Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

EKONOMIA ETA ENPRESA FAKULTATEA
FACULTAD DE ECONOMÍA Y EMPRESA

GRADO: ECONOMÍA

Curso 2016/2017

TÍTULO: APLICACIONES ECONÓMICAS DE JUEGOS REPETIDOS

Autor: PAULA MORENO RAMOS

Director/a: IÑAKI AGUIRRE

Bilbao, a 28 de septiembre de 2017

Índice

Índice de matrices

1. Resumen

La interacción entre individuos y la toma de decisiones son prácticas comunes en la vida real. Hay veces en las que las decisiones no dependen de uno mismo, sino que también dependen de los comportamientos de los demás. Lo mismo ocurre en la economía, tanto en las empresas como en las familias es necesario tomar decisiones continuamente. La teoría de juegos sirve como herramienta de apoyo a lo hora de tomar decisiones estratégicas ante conflictos de intereses. Mediante el análisis de distintas Aplicaciones Económicas de Juegos Repetidos se ha comprobado lo útil que puede llegar a ser la Teoría de Juegos en circunstancias muy diferentes que pueden ocurrir en el día a día. Y que además de ayudar a examinar la lógica de las situaciones a largo plazo, la Teoría de Juegos Repetidos propone soluciones razonables.

Palabras clave: estrategia, jugadores, juego repetido, juego de etapa, equilibrio de Nash, Equilibrio Perfecto en Subjuegos.

2. Introducción

La toma de decisiones es una práctica continua en la sociedad. Y como bien señala Paul Schweinzer, catedrático de Economía en la Universidad de York en Inglaterra, “cuando uno escoge algo, eso tiene un impacto en otras personas”. Para poder hacer frente a una decisión o a un problema es necesario observar, estudiar y formalizar las opciones de solución que se presentan y así conseguir tomar una decisión óptima. La teoría de juegos es una herramienta útil ya que ayuda a comprender y caracterizar un problema de una manera simplificada y clara.

Resulta de gran interés proceder al estudio de la teoría de juegos, y en este caso, más en concreto de la teoría de juegos repetidos ya que ayuda a comprender la lógica de las situaciones y a tomar decisiones óptimas respecto a problemas multipersonales que se dan una y otra vez no sólo en la economía sino también en el día a día. Las decisiones se toman con el objetivo de maximizar los beneficios de cada jugador teniendo en cuenta el comportamiento que cree que va a adoptar el otro jugador a lo largo del tiempo.

Por ello, en este documento se desarrollan aplicaciones económicas de los juegos repetidos. En la primera parte, se presenta una definición formal de la teoría de juegos y de los juegos repetidos para facilitar la comprensión del resto del trabajo. También se presentan los distintos elementos que componen un juego y las posibles estrategias que se irán viendo a lo largo del trabajo. La segunda parte se compone de distintas aplicaciones económicas de dichos juegos acompañadas de ejemplos. Finalmente, teniendo en cuenta los resultados de las distintas aplicaciones se realiza una conclusión sobre la teoría de los juegos repetidos y su utilidad.

3. Objeto del trabajo

Mediante el estudio de la teoría de juegos repetidos y las aplicaciones económicas que se muestran a lo largo del trabajo se pretenden recoger por un lado las principales conclusiones de los juegos repetidos en general; y por otro lado, demostrar que también es relevante en la vida real ya que se puede aplicar a muchas situaciones cotidianas y por supuesto, a circunstancias que se dan en el ámbito de la economía.

4. Metodología

Con el fin de lograr el objetivo del trabajo, se ha recurrido a una metodología mixta en la que se emplean datos cuantitativos y cualitativos. Para poder comprender aplicaciones económicas de la teoría de juegos primero es necesario conocer las distintas definiciones y conceptos correspondientes; en este caso, es imprescindible saber qué son los juegos repetidos; por ello, se aplica un enfoque descriptivo-explicativo. En lo relativo a las aplicaciones económicas, se han obtenido datos alfanuméricos para poder completar el trabajo con ejemplos que llevan a una comprensión más clara de dichas aplicaciones.

Con el fin de lograr información completa y detallada se han empleado distintas fuentes de información para la realización del trabajo. Por un lado, los libros de texto sobre teoría de juegos han sido la principal fuente; por otro lado, también se han utilizado informes y estudios de distintas universidades y revistas de economía.

5. Definición de teoría de juegos

La teoría de juegos es la ciencia que estudia los juegos con el rigor necesario para resolverlos y se basa en la interacción entre individuos y en la resolución de problemas de decisión entre estos.

John von Neumann fue uno de los creadores de la teoría de juegos que junto a su compañero de exilio Oskar Morgenstern, resolvió juegos aplicados a la empresa y a la economía en el Siglo XX.

Con ayuda de estos juegos es posible estudiar situaciones en las que los beneficios de los agentes económicos no dependen únicamente de sus acciones sino que también dependen de las acciones realizadas por el resto de los individuos involucrados en el juego. Por tanto, suponemos que los agentes son jugadores racionales que tienen como objetivo maximizar sus beneficios teniendo en cuenta las acciones del resto de los jugadores o las acciones que creen que van a realizan los demás agentes.

En este tipo de juegos no existe la intervención de terceros que obligan el cumplimiento de los contratos; es decir, no se requiere legalmente el cumplimiento de ningún contrato por lo que la cooperación entre jugadores existe en caso de equilibrio, cuando los jugadores consideran que la solución es óptima para ellos.

En la teoría de juegos los problemas de maximización están muy presentes ya que los jugadores tienen como objetivo conseguir el mejor resultado posible a través de sus estrategias. Los problemas de decisión e interacción se presentan a menudo en el ámbito de la economía lo que significa que la teoría de juegos se puede aplicar a situaciones que se dan a diario en la sociedad.

A nivel microeconómico se aplican modelos de intercambio cuando hay una negociación entre empresas. Tanto en la economía laboral como en la financiera, la teoría de juegos actúa aplicando modelos de comportamiento en situaciones en las que varios trabajadores compiten por el mismo objetivo; por ejemplo, un ascenso.

La aplicación de estos juegos también es posible a niveles más agregados. Los países compiten entre ellos y aplican la teoría de juegos para ser más competitivos. Lo mismo ocurre en macroeconomía cuando hablamos de políticas monetarias, tanto el gobierno como los agentes se basan en estrategias para negociar los salarios y los precios.

6. Elementos de un juego

Como bien se ha comentado anteriormente, en todos los juegos existe un número determinado de jugadores que desean obtener el mayor beneficio posible. Para lograr una solución óptima realizan acciones basadas en las posibles estrategias. Por tanto, los elementos que componen un juego son los siguientes:

- Jugadores: cada uno de los individuos o agentes que teniendo en cuenta un conjunto de información toma decisiones estratégicas tratando de maximizar su utilidad.
- Acción: decisión o elección de un jugador.
- Estrategia: plan de comportamiento o de conducta, una función en la que cada jugador asigna una acción o conducta a cada momento del juego que le corresponde.
- Jugada o combinación de estrategias: la especificación de estrategias de cada uno de los jugadores.
- Pagos: ganancias o beneficios que obtiene cada jugador al finalizar el juego.

