacidad de carga

Dimensiones				Dimensiones de acuerdos y resaltes										Factores de cálculo					
d	d ₁	B	C	r _{1,2} min	r _{3,4} min	a	d ₃ max	d _b min	D ₃ min	D ₃ max	D _b min	C _a min	C _b min	r _a max	r _b max	e	Y	Y ₀	
mm/pulg							mm										-		
406,400 16,0000	471	84,138 3,3125	61,962 2,4375	6,4 0,25	3,3 0,13	100	434	438	502	532	526	13	23,5	6	3	0,4	1,5	0,8	
→ 457,200 18,0000	525	84,138 3,3125	60,325 2,3750	6,4 0,25	3,3 0,13	115	486	489	553	586	580	13	25	6	3	0,46	1,3	0,7 ←	
488,950 19,2500	560	84,138 3,3125	61,912 2,4375	6,4 0,25	3,3 0,13	124	519	520	584	618	613	13	22	6	3	0,48	1,25	0,7	

Figura 78: Dimensiones y factores de cálculo

La selección de estos se hará siguiendo las pautas marcadas en el catálogo.

En primer lugar, se calcula las siguientes relaciones siendo las constantes Y propias de cada rodamiento y obtenidas del catálogo:

$$\frac{F_{rA}}{Y_A} = \frac{597,45}{1,2} = 497,87 \text{ kg}$$

$$\frac{F_{rB}}{Y_B} = \frac{279,84}{1,3} = 215,26 \text{ kg}$$

Al tratarse de rodamientos cónicos, la aplicación de una fuerza radial incluirá una fuerza axial interna en el rodamiento. Este caso corresponde al caso 1a, ya que se cumplen las siguientes condiciones:

$$\frac{F_{rA}}{Y_A} = 497,87 > \frac{F_{rB}}{Y_B} = 215,26$$

$$H_B = K_A \geq 0 \rightarrow 10.569 \geq 0$$

Por tanto las cargas axiales serán:

$$F_{a_A} = \frac{0,5 \cdot F_{r_A}}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot V_A}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot 597,45}{1,2} = 248,94 \text{ kg}$$

$$F_{a_B} = F_{a_A} + K_a = 248,94 + 10.569 = 10.817,94 \text{ kg}$$

A su vez la carga dinámica equivalente $P = F_D$ para cada rodamiento es:

Rodamiento en A

$$\frac{F_{a_A}}{F_{r_A}} = \frac{248,94}{597,45} = 0,42 < e = 0,5 \rightarrow P = F_{r_A}$$

$$P = 597,45 \text{ kg} = \mathbf{5,86 \text{ kN}}$$

Rodamiento en B

$$\frac{F_{a_B}}{F_{r_B}} = \frac{10.817,94}{279,84} = 38,66 > e = 0,46 \rightarrow P = 0,4 \cdot F_{r_B} + Y_B \cdot F_{a_B}$$

$$P = 0,4 \cdot 279,84 + 1,3 \cdot 10.817,94 = 14.175,26 \text{ kg} = \mathbf{139,06 \text{ kN}}$$

La carga de diseño $P = F_D$ se transforma en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C a través de la siguiente expresión dada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,5}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, en KN

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del piñón de entrada calculada en 3.8.1.2, $n_D = w_1 = 139,51$ rpm

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a : Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R : Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catálogo SKF que utiliza norma europea, se tomará como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Aplicando la fórmula para cada rodamiento:

Rodamiento en A $\rightarrow F_D = P = 5,86$ kN

$$F_{RA} = 5,86 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 139,51 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 15,29 \text{ KN}$$

$F_{RA} = 15,29$ KN $< C = 594$ KN, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

Rodamiento en B $\rightarrow F_D = P = 139,06$ kN

$$F_{RB} = 139,06 \cdot \left[\frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 139,51 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60}{4,48 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,5}} \right]^{3/10} = 362,85 \text{ KN}$$

$F_{RB} = 362,85$ KN $< C = 1450$ KN, por lo tanto el rodamiento elegido es válido.

3.8.2.11.- Dimensionado de la lengüeta

Para dimensionar la chaveta se seguirá la norma DIN 6885 para chavetas paralelas cuyas dimensiones están normalizadas.

La lengüeta está hecha de un acero al carbono F-1110 normalizado, por lo que se garantiza que la chaveta sea de menor calidad del eje y el de la rueda que une.

El diámetro en el extremo del eje será $d = 250$ mm, por lo que la sección de la lengüeta vendrá definida por:

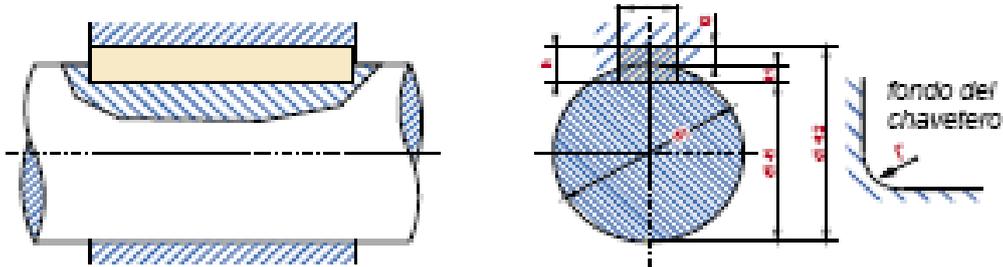


Figura 79: Chavetas DIN 6885

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6880)		Anchura b		28		32		36		40		45		50		56		63		70		80		90		100		
Altura h		10	16	11	18	12	20	14	22	16	25	18	28	20	30	32	36	24	36	28	40	32	45	36	50	40	55	
Para diámetro del eje	d1 3)	más de		110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440		500		
	d2 3)	hasta		110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440		500		
Chavetero del eje	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27,798	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963	27,798	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963	
		Minima	27,925	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,894	79,894	89,876	99,875	27,925	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,894	79,894	89,876	99,875		
	asiento ligero N9	Máxima	28,000	32,000	36,000	40,000	45,000	50,000	56,000	63,000	70,000	80,000	90,000	100,000	28,000	32,000	36,000	40,000	45,000	50,000	56,000	63,000	70,000	80,000	90,000	100,000		
		Minima	27,498	31,938	35,938	39,938	44,938	49,938	55,926	62,926	69,926	79,926	89,913	99,913	27,498	31,938	35,938	39,938	44,938	49,938	55,926	62,926	69,926	79,926	89,913	99,913		
Profundidad t1 5)	con juego en el lomo o aprieto	6,9	9,9	7,6	11,1	8,3	12,3	9,5	13,5	10,8	15,3	12,0	17,0	19,3	19,6	22,0	24,6	27,5	30,4	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3
	dif. adm.	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	
Chavetero del cubo	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27,978	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963	27,978	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963	
		Minima	27,296	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,894	79,894	89,876	99,876	27,296	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,894	79,894	89,876	99,876		
	asiento ligero N9	Máxima	28,026	32,031	36,031	40,031	45,031	50,031	56,037	63,037	70,037	80,037	90,043	100,043	28,026	32,031	36,031	40,031	45,031	50,031	56,037	63,037	70,037	80,037	90,043	100,043		
		Minima	27,974	31,969	35,969	39,969	44,969	49,969	55,963	62,963	69,963	79,963	89,95	99,956	27,974	31,969	35,969	39,969	44,969	49,969	55,963	62,963	69,963	79,963	89,95	99,956		
Profundidad t2 5)	con juego en el lomo o aprieto	3,1	6,1	3,4	6,9	3,7	7,7	4,5	8,5	5,2	9,7	6,0	11,0	12,7	12,4	14,0	15,4	17,5	19,6	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3
	dif. adm.	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	
Redondeado del fondo del chavetero	r	0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	1,0	1,6	1,0	1,6	1,6	1,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	
	dif. adm.	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,5	-0,3	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	

Figura 80: Dimensiones Chaveta DIN 6885

Anchura $b = 56$ mm

Altura $h = 32$ mm

Profundidad del chavetero del eje $t_1 = 19,3$ mm

Profundidad del chavetero del cubo $t_2 = 12,7$ mm

A la hora de realizar el cálculo de la longitud de la chaveta se deberá tener en cuenta:

- La longitud de la chaveta no debe ser mayor del elemento sobre el que se monta.
- La longitud de la chaveta no debe superar 1,5 veces el diámetro del eje sobre el que se monta:

$$L \leq 1,5 \cdot D$$

$$L \leq 1,5 \cdot 250$$

$$L \leq 375 \text{ mm}$$

- El coeficiente de seguridad para chavetas se encuentra normalizado por la norma UNE-EN 61400 siendo:

$$C.S. = 1,1$$

Para calcular la fuerza que soporta la chaveta, supondremos que todo el par torsor que actúa en el eje (M_{t_1}) es absorbido por una fuerza tangencial F situada en la superficie del eje:

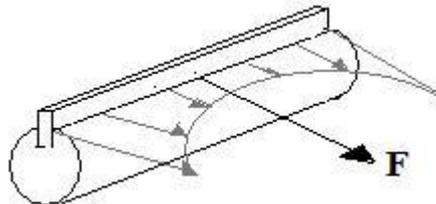


Figura 81: Fuerza que soporta la chaveta

$$F = \frac{T}{r}$$

Siendo:

T: Momento torsor que actúa en la sección, $T = M_{t_1} = 1.068.528 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

r: Radio del eje en la sección a estudio, $r = 12,5 \text{ cm}$

$$F = \frac{T}{r} = \frac{1.068.528}{12,5} = 85.482,24 \text{ kg}$$

Ésta es la fuerza total que tienen que absorber las chavetas, como hay dos la fuerza que absorbe cada chaveta es:

$$F' = \frac{F}{2} = \frac{85.482,24}{2} = \mathbf{42.741,12 \text{ kg}}$$

La longitud de la chaveta será la mínima sección que aguante el aplastamiento y la cortadura.

3.8.2.11.1.- Cortadura en la lengüeta

El área de cortadura en la lengüeta es: $A_{CORT} = b \cdot l = 5,6 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\tau_c = \frac{F'}{A_c} = \frac{42.741,12}{5,6 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de cortadura máxima del material será:

$$\tau_c = \frac{\tau_{FL}}{CS} = \frac{2100}{1.1} = \mathbf{1.909,09 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a cortadura:

$$\frac{42.741,12}{5,6 \cdot l} = 1.909,9 \rightarrow \mathbf{l = 4 \text{ cm}}$$

3.8.2.11.2.- Aplastamiento en la lengüeta

El área de aplastamiento en la lengüeta es: $A_{APLAST} = t_2 \cdot l = 1,27 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{F'}{A_{APLAST}} = \frac{42.741,12}{1,27 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de aplastamiento máximo del material será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{\sigma_{FL}}{CS} = \frac{4200}{1,1} = \mathbf{3.818,18 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a aplastamiento:

$$\frac{42.741,12}{1,27 \cdot l} = 3.818,18 \rightarrow \mathbf{l = 8,81 \text{ cm}}$$

De acuerdo a la norma DIN 6885, se tomará como longitud normalizada $l = 90$ mm. Por lo tanto, se emplearán Lengüetas de ajuste A 56 x 32 x 90

3.8.3.- Tercera etapa ordinaria

Se trata de un tren ordinario simple, ya que todos los ejes de las ruedas (*eje de entrada y salida*) se apoyan sobre un mismo bastidor fijo. Cada eje contiene únicamente una rueda con dentado helicoidal.

3.8.3.1.- Relación de transmisión y número de dientes

El eje de salida de esta tercera etapa ordinaria, que coincide con el eje de salida de la multiplicadora, se acopla al generador que gira a 1500 rpm. Por tanto, la relación de esta última etapa será:

$$i = \frac{w_8 = w_{gen}}{w_7 = w_4} = \frac{1.500}{577,28} = 2,59839 \dots$$

La transmisión no puede resolverse de manera exacta (*debido a que tiene factores superiores a $z_{max} = 120$ dientes*), así que se tendrá que tomar una solución aproximada i_i :

$$i = \frac{a}{b}$$

$$i_i = \frac{a \cdot n + c}{b \cdot n}$$

Siendo n y c dos constantes tales que i_i tome una forma que no supere la z_{max} .

$$i_i = \frac{a \cdot n + c}{b \cdot n} = \frac{1.500 \cdot 1 + \left(577,28 \cdot \frac{39}{15} - 1.500\right)}{577,28 \cdot 1} = \frac{39}{15}$$

Se procederá a calcular el error absoluto y relativo asociado a esa aproximación:

Error absoluto

$$e_{abs} = \pm \frac{c}{n \cdot b} = \frac{\left(577,28 \cdot \frac{39}{15} - 1500\right)}{1 \cdot 577,28} = \frac{0,928}{577,28} = 0,0016075 = \mathbf{0,161\%}$$

Error relativo

$$e_{rel} = \pm \frac{c}{n \cdot a} = \frac{\left(577,28 \cdot \frac{39}{15} - 1500\right)}{1 \cdot 1500} = \frac{0,928}{1500} = 0,00061867 = \mathbf{0,062\%}$$

Los errores son admisibles, luego se tomará como relación de transmisión:

$$i = \frac{Z_7}{Z_8} = \frac{39}{15}$$

3.8.3.2.- Módulo de engrane rueda entrada y salida

El módulo de engrane para la rueda de entrada y salida ha de ser el mismo para que el engrane se produzca correctamente. El cálculo del módulo se realizará para la rueda tallada en el eje de salida (Z_8), por ser la rueda pequeña.

El material de esta es un acero cementado aleado 16 Mn Cr 5 cuyas propiedades mecánicas aparecen en la tabla propiedades mecánicas de los materiales para ruedas dentadas.

