

TESIS DOCTORAL

**INFLUENCIA DE ASPECTOS
CONSTRUCTIVOS EN EL
COMPORTAMIENTO DE
MOTORES SÍNCRONOS DE
IMANES PERMANENTES PARA
APLICACIONES DE CONTROL DE
POSICIÓN**

Autor: D. Pedro M^a García Sánchez

Director: Dr. D. José Antonio Güemes Alonso

Diciembre - 2016

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Resumen

Actualmente las máquinas síncronas de imanes permanentes (MSIP) resultan cada día más interesantes para su uso en un número considerable de aplicaciones industriales debido a su sencilla constitución, así como, a sus buenas características en cuanto a robustez, rendimiento o concentración de par.

No obstante, los cada vez mayores niveles de calidad exigidos en muchas aplicaciones industriales hacen que sean también mayores las exigencias en cuanto al correcto funcionamiento de estas máquinas; además, el empuje de la competencia hace que las posibles mejoras que en ellas se introduzcan no pueden significar un aumento en sus costes de producción, pues ésto generaría una pérdida importante de competitividad. Todo ello abre un interesante campo de trabajo en la optimización de los diseños de las MSIP a fin de minimizar los problemas inherentes a su constitución y funcionamiento.

Uno de estos problemas es el rizado de par que presentan, que puede causar problemas en los dispositivos de control, así como, ruido y vibración en su funcionamiento; esto es especialmente importante en aquellas aplicaciones que requieren elevados índices de precisión.

En esta tesis se estudia la aplicación de las MSIP al campo de la Máquina-Herramienta (MH), en concreto, a su uso como accionamiento de los ejes de avance y posicionamiento de las herramientas de corte. Para esta aplicación, el problema antes mencionado del rizado de par provoca errores en el posicionamiento y una pérdida de calidad en el acabado superficial de las piezas producidas.

En el trabajo se analiza el diseño de motores de fabricación actual y se estudian los problemas que presentan tanto en su funcionamiento final en la aplicación para la que han sido fabricados, como aquellos que surgen durante su proceso de fabricación. Posteriormente, se hace un análisis de posibles alternativas a dichos diseños iniciales, con el objetivo de mejorar su comportamiento, así como, facilitar su proceso de fabricación.

La principal herramienta que se emplea para el análisis de los diferentes diseños es la simulación empleando modelos en elementos finitos (EF), que permite hacer un estudio del comportamiento de los diseños iniciales, así como, una comparación entre los diferentes diseños alternativos propuestos. Mediante los modelos generados, tanto en dos como en tres dimensiones, se ha estudiado el rizado de par de las máquinas y uno de sus componentes principales, el denominado par de cogging; se analizan igualmente las f.e.m. generadas y, en concreto, su contenido armónico, pues éste es también un factor a tener en cuenta en la aparición del rizado de par.

Para la validación de resultados se han construido y ensayado un número importante de prototipos, gracias a los cuales ha sido posible conocer el grado de cumplimiento de los objetivos marcados, y ello, ha permitido realizar una propuesta de nuevos diseños optimizados.

Índice general

Resumen	I
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	XV
1 Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Descripción de los objetivos	2
1.3 Estructura de la tesis	4
2 Generalidades sobre MSIP	7
2.1 Introducción	7
2.2 Principios constructivos de las MSIP	9
2.2.1 Máquinas de flujo radial	10
2.2.2 Máquinas de flujo axial	10
2.2.3 Máquinas de flujo transversal	12
2.3 Propiedades magnéticas de la materia	13
2.3.1 Materiales ferromagnéticos	16
2.3.2 Imanes permanentes	18
2.3.3 Evolución histórica de los imanes permanentes	21
2.3.4 Análisis de circuitos magnéticos con IP	25
2.3.4.1 Aplicación al caso de las máquinas eléctricas	29
2.3.4.2 Volumen de los imanes	30
2.3.4.3 Desmagnetización de los imanes	31
2.4 Análisis del funcionamiento de la MSIP	32
2.4.1 Aplicación de la transformación de Park	32
2.4.2 Principios de funcionamiento	33
2.4.3 Ecuaciones fundamentales y diagramas fasoriales	36
2.4.4 Potencia y par en las MSIP	39
2.5 Análisis de la bibliografía sobre máquinas de imanes permanentes	42
2.5.1 Monografías sobre máquinas de imanes permanentes	42
2.5.2 Revisión de la literatura sobre el rizado de par y el par de cogging en los motores de imanes permanentes	44
2.6 Conclusiones	52

3	Las MSIP aplicadas a la máquina herramienta	55
3.1	Estructura de una máquina herramienta	55
3.2	El motor eléctrico en la máquina herramienta	57
3.3	Errores de mecanizado	59
3.4	Descripción de las máquinas estudiadas. Datos de partida	61
3.4.1	Constitución y materiales empleados	61
3.4.2	Problemas presentados	62
3.5	Rizado de par en las MSIP	64
3.6	El par de cogging	65
3.7	Métodos de reducción del par de cogging	66
3.7.1	Uso de devanados fraccionarios	66
3.7.2	Inclinación de rotor o estator	67
3.7.3	Uso de muescas adicionales en los dientes del estator	69
3.7.4	Ajuste del arco polar	70
3.7.5	Ajuste de la apertura de ranura	70
3.7.6	Desplazamiento de los imanes	71
3.7.6.1	Máquinas con devanado de paso entero	71
3.7.6.2	Máquinas con devanado de paso fraccionario	72
3.7.6.3	Precauciones a tener en cuenta	72
3.8	Aplicación a las máquinas objeto de estudio	73
3.8.1	Aplicación del desplazamiento de los imanes	75
3.8.1.1	Eliminación del primer armónico	76
3.8.1.2	Eliminación de los armónicos de orden superior	77
3.8.2	Aplicación del ajuste del arco polar	78
3.8.3	Aplicación a la máquina de 2 filas de imanes	78
3.9	Conclusiones	80
4	Análisis de los modelos realizados mediante elementos finitos	81
4.1	Introducción histórica	81
4.2	Principios básicos del método de los elementos finitos	82
4.2.1	Ecuaciones de Maxwell	83
4.2.1.1	Primera ecuación de Maxwell	84
4.2.1.2	Segunda Ecuación de Maxwell	85
4.2.1.3	Tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell	86
4.3	Realización de modelos en Flux	87
4.3.1	Procedimiento para realizar un modelo	87
4.3.1.1	Geometría	88
4.3.1.2	Mallado	89
4.3.1.3	Propiedades físicas	91
4.4	Modelos realizados	92
4.4.1	Modelos en 2D	92
4.4.2	Modelos con inclinación de los imanes (Skew)	93
4.4.3	Modelos en 3D	94

4.5	Simulaciones y cálculos realizados	96
4.5.1	Determinación de fuerzas y pares. Método del trabajo virtual .	97
4.5.1.1	Par de cogging	98
4.5.1.2	Par electromagnético	98
4.5.2	Cálculo de las f.e.m.	99
4.6	Conclusiones	100
5	Resultados	103
5.1	Máquina de una fila de imanes	104
5.1.1	Análisis de la situación inicial	104
5.1.1.1	Influencia de la geometría del imán	105
5.1.1.2	Influencia de parámetros físicos	114
5.1.1.3	Influencia de los errores de posicionamiento	120
5.1.1.4	Conclusiones del análisis de la situación inicial	124
5.1.2	Estudio de los nuevos diseños alternativos propuestos	124
5.1.2.1	Resultados par de cogging	125
5.1.2.2	Resultados de fuerza electromotriz	130
5.1.2.3	Resultados de par electromagnético	137
5.1.2.4	Ajuste del ángulo ocupado por los imanes	147
5.1.3	Resultados de pruebas y ensayos de prototipos	154
5.1.3.1	Prototipos	154
5.1.3.2	Ensayos de prototipos	155
5.1.3.3	Resultados de la primera serie de prototipos	157
5.1.3.4	Resultados de la segunda serie de prototipos	178
5.1.4	Conclusiones del estudio de la máquina de una fila de imanes .	199
5.2	Máquina de dos filas de imanes	201
5.2.1	Conclusiones máquina de dos filas	218
5.3	Conclusiones	220
6	Conclusiones y líneas de investigación futuras	221
6.1	Aportaciones y conclusiones generales de la tesis	221
6.2	Lista de publicaciones	224
6.3	Futuras líneas de investigación	225
	Bibliografía	227
	Nomenclatura	237

Índice de figuras

Figura 2.1	Diferentes tipos de máquinas de imanes permanentes	8
Figura 2.2	Idea básica de funcionamiento de una MSIP.	8
Figura 2.3	Idea básica de una MSIP con su regulador y control de posición.	9
Figura 2.4	Detalle constructivo de una máquina de flujo radial. (a) Rotor y (b) estator.	10
Figura 2.5	Diferentes tipos de máquinas de flujo radial	11
Figura 2.6	Máquina de flujo axial.	11
Figura 2.7	Detalle constructivo de una máquina de flujo transversal	12
Figura 2.8	(a) Representación de un átomo y (b) una molécula de hidrógeno.	13
Figura 2.9	Diferentes tipos de comportamientos magnéticos.	15
Figura 2.10	Ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos.	17
Figura 2.11	Ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos duros y blandos.	17
Figura 2.12	Curva de desmagnetización de un imán.	19
Figura 2.13	Representación de la evolución del producto BH de un imán.	19
Figura 2.14	Trayectoria interna dentro del ciclo de histéresis.	20
Figura 2.15	Influencia de la temperatura en la curva de desmagnetización de un imán permanente.	21
Figura 2.16	Posición de los elementos de tierras raras en la tabla periódica.	23
Figura 2.17	Características de imanes a 20°.	24
Figura 2.18	Evolución de los precios de algunos elementos de tierras raras	25
Figura 2.19	Circuito magnético ideal con imán permanente.	26
Figura 2.20	Circuito magnético ideal con imán permanente y entrehierro.	26
Figura 2.21	Recta de carga y punto de funcionamiento del circuito magnético.	27
Figura 2.22	Circuito magnético ideal con entrehierro y f.m.m. actuante.	28
Figura 2.23	Recta de carga de un circuito magnético ideal con entrehierro y f.m.m. actuante.	29
Figura 2.24	Punto máximo de funcionamiento de un imán por desmagnetización.	31

Figura 2.25	Interpretación de la teoría de las dos reacciones.	32
Figura 2.26	Densidad de flujo en el entrehierro de una máquina síncrona de 4 polos.	35
Figura 2.27	Sistemas de coordenadas para el funcionamiento como generador y como motor.	37
Figura 2.28	Diagrama fasorial de un motor síncrono.	38
Figura 2.29	Diagrama fasorial de un motor síncrono de imanes superficiales.	39
Figura 2.30	Característica par-ángulo γ para MSIP.	41
Figura 2.31	Diagrama fasorial de un MSIP de imanes superficiales para la posición de par máximo.	42
Figura 3.1	Elemento estructural de destinado a alojar el cabezal de una máquina herramienta.	56
Figura 3.2	Diferentes sistemas de accionamiento: indirecto (izquierda) y directo (derecha).	56
Figura 3.3	Detalle de un husillo a bolas y sistema de tuerca.	57
Figura 3.4	Imagen del sistema de guiado y motor de avance en un eje de una MH.	57
Figura 3.5	Regla óptica. (a) Idea de funcionamiento y (b) aspecto constructivo.	58
Figura 3.6	Idea de la rugosidad superficial de una pieza.	60
Figura 3.7	Detalle del estator de una de las máquinas estudiadas.	61
Figura 3.8	Detalle del rotor de las máquinas estudiadas. (a) una fila de imanes y (b) dos filas de imanes.	62
Figura 3.9	Detalle de piezas con diferentes acabados superficiales.	63
Figura 3.10	Diferentes posiciones de equilibrio del rotor en una MSIP.	65
Figura 3.11	Desarrollo de imanes con diferentes inclinaciones.	69
Figura 3.12	Detalle de estator con muescas adicionales en el diente	69
Figura 3.13	Idea de dos circuitos paralelos.	73
Figura 3.14	Diseño 1F-D0. (a) Par de cogging y (b) contenido armónico.	75
Figura 3.15	Resultado del 1 ^{er} desplazamiento de los imanes.	76
Figura 3.16	Diseño 1F-D1. (a) Par de cogging y (b) contenido armónico.	77
Figura 3.17	Resultado del segundo desplazamiento de los imanes.	78
Figura 3.18	Detalle del rotor de los diseños realizados.	79
Figura 4.1	Detalle de un elemento de forma triangular.	82

Figura 4.2	Representación del flujo de campo eléctrico a partir de la carga que lo crea.	86
Figura 4.3	Representación de las líneas de campo magnético.	87
Figura 4.4	Condiciones de periodicidad cíclica y anti-cíclica.	88
Figura 4.5	Ejemplos de uso de las condiciones de periodicidad.	89
Figura 4.6	Restricciones a las formas de los elementos en 2D.	90
Figura 4.7	Mallado del modelo. (a) Representación general y (b) detalle en el entrehierro.	90
Figura 4.8	Ejemplo de componentes de circuito disponibles en Flux.	92
Figura 4.9	Geometría completa del diseño 1F-D1.	93
Figura 4.10	Modelo con el módulo Skew. (a) Completo (a) y (b) detalle del rotor.	94
Figura 4.11	Diseño 2F-D1-10°. (a) Modelo completo y (b) detalle del rotor.	95
Figura 4.12	Diseño 2F-D1-10°. (a) Modelo completo y (b) detalle de las “ non-meshed-coil ”.	96
Figura 4.13	Definición de un escenario en Flux.	97
Figura 4.14	Circuito eléctrico con fuentes de corriente.	99
Figura 5.1	Influencia del ángulo ocupado por el imán sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	106
Figura 5.2	Influencia del ángulo ocupado por el imán sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	107
Figura 5.3	Factores de rizado y de cogging respecto del ángulo ocupado por los imanes.	108
Figura 5.4	Influencia del espesor del imán sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	109
Figura 5.5	Influencia del espesor del imán sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	110
Figura 5.6	Factores de rizado y de cogging respecto del espesor de los imanes.	111
Figura 5.7	Influencia del ángulo de inclinación de los imanes sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	112
Figura 5.8	Influencia del ángulo de inclinación de los imanes sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	113
Figura 5.9	Factores de rizado y de cogging respecto de la inclinación de los imanes.	114

Figura 5.10	Influencia de la densidad de flujo remanente sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	115
Figura 5.11	Influencia de la densidad de flujo remanente sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	116
Figura 5.12	Factores de rizado y de cogging respecto de la densidad de flujo remanente.	117
Figura 5.13	Influencia de la permeabilidad relativa sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	118
Figura 5.14	Influencia de la permeabilidad relativa sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	119
Figura 5.15	Factores de rizado y de cogging respecto de la permeabilidad relativa.	120
Figura 5.16	Influencia del error de posicionamiento sobre el par de cogging. (a) Evolución y (b) valor pico - pico.	121
Figura 5.17	Influencia del error de posicionamiento sobre el par electromagnético. (a) Evolución temporal y (b) valor medio.	122
Figura 5.18	Factores de rizado y de cogging respecto del error de posicionamiento.	123
Figura 5.19	Par de cogging del diseño 1F-D0.	126
Figura 5.20	Par de cogging del diseño 1F-D1.	126
Figura 5.21	Par de cogging del diseño 1F-D2.	127
Figura 5.22	Par de cogging del diseño 1F-D3.	127
Figura 5.23	Par de cogging de la máquina inicial 1F-SKW.	128
Figura 5.24	Par de cogging de las máquinas analizadas.	128
Figura 5.25	Par de cogging exceptuando el diseño 1F-D0.	129
Figura 5.26	F.e.m. del diseño 1F-D0. (a) simples y (b) compuestas.	131
Figura 5.27	F.e.m. del diseño 1F-D1. (a) simples y (b) compuestas.	132
Figura 5.28	F.e.m. del diseño 1F-D2. (a) simples y (b) compuestas.	133
Figura 5.29	F.e.m. del diseño 1F-D3. (a) simples y (b) compuestas.	134
Figura 5.30	F.e.m. de la máquina 1F-SKW. (a) simples y (b) compuestas.	135
Figura 5.31	Contenido armónico de las tensiones simples.	136
Figura 5.32	Contenido armónico de las tensiones compuestas.	136
Figura 5.33	Par electromagnético del diseño 1F-D0 en función del ángulo de par.	138

Figura 5.34	Par electromagnético del diseño 1F-D0 para el ángulo de par correspondiente al par máximo.	139
Figura 5.35	Par electromagnético del diseño 1F-D0 para diferentes ángulos de par.	139
Figura 5.36	Diseño 1F-D1. (a) Par máximo y (b) evolución del par medio con el ángulo de par.	140
Figura 5.37	Diseño 1F-D2. (a) Par máximo y (b) evolución del par medio con el ángulo de par.	141
Figura 5.38	Diseño 1F-D3. (a) Par máximo y (b) evolución del par medio con el ángulo de par.	142
Figura 5.39	Máquina 1F-SKW. (a) Par máximo (b) evolución del par medio con el ángulo de par.	143
Figura 5.40	Par electromagnético máximo para todos las máquinas estudiadas.	144
Figura 5.41	Par electromagnético máximo excluyendo el diseño 1F-D0. . . .	144
Figura 5.42	Comparación de los valores medios de par para la situación de par máximo.	145
Figura 5.43	Comparación de los valores medios de par excluyendo el diseño 1F-D0.	145
Figura 5.44	Comparación de los factores de rizado (%) para la situación de par máximo.	146
Figura 5.45	Comparación de los factores de rizado (%) sin el diseño 1F-D0. .	146
Figura 5.46	Diseño 1F-D1. (a) Influencia del ángulo ocupado por los imanes en la evolución del par de cogging y (b) en su amplitud.	148
Figura 5.47	Diseño 1F-D2. (a) Influencia del ángulo ocupado por los imanes en la evolución del par de cogging y (b) en su amplitud.	149
Figura 5.48	Diseño 1F-D3. (a) Influencia del ángulo ocupado por los imanes en la evolución del par de cogging y (b) en su amplitud.	150
Figura 5.49	Comparación de la influencia del ángulo sobre la amplitud del par de cogging.	151
Figura 5.50	Contenido armónico de las tensiones simples (imán 49°).	152
Figura 5.51	Contenido armónico de las tensiones compuestas (imán 49°). . .	153
Figura 5.52	Prototipos preparados para ser ensayados.	155
Figura 5.53	Llave dinamométrica empleada en la medida del par resistente. .	156
Figura 5.54	Analizador Yokogawa WT1800.	156
Figura 5.55	F.e.m. del prototipo 1F-D0-1. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	159

Figura 5.56	F.e.m. del prototipo 1F-D1-1. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	160
Figura 5.57	F.e.m. del prototipo 1F-D3-1. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	161
Figura 5.58	F.e.m. de la máquina 1F-SKW-0. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	162
Figura 5.59	Prototipo 1F-D0-1. (a) Valores instantáneos de par y (b) velocidad.	164
Figura 5.60	Máquina 1F-SKW-0. (a) Valores instantáneos de par y (b) velocidad.	165
Figura 5.61	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D0-1.	166
Figura 5.62	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-1.	167
Figura 5.63	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D3-1.	168
Figura 5.64	FFT de la onda de par de la máquina 1F-SKW-0.	169
Figura 5.65	Comparación de los FFT de par.	170
Figura 5.66	Comparación de los FFT de par de las máquinas 1F-D1-1, 1F-D3-1 y 1F-SKW-0.	171
Figura 5.67	Comparación de los FFT de par de los prototipos 1F-D1-1 y 1F-D3-1.	171
Figura 5.68	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D0-1.	172
Figura 5.69	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-1.	173
Figura 5.70	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D3-1.	174
Figura 5.71	FFT de la onda de velocidad de la máquina 1F-SKW-0.	175
Figura 5.72	Comparación de los FFT de la velocidad.	176
Figura 5.73	Comparación de los FFT de la velocidad de las máquinas 1F-D1-1, 1F-D3-1 y 1F-SKW-0.	176
Figura 5.74	Comparación de los FFT de la velocidad de las máquinas 1F-D1-1 y 1F-D3-1.	177
Figura 5.75	Útil empleado para posicionar los imanes.	178
Figura 5.76	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-21.	180
Figura 5.77	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-22.	181
Figura 5.78	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-23.	182
Figura 5.79	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-24.	183
Figura 5.80	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-25.	184
Figura 5.81	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-26.	185
Figura 5.82	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-27.	186
Figura 5.83	FFT de la onda de par del prototipo 1F-D1-28.	187

Figura 5.84	Comparación de los FFT de par de los prototipos 1F-D1-22 y 1F-D1-27.	188
Figura 5.85	Comparación de los FFT de par de los prototipos 1F-D1-1 y 1F-D1-27.	189
Figura 5.86	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-21.	190
Figura 5.87	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-22.	191
Figura 5.88	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-23.	192
Figura 5.89	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-24.	193
Figura 5.90	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-25.	194
Figura 5.91	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-26.	195
Figura 5.92	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-27.	196
Figura 5.93	FFT de la onda de velocidad del prototipo 1F-D1-28.	197
Figura 5.94	Comparación de los FFT de la velocidad los prototipos 1F-D1-22 y 1F-D1-27.	198
Figura 5.95	Comparación de los FFT de par de los prototipos 1F-D1-1 y 1F-D1-27.	198
Figura 5.96	Comparación del comportamiento entre la máquina 1F-SKW-0 y el prototipo 1F-D1-26.	200
Figura 5.97	F.e.m. del prototipo 2F-D1-0°. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	202
Figura 5.98	F.e.m. del prototipo 2F-D1-5°. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	203
Figura 5.99	F.e.m. del prototipo 2F-D1-10°. (a) Ensayo y (b) simulación por EF.	204
Figura 5.100	F.e.m. de la máquina 2F-SKW-0: (a) ensayo y (b) simulación por EF.	205
Figura 5.101	FFT de la onda de par del prototipo 2F-D1-0°.	207
Figura 5.102	FFT de la onda de par del prototipo 2F-D1-5°.	208
Figura 5.103	FFT de la onda de par del prototipo 2F-D1-10°.	209
Figura 5.104	FFT de la onda de par de la máquina 2F-SKW-0.	210
Figura 5.105	Comparación de los FFT de par de los prototipos 2F-D1 y la máquina 2F-SKW-0.	211
Figura 5.106	Comparación de los FFT de par de los prototipos 2F-D1.	212
Figura 5.107	FFT de la onda de velocidad del prototipo 2F-D1-0°.	213
Figura 5.108	FFT de la onda de velocidad del prototipo 2F-D1-5°.	214

Figura 5.109	FFT de la onda de velocidad del prototipo 2F-D1-10°	215
Figura 5.110	FFT de la onda de velocidad de la máquina 2F-SKW-0.	216
Figura 5.111	Comparación de los FFT de la velocidad de los prototipos 2F-D1 y la máquina 2F-SKW-0.	217
Figura 5.112	Comparación de los FFT de la velocidad de los prototipos 2F-D1.	217
Figura 5.113	Comparación del comportamiento entre la máquina 2F-SKW-0 y el prototipo 2F-D1-5°.	219

Índice de tablas

Tabla 2.1	Permeabilidad relativa y susceptibilidad de diversos materiales. . .	16
Tabla 2.2	Propiedades de diferentes compuestos empleados como IP.	24
Tabla 3.1	Características de las máquinas estudiadas.	62
Tabla 3.2	Número de ciclos del par de cogging en un paso de ranura (N) en función del número de polos ($2p$) y de ranuras (K).	67
Tabla 4.1	Datos relevantes del modelo en 2D del diseño 1F-D1.	93
Tabla 4.2	Datos relevantes del modelo en 3D del diseño 2F-D1.	95
Tabla 5.1	Valores representativos del par de cogging.	129
Tabla 5.2	Valores relevantes de las f.e.m.	130
Tabla 5.3	Contenido armónico de las tensiones simples y compuestas.	137
Tabla 5.4	Valores relevantes del par electromagnético (Nm).	147
Tabla 5.5	Valores relevantes de las f.e.m. (imán 49°).	152
Tabla 5.6	Contenido armónico de las diferentes tensiones simples y compues- tas (imán 49°).	153
Tabla 5.7	Comparación entre los valores eficaces de f.e.m. con 49° y 50° . . .	153
Tabla 5.8	Comparación entre los valores de THD (%) con 49° y 50°	154
Tabla 5.9	Valores del par resistente medidos para las máquinas (serie 1). . .	157
Tabla 5.10	Comparación entre los valores de f.e.m. medidos y simulados. . . .	158
Tabla 5.11	Valores del par resistente de las máquinas 1F-D1 de la serie 2. . . .	179
Tabla 5.12	Comparación entre los valores de f.e.m. medidos y simulados. . . .	206

1 Introducción

1.1 Planteamiento del problema

Durante los últimos años las máquinas síncronas de imanes permanentes (MSIP) están siendo utilizadas en un número importante de aplicaciones industriales donde han destacado dadas sus buenas características en cuanto a facilidad de mantenimiento, alta eficiencia o elevada densidad de par (mejorado si cabe en los últimos años por la introducción de las máquinas de flujo axial), y funcionando tanto como motor como generador, de tal forma que el estado actual de aplicaciones como el vehículo eléctrico o la generación eólica no sería el mismo sin este tipo de máquinas.

Todo lo anterior no significa que estas máquinas no tengan posibilidades de desarrollo y mejora ya que, de hecho, son muchas las aplicaciones actuales en las cuales el uso de las MSIP puede tener limitaciones.

Uno de los principales problemas que presentan estas máquinas es el rizado de par siendo causante de ruido, vibraciones, variación de velocidad y problemas en los dispositivos de control [1]; este inconveniente puede ser especialmente importante en aplicaciones de altas prestaciones como servo-motores, direcciones asistidas eléctricas o generadores eólicos [2][3].

Si bien éste es un problema hace tiempo conocido, su interés actual se demuestra en el hecho de que siguen siendo muchos los artículos científicos surgidos en los últimos tiempos dedicados a ello.

Varias pueden ser las causas del rizado de par en las MSIP; en [4] se hace una clasificación de las mismas, separando las debidas a la propia máquina de las causas debidas al regulador que alimenta al motor. Dentro del primer grupo están:

- el habitualmente llamado par de cogging, resultado de la interacción (atracción magnética) entre el flujo magnético de los imanes y la geometría del estator; este par es debido a que dicha geometría produce una reluctancia variable según sea la posición angular del rotor;
- las distorsiones en las distribuciones de la densidad de flujo magnético en el entrehierro de la máquina;
- las diferencias en las permeancias en el entrehierro en los ejes $d - q$.

Mientras, del lado de las causas del rizado de par debidas al regulador, están los efectos que sobre el rizado de la corriente tiene la actuación de los componentes que

forman su etapa de potencia y, las debidas a errores tanto en la detección de las corrientes [5] como en la detección de la posición de la máquina [6].

Esto nos lleva a que sean también dos los principales grupos de estrategias empleadas para la reducción de dicho rizado. Por un lado, están las estrategias centradas en su reducción desde el diseño de la máquina [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 3, 15, 16] donde podríamos encontrar actuaciones como:

- el empleo de bobinados fraccionarios, esto es, aquellos que tienen un número fraccionario de ranuras por polo;
- la inclinación de los polos y/o de los ranuras del estator;
- el desplazamiento y optimización de la forma de los imanes;
- etc.

En el otro gran grupo [17, 18, 19] están las estrategias que centran su actuación en los métodos de control de los reguladores que acompañan a las MSIP en su funcionamiento.

A todo lo anterior hay que sumar los efectos que sobre el rizado de par pueden tener las imperfecciones propias del proceso de producción de la máquina y que en los últimos tiempos han sido motivo de estudio por parte de diversos investigadores [20, 21, 22, 23, 24] pues sus efectos pueden suponer un aumento sensible del rizado de par en las máquinas con importantes diferencias de comportamiento incluso entre máquinas de una misma serie; diferencias que, en algunos casos, pueden suponer tener que desechar algunas de ellas. Dichas imperfecciones, de carácter aleatorio, afectan tanto al par de cogging como a los armónicos presentes en las fuerzas electromotrices generadas por la máquina y pueden agruparse en dos grupos:

- las imperfecciones del proceso de producción, que suponen por ejemplo, errores de posición en los imanes o excentricidades en el eje;
- las imperfecciones de los materiales que afectan especialmente a los valores de imantación y orientación del campo magnético de los imanes permanentes.

1.2 Descripción de los objetivos

Uno de los campos en los que el uso de las MSIP se ha generalizado en los últimos años es su aplicación a la Máquina-Herramienta (MH), donde este tipo de máquinas se emplean tanto para mover los cabezales de corte, como para el posicionamiento de los ejes.

Para esta aplicación, estas máquinas aportan las ventajas derivadas de su alta densidad de par –y el consiguiente ahorro de espacio–, así como, sus buenas cualidades de respuesta dada su menor inercia y posibilidades de control. Sin embargo, en el caso concreto de su aplicación a la MH, los efectos derivados del rizado de par pueden

causar problemas de posicionamiento, así como, incorrectos acabados superficiales en aquellas aplicaciones que requieran una gran precisión y elevados niveles de calidad.