7. Juegos repetidos

Existen múltiples tipos de juegos. Juegos de suma cero en los que lo que gana un jugador lo pierde el otro, juegos de suma no nula donde lo que gana un jugador no es necesariamente lo que pierde el otro, juegos donde sólo se consideran estrategias puras, juegos donde se permiten estrategias mixtas (esto es, distribuciones de probabilidad sobre las estrategias puras), juegos cooperativos donde los agentes pueden comunicarse para negociar un acuerdo o juegos no cooperativos en los que los individuos toman las decisiones de forma independiente.

Pero en este documento se estudian, dentro del marco de los juegos no cooperativos, las posibilidades de cooperación entre individuos cuando el juego se repite; es decir, juegos en los que los jugadores interactúan más de una vez. Un juego repetido es aquel en el que las acciones se realizan más de una vez y el resultado del juego se ve afectado a lo largo del tiempo; es decir, cada jugador tiene la oportunidad de ganarse una reputación sobre su conducta y tiene asimismo, la opción de estudiar la estrategia de los competidores en el transcurso del juego.

Los juegos repetidos pueden tener un horizonte temporal finito, donde el juego se repite un número finito y conocido de veces, o pueden ser de horizonte temporal infinito lo que significa que el juego se repite infinitos periodos o en términos equivalentes, el juego se repite un número finito de veces pero la duración del juego es desconocida por los jugadores.

7.1 Horizonte temporal finito

Consideremos un juego que sólo se juega una vez en el que existen posibilidades de cooperación pero no corresponden con una situación de equilibrio de Nash. Nos preguntamos si es posible mantener la cooperación como equilibrio cuando el juego se repite un número finito y conocido de veces. Como los jugadores conocen la duración del juego, un razonamiento de inducción retroactiva nos permitirá comprobar que no será posible mantener como equilibrio del juego repetido comportamientos diferentes a jugar periodo tras periodo el comportamiento de equilibrio a corto plazo (el correspondiente al juego que sólo se juega una vez). Comencemos mirando al último periodo. Como el juego se termina y no existe futuro, en el último periodo cada jugador seguirá su comportamiento óptimo a corto plazo (en el último periodo sólo queda por jugar el juego que sólo se juega una vez) y no cooperará con el rival. En el periodo anterior cada jugador tiene que decidir si cooperar o no anticipando que en el último periodo no van a cooperar, por lo que los jugadores seguirán también su comportamiento óptimo a corto plazo. Por lo tanto, se repetirá el Equilibrio de Nash a corto plazo tantas veces como se repita el juego.[1] En el único Equilibrio Perfecto en Subjuegos (EPS) [2] cada jugador se comportará periodo tras periodo como lo haría a corto plazo. Por lo tanto, la cooperación entre los jugadores no se sostiene como equilibrio si el horizonte temporal es finito.

7.2 Horizonte temporal infinito

Cuando una situación se repite en el tiempo, el comportamiento de las personas puede influir en las decisiones que tomen en un futuro. Esto es precisamente lo que ocurre cuando un juego se repite infinitos periodos. Cuando un jugador compara distintos planes de comportamiento o conducta, debe comparar el valor presente descontado que obtendría con cada uno de ellos. Denotamos por δ al factor de descuento que se define como:

$$\delta = \frac{1}{1+r} \tag{7.1}$$

donde r es el tipo de interés (en tanto por 1). Si $\delta = 0$ (lo que corresponde con $r = \infty$) al jugador sólo le interesa el presente y si $\delta = 1$ (lo que corresponde con $r = 0$) el futuro y el presente tienen el mismo interés para el jugador. En este tipo de juegos, en ocasiones sí es posible sostener como equilibrio comportamientos que no son de equilibrio a corto plazo a través de la inclusión de amenazas de castigo en caso de incumplimiento del acuerdo de cooperación.

[1] El equilibrio de Nash es una combinación de estrategias en la que el resultado para cada uno de los jugadores es mejor o igual que el resultado que obtendrían, permaneciendo constante la jugada de los demás, jugando otra estrategia.

[2] EPS: una jugada o combinación de estrategias, que sea equilibrio de Nash, es un EPS si las partes relevantes de las estrategias de equilibrio de cada uno de los jugadores son también de equilibrio para cada uno de los subjuegos. Selten (1965) fue el primero en argumentar que en general algunos equilibrios de Nash son más razonables que otros.

7.3 Posibles estrategias

Para mantener la cooperación en juegos repetidos los jugadores pueden utilizar diferentes estrategias como "Trigger strategy" o lo que es lo mismo "estrategia del disparador" y "tit for tat strategy" o lo que en español se denomina como la estrategia "ojo por ojo" durante el transcurso del juego.

a) Estrategia del disparador o "trigger strategy"

Esta estrategia consiste en cooperar en cada periodo si anteriormente se ha cooperado o si es el primer periodo, y no cooperar durante el resto del juego si anteriormente algún jugador se ha desviado de la cooperación. Se podría decir que el jugador que no coopera se somete a un castigo infinito.

b) Ojo por ojo o "tit fot tat strategy"

Esta estrategia cumple con el refrán "ojo por ojo, diente por diente". Consiste en cooperar con el otro jugador en el primer periodo y en los periodos posteriores imitar el comportamiento que ha tenido el rival en el periodo anterior. Esto es, si un jugador se desvía de la cooperación en un periodo, el rival le castiga en el siguiente periodo pero es posible volver a la cooperación después del periodo de castigo.

En este trabajo consideraremos únicamente estrategias del disparador ya que son las más ampliamente utilizadas cuando se estudian problemas económicos.

8. Aplicaciones económicas

8.1 Dilema del Prisionero

El dilema del prisionero es un problema fundamental de la teoría de juegos. A pesar de que originalmente lo formularon los matemáticos Merri M. Flood y Melvin Dresher en los años 50, fue según indica la universidad Princeton Albert W. Tucker, experto en programación lineal y teoría de juegos, quien terminó de formular y dar nombre a este dilema. Lo hizo para ilustrar la complejidad de analizar situaciones en las que la victoria de un jugador no es necesariamente la derrota de otro; es decir, es el ejemplo de los juegos de suma no nula. Desde entonces, la teoría de juegos se aplica a diversos ámbitos como la filosofía, la biología, la psicología o la economía.

El dilema del prisionero se estudia en situaciones en las que existen conflictos de intereses individuales y colectivos a la hora de tomar decisiones. Con ayuda de este dilema procedemos a comprobar que la cooperación no se puede sostener como equilibrio cuando el juego se repite un número finito y conocido de veces, pero sí es posible mantener como equilibrio la cooperación cuando el horizonte temporal es infinito.

Suponemos que ha ocurrido un delito y la policía ha detenido a dos sospechosos (jugadores), pero no tienen pruebas suficientes para condenarlos. Por ello, deciden interrogar a los sospechosos por separado. Los jugadores tienen dos opciones en el interrogatorio: confesar o no confesar. El que confiesa tiene una disminución en su condena, pero desconoce la decisión del otro jugador. Las situaciones que se pueden dar son las siguientes:

- Si un jugador confiesa y el otro no confiesa, este último será condenado a la pena máxima (10 años) y el otro será puesto en libertad.

- Si ninguno de los dos confiesa, entonces ambos serán condenados a 1 año de prisión.
- Si ambos confiesan, se les condenará por 6 años.