3.8.3.2.1.- Cálculo del módulo a duración y desgaste

Lo primero es determinar la característica de rodadura admisible K_{adm} por medio de la ecuación de Niemann:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha}$$

Donde:

f: Es un coeficiente que para el acero toma el valor constante $f = 6800$

HB: Dureza Brinell, $HB = 600 \text{ Kg/mm}^2$

E: Modulo de elasticidad del material. Dado que las ruedas de entrada y salida son de acero, $E = 2,1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

α : 1/3

W: Son los millones de rodaduras, para una vida útil de 20 años y siendo la nueva $n_g = a \cdot n + c = 1500 \cdot 1 + 0,928 \approx 1501 \text{ rpm}$

$$W = \frac{\text{vida util [horas]} \cdot 60 \cdot n_g [\text{rpm}]}{10^6}$$

$$W = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 1501}{10^6} \approx 15.779 \text{ millones de rodaduras}$$

Sustituyendo:

$$K_{adm} = f \cdot \frac{(HB)^2}{E \cdot W^\alpha} = 6800 \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \cdot 15.779^{1/3}} = 46,48 \text{ kg/mm}^2$$

El modulo a duración y desgaste para dientes helicoidales toma la siguiente expresión:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_g} \cdot (i + 1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_g}^2}} \quad [cm]$$

Donde:

M_{t_8} : Momento tursor que actúa en la rueda de salida, es función de la potencia N en C.V y la velocidad de giro n_8 en rpm:

$$M_{t_8} = 71620 \cdot \frac{N_8}{n_8 \cdot \eta_{multi}} = 71620 \cdot \frac{1.440/0,736}{1501 \cdot 0,94} = 99.314 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

i: Relación de transmisión,

$$i = \frac{Z_7}{Z_8} = \frac{39}{15} = 2,6$$

β_a : Angulo de inclinación aparente. Los valores óptimos están comprendidos entre los 15 y los 25° para velocidades de giro medias. En nuestro caso se elegirá $\beta_{a_8} = 20^\circ$

Z_{n_8} : Es el número de dientes virtuales, es decir, el número de dientes que tendría un engranaje recto equivalente a nuestro engranaje helicoidal:

$$Z_{n_8} = \frac{Z_8}{\cos^3 \beta_a} = \frac{15}{\cos^3 20^\circ} = 18,08 \text{ dientes}$$

K_{adm} : Característica de rodadura admisible, calculada anteriormente:

$$K_{adm} = 46,48 \text{ kg/mm}^2$$

ψ : Factor de guiado del diente, experimentalmente se toma $\psi = 30$

Substituyendo:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot M_{t_8} \cdot (i + 1) \cdot \cos^2 \beta_a}{K_{adm} \cdot \psi \cdot i \cdot Z_{n_8}^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,25 \cdot 99.314 \cdot (2,6 + 1) \cdot \cos^2 20^\circ}{46,48 \cdot 30 \cdot 2,6 \cdot 18,08^2}} = 1,18 \text{ cm}$$

Por tanto, elegiremos el valor inmediatamente superior de la tabla de módulos normalizados, $m_n = 12 \text{ mm}$

3.8.3.2.2.- Comprobación a resistencia por el método aproximado

La comprobación a realizar es la siguiente:

$$\sigma_{trab} = \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

U: Fuerza tangencial en kg, calculada en el apartado 3.8.3.4:

$$U_{78} = 10.369,51 \text{ kg}$$

q: Coeficiente de Wissman,. Para $\alpha = 20^\circ$ y $Z_{n8} = 18,08$ dientes se obtiene que el valor de q es:

$$q = 3,5$$

b: Anchura del diente

$$b = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 1,2 = 36 \text{ cm}$$

σ_{adm} : Tensión admisible del material de la rueda de salida, acero cementado aleado 16 Mn Cr 5:

$$\sigma_{adm} = 1.900 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \sigma_{trab} &= \frac{0,6 \cdot U \cdot q}{b \cdot m_n} = \frac{0,6 \cdot 10.369,51 \cdot 3,5}{36 \cdot 1,2} \\ &= 504,07 \text{ kg/cm}^2 \leq 1.900 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Por tanto, el modulo es válido.

3.8.3.2.3.- Cálculo del grado de recubrimiento

Lo siguiente a comprobar es que la transmisión entre los dos engranajes sea adecuada. Para ello el coeficiente de engrane ε_{78} debe ser mayor que la unidad:

$$\varepsilon_{78} = \frac{E_7 E_8 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a}$$

Donde:

$E_7 E_8$: Es la longitud de circunferencia básica que pasa por un punto desde que un diente empieza su engrane hasta que lo termina, en cm

$$E_7 E_8 = \sqrt{R_{C8}^2 - R_8^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} + \sqrt{R_{C7}^2 - R_7^2 \cdot \cos^2 \alpha_a} - (R_7 + R_8) \cdot \operatorname{sen} \alpha_a$$

$$R_7 = m_a \cdot \frac{Z_7}{2} = \frac{m_n}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{Z_7}{2} = \frac{1,2}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{39}{2} = 24,9 \text{ cm}$$

$$R_{C7} = R_7 + h_c = R_7 + m_n = 24,9 + 1,2 = 26,1 \text{ cm}$$

$$R_8 = m_a \cdot \frac{Z_8}{2} = \frac{m_n}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{Z_8}{2} = \frac{1,2}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{15}{2} = 9,58 \text{ cm}$$

$$R_{C8} = R_8 + h_c = R_8 + m_n = 9,58 + 1,2 = 10,78 \text{ cm}$$

$$\alpha_a = \operatorname{arc tan} \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \operatorname{arc tan} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 20^\circ} \right) = 21,17^\circ$$

Sustituyendo:

$$E_7 E_8 = \sqrt{10,78^2 - 9,58^2 \cdot \cos^2 21,17^\circ} + \sqrt{26,1^2 - 24,9^2 \cdot \cos^2 21,17^\circ} - (24,9 + 9,58) \cdot \operatorname{sen} 21,17^\circ$$

$$E_7 E_8 = 5,5$$

S_d : Es la desviación angular, en cm

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r$$

Siendo:

b: Anchura del diente en cm, b = 36 cm

$$\tan \beta_r = \tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a = \tan 20^\circ \cdot \cos 21,17^\circ = 0,34$$

Por tanto:

$$S_d = b \cdot \tan \beta_r = 36 \cdot 0,34 = \mathbf{12,24 \text{ cm}}$$

El coeficiente de engrane es:

$$\varepsilon_{78} = \frac{E_7 E_8 + S_d}{\pi \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_a} + \cos \alpha_a} = \frac{5,5 + 12,24}{\pi \cdot \frac{1,2}{\cos 20^\circ} + \cos 21,17^\circ} = \mathbf{3,59}$$

Como el coeficiente de engrane es mayor que uno, la transmisión se realizará de forma suave y gradual con varios dientes engranando simultáneamente.

3.8.3.2.4.- Comprobación de problemas de interferencia con los dientes

Para comprobar si existe algún problema de interferencia entre los dientes de las ruedas de entrada y salida es preciso determinar el número de dientes virtuales de cada rueda, es decir, el número de dientes que tendría cada rueda si fueran engranajes de dientes rectos.

$$Z_{V7} = \frac{Z_7}{\cos^3 \beta_a} = \frac{39}{\cos^3 20^\circ} = \mathbf{47 \text{ dientes}}$$

$$Z_{V8} = \frac{Z_8}{\cos^3 \beta_a} = \frac{15}{\cos^3 20^\circ} = \mathbf{18,08 \text{ dientes}}$$

No habrá problemas de interferencia porque ambas ruedas superan el número de dientes límite por debajo del cual se produciría la misma ($Z_l = 17 \text{ dientes}$).

3.8.3.3.- Dimensionado de las ruedas**Módulo normal**

$$m_n = 12 \text{ mm}$$

Módulo aparente

$$m_a = \frac{m_n}{\cos \beta_a} = \frac{12}{\cos 20^\circ} = 12,77 \text{ mm}$$

Ángulo de presión real

$$\alpha_r = 20^\circ$$

Ángulo de presión aparente

$$\alpha_a = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a} \right) = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 20^\circ} \right) = 21,17^\circ$$

Ángulo de inclinación aparente

$$\beta_a = 20^\circ$$

Ángulo de inclinación real

$$\beta_r = \arctan(\tan \beta_a \cdot \cos \alpha_a) = \arctan(\tan 20^\circ \cdot \cos 21,17^\circ) = 18,75^\circ$$

Número de dientes

$$Z_7 = 39 \text{ dientes}$$

$$Z_8 = 15 \text{ dientes}$$

Diámetros primitivos

$$d_7 = m_a \cdot Z_7 = 12,77 \cdot 39 = 498,03 \text{ mm}$$

$$d_8 = m_a \cdot Z_8 = 12,77 \cdot 15 = 191,55 \text{ mm}$$

Altura de los dientes

$$h_7 = h_8 = h_f + h_c = 1,25 \cdot m_n + m_n = 1,25 \cdot 12 + 12 = 27 \text{ mm}$$

Diámetros de cabeza

$$d_{c_7} = d_7 + 2 \cdot h_{c_7} = 498,03 + 27 = 525,03 \text{ mm}$$

$$d_{c_8} = d_8 + 2 \cdot h_{c_8} = 191,55 + 27 = 218,55 \text{ mm}$$

Diámetro de fondo

$$d_{f_7} = d_7 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 498,03 - (2,5 \cdot 12) = 468,5 \text{ mm}$$

$$d_{f_8} = d_8 - (2 \cdot 1,25 \cdot m_n) = 191,55 - (2,5 \cdot 12) = 161,55 \text{ mm}$$

Distancia entre ejes

$$a_{0_{78}} = R_7 + R_8 = \frac{d_7 + d_8}{2} = \frac{498,03 + 191,55}{2} = 344,79 \text{ mm}$$

Ancho de los dientes

$$b_7 = b_8 = \psi \cdot m_n = 30 \cdot 12 = 360 \text{ mm}$$

3.8.3.4.- Fuerzas sobre los dientes

La fuerza que actúa sobre los dientes helicoidales se puede descomponer en tres direcciones: axial, radial y tangencial.

Fuerzas sobre el engrane rueda de salida y rueda de entrada

Fuerza tangencial

$$U_{78} = \frac{2 \cdot M_{t_8}}{d_8} = \frac{2 \cdot 99.314}{19,155} = 10.369,51 \text{ kg}$$

Fuerza radial

$$F_{r_{78}} = U_{78} \cdot \tan \alpha_a = 10.369,51 \cdot \tan 21,17^\circ = 4.016 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_{a_{78}} = U_{78} \cdot \tan \beta_a = 10.369,51 \cdot \tan 20^\circ = 3774,19 \text{ kg}$$

3.8.3.5.- Dimensionado del eje de entrada

El eje de entrada es un eje hueco que está fabricado en un acero cementado aleado 16 Mn Cr 5. Le corresponde una tensión de fluencia $\sigma_{FL} = 6000 \text{ kg/cm}^2$.

El dimensionado del eje de entrada pasa por conocer los diagramas de momentos flectores y torsores, y por tanto las reacciones en los apoyos que se calcularán en esta sección.

En este caso, el peso propio del eje es despreciable frente a las fuerzas producidas por los dientes de los engranajes, como se aprecia en el siguiente esquema de cálculo:

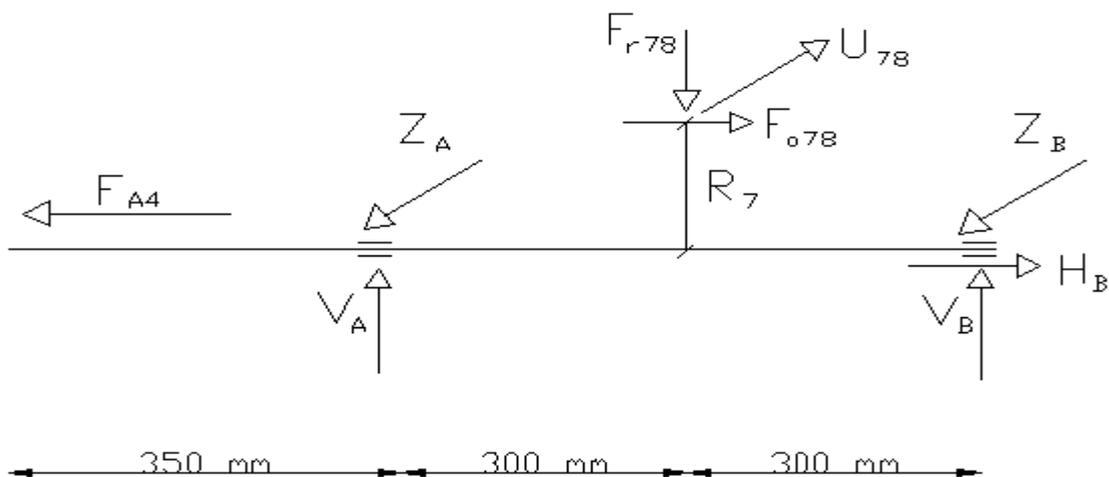


Figura 82: Esquema de cálculo del eje de entrada

Las fuerzas que actúan sobre el eje son las calculadas en los apartados 3.8.2.6 y 3.8.3.4:

F_{A_4} : Fuerza axial en el piñón 4

$$F_{A_4} \approx 3 \cdot F_{a_{45}} = 3 \cdot 1.390 = 4.170 \text{ kg}$$

$F_{a_{78}}$: Fuerza axial en el engrane 7-8

$$F_{a_{78}} = 3.774,19 \text{ kg}$$

$F_{r_{78}}$: Fuerza radial en el engrane 7-8

$$F_{r_{78}} = 4.016 \text{ kg}$$

U_{78} : Fuerza tangencial en el engrane 78

$$U_{78} = 10.369,51 \text{ kg}$$

Para el estudio de las reacciones y los diagramas de momentos flectores y torsores, se diferenciará entre los planos "xy" e "xz":