El objetivo principal de este trabajo de tesis es *optimizar el diseño de MSIP destinadas al accionamiento de ejes de avance y posicionamiento en MH, así como también, en sistemas de manipulación, maquinaria textil, impresión, robótica, y en general, para aplicaciones que requieran una gran precisión en el posicionamiento, realizando propuestas alternativas a los diseños habituales de estas máquinas que introduzcan mejoras tanto en su proceso productivo como en el comportamiento final de las mismas.*

Este objetivo principal puede ser desglosado en objetivos parciales que han marcado las sucesivas etapas en el desarrollo del trabajo. Estos objetivos parciales son:

- **Análisis de la situación inicial**

Para la consecución del objetivo principal de esta tesis se ha considerado importante contar con la colaboración de un fabricante de MSIP pues esto permitirá contrastar el nivel de logro de los objetivos indicados. En este trabajo de tesis se parte de modelos en uso de MSIP; en estos modelos, se observa que en un número considerable de las unidades producidas se tiene un rizado de par superior al inicialmente estimado, lo cual le lleva a tener que desechar una parte de su producción. Se estima que el índice de rechazos oscila entre el 20 y el 30% con el consiguiente perjuicio económico.

Este primer objetivo parcial implica realizar un estudio de los diseños originales, y poder así, analizar las causas por las cuales se producen las desviaciones en los valores esperados del rizado de par, incluso entre motores de una misma serie que comparten tanto materiales como proceso de fabricación, y conocer si estas desviaciones son motivadas por las posibles variaciones en las propiedades de los materiales –sobre todo, de los imanes permanentes-, o son debidas al proceso de fabricación -tolerancias o imprecisiones en dicho proceso-.

- **Propuestas de nuevos diseños de los motores**

Una vez conocidas las causas del elevado índice de rechazos se proponen diversos diseños alternativos a los iniciales. Para ello, se estudian diferentes estrategias para la reducción del par de cogging y el rizado del par, y se analizan varias posibles geometrías con el objetivo de conseguir un diseño que garantice tanto el buen comportamiento de los motores en la aplicación para la que han sido creados, como una reducción en el índice de rechazos actual.

- **Validación de los diseños propuestos**

La validación de los diseños propuestos se realiza mediante ensayos en laboratorio de los de prototipos fabricados con la finalidad de comparar el comportamiento de los nuevos diseños entre sí, así como, de éstos con los diseños iniciales.

La principal herramienta de estudio en los dos objetivos iniciales es el software de elementos finitos (EF). Así, uno de los principales trabajos a realizar durante la

presente tesis es generar unos modelos de las máquinas que permitan analizar con precisión su comportamiento y estudiar el efecto que, sobre par de cogging y rizado de par, pueden tener posibles variaciones de la geometría, el diseño, los materiales empleados, etc..

1.3 Estructura de la tesis

La presente tesis se organiza en seis capítulos principales a los cuales se acompaña con dos apartados finales con las referencias bibliográficas y simbología empleada. El contenido de los diferentes capítulos es el siguiente:

- El actual capítulo 1, es introductorio y en él se relata el contenido de la tesis, describiéndose sus objetivos y estructura.
- En el capítulo 2 dedicado a generalidades sobre las MSIP, se describe el funcionamiento de estas máquinas, así como, sus diferentes posibilidades constructivas; se estudian además sus ecuaciones fundamentales y diagramas fasoriales. Se hace también, un breve análisis de las propiedades magnéticas de la materia centrada en las características de los imanes permanentes (IP) como elemento primordial de este tipo de máquinas. En este capítulo se recoge además una revisión de la literatura dedicada a estas máquinas, que contempla tanto textos monográficos, como artículos de revistas y congresos científicos dedicados al estudio de las MSIP y a los aspectos de funcionamiento principales analizados en esta tesis, el par de cogging y el rizado de par.
- El capítulo 3 se dedica a la descripción de los motores estudiados; se comienza analizando la aplicación de las MSIP en la MH; describiendo los motores motivo de estudio, su composición y los problemas que presentan. A continuación, se estudia el rizado de par presente en estas máquina, y una de sus causas principales, el par de cogging, analizándose las posibles formas de reducirlos y su aplicación a dichos motores, presentándose finalmente los diseños propuestos en este trabajo.
- En el capítulo 4 se hace una descripción de la metodología empleada para realizar el estudio electromagnético de los motores. Se comienza haciendo una introducción al método de los elementos finitos (MEF) para después describir el proceso de realización de un modelo empleando como herramienta el software FLUX, en su versión 11.2. Finalmente, se describen los diferentes modelos realizados para analizar las máquinas objeto de estudio.
- En el capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos. Inicialmente se recogen los resultados obtenidos mediante simulación por FLUX de los modelos realizados en elementos finitos; a partir de estos resultados se toman decisiones que llevan a la fabricación de una serie de prototipos. Posteriormente, se presentan los resultados de las pruebas y ensayos realizadas en fábrica sobre dichos prototipos.

- En el último capítulo se presentan las conclusiones finales del trabajo realizado, las principales aportaciones y se proponen futuras líneas de investigación.

2 Generalidades sobre máquinas síncronas de imanes permanentes

En este capítulo se describen los principales aspectos constructivos de las MSIP. Inicialmente se hace un repaso de los compuestos empleados en los IP, así como de los circuitos con ellos creados para, posteriormente, analizar las principales ecuaciones que rigen el funcionamiento de las MSIP y sus diagramas fasoriales, prestando especial atención a los correspondientes a la configuración de los motores aquí estudiados, del tipo de imanes en superficie.

En los apartados finales se presenta una revisión de la bibliografía más relevante dedicada a estas máquinas con especial atención a la dedicada al estudio del rizado de par y a su componente principal, el par de cogging.

2.1 Introducción

En los últimos años el uso de imanes permanentes como elemento de excitación en distintos tipos de máquinas eléctricas se ha generalizado; algunos de los beneficios que su empleo aporta en las máquinas pueden ser [25]:

- al eliminar la necesidad de circuito de excitación, disminuyen sus pérdidas mejorando así su rendimiento;
- elevado par en relación a su volumen;
- mejor comportamiento dinámico;
- simplicidad de construcción y mantenimiento.

Dentro de las máquinas que emplean imanes permanentes para su excitación podemos distinguir tres grupos:

- las máquinas conmutadas de corriente continua;
- las máquinas brushless de corriente continua;
- las máquinas síncronas de imanes permanentes.

Las primeras son máquinas cuya constitución es similar a las máquinas de c.c. convencionales, sólo que sustituyen los tradicionales circuitos de excitación por imanes permanentes. En cuanto a los dos últimos tipos de máquinas mencionadas, son prácticamente similares estando la diferencia en la forma de onda de las fuerzas electromotrices generadas, siendo de evolución trapezoidal en las máquinas brushless de

c.c. y senoidal en las MSIP. La denominación brushless, que se aplica de manera genérica a ambos tipos de máquinas, indica que dichas máquinas están libres de escobillas; sin embargo, a pesar de lo que su nombre pueda hacer pensar, ambas son máquinas alimentadas por corrientes alternas. La figura 2.1, tomada de [25], ilustra las diferencias entre dos máquinas de imanes permanentes, una de c.a. y conmutada de c.c. la otra.

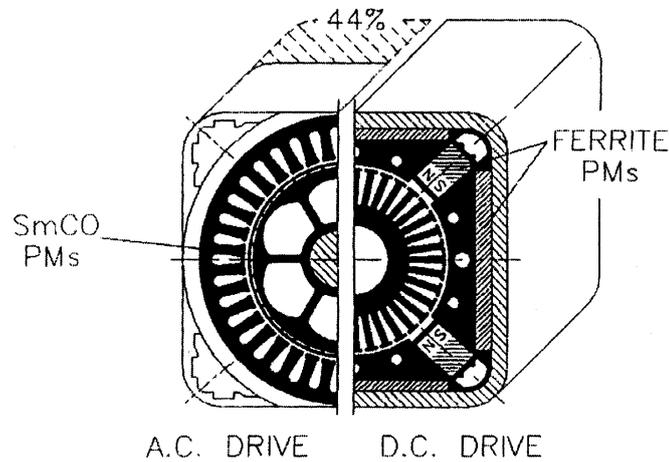


Figura 2.1: Diferentes tipos de máquinas de imanes permanentes.

En principio, la idea de funcionamiento de las MSIP es similar a la de las máquinas síncronas tradicionales, esto es, una rueda polar (rotor) sigue el avance del campo giratorio creado por el devanado del estator, siendo este devanado estatórico similar al de cualquier máquina síncrona o asíncrona. La principal diferencia estriba en el hecho de que en estas máquinas la rueda polar está constituida por imanes permanentes, que impondrán, por tanto, la presencia de un campo magnético aun en situaciones de máquina desconectada. Una idea del funcionamiento de una MSIP se muestra en la figura 2.2.

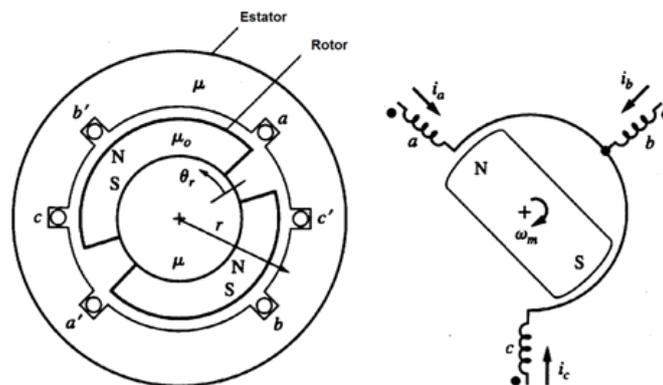


Figura 2.2: Idea básica de funcionamiento de una MSIP.

Dada esa presencia constante de flujo en el rotor, todo el control de la máquina tanto en par como en velocidad vendrá del lado de las frecuencias y tensiones que se inyecten en el devanado estatórico, esto hace que el funcionamiento de las mismas –al menos en el funcionamiento como motor-, esté siempre ligado a un regulador electrónico y a un sistema de control de posición como se ilustra en la figura 2.3.

A pesar de esta necesidad de equipos adicionales, sus buenas características de funcionamiento junto con el abaratamiento de costes que se ha dado en los últimos años –tanto de las propias máquinas como de sus equipos de regulación- han hecho que este tipo de máquinas cobren una especial importancia en todo tipo de accionamientos eléctricos industriales, y que los diseños surgidos se separen de las máquinas convencionales –rotor interior, estator exterior y flujo radial- apareciendo máquinas con diseños claramente diferentes con rotor exterior y estator interior, máquinas de flujo axial, etc..

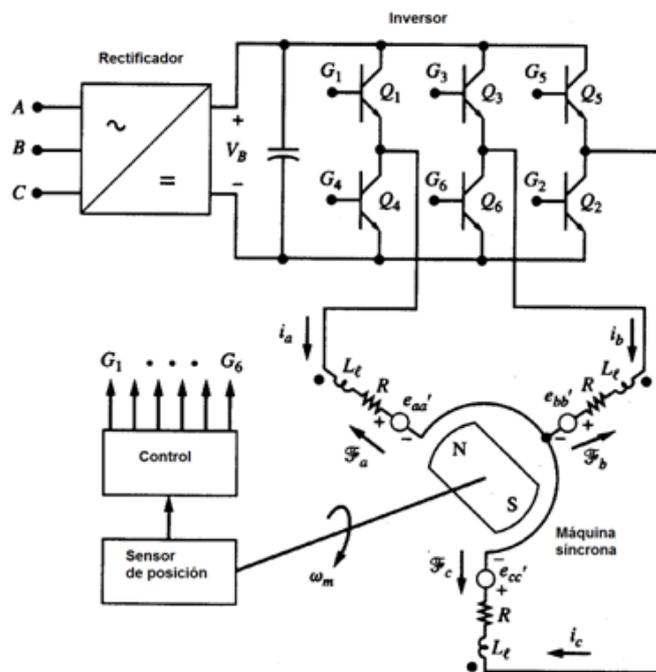


Figura 2.3: Idea básica de una MSIP con su regulador y control de posición.

2.2 Principios constructivos de las MSIP

Como se ha mencionado anteriormente, la evolución histórica de las MSIP ha supuesto también una evolución en cuanto a los aspectos constructivos de estas máquinas; en la actualidad, podríamos hablar de tres tipos diferentes de MSIP en cuanto a su forma constructiva: las máquinas de flujo radial, las de flujo axial y las de flujo transversal.

2.2.1 Máquinas de flujo radial

Estas máquinas son las que presentan una forma constructiva más convencional. En ellas, el flujo atraviesa el entrehierro en dirección radial mientras que las corrientes que recorren el devanado del estator lo hacen siguiendo una trayectoria axial. Este tipo de máquinas es el de uso más extendido dadas sus buenas características y mayor facilidad de fabricación.

Un detalle del aspecto del rotor y estator de una de estas máquinas se muestra en la figura 2.4. Si bien existen en el mercado máquinas de flujo radial con muy diversas variantes constructivas, en la mayoría de los casos el estator es, básicamente, similar al estator de una máquina asíncrona o al de una máquina síncrona convencional.

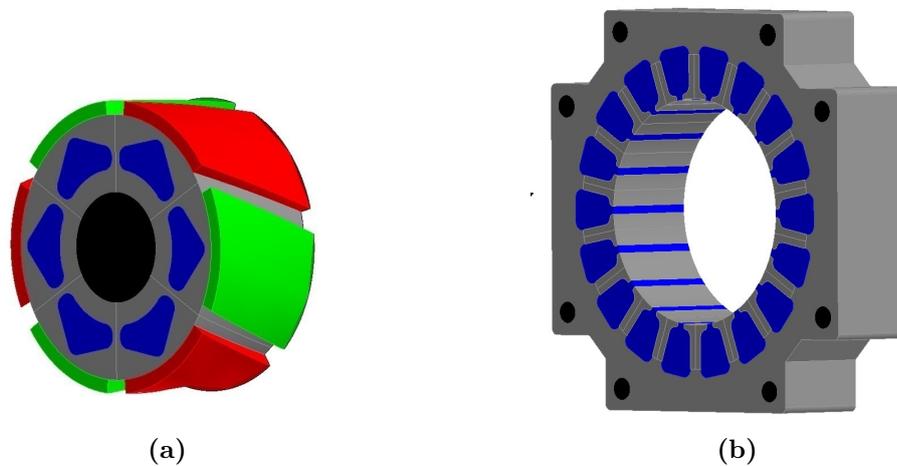


Figura 2.4: Detalle constructivo de una máquina de flujo radial. (a) Rotor y (b) estator.

En cuanto a su rotor, podemos encontrar un gran número de variantes en función de la forma y colocación de los IP en el mismo. La figura 2.5 muestra algunas configuraciones habituales de rotor en este tipo de máquinas [26].

En esta tesis, se estudian MSIP dedicadas al posicionamiento en maquina herramienta y con configuración de flujo radial.

2.2.2 Máquinas de flujo axial

En los últimos años, las máquinas de flujo axial se están convirtiendo en una alternativa interesante a las máquinas convencionales de flujo radial para aplicaciones como vehículos eléctricos, robots o equipos industriales. En ellas se consiguen mayores densidades de flujo, y por tanto, mayores valores de par para un mismo volumen. En estas máquinas, el flujo recorre el entrehierro de la máquina en dirección axial, mientras que en el estator, las corrientes recorren los costados activos en dirección

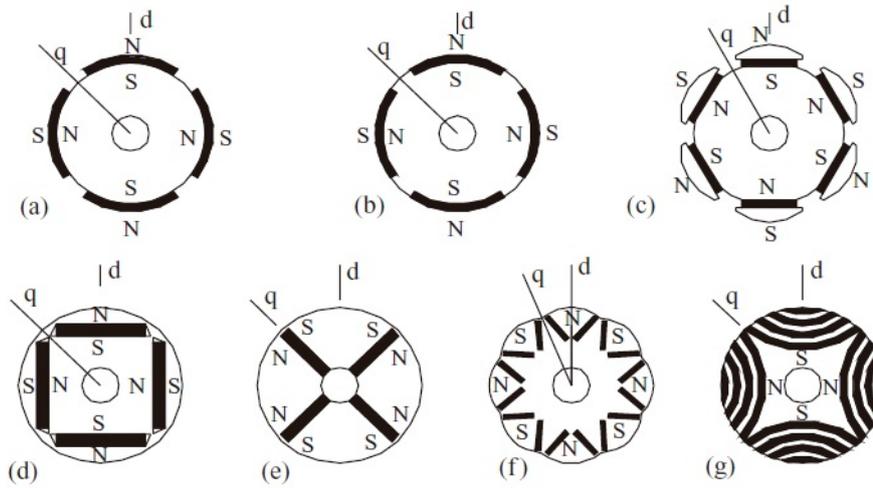


Figura 2.5: Diferentes tipos de rotor en máquinas de flujo radial. (a) Imanes montados en la superficie. (b) Imanes incrustados en la superficie. (c) Rotor con expansión polar. (d) Imanes embebidos tangencialmente. (e) Imanes embebidos radialmente. (f) Imanes colocados en V. (g) Máquina de reluctancia.

radial. Estas máquinas son habitualmente de mayor diámetro y menor longitud que las anteriores, lo cual les da un aspecto de “disco” en comparación con las máquinas de flujo radial. La figura 2.6 obtenida de [27] muestra un ejemplo de máquina de flujo axial.

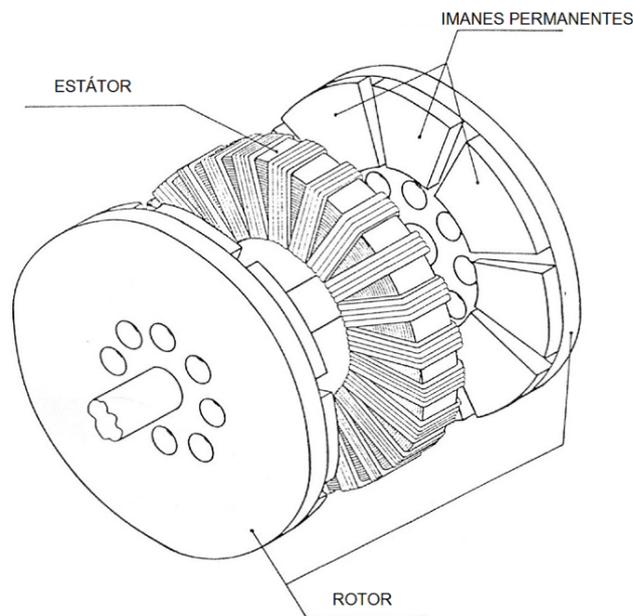


Figura 2.6: Máquina de flujo axial.

Este tipo de máquinas pueden presentar diversas variantes constructivas; así, pueden

estar realizadas con doble o simple cara, con o sin ranuras en el estator o con imanes interiores o exteriores. Algunos ejemplos de artículos relativos a este tipo de máquinas con propuestas de diferentes geometrías y aplicaciones pueden encontrarse en [27, 28, 29, 30]; igualmente, los trabajos [31, 32, 33] dedicados a comparar las características de estas máquinas con las de flujo radial y/o transversal; asimismo, una monografía completa sobre este tipo de máquinas puede encontrarse en [34].

2.2.3 Máquinas de flujo transversal

La estructura de las máquinas de flujo transversal fue propuesta por Herbert Weh en 1986 [35] habiéndose presentado diversas variantes desde entonces. En ellas, se consigue que, contrariamente a lo que ocurre en los dos tipos anteriores, los vectores de fuerzas electromagnéticas son perpendiculares a las líneas de flujo. El principal problema de este tipo de máquinas es lo complejo de su estructura, que se traduce en elevados costes de fabricación; presentan además el problema añadido de un bajo factor de potencia motivos por los cuales estas máquinas no son muy comunes hoy en día. Sin embargo, presentan una importante ventaja, su alta concentración de par, que las hace ideales para aplicaciones de accionamiento directo donde el ahorro de espacio puede ser un elemento fundamental de diseño. Esto ha hecho que en los últimos años sean muchos los estudios y publicaciones dedicadas a ellas. Algunos ejemplos de ello se pueden encontrar en [36, 37, 35, 38, 39, 40, 41, 42].

La figura 2.7, tomada de [43], muestra el detalle de una máquina de flujo transversal con doble y simple cara.

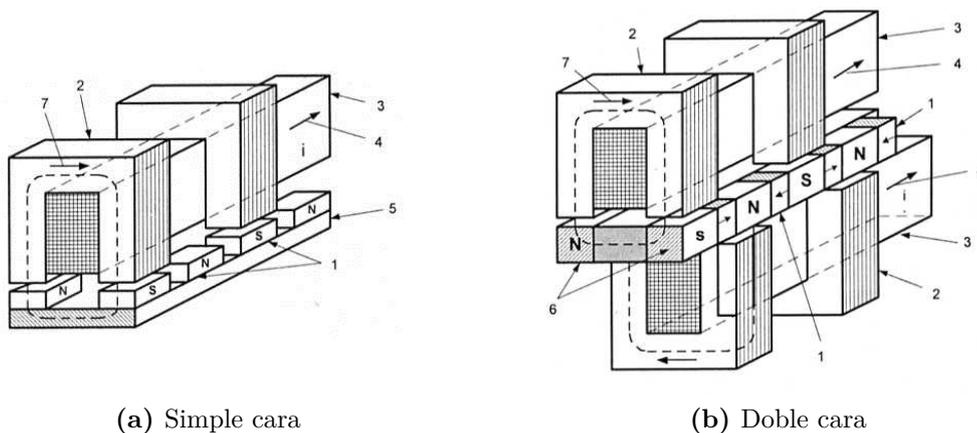


Figura 2.7: Detalle constructivo de una máquina de flujo transversal: 1 imanes permanentes, 2 núcleo del estator, 3 devanado estatorico, 4 corriente del estator, 5 núcleo del rotor, 6 expansiones polares, 7 flujo magnético.

2.3 Propiedades magnéticas de la materia

Las propiedades magnéticas de la materia están relacionadas con los movimientos de traslación y rotación de los electrones que las componen. Así, de la misma manera que una corriente eléctrica que circula por un conductor genera un campo magnético, los electrones que orbitan alrededor del núcleo de un átomo pueden considerarse como corrientes que circulan en una espira microscópica.

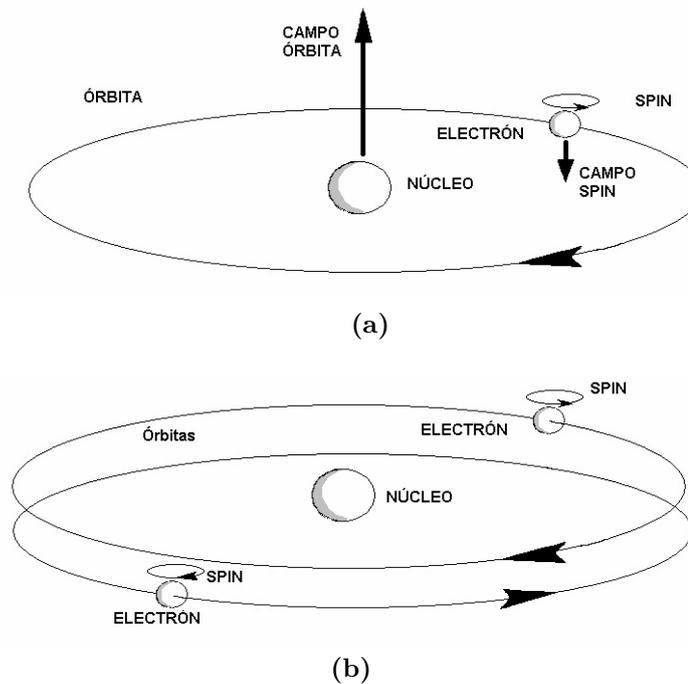


Figura 2.8: (a) Representación de un átomo y (b) una molécula de hidrógeno.

Si tomamos como ejemplo un átomo de hidrógeno como el de la figura 2.8, formado por un único electrón girando alrededor de un protón, éste, debería generar un campo neto y, por tanto, debería reaccionar ante la presencia de un campo magnético exterior. Sin embargo, los átomos se agrupan formando moléculas que, en el caso del hidrógeno, está formada por dos átomos agrupados de tal forma que sus campos individuales se cancelan dando como resultado, a nivel macroscópico, un efecto magnético prácticamente nulo.

La magnitud que relaciona los fenómenos magnéticos con la zona del espacio donde éstos se producen es la inducción magnética o densidad de flujo magnético según la conocida expresión:

$$\underline{B} = \mu \underline{H} = \mu_0 \mu_r \underline{H} \quad (2.1)$$

donde:

\underline{B} es la inducción magnética o densidad de flujo magnético;

- \underline{H} es la intensidad de campo aplicada;
- μ es la permeabilidad magnética de un material;
- μ_0 es la permeabilidad del vacío;
- μ_r es la permeabilidad relativa de un material.

En esta expresión el valor de la inducción obtenida depende tanto de la intensidad de campo \underline{H} aplicada, como de la magnetización \underline{M} que aporta el material donde los fenómenos se están produciendo; así, la ecuación anterior también podría expresarse como:

$$\underline{B} = \mu \underline{H} = \mu_0 \mu_r \underline{H} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M}) = \mu_0 \underline{H} + \underline{B}_i \quad (2.2)$$

$$\underline{B}_i = \underline{B} - \mu_0 \underline{H} \quad (2.3)$$

donde:

- $\mu_0 \underline{H}$ es Inducción debida a la intensidad de campo aplicada;
- \underline{B}_i representa la magnetización intrínseca o aportación del material a la inducción total.

La ecuación 2.2 también puede expresarse como:

$$\underline{B} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M}) = \mu_0 \left(1 + \frac{\underline{M}}{\underline{H}}\right) \underline{H} = \mu_0 (1 + \chi_m) \underline{H} \quad (2.4)$$

y, por tanto, la permeabilidad relativa de un material también puede expresarse como:

$$\mu_r = (1 + \chi_m) \quad (2.5)$$

siendo χ_m la susceptibilidad magnética que mide la capacidad de magnetización interna de un material.

En realidad, todos los elementos de la tabla periódica reaccionan de una u otra manera ante la presencia de un campo magnético externo, si bien, en la inmensa mayoría de los casos dicha reacción es muy débil, lo cual significa que su susceptibilidad magnética χ_m es prácticamente nula. La clasificación de los diferentes materiales en cuanto a su comportamiento magnético se hace en base a dicha reacción pudiendo los diferentes materiales clasificarse dentro de tres grupos, los **diamagnéticos**, los **paramagnéticos** y los más interesantes desde el punto de vista de la electrotecnia, los **ferromagnéticos**:

- **Materiales diamagnéticos.** En los materiales diamagnéticos (los más comunes) los spins de los diferentes electrones se anulan mutuamente y, por lo tanto, su carácter magnético es causado únicamente por el movimiento orbital, cuyos efectos son muy débiles. Cuando externamente se excitan los electrones, éstos siempre reaccionan oponiéndose a dicha excitación. Así, los vectores \underline{M} y \underline{H} tienen sentidos contrarios, cumpliéndose que $\chi_m < 0$. Ejemplos de materiales

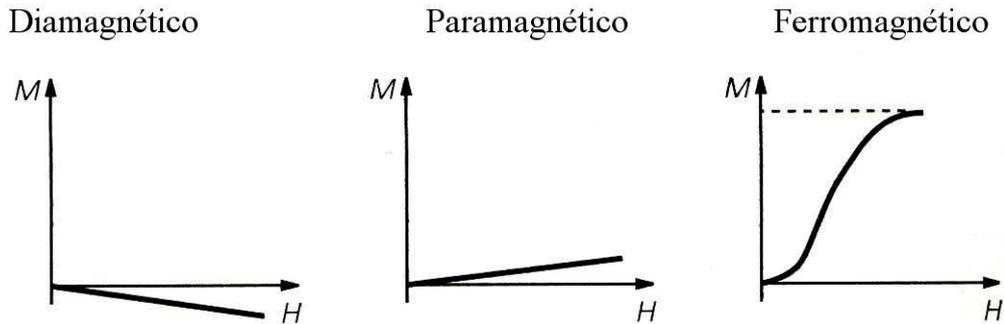


Figura 2.9: Diferentes tipos de comportamientos magnéticos.

diamagnéticos son el hidrógeno, los gases inertes, la mayoría de los compuestos orgánicos, el cobre, la plata, el oro, el mercurio, el bismuto, el galio, el antimonio y el cinc.

- **Materiales paramagnéticos.** Un proceso similar ocurre en las sustancias paramagnéticas, si bien en estos materiales los momentos dipolares permanentes de los spines tienden a orientarse paralelamente al campo externo, y la magnetización \underline{M} que surge y la excitación \underline{H} aplicada exteriormente tienen el mismo sentido. Por lo tanto, en estos materiales se cumple que $\chi_m > 0$. El oxígeno, el ácido nítrico, el aluminio, el platino, así como, las sales de hierro, níquel y cobalto son paramagnéticos.

Como la imantación de los materiales diamagnéticos y paramagnéticos es muy débil, se clasifican como no-magnéticos. Dicho de otra manera, su susceptibilidad magnética y su permeabilidad son pequeñas (prácticamente 0) y constantes.