La matriz de decisiones que representa los años de prisión del juego y sus resultados es la siguiente:[3]

Jugador 2

Jugador 1		C	NC
	C	(-6, -6)	(0, -10)
	NC	(-10, 0)	(-1, -1)

Matriz 8.1. Dilema del Prisionero

Teniendo en cuenta que los números representados en la matriz de decisión son los años de prisión de los jugadores y que estos son racionales, su objetivo será maximizar su ganancia y ser condenados a menos años de prisión.

Cuando el juego se juega solamente una vez, (C, C) es un equilibrio de Nash en estrategias dominantes; es decir, ante cualquier estrategia del otro jugador, la mejor respuesta de cada uno de los jugadores es confesar. Sin embargo, los jugadores obtendrían mejores resultados si fueran capaces de cooperar jugando (NC, NC) (esta combinación de estrategias es óptimo de Pareto y además maximiza las ganancias agregadas).

A continuación estudiamos las posibilidades de cooperación cuando el juego se repite distinguiendo entre horizonte temporal finito y horizonte temporal infinito. Si aplicamos el dilema del prisionero a un juego repetido con horizonte temporal finito ocurre lo siguiente:

El juego se repite un número conocido de veces que llamaremos T. Si $T = 3$; es decir, si el juego se repite tres veces, los jugadores ya saben que no existe futuro más allá del tercer

[3] C denota confesar y NC no confesar.

periodo. En el último periodo llegaremos a la misma conclusión que en el dilema del prisionero clásico, ambos jugadores decidirán confesar. Esto ocurre porque los jugadores saben que el juego se termina en el periodo 3 y no tienen interés en mejorar la relación en un futuro porque no existe. Por tanto, cada jugador jugará su estrategia dominante a corto plazo que es “confesar”.

Si en vez de en el último periodo nos situamos en el periodo $T - 1$, los jugadores seguirán implementando la estrategia dominante del juego de etapa (C, C) porque saben que el juego se termina y no tiene sentido cooperar para intentar mejorar en el futuro ya que en el último periodo no se va a cooperar. Por lo tanto, independientemente del número de veces que se repita el juego, en el último periodo cada jugador jugará su estrategia dominante “confesar” y en el único Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos se jugará (C, C) en cada periodo.

En conclusión, en el dilema del prisionero con horizonte temporal finito; es decir, cuando el juego se repite un número finito y conocido de veces, tampoco será posible la cooperación entre los jugadores aunque cooperar maximiza las ganancias agregadas.

Si aplicamos el dilema del prisionero a un juego repetido con horizonte temporal infinito ocurre lo siguiente: [4]

El juego se repite indefinidamente lo que significa que los jugadores no saben cuándo va a terminar el juego, pero sí conocen la historia pasada del juego. Los jugadores deben comparar el pago esperado de las distintas estrategias; para ello, comparan el valor

---

[4] El análisis de esta sección se basa en SANCHEZ CUENCA, I. (2009). *Teoría de Juegos*. Madrid: Consejo Editorial de la Colección Cuadernos Metodológicos.

presente descontado de las ganancias. Denotaremos por δ al factor de descuento (véase el apartado 7.2).

Cada jugador tiene una estrategia dominante a corto plazo, la estrategia del juego de etapa "confesar" como hemos visto anteriormente. Pero ahora veremos si haciendo uso de la estrategia del disparador existe alguna combinación de estrategias que sea de equilibrio a largo plazo. Se trata de cooperar en cada periodo si anteriormente se ha cooperado; es decir, ninguno de los jugadores confesará si en todos los periodos anteriores la combinación de estrategias de los jugadores ha sido (NC, NC). En caso contrario, no se cooperará durante el resto del juego; por ejemplo, si el jugador 1 se desvía de la estrategia, el jugador 2 jugará confesar en todos los periodos posteriores. Podría decirse que se castiga al jugador que se ha desviado de la cooperación para el resto del juego.

Para que la cooperación pueda sostenerse como equilibrio y los jugadores no tengan incentivos a desviarse, es necesario comprobar que la combinación de estrategias (estrategia del disparador, estrategia del disparador) es un equilibrio de Nash del juego repetido. Para ello, se comparan los pagos que obtendrían los jugadores en caso de cooperar y los pagos que obtendrían en caso de desviarse de la estrategia.

- Si los jugadores siguen las estrategias de cooperación los pagos correspondientes teniendo en cuenta la matriz de pagos (8.1) son:

$$-1 + (-1)\delta + (-1)\delta^2 + \cdots = -1(1 + \delta + \delta^2 + \cdots) \tag{8.1}$$

  Simplificando sus ganancias vendrían dadas por:

$$-\frac{1}{1-\delta} \tag{8.2}$$

- Supongamos que uno de los jugadores no coopera en el primer periodo. Como el otro jugador sigue la estrategia del disparador, no se volverá a cooperar en ningún momento futuro y la combinación de estrategias (a corto plazo) del primer periodo será (C, NC) y en el resto de periodos (C, C). Veamos cómo quedarían los pagos:

$$0 + (-6)\delta + (-6)\delta^2 + \cdots = 0 + (-6)(\delta + \delta^2 + \cdots) \tag{8.3}$$

Simplificando sus ganancias vendrían dadas por:

$$\frac{\delta(-6)}{1-\delta} \tag{8.4}$$

- Ahora comparamos las ganancias obtenidas en cada caso para comprobar si el aumento de beneficios que se consigue rompiendo el acuerdo de cooperación compensa la pérdida de beneficios durante el resto del juego; esto es, comprobamos si los jugadores no tienen incentivos a desviarse.

Para que la cooperación se pueda sostener como equilibrio tiene que ocurrir que:

$$-\frac{1}{1-\delta} \geq \frac{\delta(-6)}{1-\delta} \tag{8.5}$$

Igualando las ganancias calculamos el factor de descuento crítico:

$$-\frac{1}{1-\overline{\delta}} = \frac{\overline{\delta}(-6)}{1-\overline{\delta}} \rightarrow -\frac{1\left(1-\overline{\delta}\right)}{\left(1-\overline{\delta}\right)} = \overline{\delta}(-6) \tag{8.6}$$

Despejando $\overline{\delta}$ obtenemos el valor del factor de descuento crítico que viene dado por:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{6} = 0{,}1667$$

(8.7)

Como el juego es simétrico y por simplicidad consideramos que ambos jugadores tienen el mismo factor de descuento, siempre y cuando $\delta \geq \bar{\delta} = \frac{1}{6}$ ninguno de los jugadores tendrá incentivos a desviarse; por tanto, la cooperación se puede mantener como equilibrio a través de las estrategias del disparador.

Hemos comprobado que mediante la estrategia del disparador sí es posible sostener como equilibrio la cooperación en el juego repetido infinitamente. Esto ocurre gracias a que en caso de que no se cumpla con el acuerdo de cooperación, el jugador se somete a un castigo durante todo el resto del juego y los beneficios que se obtienen a corto plazo; esto es, en el periodo de desviación, no compensan la pérdida durante el resto del juego.