PLANO XY

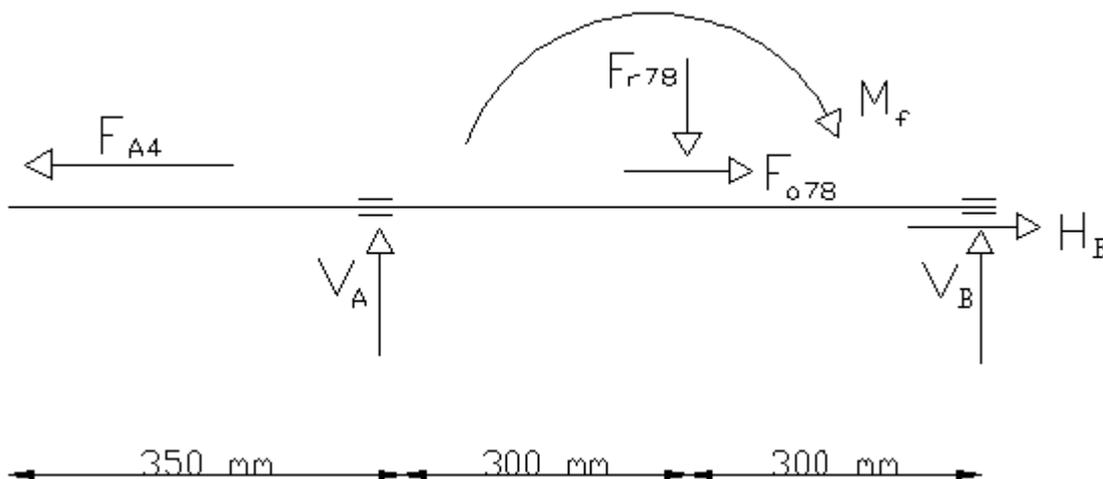


Figura 83: Esquema de cálculo en el plano XY

La fuerza axial $F_{a_{78}}$ provoca un momento flector, tal que:

$$M_F = F_{a_{78}} \cdot R_7 = 3.774,19 \cdot 49,803/2 = 93.983 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Una vez conocidas todas las cargas que actúan en el eje, las reacciones serán:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A = \frac{F_{r_{78}} \cdot 30 - M_F}{60} = \frac{4.016 \cdot 30 - 93.983}{60} = 441,62 \text{ kg}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow V_B = F_{r_{78}} - V_A = 4.016 - 441,62 = 3.574,38 \text{ kg}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_B = F_{A_4} - F_{a_{78}} = 4.170 - 3.774,19 = 395,81 \text{ kg}$$

Los diagramas se muestran a continuación:

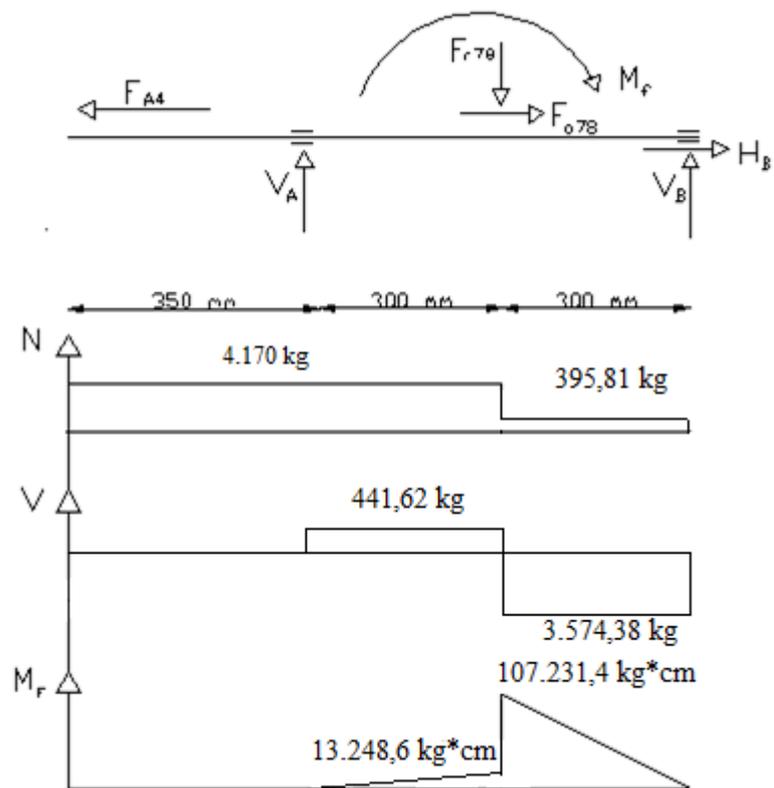


Figura 84: Diagrama de esfuerzos y momentos en el plano XY

PLANO XZ

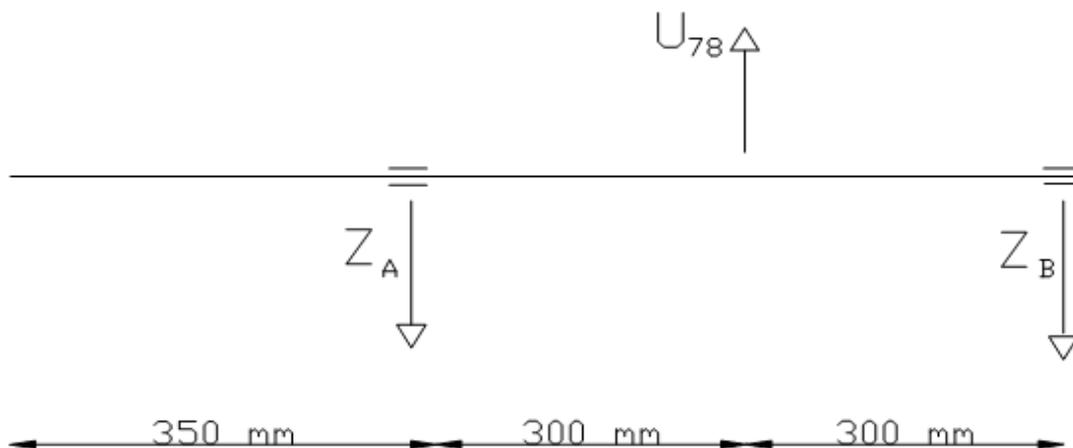


Figura 85: Esquema de cálculo en el plano XZ

Como ya se conoce el valor de U_{78} , las reacciones en los apoyos serán:

$$Z_A = Z_B = \frac{U_{78}}{2} = \frac{10.369,51}{2} = 5.184,76 \text{ kg}$$

Los diagramas se muestran a continuación:

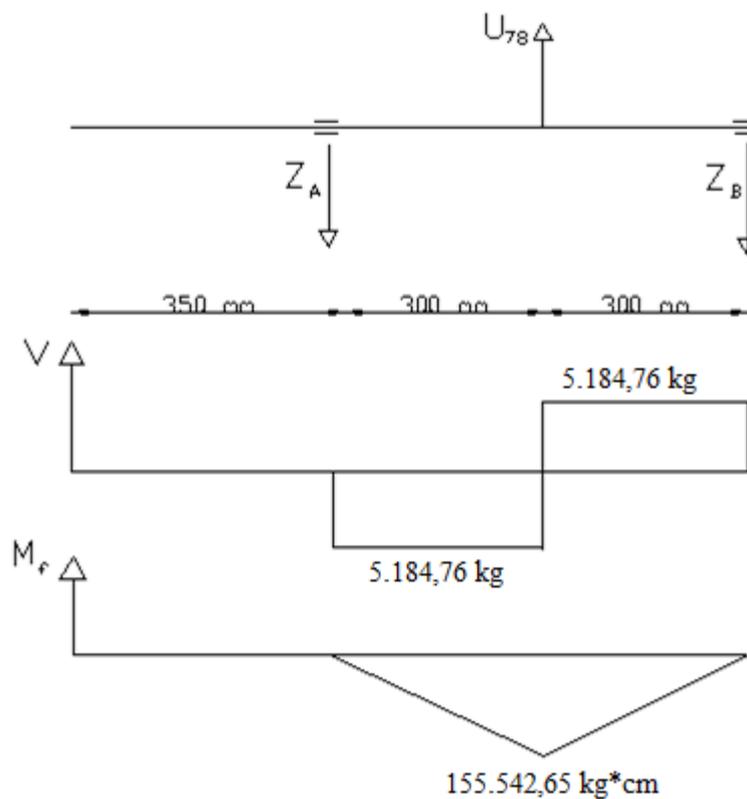


Figura 86: Diagrama de esfuerzos y momentos en el plano XZ

Las reacciones totales en los apoyos serán:

$$R_A = \sqrt{V_A^2 + Z_A^2} = \sqrt{441,62^2 + 5.184,76^2} = 5.203,53 \text{ kg}$$

$$R_B = \sqrt{V_B^2 + Z_B^2} = \sqrt{3.574,38^2 + 5.184,76^2} = 6.297,45 \text{ kg}$$

El momento flector máximo en el eje será:

$$M_F = \sqrt{M_{XY}^2 + M_{XZ}^2} = \sqrt{107.231,4^2 + 155.542,65^2} = 188.923,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Aplicando la teoría de cortadura máxima para proyectos de eje de transmisión definida en el código ASME podemos determinar el diámetro del eje:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot \sigma_{FL}}{CS} = \frac{k \cdot R_{ext}}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}$$

Siendo:

σ_{FL} : Tensión de fluencia del material (*acero cementado aleado 16 Mn Cr 5*),

$$\sigma_{FL} = 6000 \text{ kg/cm}^2$$

k: Coeficiente de concentración de tensiones, para lengüetas con extremos perfilados $k = 2,07$

COEFICIENTES DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES DE FATIGA RESPECTO AL MÓDULO DE LA SECCIÓN DEL ÁREA COMPLETA PARA EJES CON CHAVETEROS Y CARGADOS POR FLEXIÓN

Acero	Resistencia a tracción, kg/cm ²	Tensión de fluencia (Def. plástica 0,2 %)	Para tensiones de flexión con inversión de sentido	Al cromo-níquel con tratamiento térmico		Medio al carbono normalizado	
				Límite de fatiga, kg/cm ²	Coefficiente de concentración de tensiones K	Límite de fatiga, kg/cm ²	Coefficiente de concentración de tensiones K
Cromo-níquel (Aprox. SAE 3140)	7 245	4 900	Sin chavetero, probeta normal en cuña Chavetero de extremos en patín	4 060		2 590	
			Chavetero de extremos perfilados	2 520	1,61	1 960	1,32
Medio al carbono (Aprox. SAE 1045)	5 600	3 150	Orificio transvers, de 6,35 mm	1 960	2,07	1 610	1,61
						850	3,06

Figura 87: Coeficientes de concentración de tensiones

C_m : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento flector calculado. Se opta por $C_m = 2$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

C_t : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento torsor calculado. Se opta por $C_t = 1,5$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

M: Momento flector máximo, $M = 188.923,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

T: Momento torsor máximo (*calculado en el 3.8.2.6*), $T = M_{t_4} = 256.931 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

CS: Coeficiente de seguridad, $CS = 2$

R_e : Radio exterior en el eje, en cm

I_p : Momento de inercia polar, en cm^4

$$I_p = \frac{\pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)}{32} = \frac{\pi \cdot (d_e^4 - 15^4)}{32}$$

Sustituyendo:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot 6000}{2} \geq \frac{2,07 \cdot d_e/2}{\pi \cdot (d_e^4 - 15^4)/32} \cdot \sqrt{(2 \cdot 188.923,5)^2 + (1,5 \cdot 256.931)^2}$$

$$\frac{(d_e^4 - 15^4)}{d_e} - \frac{32 \cdot 2,07 \cdot \sqrt{(2 \cdot 188.923,5)^2 + (1,5 \cdot 256.931)^2}}{0,5 \cdot \pi \cdot 6000} \geq 0$$

Despejando se obtiene:

$$\frac{(d_e^4 - 15^4)}{d_e} - 3.793,31 \geq 0$$

Por tanteo:

$$d_e \geq 18,67 \text{ cm}$$

3.8.3.6.- Elección de los rodamientos del eje de entrada

Para el eje de entrada se ha elegido rodamientos de rodillos a rótula de la marca SKF. Los rodamientos de rodillos a rótula son propiamente autoalineables y muy robustos. Las dos hileras de rodillos hacen que los rodamientos puedan absorber cargas elevadas y sean insensibles a la desalineación angular. Ofrecen una gran fiabilidad y una larga duración incluso en condiciones de funcionamiento difíciles.

La selección de estos se hará en base a las directrices marcadas en el catálogo.

El eje de entrada se apoya sobre dos rodamientos, en A y en B, siendo libre en A y fijo en B.

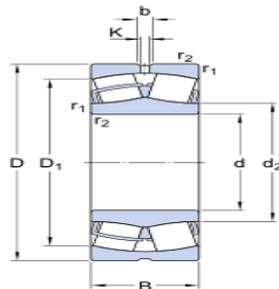
Rodamiento en A

El diámetro del eje, que se corresponde con el diámetro interior del rodamiento, es $d_a = 280 \text{ mm}$ (se toma por consideraciones de diseño y cumple que $280 \geq 186,7 \text{ mm}$). Por tanto, se elegirá un rodamiento de la marca SKF referenciado como 23956 CC/W33.

23956 CC/W33

SKF Explorer

Dimensions



d	280	mm
D	380	mm
B	75	mm
d ₂	≈ 308	mm
D ₁	≈ 352	mm
b	11.1	mm
K	6	mm
r _{1,2}	min. 2.1	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	1016	kN
Basic static load rating	C ₀	1760	kN
Fatigue load limit	P _u	143	kN
Reference speed		1600	r/min
Limiting speed		1700	r/min
Calculation factor	e	0.16	
Calculation factor	Y ₁	4.2	
Calculation factor	Y ₂	6.3	
Calculation factor	Y ₀	4	

Mass

Mass		25	kg
------	--	----	----

Figura 88: Características del rodamiento

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{395,81}{5.203,53} = 0,076 < e = 0,16 \rightarrow P = F_{rA}$$

Se va a comprobar si resiste las cargas a las que va a ser sometido:

$$F_D = R_A = 5.203,53 \text{ kg}$$

Se va a transformar esta carga de diseño F_D en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C, a través de la siguiente expresión proporcionada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,483}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 5.203,53 \text{ kg} = 51,05 \text{ kN}$

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del piñón calculada en 3.8.2.2,

$$n_D = w_4 = 577,28 \text{ rpm}$$

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a: Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R: Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catálogo SKF que utiliza norma europea, se tomará como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Sustituyendo:

$$F_R = 51,05 \cdot \left[\frac{\left(20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 577,28 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60 \right)^{3/10}}{0,02 + 4,439 \cdot \left[\ln \left(1/0,9 \right) \right]^{1/1,483}} \right] = 204,33 \text{ kN}$$

Para el rodamiento seleccionado $F_R = 204,33 \text{ kN} < C = 1.016 \text{ kN}$, por lo que el rodamiento es válido.