- **Materiales ferromagnéticos.** El comportamiento de los materiales ferromagnéticos es más complejo. Estos materiales tienen imantaciones previas e intrínsecas, pero en direcciones diferentes. Así surgen unas zonas internas denominadas dominios magnéticos, pudiendo haber en cada uno de ellos millones de átomos. En cada dominio hay una sola orientación; como estos dominios se orientan arbitrariamente, no hay carácter magnético si no hay excitación externa. Bajo la influencia del campo externo los dominios se orientan en la dirección del campo aplicado, aumentando así la magnetización en el seno del material. Llegado a un cierto punto, todos los dominios presentan la misma orientación y se dice entonces que el material está saturado.

En los materiales ferromagnéticos \underline{M} es muy intensa pero no aumenta linealmente con \underline{H} . Por lo tanto, su susceptibilidad es variable y puede alcanzar valores muy altos. El aumento de la temperatura provoca agitación de los spines de los electrones y, en consecuencia, cada vez resulta más difícil orientarlos por medio de un campo magnético. Para cada material existe una determinada temperatura, denominada temperatura crítica o temperatura de Curie; cuando

las sustancias ferromagnéticas superan el punto de Curie, presentan comportamiento paramagnético, y si la temperatura sigue aumentando se convierten finalmente en diamagnéticas.

Dentro del grupo de los materiales ferromagnéticos se encuentran el hierro, el níquel y el cobalto, así como la mayoría de sus aleaciones.

La tabla 2.1 muestra los valores de permeabilidad relativa y susceptibilidad de diversos materiales.

Tabla 2.1: Permeabilidad relativa y susceptibilidad de diversos materiales.

Material	Permeabilidad relativa	Susceptibilidad	Tipo de material
Bismuto	0,99983	$-1,66 \cdot 10^{-4}$	Diamagnético
Mercurio	0,999968	$-3,20 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Oro	0,999964	$-3,60 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Plata	0,99998	$-2,60 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Plomo	0,999983	$-1,70 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Cobre	0,999991	$-1,66 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Agua	0,999991	$-1,66 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Vacío	1	0	
Aire	1,00000036	$3,6 \cdot 10^{-7}$	Paramagnético
Aluminio	1,000021	$2,5 \cdot 10^{-5}$	Paramagnético
Paladio	1,00082	$8,2 \cdot 10^{-4}$	Paramagnético
Cobalto	250		Ferromagnético
Níquel	600		Ferromagnético
Hierro comercial	6.000		Ferromagnético
Hierro de gran pureza	$2 \cdot 10^6$		Ferromagnético

2.3.1 Materiales ferromagnéticos

Debido a sus propiedades magnéticas, y a su capacidad de concentrar grandes valores de campo magnético en las zonas del espacio donde se necesitan, los materiales ferromagnéticos son los que tienen utilidad práctica para la realización de los circuitos magnéticos de las máquinas eléctricas.

Las diferencias en cuanto a comportamiento de los diferentes materiales ferromagnéticos viene definido por su ciclo de histéresis, que relaciona la densidad de flujo \underline{B} resultante en el seno del material con la intensidad de campo \underline{H} que lo crea, para valores de \underline{H} alternativos; como es conocido, se trata de un ciclo cerrado, simétrico respecto del origen. Puntos importantes dentro de este ciclo son: el punto de saturación del material (valor de \underline{H} a partir del cual el material no aportará nada a la creación del campo magnético), el magnetismo remanente (B_r) o capacidad para “recordar” que ha estado sometido a un campo magnético hasta el punto de saturación, así como su fuerza coercitiva (H_c) o valor de la fuerza magnetomotriz

(f.m.m.) necesaria para para eliminar el magnetismo remanente. Un ejemplo de ciclo de histéresis puede verse en la figura 2.10.

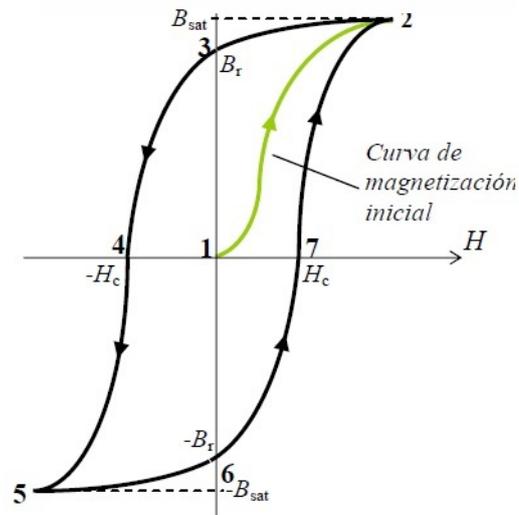


Figura 2.10: Ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos.

Desde el punto de vista de su utilidad, los materiales ferromagnéticos pueden dividirse en dos grandes grupos: los materiales magnéticos “blandos” y los materiales magnéticos “duros”, cuyos ciclos de histéresis se muestran en la figura 2.11. Los materiales magnéticos blandos tienen como característica principal un ciclo de histéresis estrecho y alargado, con un área interior pequeña; estos materiales presentan campos coercitivos pequeños y grandes valores de saturación y permeabilidad. Si se ven sometidos a campos alternativos estos materiales pueden cambiar rápidamente su magnetización sin que se produzcan grandes pérdidas por histéresis, motivo por el cual se emplean para realizar los núcleos de motores, generadores y transformadores.

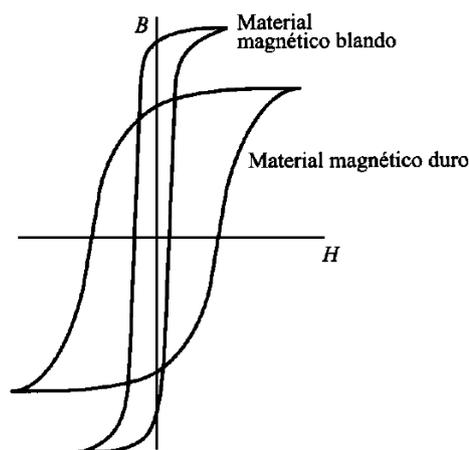


Figura 2.11: Ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos duros y blandos.

Por contra, los materiales magnéticos duros tienen características magnéticas contrarias a las anteriores, presentando ciclos de histéresis anchos, con valores elevados de fuerza coercitiva que les hace resistentes a la desmagnetización. Este tipo de materiales son los empleados como imanes permanentes (IP) dado que con ellos se pretende establecer un valor de campo magnético sin la necesidad de un devanado de excitación y sin consumo alguno de energía.

2.3.2 Imanes permanentes

El fenómeno del magnetismo ya fue advertido por el filósofo y científico griego Tales de Mileto, varios siglos antes de Cristo. A ciertos minerales encontrados en la naturaleza (un tipo de óxido de hierro) se le llamó magnetita en referencia a la ciudad griega de Magnesia donde fue encontrado. Tales observó que dicho mineral tenía la propiedad de atraer a ciertos metales. Asimismo, comprobó que si se frotaba el hierro con magnetita, éste adquiría dicha capacidad de atracción. Si bien Tales no fue capaz de dar una explicación coherente a estas observaciones, las mismas sí que sirven para poner fecha al principio físico del magnetismo.

Si bien, los chinos alegan haber utilizado la brújula 2500 años antes de Cristo, en occidente los primeros usos documentados de la misma datan del siglo XII. Los primeros estudios científicos acerca del magnetismo se realizan en el siglo XVII, en este siglo y en el XVIII, con el avance de la metalurgia y el desarrollo de los aceros aleados, es cuando aparecen las primeras generaciones imanes permanentes específicamente fabricados como tales. En el siglo XX tiene lugar un enorme progreso en el tema, ya que se desarrolló un amplio conjunto de compuestos para imanes permanentes, muchos de los cuales siguen siendo fabricados actualmente. En la actualidad podríamos decir que hay tres tipos diferentes de imanes permanentes usados en la fabricación de máquinas eléctricas:

- Alnicos
- Ferritas cerámicas
- Tierras raras

Al igual que cualquier otro material ferromagnético, un IP queda definido por su ciclo de histéresis, si bien en el caso de los IP la parte de dicho ciclo que es interesante es la situada en el cuadrante superior izquierdo o curva de desmagnetización. Para comprender el funcionamiento de un IP, se debe distinguir entre dos curvas diferentes:

- la curva de **desmagnetización intrínseca** que muestra el estado de magnetización interna del material (curva $B_i - H$). El punto donde esta curva cruza el eje horizontal muestra la intensidad de campo coercitiva intrínseca (H_{ci}), que es el valor de intensidad de campo necesario para llevar a cero la magnetización intrínseca de un material;

- la curva **normal**, más interesante a efectos prácticos, es la que muestra la densidad de flujo magnético resultante respecto de la intensidad de campo (curva $B - H$).

La figura 2.12 muestra de manera sencilla estas curvas en dos versiones distintas: la trayectoria ideal (azul) y la trayectoria real (negro) de las mismas.

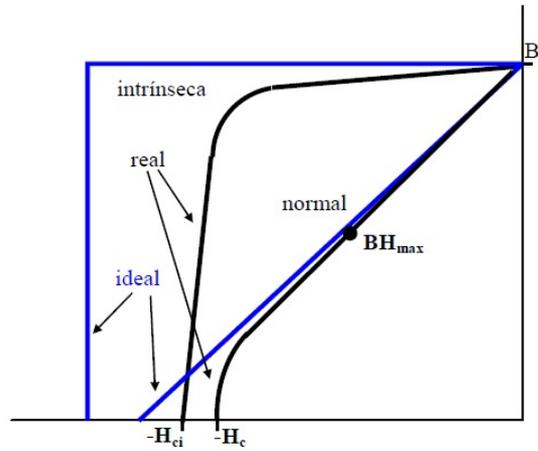


Figura 2.12: Curva de desmagnetización de un imán.

Otro elemento importante a la hora de evaluar un IP es su producto de energía máxima $(BH)_{max}$. Éste es el punto dentro de la curva $B-H$ de desmagnetización donde dicho producto es máximo e indica la cantidad de energía por unidad de volumen (J/m^3) que el imán es capaz de almacenar. A mayor $(BH)_{max}$ menor volumen de imán será necesario en un circuito magnético para lograr similares valores de flujo. La figura 2.13 muestra la evolución de dicho producto.

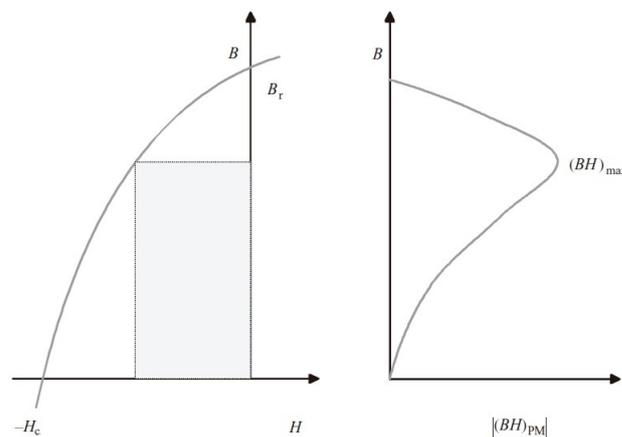


Figura 2.13: Representación de la evolución del producto BH de un imán.

El ciclo de histéresis de un material ferromagnético no es en realidad un ciclo único sino que presenta una infinidad de trayectorias que, si bien muestran una forma

similar a la de dicho ciclo, no siguen exactamente la trayectoria de éste. Así, cuando un imán permanente es sometido a cambios mediante una actuación exterior (aplicación de una intensidad de campo H) su punto de funcionamiento no se desplaza a través de la trayectoria externa que nos marca su ciclo de histéresis, sino que siguen un ciclo secundario interno, con trayectoria muy estrecha, motivo por el cual se suelen aproximar a una recta, tal y como se muestra en la figura 2.14, ésta es la llamada **recta de retroceso**.

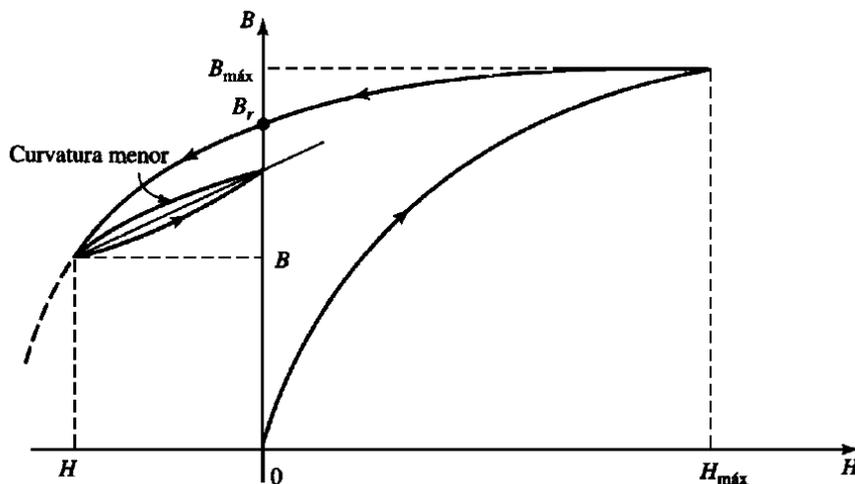


Figura 2.14: Trayectoria interna dentro del ciclo de histéresis.

También es interesante destacar que las propiedades de los IP tienen una fuerte dependencia con las condiciones de vibración y temperatura a las que se encuentren, pudiendo llegar a sufrir una desmagnetización irreversible si se superan ciertos límites durante su funcionamiento. Especialmente importante para su aplicación en máquinas eléctricas es la variación de sus propiedades con la temperatura ya que tanto su remanencia como su fuerza coercitiva disminuyen con la temperatura. Las siguientes expresiones permiten calcular el efecto de la temperatura sobre estos parámetros [25]:

$$B_r = B_{r(20)} \left[1 + \frac{\alpha_B}{100}(t - 20) \right] \quad (2.6)$$

$$H_c = H_{c(20)} \left[1 + \frac{\alpha_H}{100}(t - 20) \right] \quad (2.7)$$

donde $B_{r(20)}$ y $H_{c(20)}$ representan los valores de remanencia y fuerza coercitiva a 20 °C; α_B y α_H son sus coeficientes de variación con la temperatura (expresados en %/°C) y t es la temperatura de los IP.

La figura 2.15 extraída del catálogo de ARNOLD muestra el efecto de la temperatura sobre la curva de desmagnetización de un compuesto (N27H) empleado como IP.

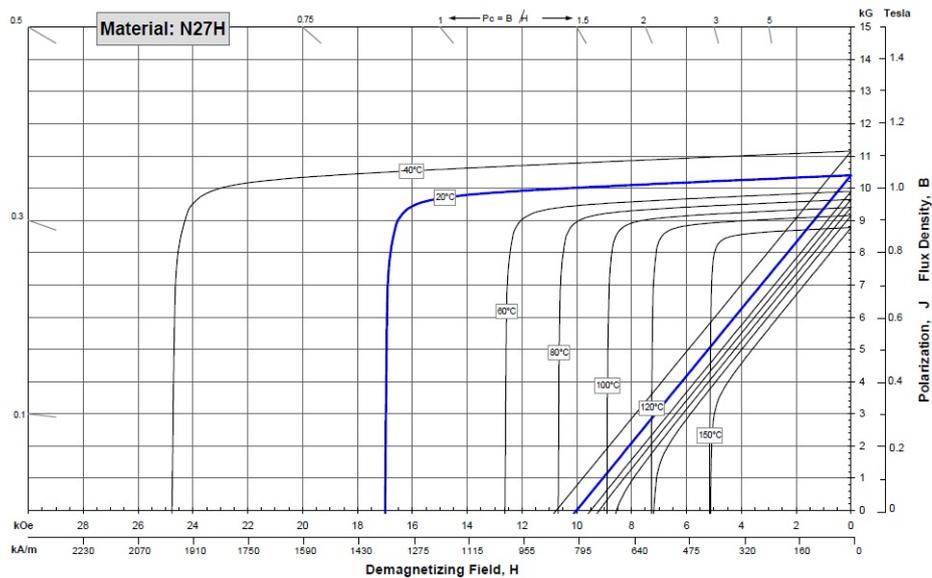


Figura 2.15: Influencia de la temperatura en la curva de desmagnetización de un imán permanente.

2.3.3 Evolución histórica de los imanes permanentes

Desde los primeros usos del fenómeno del magnetismo con su aplicación a las primitivas brújulas, varios han sido los compuestos que, a lo largo de la historia, han sido utilizados como imanes permanentes. En los siguientes párrafos se hace una breve recopilación de algunos de los más importantes de estos compuestos y de la mejoras tecnológica en ellos introducidas.

- **Imanes de acero al carbono.** Como se ha comentado con anterioridad, es en los siglos XVII y XVIII cuando se puede empezar a hablar de los primeros compuestos fabricados para su uso como IP. Inicialmente se comprobó que algunas acciones mecánicas con el golpeo o las deformaciones podían causar la magnetización de los aceros. Con el avance de la metalurgia del acero se exploró el efecto de diversos elementos aleantes, lo que permitió descubrir que la adición de cromo, tungsteno, etc., además de modificar las propiedades mecánicas, también modificaba su capacidad de retener la magnetización. Los diversos grados de imanes de acero que se desarrollaron de esta forma en los siglos XVIII y XIX, fueron la única alternativa tecnológica práctica disponible, hasta que se crearon imanes más avanzados en el siglo XX con la aparición de los imanes de **alnico**.
- **Alnico.** Este es el nombre genérico de una familia de imanes permanentes que comenzaron a desarrollarse en la década de 1930 y que recibió esta denominación porque generalmente, además de hierro, estos imanes contienen aluminio, níquel y cobalto como elementos de aleación. Existen diversos grados de alnico dependiendo de la tecnología de fabricación y de las proporciones que guar-

den los elementos mencionados (pueden contener además cobre). Su aspecto es metálico, similar al de un acero, aunque mecánicamente son más frágiles. Cada grado posee propiedades particulares que son de interés para un uso determinado. Estos imanes constituyeron un importante avance respecto a los de acero al carbono al presentar elevados valores de B_r . También son interesantes para su uso industrial por su bajo coeficiente de variación con la temperatura y sus elevada temperatura máxima de funcionamiento que se sitúa en el entorno de los 520 °C. Éste fue el principal material empleado en la composición de los IP hasta la introducción de las ferritas en los años 60. Algunos ejemplos de su composición son:

Alnico 1: 59 % Fe, 21 % Ni, 12 % Al, 5 % Co, 3 % Cu.

Alnico 4: 56 % Fe, 27 % Ni, 12 % Al, 5 % Co.

Alnico 5A: 50 % Fe, 15 % Ni, 8 % Al, 24 % Co, 3 % Cu.

- **Ferritas.** Las ferritas son materiales cerámicos desarrollados en la década de los 50 con formulaciones del tipo $XO \times 6(Fe_2O_3)$ donde X puede ser Ba, Sr o Pb. Presentan un color gris oscuro y son frágiles e inmunes a la corrosión. Tienen menores valores de inducción remanente que el alnico, pero mucha mayor resistencia a la desmagnetización. Respecto del alnico presentan también mayores valores de variación con la temperatura y una temperatura máxima de trabajo cercana a 400 °C.

Además de su mayor fuerza coercitiva, respecto del alnico presentaban la ventaja de un precio muy inferior, así como mayor resistividad eléctrica ρ , lo cual supone menores pérdidas por corrientes parásitas.

- **Imanes de tierras raras.** Normalmente se engloban bajo la denominación de “tierras raras”, también llamados metales especiales, un conjunto de 17 elementos [44], la mayoría de ellos pertenecientes al grupo de los lantánidos –lantano, cerio, praseodimio, neodimio, prometio, samario, europio, gadolinio, terbio, disprosio, holmio, erbio, tulio, iterbio y lutecio–, cuyos números atómicos están comprendidos entre 57 y 71, a los que hay que sumar el escandio y el itrio (números atómicos 21 y 39 respectivamente); si bien, éstos dos últimos no forman parte del grupo de los lantánidos. La figura 2.16 muestra, en fondo azul, la posición de dichos elementos en la tabla periódica. Durante las últimas décadas, y empleando elementos pertenecientes a dicho grupo de elementos, se han desarrollado una serie de compuestos que, empleados como IP logran unir en un único compuesto las mejores características de los elementos anteriores, dando lugar a materiales con elevados valores de flujo remanente y coercitividad.

Los primeros imanes de tierras raras fueron los de **samario-cobalto**. Desarrollados en la década de los 60 y empleados industrialmente a partir de los 70 y que, si bien mejoraban el comportamiento magnético del alnico y las ferritas, tenían el inconveniente de su elevado precio. De cualquier forma, sus

METALES DE TIERRAS RARAS EN LA TABLA PERIODICA

1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> } Metales de Tierras Raras </div>										13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn	
67 Fr	68 Ra	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Uub	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo	
Lantánidos		57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu	
Actínidos		89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr	

Figura 2.16: Posición de los elementos de tierras raras en la tabla periódica.

propiedades magnéticas y su peso, mucho menor, les permitían reemplazar a los compuestos anteriores en aplicaciones como la industria aeronáutica o como factores de miniaturización (por ejemplo en los motores del discman). El samario-cobalto tiene la ventaja de sus elevados valores de B_r y H_c junto con una curva de desmagnetización lineal; presenta asimismo bajos coeficientes de variación con la temperatura y una temperatura máxima de trabajo entre los 300 y los 350 °C.

Posteriormente, en 1984 aparece comercialmente un nuevo compuesto, el llamado **neodimio-hierro-boro**, que supera las propiedades magnéticas del samario-cobalto con un coste mucho menor dado que el neodimio es un elemento mucho más abundante que el samario. El compuesto básico del neodimio-hierro-boro ($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$) presentaba algunos inconvenientes respecto del samario-cobalto, como pueden ser su menor temperatura máxima de operación (en el entorno de los 250 °C), mayores coeficientes de variación con la temperatura, así como, muy baja resistencia a la oxidación. Posteriores ajustes en su composición fueron mejorando algunas de estas características y el uso de recubrimientos metálicos o a base de resinas evita los problemas de corrosión de tal forma que, hoy en día, este compuesto es el más empleado en los IP de uso industrial.

La figura 2.17 muestra una comparativa entre las curvas de desmagnetización de los tipos de imanes comentados. Puede verse cómo, en algunos casos, dicha característica es una recta. Esto significa que el codo de saturación de estos elementos se presenta para valores negativos de B . En estos casos, la recta de retroceso coincide con la

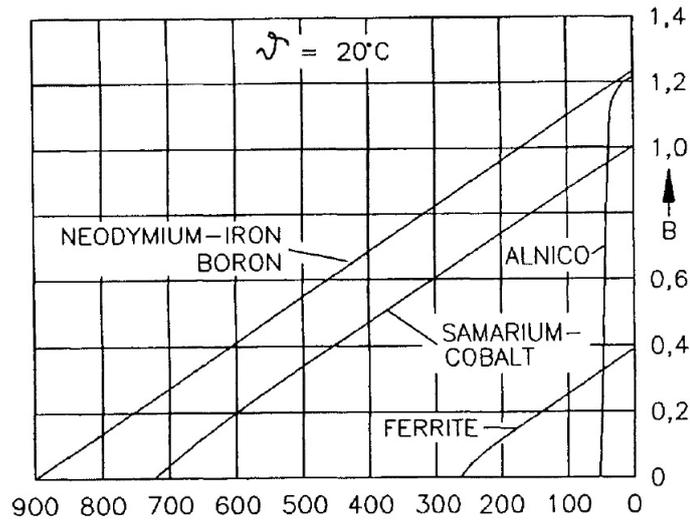


Figura 2.17: Características de imanes a 20° [25].

propia curva de desmagnetización del material, siendo esto una ventaja al reducirse los efectos de desmagnetización.

La tabla 2.2, extraída del catálogo de IMA S.L. muestra algunas de las características fundamentales de los compuestos antes mencionados.

Tabla 2.2: Propiedades de diferentes compuestos empleados como IP.

MATERIAL	Tipo	B _r (T)	Coercitividad (kA/m)		(BH) _{max} (kJ/m ³)	Densidad (g/cm ³)	Temp. Curie (°C)	Temp. Máx. Trabajo (°C)
			H _c	H _{ci}				
ALNICO	LNG-40	1,10-1,22	46-48	—	37-40	7,3	890°	425°
	LNG-44	1,20-1,24	48-52	>48	40-44	7,2-7,3	890°	425°
FERRITA	Y10T	0,2	128-160	218 - 280	6,4-9,6	4,8	450°	250°
	Y30	0,38-0,40	167-215	—	26,3-29,5	4,5-4,9	450°	250°
	Y30BH	0,38-0,40	223-239	—	27,1-30,3	4,5-4,9	450°	250°
Sm-Co	Sm1Co5	0,85-0,9	620-648	>1194	127-143	8,0-8,2	720°	250°
	Sm2Co17	1,0-1,1	653-717	>1194	183-223	8,2-8,4	825°	350°
NEODIMIO	Nd35	1,17-1,21	860-899	>955	263-279	7,4-7,6	310°	80°
	Nd38	1,22-1,26	876-923	>955	287-302	7,4-7,6	310°	80°
	Nd35UH	1,17-1,21	860-907	>1990	263-279	7,4-7,6	350°	180°

Un problema añadido al uso de este tipo de materiales es la de su escasez en la naturaleza. Los elementos que se engloban bajo la denominación de tierras raras, a diferencia de otros elementos más comunes, se encuentran siempre en forma de mineral, mezclados con otros elementos [45] y haciendo que su extracción y produc-

ción sea costosa. Además, la demanda de estos elementos puede ser variable según la evolución tecnológica; si en las décadas de los 70 y 80 el samario fue el elemento crítico dentro de este grupo, en la actualidad lo son el neodimio o el disprosio [46]. Este problema se ve aumentado por el hecho de que el mercado de la extracción y comercialización de dichos elementos se encuentra prácticamente monopolizado por China, país que, dada su posición dominante, puede controlar el precio de los mismos. Así por ejemplo, durante 2010 el gobierno chino decretó una serie de restricciones a las exportaciones de tierras raras [47] que provocaron de inicio un aumento de las compras -con la idea de acumular stocks-, y generando un aumento exponencial de los precios de mercado durante 2011 (véase figura 2.18). Posteriormente, en marzo de 2012, EE.UU., Japón y la propia UE presentaron denuncia ante la Organización mundial del comercio ante estas restricciones.



Figura 2.18: Evolución de los precios de algunos elementos de tierras raras [47].

Esta incertidumbre en los precios y de disponibilidad en los mercados ha hecho que en los últimos años sean muchos los estudios dedicados al análisis de dicho problema, tanto desde el punto de vista geoestratégico [44, 48, 46, 49, 45] o a la búsqueda de posibles soluciones por la vía del reciclado o la sustitución por otros elementos más accesibles [50, 51, 52].

2.3.4 Análisis de circuitos magnéticos con IP

Si situamos un IP en un circuito elemental cerrado por un material magnético ideal (figura 2.19) con μ_r infinita tendremos una densidad de flujo constante en todo el circuito de valor B_r . Para anular dicha densidad de flujo deberíamos aplicar una f.m.m. de sentido contrario y con un valor igual al campo coercitivo H_c del imán.

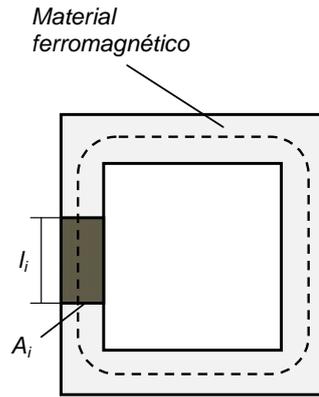


Figura 2.19: Circuito magnético ideal con imán permanente.

Si en dicho circuito aplicamos una resistencia magnética aplicando, por ejemplo, un entrehierro (véase figura 2.20) y suponiendo despreciable el flujo de dispersión, tendremos:

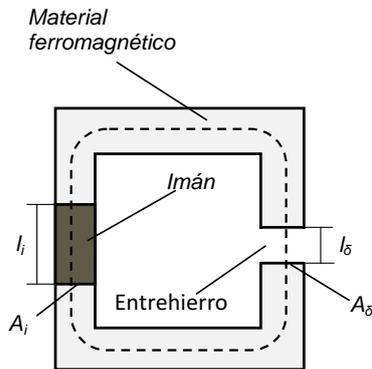


Figura 2.20: Circuito magnético ideal con imán permanente y entrehierro.

$$H_i l_i + H_\delta l_\delta = 0 \quad (2.8)$$

$$\Phi = B_i A_i = B_\delta A_\delta \quad (2.9)$$

donde:

H_i, l_i son los valores de intensidad de campo y longitud del imán;

H_δ, l_δ son la intensidad de campo y longitud del entrehierro;

B_i, A_i son el valor de la inducción y la sección del imán;

B_δ, A_δ son el valor de la inducción y la sección en el entrehierro;

Φ es el flujo magnético establecido en el circuito.