8.2 “Gifts” (regalos): Dilema del Prisionero con Reemparejamiento

Dar regalos es una práctica común en nuestra sociedad. Recibir o dar regalos al principio de una relación puede llevar a una cooperación o incluso a un aumento de confianza entre las personas. ¿Por qué la gente da regalos? ¿Y por qué deben ser objetos y no dinero? Este modelo predice que los mejores regalos son objetos caros de poca utilidad.[5] El modelo es una modificación del dilema del prisionero y tiene como objetivo mostrar cómo un regalo afecta a la cooperación entre agentes. Con el intercambio de regalos entre los agentes; es decir, cuando una relación conlleva un coste por muy pequeño que sea, es posible mantener la cooperación.

[5] El análisis de esta sección se basa en Carmichael y MacLeod (1997) y en Möbius (2007).

En este caso, en una población de muchos agentes, al principio del periodo los individuos son emparejados aleatoriamente. Los agentes tienen la posibilidad de cambiar de pareja al final de cada periodo y tienen la opción de buscar una nueva en el siguiente. Esto puede llevar a la creación de mejores parejas pero también puede hacer que la cooperación de una pareja sea más débil.

En el juego del dilema del prisionero la cooperación es posible porque el jugador que no coopera se somete a un castigo; en este caso "tit for tat" o lo que denominamos como "ojo por ojo" no funciona ya que no existe tanta confianza entre los agentes y tienen la posibilidad de romper la pareja y buscar una nueva en el siguiente periodo. Por tanto, al final de cada periodo la relación se rompe con una probabilidad exógena lo que significa que siempre existe una oferta de individuos que quieren ser emparejados; a este valor de separación lo llamaremos "s". Una vez que una relación se rompe, no existe posibilidad de volver a emparejarse con el mismo individuo otra vez, por lo que no es relevante recordar la historia de parejas anteriores.

Los agentes pueden observar la historia reciente de interacciones con la actual pareja, pero no observan el pasado de esta. El tiempo es discreto y el factor de descuento es $\delta = \frac{1}{1+r}$, siendo r el tipo de interés.

El modelo permite que los agentes encuentren nuevos "amigos" y al mismo tiempo puedan romper con ellos. Aunque haya muchas posibles parejas, el objetivo es jugar un juego repetido de cooperación con un mismo compañero.

Consideremos el siguiente juego de dos jugadores en forma normal:

Jugador 2

		C	N
Jugador 1	C	(3, 3)	(-1, 4)
	N	(4, -1)	(0, 0)

Matriz 8.2. Dilema del Prisionero con Reemparejamiento

Si el juego se jugara sólo una vez, el equilibrio de Nash se basaría en estrategias dominantes y la propuesta de solución sería (N, N). Pero en el juego repetido con horizonte temporal infinito existiría, como es habitual, un Equilibrio Perfecto en Subjuegos donde cada jugador sigue su estrategia dominante a corto plazo en cada periodo. Comprobamos si a través de las estrategias de disparador es posible mantener la cooperación como equilibrio.

Si mirando a este juego pensamos en una relación, la cooperación entre dos agentes será sostenible a través de la estrategia del disparador si:

$$4 \leq 3 + 3\delta(1-s) + 3\delta^2(1-s)^2 + \cdots. \tag{8.8}$$

Es decir siempre que $4 \leq \frac{3}{1-\delta(1-s)}$. Por lo tanto, $\delta \geq \frac{1}{4(1-s)}$

El problema es que un agente puede romper de inmediato con una pareja y jugar el siguiente periodo con otra pareja que se le asigne. El hecho de volver a emparejarse con otro jugador hace que la cooperación sea un equilibrio insostenible.

Ambos jugadores pueden empezar la relación renunciando a alguna utilidad g > 0 que denominamos regalo. Este regalo debe ser costoso para el que lo da e inútil para el que lo recibe, o al menos, menos útil de lo que supone el coste para el que da el regalo. Intuitivamente un regalo refleja el interés del individuo en la relación. La solución al problema del equilibrio insostenible es que la introducción de un elemento común hace que el proceso de ruptura sea más costoso para un individuo.

En este juego existe un equilibrio en el que no se intercambian regalos y los agentes no cooperan en ningún periodo. Pero vamos a ver que es posible mantener la cooperación como equilibrio en determinadas circunstancias. Si se cumplen las siguientes condiciones, los regalos pueden asegurar la existencia de equilibrio cuando hay cooperación entre los agentes:

(i) El regalo debe ser g ≥ 1. Romper la relación y emparejarse con otro individuo deja una utilidad de 4 – g en cada periodo. Pero seguir con la relación hasta que se rompa de manera exógena da una utilidad de 3.

(ii) Continuar en la relación debe ser más beneficioso que no continuar en ella.

$$4 \leq \frac{3}{1-\delta(1-s)} \text{ lo que significa que } \delta \geq \frac{1}{4(1-s)}$$

(iii) Mantenerse en una relación desde un principio debe ser más enriquecedor que comenzar otra.

$\frac{3}{1-\delta(1-s)} - g \geq 0$ o lo que es lo mismo, $\delta \geq \frac{g-3}{g(1-s)}$, y que resulta restrictivo sólo si $g > 3$.

Luego la cooperación podría mantenerse como equilibrio del juego repetido a no ser que los individuos fuesen muy impacientes o la probabilidad de separación s fuese demasiado grande.

Por ejemplo:

$$s = \frac{1}{10}; g = 5;\ \delta \geq \frac{1}{4(1-s)} = 0.2777;\ \frac{3}{1-\delta(1-s)} - g \geq 0 \rightarrow \delta \geq \frac{g-3}{g(1-s)} = 0.4040$$

Existen diversos tipos de regalos, algunos no se pueden reutilizar. Por lo tanto, un agente no puede reciclar el regalo recibido para regalárselo al jugador con el que se ha emparejado en el siguiente periodo; lo que significa que en caso de ruptura con la pareja actual, al principio del siguiente periodo volverá a tener un coste equivalente al valor del regalo. Si este coste es muy elevado, el jugador se planteará cooperar desde un principio con la primera pareja.

Es más, el intercambio de regalos al principio del emparejamiento crea una mayor confianza entre los agentes y hace que la cooperación entre ambos sea más inmediata y pueda convertirse en una cooperación a largo plazo. En ausencia de un regalo no existe equilibrio debido a la oportunidad que tienen los agentes de romper con la pareja actual y formar una nueva en el siguiente periodo.

El modelo predice la posibilidad de que surjan relaciones de pareja de larga duración, pero no se limita únicamente a ello. En el mundo de la empresa no existen únicamente contratos escritos, también es necesario comenzar con buen pie la relación entre distintas empresas que van a cooperar.

Para dar comienzo a la relación de cooperación entre una empresa productora de bienes finales y otra empresa que suministra bienes intermedios, teniendo en cuenta que hay muchas empresas que se dedican a lo mismo y que existe una gran competencia en el mercado que podría dificultar la colusión entre ambas empresas, tener una tradición instaurada como podría ser una cena entre los directivos de ambas empresas (lo que sería el regalo) facilitaría la colusión tácita.

Otro ejemplo aplicable podría ser la cooperación con una empresa de un país que ha permanecido aislado durante mucho tiempo como puede ser Japón, que es más complicado que hacerlo con una empresa local debido a las diferencias en las costumbres y tradiciones. En Japón además de tener en consideración la profesionalidad de los contribuyentes de una empresa, también se tiene en cuenta la relación personal; es decir, no existe tanta distinción entre la vida personal y la profesional. Por ello, es importante que ambas empresas dediquen e inviertan mucho tiempo, lo que llamaríamos regalo, en conseguir la cooperación para poder llegar a acuerdos entre empresas. Antes de hablar de negocios los japoneses necesitan deshacerse de la desconfianza que tienen en los demás, de ahí la necesidad de invertir más tiempo.