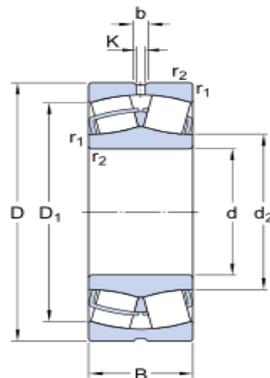
Rodamiento en B

El diámetro del eje, que se corresponde con el diámetro interior del rodamiento, es $d_b = 200 \text{ mm}$. Por tanto, se elegirá un rodamiento de la marca SKF referenciado como 23940 CC/W33.

23940 CC/W33

SKF Explorer

Dimensions



d	200	mm
D	280	mm
B	60	mm
d ₂	≈ 222	mm
D ₁	≈ 258	mm
b	8.3	mm
K	4.5	mm
r _{1,2}	min. 2.1	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	651	kN
Basic static load rating	C ₀	1040	kN
Fatigue load limit	P _u	93	kN
Reference speed		2200	r/min
Limiting speed		2400	r/min
Calculation factor	e	0.19	
Calculation factor	Y ₁	3.6	
Calculation factor	Y ₂	5.3	
Calculation factor	Y ₀	3.6	

Mass

Mass		11.5	kg
------	--	------	----

Figura 89: Características del rodamiento

Se va a comprobar si resiste las cargas que va a soportar a lo largo de su vida útil:

Fuerza radial

$$F_r = R_B = 6.297,45 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_a = H_B = 395,81 \text{ kg}$$

$$\frac{F_{aB}}{F_{rB}} = \frac{395,81}{6.297,45} = 0,063 \leq e = 0,18$$

Se transforma la carga combinada en una carga de cálculo radial equivalente:

$$F_D = F_r + Y_1 \cdot F_a$$

Para este modelo $Y_1 = 3,6$. Por tanto:

$$F_D = 6.297,45 + 3,6 \cdot 395,81 = 7.722,37 \text{ kg} = 75,76 \text{ kN}$$

Se va a transformar esta carga de diseño F_D en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C, a través de la siguiente expresión proporcionada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,483}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 7.722,37 \text{ kg} = 75,76 \text{ kN}$

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del piñón calculada en 3.8.2.2,

$$n_D = w_4 = 577,28 \text{ rpm}$$

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a: Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R: Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catálogo SKF que utiliza norma europea, se tomará como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Substituyendo:

$$F_R = 75,76 \cdot \left[\frac{(20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 577,28 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60)}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,483}} \right]^{3/10} = 303,24 \text{ kN}$$

Para el rodamiento seleccionado $F_R = 303,24 \text{ kN} < C = 651 \text{ kN}$, por lo que el rodamiento es válido.

3.8.3.7.- Dimensionado de la lengüeta

Para dimensionar la chaveta se seguirá la norma DIN 6885 para chavetas paralelas cuyas dimensiones están normalizadas.

La lengüeta está hecha de un acero al carbono F-1110 normalizado, por lo que se garantiza que la chaveta sea de menor calidad del eje y el de la rueda que une.

El diámetro en el extremo del eje será $d = 220 \text{ mm}$, por lo que la sección de la lengüeta vendrá definida por:

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6880)		Anchura b		28		32		36		40		45		50		56		63		70		80		90		100	
Altura h		10	16	11	18	12	20	14	22	16	25	18	28	200	230	260	290	330	380	440	500						
Para diámetro del eje d1 3)		más de		110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440		500	
hasta		110		130		150		170		200		230		260		290		330		380		440		500			
Chavetero del eje	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27,798	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963												
		Minima	27,925	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,894	79,894	89,976	99,875													
	asiento ligero N9	Máxima	28,000	32,000	36,000	40,000	45,000	50,000	56,000	63,000	70,000	80,000	90,000	100,000													
		Minima	27,498	31,938	35,938	39,938	44,938	49,938	55,926	62,926	69,926	79,926	89,913	99,913													
Profundidad t1 5)	con juego en el lomo o dif. adm.	6,9	9,9	7,6	11,1	8,3	12,3	9,5	13,5	10,8	15,3	12,0	17,0	19,3	19,6	22,0	24,6	27,5	30,4								
	con aprieto	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3								
Chavetero del cubo	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27,978	31,974	35,974	39,974	44,974	49,974	55,968	62,968	69,968	79,968	89,963	99,963												
		Minima	27,296	31,912	35,912	39,912	44,912	49,912	55,894	62,894	69,984	79,894	89,876	99,876													
	asiento ligero N9	Máxima	28,026	32,031	36,031	40,031	45,031	50,031	56,037	63,037	70,037	80,037	90,043	100,043													
		Minima	27,974	31,969	35,969	39,969	44,969	49,969	55,963	62,963	69,963	79,963	89,95	99,956													
Profundidad t2 5)	con juego en el lomo o dif. adm.	3,1	6,1	3,4	6,9	3,7	7,7	4,5	8,5	5,2	9,7	6,0	11,0	12,7	12,4	14,0	15,4	17,5	19,6								
	con aprieto	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3								
Redondeado del fondo del chavetero	r	0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	1,0	1,6	1,0	1,6	1,6	1,6	2,5	2,5	2,5	2,5								
	dif. adm.	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,5	-0,3	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5								

Figura 90: Dimensiones chavetas DIN 6885

Anchura b = 50 mm

Altura h = 18 mm

Profundidad del chavetero del eje t₁ = 12 mm

Profundidad del chavetero del cubo t₂ = 6 mm

A la hora de realizar el cálculo de la longitud de la chaveta se deberá tener en cuenta:

- La longitud de la chaveta no debe ser mayor del elemento sobre el que se monta.
- La longitud de la chaveta no debe superar 1,5 veces el diámetro del eje sobre el que se monta:

$$L \leq 1,5 \cdot D$$

$$L \leq 1,5 \cdot 220$$

$$L \leq 330 \text{ mm}$$

- El coeficiente de seguridad para chavetas se encuentra normalizado por la norma UNE-EN 61400 siendo:

$$C.S. = 1,1$$

Para calcular la fuerza que soporta la chaveta, supondremos que todo el par torsor que actúa en el eje (M_{t_4}) es absorbido por una fuerza tangencial F situada en la

superficie del eje:

$$F = \frac{T}{r}$$

Siendo:

T: Momento torsor que actúa en la sección, $T = M_{t_4} = 256.931 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

r: Radio del eje en la sección a estudio, $r = 11 \text{ cm}$

$$F = \frac{T}{r} = \frac{256.931}{11} = \mathbf{23.357,36 \text{ kg}}$$

La longitud de la chaveta será la mínima sección que aguante el aplastamiento y la cortadura.

3.8.3.7.1.-Cortadura en la lengüeta

El área de cortadura en la lengüeta es: $A_{CORT} = b \cdot l = 5 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\tau_c = \frac{F}{A_c} = \frac{23.357,36}{5 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de cortadura máxima del material será:

$$\tau_c = \frac{\tau_{FL}}{CS} = \frac{2100}{1,1} = \mathbf{1.909,1 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a cortadura:

$$\frac{23.357,36}{5 \cdot l} = 1.909,1 \rightarrow \mathbf{l = 2,45 \text{ cm}}$$

3.8.3.7.2.-Aplastamiento en la lengüeta

El área de aplastamiento en la lengüeta es: $A_{APLAST} = t_2 \cdot l = 0,6 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{F}{A_{APLAST}} = \frac{23.357,36}{0,6 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de aplastamiento máximo del material será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{\sigma_{FL}}{CS} = \frac{4200}{1,1} = \mathbf{3.818,2 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a aplastamiento:

$$\frac{23.357,36}{0,6 \cdot l} = 3.818,2 \rightarrow l = \mathbf{10,2 \text{ cm}}$$

De acuerdo a la norma DIN 6885, se tomará como longitud normalizada $l = 110$ mm. Por lo tanto, se emplearán Lengüetas de ajuste A 50x 18 x 110.

3.8.3.8.- Dimensionado del eje de salida

El eje de salida es un eje macizo que está fabricado en un acero cementado aleado 16 Mn Cr 5. Le corresponde una tensión de fluencia $\sigma_{FL} = 6000 \text{ kg/cm}^2$.

El dimensionado del eje de salida pasa por conocer los diagramas de momentos flectores y torsores, y por tanto las reacciones en los apoyos que se calcularán en este apartado.

En este caso, el peso propio del eje es despreciable frente a las fuerzas producidas por los dientes de los engranajes, como se aprecia en el siguiente esquema de cálculo:

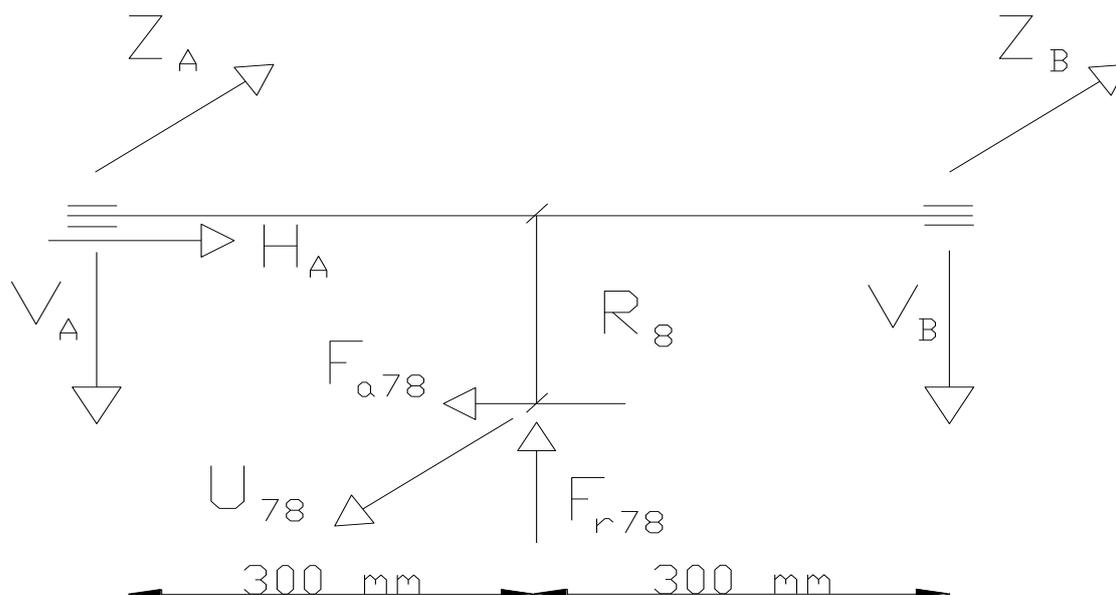


Figura 91: Esquema de cálculo del eje de salida

Las fuerzas que actúan sobre el eje son las calculadas en el apartado 3.8.3.4:

$F_{a_{78}}$: Fuerza axial en el engrane 7-8

$$F_{a_{78}} = 3.774,19 \text{ kg}$$

$F_{r_{78}}$: Fuerza radial en el engrane 7-8

$$F_{r_{78}} = 4.016 \text{ kg}$$

U_{78} : Fuerza tangencial en el engrane 78

$$U_{78} = 10.369,51 \text{ kg}$$

Para el estudio de las reacciones y los diagramas de momentos flectores y torsores, se diferenciará entre los planos “xy” e “xz”:

PLANO XY

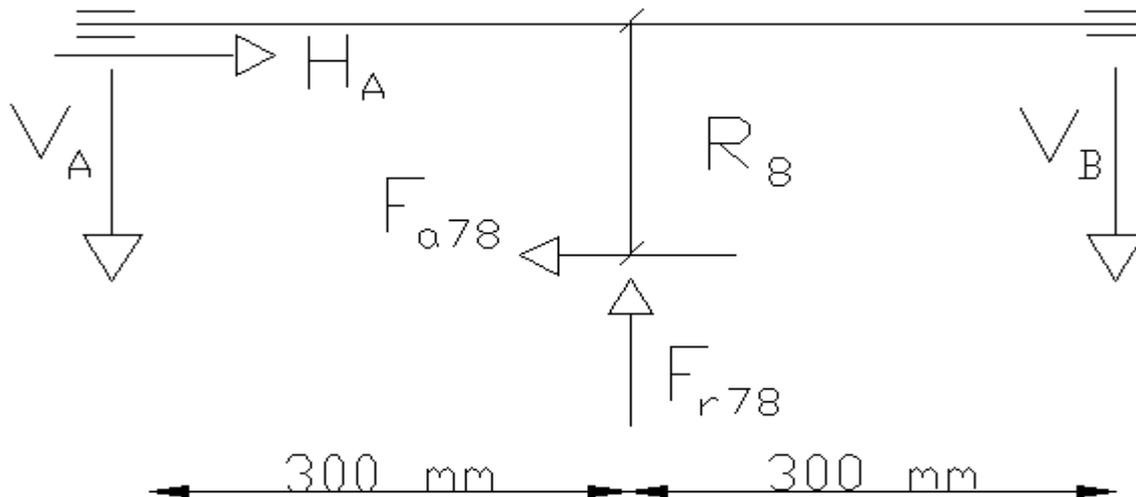


Figura 92: Esquema de cálculo en el plano XY

La fuerza axial F_{a78} provoca un momento flector, tal que:

$$M_F = F_{a78} \cdot R_8 = 3.774,19 \cdot 19,155/2 = 36.147,3 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Una vez conocidas todas las cargas que actúan en el eje, las reacciones serán:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A = \frac{F_{r78} \cdot 30 + M_F}{60} = \frac{4.016 \cdot 30 + 36.147,3}{60} = 2.610,46 \text{ kg}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow V_B = F_{r78} - V_A = 4.016 - 2.610,46 = 1.405,54 \text{ kg}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_A = F_{a78} = 3.774,19 \text{ kg}$$

Los diagramas se muestran a continuación:

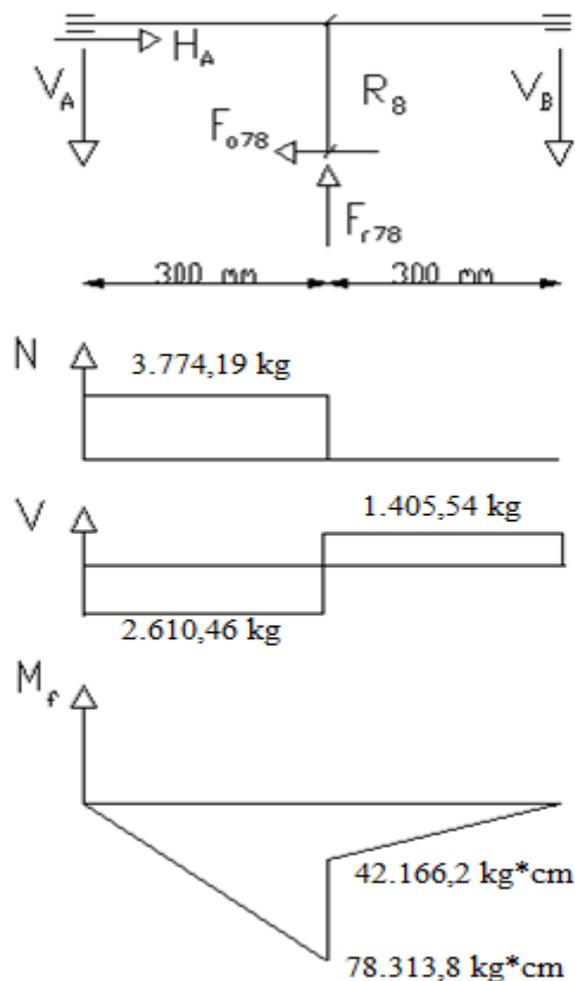


Figura 93: Diagrama de esfuerzos y momentos en el plano XY

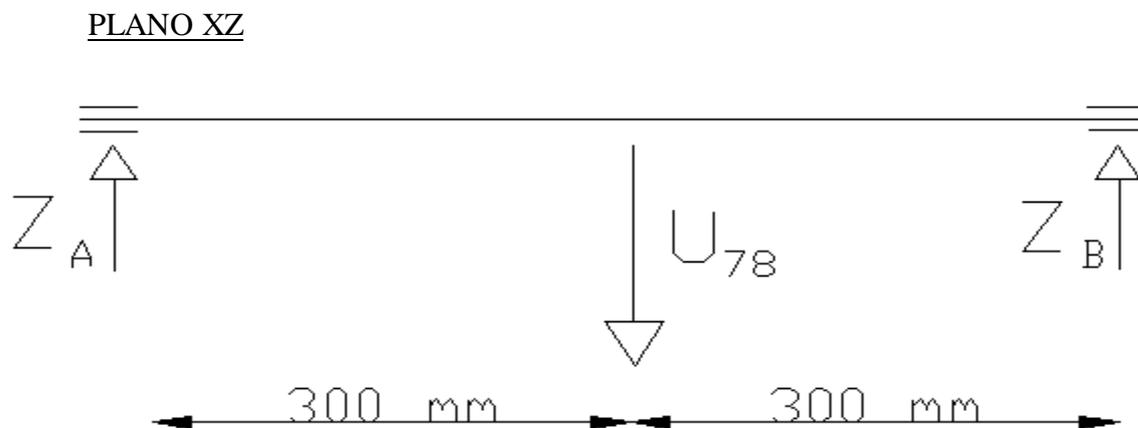


Figura 94: Esquema de cálculo en el plano XZ

Como ya se conoce el valor de U_{78} , las reacciones en los apoyos serán:

$$Z_A = Z_B = \frac{U_{78}}{2} = \frac{10.369,51}{2} = 5.184,76 \text{ kg}$$

Los diagramas se muestran a continuación:

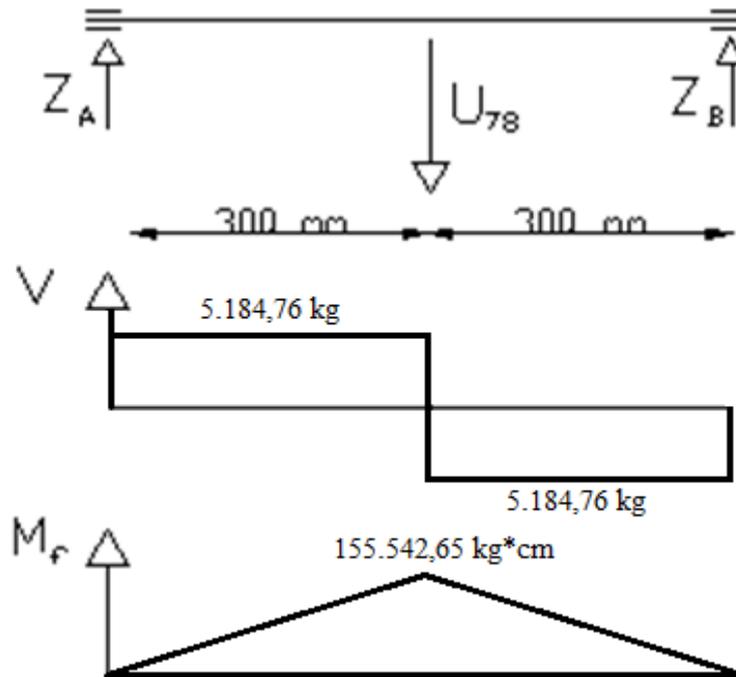


Figura 95: Diagrama de esfuerzos y momentos en el plano XZ

Las reacciones totales en los apoyos serán:

$$R_A = \sqrt{V_A^2 + Z_A^2} = \sqrt{2.610,46^2 + 5.184,76^2} = 5.840,85 \text{ kg}$$

$$R_B = \sqrt{V_B^2 + Z_B^2} = \sqrt{1.405,54^2 + 5.184,76^2} = 5.371,9 \text{ kg}$$

El momento flector máximo en el eje será:

$$M_F = \sqrt{M_{XY}^2 + M_{XZ}^2} = \sqrt{78.313,8^2 + 155.542,65^2} = 174.145,25 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Aplicando la teoría de cortadura máxima para proyectos de eje de transmisión definida en el código ASME se puede determinar el diámetro del eje:

$$\tau_{max} = \frac{0,5 \cdot \sigma_{FL}}{CS} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}$$

Siendo:

σ_{FL} : Tensión de fluencia del material (*acero cementado aleado 16 Mn Cr 5*),
 $\sigma_{FL} = 6000 \text{ kg/cm}^2$

C_m : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento flector calculado. Se opta por $C_m = 2$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

C_t : Coeficiente numérico combinado para impacto y fatiga, aplicable en cada caso al momento torsor calculado. Se opta por $C_t = 1,5$ (*Ejes giratorios: cargas aplicadas bruscamente, solamente pequeños impactos*)

M: Momento flector máximo, $M = 174.145,25 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

T: Momento torsor máximo (*calculado en el 3.8.3.4*), $T = M_{t_8} = 99.314 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

CS: Coeficiente de seguridad, $CS = 3$

Por tanto:

$$d \geq \left[\frac{16 \cdot 3}{\pi \cdot 0,5 \cdot 6.000} \cdot \sqrt{(2 \cdot 174.145,25)^2 + (1,5 \cdot 99.314)^2} \right]^{1/3} \geq \mathbf{12,45 \text{ cm}}$$

3.8.3.9.- Elección de los rodamientos del eje de salida

Al igual que en el eje de entrada, para el eje de salida se ha elegido rodamientos de rodillos a rótula de la marca SKF. Los rodamientos de rodillos a rótula son propiamente autoalineables y muy robustos. Las dos hileras de rodillos hacen que los rodamientos puedan absorber cargas elevadas y sean insensibles a la desalineación angular. Ofrecen una gran fiabilidad y una larga duración incluso en condiciones de funcionamiento difíciles.

La selección de estos se hará en base a las directrices marcadas en el catálogo.

El eje de salida se apoya sobre dos rodamientos, en A y en B, siendo fijo en A y libre en B.

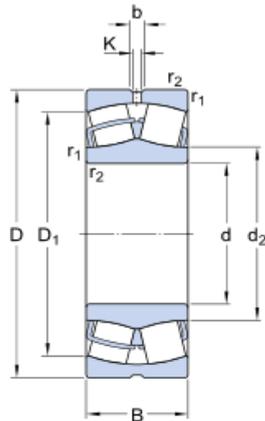
Rodamiento en A

El diámetro del eje, que se corresponde con el diámetro interior del rodamiento, es $d_a = 150 \text{ mm}$. Por tanto, se elegirá un rodamiento de la marca SKF referenciado como 22230 CC/W33.

22230 CC/W33

SKF Explorer

Dimensions



d	150	mm
D	270	mm
B	73	mm
d ₂	≈ 178	mm
D ₁	≈ 234	mm
b	13.9	mm
K	7.5	mm
r _{1,2}	min. 3	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	898	kN
Basic static load rating	C ₀	1080	kN
Fatigue load limit	P _u	102	kN
Reference speed		2200	r/min
Limiting speed		3000	r/min
Calculation factor	e	0.26	
Calculation factor	Y ₁	2.6	
Calculation factor	Y ₂	3.9	
Calculation factor	Y ₀	2.5	

Mass

Mass		18	kg
------	--	----	----

Figura 96: Características del rodamiento

Se va a comprobar si resiste las cargas que va a soportar a lo largo de su vida útil:

Fuerza radial

$$F_r = R_A = 5.840,85 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_a = H_A = 3.774,19 \text{ kg}$$

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{3.774,19}{5.840,85} = 0,65 > e = \mathbf{0,26}$$

Se transforma la carga combinada en una carga de cálculo radial equivalente:

$$F_D = 0,67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a$$

Para este modelo $Y_2 = 3,9$. Por tanto:

$$F_D = 0,67 \cdot 5.840,85 + 3,9 \cdot 3.774,19 = 18.632,71 \text{ kg} = \mathbf{182,79 \text{ kN}}$$

Se va a transformar esta carga de diseño F_D en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C, a través de la siguiente expresión proporcionada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R \cdot n_R \cdot 60} \right]^{1/a} \cdot \left[0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,483} \right]$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 182,79 \text{ kN}$

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del alternador fijada en 3.1, $n_D = w_{alt} = 1500$ rpm

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20$ años en horas

a : Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R : Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catalogo SKF que utiliza norma europea, se tomará como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Sustituyendo:

$$F_R = 182,79 \cdot \left[\frac{(20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 1500 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60)}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,483}} \right]^{3/10} = 974,34 \text{ kN}$$

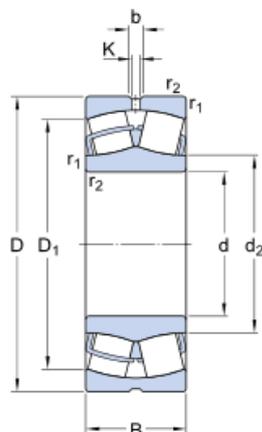
Para el rodamiento seleccionado $F_R = 974,34 \text{ kN} > C = 898 \text{ kN}$, por lo que el rodamiento no es válido.

Por lo tanto, se procederá a la elección de un rodamiento que soporte una carga dinámica superior. El siguiente rodamiento es el modelo 23230 CC/W33, cuyas características se observan en la siguiente imagen:

23230 CC/W33

SKF Explorer

Dimensions



d	150	mm
D	270	mm
B	96	mm
d ₂	≈ 175	mm
D ₁	≈ 228	mm
b	11.1	mm
K	6	mm
r _{1,2}	min. 3	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	1129	kN
Basic static load rating	C ₀	1460	kN
Fatigue load limit	P _u	137	kN
Reference speed		1600	r/min
Limiting speed		2200	r/min
Calculation factor	e	0.35	
Calculation factor	Y ₁	1.9	
Calculation factor	Y ₂	2.9	
Calculation factor	Y ₀	1.8	

Mass

Mass	24.5	kg
------	------	----

Figura 97: Características del rodamiento

Se va a comprobar si resiste las cargas que va a soportar a lo largo de su vida útil:

Fuerza radial

$$F_r = R_A = 5.840,85 \text{ kg}$$

Fuerza axial

$$F_a = H_A = 3.774,19 \text{ kg}$$

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{3.774,19}{5.840,85} = 0,65 > e = 0,35$$

Se transforma la carga combinada en una carga de cálculo radial equivalente:

$$F_D = 0,67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a$$

Para este modelo $Y_2 = 2,9$. Por tanto:

$$F_D = 0,67 \cdot 5.840,85 + 2,9 \cdot 3.774,19 = 14.858,52 \text{ kg} = 145,76 \text{ kN}$$

Se va a transformar esta carga de diseño F_D en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C, a través de la siguiente expresión proporcionada por el fabricante:

$$F_R = 145,76 \cdot \left[\frac{(20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 1500 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60)}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,483}} \right]^{3/10} = 776,96 \text{ kN}$$

Para el rodamiento seleccionado $F_R = 776,96 \text{ kN} > C = 1.129 \text{ kN}$, por lo que el rodamiento es válido.

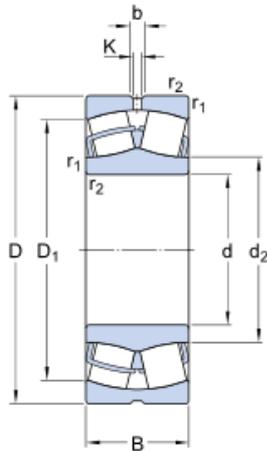
Rodamiento en B

El diámetro del eje, que se corresponde con el diámetro interior del rodamiento, es $d_a = 140 \text{ mm}$. Por tanto, se elegirá un rodamiento de la marca SKF referenciado como 23028 CC/W33.