Para el valor de la inducción en el entrehierro se cumplirá:

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} \quad (2.10)$$

Para poder calcular el punto de funcionamiento del imán despejaremos B_i de la ecuación 2.9; por su parte, los valores de H_{δ} y B_{δ} se pueden despejar respectivamente de ecuación 2.8 y ecuación 2.10. Tendremos, por tanto:

$$B_i = \frac{A_{\delta}}{A_i} B_{\delta} = \frac{A_{\delta}}{A_i} \mu_0 H_{\delta} \quad (2.11)$$

$$H_{\delta} = -\frac{l_i}{l_{\delta}} H_i \quad (2.12)$$

$$B_i = -\mu_0 \frac{A_{\delta} l_i}{A_i l_{\delta}} H_i = -\mu_0 CP H_i \quad (2.13)$$

El factor CP que relaciona las secciones y longitudes de imán y entrehierro es el denominado **coeficiente de permeancia** [53]. La representación de la última expresión sería una recta que pasa por el origen y tiene inclinación negativa. El punto de trabajo del imán estará en el punto de intersección de dicha recta con la característica de desmagnetización del imán como se muestra en la figura 2.21.

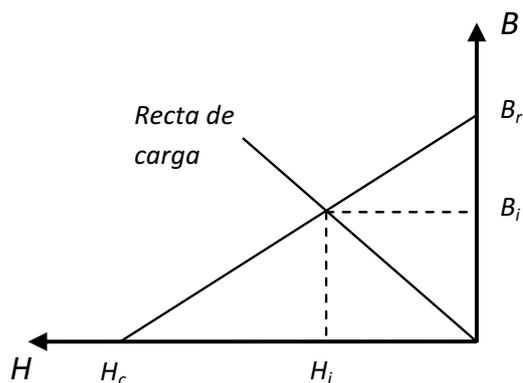


Figura 2.21: Recta de carga y punto de funcionamiento del circuito magnético.

La característica de desmagnetización del imán puede, generalmente, aproximarse a una recta, según la ecuación:

$$B_i = B_r - \frac{B_r}{H_c} H_i = B_r + \mu_0 \mu_r H_i \quad (2.14)$$

Despejando H_i de la ecuación 2.13 tendremos:

$$H_i = -\frac{B_i}{\mu_0 CP} \quad (2.15)$$

Aplicando esto en la ecuación 2.14 tendremos:

$$B_i = B_r + \mu_0 \mu_r H_i = B_r - \frac{\mu_r B_i}{CP} \quad (2.16)$$

$$B_i = B_r \frac{CP}{CP + \mu_r} \quad (2.17)$$

Para calcular la densidad de flujo en el entrehierro, partiendo de la ecuación 2.9 resulta:

$$B_\delta = B_i \frac{A_i}{A_\delta} = B_r \frac{CP}{CP + \mu_r} \frac{A_i}{A_\delta} = B_r \frac{CP}{CP + \mu_r} C_\phi \quad (2.18)$$

siendo C_ϕ el denominado **factor de concentración** [53].

Las dos últimas expresiones permiten hacer una comparación directa entre los valores de inducción que actúan en el entrehierro y el imán en función del factor de concentración.

Si el circuito magnético anterior se complica añadiéndole una f.m.m. como se indica en la figura 2.22. La ecuación 2.8 se convierte en:

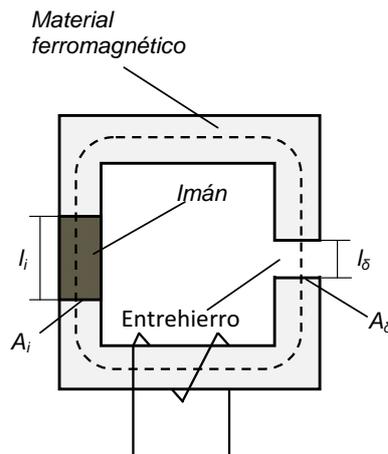


Figura 2.22: Circuito magnético ideal con entrehierro y f.m.m. actuante.

$$H_i l_i + H_\delta l_\delta = F_m \quad (2.19)$$

lo cual transforma la ecuación 2.13 en:

$$B_i = -\mu_0 CP \left(H_i - \frac{F_m}{l_i} \right) \quad (2.20)$$

y por tanto:

$$H_i = -\frac{B_i}{\mu_0 CP} + \frac{F_m}{l_i} \quad (2.21)$$

El efecto, es el de trasladar la recta de carga a lo largo del eje horizontal. Si, como es habitual, admitimos un efecto desmagnetizante de la f.m.m. actuante, el efecto es el de trasladar dicha recta dentro del cuadrante de trabajo del imán, tal y como se muestra en la figura 2.23.

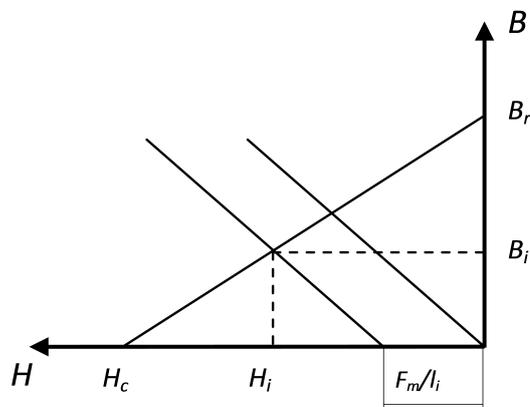


Figura 2.23: Recta de carga de un circuito magnético ideal con entrehierro y f.m.m. actuante.

Siguiendo un planteamiento similar al realizado para el caso anterior, tendremos:

$$B_i = B_r + \mu_0 \mu_r H_i = B_r + \mu_0 \mu_r \left(-\frac{B_i}{\mu_0 CP} + \frac{F_m}{l_i} \right) \quad (2.22)$$

$$B_i + \frac{\mu_r B_r}{CP} = B_r + \frac{\mu_0 \mu_r F_m}{l_i} \quad (2.23)$$

$$B_i \left(1 + \frac{\mu_r}{CP} \right) = B_r + \frac{\mu_0 \mu_r F_m}{l_i} \quad (2.24)$$

$$B_i = \left[B_r + \frac{\mu_0 \mu_r F_m}{l_i} \right] \frac{CP}{CP + \mu_r} \quad (2.25)$$

y, para la inducción en el entrehierro:

$$B_\delta = \left[B_r + \frac{\mu_0 \mu_r F_m}{l_i} \right] \frac{CP}{CP + \mu_r} C_\phi \quad (2.26)$$

2.3.4.1 Aplicación al caso de las máquinas eléctricas

En el caso de los circuitos magnéticos con IP empleados en máquinas eléctricas, lo habitual es que el circuito magnético presente dos entrehierros en su recorrido y, por tanto, se puede considerar que su línea de carga es, tal y como se ha hecho en las figuras anteriores, una recta. Sin embargo, las situaciones anteriormente comentadas se complican debido a que la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos es finita y a que hay un flujo de dispersión. Para tener en cuenta estos fenómenos se

pueden emplear unos coeficientes correctores, denominados coeficiente de dispersión (k_1) y factor de pérdidas (k_2) [54] definidos de la siguiente manera:

$$k_1 = \frac{\text{flujo imán}}{\text{flujo útil}} = \frac{\text{flujo útil} + \text{flujo dispersión}}{\text{flujo útil}} > 1 \quad (2.27)$$

$$k_2 = \frac{F_m \text{ imán}}{F_m \text{ útil}} > 1 \quad (2.28)$$

La aplicación de estos dos factores modifica en parte las ecuaciones anteriores; así, las ecuaciones 2.8 y 2.9, empleadas para el caso del circuito magnético simple con un entrehierro, quedarían:

$$H_i l_i + k_2 H_\delta l_\delta = 0 \quad (2.29)$$

$$\Phi = B_i A_i = k_1 B A_\delta \quad (2.30)$$

la ecuación ecuación 2.13 quedará ahora:

$$B_i = -\mu_0 \frac{k_1 A_\delta l_i}{k_2 A_i l_\delta} H_i = -\mu_0 CP H_i \quad (2.31)$$

con lo que el coeficiente de permeancia tendría por valor:

$$CP = \frac{k_1 A_\delta l_i}{k_2 A_i l_\delta} \quad (2.32)$$

de las ecuación 2.29 y ecuación 2.30 se pueden sacar dos conclusiones útiles para los circuitos magnéticos en máquinas eléctricas:

- la pérdida de f.m.m. debida al núcleo magnético puede ser compensada mediante un aumento en la longitud de los imanes;
- la reducción del flujo útil debido a la dispersión puede compensarse aumentando la sección del imán.

2.3.4.2 Volumen de los imanes

El volumen necesario de los imanes (V_i) en función de la inducción y dimensiones del entrehierro se puede calcular a partir de la siguiente expresión:

$$V_i = A_i l_i = \frac{k_1 B_\delta A_\delta}{B_i} \left(-\frac{k_2 H_\delta l_\delta}{H_i} \right) = k_1 k_2 A_\delta l_\delta \frac{B_\delta^2}{\mu_0} \frac{1}{(-B_i H_i)} \quad (2.33)$$

de la que se desprende que, para unas dimensiones de entrehierro y unos niveles de inducción en el mismo, el volumen de imán necesario es inversamente proporcional al producto ($B_i H_i$) o, lo que es lo mismo, a la energía magnética del imán. Por tanto, para un menor volumen de imán interesa que el punto de funcionamiento del mismo se sitúe sobre el punto de energía magnética máxima $(BH)_{max}$, sin embargo,

en la práctica, esto es difícil de conseguir dado que el efecto desmagnetizante de la reacción de inducido es variable según los estados de carga de la máquina, a lo que se suma la variación en la curva de funcionamiento del imán con las variaciones de temperatura.

2.3.4.3 Desmagnetización de los imanes

Todo imán está sometido a un proceso lento de desmagnetización que se produce de forma natural; sin embargo, en su aplicación en un circuito magnético, sometido a los efectos desmagnetizantes de f.m.m. y condiciones de temperatura elevadas, su desmagnetización puede llegar a ser irreversible.

Si bien en los apartados anteriores se ha considerado la característica de desmagnetización de un imán como una recta, esto no es en realidad así, sino que dicha característica presenta un codo en su parte final, tal y como se ilustra en la figura 2.24.

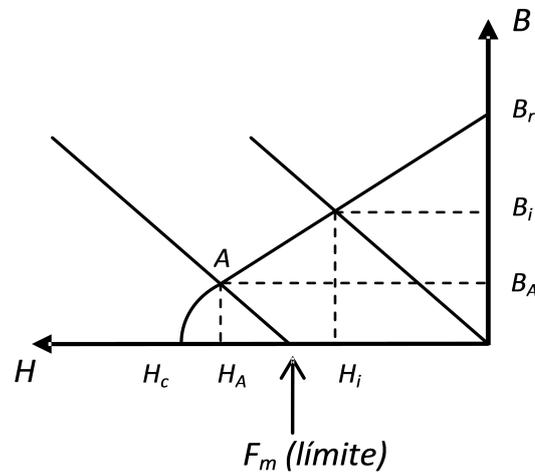


Figura 2.24: Punto máximo de funcionamiento de un imán por desmagnetización.

Como ya se ha comentado, el punto de funcionamiento de un IP sometido a la acción de intensidades de campo H externas se desplaza a través de una trayectoria denominada recta de retroceso. Si el punto de trabajo del imán supera el punto inicial del codo (punto A en la figura), la recta de retroceso será tal que se habrá entrado en un proceso de desmagnetización del imán, esto es, el imán no volverá a tener su valor de densidad de flujo remanente B_r inicial, perdiendo por tanto sus características de funcionamiento.

La condición límite para la desmagnetización se puede considerar como $B_i > B_A$, a partir de la cual se obtiene el valor de la máxima f.m.m. desmagnetizante actuante sobre el imán con la expresión:

$$F_m(\text{límite}) \leq \frac{l_i}{\mu_0 \mu_r} \left(B_A \frac{CP + \mu_r}{CP} - B_r \right) \quad (2.24)$$

2.4 Análisis del funcionamiento de la MSIP

2.4.1 Aplicación de la transformación de Park

Cuando se realiza el estudio de las máquinas síncronas, en general, es habitual emplear la llamada **teoría de las dos reacciones** atribuida al ingeniero y físico francés André-Eugène Blondel de principios del siglo XX. Si bien la aplicación inicial de dicha teoría eran las máquinas síncronas, su aplicación se ha extendido ampliamente al estudio de todo tipo de máquinas eléctricas rotativas, así como, al de las redes de transporte y distribución y los convertidores eléctricos.

La idea principal de esta teoría es la de sustituir los efectos de las f.m.m. debidos a las corrientes trifásicas del estator (sistema abc fijo en el espacio), por los efectos de dos componentes situadas según dos ejes en cuadratura que giran a la misma velocidad que la rueda polar (véase figura 2.25a) o, dicho de otra forma, esta transformación equivale a sustituir los devanados a, b, c de las tres ramas del estator -fijos en el espacio- por dos devanados equivalentes d, q que giran solidarios con el eje (véase figura 2.25b). De esta forma, se consigue que las inductancias, variables en el tiempo según sea la posición de la rueda polar respecto del estator tengan ahora valores constantes.

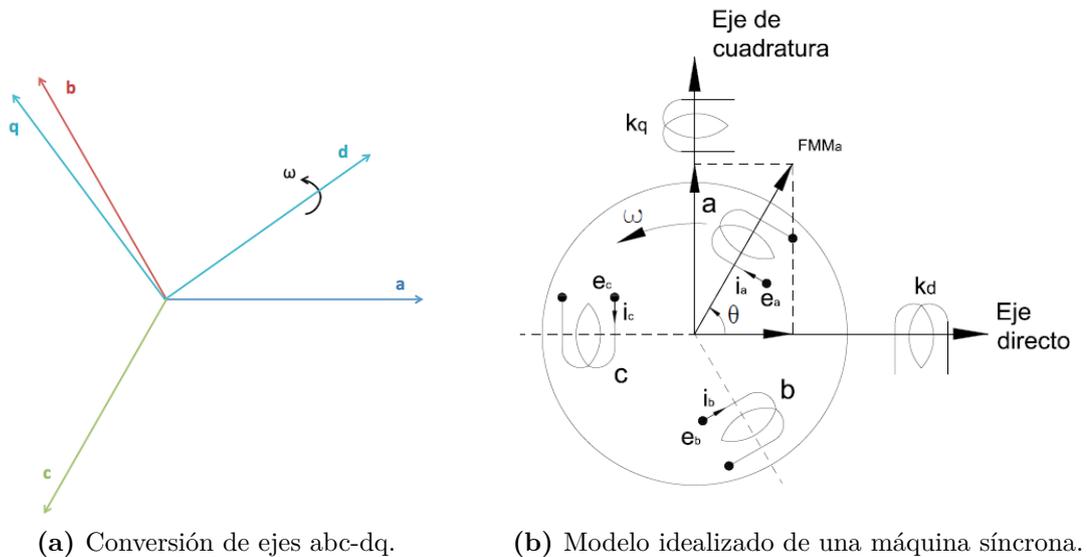


Figura 2.25: Interpretación de la teoría de las dos reacciones.

Para su aplicación a las máquinas síncronas, el primero de estos ejes, el **eje directo o longitudinal** (eje d), se alinea en todo momento con el eje de los polos de la máquina, mientras que el otro, el llamado **eje en cuadratura o transversal** (eje q), se sitúa en el centro de los espacios interpolares. A estas dos componentes se les puede

sumar una tercera componente, cuyo valor es nulo en condiciones estacionarias, dando así lugar al sistema de referencia $dq0$ giratorio.

Para realizar la conversión de un sistema a otro se emplea el cálculo matricial, de tal forma que se cumplan las expresiones:

$$f_{dq0} = A \cdot f_{abc} \quad (2.35)$$

$$f_{abc} = A^{-1} \cdot f_{dq0} \quad (2.36)$$

donde A y A^{-1} son las matrices empleadas para el cambio. Varias son las posibilidades descritas en la literatura para dichas matrices A y A^{-1} , si bien, las expresiones más habitualmente empleadas son las siguientes:

$$A = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}(\theta - 2\pi/3) & -\text{sen}(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & -\text{sen}(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & -\text{sen}(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Esta, es la conocida como **transformada de Park**, por los trabajos del ingeniero americano R. H. Park de principios del siglo pasado [55, 56, 57, 58] basados a su vez en trabajos de otros autores como Alger [59, 60], Doherty y Nickle [61] y por supuesto, del propio Blondel. Las principales hipótesis de este método son [57, 62]:

- no existe saturación en el circuito magnético, de tal manera que es posible aplicar el principio de superposición a las concatenaciones de flujo en el circuito magnético de la máquina;
- existe simetría de los devanados de estator y del circuito magnético respecto de los ejes d y q ;
- la f.m.m. generada por el estator tiene una distribución senoidal de forma que puede descomponerse en dos componentes, igualmente senoidales, respecto de dichos ejes d y q . Dado que la distribución real de las f.m.m. no será senoidal, esta hipótesis implica que en los cálculos se considera únicamente el armónico fundamental de su distribución espacial.

2.4.2 Principios de funcionamiento

Al igual que todas las máquinas síncronas, las MSIP operan a una velocidad constante en sincronía con la frecuencia de red. En algunas ocasiones, estas máquinas llevan una jaula de amortiguación que les facilita el arranque como máquinas asíncronas y mejora su funcionamiento en régimen transitorio. Por tanto, en régimen permanente

su velocidad estará definida por la conocida ecuación de sincronismo:

$$n_s = 60 \cdot f/p \quad (2.39)$$

donde:

n_s es la velocidad de sincronismo en revoluciones por minuto;

f es la frecuencia de red;

p representa el número de pares de polos de la máquina.

Así, si hacemos girar el rotor de la máquina a una determinada velocidad el flujo magnético producido por la presencia de los IP provocará la aparición de una f.e.m. inducida en los devanados del estator de la máquina, cuya frecuencia se relaciona con la velocidad de giro según la ecuación 2.39. En situación de vacío, esto es, sin corrientes circulando por los devanados del estator, el valor eficaz de dicha f.e.m. -producida, por el armónico fundamental de las ondas de f.m.m.-, viene dado por la expresión:

$$E_0 = \pi\sqrt{2} f N k_w \Phi_m \quad (2.40)$$

donde:

k_w es el factor de devanado;

Φ_m es el flujo máximo;

N indica el número de espiras en serie de una fase del devanado.

Si se carga la máquina y comienzan a circular corrientes por el devanado estatórico, estas corrientes crearán un campo magnético de reacción (reacción de inducido) que, siguiendo el conocido teorema de Ferraris gira en idéntico sentido y velocidad que la rueda polar, por tanto, dicho campo de reacción se concatena con el campo principal de los IP, dando lugar a un campo resultante en carga. En estas condiciones, el valor de la f.e.m. inducida en una rama del estator será:

$$E_r = \pi\sqrt{2} f N k_w \Phi_r \quad (2.41)$$

siendo Φ_r el valor del flujo resultante en carga.

Las expresiones anteriores presuponen una evolución senoidal del campo magnético actuante en la máquina. Dado que en realidad esta evolución no será exactamente senoidal, se debe entender que el cálculo se aplica al armónico fundamental de dicho campo magnético.

La figura 2.26 representa la forma de onda de la densidad de flujo en el entrehierro de una máquina de 4 polos para las situaciones de vacío y de carga, donde puede apreciarse el efecto distorsionador de la reacción de inducido. La teoría habitual de las máquinas síncronas convencionales, aplicable en este punto [63], nos dice que dicho efecto tiene un carácter diferente según el tipo de carga que este alimentando la máquina:

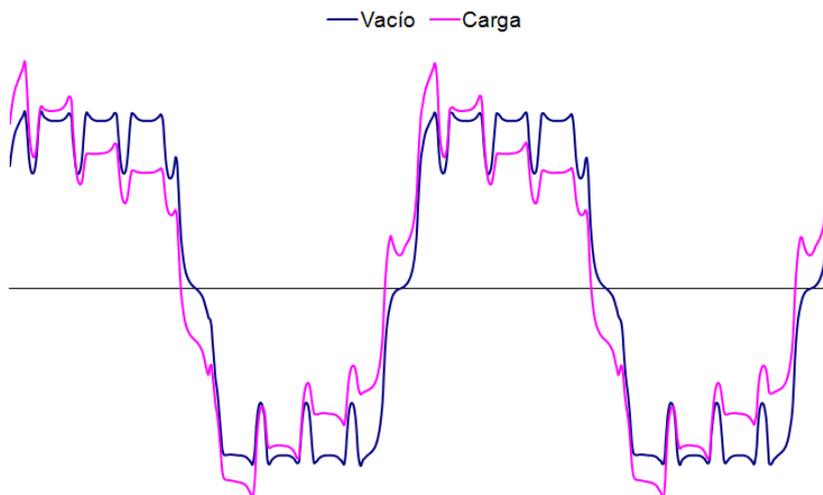


Figura 2.26: Densidad de flujo en el entrehierro de una máquina síncrona de 4 polos.

Cuando la carga es resistiva y prescindiendo de las caídas de tensión que se den en la máquina, podemos considerar que la corriente que circula por el inducido estará en fase con la f.e.m. del mismo. El resultado es que el campo de reacción de inducido se sitúa a 90° eléctricos respecto del campo principal. Se dice entonces que dicho campo de reacción de inducido es transversal (o de eje en cuadratura) teniendo el efecto de disminuir el campo principal en unas zonas y aumentarlo en otras. El efecto neto es el de disminuir el campo resultante en la máquina al pasar ésta, de la situación de vacío a la de carga.

Siguiendo un planteamiento similar, y olvidándonos nuevamente de las posibles caídas de tensión en el estator, cuando la máquina alimenta una carga de carácter puramente inductivo o puramente capacitivo, las corrientes que circulan por el devanado estatórico retrasan o adelantan 90° respecto de la f.e.m.. El resultado es que los campos de reacción se sitúan en una posición longitudinal (o de eje directo) respecto del campo principal, si bien con efectos contrarios respecto de éste, resultando una reacción antagonista y, por tanto, desmagnetizante en el caso de las cargas inductivas y, por el contrario, una reacción con efecto netamente magnetizante para el caso de las cargas capacitivas. Una demostración con un interesante contenido gráfico de esto puede verse en [64].

En general, las cargas presentarán un carácter diferente de los puramente resistivo, inductivo o capacitivo y sus campos de reacción tendrán tanto componentes de eje en cuadratura, debidas a las componentes activas de las corrientes, como de eje directo debidas a sus componentes reactivas; estas últimas serán desmagnetizantes o magnetizantes en función de que la carga sea de tipo resistivo-inductivo (RL) o resistivo capacitivo (RC). En las máquinas convencionales con devanado de excitación, estos efectos de reacción de inducido pueden ser compensados actuando sobre

la intensidad de excitación, cosa que no puede hacerse cuando se trata de MSIP.

En el funcionamiento como motor se alimenta el devanado estático mediante un sistema trifásico de tensiones y corrientes para que éste genere un campo giratorio al cual se enganchará la rueda polar de la máquina girando solidariamente con él. En las máquinas convencionales, al poder controlar la intensidad de excitación, es posible controlar la f.m.m. inductora y, con ella, el factor de potencia que el motor presenta para un mismo valor de par entregado, pudiendo trabajar desde factores de potencia inductivos (máquina subexcitada) a factores de potencia capacitivos (máquina sobreexcitada). Las gráficas que relacionan la corriente absorbida por el estator con la intensidad de excitación son las llamadas curvas en V o curvas de Mordey.

En las máquinas de IP no es posible realizar este control de la f.m.m. inductora debiendo emplearse métodos de control que permitan controlar en todo momento la reacción de inducido.

2.4.3 Ecuaciones fundamentales y diagramas fasoriales

Siguiendo con la comentada teoría de las dos reacciones, la corriente que circula por el estator de la máquina se puede también descomponer en dos componentes correspondientes a cada uno de los ejes antes mencionados de tal forma que:

$$\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q \quad (2.42)$$

Para dibujar los diagramas fasoriales de la máquina es habitual emplear dos sistemas de coordenadas diferentes según se esté estudiando el funcionamiento de la máquina como generador o como motor (véase figura 2.27), invirtiendo 180° los vectores correspondientes a la corriente de inducido I , y sus correspondientes proyecciones sobre los ejes d y q (I_d , I_q) si se encuentran en direcciones opuestas a dichos ejes [25].

Para el uso como generador tendremos, como expresión fundamental:

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + R\underline{I} + jX_d\underline{I}_d + jX_q\underline{I}_q \quad (2.43)$$

siendo X_d y X_q las reactancias síncronas de eje directo y de eje en cuadratura que engloban a la reactancia de dispersión del estator X_σ y a las reactancias de reacción de inducido según los ejes d y q (X_{id} y X_{iq} respectivamente), por tanto:

$$X_d = X_\sigma + X_{id} \quad (2.44)$$

$$X_q = X_\sigma + X_{iq} \quad (2.45)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 2.42 la expresión inicial se transforma en:

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + (R + jX_d)\underline{I}_d + (R + jX_q)\underline{I}_q \quad (2.46)$$

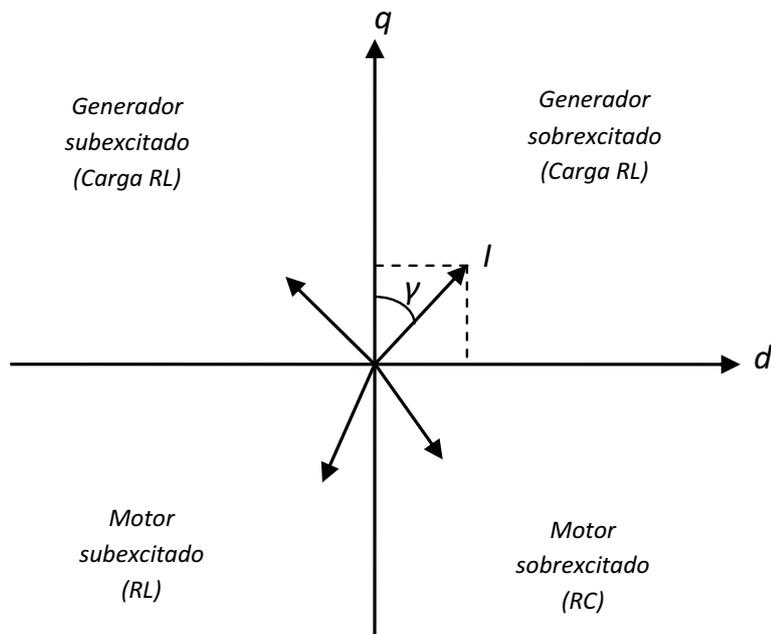


Figura 2.27: Sistemas de coordenadas para el funcionamiento como generador y como motor.

De la misma manera, para el uso como motor tendríamos las expresiones:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + R\underline{I} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q \quad (2.47)$$

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + (R + jX_d) \underline{I}_d + (R + jX_q) \underline{I}_q \quad (2.48)$$

Las ecuaciones anteriores serían de aplicación general para todas las MSIP y, para el caso del funcionamiento como motor darían origen a un diagrama fasorial como el mostrado en la figura 2.28:

Teniendo en cuenta este diagrama, la tensión de entrada U , también puede descomponerse según los ejes d y q de la forma:

$$U = U_d + U_q \quad (2.49)$$

$$U_d = U \operatorname{sen} \delta \quad (2.50)$$

$$U_q = U \operatorname{cos} \delta \quad (2.51)$$

siendo δ el llamado ángulo de carga o ángulo de par. Las ecuaciones anteriores también se pueden reescribir como:

$$U_d = X_q I_q - R I_d \quad (2.52)$$

$$U_q = E_0 + R I_q + X_d I_d \quad (2.53)$$

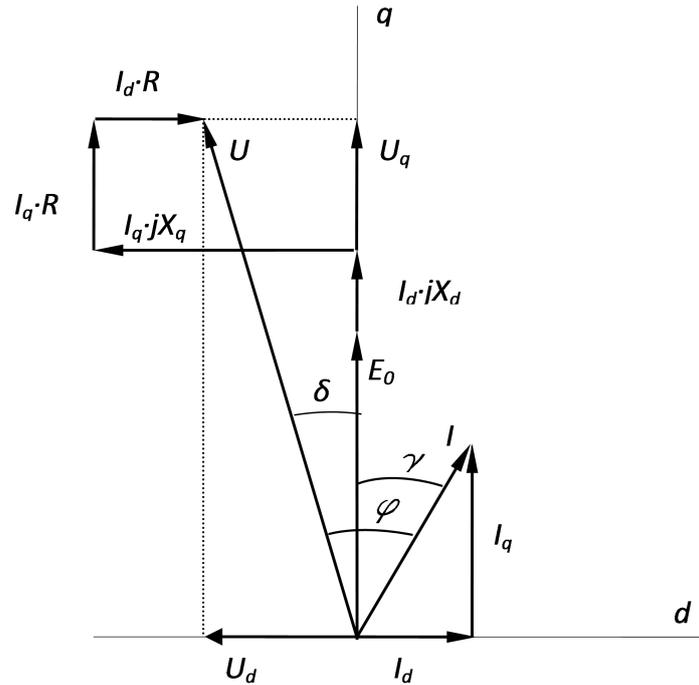


Figura 2.28: Diagrama fasorial de un motor síncrono.