8.3 Salarios de Eficiencia

¿Por qué hay empresas dispuestas a ofrecer salarios más altos de lo necesario para evitar que los trabajadores se vayan? Shapiro y Stiglitz (1984) siguen un modelo dinámico en el que las empresas inducen a los trabajadores a trabajar más mediante salarios altos, amenazando con despedir a los empleados que sean descubiertos trabajando poco.[6] El hecho de que existan salarios altos, provoca un paro involuntario ya que las empresas no son, en general, capaces de mantener muchos empleados con altos salarios. Por lo tanto, la amenaza de despido será más efectiva ya que a mayor tasa de desempleo, mayor será la dificultad para ser contratado.

Consideramos el siguiente juego a corto plazo (o juego de etapa):

Comienza el juego la empresa que ofrece al trabajador un salario w. A continuación el trabajador puede aceptar o rechazar la oferta. Si rechaza, se convierte en un trabajador independiente obteniendo un salario w_0; si acepta, escoge entre realizar un esfuerzo que crea una desutilidad e o no hacer esfuerzo, que no le produce desutilidad. La empresa no observa la decisión que toma el trabajador, aunque la producción realizada por el

[6] Esta sección se basa en Gibbons (1993) y Möbius (2007).

trabajador sí es observada por la empresa. La producción puede ser baja, y = 0, o alta, y > 0. Si el trabajador se esfuerza, la producción es alta con probabilidad 1. Si no se esfuerza, la producción es alta con probabilidad p y baja con probabilidad 1 - p. Si el trabajador tiene un salario w y realiza un esfuerzo, existen ganancias para la empresa (y – w) y para el trabajador (w – e). Si el trabajador tiene un salario w y no se esfuerza, la producción es baja (y = 0) y el trabajador no obtiene una desutilidad. Suponemos que $y - e > w_0 > py$ lo que indica que la empresa no contrataría al trabajador en primera instancia porque el salario mínimo excede la producción esperada.

Para el trabajador es eficiente estar empleado en la empresa y realizar un esfuerzo, aunque prefiere trabajar de independiente a estar empleado en la empresa y no esforzarse. Dado que la empresa paga w por adelantado, el jugador no tiene ningún incentivo para esforzarse. Como consecuencia en el Equilibrio Perfecto en Subjuegos de este juego de etapa la empresa ofrece un salario w = 0 y el trabajador elige trabajar por su cuenta.

Consideramos ahora el mismo juego pero repetido en infinitos periodos:

En un juego repetido infinitamente, la empresa está dispuesta a pagar un salario superior a w_0; es decir, $w^* > w_0$ y a amenazar al trabajador con despedirle en caso de baja producción.

Suponemos que la historia del juego se basa en un salario alto y una producción alta si todas las ofertas anteriores han sido w^* y han sido aceptadas por el trabajador cuyos niveles de producción se han mantenido asimismo altos.

- La estrategia de la empresa es la siguiente: ofrece al trabajador $w^* = w$ en el primer periodo y lo mismo en los siguientes periodos siempre y cuando se mantenga alta la producción del trabajador. En caso contrario, ofrecerá un salario $w = 0$ (que es el EPS del juego de etapa).

- La estrategia del trabajador es la siguiente: aceptar la oferta de la empresa si $w^* \geq w_0$ y en caso contrario no ser empleado de la empresa o no esforzarse, su decisión variará en función del momento del juego en el que se encuentre. El sueldo que recibe el trabajador ha de ser mayor de lo que recibiría fuera de la empresa, en caso contrario no le interesará esforzarse. Este jugador utilizará la estrategia del disparador; pero como es el segundo que decide, ante una desviación de la empresa, responderá de forma óptima. Por ejemplo, si $w^* \neq$ w, pero $w \geq w_0$, el trabajador aceptará la oferta pero no se esforzará.

Teniendo en cuenta las estrategias de los jugadores, comprobamos que existe un equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos:

Si la empresa ofrece al trabajador un salario w^*, dada la estrategia de la empresa el trabajador estará dispuesto a aceptar. Si el empleado se esfuerza, obtendrá unas ganancias $V^e = \frac{w^*-e}{1-\delta}$ donde w^* es el salario por periodo. En caso de no esforzarse, obtendrá un pago de $V^s = w^* + \delta\,[pV^e + (1-p)\frac{w_0}{1-\delta}]$. Realizar el esfuerzo es óptimo para el trabajador si $V^e \geq V^s$. Es decir, se tiene que cumplir que

$$\frac{w^*-e}{1-\delta} \geq w^* + \delta \left[p\frac{w^*-e}{1-\delta} + (1-p)\frac{w_0}{1-\delta}\right]. \tag{8.9}$$

Por lo tanto,

$$\mathrm{w}^* - \mathrm{e} \geq \mathrm{w}^*(1-\delta) + \delta\,[p(w^*-e) + (1-p)w_0]. \tag{8.10}$$

Operando conseguimos,

$$\delta(1-p)w^* \geq (1-\delta p)e + \ \delta\ (1-p)w_0,$$

(8.11)

lo que implica que

$$w^* \geq w_0 \ + \frac{1-\delta p}{\delta(1-p)}e$$

(8.12)

A pesar de que la mejor respuesta de la empresa sería $w^* = w_0$, como la historia del juego se basa en una producción alta y un esfuerzo alto, para provocar el esfuerzo del trabajador, la empresa paga al empleado una prima en función del esfuerzo que realiza. En caso de que la empresa detecte que el trabajador no realiza esfuerzo alguno, este perdería la prima de eficiencia o el valor de la recompensa por esforzarse. Si p $\cong$ 1, el trabajador ya se está esforzando; por lo tanto, la prima salarial debe ser muy alta. En cambio, si p $= 0$, el trabajador no se esfuerza, pero esforzarse será una decisión óptima para él si:

$$w^* \geq w_0 \ + (1 + \frac{1-\delta}{\delta})e$$

(8.13)

Una vez analizada la estrategia del trabajador, hay que comprobar si es óptimo para la empresa pagar w^*. Teniendo en cuenta las posibles estrategias del trabajador, las opciones de la empresa son las siguientes:

1. Pagar $w = w^*$ y amenazar con despedir al trabajador si la producción es baja. En este caso la empresa obtendría unas ganancias iguales a $y - w^*$ en cada periodo.
2. Pagar $w = 0$, en ese caso el trabajador preferiría trabajar como independiente y la empresa obtendría unas ganancias tales que $y - w = 0$.

La estrategia de la empresa es una mejor respuesta a la estrategia del trabajador si:

$$y - w^* \geq 0 \tag{8.14}$$

Para el trabajador es eficiente estar empleado y esforzarse si:

$$y - e > w_0 \tag{8.15}$$

Para formar un equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos y que exista cooperación entre los jugadores, el factor de descuento (δ) debe ser lo suficientemente grande:

$$y - e \geq w_0 + \frac{1-\delta}{\delta(1-p)} e \tag{8.16}$$

En este juego repetido hay distintas etapas o subjuegos, hemos visto que ante la oferta de la empresa, el trabajador decide si esforzarse o no. Después de comprobar cuál sería el equilibrio en caso de salario alto y esfuerzo alto, procedemos a analizar lo que ocurriría en caso contrario.