23028 CC/W33

SKF Explorer

Dimensions



d	140	mm
D	210	mm
B	53	mm
d ₂	≈ 158	mm
D ₁	≈ 190	mm
b	8.3	mm
K	4.5	mm
r _{1,2}	min. 2	mm

Calculation data

Basic dynamic load rating	C	485	kN
Basic static load rating	C ₀	680	kN
Fatigue load limit	P _u	68	kN
Reference speed		2600	r/min
Limiting speed		3400	r/min
Calculation factor	e	0.22	
Calculation factor	Y ₁	3	
Calculation factor	Y ₂	4.6	
Calculation factor	Y ₀	2.8	

Mass

Mass		6.55	kg
------	--	------	----

Figura 98: Características del rodamiento

Se va a comprobar si resiste las cargas a las que va a ser sometido:

$$F_a = 0 \rightarrow F_D = R_B = 5.371,9 \text{ kg}$$

Se transforma esta carga de diseño F_D en una carga equivalente F_R que pueda compararse con la carga de catálogo estándar C, a través de la siguiente expresión proporcionada por el fabricante:

$$F_R = F_D \cdot \left[\frac{L_D \cdot n_D \cdot 60 / L_R \cdot n_R \cdot 60}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/R)]^{1/1,483}} \right]^{1/a}$$

Siendo:

F_R : Capacidad radial nominal de catálogo, en KN

F_D : Carga de diseño radial requerida, $F_D = 5.371,9 \text{ kg} = 52,7 \text{ kN}$

n_R : Velocidad nominal de catálogo, en rpm

n_D : Velocidad nominal de proyecto del alternador fijada en 3.1, $n_D = w_{\text{alt}} = 1500 \text{ rpm}$

L_R : Duración nominal de catálogo, en horas

L_D : Duración nominal de proyecto, $L_D = 20 \text{ años en horas}$

a : Para cojinetes de rodillos, $a = 10/3$

R : Con una fiabilidad del 90% para cada rodamiento, $R = 0,9$

Como se está trabajando con el catálogo SKF que utiliza norma europea, se tomará como valor del producto $L_R \cdot n_R = 1 \times 10^6$.

Substituyendo:

$$F_R = 52,7 \cdot \left[\frac{(20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 1500 \cdot 60 / 1 \times 10^6 \cdot 60)}{0,02 + 4,439 \cdot [\ln(1/0,9)]^{1/1,483}} \right]^{3/10} = 280,91 \text{ kN}$$

Para el rodamiento seleccionado $F_R = 280,91 \text{ kN} < C = 485 \text{ kN}$, por lo que el rodamiento es válido.

3.9.- ELECCIÓN DEL ACOPLAMIENTO EJE RÁPIDO-ALTERNADOR

La unión del eje rápido y el alternador se realizará mediante un acoplamiento flexible de láminas LAMIDISC de la casa Jaure, diseñado especialmente para aplicaciones de energía eólica. La elección se hará en base a las pautas marcadas por el fabricante en el catálogo.

Se selecciona el factor de servicio de la máquina accionada o conducida SF_A . Se trata de un generador en carga uniforme $SF_A = 1$.

Equipo conducido o accionado	SF_A
GENERADORES	
Carga uniforme	1.0
Convertidores de frecuencia	1.5
Convertidores para soldadura	2.0

Figura 99: Factor de servicio de la máquina accionada

Se selecciona el factor de servicio de la máquina motriz o conductora SF_D . Se trata de una turbina $SF_D = 0$.

Equipo motriz	SF_D
Multi-cilindro	
8 o más	0.5
6	1.0
4 o 5	1.5
menos de 4	Consultar a Jaure
Motores con velocidad variable	0.8
Motores eléctricos ¹ y turbinas	0

¹ Excepto motores con velocidad variable

Figura 100: Factor de servicio de la máquina motriz

Los dos factores de servicio SF_A y SF_D deben sumarse, resultando el factor de servicio combinado $SF = 1$.

El par mínimo viene dado por la fórmula:

$$PAR (N \cdot m) = \frac{9550 \cdot Potencia Nominal (kW) \cdot SF}{n (rpm)} = \frac{9550 \cdot 1440 \cdot 1}{1500} = 9.168 N \cdot m$$

El acoplamiento a seleccionar deberá tener una capacidad de transmisión de par igual o superior al par mínimo calculado, por lo tanto el acoplamiento seleccionado es el SFXD modelo 255-6 con un par nominal de 10.200 N·m.

El acoplamiento elegido tiene solidario un disco de freno. Todas las características técnicas se pueden ver en el catálogo como se puede observar:

Tipo de Acoplamiento SFXD Tamaño	1) PAR NOMINAL Nm.	PAR DE PICO Nm.	2) MAX. VELOCIDAD r.p.m.	DIMENSIONES (mm.)								Tornillo pos.A 6)		7) J Inercia Kgm²	7) Peso Kg.	Desalin. Axial 8) ±Ka mm.	Desalin. Ang 8) ±Kw grados
				d1-d2 max. 3)	4) D	D1	D2	l1	l2	5) DBSE	X	Z-M	Nm				
132-6	1.100	2.200	3.500 3.100	65	315 355	132	89	85	60	105	80	12-M8	35	0,241 0,381	23,5 28,5	2,6	1,5°
158-6	2.000	4.000	3.500 3.100 2.800	75	315 355 395	158	104	110	70	131	105	12-M10	60	0,269 0,409 0,605	31 36 41,5	3,1	
185-6	3.300	6.600	2.800 2.500 2.200	87	395 445 495	185	121	110	80	148	105	12-M12	120	0,653 0,997 1,478	49 57 65,7	3,7	
202-6	4.600	9.200	2.500 2.200 2.000	95	445 495 550	202	132	140	90	170	135	12-M14	190	1,054 1,536 2,263	64,6 73 84	3,8	1°
228-6	7.000	14.000	2.200 2.000 1.800	107	495 550 625	228	150	170	100	187	165	12-M16	295	1,665 2,393 3,805	87 97,7 114	4,2	
255-6	10.200	20.400	1.800 1.600	117	625 705	255	163	170	115	241	165	12-M18	405	4,016 6,200	130,5 150,2	4,7	
278-6	14.200	28.400	1.800 1.600 1.400	131	625 705 795	278	183	210	125	263	205	12-M20	580	4,297 6,480 10,004	153 172,7 197,7	5,2	
302-6	20.000	40.000	1.600 1.400	145	705 795	302	201	210	135	282,3	205	12-M22	780	6,883 10,407	194,8 219,8	5,7	
325-6	25.000	50.000	1.600 1.400	156	705 795	325	219	250	145	302 302	245 245	12-M22	780	7,389 10,914	219 244	6,5	

Figura 101: Características y dimensiones del acoplamiento

3.9.1.- Dimensionado de la lengüeta

Para dimensionar la chaveta se seguirá la norma DIN 6885 para chavetas paralelas cuyas dimensiones están normalizadas.

La lengüeta está hecha de un acero al carbono F-1110 normalizado, por lo que se garantiza que la chaveta sea de menor calidad del eje y el de la rueda que une.

El diámetro en el extremo del eje será d = 140 mm, por lo que la sección de la lengüeta vendrá definida por:

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6880)		Anchura b		28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100					
Altura h		10	16	11	18	12	20	14	25	18	28	32	36	40	45	50				
Para diámetro del eje (d1 3)		más de		95	110	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440					
		hasta		110	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440	500					
Chavetero del eje	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27.798	31.974	35.974	39.974	44.974	49.974	55.968	62.968	69.968	79.968	89.963	99.963					
		Minima	27.925	31.912	35.912	39.912	44.912	49.912	55.894	62.894	69.894	79.894	89.976	99.875						
	asiento ligero N9	Máxima	28.000	32.000	36.000	40.000	45.000	50.000	56.000	63.000	70.000	80.000	90.000	100.000						
		Minima	27.498	31.938	35.938	39.938	44.938	49.938	55.926	62.926	69.926	79.926	89.913	99.913						
Chavetero del cubo	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	27.978	31.974	35.974	39.974	44.974	49.974	55.968	62.968	69.968	79.968	89.963	99.963					
		Minima	27.296	31.912	35.912	39.912	44.912	49.912	55.894	62.894	69.984	79.894	89.876	99.876						
	asiento ligero N9	Máxima	28.026	32.031	36.031	40.031	45.031	50.031	56.037	63.037	70.037	80.037	90.043	100.043						
		Minima	27.974	31.969	35.969	39.969	44.969	49.969	55.963	62.963	69.963	79.963	89.95	99.956						
Profundidad (t1 5)	con juego en el lomo o aprieto			6,9	9,9	7,6	11,1	8,3	12,3	9,5	13,5	10,8	15,3	12,0	17,0					
		dif. adm.		+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3				
	con juego en el lomo		3,1	6,1	3,4	6,9	3,7	7,7	4,5	8,5	5,2	9,7	6,0	11,0	12,7	12,4	14,0	15,4	17,5	19,6
		dif. adm.		+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3
Profundidad (t2 5)	con aprieto		2,6	5,6	2,9	6,3	3,2	7,1	4,0	7,9	4,6	9,1	5,4	10,4	12,1	11,8	13,4	14,8	16,9	19,0
		dif. adm.		-0,1	-0,2	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3
Redondeado del fondo del chavetero	r		0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	0,6	1,0	1,0	1,6	1,0	1,6	1,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
		dif. adm.		-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,5	-0,3	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5

Figura 102: Dimensiones chavetas DIN 6885

Anchura $b = 36 \text{ mm}$

Altura $h = 12 \text{ mm}$

Profundidad del chavetero del eje $t_1 = 8,3 \text{ mm}$

Profundidad del chavetero del cubo $t_2 = 3,7 \text{ mm}$

A la hora de realizar el cálculo de la longitud de la chaveta se deberá tener en cuenta:

- La longitud de la chaveta no debe ser mayor del elemento sobre el que se monta.
- La longitud de la chaveta no debe superar 1,5 veces el diámetro del eje sobre el que se monta:

$$L \leq 1,5 \cdot D$$

$$L \leq 1,5 \cdot 140$$

$$L \leq 210 \text{ mm}$$

- El coeficiente de seguridad para chavetas se encuentra normalizado por la norma UNE-EN 61400 siendo:

$$C.S. = 1,1$$

Para calcular la fuerza que soporta la chaveta, supondremos que todo el par torsor que actúa en el eje (M_{t_g}) es absorbido por una fuerza tangencial F situada en la superficie del eje:

$$F = \frac{T}{r}$$

Siendo:

T: Momento torsor que actúa en la sección, $T = M_{t_8} = 99.314 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

r: Radio del eje en la sección a estudio, $r = 7 \text{ cm}$

$$F = \frac{T}{r} = \frac{99.314}{7} = \mathbf{14.187,71 \text{ kg}}$$

La longitud de la chaveta será la mínima sección que aguante el aplastamiento y la cortadura.

3.9.1.1.- Cortadura en la lengüeta

El área de cortadura en la lengüeta es: $A_{CORT} = b \cdot l = 3,6 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\tau_c = \frac{F}{A_c} = \frac{14.187,71}{3,6 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de cortadura máxima del material será:

$$\tau_c = \frac{\tau_{FL}}{CS} = \frac{2100}{1,1} = \mathbf{1.909,09 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a cortadura:

$$\frac{14.187,71}{3,6 \cdot l} = 1.909,09 \rightarrow \mathbf{l = 2,06 \text{ cm}}$$

3.9.1.2.- Aplastamiento en la lengüeta

El área de aplastamiento en la lengüeta es: $A_{APLAST} = t_2 \cdot l = 0,37 \cdot l$

Por tanto, la tensión de cortadura será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{F}{A_{APLAST}} = \frac{14.187,71}{0,37 \cdot l} \text{ kg/cm}^2$$

La tensión de aplastamiento máximo del material será:

$$\sigma_{APLAST} = \frac{\sigma_{FL}}{CS} = \frac{4200}{1,1} = \mathbf{3.818,18 \text{ kg/cm}^2}$$

Igualando ambas tensiones se obtiene la longitud mínima de la chaveta a aplastamiento:

$$\frac{14.187,71}{0,37 \cdot l} = 3.818,18 \rightarrow l = \mathbf{10,04 \text{ cm}}$$

De acuerdo a la norma DIN 6885, se tomará como longitud normalizada $l = 110$ mm. Por lo tanto, se empleará Lengüeta de ajuste A 36x 12 x 110.

3.10.- ELECCIÓN DEL FRENO

El freno de disco se sitúa en el eje rápido, entre la caja multiplicadora y el generador. La elección se hará en base a las pautas marcadas en el catálogo por el fabricante SVENDBORG.

El fabricante nos proporciona la siguiente expresión para determinar la fuerza de frenado F_R :

$$F_R = \frac{2 \cdot M_R}{a \cdot (D_0 - 0,2)}$$

Siendo:

M_R : Momento torsor en el eje rápido, $M_R = M_{t_b} = 99.314 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 9.742,7 \text{ N} \cdot \text{m}$

a: Número de mordazas actuando en el disco, $a = 1$

D_0 : Diámetro del disco, dado por el fabricante del acoplamiento, $D_0 = 0,705 \text{ m}$

Substituyendo:

$$F_R = \frac{2 \cdot 9.742,7}{1 \cdot (0,705 - 0,2)} = 38.585 \text{ N}$$

Se opta por el modelo BSFI 3050 cuya fuerza de frenado mínima $F_R = 40.000 \text{ N}$ es mayor que la calculada. Las dimensiones y especificaciones técnicas vienen dadas en el catálogo.

Brake type	Clamping force ⁽¹⁾		Loss of force ⁽²⁾	F _b braking force ⁽²⁾	Operating pressure	Brake pad surface pressure N/mm ²
	Min.	Max.				
BSFI 3020	20000 N	23000 N	5%	16000 N	40 bar	0.39 - 0.63
BSFI 3030	30000 N	33500 N	5%	24000 N	50 bar	0.56 - 0.93
BSFI 3040	40000 N	44000 N	4%	32000 N	65 bar	0.74 - 1.22
BSFI 3050	50000 N	55000 N	6%	40000 N	80 bar	0.92 - 1.53
BSFI 3060	60000 N	66000 N	5%	48000 N	95 bar	1.11 - 1.83
BSFI 3070	70000 N	77000 N	4%	56000 N	115 bar	1.29 - 2.14
BSFI 3080	80000 N	88000 N	8%	64000 N	130 bar	1.34 - 2.44
BSFI 3090	90000 N	98500 N	13%	72000 N	145 bar	1.65 - 2.74
BSFI 3100	100000 N	109000 N	11%	80000 N	160 bar	1.83 - 3.03
BSFI 3110	110000 N	119000 N	10%	88000 N	175 bar	2.00 - 3.31
BSFI 3120	120000 N	130000 N	9%	96000 N	190 bar	2.18 - 3.61

Figura 103: Dimensiones y especificaciones técnicas del sistema de frenado.