A partir de lo anterior, podríamos llegar a unas expresiones para las componentes de corrientes I_d y I_q , de la forma:

$$I_d = \frac{U(R \operatorname{sen} \delta - X_q \operatorname{cos} \delta) + E_0 X_q}{X_q X_d + R^2} \quad (2.54)$$

$$I_q = \frac{U(R \operatorname{cos} \delta - X_d \operatorname{sen} \delta) - E_0 R}{X_q X_d + R^2} \quad (2.55)$$

Las máquinas estudiadas en esta tesis son del tipo de imanes superficiales; para este tipo de máquinas todo el desarrollo anterior puede simplificarse dado que en ellas, al ser la permeabilidad de los imanes similar a la del aire, los circuitos magnéticos de eje directo y de eje en cuadratura son básicamente idénticos y, con ellos, las dos reactancias X_{id} y X_{iq} . Por tanto, podremos escribir:

$$X_{id} = X_{iq} = X_i \quad (2.56)$$

$$X_d = X_q = X_\sigma + X_i = X_s \quad (2.57)$$

donde X_s es la llamada reactancia síncrona. A partir de las igualdades anteriores, la expresión fundamental para su uso como generador quedaría:

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + R \underline{I} + j X_d \underline{I}_d + j X_q \underline{I}_q = \underline{U} + R \underline{I} + j X_s \underline{I}_d + j X_s \underline{I}_q \quad (2.58)$$

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + R \underline{I} + jX_s (\underline{I}_d + \underline{I}_q) \quad (2.59)$$

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + R \underline{I} + jX_s \underline{I} = \underline{U} + (R + jX_s) \underline{I} \quad (2.60)$$

Actuando de la misma manera, la expresión para el funcionamiento como motor quedará:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + R \underline{I} + jX_s \underline{I} = \underline{E}_0 + (R + jX_s) \underline{I} \quad (2.61)$$

Lo cual permite realizar el diagrama fasorial para el caso del funcionamiento como motor que se muestra en la figura 2.29:

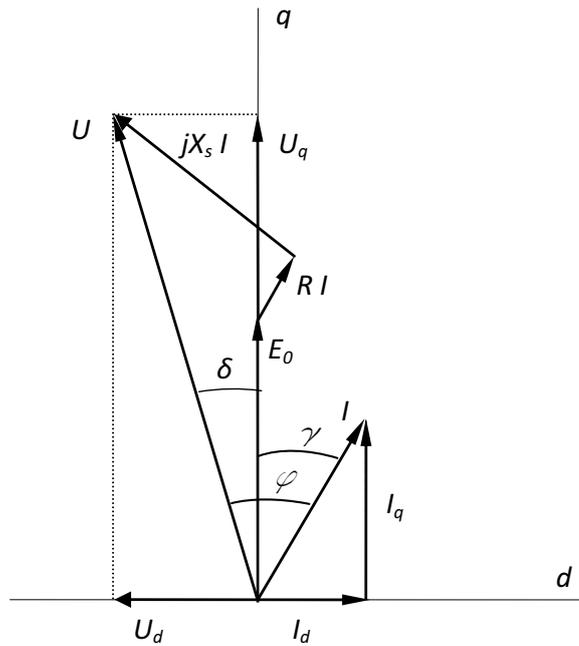


Figura 2.29: Diagrama fasorial de un motor síncrono de imanes superficiales.

Más ejemplos de estos diagramas vectoriales podemos encontrarlos en [25, 65].

2.4.4 Potencia y par en las MSIP

Al igual que en toda máquina eléctrica, la potencia absorbida en una MSIP podremos expresarla de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_1 = 3 U I \cos \varphi \quad (2.62)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 2.48 así como el diagrama fasorial de la figura 2.28, dicha ecuación puede transformarse en:

$$P_1 = 3 \left[E_0 I_q + I_d I_q (X_q - X_d) + R I^2 \right] \quad (2.63)$$

En dicha expresión podemos distinguir dos partes: por un lado, la potencia de pérdidas en el cobre ($3RI^2$) y, por otro, la denominada potencia interna. Dicha expresión, teniendo en cuenta las expresiones de I_d y I_q (ecuación 2.54 y ecuación 2.55) puede reescribirse como:

$$P_1 = \frac{3U}{X_q X_d + R^2} \left[E_0 (X_q \operatorname{sen} \delta - R \operatorname{cos} \delta) + \frac{U}{2} (X_d - X_q) \operatorname{sen} 2\delta + UR \right] \quad (2.64)$$

donde, despreciando el valor de la resistencia tendremos:

$$P_1 = 3 \frac{E_0 U}{X_d} \operatorname{sen} \delta + 3 \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \operatorname{sen} 2\delta \quad (2.65)$$

De la misma manera, la expresión de la potencia interna quedará:

$$P_i = 3(E_0 I_q + I_d I_q (X_q - X_d)) = 3 \left[E_0 I \operatorname{cos} \gamma + \frac{I^2}{2} (X_q - X_d) \operatorname{sen} 2\gamma \right] \quad (2.66)$$

A partir de ella, el par electromagnético quedará:

$$T_i = \frac{3}{\omega} \left[E_0 I \operatorname{cos} \gamma + \frac{I^2}{2} (X_q - X_d) \operatorname{sen} 2\gamma \right] \quad (2.67)$$

Observando estas últimas expresiones de potencia interna y par, podemos ver que ambas son la suma de dos términos. El primero de ellos, que se corresponde con el término ($E_0 I \operatorname{cos} \gamma$) de la ecuación, es el par correspondiente a la interacción entre el campo magnético de los imanes y el campo creado por las corrientes del estator.

La segunda componente de dicho par es debida a las diferentes reluctancias en los ejes directo y en cuadratura y es habitualmente conocido como **par de reluctancia**. Este par tiene dos efectos sobre la máquina:

- incrementar el valor del par generado por la máquina, y
- modificar el valor del ángulo γ para el cual se produce dicho par máximo como se puede ver en la figura 2.30.

El valor del ángulo γ para el cual se consigue un par máximo se obtiene derivando e igualando a cero, dando por resultado:

$$\gamma_{max} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[\frac{\frac{-E_0}{2I(X_q - X_d)} \pm \sqrt{\left(\frac{E_0}{2I(X_q - X_d)} \right)^2 + 2}}{2} \right] \quad (2.68)$$

Igual que ocurría con los diagramas fasoriales, lo anterior puede simplificarse para el caso de máquinas de imanes superficiales dado que en ellas al ser $X_d = X_q = X_s$ las ecuaciones anteriores se simplifican, quedando para la potencia:

$$P_1 = 3 \left[E_0 I_q + I_d I_q (X_q - X_d) + RI^2 \right] = 3 \left(E_0 I_q + RI^2 \right) \quad (2.69)$$

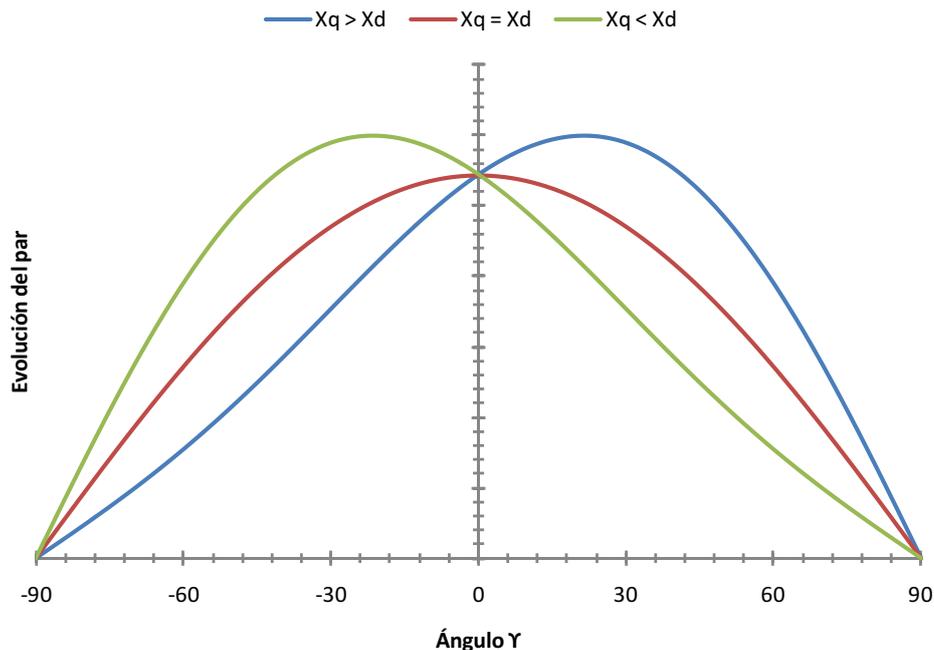


Figura 2.30: Característica par-ángulo γ para MSIP.

o bien, a partir de la ecuación 2.65:

$$P_1 = 3 \frac{E_0 U}{X_d} \text{sen} \delta + 3 \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \text{sen} 2\delta = 3 \frac{E_0 U}{X_s} \text{sen} \delta \quad (2.70)$$

de la misma manera, la potencia electromagnética interna quedará:

$$P_i = 3E_0 I_q = 3E_0 I \cos \gamma \quad (2.71)$$

y el par electromagnético:

$$T_i = \frac{3}{\omega} E_0 I \cos \gamma \quad (2.72)$$

Como se ha visto en la figura 2.30, estas máquinas alcanzaran su par máximo para un valor de $\gamma=0$; lo cual da, para esta situación un diagrama fasorial como el que se muestra en la figura 2.31 en la que puede observarse que en dicha situación, la corriente de la máquina se sitúa totalmente sobre el eje q .

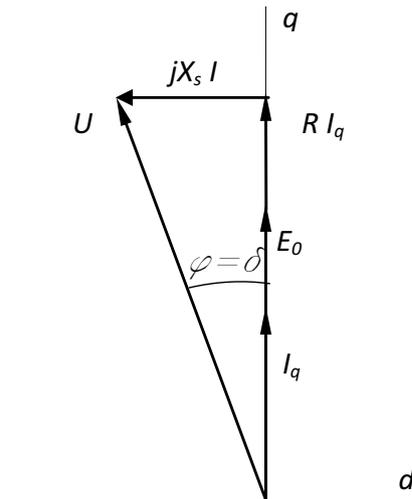


Figura 2.31: Diagrama fasorial de un MSIP de imanes superficiales para la posición de par máximo.

2.5 Análisis de la bibliografía sobre máquinas de imanes permanentes

Si bien las máquinas de IP son conocidas desde hace tiempo, dados los problemas derivados del uso de los compuestos empleados para materializar los imanes, inicialmente se vieron relegadas a aplicaciones de pequeña potencia; su aplicación generalizada en el ámbito industrial en máquinas de potencias importantes se da a partir de las mejoras tecnológicas en el campo de los IP de los años 70 y 80. Es también en esta época cuando comienzan a aparecer las primeras publicaciones que centran su atención en este tipo de máquinas.

Se presenta a continuación una revisión de esta bibliografía dedicada a las máquinas de IP, comenzando por los textos monográficos, ordenados de forma cronológica, y siguiendo por una revisión de literatura científica en forma de artículos de revistas o congresos internacionales y algunas tesis doctorales.

2.5.1 Monografías sobre máquinas de imanes permanentes

Uno de los primeros trabajos dedicados al estudio de las máquinas de IP es el publicado en 1985 por Kenjo y Nagamori [66], la obra está dedicada a máquinas de pequeña potencia de uso en robots industriales, máquinas de control numérico o elementos periféricos del ordenador como impresoras o discos duros. Comienza analizando los principios básicos de toda máquina eléctrica rotativa, para centrarse después en las máquinas de IP, su estructura y composición, así como, la electrónica

de control que las acompaña. La obra destaca también por el abundante contenido gráfico que incluye.

En 1989 y dentro de la misma serie (Monographs in electrical and electronic engineering), T. J. E. Miller publica un libro [67] que, inspirado por la publicación anterior de Kenjo y Nagamori, se centra en las máquinas síncronas de IP, así como, en las máquinas de reluctancia. Con un mayor contenido matemático que el anterior, hace un análisis exhaustivo del funcionamiento de estos tipos de máquinas, así como, de sus circuitos de control, siendo tal vez uno de los primeros libros donde se muestran resultados de cálculo por EF de una de estas máquinas. El libro incorpora también un capítulo dedicado al estudio de los IP y de los circuitos con ellos creados.

Posteriormente, en 1994, este autor junto con J.R. Hendershot, publican un libro [65] dedicado a las máquinas de IP sin escobillas. Si bien, en los primeros capítulos del libro se hace una introducción general en la que se habla de diferentes tipos de máquinas, como las asíncronas o los motores paso a paso, así como, a sus sistemas de control, posteriormente, se centra en el diseño, tanto eléctrico como magnético, de las máquinas de IP sin escobillas, así como, en el comportamiento térmico de las mismas. En la obra se analizan conceptos como el rizado del par y el par de cogging, y la influencia sobre ellos del tipo de devanado elegido (entero o fraccionario). Incorpora también un capítulo dedicado al diseño asistido por ordenador y a su análisis mediante EF.

En 1996 J. F. Gieras junto con M. Wing publican la primera edición de un trabajo que, revisado y mejorado posteriormente en 2002 [25] trata sobre el diseño y las aplicaciones de diferentes tipos de máquinas que emplean la tecnología de los IP ya sean máquinas de c.c. como máquinas síncronas de IP. El libro incluye capítulos dedicados a máquinas de flujo axial, a máquinas de alta densidad de par y a máquinas de constituciones especiales. Asimismo, tiene un interesante capítulo dedicado al estudio de la técnica de elementos finitos como herramienta de análisis.

J. F. Gieras es probablemente el autor con mayor número de publicaciones sobre máquinas de IP. Además de la ya mencionada, también podemos destacar publicaciones como [43] donde se habla de los últimos avances en el campo de las máquinas eléctricas en general, sin ceñirse exclusivamente a las máquinas de IP. En ella, se describen máquinas para aplicaciones especiales, como las máquinas de alta densidad de par, las máquinas para altas velocidades y las máquinas para aplicaciones médicas. De especial interés es el capítulo dedicado a los nuevos materiales empleados en máquinas eléctricas.

También este autor junto con R. J. Wang y M. J. Kamper publican en 2008 el libro [34] dedicado en exclusiva al estudio de los principios, formas constructivas y aplicaciones de las máquinas de IP de flujo axial.

Con anterioridad a los ya mencionados, en concreto en el año 2006, J. F. Gieras publica junto a C. Wang y J. L. Lai el libro [4]. Si bien éste no es un libro específicamente dedicado a las MSIP sino al estudio del ruido y las vibraciones en los motores eléctricos en general, sí que incorpora apartados dedicados al estudio tanto de la

constitución como al estudio del rizado de par y, en concreto, del par de cogging de las MSIP, así como, a la distribución de fuerzas radiales y tangenciales en este tipo de máquinas.

En el año 2010 R. Krishnan publica el libro [68] dedicado principalmente al control de las máquinas de imanes permanentes, ya sean estas máquinas síncronas como máquinas de c.c. sin escobillas. En él se pueden diferenciar tres partes: en la primera trata aspectos fundamentales de las máquinas de imanes permanentes, comenzando por el estudio de los propios imanes y siguiendo por las MSIP, así como, una introducción a los inversores y su control. La segunda parte se centra en el estudio de los dispositivos de control para las MSIP, comenzando por el estudio dinámico del comportamiento de estas máquinas, se analizan en esta parte del libro temas como las diferentes estrategias de control (como pueden ser el control vectorial o el control directo de par), o los diferentes sistemas a implementar para controlar adecuadamente la máquina (control de par, posición, etc). La tercera parte, en forma similar a la segunda, se centra en el control de las máquinas de c.c. sin escobillas. En esta obra es de destacar las abundantes referencias bibliográficas que recoge al final de cada uno de sus capítulos, de manera ordenada por temas.

En cuanto a la bibliografía en castellano sobre este tipo de máquinas, tal vez el único trabajo sea el publicado en 1990 por M. Perez Donsión y M. A. Fernández Ferro [62] donde, tras hacer un análisis de la evolución histórica de este tipo de máquinas, se describen sus métodos de arranque y frenado y se hace un estudio de su comportamiento tanto en régimen transitorio como estacionario donde se incluye un capítulo dedicado a la aplicación de la transformada de Park a los modelos de las MSIP.

2.5.2 Revisión de la literatura sobre el rizado de par y el par de cogging en los motores de imanes permanentes

Como ya se comentó en el capítulo introductorio de esta tesis, el rizado de par y, con él, uno de sus principales componentes, el par de cogging, es uno de los principales problemas y materia de estudio en las máquinas de IP. Conocido desde hace tiempo, esto no significa que el tema tenga en la actualidad un interés menor, y son varios los trabajos surgidos en los últimos tiempos que tratan sobre dicho problema. En muchos casos los trabajos centran su esfuerzo en la reducción de dicho par, analizando su relación con diversos factores del diseño y las dimensiones de la máquina, como pueden ser: emplear un número entero o fraccionario de ranuras por polo, el uso de la técnica de inclinación de los imanes y/o las ranuras del estator, la influencia de las dimensiones de las diferentes partes de la máquina, etc. Por otro lado, otro grupo de trabajos centran su esfuerzo en su reducción mediante métodos basados en el control de los reguladores que gobiernan este tipo de motores.

A continuación se hace una revisión de algunos de los trabajos más significativos relacionados con esta materia. Siguiendo el orden antes mencionado, se comentan

primero los artículos dedicados a los métodos basados en el diseño, tanto de máquinas con devanados distribuidos como de máquinas con devanados concentrados, para pasar después a comentar trabajos sobre métodos basados en el control. Posteriormente se comentan algunos artículos relacionados con el estudio del efecto que las tolerancias del proceso de fabricación tienen sobre la generación de rizado adicional en las MSIP. Finalmente, se analizan diversas tesis doctorales relacionadas con estos temas. En la medida de lo posible, dentro de cada apartado se ha intentado mantener un orden cronológico de los trabajos analizados.

Métodos basados en el diseño

En 1988, Li y Slemon publican un importante artículo [7] dedicado al estudio del par de cogging en máquinas de imanes permanentes. En él, se habla de la inclinación de las ranuras del estator o de los IP como método habitual de reducción del par de cogging, se indica que, dicha inclinación, además de no reducir por completo el par de cogging, introduce dificultad en la fabricación de las máquinas, además, de tener otros posibles efectos perjudiciales. Como principal objetivo, el trabajo pretende demostrar que el par de cogging puede ser reducido hasta niveles aceptables sin necesidad de inclinación, estudiando la relación entre el par de cogging con diversas dimensiones de la maquina, tanto para el caso de máquinas con imanes superficiales como de imanes interiores.

La técnica de inclinar las ranuras del estator o los propios imanes del rotor es, probablemente, la más extendida como técnica de diseño encaminado a la reducción del par de cogging y el rizado de par en MSIP y a su estudio se han dedicado numerosos trabajos. Así por ejemplo, está el trabajo [69] de 1989 donde los autores, J. De La Ree y N. Boules analizan las causas del rizado de par en motores síncronos de IP alimentados por convertidores de onda cuadrada; además del par de cogging, los autores identifican como causante del rizado de par de las máquinas a lo que ellos llaman par de conmutación, resultado de la interacción entre las corrientes del estator y los IP. Los autores proponen un método analítico para predecir ambas causas del rizado, válido tanto en motores con imanes interiores como superficiales, en el que analizan el efecto de dar diferentes ángulos de inclinación a las ranuras del estator. Igualmente, los trabajos [70, 71] de los años 1991 y 1997, estudian el efecto de la inclinación de ranuras o imanes sobre el par de cogging, la f.e.m. o las fuerzas radiales de las MSIP.

Haciendo referencia a trabajos más recientes que los anteriores, podríamos citar el trabajo [72] de 2007, donde los autores analizan el efecto de inclinar los imanes del rotor en varias máquinas de imanes superficiales. La inclinación de los imanes se hace en tres pasos, proponiéndose esto como una buena relación entre la complejidad de fabricación y el adecuado funcionamiento de la máquina. Los autores estudian máquinas con diferentes relaciones entre el número de polos y el número de ranuras, así como, con diferentes formas en los imanes. Además del par de cogging, se analizan también las formas de onda de las f.e.m. generadas y sus armónicos, estudiando la relación entre dichos armónicos y el par de cogging calculado.

En [73], del año 2012, los autores analizan el efecto de la inclinación en dos máquinas de imanes interiores con devanados enteros y fraccionarios. Estudian tanto rizado de par como los armónicos de la f.e.m. y los esfuerzos radiales causantes de ruido y vibración en este tipo de máquinas. Como novedad, presentan un método de cálculo para estudiar máquinas con inclinación de rotor o estator; en él, analizan el giro del rotor en un ángulo igual al correspondiente a la inclinación de la máquina pero bajo el supuesto de que la máquina no está inclinada, pudiendo emplear así un análisis en 2D, más sencillo y rápido, extrapolando luego los resultados a la máquina real con inclinación de rotor o estator.

La influencia de diversos parámetros de diseño de la máquina de IP sobre el par de cogging y el rizado de par de la misma ha sido tema de estudio en gran número de publicaciones; especial interés tiene el estudio de las diferentes combinaciones entre el número de polos y ranuras del estator. Así, podríamos nombrar [13, 14] donde se analiza el efecto sobre el par de cogging y el rizado de par de diversas combinaciones de número de polos y ranuras, así como, el efecto de introducir la inclinación de los imanes en un número diferente de pasos; [3] donde los autores empleando el MEF analizan máquinas con diferentes combinaciones de ranuras y número de polos, estudiando los armónicos presentes en la f.e.m. de la máquina y su relación con el rizado de par de la misma; [15] donde se analiza el efecto sobre el rizado de par de diversos parámetros de la geometría de la máquina como son la anchura del imán, la apertura de la ranura del estator o la anchura del diente; asimismo, los autores analizan la influencia del tipo de chapa magnética empleada. Los resultados teóricos obtenidos mediante MEF son contrastados mediante cuatro prototipos de motores, todos con una combinación de 27 ranuras y 6 polos y con inclinación de los imanes como método de reducción del par de cogging, realizándose dicha inclinación tanto de manera continua como en dos saltos.

También son varios los trabajos dedicados a estudiar técnicas alternativas a inclinar el rotor o el estator como forma de reducir el par de cogging y, por tanto, el rizado de par de la máquina. Dentro de este grupo podríamos destacar los trabajos [9, 1]. En ellos los autores, además de describir los principios de generación del par de cogging, su número de ciclos y la forma de analizarlo usando el MEF, estudian diversas técnicas empleadas en su reducción como pueden ser, la introducción de muescas adicionales en los dientes del estator, el estudio del ángulo más adecuado a ocupar por los imanes, o el desplazamiento de los imanes de sus posiciones simétricas habituales. Todo ello empleando máquinas de imanes superficiales. Trabajos similares, pero dedicados a máquinas de imanes interiores, son [74, 75].

En cuanto a trabajos dedicados al estudio en concreto de técnicas alternativas a la inclinación, podríamos nombrar [7, 76, 77, 78, 79, 80] donde los autores estudian el efecto de desplazar los imanes de sus posiciones simétricas habituales tanto para máquinas de imanes interiores, como en máquinas de imanes superficiales. En general, en estos artículos los autores, tras definir las causas y problemas asociados al par de cogging y realizar un estudio teórico del mismo, analizan el método del desplazamiento de los imanes y estudian la manera de determinar los ángulos más

efectivos para dicho desplazamiento, diferenciándose entre máquinas con devanados enteros y fraccionarios a la hora de realizar el cálculo; la validación de resultados se realiza mediante modelos en EF. En estos trabajos no se estudia una aplicación concreta de los motores analizados ni se realiza una validación más completa mediante prototipos. Como diferencia, en [81] los autores estudian la aplicación de esta técnica a motores lineales de imanes permanentes.

Otros métodos alternativos pueden ser el uso de diferentes anchuras y formas en los dientes del estator, así como, la inserción de dientes o muescas adicionales en la geometría de rotor o estator descritos en [82, 83, 84, 85].

Especial relevancia en el estudio de estos temas, rizado de par y par de cogging de las MSIP, tienen los trabajos de Z. Q. Zhu y D. Howe juntos o con otros autores. Así, en 1992 presentan dos trabajos juntos; en el primero de ellos [86] analizan la calidad del mallado de un modelo realizado en EF sobre el cálculo del par de cogging; para ello los autores utilizan un modelo que analiza el ángulo ocupado por un único polo de una máquina de IP empleando cinco diferentes mallados con diferentes densidades en las diferentes zonas del modelo. En el segundo trabajo [87] presentan un método analítico que, asumiendo una serie de hipótesis de simplificación, permite hacer una estimación del par de cogging en máquinas de flujo radial; la validación de los resultados de dicho método se hace por comparación con resultados obtenidos mediante EF.

También de los mismos autores es de interés el trabajo [8] del año 2000 en el cual se analizan diversos parámetros de diseño de la máquina sobre el par de cogging. En este trabajo se analizan elementos como el ángulo óptimo ocupado por los imanes o el efecto de la apertura de las ranuras; pero además, se hace un interesante estudio de la combinación entre el número de polos y el número de ranuras del estator y su influencia sobre el par de cogging, presentándose un factor para valorar la bondad de dicha relación. Asimismo, se analiza el ángulo más efectivo de la inclinación de ranuras o imanes cuando éste es el método de reducción del cogging adoptado.

Estos mismos autores presentan en 2006 los trabajos [10, 88] junto con Y. Chen, y S. Ruangsinchaiwanich. En ellos, los autores proponen, empleando técnicas de superposición, métodos para sintetizar la evolución del par de cogging en máquinas con devanados fraccionarios bien a partir del estudio de una única ranura, bien a partir del efecto de un único imán.

Los trabajos anteriores se refieren todos a máquinas de flujo radial, sin embargo, estos problemas no son exclusivos de ellas produciéndose efectos similares en las máquinas de flujo axial. Así, en [11] los autores estudian el efecto de modificar la forma de los imanes o la geometría del estator sobre el par de cogging de una máquina de flujo axial empleando para ello el MEF mediante modelos en 3D. Igualmente, en [89, 90] se analizan mediante EF el comportamiento en vacío y en carga de dos MSIP de flujo axial que usan devanados fraccionarios como forma de reducir el par de cogging y el rizado de par de las máquinas.

En los últimos años ha tomado especial relevancia el estudio de las MSIP que emplean devanados concentrados de paso fraccionario, en los cuales el número de ranuras por polo y fase (q) es menor que 1 y el paso de bobina (Y_Q) es igual a 1; estos devanados se realizan sin cruzamiento de las cabezas bobina, pudiéndose realizar en doble o simple capa, son conocidos también como devanados de diente dado que los costados activos de sus bobinas se encuentran situados en ranuras contiguas abrazando por tanto a un único diente del estator.

Dentro de las publicaciones dedicadas a este tipo de máquinas se pueden citar trabajos como [91], del año 2002, donde los autores analizan diversas estructuras para este tipo de máquinas, todas ellas trifásicas, comenzando con máquinas con una distribución regular de las ranuras a lo largo del estator, para pasar después a analizar máquinas con distribuciones originales en las cuales las ranuras se reparten de forma irregular alrededor del estator, dando lugar a dientes de anchuras diferentes; este trabajo se centra en estudiar los diferentes componentes del par generado, incluido el par de cogging, así como, la mejor disposición para las bobinas en este tipo de máquinas.

Igualmente son interesantes para el conocimiento de este tipo de máquinas los trabajos [92, 93] de F. Libert y J. Soulard de los años 2004 y 2006; en el primero de los artículos las autoras hacen un estudio de diferentes combinaciones entre el número de ranuras y polos y sus efectos sobre el contenido armónico de la f.e.m., el rizado de par o el ruido magnético de las máquinas, en el segundo, se centran en el estudio de los diferentes métodos para fabricar el estator en este tipo de máquinas, desde los más clásicos en los que el estator se forma por apilamiento de un conjunto de chapas, hasta métodos más novedosos con estatores formados a base de láminas en espiral o los realizados a base de los denominados SMC (Soft Magnetic Composites).

Especial interés tiene el trabajo [94] de 2010, donde el A. M. El-Refaie hace un completo estudio de este tipo de máquinas en términos de oportunidades y desafíos. Así, el autor toca tanto aspectos de su teoría y diseño -como pueden ser la capacidad de este tipo de máquinas para lograr altas densidades de par, sus problemas de rizado de par y vibraciones, la comparación de los devanados en doble y simple capa, el estudio de las pérdidas en el rotor, o el estudio de configuraciones especiales, como pueden ser las máquinas de flujo axial o las máquinas tubulares-, como de su uso en diversas aplicaciones industriales, así se presentan ejemplos de este tipo de máquinas en usos de automoción, electrodomésticos o, incluso, como máquinas de propulsión en barcos. El artículo incorpora además una amplia revisión bibliográfica con 106 referencias.

Métodos basados en el control

Como ya se ha comentado en el capítulo de introducción de esta tesis, el rizado de par de una MSIP también puede ser reducido a través de los reguladores que controlan el funcionamiento de estas máquinas. Dentro de los trabajos dedicados al estudio de estos métodos, podemos indicar los artículos [17, 18, 19].