Si la empresa comprueba los resultados de producción y se da cuenta de que el trabajador no se ha esforzado durante un periodo, provocará que el trabajador prefiera estar como autónomo ya que le ofrecerá un salario $w = 0$ en el siguiente periodo.

Por tanto, trabajar como independiente será permanente si la empresa descubre que el trabajador no se esfuerza. En el caso de que la empresa se desvíe de la cooperación y no ofrezca un salario tal que $w = w^*$, entonces el trabajador no volverá a esforzarse y la empresa no podrá permitirse tener a ese trabajador como empleado ya que obtendrá pérdidas.

En conclusión, tanto la empresa como el trabajador cooperarán si se ha cooperado adecuadamente en anteriores periodos, pero en caso de no haber cooperado en un periodo, el equilibrio en los siguientes periodos será no cooperativo.

8.4 Política Monetaria Estable en el Tiempo

Este modelo refleja la oportunidad que tienen los gobiernos para modificar la inflación y por lo tanto, modificar la economía en cada momento. La versión repetida de este modelo de Barro y Gordon (1983) explica la utilidad del paradigma del juego repetido en la economía aplicada.

Consideramos primero el juego de etapa:

En este juego a corto plazo existen dos periodos. En el primero de ellos, las empresas forman la expectativa de inflación, π^e. Las empresas o el conjunto de empresarios que forman dichas expectativas son considerados como un único jugador ya que se comunican colectivamente entre ellas para tomar la decisión.

En el segundo periodo, el Banco Central observa la decisión de las empresas (π^e) y determina la inflación real, π. Por lo tanto, el Banco Central observa más y mejores datos de los que observa la empresa.

El objetivo de las empresas es maximizar su función de utilidad o función objetivo $-(\pi - \pi^e)^2$. Los empresarios establecen tanto los precios como los salarios tomando como base la expectativa de inflación. Por lo que lo óptimo para ellos es alcanzar su ganancia máxima que es cero, y ocurre cuando la inflación esperada es igual a la inflación real, $\pi^e = \pi$.

Los salarios se negocian periódicamente y las empresas deben cumplir con lo establecido independientemente de la inflación real, al menos hasta la fecha de renegociación. En el caso de los precios, dependiendo de la diferencia entre la inflación real y la esperada pueden llegar a ser demasiado altos, si $\pi < \pi^e$; o demasiado bajos, si $\pi > \pi^e$. Cuanto mayor sea la diferencia entre la expectativa de inflación y la inflación real, peor será para las empresas ya que sus decisiones se basan en expectativas.

Supondremos que la función de utilidad o ganancia de la autoridad monetaria viene dada por:

$$W = -c\pi^2 - (y - y^*)^2$$

(8.17)

donde $c > 0$ refleja el dilema de la autoridad monetaria entre dos objetivos: decidir entre los costes que la inflación puede traer a la economía y aumentar la producción con una evolución inesperada de la inflación. Donde y es la producción e y^* es la producción en su nivel de eficiencia en la que hay pleno empleo. Aunque las autoridades monetarias prefieran que $\pi = 0$ y que $y = y^*$, la realidad es que solamente pueden controlar la inflación mediante modificaciones en el tipo de interés. Suponemos que el Banco Central asume la siguiente función que relaciona la inflación con la producción:

$$y = by^* + d(\pi - \pi^e)$$

(8.18)

donde $b < 1$ refleja el poder de monopolio en mercados de productos en los que en caso de no existir inflación inesperada, la producción sería menor que la de eficiencia. La autoridad monetaria es capaz de aumentar la producción creando una inflación inesperada en la que la inflación real es mayor que la inflación esperada. $d > 0$ mide el efecto causado por dicha inflación sobre la producción a través de los salarios.

La idea engloba la capacidad de la que dispone el Banco Central para crear más dinero de modo que los bancos se lo prestan a las empresas y así, con el aumento del movimiento del dinero, es posible aumentar la producción aunque al mismo tiempo, se crea una mayor inflación ya que las compañías aumentan los precios. Las autoridades monetarias no desean un aumento en la inflación por los efectos negativos que pueda causar; por ejemplo, la devaluación de las pensiones y los ahorros.

El modelo recoge el dilema del Banco Central que consiste en maximizar la producción y minimizar la inflación. Reescribimos la ganancia de las autoridades monetarias sustituyendo y en la función de utilidad:

$$W\ (\pi, \pi^e) = -c\pi^2 - [(b-1)y^* + d(\pi - \pi^e]^2 \tag{8.19}$$

Maximizando $W(\pi, \pi^e)$ con respecto a π encontramos que la mejor respuesta del Banco Central, dadas las expectativas de los empresarios π^e es:

$$\pi^*(\pi^e) = \frac{d}{c + d^2}[(1-b)y^* + d\pi^e] \tag{8.20}$$

Como no es posible implementar $\pi = 0$, porque para aumentar la producción también es necesario elevar la inflación, en este juego de etapa en el Equilibio Perfecto en Subjuegos (EPS) el gobierno da la mejor respuesta a las expectativas inflacionarias. Por lo tanto, el sector privado puede predecir la respuesta de las autoridades monetarias y escoger la inflación esperada π^e que maximice $-[\pi^*(\pi^e) - \pi^e]^2$ y determinar la expectativa de inflación de modo que:

$$\pi^S = \pi^e = \pi^*(\pi^e) \tag{8.21}$$

O lo que es lo mismo,

$$\pi^*(\pi^e) = \frac{d(1-b)}{c} y^* = \pi^S$$

(8.22)

donde s denota “juego de etapa”.

Consideramos ahora el juego repetido infinitamente:

Asumimos que tanto el sector privado como la autoridad monetaria juegan el mismo juego pero en muchos periodos que vamos a llamar años. En el primer año los empresarios deciden que la expectativa de inflación es $\pi^e = 0$, y en caso de no haber desviaciones hace lo mismo el resto de años; en el caso contrario, mantienen la expectativa del juego estático, $\pi^e = \pi^S$. El Banco Central decide que $\pi = 0$ siempre y cuando la expectativa sea $\pi^e = 0$ y los niveles de inflación anteriores también hayan sido $\pi = 0$. En caso contrario, fijará la mejor respuesta a las expectativas inflacionarias de los empresarios.

Supongamos que en el primer año los empresarios mantienen una expectativa de inflación igual a cero y que después de observar el nivel de inflación real actualizan sus expectativas. La autoridad monetaria, dada la estrategia de los empresarios, decide cuál va a ser la inflación real. Si decide que $\pi = 0$, entonces $\pi^e = 0$ en el siguiente año y por lo tanto, $\pi = \pi^e$en el siguiente.