3.11.- SISTEMA DE ORIENTACIÓN DE LA GÓNDOLA

Para el correcto funcionamiento de la aeroturbina, el rotor ha de estar enfrentado en todo momento al sentido de la velocidad del viento. De esta manera se logrará un correcto aprovechamiento de la densidad de potencia eólica disponible en el lugar de instalación de la máquina. Para lograr el objetivo planteado se dotará a la máquina de un sistema mecánico compuesto por un rodamiento de grandes dimensiones y un motorreductor, que permita la correcta orientación de la góndola. Se optará por un rodamiento con dentado interior de la empresa Rothe Erde.

3.11.1.- Fuerzas y momentos en el sistema de orientación

Los grandes rodamientos Rothe Erde son elementos de máquinas que forman por si mismos una unidad completa. Formados por un rodamiento y una corona dentada son capaces de transmitir de forma simultánea los esfuerzos axiales, radiales y los pares de vuelco.

Siguiendo las pautas indicadas en el catálogo Rothe Erde, se debe obtener las fuerzas y momentos representando a continuación:

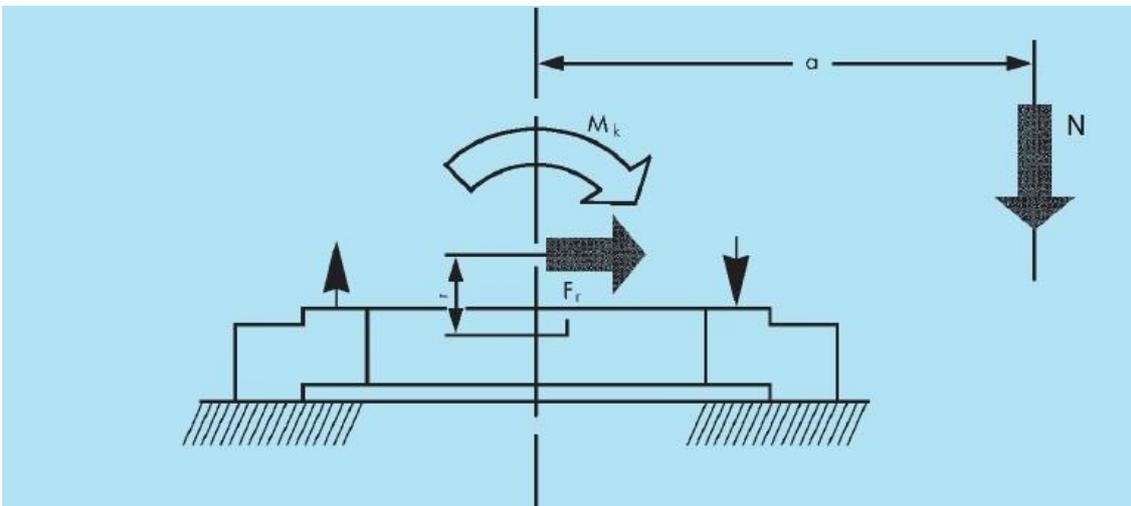


Figura 104: Fuerzas y momentos en el rodamiento.

Para el cálculo aproximado de la masa de la góndola se seguirá la siguiente expresión:

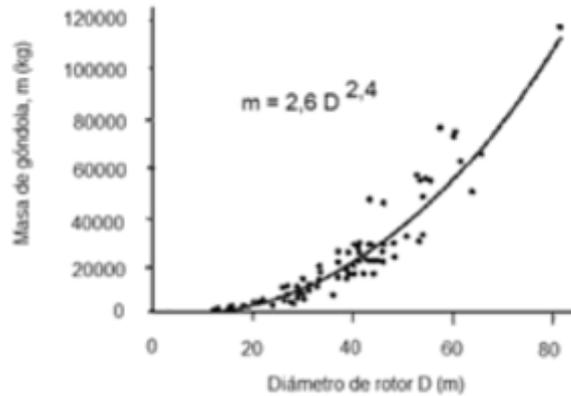


Figura 105: Masa de la góndola en función del diámetro del rotor.

$$m_{Góndola} \approx 2,6 \cdot D^{2,4} = 2,6 \cdot 60^{2,4} = 48.143,35 \text{ Kg}$$

Teniendo en cuenta que la desalineación de la góndola con la torre será aproximadamente de 1 m, se generará un par de vuelco debido a la masa de la góndola de:

$$M_k = 48.143,35 \cdot 9,81 \cdot 1 = 472.286,26 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El viento al incidir en las palas genera una serie de fuerzas, que han sido previamente calculadas (apartado 1.4.2.1.- Ráfagas):

$$N = 253.125,4 \text{ N}$$

$$F_r = 46.637,8 \text{ N}$$

El momento más desfavorable debido a la fuerza del viento se da para la posición 3:

$$\begin{aligned} M_K &= \frac{1}{6} \cdot F_{AXIAL} \cdot \frac{R}{3} + P_x \cdot \frac{R}{3} - 2\left(\frac{1}{3} \cdot F_{AXIAL} \cdot \frac{R}{3} \cdot \sin 30 + P_x \cdot \frac{R}{3} \cdot \sin 30\right) \\ &= \frac{1}{6} \cdot 253.125,4 \cdot \frac{30}{3} + 2.309 \cdot \frac{30}{3} \\ &\quad - 2\left(\frac{1}{3} \cdot 253.125,4 \cdot \frac{30}{3} \cdot \sin 30 + 2.309 \cdot \frac{30}{3} \cdot \sin 30\right) \\ &= 444.965,67 - 107.465,13 = 337.500,54 \end{aligned}$$

Realmente la fuerza axial en el segundo término sería algo mayor de $\frac{1}{3}$ pero se va del lado de la seguridad. Por tanto, el momento de vuelco resultante será la suma de ambos:

$$M_K = 472.286,26 + 337.500,54 = \mathbf{809.786,8 N \cdot m}$$

En resumen, las fuerzas y momentos actuantes son:

$$F_a = 253.125,4 N = \mathbf{253,13 KN}$$

$$F_r = 46.637,8 N = \mathbf{46,64 KN}$$

$$M_K = 809.786,8 N \cdot m = \mathbf{809,79 KN \cdot m}$$

3.11.2.- Elección del rodamiento

Siguiendo las pautas expuestas por el fabricante ROTHE ERDE en su catálogo comercial se va a proceder a la elección del rodamiento adecuado para la orientación de la góndola.

Casos de aplicación	f_{max}	f_L	Vida útil, giros a plena carga			
Grúa flotante (gancho)	1,10	1,0	30.000			
Grúa sobre vehículo (gancho)						
Grúa de a bordo (cuchara)						
Mesa giratoria de soldadura						
Plato giratorio (servicio continuo)	1,25	1,0	30.000			
Grúas torre -giro superior*				$M_{kto} \leq 0,5 M_k$	1,15	45.000
				$0,5 M_k \leq M_{kto} \leq 0,8 M_k$	1,25	60.000
				$M_{kto} \geq 0,8 M_k$	1,0	30.000
-giro en base	1,15	1,15	45.000			
Grúa giratoria (gancho)						
Grúa de astillero						
Transportador giratorio (gancho)						
Cargador/descargador de buques	1,5	1,5	100.000			
Grúa de acería						
Grúa sobre vehículo (servicio de cuchara y en general aplicaciones con gran frecuencia de movimiento de cargas)	1,45**	1,7	150.000			
Grúa giratoria (cuchara/imán)						
Transportador giratorio (cuchara/imán)						
Puente grúa (cuchara/imán)						
Grúa flotante (cuchara/imán)	2,15	2,15	300.000			
Mecanismo principal de giro de rotopalas						
Retro-cargadores						
Apiladores						
Cintas transportadoras en voladizo						

Figura 106: Factores de carga para la selección de rodamientos.

La serie de rodamientos escogida es la KD 600 por su peso reducido, lo que disminuye las fuerzas inerciales sobre el eje, además el rodamiento se comercializa con dentado interior, que es el diseño elegido para el presente Proyecto Fin de Grado.

Serie KD 600

Uniones giratorias de una hilera de bolas
Uniones giratorias con transmisión de carga por cuatro puntos de contacto

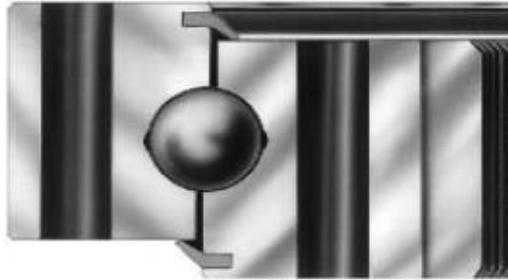


Figura 107: Rodamientos de bolas.

El rodamiento debe verificarse de acuerdo a dos criterios de diseño y se seleccionara el más restrictivo de los dos, es decir con el que se obtenga un rodamiento de mayor tamaño.

Capacidad de carga estática

La selección estática de esta serie de rodamientos se hará de acuerdo a las combinaciones I y II:

Combinación de cargas I

$$F_a' = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT}$$

$$M_K' = M_K \cdot f_{STAT}$$

Combinación de cargas II

$$F_a' = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT}$$

$$M_K' = 1,225 \cdot M_K \cdot f_{STAT}$$

Donde:

F_a' : Carga de lectura, en N

F_a : Carga resultante axial en la góndola, en N

F_r : Carga resultante radial en la góndola, en N

M_k' : Momento de vuelco de lectura, en N·m

M_K : Momento resultante de vuelco, en N·m

f_{STAT} : Factor de carga dado por el fabricante. En la página 11 del catálogo para el mecanismo principal de giro de rotopalas, $f_{STAT} = 1,45$.

Combinación de cargas I

$$F_a' = (F_a + 5,046 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = (253,13 + 5,046 \cdot 46,64) \cdot 1,45 = \mathbf{708,27 [KN]}$$

$$M_K' = M_K \cdot f_{STAT} = 809,79 \cdot 1,45 = \mathbf{1.174,2 [KN \cdot m]}$$

Combinación de cargas II

$$F_a' = (1,225 \cdot F_a + 2,676 \cdot F_r) \cdot f_{STAT} = (1,225 \cdot 253,13 + 2,676 \cdot 46,64) \cdot 1,45 \\ = \mathbf{630,6 [KN]}$$

$$M_K' = 1,225 \cdot M_K \cdot f_{STAT} = 1,225 \cdot 809,79 \cdot 1,45 = \mathbf{1.438,39 [KN \cdot m]}$$

El diámetro del rodamiento viene marcado por el diámetro de la parte superior de la torre de valor $D = 2,411$ m.

En la siguiente imagen se puede observar las curvas de carga estática, de una serie de rodamientos. Delimitado por el diámetro en la parte superior de la torre el rodamiento elegido es el 062.50.2240.001.49.1504 de la serie KD 600 de la empresa Rothe Erde y le corresponde la curva 40:

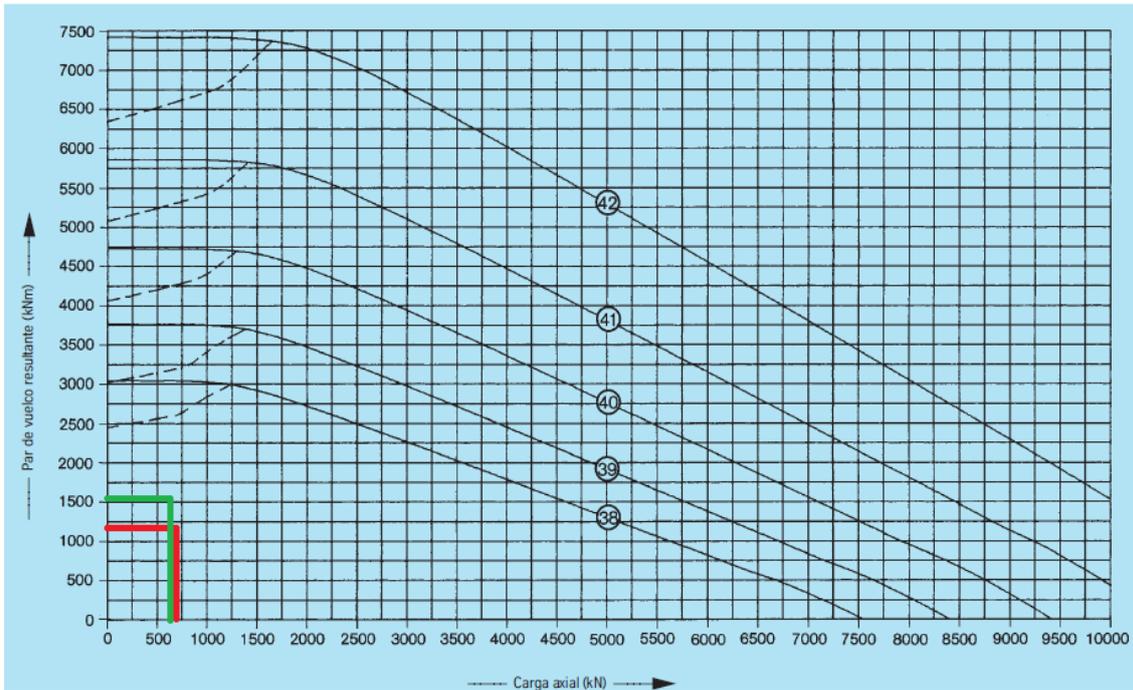


Figura 108: Curva de carga límite estática.

Como se puede observar, los esfuerzos de ambas combinaciones (combinación 1 en rojo y combinación 2 en verde) están muy alejados de la curva estática del modelo elegido. Por lo tanto, desde el punto de vista estático el rodamiento aguanta sobradamente.