En [17], del año 2004, W. Qian, S. K. Panda y J. X. Xu , tras identificar los diferentes elementos causantes del rizado de par y las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la máquina, proponen un método iterativo a aplicar sobre el bucle de control de par de la misma con el objetivo de eliminar las vibraciones periódicas del par; el método es útil con la máquina trabajando en régimen permanente, siendo anulado en los periodos transitorios como el de arranque.

En [18] del año 2006, Z. Q. Zhu, D. Howe e Y. Liu, buscan compensar exclusivamente los efectos del par de cogging a través de la técnica del Control Directo de Par (DTC por sus siglas en inglés) empleada para la regulación de la máquina; los autores tratan el par de cogging, previamente calculado, como un par exterior adicional al par resistente y sus efectos cíclicos son tenidos en cuenta por el sistema de control; los resultados son contrastados empleando una máquina de 10 polos y 12 ranuras.

En [19], del año 2008, los autores, Y. Abdel-Rady, I. Mohamed y E. F. El-Saadany, presentan un método de control por corriente que pretende disminuir los efectos de las incertidumbres que se presentan en el control de par/velocidad de la máquina debida a efectos como las variaciones de los parámetros de la máquina (resistencias, inductancias, etc...) con los diferentes estados de funcionamiento o a los errores inevitables en las mediciones realizadas por el sistema de control.

Tolerancias de fabricación

En los últimos años los efectos que las tolerancias del proceso de fabricación pueden tener sobre el comportamiento de la máquina y, en concreto, sobre su par de cogging, están siendo un interesante campo de trabajo y a ello se han dedicado un buen número de publicaciones.

En [20], del año 2009, los autores estudian los componentes adicionales del par de cogging de un MSIP debido a las tolerancias de producción. Empleando modelos en EF de un motor de 6 polos y 27 ranuras en configuración de imanes superficiales, identifican lo que ellos denominan componentes “nativos” del par de cogging, que aparecen de forma natural debido al diseño de la máquina, de los componentes adicionales debido a las imperfecciones de fabricación. Para ello, los autores emplean un modelo paramétrico en EF que les permite realizar el cálculo del par de cogging introduciendo imperfecciones tanto en la geometría de las chapas magnéticas de rotor o estator, en la forma de los imanes o en las posiciones angulares de los mismos; la diferencia con el par de cogging calculado para un modelo ideal permite identificar los efectos de las imperfecciones de fabricación.

En [21], del año 2012, se analizan los efectos de errores en la magnetización de los imanes sobre el par de cogging y el rizado de par de MSIP con imanes interiores; en concreto, se estudia los efectos de desviaciones sobre los valores teóricos de la densidad de flujo remanente. Tomando como base dos motores con diferentes combinaciones de ranuras y pares de polos, los autores analizan los efectos de tener imanes (uno o varios) con una reducción del 10% sobre el valor teórico de B_r . Dado que esto significaría una gran cantidad de posibles combinaciones en cuanto al número

y posición de los imanes defectuosos y, por tanto, un gasto importante de tiempo si se realizan cálculos mediante EF, los autores plantean un método que, combinando el cálculo analítico con las simulaciones mediante EF permite estimar los efectos de dichas posibles combinaciones reduciendo el tiempo de cálculo requerido.

Otro de los elementos a tener en cuenta en cuanto a la generación de rizado de par es el contenido armónico de la f.e.m. de un MSIP. Por ello, en [22], los autores analizan los efectos de diversos errores, que afectan tanto a las propiedades físicas de los IP como a su geometría y posicionamiento, sobre dicho contenido armónico. Aplicando para ello dos modelos analíticos diferentes, los autores buscan determinar la relación entre las diferentes causas de error con armónicos de bajas y altas frecuencias. Los resultados son validados empleando motores tomados directamente de una línea de producción. Los resultados pueden ser aplicados tanto al control de calidad, como a la optimización de diseños de cara a que estos sean menos sensibles a las tolerancias de fabricación.

En [23, 24], ambos de 2014, se introduce el concepto de “diseño robusto”, ya empleado en otros campos para optimizar el diseño de diversos tipos de máquinas. Basado en técnicas de ingeniería de calidad introducidas por Genidi Taguchi en la década de los 50, este método no pretende evitar las tolerancias de fabricación, pues ello redundaría en un incremento del coste de producción del producto final, sino conocer el efecto que las desviaciones lógicas en las dimensiones o propiedades físicas de los materiales utilizados pueden tener sobre el funcionamiento final. De esta forma, el diseño puede optimizarse para que la influencia de dichas variaciones sea mínima, reduciéndose así el índice de rechazos en las unidades fabricadas. En estos artículos, los autores analizan los efectos que sobre el par de cogging y el contenido armónico de la f.e.m. pueden tener variaciones en la apertura de la ranura, el radio del rotor, el grosor y características de los imanes, etc., a fin de ajustar el diseño original y hacerlo menos sensible ante dichas variaciones.

Tesis doctorales

En cuanto a tesis doctorales que aborden el estudio de aspectos relacionados con el par de cogging y el rizado de par en las MSIP, podríamos citar la tesis defendida en 2004 por D. Zarko [95] que se centra en el diseño óptimo de motores de imanes permanentes con un especial énfasis en reducir las pulsaciones de par. El autor hace un exhaustivo estudio teórico inicial sobre el cálculo de diversos parámetros de la máquina, con especial atención al par de cogging, el par electromagnético y la f.e.m., para a partir de él, hacer una optimización de los parámetros de diseño en motores de imanes tanto superficiales como interiores. Para validar su metodología se realizan dos motores, uno de 5 kW e imanes superficiales y otro de 1,65 kW de imanes interiores.

Igualmente en 2004 Pia Salminen [96] defiende su tesis doctoral cuyo principal objetivo es el diseño de una MSIP de 45 kW para aplicaciones de baja velocidad. La autora compara diferentes configuraciones de motores, con imanes tanto superficiales como interiores en disposición radial y en V, poniendo un especial cuidado en

el estudio del par de cogging y el rizado de par de las máquinas a cuyo análisis y comparación dedica un amplio espacio. Los resultados obtenidos a partir de cálculo mediante el MEF son finalmente validados mediante un prototipo de máquina de 10 polos y 12 ranuras e imanes interiores en V.

En 2005 A. M. El-Refaie presenta su tesis doctoral [97] dedicada al estudio de las MSIP para aplicaciones de alta velocidad. En ella el autor hace un amplio estudio de estas máquinas, tanto en configuraciones de imanes interiores como superficiales. Para el primer grupo de máquinas, las máquinas de imanes interiores, introduce el uso de un nuevo tipo de material magnético capaz de modificar su permeabilidad mediante tratamiento térmico (lo que él denomina “Bi-state Soft Magnetic Material”) para configurar el circuito magnético de la máquina. Para el segundo grupo de máquinas, las máquinas de imanes superficiales, realiza un intenso estudio del empleo de devanados concentrados de paso fraccionario. Para ambos tipos estudia su aplicación en máquinas destinadas a trabajar como motor de arranque y alternador en automóviles, presentando una comparación entre máquinas de imanes interiores y superficiales equipadas con devanados tanto concentrados como distribuidos; comparación que incluye factores como las f.e.m., el rizado de par o las pérdidas magnéticas de dichas máquinas.

En 2013, M. Thiele defiende su tesis [98] donde el autor hace un análisis de las componentes adicionales del par de cogging debidas a los inevitables defectos de fabricación tanto en el rotor como en el estator de MSIP, en su caso, máquinas de flujo axial. Empleando el análisis mediante el MEF el autor propone un método para simular diversos errores de fabricación como pueden ser excentricidades o desalineamientos y su repercusión sobre el par de cogging de la máquina; analizando las frecuencias de dicho par, el autor separa las aportaciones debidas a rotor y estator. Para validar los resultados se emplean un conjunto de 10 rotores y 10 estatores y sus posibles combinaciones son ensayadas.

Como ejemplo del estudio de par de cogging en dispositivos de aplicación muy concreta, estaría la tesis presentada por W. Van en 2013 [99] en la cual el autor presenta un método para compensar mediante el control, el par de cogging presente en una máquina de imanes permanentes empleada para aplicaciones robóticas de percepción táctil (háptica) donde la precisión en el posicionamiento es extrema.

En cuanto a tesis en castellano, comentar la tesis defendida por A. Iraolagoitia en 2014 [100] en la cual, la autora hace un análisis mediante el MEF del comportamiento electromagnético de diversas combinaciones de rotor y estator para MSIP que incluye el par electromagnético, el par de cogging y las fuerzas radiales que operan en la máquina. La autora introduce los conceptos de factor de rizado y factor de cogging como elementos de comparación del comportamiento de las diferentes máquinas. En la tesis, se hace un exhaustivo estudio sobre los factores a considerar a la hora de elegir la combinación adecuada de número de polos y ranuras en máquinas para aplicaciones de baja velocidad, en concreto, máquinas para equipos de elevación. Esta tesis tiene continuación con la presentada en 2015 por P. Fernandez [101] en la

que el autor analiza los problemas de ruido magnético presentes en estas máquinas, empleando para ello un indicador que permite la comparación entre distribuciones de fuerzas radiales que presentan entre sí armónicos de distinto orden.

También de 2015 es la tesis presentada por V. Simón Sempere [102] en la cual el autor propone un método para el diseño de máquinas de IP que, basado en el principio de integral de convolución como herramienta matemática aplicado exclusivamente a los parámetros del entrehierro de la máquina, persigue optimizar el diseño de la misma en función de la respuesta deseada en cuanto f.e.m. y rizado de par. En la tesis, y después de introducir los principios de convolución y su aplicación al modelado de la f.e.m., el par electromagnético y el par de cogging de una máquina de IP, propone una serie de modificaciones respecto de la geometría inicial de una máquina que persiguen mejorar su comportamiento. Los resultados se validan mediante prototipos y se estudia también el efecto que las tolerancias de fabricación tienen sobre dichos modelos.

2.6 Conclusiones

En este capítulo se han descrito los principales aspectos constructivos de las MSIP, así como, de los compuestos empleados para realizar el elemento principal de estas máquinas -los IP-, y de los circuitos magnéticos donde los IP son empleados.

Se ha realizado además un análisis de su funcionamiento, presentando sus principios básicos, así como, las ecuaciones fundamentales y diagramas fasoriales que explican su comportamiento.

También se ha presentado una revisión de algunas de las publicaciones más representativas sobre este tipo de máquinas, donde se han diferenciado las monografías que hablan de las MSIP en general, de aquellos trabajos que se centran en el rizado de par y uno de sus componentes principales -el par de cogging-, sus causas, efectos, así como, posibles métodos empleados para su reducción, distinguiendo entre los métodos basados en el diseño y los métodos basados en el control. Se han analizado, asimismo, artículos relativos a los efectos de las tolerancias de fabricación y tesis doctorales relacionadas con estos temas.

Como conclusión se puede decir que el rizado de par y, con él, el par de cogging de las MSIP, a pesar de ser conocido y tratado desde hace tiempo, sigue siendo un tema de interés actual, a juzgar por el número de publicaciones que a ello se dedican. Sin duda alguna, el motivo principal de este interés es que los actuales procesos productivos necesitan cada vez mayores niveles de precisión para poder alcanzar los estándares de calidad exigidos.

La mayoría de las publicaciones analizadas hacen un estudio genérico del problema del rizado de par, sin centrarse en una aplicación concreta y, en muchas ocasiones, realizando una validación mediante cálculo por EF o por métodos analíticos de los diseños planteados, sin presentar resultados basados en prototipos reales.

Las máquinas objeto de estudio en esta tesis tienen están destinadas al accionamiento de los dispositivos de avance y posicionamiento de MH, aplicación concreta para la cual no se ha encontrado ninguna publicación específica.

Si bien en la información que facilitan los fabricantes de MH sobre la configuración de los motores empleados es limitada, es sabido que, generalmente, para este tipo de aplicaciones, donde la potencia de las máquinas es relativamente baja, es habitual que se recurra a diseños de MSIP con imanes superficiales, más sencillos de producir que los de imanes interiores, recurriendo a la inclinación de rotor o estator como método para reducir el par de cogging y el rizado de par de la máquina.

Por ello, en esta tesis se propone estudiar con detalle los motores empleados en dicha aplicación, con la idea de plantear diseños alternativos a los habitualmente utilizados que permitan mejorar tanto su funcionamiento final, reduciendo los problemas derivados del rizado de par, como su proceso de producción, alcanzando diseños más sencillos y que reduzcan los problemas en el comportamiento final de las unidades fabricadas derivados de las variabilidades del proceso productivo.

Pensamos que, dado que la MH es un sector de capital importancia para la industria de Gipuzkoa, este trabajo de tesis puede tener interés y ser de aplicación directa para los fabricantes de este tipo de maquinaria, y esperamos que esto, pueda significar una mejora competitiva para sus productos.

4 Análisis de los modelos realizados mediante elementos finitos

En este capítulo se describe la metodología empleada para realizar el estudio del comportamiento electromagnético de los motores analizados.

Primeramente se hace una breve introducción al MEF, comentando los principios básicos del desarrollo matemático del mismo. Una parte importante del capítulo está dedicado a describir el proceso de creación de modelos mediante el software FLUX para, después, indicar algunos de los datos relevantes de los diferentes modelos realizados.

En los apartados finales se trata sobre la forma de programar las simulaciones realizadas del proceso que el software emplea para obtener los resultados del par y la f.e.m.

4.1 Introducción histórica

Hoy en día, el método de los elementos finitos (MEF o FEA por sus siglas en inglés) es ampliamente empleado para realizar cálculos complejos en disciplinas como el análisis de estructuras, la mecánica de fluidos o el análisis térmico de diversos dispositivos. En [105] se sitúa el comienzo de la aplicación de lo que se puede entender como MEF en la década de los 50 en el marco de la industria aeronáutica, con los trabajos de Turner, Clough, Martin y Topp por un lado (1956) y de Argyris y Kelsey por otro (1960). Es en la década de los 60 cuando aparecen los primeros programas de ordenador dedicados a este cálculo, destacando en software NASTRAN desarrollado por la NASA. Sin embargo, la idea original de dividir un problema continuo en pequeñas partes triangulares se le atribuye al matemático R. Courant en 1943.

Es también a finales de la década de los 60 cuando se empieza a usar este método para el cálculo de transformadores y máquinas eléctricas rotativas. A modo de ejemplo de aquellos primeros trabajos, podemos destacar los realizados por P. Silvester y M. V. K. Chari [106, 107] de los años 1970/71 donde los autores además de presentar el planteamiento matemático para la resolución de problemas de campo magnético con saturación, aplican el método, con modelos en 2D, al cálculo de un transformador y un turboalternador. Más adelante, en 1981, estos autores en compañía de otros investigadores, publican el artículo [108] dedicado a la aplicación del MEF al cálculo de máquinas eléctricas en 3D.

4.2 Principios básicos del método de los elementos finitos

El MEF es un método numérico destinado a resolver mediante ecuaciones matriciales las ecuaciones diferenciales que se plantean en sistemas continuos; el MEF se basa en la discretización de sistemas de naturaleza continua. Los pasos básicos a la hora de plantear un problema son:

- el sistema que se quiere analizar es dividido en regiones, que serían las diferentes partes que componen un sistema complejo y que presentan unas propiedades comunes respecto del tipo de problema a analizar;
- estas regiones son divididas a su vez en un número finito de partes más pequeñas, denominadas elementos, en un proceso denominado mallado. Suponiendo el caso del análisis en 2D estos elementos tendrán forma triangular o rectangular;
- sobre los puntos que definen la frontera de los elementos -nodos en la terminología del MEF-, se aplican las ecuaciones que definen las propiedades de los materiales, según el tipo de problema a resolver. La figura figura 4.1 muestra un detalle de uno de esos elementos de forma triangular, definido por los nodos 1, 2 y 3.

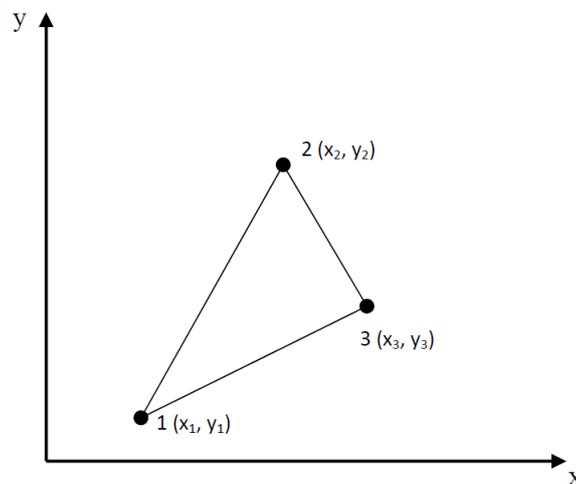


Figura 4.1: Detalle de un elemento de forma triangular.

Una vez planteadas y resueltas las ecuaciones, el comportamiento del sistema dentro de los diferentes elementos queda definido a partir de los nodos empleando funciones de interpolación de la forma:

$$U = a + bx + cy \quad (4.1)$$

Para los tres nodos del elemento representado, empleando la notación matricial, podríamos plantear la ecuación:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

que, para el cálculo de los coeficientes será:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2.1 Ecuaciones de Maxwell

En cuanto a las ecuaciones que definen el comportamiento del sistema a analizar, en electromagnetismo, son las llamadas ecuaciones de Maxwell, que consisten en 4 ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos. En la actualidad, la forma habitualmente empleada para presentar dichas ecuaciones es [109]:

$$\nabla_{\mathbf{x}} E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (4.4)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (4.5)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (4.6)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (4.7)$$

A estas 4 ecuaciones se deben sumar las siguientes, que rigen el comportamiento de la materia:

$$D = \epsilon E \quad (4.8)$$

$$B = \mu H \quad (4.9)$$

$$J = \sigma E \quad (4.10)$$

donde:

E es la intensidad de campo eléctrico [V/m];

H es la intensidad de campo magnético [A/m];

D es la densidad de flujo eléctrico o corriente de desplazamiento [C/m²];

B es la densidad de flujo magnético [T];

J es la densidad de corriente eléctrica [A/m²];

ρ es la densidad de carga eléctrica [C/m³].

Las ecuaciones anteriores muestran la formulación general de las ecuaciones de Maxwell; esta formulación puede adaptarse para casos concretos. Así, para un espacio vacío, donde los valores de J y ρ son nulos, la 2ª y 3ª ecuación se transforman en:

$$\nabla_{\mathbf{x}} H = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (4.11)$$

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (4.12)$$

Por otra parte, para problemas estáticos, los términos dependientes del tiempo se anulan de forma que las dos primeras ecuaciones quedarían como:

$$\nabla_{\mathbf{x}} E = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} H = J \quad (4.14)$$

En realidad, las llamadas ecuaciones de Maxwell son una reformulación de leyes anteriores ya conocidas -como las leyes de Faraday o Ampere- y que logran, en un número reducido de ecuaciones, unificar las relaciones entre campos eléctrico y magnético. La excepción a esto sería la segunda de las ecuaciones, donde Maxwell introduce la denominada **corriente de desplazamiento**. En los siguientes apartados se plantea una breve descripción del proceso de obtención de dichas ecuaciones.

4.2.1.1 Primera ecuación de Maxwell

La primera ecuación de Maxwell se basa en la conocida ley de Faraday que expresa la f.e.m. inducida en una bobina en función de la variación temporal del flujo abrazado, según la expresión:

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.15)$$

Dado que el flujo se puede expresar como la integral sobre una superficie cerrada de la inducción magnética \underline{B} según la expresión:

$$\Phi = \int_s \underline{B} d\underline{s} \quad (4.16)$$

podremos decir que:

$$e = - \frac{d}{dt} \int_s \underline{B} d\underline{s} \quad (4.17)$$

Por otra parte, la f.e.m. también puede expresarse como la circulación del campo eléctrico \underline{E} a lo largo de un camino cerrado de la forma:

$$e = \oint \underline{E} d\underline{l} \quad (4.18)$$

Igualando las dos expresiones de la f.e.m. tendremos:

$$\oint \underline{E} \, d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \underline{B} \, d\mathbf{s} \quad (4.19)$$

Aplicando el Teorema de Stokes, que relaciona la integral de superficie del rotacional de un campo vectorial, con la integral de dicho campo vectorial a lo largo de la línea que delimita dicha superficie, tendremos:

$$\int_s \nabla_{\mathbf{x}} \underline{E} \, d\mathbf{s} = \oint \underline{E} \, d\mathbf{l} \quad (4.20)$$

que, aplicado a la ecuación 4.19 nos da:

$$\int_s \nabla_{\mathbf{x}} \underline{E} \, d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_s \underline{B} \, d\mathbf{s} \quad (4.21)$$

y, finalmente:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \underline{E} = -\frac{d\underline{B}}{dt} \quad (4.22)$$

ecuación que relaciona las variaciones temporales del campo magnético con la circulación del campo eléctrico.

4.2.1.2 Segunda Ecuación de Maxwell

Esta ecuación está basada en la Ley de Ampere que relaciona la intensidad de campo magnético con la corriente encerrada en una línea cerrada; habitualmente se expresa como:

$$\oint \underline{H} \, d\mathbf{l} = \int_s \underline{J} \, d\mathbf{s} = I_{enc} \quad (4.23)$$

Maxwell encontró que, para campos variables en el tiempo, esta formulación no es del todo correcta pues viola el principio de conservación de la carga y la reformuló de la siguiente manera:

$$\oint \underline{H} \, d\mathbf{l} = \int_s \underline{J} \, d\mathbf{s} + \frac{d}{dt} \int_s \underline{D} \, d\mathbf{s} \quad (4.24)$$

siendo D el denominado vector de densidad de flujo eléctrico o desplazamiento de corriente.

Igual que en la primera ley de Maxwell, la aplicación del teorema de Stokes permite replantear esta última ecuación y reescribirla de la forma:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \underline{H} = \underline{J} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \quad (4.25)$$

4.2.1.3 Tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell

Están basadas en la aplicación del teorema de Gauss o de la divergencia sobre los campos eléctricos y magnéticos respectivamente.

Este teorema relaciona el flujo de un campo vectorial a través de una superficie cerrada con la integral de su divergencia en el volumen delimitado por dicha superficie. En forma general, para un campo vectorial, F será:

$$\oint_s \underline{F} d\underline{s} = \int_v \nabla \cdot \underline{F} dv \quad (4.26)$$

Para el caso del campo eléctrico y en el vacío, tendremos:

$$\oint_s E ds = \rho/\epsilon_0 \quad (4.27)$$

Para casos más generales, y aplicando el concepto de densidad de flujo eléctrico $\underline{D} = \epsilon \underline{E}$, la ecuación queda de la forma:

$$\nabla \cdot \underline{D} = \rho \quad (4.28)$$

cuya interpretación explica que el campo eléctrico «diverge» o «sale», a partir de la carga positiva que lo crea. Esta idea se pretende representar en la figura 4.2.

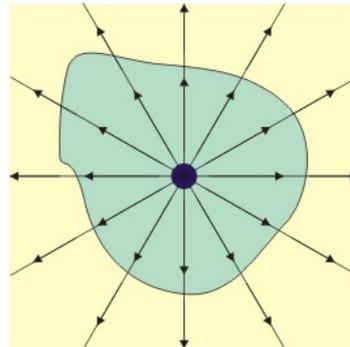


Figura 4.2: Representación del flujo de campo eléctrico a partir de la carga que lo crea.

Para el caso del campo magnético, y teniendo en cuenta que las líneas de dicho campo son siempre cerradas, esta ecuación se convierte en:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (4.29)$$

ecuación que representa la inexistencia de un «monopolo» magnético y, que en forma integral, quedaría:

$$\oint_s \underline{B} d\underline{s} = 0 \quad (4.30)$$

donde esta última es la integral a través de la superficie cerrada que delimita un volumen.

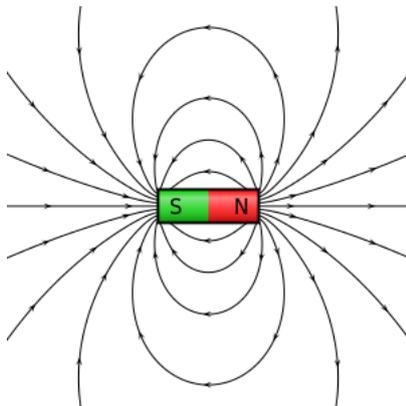


Figura 4.3: Representación de las líneas de campo magnético.

4.3 Realización de modelos en Flux

Como ya se mencionó en los capítulos iniciales, el software empleado para realizar los estudios mediante EF de las máquinas analizadas es FLUX en su versión 11.2. Este software permite en sus diferentes módulos, resolver aplicaciones de campos eléctricos, magnéticos, así como, aplicaciones térmicas tanto en 2D como en 3D.

En el presente trabajo se han empleado los módulos para resolución de problemas de campos magnéticos que permiten distinguir entre tres tipos de problemas:

- **Problemas magneto estáticos.** En los cuales la distribución del campo magnético no es variable en el tiempo.
- **Problemas transitorios.** En los cuales la distribución del campo magnético es variable en el tiempo.
- **Problemas estacionarios en c.a.** En los cuales, la distribución del campo magnético sigue una variación senoidal en el tiempo a una frecuencia dada.

En los siguientes apartados se hace una breve descripción del programa en cuanto al entorno de trabajo que se debe emplear para poder definir y resolver, el modelo de una máquina eléctrica, mediante dicho software. La información completa acerca del proceso para definir y analizar un problema en Flux se encuentra en los manuales del software [110, 111, 112, 113].

4.3.1 Procedimiento para realizar un modelo

La primera tarea a abordar a la hora de realizar un estudio empleando un software de EF es la de elaborar el modelo del sistema a estudiar, en este caso, los diferentes

diseños de MSIP estudiados. La definición del problema puede a su vez dividirse en tres pasos diferentes que son: la definición de la geometría a estudiar, la generación del mallado y la definición de las propiedades físicas necesarias para resolver el problema en cuestión.

4.3.1.1 Geometría

La definición de la geometría es el primer paso a realizar para analizar un dispositivo mediante EF. Significa realizar una representación del sistema a estudiar; esto puede hacerse en el entorno de dibujo del software, o en algún entorno específico de CAD como AutoCAD o Solid-Edge, pues los paquetes de EF incorporan habitualmente una utilidad para importar diseños realizados en dichos programas.

Cuando se estudia una máquina eléctrica mediante el MEF, y dadas las simetrías presentes en ellas, es habitual que el modelo estudiado no se corresponda con la totalidad de la máquina, sino que el estudio se realice sobre una parte de la misma, reduciendo así los esfuerzos de cálculo necesarios al reducir el ángulo estudiado hasta el correspondiente a un par de polos de la máquina o, incluso, al ocupado por un único polo. En estos casos, será necesario aplicar a los límites de la geometría representada unas condiciones de contorno. En el caso del software empleado, dichas condiciones pueden ser impuestas por el propio Flux si el modelo empleado tiene condiciones de “periodicidad”, esto es, el dispositivo completo puede ser obtenido haciendo girar un número determinado de veces del modelo empleado; las periodicidades deben declararse como “cíclicas” o “anti-cíclicas” según sea el valor del potencial en puntos homólogos del modelo representado. La figura 4.4, obtenida de los manuales del programa [110], ilustra esta idea:

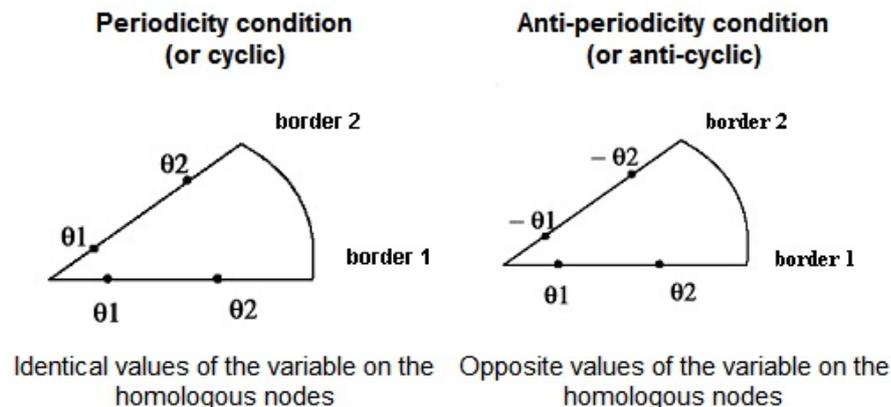


Figura 4.4: Condiciones de periodicidad cíclica y anti-cíclica.

De la misma manera, la figura 4.5 nos muestra dos ejemplos de empleo de condiciones cíclicas y anti-cíclicas a aplicar en dispositivos concretos:

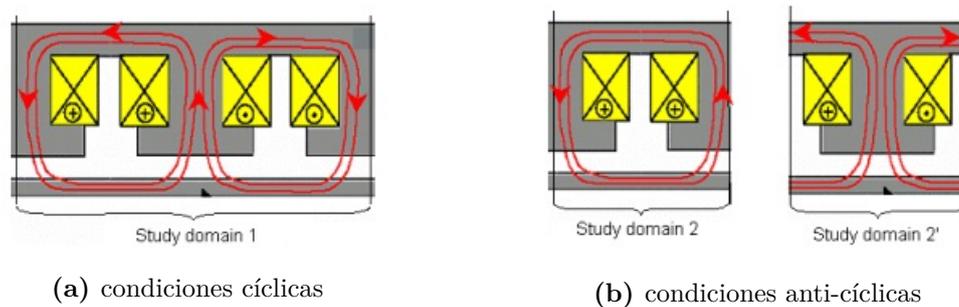


Figura 4.5: Ejemplos de uso de las condiciones de periodicidad.