Pero la autoridad monetaria también tiene la opción de escoger la mejor respuesta dada la estrategia de los empresarios; es decir, $\pi = \pi^*(\pi^e)$ de modo que $\pi^e = \pi^s$ y será óptimo para el Banco Central escoger $\pi = \pi^s$. Lo que significa que la condición crítica al calcular el Equilibrio Perfecto en Subjuegos, es la voluntad por parte de la autoridad monetaria de mantener el equilibrio y no inflar la economía, de modo que tendría unas ganancias de $\frac{1}{1-\delta}W(0,0)$. Y en el caso de desviarse, asumiendo que escogería la mejor desviación, obtendría a lo sumo $\frac{\delta}{1-\delta}W(\pi^s,\pi^s)$. En equilibrio, la estrategia de la autoridad monetaria es la mejor respuesta a la estrategia de los empresarios que también obtienen la mejor ganancia (cero) en cada periodo si:

$$\frac{1}{1-\delta}W(0{,}0) \geq W(\pi^*(0),0) + \frac{\delta}{1-\delta}W(\pi^s,\pi^s)$$

(8.23)

Simplificando el factor de descuento es:

$$\delta \geq \frac{c}{(2c+d^2)}$$

(8.24)

Un aumento en d disminuye el valor crítico del factor de descuento lo que significa que la inflación imprevista afecta de forma positiva al aumento de la producción aunque también afecta más al resultado del juego de etapa incrementándolo. Un aumento en c provoca asimismo un incremento en el valor crítico del factor de descuento de modo que la inflación imprevista es menos tentadora y disminuye π^s.

8.5 La Tragedia de los Bienes Comunales: el Problema de los Ejidos

Los individuos responden con un mejor resultado a la hora de realizar determinadas acciones o actividades cuando se les ofrecen premios o gratificaciones económicas; es decir, el comportamiento de los individuos se ve afectado por incentivos privados. Pero, ¿qué ocurre con la provisión de bienes públicos y los recursos públicos? Los bienes públicos están explotados. No son propiedad de nadie, pero el derecho a acceder a ellos es de todos. Un ejemplo claro de esta situación se refleja de manera repetida en el medio ambiente ya que la sociedad desgasta los recursos naturales. El siguiente ejercicio representa la situación descrita; es decir, es un ejemplo en el que el resultado del equilibrio de Nash no es óptimo social, sino que se guía por incentivos.

En una aldea con n habitantes cada verano los aldeanos llevan sus cabras a pastar al ejido. Teniendo en cuenta que cada cabra necesita una cantidad determinada de pasto para sobrevivir, existe un límite de cabras que pueden pastar en el ejido que denominamos como G_{max}. G es el número total de cabras que hay en la aldea y es la suma del número de cabras pertenecientes a cada campesino g_i; es decir, $G = g_1 + g_2 + \cdots + g_n$. Tanto el coste de comprar como de cuidar a una cabra es c (este coste no se ve afectado por el número de cabras que posee cada campesino) y el valor de criar cada cabra en el ejido es $v(G) > 0$ para $G < G_{max}$; pero cuando hay tantas cabras que se supera la cantidad máxima el valor pasa a ser $v(G) = 0$ para $G \geq G_{max}$, situación en la que si se incluye una cabra más afecta de forma negativa al resto ya que la cantidad de pasto disponible para cada animal es insuficiente.

Cuando llega la primavera, los aldeanos deciden simultáneamente el número de cabras que van a tener en el ejido. Debido a que los recursos y el espacio del ejido son limitados, suponemos que el espacio de estrategias es $[0, G_{max})$. En base a ello, el campesino *i* decide su estrategia; es decir, cuál va a ser el número de cabras que va a llevar a pastar al ejido de la aldea, g_i. Los beneficios del campesino *i* cuando el número de cabras criadas por el resto de campesinos es $g_{-i} = \sum_{j \neq i} g_j$ son:

$$\pi_i(g_i, g_{-i}) = g_i v(g_i + g_{-i}) - c g_i \tag{8.25}$$

Para construir un equilibrio de Nash, cada individuo elige su mejor estrategia, teniendo en cuenta las estrategias del resto, que maximiza su función de utilidad de modo que si el resto de aldeanos deciden g^*_{-i} la condición de primer orden de este problema de optimización es:

$$v(g_i + g^*_{-i}) + g_i v'(g_i + g^*_{-i}) - c = 0$$

(8.26)

Sustituyendo g_i^* en la condición de primer orden y sumando todas las condiciones de primer orden de los n aldeanos y dividiendo entre n se obtiene:

$$v(G^*) + \frac{1}{n} G^* v'(G^*) - c = 0,$$

(8.27)

donde G^*es el número de cabras de equilibrio. En cambio, el óptimo social denotado con G^{**} lo obtendríamos maximizando las ganancias agreagadas:

$$\max Gv(G) - Gc\,; donde\ 0 \leq G < \infty,$$

y su condición de primer orden es:

$$v(G^{**}) + G^{**} v'(G^{**}) - c = 0$$

(8.28)

Comparando ambas condiciones de primer orden se muestra que $G^* > G^{**}$ lo que significa que en el equilibrio de Nash la respuesta óptima de los aldeanos no es la misma que el óptimo social. Los campesinos crían más cabras en el ejido que las óptimas socialmente, es decir, existe una sobreexplotación del recurso de propiedad común. Como bien se ha afirmado al inicio del ejercicio, el comportamiento de los individuos se ve afectado por incentivos. En este caso, dichos incentivos se muestran en la condición de primer orden. El aldeano que cría g_i cabras tiene incentivos para añadir una más. El valor de añadir la cabra adicional es $v(g_i + g^*_{-i})$ y su coste es c. El daño que se hace a las cabras que ya está criando él en el ejido es $g_i v'(g_i + g^*_{-i})$ o lo que es lo mismo

$v'(g_i + g_{-i}^*)$ por cada cabra, pero el campesino i no tiene en cuenta el daño que ocasiona al resto de los campesinos $g_{-i}^* v'(g_i + g_{-i}^*)$.

En definitiva, cada aldeano considera únicamente su situación individual sin tener en cuenta la repercusión que puede tener la decisión de añadir una cabra más en el resto de cabras y aldeanos. Se ha demostrado por tanto, que los recursos comunales están sobre utilizados.

Consideramos ahora el caso con $V(G) = a - bG$ lineal y coste marginal constante, c para mostrar cómo se podría mantener la cooperación como equilibrio con el uso de la estrategia del disparador. Partiendo de la condición de primer orden (8.26) y sustituyendo la ecuación lineal obtenemos:

$$a - bG^* - \frac{1}{n}\, bG^* - c = 0 \rightarrow G^* = \frac{(a-c)}{b\left(\frac{1}{n}+1\right)} \tag{8.29}$$

Dividiendo por n obtenemos el número de cabras que llevaría cada aldeano en el equilibrio simétrico:

$$g_i^* = \frac{G^*}{n} = \frac{(a-c)}{b(n+1)} \tag{8.30}$$

El beneficio de equilibrio sería:

$$\pi_i^* = \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2} \tag{8.31}$$

Maximizando los beneficios agregados obtenemos el óptimo social cuya condición de primer orden es:

$$v(G^{**}) + G^{**}v'(G^{**}) - c = 0$$

(8.32)

Luego sustituyendo la ecuación lineal obtenemos:

$$a - bG^{**} - bG^{**} - c = 0 \rightarrow G^{**} = \frac{(a-c)}{2b}$$

(8.33)

El beneficio de cada aldeano si cooperan y cada uno lleva $\frac{G^{**}}{n}$ cabras al ejido sería:

$$\pi_i^{**} = \frac{(a-c)^2}{4bn}$$

(8.34)

Sin embargo si el aldeano i espera que los demás respeten la cooperación a corto plazo tendría como mejor respuesta:

$$\bar{g}_i = \frac{(a-c)(n+1)}{4bn}$$

(8.35)

El beneficio del aldeano i si los demás respetan la cooperación y él se desvía óptimamente sería:

$$\bar{\pi}_i = \frac{(a-c)^2(n+1)^2}{16bn^2}$$

(8.36)

El factor de descuento crítico que permite mantener la cooperación como equilibrio del juego repetido a través de la estrategia del disparador es:

$$\bar{\delta}(n) = \frac{\bar{\pi}_i - \pi_i^{**}}{\bar{\pi}_i - \pi_i^*} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)^2 + 4n} \tag{8.37}$$

Por lo tanto, obtenemos que si $\delta \geq \bar{\delta}(n)$ entonces la cooperación se puede mantener como equilibrio del juego repetido.