Las características del rodamiento se pueden observar en la siguiente figura:

Rodamientos con dentado interior

Número de plano	Peso	Altura total			Medidas del tornillo				Cantidad de engrasadores			Separación entre aros				Ajuste calosa de diente			Fuerza tangencial admisible		Curvas				
D _e [mm]	[kg]	D _e [mm]	D _i [mm]	H [mm]	L _e [mm]	L _i [mm]	n	B [mm]	M [mm]	n ₁	O [mm]	U [mm]	H ₁ [mm]	H ₂ [mm]	H _e [mm]	H _i [mm]	d [mm]	m [mm]	z	x · m [mm]		k · m [mm]	b [mm]	[kN]	[kN]
062.50.1800.001.49.1504	762	1971	1554	109	1905	1695	36	33	30	9	1798	1802	100	99	10	9	1568	14	112	-7,0	-	100	128,5	257,0	38
062.50.2000.001.49.1504	843	2171	1764	109	2105	1895	40	33	30	8	1998	2002	100	99	10	9	1778	14	127	-7,0	-	100	128,5	257,0	39
062.50.2240.001.49.1504	961	2411	1984	109	2345	2135	48	33	30	8	2238	2242	100	99	10	9	2000	16	125	-8,0	-	100	146,8	293,6	40
062.50.2490.001.49.1504	1053	2661	2240	109	2595	2385	54	33	30	9	2488	2492	100	99	10	9	2256	16	141	-8,0	-	100	146,8	293,6	41
062.50.2800.001.49.1504	1205	2971	2544	109	2905	2695	60	33	30	12	2798	2802	100	99	10	9	2560	16	160	-8,0	-	100	146,8	293,6	42

Aros en material bonificado

Figura 109: Características del rodamiento.

Vida útil del rodamiento

Para una vida útil de 300.000 giros a plena carga se utiliza un factor $f_L = 2,15$.
Las “cargas de lectura” son:

$$F_a' = (F_a + F_r) \cdot f_L$$

$$M_K' = M_K \cdot f_L$$

Sustituyendo:

$$F_a' = (F_a + F_r) \cdot f_{STAT} = (253,13 + 46,64) \cdot 2,15 = 644,51 [KN]$$

$$M_K' = M_K \cdot f_{STAT} = 809,79 \cdot 2,15 = 1.741,05 [KN \cdot m]$$

Curvas de vida útil · 30 000 giros

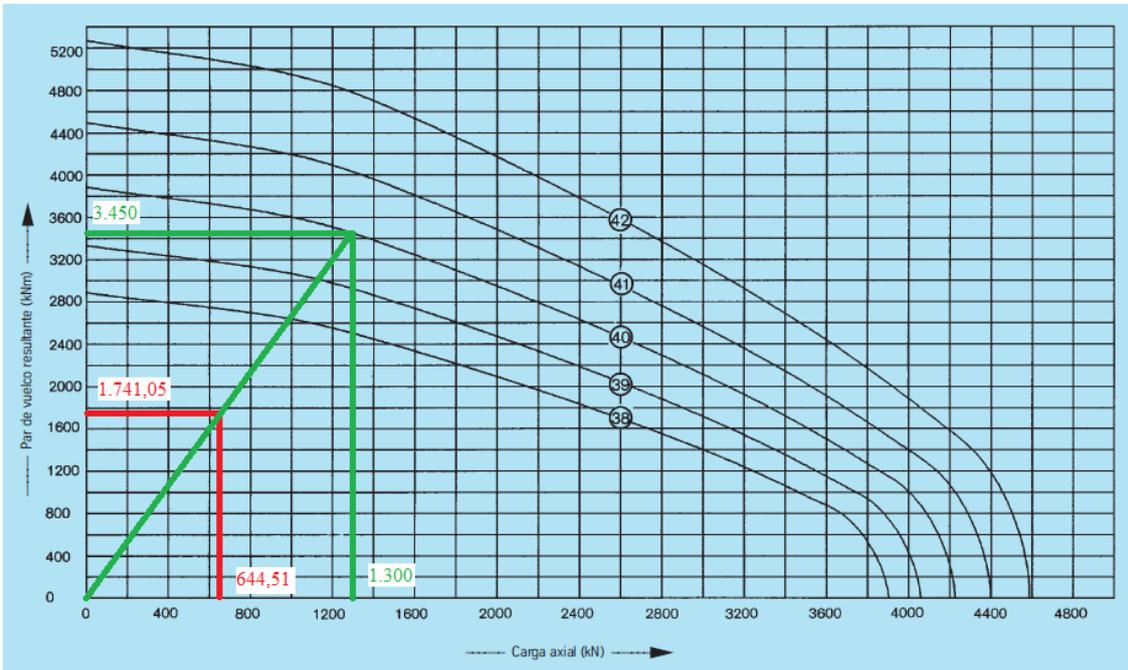


Figura 110: Curva de vida útil.

Como se puede observar las cargas que soporta el rodamiento (*a rojo*) se encuentran muy por debajo de la curva de vida, por lo que sigue siendo útil el rodamiento seleccionado con el criterio de carga estática.

El rodamiento presenta una vida útil superior a la que representa la curva, ya que debido a las cargas a las que se ve solicitado se encuentra por debajo de la curva de

A continuación deberá obtenerse la fuerza debida al tensado del tornillo y el par de apriete necesarios. Hay que tener en cuenta que dichos datos son para un coeficiente de fricción medio de 0,14 donde rosca y superficie de apoyo están ligeramente engrasadas, la dispersión es un $\pm 10\%$ y la fijación del par es mediante llave dinamométrica. En caso de que estas condiciones no se cumplan se deberán de obtener los datos mediante el método de cálculo por elementos finitos. Según el catálogo Rothe Erde se deberán colocar 48 tornillos de métrica M30.

Tabla 4: Fuerzas de tensado y momentos de apriete para tornillos con rosca normal métrica DIN 13, para $\mu_s = \mu_k = 0,14$.

Clase de sujeción según DIN/ISO 898			8.8	10.9			12.9				
Limite de elasticidad $R_{p0.2}$ N/mm ²			640 para \leq M 16 660 para $>$ M 16			940			1100		
rosca métrica ISO DIN 13	área tensionada A_s mm ²	área del núcleo A_3 mm ²	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinamo métrico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamo métrica M_A' Nm	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinamo métrico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamo métrica M_A' Nm	fuerza de tensado F_M N	con atornillador dinamo métrico hidráulico o eléctrico M_A Nm	con llave dinamo métrica M_A' Nm
M 12	84,3	76,2	38500	87	78	56000	130	117	66000	150	135
M 14	115	105	53000	140	126	77000	205	184	90000	240	216
M 16	157	144	72000	215	193	106000	310	279	124000	370	333
M 18	193	175	91000	300	270	129000	430	387	151000	510	459
M 20	245	225	117000	430	387	166000	620	558	194000	720	648
M 22	303	282	146000	580	522	208000	830	747	243000	970	873
M 24	353	324	168000	740	666	239000	1060	954	280000	1240	1116
M 27	459	427	221000	1100	990	315000	1550	1395	370000	1850	1665
M 30	561	519	270000	1500	1350	385000	2100	1890	450000	2500	2250
M 33	694	647	335000	a determinar mediante la medición del alargamiento del tornillo			480000	a determinar mediante la medición del alargamiento del tornillo			
M 36	817	759	395000				560000				
M 39	976	913	475000				670000				
M 42	1120	1045	542000				772000				
M 45	1300	1224	635000				905000				
M 48	1470	1377	714000				1018000				
M 52	1760	1652	857000				1221000				
M 56	2030	1905	989000				1408000				
M 60	2360	2227	1156000				1647000				

* = M_A se modifica al variar μ_s ó μ_k

Figura 112: Fuerzas de tensado y momentos de apriete de los tornillos.

Para tornillos de clase 10.9 y métrica M30, de la tabla anterior se puede obtener que la fuerza de tensado y el par de apriete son:

$$F_M = 385.000 \text{ N}$$

$$M_A = 2.100 \text{ N} \cdot m$$

El par de apriete deberá de aplicarse mediante atornillador dinamométrico hidráulico o eléctrico.

3.11.3.- Elección del motorreductor

Lo primero para elegir el motorreductor es calcular el diámetro primitivo del piñón de accionamiento, según la expresión:

$$D_p = m \cdot Z_p$$

Dónde:

m : Es el módulo del piñón que es igual al módulo del dentado del rodamiento ya definido, $m = 16 \text{ mm}$

Z_p : Número de dientes del piñón,

La relación de transmisión máxima entre un par de engranajes es $i_{\text{máx}}=5$ donde la relación de transmisión se da con la siguiente ecuación:

$$i = \frac{Z_{\text{corona}}}{Z_{\text{piñon}}} = \frac{W_{\text{piñon}}}{W_{\text{corona}}}$$

El número de dientes de la corona Z_{corona} lo facilita el fabricante del rodamiento en la tabla de características geométricas:

$Z_{\text{corona}}=125$ dientes

$$Z_{\text{piñon}} = \frac{Z_{\text{corona}}}{i} = \frac{125}{5} = 25 \text{ dientes}$$

El número de dientes del piñón es válido, ya que $Z_{\text{piñon}} = 25 > 14$ dientes por lo que no existe posibilidad de interferencias.

Luego:

$$D_p = m \cdot Z_p = 16 \cdot 25 = 400 \text{ [mm]}$$

El segundo paso es, una vez conocidos los diámetros del piñón y del dentado del rodamiento, comprobar si la relación de transmisión del reductor está dentro del rango que soporta el motorreductor:

$$\frac{1}{100} < i < \frac{1}{250}$$

La relación de transmisión entre el piñón y el dentado del rodamiento es:

$$i_{p-r} = \frac{D_{\text{piñon}}}{D_{\text{rodamiento}}} = \frac{400}{2.000} = \frac{1}{5}$$

La velocidad de giro óptima de la góndola es de 1,5 r.p.m.

$$w_{\text{corona}} = 1,5 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = 0,157 \text{ rad/s}$$

Luego la velocidad angular del piñón será:

$$w_{\text{piñon}} = \frac{w_{\text{corona}}}{i} = \frac{0,157}{1/5} = 0,79 \text{ rad/s}$$

Ya podemos obtener la relación del motorreductor:

$$i = \frac{w_{\text{piñon}}}{w_{\text{motor}}}$$

Donde:

w_{motor} : Es la velocidad de giro del eje del motor 176,1 rad/s

Substituyendo:

$$i = \frac{w_{\text{piñon}}}{w_{\text{motor}}} = \frac{0,79}{176,1} = \frac{1}{224}$$

Por tanto, la reducción está dentro de los límites fijados por el fabricante, así que cualquier motorreductor de la serie 700T seleccionado cumplirá este requisito.

Para la selección del motorreductor se debe de conocer el par necesario para el funcionamiento del sistema de giro. Para ello, se acudirá al catálogo ROTHE ERDE, que especifica que dicho par se obtiene por la suma de los siguientes términos:

- Potencia necesaria para vencer el par de rozamiento de arranque. El proceso de determinación del par de rozamiento se obtiene a partir de una expresión basada en los

conocimientos teóricos y prácticos del fabricante. Para uniones giratorias de bolas dicha expresión es:

$$M_r = \frac{\mu}{2} \cdot (4,4 \cdot M_k + F_a \cdot D_L + 2,2 \cdot F_r \cdot D_L \cdot 1,73)$$

Siendo:

M_r = Par de rozamiento de arranque, en [KN]

μ = Coeficiente de rozamiento, para la serie KD 600, $\mu = 0,006$

M_k = Momento de vuelco calculado

F_a = Fuerza axial calculada

D_L = Diámetro de rodadura del rodamiento o diámetro primitivo obtenido de la tabla de características geométricas.

F_r = Fuerza radial calculada

$$M_r = \frac{0,006}{2} \cdot (4,4 \cdot 809,79 + 253,13 \cdot 2 + 2,2 \cdot 46,64 \cdot 2 \cdot 1,73) = \mathbf{13,27 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

- Potencia de inercia. Provocada por la aceleración de todas las masas individuales como producto obtenido de la multiplicación con los cuadrados de las distancias de sus centros de gravedad respecto al eje de giro. Viene dada por la siguiente expresión:

$$P_{beh} = M_r \cdot n \cdot (9,55 \cdot \eta)^{-1}$$

Siendo:

P_{beh} = Potencia de inercia, en kW

M_r = Par de rozamiento, $M_r = 13,27 \text{ kN} \cdot \text{m}$

n = Velocidad de giro del rodamiento, que coincide con la velocidad de giro de la góndola, $n = 1,5 \text{ rpm}$

$\eta =$ Coeficiente de rendimiento del accionamiento = 0,97

Por tanto:

$$P_{beh} = 13,27 \cdot 1,5 \cdot (9,55 \cdot 0,97)^{-1} = 2,15 \text{ kW}$$

El par M_{beh} provocado por la inercia es:

$$M_{beh} = \frac{P_{beh}}{w_p}$$

Donde:

$w_p =$ velocidad angular del piñón, $w_p = 0,79 \text{ rad/s}$

Tenemos que:

$$M_{beh} = \frac{2,15}{0,79} = 2,72 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Luego, el par a desarrollar por el motorreductor será:

$$M = M_r + M_{beh} = 13,27 + 2,72 = 15,99 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Se elegirá, por tanto un motorreductor de la marca BONFIGLIOLI modelo 709T de 21 kN · m de par nominal, cuyas características se muestran en la siguiente tabla:

ピッチドライブ					
Type タイプ	Nominal torque 公称トルク	Peak static torque ピーク静トルク	Range of ratios 比率範囲	Available pinion module 使用可能ピニオンモジュール	Weight 重量
	Nm	Nm	1:	m	kg
703 T	2500	4500	100-250	10 ÷ 12	60
705 T	4000	8000	100-250	10 ÷ 12	90
706 T	8000	16500	100-250	10 ÷ 14	120
707 T	12000	25000	100-250	12 ÷ 16	170
709 T	21000	40000	100-250	12 ÷ 20 → 16	300
710 T	25000	55000	100-250	14 ÷ 20	350
711 T	35000	70000	100-250	16 ÷ 20	400
712 T	40000	95000	100-250	18 ÷ 20	600

The indicated data are for reference only; please contact Bonfiglioli Group for more detailed information.
表示されているものは参考データです。詳細については、ボンフィリオリ・グループまでお問い合わせください。

Figura 113: Características del motorreductor.