Flux dispone de tres módulos distintos que le permiten elaborar geometrías tanto en 2D como en 3D, así como, un módulo específico pensado para el estudio de máquinas que tengan inclinación en su geometría axial de rotor o estator (el denominado módulo Skew). En este trabajo de tesis y dadas las diferentes geometrías estudiadas, se han empleado los tres módulos comentados.

4.3.1.2 Mallado

El mallado es un proceso de discretización, por el cual, cada una de las diferentes regiones que componen el modelo empleado se dividen en una serie de partes más pequeñas denominadas elementos. La precisión de los resultados obtenidos mediante el MEF depende en buena parte de la calidad del mallado realizado, siendo éste uno de los pasos más críticos del proceso.

Los elementos resultantes del proceso de mallado deben estar bien proporcionados. Idealmente deberían ser triángulos equiláteros o cuadrados cuando se trabaja en 2D y tetraedros regulares o cubos en 3D. Dado que esto no es siempre posible se deben aceptar elementos con geometrías algo diferentes pero siempre con unas ciertas restricciones.

La figura 4.6, tomada de [110], muestra las restricciones de forma en 2D para los elementos creados con Flux.

También es importante tener en cuenta que un mallado excesivamente fino generará un número excesivo de nodos y requerirá elevadas cantidades de memoria y tiempo para su resolución. Por tanto, se debe llegar a soluciones de compromiso entre el número de elementos creados y la precisión requerida para la solución. El mallado debe ser fino en aquellas zonas donde se producen variaciones importantes de las magnitudes a estudiar, pudiendo ser más relajado en otras zonas de la máquina. En una máquina eléctrica las zonas más delicadas y, por tanto, donde se debe poner especial cuidado en la generación de mallado, son el entrehierro y los dientes de la máquina.

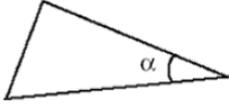
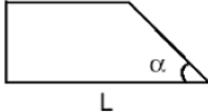
Triangle	 $\alpha > 15^\circ$
Quadrangle	 $L / l < 5 ; \alpha > 20^\circ$

Figura 4.6: Restricciones a las formas de los elementos en 2D.

La figura 4.7, tomada de uno de los modelos realizados, muestra el mallado general del mismo, así como, un detalle del mallado del entrehierro, imanes y dientes.

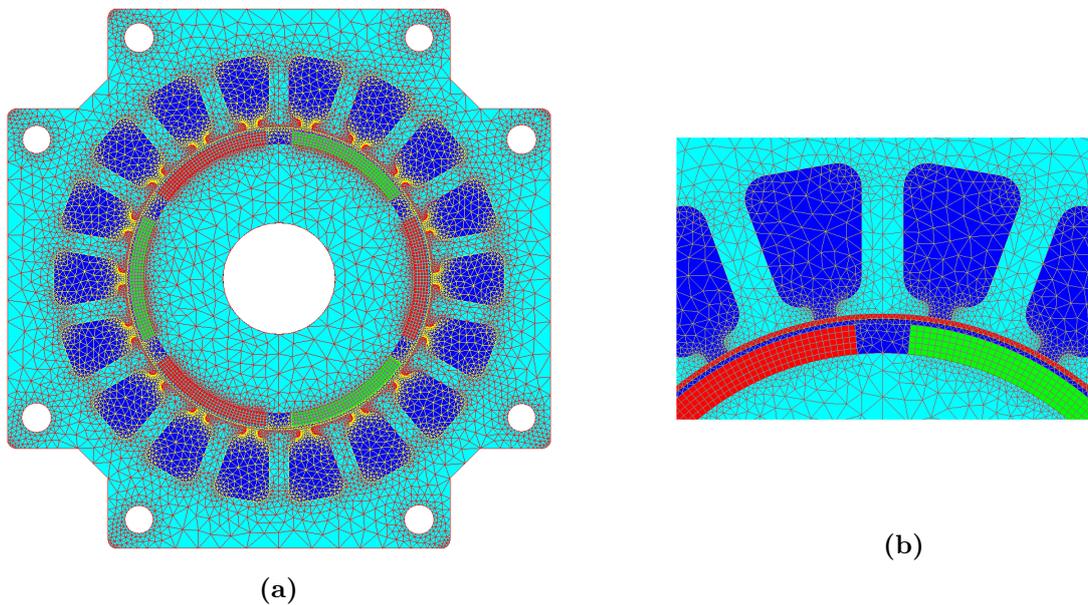


Figura 4.7: Mallado del modelo. (a) Representación general y (b) detalle en el entrehierro.

Flux aporta una serie de herramientas para poder controlar la densidad del mallado de un modelo definiendo propiedades de mallado en puntos, líneas, superficies o volúmenes. Asimismo, el mallado también puede ser asistido - **aided mesh** en la terminología de Flux - de tal forma que una serie de condiciones generales de mallado son aplicadas al conjunto del modelo o a partes concretas del mismo.

Por otra parte, se debe tener en cuenta que la mayoría de las simulaciones realizadas supone girar un determinado ángulo las partes del modelo con posibilidad de giro (el rotor de la máquina) y, con ellas, desplazar los elementos que forman parte del

mallado de las regiones afectadas; esto obliga a que el software debe, para cada nueva posición, hacer una adaptación del mallado original para lo cual necesita que exista una cierta similitud en la densidad del mallado en las zonas de frontera entre partes fijas y móviles.

4.3.1.3 Propiedades físicas

Para poder resolver un modelo mediante el MEF a cada una de las superficies o volúmenes definidos en el mismo se le deben asignar una serie de propiedades físicas que determinan su comportamiento térmico, mecánico, magnético, etc... de los materiales que representan.

En los modelos realizados para esta tesis las principales propiedades que han tenido que ser definidas son:

- **Propiedades magnéticas.** Tanto para las chapas magnéticas que forman rotor y estator de las máquinas, como para los imanes permanentes, se ha definido su comportamiento magnético. En el caso de las primeras, por medio de su curva $B-H$. En los modelos realizados, el material seleccionado ha sido la chapa FLU-M400-50A tanto para el circuito del rotor como el del estator.

En el caso de los imanes permanentes, éstos pueden ser caracterizados de diversas maneras (lineales, no lineales, en diferentes tipos de coordenadas, etc.); los imanes empleados para los modelos realizados han sido caracterizados como lineales en base a su densidad de flujo remanente ($B_r = 1,155$ T) y su permeabilidad relativa ($\mu_r = 1,05$); posteriormente su caracterización se completa indicando la forma en que dicho material ha sido imantado, pudiendo ésta ser radial, o en una dirección determinada.

Por otro lado, regiones como el entrehierro, así como, las ranuras de la máquina para aquellas simulaciones en las que no es necesario aportar datos del bobinado, han sido definidas como regiones de aire.

- **Propiedades mecánicas.** Para el caso de las máquinas rotativas, esto significa definir su comportamiento dinámico, pudiendo ser éste fijo o de rotación alrededor de un determinado eje. Para las partes que se definen como rotativas, se puede completar la información indicando sus propiedades cinemáticas, donde se puede indicar si se desplaza a una velocidad impuesta o no, el valor del momento de inercia propio o de la carga acoplada, los coeficientes de rozamiento, etc.
- **Propiedades eléctricas.** Además de lo anterior, y en función del tipo de análisis que se quiera realizar, se debe definir un circuito eléctrico que representa las diferentes partes que componen el bobinado de la máquina; esto incluye los costados activos de las diferentes bobinas, las cabezas de bobina, así como, las posibles fuentes de alimentación o cargas conectadas a la máquina.

La figura 4.8 muestra un ejemplo de los diferentes componentes de disponibles.

Voltage/current sources	Current source 		Voltage source 	
Field - circuit coupling components	Stranded conductor 	Solid conductor 	Solid conductor N terminals 	
	R, L, C components	Resistor 	Coil 	Capacitor
Switches and semi-conductors components	Switch 	Diode 	Thyristor 	GTO
Rotating machine components	Brush-segment 		Squirrel cage 	
Ground				

Figura 4.8: Ejemplo de componentes de circuito disponibles en Flux.

4.4 Modelos realizados

En el desarrollo del presente trabajo de tesis se han empleado diversos modelos mediante EF tanto de las máquinas iniciales, como de los nuevos diseños propuestos, empleando los módulos en 2D, en 3D y el módulo Skew que permite tener en cuenta en un modelo la inclinación axial de rotor o estator.

En los siguientes apartados se comentan estos modelos indicándose algunos de los datos más relevantes de los mismos.

4.4.1 Modelos en 2D

Los nuevos diseños planteados de la máquina de una fila de imanes (diseños 1F-D0, 1F-D1, 1F-D2 y 1F-D3) tienen un desarrollo recto en toda su longitud tanto en rotor como en estator, motivo por el cual se puede emplear para analizarlos modelos en 2D, representando las máquinas a partir de una sección transversal de la misma (ejes X, Y), y definiendo como dato adicional su longitud activa (eje Z no representado en el modelo). Dado que algunas de estas máquinas incorporan en su rotor asimetrías por los ángulos de desplazamiento introducidos en la posición de los imanes, los modelos han sido realizados representando los 360° de la máquina.

Para realizar los modelos inicialmente se ha seguido un proceso de parametrización de las máquinas a estudiar, esto es, se ha dado un valor a cada una de las variables que permiten definir la geometría completa de la máquina (radios interiores y exteriores, anchura de los imanes, ángulo ocupado por los mismos, ángulo que define la posición

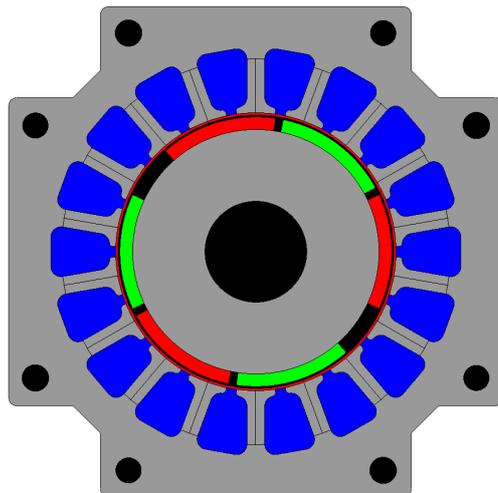


Figura 4.9: Geometría completa del diseño 1F-D1.

del eje de los imanes, etc.) de tal forma que a partir de un único modelo inicial, actuando sobre las variables adecuadas, se obtiene la geometría del resto de los modelos necesarios. La figura 4.9 muestra la geometría completa del diseño 1F-D1. La tabla 4.1 ofrece algunos datos relevantes del modelo 2D creado, tanto de su geometría como de su mallado.

Tabla 4.1: Datos relevantes del modelo en 2D del diseño 1F-D1.

Datos geométricos	
Nº de puntos	392
Nº de líneas	458
Nº de superficies	83
Datos de mallado	
Nº de nodos	41.805
Nº de elementos de línea	3.260
Nº de elementos de superficie	20.194

4.4.2 Modelos con inclinación de los imanes (Skew)

El módulo Skew ha sido empleado para realizar el estudio de la máquina inicial 1F-SKW ya que permite realizar modelos en los cuales se deba tener en cuenta la inclinación axial de alguno de los elementos de las máquinas (rotor o estator), a partir de un modelo plano 2D de la misma, por tanto, desde el punto de vista del usuario, el proceso es básicamente igual al seguido para realizar un modelo en 2D.

Una vez definida la geometría, longitud activa, así como, las propiedades físicas o de mallado, se debe indicar que partes del modelo deben ser inclinadas, el ángulo de

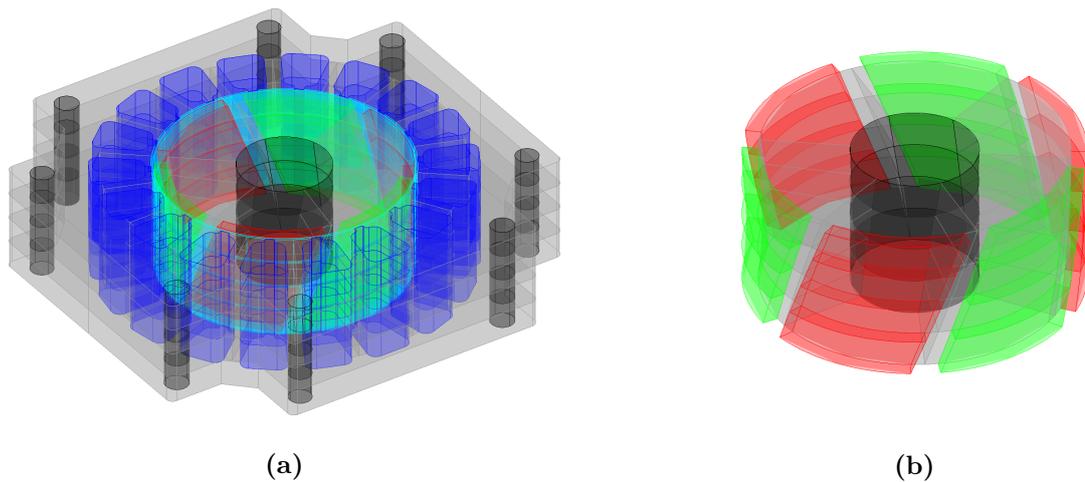


Figura 4.10: Modelo con el módulo Skew. (a) Completo (a) y (b) detalle del rotor.

inclinación a introducir y el número de capas que se desea emplear para el cálculo, encargándose el software de realizar el montaje de las diferentes capas; a mayor número de capas, mayor será la precisión de los resultados, pero también crecerá considerablemente el tiempo empleado para resolver un modelo. El resultado, en cuanto a la geometría final, puede verse en la figura 4.10 con la geometría completa de la máquina 1F-SKW y con un detalle del rotor, donde puede apreciarse la inclinación de los imanes.

4.4.3 Modelos en 3D

Para realizar el estudio de las máquinas cuyo rotor consta de dos filas de imanes es aconsejable emplear modelos en 3D para poder definir con precisión la geometría de las máquinas y poder realizar simulaciones que tengan en cuenta posibles ángulos de decalado entre ambas filas de imanes, por tanto, los modelos en 3D han sido empleados para analizar la máquinas 2F-SKW así como las alternativas propuestas 2F-D1 con diferentes ángulos de decalado.

Si bien el proceso a seguir para la realización de modelos en 3D es similar al empleado en 2D, esto es, definir primero una geometría, asignar propiedades físicas y de mallado, el conjunto del proceso se complica mucho cuando se trabaja en 3D debido a que aparecen dificultades, tanto para definir la geometría de manera correcta (intersecciones entre diferentes entidades como líneas y superficies) como, especialmente, en el mallado, que se dificulta considerablemente en 3D y exige una dedicación muy superior a los modelos realizados en 2D, para conseguir un mallado de calidad.

La figura 4.11 muestra, una imagen de la geometría completa del diseño 2F-D1-10° y un detalle del rotor de la misma, donde se pueden apreciar las dos filas de imanes y la presencia de un ángulo de decalado entre ambas (en este caso 10°).

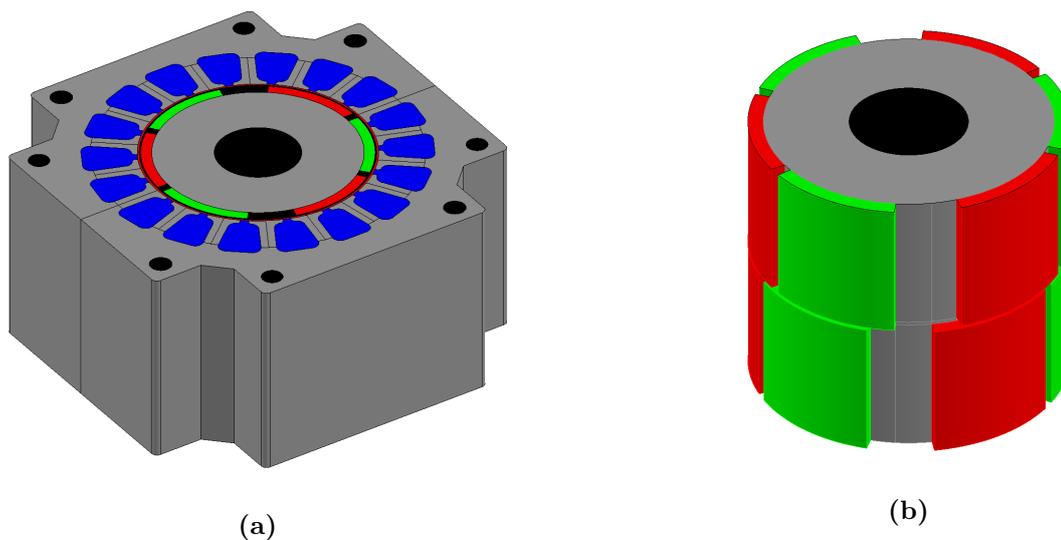


Figura 4.11: Diseño 2F-D1-10°. (a) Modelo completo y (b) detalle del rotor.

A todo esto se debe añadir que, dado que el número de elementos del modelo (líneas, volúmenes, elementos de malla) aumenta considerablemente, se produce un aumento muy importante de los recursos de memoria y tiempo necesarios para resolver los modelos. La tabla 4.2 muestra algunos datos relevantes del modelo 3D del diseño 2F-D1.

Tabla 4.2: Datos relevantes del modelo en 3D del diseño 2F-D1.

Datos geométricos	
Nº de puntos	744
Nº de líneas	1.278
Nº de superficies	630
Nº de volúmenes	84
Datos de malla	
Nº de nodos	163.125
Nº de elementos de línea	27.876
Nº de elementos de superficie	318.811
Nº de elementos de volumen	835.373

A diferencia de lo que ocurre cuando se trabaja en 2D, al realizar los modelos en 3D es posible realizar una representación más completa de los devanados de la máquina empleando la herramienta denominada “**non-meshed-coil**”, que permite, a partir de datos de la geometría y composición del bobinado de la máquina, tener en cuenta los efectos de dicho bobinado en cuanto a f.e.m. inducidas o la generación de campos magnéticos. La principal ventaja del uso de esta herramienta es que utiliza elementos que no contienen entidades geométricas (puntos, líneas, superficies o volúmenes), por

tanto, no pertenecen a la geometría del modelo; esto, significa que no son tenidos en cuenta a la hora de elaborar la geometría o el mallado, facilitando así el modelo y evitando errores.

La figura 4.12 muestra el modelo completo del diseño 2F-D1-10^o y un detalle de las “non-meshed-coil”.

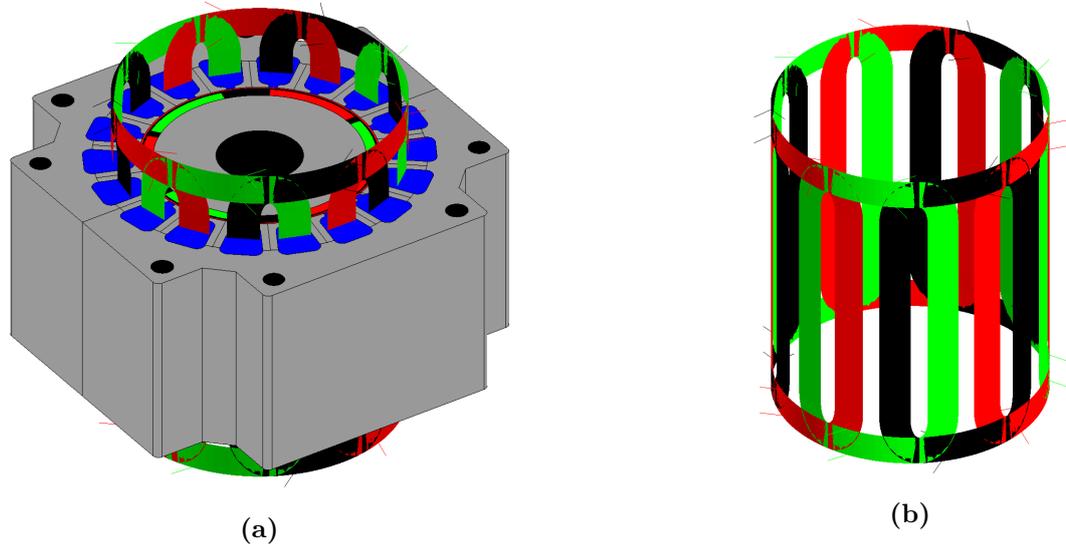


Figura 4.12: Diseño 2F-D1-10^o. (a) Modelo completo y (b) detalle de las “non-meshed-coil”.

4.5 Simulaciones y cálculos realizados

Una vez realizado el modelo, se pueden programar las diferentes simulaciones. Los cálculos han sido realizadas definiendo los problemas como transitorios; en este caso definir una simulación supone aportar los datos acerca de:

- **Puntos a calcular.** Significa indicar el número de puntos que se desea calcular, así como, el intervalo entre dichos puntos. Este control puede hacerse bien por tiempo (duración de la simulación realizada e intervalo de tiempo entre puntos consecutivos), bien por posición (indicar el ángulo inicial y final del rotor y el incremento de ángulo entre dos posiciones consecutivas).
- **Control de variables.** Tanto las variables que han permitido realizar la geometría de la máquina como otras que permiten definir su comportamiento eléctrico o magnético (valores de corrientes o tensiones, propiedades magnéticas, etc.) tienen unos valores iniciales. Sin embargo, se pueden programar aquí intervalos de valores que permiten analizar la influencia de modificar esos valores, estudiando así el comportamiento de la máquina ante variaciones de

su geometría (ángulo ocupado por los imanes, anchura de los mismos, radios interiores o exteriores, etc.) o sus propiedades físicas.

La figura 4.13 muestra un detalle de la ventana de edición.

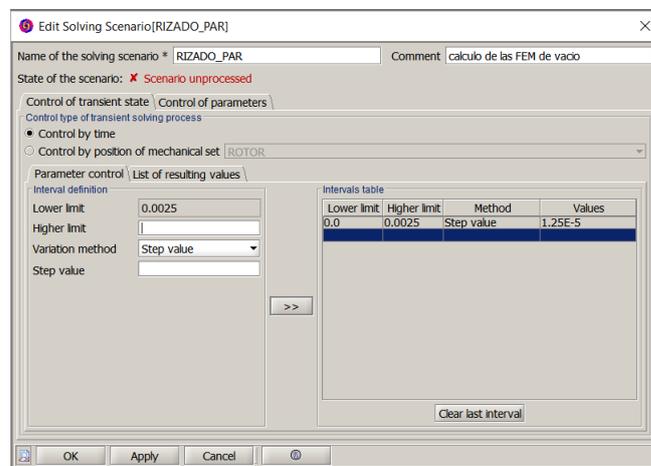


Figura 4.13: Definición de un escenario en Flux.

Una vez definidos los puntos a calcular y el control de las variables, se realiza la simulación y, tras ello, el análisis de sus resultados. En los estudios realizados en esta tesis, los resultados han sido, principalmente, la determinación de las fuerzas y pares actuantes en la máquina, así como, las f.e.m. de vacío.

4.5.1 Determinación de fuerzas y pares. Método del trabajo virtual

Para determinar las fuerzas electromagnéticas actuantes en un modelo, se emplea el denominado **método del trabajo virtual**. Este método, que toma su nombre de la denominada “*expresión del trabajo virtual para fuerzas*” [105] se basa en calcular la fuerza ejercida por un componente en una dirección dada mediante el análisis de la energía almacenada en el sistema cuando el componente se desplaza en esa dirección. Matemáticamente esto puede expresarse como:

$$F_x = \frac{\partial W}{\partial x} \quad (4.31)$$

siendo x la dirección del desplazamiento y W la energía que causa la fuerza F_x en dicha dirección.

Una aproximación a la ecuación 4.31 es la siguiente:

$$F_x = \frac{W(x + \Delta x) - W(x)}{\Delta x} \quad (4.32)$$

que permite calcular una fuerza a partir de las energías almacenadas en dos posiciones diferentes.

En las máquinas eléctricas, el par resultado de la actuación de fuerzas electromagnéticas puede calcularse, como [4]: 3

$$T_{\theta} = - \left. \frac{\partial W(\Psi, x)}{\partial \theta} \right|_{\Psi=cte} = \left. \frac{\partial W_c(i, x)}{\partial \theta} \right|_{i=cte} \quad (4.33)$$

donde:

- W es la energía magnética del sistema;
- W_c es la coenergía magnética del sistema;
- Ψ es el flujo concatenado;
- i es la corriente;
- θ es el ángulo mecánico.

Por tanto, el par puede ser calculado a partir de las variaciones de la energía o coenergía magnética de un sistema. la ecuación 4.32 puede ahora expresarse, como:

$$T_{\theta} = \frac{W_c(\theta + \Delta\theta) - W_c(\theta)}{\Delta\theta} \quad (4.34)$$

4.5.1.1 Par de cogging

Para obtener el par de cogging de las diferentes máquinas no se debe tener en cuenta ningún tipo de corrientes circulando por los devanados del estator. Al rotor se le impone una velocidad de giro y el comportamiento de las máquinas se estudia para diferentes instantes o posiciones del mismo. Para cada una de estas posiciones se reajusta el mallado del modelo. Dado que no se deben tener en cuenta las corrientes estáticas, para este tipo de simulaciones no es preciso definir el devanado de la máquina y la superficie ocupada por las ranuras puede ser considerada como aire; tampoco es necesario por tanto definir un circuito eléctrico en el modelo.

El ángulo a rotar puede ser el correspondiente a un ciclo del par de cogging que, en las máquinas estudiadas, coincide con el correspondiente a una ranura del estator. Para los motores con una disposición simétrica de sus imanes la posición inicial se corresponde con una de las posiciones de equilibrio comentadas en el sección 3.6, en concreto, la correspondiente a los imanes centrados sobre las ranuras del estator.

4.5.1.2 Par electromagnético

El par electromagnético y el rizado de par se han estudiado analizando el comportamiento de los motores con corrientes circulando por el estator, para lo cual, en estos modelos, se ha definido un circuito eléctrico que representa dichos devanados y se ha

forzado la circulación de corrientes senoidales de un determinado valor y frecuencia por los mismos; esto permite imponer una posición inicial y una velocidad de giro al campo generado por el estator.

La figura 4.14 muestra un detalle del circuito realizado, donde se puede ver que es suficiente con definir dos fuentes de corriente para realizar la simulación, el tercer valor de corriente aparece como suma de las dos corrientes fijadas, de esta forma se definen las corrientes y con ellas, el campo creado por el estator.

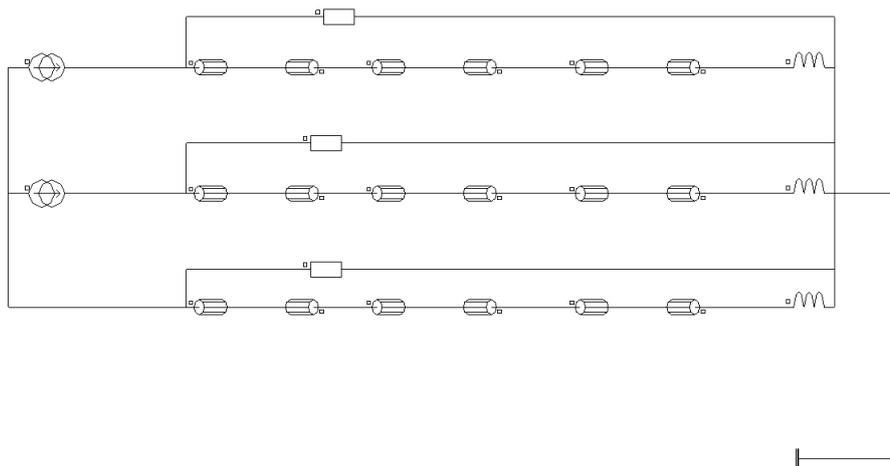


Figura 4.14: Circuito eléctrico con fuentes de corriente.

El valor del par depende de la posición relativa de los imanes respecto de este campo; si bien la teoría dice que para el tipo de máquinas aquí estudiadas, por ser del tipo de imanes en superficie, el par máximo se produce cuando las corrientes se sitúan sobre el eje q y, por tanto, los campos de rotor y estator están en cuadratura, es decir, a 90° eléctricos; sin embargo, en este trabajo se ha estudiado la evolución del par medio desarrollado y del rizado presente en el mismo, para diferentes posiciones relativas de ambos campos.

Para conseguir esto, se impone al rotor una posición inicial en cada simulación realizada, así como, una velocidad de giro que coincide con la velocidad del campo del estator.