9. Conclusiones

Tras haber estudiado y analizado algunas de las múltiples aplicaciones económicas de los juegos repetidos, se ha comprobado que son una herramienta útil para entender el comportamiento y la toma de decisiones de los jugadores en situaciones en las que se interactúa entre agentes económicos.

Con la aplicación del dilema del prisionero se ha verificado que mediante la estrategia del disparador sí es posible sostener como equilibrio la cooperación en el juego repetido infinitamente ya que en caso de desviarse de la estrategia, el jugador se somete a un castigo durante el resto del juego y los beneficios que se obtienen en el periodo de desviación no compensan la pérdida durante el resto del juego.

En el juego del dilema del prisionero con reemparejamiento a pesar de que existe un equilibrio en el que los agentes no cooperan en ningún periodo, se ha comprobado que aplicando la teoría de juegos repetidos bajo determinadas circunstancias también es posible mantener la cooperación como equilibrio.

Con ayuda del modelo de los Salarios de Eficiencia se ha visto que utilizando la estrategia del disparador existe un equilibrio del juego repetido en el que el factor de descuento juega un papel fundamental y donde tanto la empresa como el trabajador cooperan únicamente si el salario es alto y la producción es alta.

En el modelo de Política Monetaria Estable en el Tiempo también se ha visto reflejada la posibilidad de equilibrio mediante los juegos repetidos a pesar de que la autoridad monetaria tenga mayor peso que los empresarios porque es quién actúa sobre el tipo de interés y hace que la economía pueda modificarse.

En lo respectivo a la aplicación de los Ejidos, a priori parece que los recursos de propiedad común están sobreutilizados pero esto ocurre cuando cada jugador considera sólo su situación individual. Una vez más, con el uso de la estrategia del disparador se ha comprobado que es posible sostener la cooperación como equilibrio del juego repetido.

A pesar de que surjan problemas similares en distintos campos de la economía, se ha visto que se pueden aplicar los mismos instrumentos a cada situación y aun así, en cada aplicación se ha sugerido una solución razonable ya que se ha examinado la lógica de cada juego a largo plazo. Por lo tanto, es posible afirmar que los juegos repetidos no sirven únicamente para entender y obtener las soluciones óptimas de los problemas económicos, sino que también pueden aplicarse a situaciones de carácter político y social entre otros.

En particular, se ha visto cómo cambian las decisiones cuando los individuos se enfrentan a situaciones que pueden tener consecuencias a largo plazo. La clave de estos juegos es que con el factor de descuento, se puede comprobar si existen castigos que llevan a peores equilibrios para los jugadores que se desvían de las estrategias; es decir, se puede saber si las amenazas son creíbles. Como bien señalan Osborne y Rubinstein (1994) “La teoría de los juegos repetidos ha sido utilizada para iluminar fenómenos sociales como las amenazas y las promesas”.

10. Bibliografía

- ABREU, D. (1988). "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting". *Econometrica*, Vol. 56, No 2, p. 383.
- AGUIRRE, I. (2015). *Teoría de juegos y estrategia competitiva.* Universidad del País Vasco.
- BILBAO J. M., FERNANDEZ F. R. et al. (1998). Avances en teoría de juegos con aplicaciones económicas y sociales. Sevilla: Universidad de Sevilla. Recuperado el 21/06/2017 a partir de: http://www.esi2.us.es/~mbilbao/pdffiles/libro.pdf
- BINMORE, K. (2007). La teoría de juegos una breve introducción. Madrid: Alianza editorial.
- CARMICHAEL, LORNE H. BENTLEY MACLEOD, W. (1997). "Gift Giving and the Evolution of Cooperation", *International Economic Review*, Vol. 38, 485-509.
- FONT BARROT, A. (2007). *Curso de negociación estratégica.* Barcelona: Editorial UOC
- GIBBONS, R. (1992). *Un primer curso de teoría de juegos*. Barcelona: Antoni Bosch, editor, S. A.
- GREGORY MANKIW, N. (2007). *Principios de economía*. Madrid: S. A. Ediciones Paraninfo.
- JENSANA TANEHASHI, A. (2010). "Factores Culturales y Negocios en Japón". *En Boletín Económico ICE (Información Comercial Española).* (Septiembre-Octubre 2010, Nº 856, p. 79-87). Recuperado el 01/09/2017 a partir de: http://www.revistasice.com/CachePDF/ICE_856_79-88__3E22F8F30E880D63ACD531B6D148201F.pdf

- KRAUSE, M. (1999). "La Teoría de Juegos y el Origen de las Instituciones". En *Revista Libertas, Instituto Universitario ESEADE.* Recuperado el 20/06/2017 a partir de: **http://www.eseade.edu.ar/files/Libertas/13_6_Krause.pdf**
- MÖBIUS, M. M. (2007). *Lecture XIII: Repeated Games*. Harvard University.
- MÖBIUS, M. M. (2007). *Lecture XIV: Applications of Repeated Games*. Harvard University.
- OSBORNE, M.J., RUBINSTEIN, A. (1994) *A course in game theory.* Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.
- OVIEDO, J. (2005). *Teoría de Juegos No Cooperativa*. Merlo: 1ra Escuela de Modelos Matemáticos de Comportamiento Económico. Recuperado el 12/05/2017 a partir de: **http://www.mmce2005.unsl.edu.ar/Cursos/JuegosNoCooperativos.pdf**
- POUNDSTONE, W. (1992). *Prisoner's Dilemma.* Anchor books edition.
- PRINCETON, N. J. (1995). *Albert William Tucker.* Recuperado el 28/06/2017 a partir de: https://www.princeton.edu/pr/news/95/q1/0126tucker.html
- RAPOPORT, A., CHAMMAB, A. M. (1970). Prisoner's Dilemma A Study in Conflict and Cooperation. The Univeristy of Michigan Press: Ann Arbor Paperbacks.
- SANCHEZ CUENCA, I. (2009). *Teoría de Juegos*. Madrid: Consejo Editorial de la Colección Cuadernos Metodológicos.
- STOKEL-WALKER, C. (2005) *¿Qué es exactamente la teoría de juegos?* BBC Mundo. Recuperado el 10/05/2017 a partir de: http://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220_teoria_de_juegos_que_es_finde_dv