4.5.2 Cálculo de las f.e.m.

El cálculo de las f.e.m. se realiza a partir del vector potencial magnético (A) definido como:

$$B = \nabla \times A \quad (4.35)$$

Aplicando esto a la ecuación 4.18, tendremos:

$$e = \oint \underline{E} \, d\underline{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \underline{B} \, d\underline{s} = -\frac{d}{dt} \int_s (\nabla \times \underline{A}) \, d\underline{s} \quad (4.36)$$

A diferencia del potencial eléctrico, el vector potencial magnético no tiene un significado físico sencillo. Habitualmente se explica relacionando su circulación a través de una línea cerrada con el flujo magnético encerrado en la superficie que delimita dicha línea, de la forma:

$$\Phi = \int_s \underline{B} \, d\underline{s} = \int_s (\nabla \times \underline{A}) \, d\underline{s} = \oint \underline{A} \, d\underline{l} \quad (4.37)$$

Sin embargo, el vector potencial magnético es, habitualmente, empleado para resolver mediante EF problemas de electromagnetismo, dada la facilidad para calcular, a partir de él, el resto de parámetros que definen el comportamiento electromagnético de un dispositivo [65].

A partir del vector potencial magnético se calculan los valores de las f.e.m. inducidas en aquellas superficies del modelo a las que ha sido asociado un componente del circuito eléctrico, encargado de realizar el acoplamiento eléctrico-magnético. Sin embargo, para obtener una visualización rápida de dichas f.e.m., es interesante colocar, en el circuito eléctrico del modelo, una serie de resistencias de valor elevado, que permitirán una fácil visualización de las f.e.m. generadas.

Además de obtener las gráficas de las f.e.m. con su evolución en el tiempo, es posible realizar un tratamiento de los resultados que proporciona los valores más relevantes de dichas formas de onda (valores medio, eficaz, de pico, etc.), así como, su descomposición según la transformada rápida de Fourier, pudiendo de esta manera conocer el contenido armónico de las mismas.

4.6 Conclusiones

En este capítulo se ha descrito la metodología para el estudio del comportamiento electromagnético mediante EF de los diferentes motores y diseños propuestos. Tras hacer una breve introducción al MEF, se ha explicado el proceso de creación de un modelo, que comprende la generación de la geometría, el mallado y la definición de las propiedades físicas de los materiales que forman parte del dispositivo que se pretende estudiar.

Después se ha pasado a describir los diferentes modelos realizados que, dada la variedad de motores analizados, se han creado empleado módulos diferentes para realizar estudios en 2D y 3D, así como, un módulo específico para estudiar máquinas que incorporen una inclinación axial en rotor o estator. De algunos de los modelos realizados se han aportado datos básicos de la geometría y el mallado, que permiten

hacer una comparación rápida de lo que supone un modelo en 2D y 3D. Esas diferencias tendrán también su repercusión en el proceso de cálculo, esto es, en las necesidades de memoria y tiempo necesarios para resolver el problema.

En los apartados finales se describen las simulaciones realizadas y el procedimiento para obtener, una vez resuelto el problema, los valores del par de cogging, el par electromagnético en el funcionamiento de los motores en carga y de las f.e.m. de vacío.

6 Conclusiones y líneas de investigación futuras

El objetivo principal de este trabajo de tesis ha sido el de *optimizar el diseño de MSIP destinadas al accionamiento de ejes de avance y posicionamiento en MH, y en general, para aplicaciones que requieran una gran precisión en el posicionamiento, realizando propuestas alternativas a los diseños habituales de estas máquinas que introduzcan mejoras tanto en su proceso productivo, como en comportamiento final de las mismas.*

En este capítulo se recogen las principales aportaciones y conclusiones generales del trabajo realizado; igualmente, se incluyen aquellas publicaciones en las que el autor de esta tesis ha colaborado y que están relacionadas con el tema de este trabajo, así como, las futuras líneas de investigación que se proponen.

6.1 Aportaciones y conclusiones generales de la tesis

El trabajo desarrollado y el análisis de los resultados expuestos en el capítulo anterior permiten establecer como aportaciones y conclusiones generales más importantes de esta tesis, las siguientes:

Relativas al análisis de la situación inicial

- Se ha realizado un análisis previo mediante EF que ha permitido estudiar el comportamiento de diseños de MSIP de fabricación actual, aplicados al accionamiento de avance y posicionamiento en MH, ante posibles variaciones tanto de las propiedades físicas como de la geometría de los imanes empleados; asimismo, se ha estudiado el efecto de posibles errores en el posicionamiento de dichos imanes.
- A partir de estos modelos se ha podido descartar que los problemas de comportamiento encontradas en las unidades fabricadas sean debidos a variaciones en las propiedades físicas de los imanes empleados.
- El análisis de los diseños iniciales ha permitido conocer que el principal problema que presentan es debido a la geometría de los imanes empleados, y a las irregularidades que la misma puede presentar. Por ello, los nuevos diseños alternativos que se proponen presentan un cambio en la geometría de los imanes empleados que facilita su producción y manejo.

Relativas a los nuevos diseños

- Se ha realizado una recopilación y análisis de las últimas publicaciones sobre reducción del par de cogging y el rizado de par en los MSIP.
- Con la información así recopilada se ha preparado un estudio de diferentes alternativas a los diseños originales que cumplan el objetivo principal de esta tesis y permitan eliminar los problemas de producción encontrados.
- A partir de este estudio se han propuesto varios nuevos modelos alternativos al diseño inicial de los motores. Todos ellos permiten sustituir al diseño inicial manteniendo o incluso mejorando su comportamiento en cuanto a par de cogging y rizado de par, ofreciendo ventajas en cuanto al uso de imanes más fáciles de manejar y de menor coste. Las principales estrategias para conseguir estos nuevos diseños han sido:
 - el uso de imanes de geometría recta en contraposición de los iniciales de geometría inclinada. Esto permite el uso de útiles de posicionamiento que mejoran la precisión y facilitan el proceso de fabricación de los motores;
 - el análisis de los ángulos de desplazamiento de estos imanes respecto de sus situaciones simétricas habituales para reducir el par de cogging y el rizado de par resultante;
 - el estudio del arco polar más adecuado para el buen funcionamiento de la máquina, siendo este 49° ;
 - en el caso de la máquina en la que el rotor se constituye en dos filas de imanes, el análisis del ángulo de desfase más adecuado entre las dos filas de imanes. El resultado final adoptado 5° , es diferente del inicialmente esperado, que era el equivalente a la mitad del ángulo ocupado por una ranura.
- Se han realizado varios modelos mediante EF, tanto en dos como en tres dimensiones, que han permitido hacer un análisis previo del comportamiento de los nuevos diseños propuestos. Algunos datos comparativos extraídos de dichos modelos en EF son:
 - en la máquina de una fila de imanes, todos los nuevos diseños propuestos, con imanes rectos desplazados, presentan inicialmente un par de cogging de valor similar, o incluso, algo inferior al calculado para el diseño original con imanes inclinados;
 - los resultados mejoran cuando se realiza un ajuste del ángulo ocupado por los imanes, pues en todos ellos, pasar de 50° a 49° significa una reducción importante del par de cogging. En el caso del diseño 1F-D1, que, finalmente, ha sido el seleccionado para pasar a producción, esta reducción alcanza aproximadamente el 50 %;

- lo mismo puede decirse sobre el contenido armónico de las tensiones calculadas, ya que, con el ajuste de ángulo comentado, en los nuevos diseños es siempre inferior al calculado para el diseño original;
- los factores de rizado de los nuevos diseños son también, en todos los casos, inferiores a los calculados para el diseño original.

Relativas a la validación de resultados

- Se han fabricado y ensayado un número importante de prototipos de los nuevos diseños propuestos. Para la máquina de una única fila de imanes se han realizado dos series diferentes de prototipos. La primera serie está formada por tres máquinas correspondientes a tres diseños diferentes de rotor, y ha sido realizada empleando un útil genérico para la colocación de los imanes en el rotor. Para la segunda serie, formada por ocho máquinas de una fila de imanes del mismo diseño de rotor, se ha empleado un útil específico que aporta una mayor precisión en el posicionamiento de los imanes. Para la máquina formada por dos filas de imanes se han realizado tres prototipos con diferentes ángulos de decalado entre las dos filas, empleando el mismo útil específico de la segunda serie.
- Se han realizado diversas pruebas experimentales y ensayos en laboratorio cuyos resultados han sido tratados mediante Matlab aplicando la FFT. Esto ha permitido la verificación de resultados de los estudios previos realizados por EF, así como, la comprobación de su correcto funcionamiento.
- Todo ello ha posibilitado la toma de decisiones acerca de los diseños más adecuados a adoptar de cara a la propuesta final de fabricación. Estos diseños son: para la máquina con una fila de imanes el diseño denominado 1F-D1 y para la máquina de dos filas el denominado 2F-D1-5°. Algunos datos interesantes extraídos de los resultados obtenidos para estos diseños son:
 - presentan un bajo contenido armónico en sus f.e.m., inferior al 1,5 % en ambos casos. Para el caso del diseño 1F-D1 esto significa una importante reducción respecto de la THD que presenta el diseño de fabricación actual sin que ello signifique una pérdida apreciable en el valor eficaz de la f.e.m. generada;
 - el análisis de los datos de par obtenidos muestra que se ha conseguido una importante reducción, incluso superior al 50 %, en el par de cogging. Esto se traduce en una mejora en el comportamiento del conjunto motor-regulador con un mejor seguimiento de las consignas de velocidad dadas.
- Los ensayos y pruebas realizados permiten afirmar que los nuevos diseños propuestos, no solo mejoran el comportamiento de los diseños iniciales, sino que, además, permitirán una reducción importante del número de rechazos en producción, con la consiguiente reducción de los costes de fabricación.

Como conclusión general se puede decir que los trabajos realizados en esta tesis han permitido alcanzar los objetivos de la misma, al haber conseguido obtener un diseño de MSIP optimizado, con reducidos valores de par de cogging y rizado de par, construido con imanes rectos y de fácil fabricación, con el que se puede garantizar que se evitan los problemas de construcción y funcionamiento que presentan los diseños actuales con imanes inclinados.

La realización de los estudios, así como, la fabricación de los prototipos y los ensayos sobre ellos realizados para la validación de los resultados de esta tesis, ha sido posible gracias a la colaboración de Fagor Automation. Esta colaboración se produce dentro del marco del proyecto de colaboración Universidad-Empresa titulado "*Propuesta de mejora y diseño de MSIP(s) para aplicaciones de control de posición de ejes de avance y posicionamiento en máquina herramienta*" bajo el patrocinio de la UPV/EHU y financiado por el Gobierno Vasco y Fagor Automation.

6.2 Lista de publicaciones

Como resultado del trabajo desarrollado en la realización de esta tesis se han publicado las siguientes comunicaciones y artículos, en congresos y revistas nacionales e internacionales:

Comunicaciones

- P. M. García Sánchez, P. Fernández Rodríguez, J. A. Güemes Alonso, V. Moreno Bañeza, A. M. Iraolagoitia Iriondo, J.J. Molina Altuna, "*Cogging torque reduction in PMSM by magnet shifting*", XVII International Symposium on Electromagnetic Fields - ISEF 2015, Valencia, 10/09/2015 - 12/09/2015, Comunicación Oral.

Artículos

- J. A. Güemes Alonso, P. M. García Sánchez, A. M. Iraolagoitia Iriondo, J. J. Ugartemendia de la Iglesia, "*Influence of slot opening width and rotor pole radius on the torque of PMSM*", Renewable Energy and Power Quality Journal, Vol. 1, N^o 7, pp. 532,1-532,5, ISSN: 2172-038X, 2009.
- P. M. García Sánchez, J. A. Güemes Alonso, V. Moreno Bañeza, A. M. Iraolagoitia Iriondo, "*Influence of constructive parameters on the cogging torque in PMSMs*", Electrical Engineering Electronic Journal, Vol. 1, N^o 1, pp. 176,1-176,5, ISSN: 2172-1246, 2010.
- P. M. García Sánchez, V. Moreno Bañeza, J. J. Molina Altuna, A. A. Olano Zugasti, "*Application of new tools in the thermal behavior study of electrical machines*", Renewable Energy and Power Quality Journal, Vol. 1, N^o 9, pp. 327,1-327-5, ISSN: 2172-038X, 2011.

- P. M. García Sánchez, V. Moreno Bañeza, I. Arranbide García, O. Azurza Zubizarreta, "*Study of an outer-rotor PMSG for use in small wind applications*", Renewable Energy and Power Quality Journal, Vol. 1, N^o 10, pp. 331,1-331,6, ISSN: 2172-038X, 2012.
- P. M. García Sánchez, P. Fernández Rodríguez, J. A. Güemes Alonso, V. Moreno Bañeza, A. M. Iraolagoitia Iriondo, J. J. Molina Altuna, "*Influence of manufacturing tolerances on PMSM torque ripple*", Renewable Energy and Power Quality Journal, Vol. 1, N^o 14, pp. 428,1- 428,6, ISSN: 2172-038X, 2016.

6.3 Futuras líneas de investigación

A partir de los estudios y resultados presentados en esta tesis doctoral son varias las posibles líneas de investigación para proseguir los estudios en ella iniciados como pueden ser:

- Estudio del desplazamiento de imanes en distintos tipos de máquinas.
 - En este trabajo se ha estudiado la aplicación de alternativas a la inclinación de los imanes, para la reducción del par de cogging en MSIP, basadas en emplear imanes rectos, que permiten un proceso de fabricación más fácil y con menos posibilidades de error. Los diseños estudiados tienen en común características importantes como son la relación entre el número de ranuras y el número de polos, y que su devanado estático tiene un único circuito paralelo. El estudio de la aplicación de las estrategias propuestas en esta tesis en máquinas de diferentes características en cuanto al número de polos, ranuras, tipos de devanados etc. podría permitir aplicar dichas técnicas a series de máquinas de mayores potencias.
 - Otra característica común a las máquinas analizadas es que son de imanes superficiales. Las máquinas de imanes interiores presentan algunas características diferente como es que en ellas las reactancias de eje directo y de eje en cuadratura tienen valores distintos. La aplicación de las técnicas aquí estudiadas a este tipo de máquinas puede tener consecuencias diferentes en cuanto a su funcionamiento que deberían ser estudiadas.
 - Como ya se comentó al principio de este documento, las máquinas de flujo axial se han convertido en los últimos años en una alternativa interesante frente a las máquinas de flujo radial por las mayores densidades de flujo y de par que en ellas se consiguen, estas máquinas presentan además diversas variantes constructivas. Sin embargo, las máquinas de flujo axial no están exentas de los problemas que aquí se han tratado en cuanto a par de cogging y rizado de par, por tanto, la aplicación de las técnicas propuestas en esta tesis a máquinas con una geometría tan diferente como son las de flujo axial puede ser un campo interesante de trabajo.

- Estudio de las fuerzas magnéticas radiales.
 - Es sabido que en las MSIP la causa principal de vibraciones y ruido magnético es el desequilibrio de las fuerzas magnéticas radiales en el entrehierro. El análisis en la fase de diseño de ambos efectos es un aspecto importante y motivo de diversos estudios dado que la reducción del ruido es un factor fundamental en nuestra sociedad. La aplicación del desplazamiento de los imanes tendrá sin duda un efecto sobre las fuerzas magnéticas radiales que es aconsejable estudiar en profundidad.

Bibliografía

- [1] I. Dosiak, P. Pillay, “Cogging torque reduction in permanent magnet machines,” *IEEE Trans. on Industry Application*, vol. 43, no. 6, pp. 1656–1571, 2007.
- [2] W. Q. Chu, Z. Q. Zhu, “Investigation of torque ripples in permanent magnet synchronous machines with skewing,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 3, pp. 1211–1220, marzo 2013.
- [3] K. Kim, Y. Jeong, S. Lee, J. Kim, Y. S. Jeong, S. Y. Jung, “Torque harmonic characteristic of permanent magnet synchronous motor according to ratio numbers of slots and poles,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2011.
- [4] J. F. Gieras, C. Wang, J. C. Lai, *Noise of Polyphase Electric Motors*. Taylor and Francis Group, 2006, ISBN: 978-0-8247-2381-1.
- [5] J. X. Xu, S. K. Panda, Y. J. Pan, T. H. Lee, B. H. Lam, “A modular control scheme for PMSM speed control with pulsating torque minimization,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, no. 3, pp. 526–532, junio 2004.
- [6] H. S. Mok, S. H. Kim, Y. H. Cho, “Reduction of PMSM torque ripple caused by resolver position error,” *Electronics Letters*, vol. 43, no. 11, mayo 2007.
- [7] T. Li, G. Slemon, “Reduction of cogging torque in permanent magnet motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 6, pp. 2901–2903, 1988.
- [8] Z. Q. Zhu, D. Howe, “Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, no. 4, pp. 407–412, 2000.
- [9] N. Bianchi, S. Bolognani, “Design techniques for reducing the cogging torque in surface-mounted pm motors,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 1259–1265, septiembre 2002.
- [10] Z. Q. Zhu, S. Ruangsinchaiwanich, D. Howe, “Synthesis of cogging-torque waveform from analysis of a single stator slot,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, no. 3, pp. 650–657, 2006.
- [11] D. A. González, J. A. Tapia, A. L. Bettancourt, “Design consideration to reduce cogging torque in axial flux permanent-magnet machines,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 8, pp. 3435–3440, 2007.

-
- [12] J. A. Güemes, P. M. García, A. M. Iraolagoitia, J. Ugartemendia, “Influence of the slot opening width and the rotor pole radius on the torque of PMSM,” *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ)*, 2009.
- [13] J. A. Güemes, A. M. Iraolagoitia, P. Fernandez, M. P. Donsion, “Comparative study of PMSM with integer-slot and fractional-slot windings,” *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2010, Roma.
- [14] J. A. Güemes, A. M. Iraolagoitia, J. J. Del Hoyo, P. Fernandez, “Torque analysis in permanent-magnet synchronous motors: A comparative study,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, no. 1, pp. 55–63, marzo 2011.
- [15] M. S. Islam, R. Islam, T. Sebastian, “Experimental verification of design techniques of permanent-magnet synchronous motors for low torque-ripple applications,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, pp. 89–95, 2011.
- [16] S. Lee, Y. J. Kim, S. Y. Jung, “Numerical investigation on torque harmonics reduction of interior pm synchronous motor with concentrated winding,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 927–930, febrero 2012.
- [17] W. Qian, S. K. Panda, J. X. Xu, “Torque ripple minimization in PM synchronous motors using iterative learning control,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 2, pp. 272–279, marzo 2004.
- [18] Z. Q. Zhu, Y. Liu, D. Howe, “Minimizing the influence of cogging torque on vibration in PM brushless machines by direct torque control,” *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 42, no. 10, pp. 3512–3514, octubre 2006.
- [19] Y. Abdel-Rady, I. Mohamed, E. F. El-Saadany, “A current control scheme with an adaptive internal model for torque ripple minimization and robust current regulation in PMSM drive systems,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, no. 1, pp. 92–100, marzo 2008.
- [20] L. Gasparin, A. Cernigoj, S. Markic, R. Fiser, “Additional cogging torque components in permanent-magnet motors due to manufacturing imperfections,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 3, pp. 1210–1213, marzo 2009.
- [21] I. Coenen, M. Van der Giet, K. Hameyer, “Manufacturing tolerances: Estimation and prediction of cogging torque influenced by magnetization faults,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 5, pp. 1932–1936, mayo 2012.
- [22] V. Simon-Sempere, M. Burgos-Payan, J. R. Cerquides-Bueno, “Influence of manufacturing tolerances on the electromotive force in permanent-magnet motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 11, pp. 5522–5532, noviembre 2013.
- [23] M. A. Khan, I. Husain, M. R. Islam, J. T. Klass, “Design of experiments to address manufacturing tolerances and process variations influencing cogging

- torque and back EMF in the mass production of the permanent-magnet synchronous motors,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 1, pp. 346–355, 2014.
- [24] S. Lee, K. Kim, S. Cho, J. Jang, T. Lee, J. Hong, “Optimal design of interior permanent magnet synchronous motor considering the manufacturing tolerances using taguchi robust design,” *IET Electric Power Applications*, vol. 8, no. 1, pp. 23–28, 2014.
- [25] J. F. Gieras, M. Wing, *Permanent magnet motor technology. Design and applications*. Marcel Dekker, 2002, ISBN:0-8247-0739-7.
- [26] J. Pyrhönen, T. Jokinen, V. Hrabovcová, *Desing of Rotating Electric Machines*. John Wiley and Sons, Ltd, 2008, ISBN: 978-0-470-69516-6.
- [27] F. Caricchi, F. Maradei, G. De Donato, F. G. Capponi, “Axial-flux permanent-magnet generator for induction heating gensets,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 1, pp. 128–137, enero 2010.
- [28] S. Javadi, M. Mirsalim, “Design and analysis of 42-v coreless axial-flux permanent-magnet generators for automotive applications,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 4, pp. 1015–1023, abril 2010.
- [29] Y. Kano, T. Kosaka, N. Matsui, “A simple nonlinear magnetic analysis for axial-flux permanent-magnet machines,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 6, pp. 2124–2133, junio 2010.
- [30] C. Koechl, Y. Perriard, “Analytical model for slotless permanent magnet axial flux motors,” *IEEE International Electrical Machines and Drives Conference (IEMDC)*, pp. 788–792, 2013.
- [31] A. A. Pop, H. Balan, M. Radulescu, H. Kanchev, “Electromagnetic torque capabilities of axial-flux and radial-flux permanent-magnet machines,” *International Symposium on Electrical and Electronics Engineering (ISEEE)*, pp. 1–4, 2013.
- [32] A. Nakahara, K. Deguchi, S. Kikuchi, Y. Enomoto, “Comparative electrical design of radial- and axial-flux permanent magnet synchronous machines under space limitation,” *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 422–428, 2014.
- [33] B. Zhang, T. Epskamp, M. Doppelbauer, M. Gregor, “A comparison of the transverse, axial and radial flux pm synchronous motors for electric vehicle,” *IEEE International Electric Vehicle Conference (IEVC)*, pp. 1–6, 2014.
- [34] J. F. Gieras, R. J. Wang, M. J. Kamper, *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*. Springer, 2008, ISBN: 978-1-4020-6993-2.
- [35] L. Chen, B. Li, C. Liu, R. Tang, “Design and study of novel transverse flux permanent magnet synchronous motor,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pp. 3554–3558, 2008.

- [36] Y. Rang, C. Gu, H. Li, “Analytical design and model of a transverse flux permanent magnet machine,” *International Conference on Power System Technology*, vol. 4, pp. 2164–2167, 2002.
- [37] J. Chang, J. Lee, J. Kim, S. Chung, D. Kang, H. Weh, “Development of rotating type transverse flux machine,” *IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, vol. 2, pp. 1090–1095, 2007.
- [38] S. Hossein, J. S. Moghan, N. F. Ershad, B. B. Jensen, “Design, prototyping, and analysis of a novel modular permanent-magnet transverse flux disk generator,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 4, pp. 772–780, abril 2011.
- [39] K. Lu, P. O. Rasmussen, E. Ritchie, “Design considerations of permanent magnet transverse flux machines,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 2804–2807, octubre 2011.
- [40] J. Yan, H. Lin, Y. Feng, Z.Q. Zhu, P. Jin, Y. Guo, “Cogging torque optimization of flux-switching transverse flux permanent magnet machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2169–2172, mayo 2013.
- [41] J. Pippuri, A. Manninen, J. Keränen, K. Tammi, “Torque density of radial, axial and transverse flux permanent magnet machine topologies,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2339–2342, mayo 2013.
- [42] X. Gong, Y. Xu, W. Song, “Design of novel disc transverse flux permanent magnet machine,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pp. 1648–1651, octubre 2014.
- [43] J. F. Gieras, *Advancements in Electric Machines*. Springer, 2008, ISBN: 978-1-4020-9006-6.
- [44] P. C. Dent, “Supply chain sustainability - rare earth materials,” *IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC)*, pp. 57–58, mayo 2010.
- [45] E. Machacek, N. Fold, “Alternative value chains for rare earths: The anglo-deposit developers,” *Resources Policy*, no. 42, pp. 53–64, octubre 2014.
- [46] K. Binnemans, P. T. Jones, K. Van Acker, B. Blanpain, B. Mishra, D. Apelian, “Rare-earth economics: The balance problem,” *The Journal of The Minerals, Metals and Materials Society (TMS)*, vol. 65, no. 7, pp. 846–848, 2013.
- [47] C. Canals, “El curioso caso de las tierras raras: la crisis que no será,” *Dossier: Materias Primas Fuente de Crecimiento (publicación electrónica)*. www.lacaixaresearch.com, pp. 34–35, julio - agosto 2014.
- [48] E. Alonso, A. M. Sherman, T. J. Wallington, M. P. Everson, F. R. Field, R. Roth, R. E. Kirchain, “Evaluating rare earth element availability: A case with revolutionary demand from clean technologies,” *Environmental Science And Technology*, vol. 46, no. 6, pp. 3406–3414, febrero 2012.

- [49] V. Zepf, *Rare Earth Elements. A New Approach to the Nexus of Supply, Demand and Use: Exemplified along the Use of Neodymium in Permanent Magnets*. Springer, 2013, ISBN:978-3-642-35457-1.
- [50] S. Musuroi, C. Sorandaru, M. Greconici, V.N. Olarescu, M. Weinman, “Low-cost ferrite permanent magnet assisted synchronous reluctance rotor an alternative solution for rare earth permanent magnet synchronous motors,” *IEEE Annual Conference of the Industrial Electronics Society (IECON)*, pp. 2966–2970, 2013.
- [51] K. Habib, H. Wenzel, “Exploring rare earths supply constraints for the emerging clean energy technologies and the role of recycling,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 84, no. 1, pp. 348–359, diciembre 2014.
- [52] L. Meyer, B. Bras, “Rare earth metal recycling,” *IEEE International Symposium on Sustainable Systems and Technology (ISSST)*, pp. 1–6, 2011.
- [53] J. Sanz Feito, *Máquinas Eléctricas*, P. Hall, Ed., 2004.
- [54] P. Cambell, *Permanent Magnet materials and their Application*. Cambridge University Press, 1994, ISBN: 0-521-24996-1.
- [55] R. H. Park, B.L. Robertson, “The reactances of synchronous machines,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE*, vol. 47, no. 2, pp. 514–535, 1928.
- [56] R. H. Park, B. L. Robertson, “Abridgment of the reactances of synchronous machines,” *Journal of the American Institute of Electrical Engineers (AIEE)*, vol. 47, no. 5, pp. 345–348, 1928.
- [57] R. H. Park, “Two reaction theory of synchronous machines. generalized method of analysis-part i,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE*, vol. 48, no. 2, pp. 716–727, 1929.
- [58] R. Park, “Two-reaction theory of synchronous machines-part ii,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE*, vol. 52, no. 2, pp. 352–354, 1933.
- [59] P.L. Alger, “The calculation of the armature reactance of synchronous machines,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE*, vol. 47, no. 2, pp. 493–512, 1928.
- [60] P. L. Alger, “Abridgment of the calculation of the armature reactance of synchronous machines,” *Journal of the American Institute of Electrical Engineers AIEE*, vol. 47, no. 4, pp. 265–269, 1928.
- [61] R. E. Doherty, C. A. Nickle, “Synchronous machines i. an extension of blondel’s two-reaction theory,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers A.I.E.E.*, vol. 45, pp. 912–947, 1926.
- [62] M. Pérez Donsión, M. A. Fernández Ferro, *Motores Síncronos de Imanes Permanentes*. Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico Universidad de Santiago de Compostela, 1990, ISBN84-7191-622-3.

- [63] J. Chatelain, *Machines électriques (Tomo 2)*. Dunod, 1983, ISBN: 2-04-015677-1.
- [64] J. Fraile Mora, *Máquinas Eléctricas*, 5th ed. McGraw-Hill, 2003, ISBN: 84-481-3913-5.
- [65] J. R. Hendershot Jr., T. J. E. Miller, *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*. Magna Physics Publishing - Oxford Science Publications, 1994, ISBN-1-881855-03-1.
- [66] T. Kenjo, S. Nagamori, *Permanent Magnet and Brushless DC Motors*. Clarendon Press - Oxford, 1985, ISBN: 0-19-856217-9.
- [67] T. J. E. Miller, *Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives*. Clarendon Press- Oxford, 1989, ISBN: 0-19-859369-4.
- [68] R. Krishnan, *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*. CRC Press, 2010, ISBN: 978-0-8247-5384-9.
- [69] J. De La Ree, N. Boules, "Torque production in permanent-magnet synchronous motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, no. 1, pp. 107–112, enero/febrero 1989.
- [70] K. H. Kim, D. J. Sim, J. S. Won, "Analysis of skew effects on cogging torque and bmf for bldcm," *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 191–197, septiembre 1991.
- [71] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back emf," *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 144, no. 5, pp. 325–330, septiembre 1997.
- [72] R. Islam, I. Husain, A. Fardoun, K. McLaughlin, "Permanent magnet synchronous motor magnet designs with skewing for torque ripple and cogging torque reduction," *42nd IAS Annual Meeting (Industry Applications Conference) 2007*, pp. 1552–1559, septiembre 2007.
- [73] G. Y. Sizov, P. Zhang, D.M. Ionel, N.A.O. Demerdash, I.P. Brown, M.G. Solveson, "Modeling and analysis of effects of skew on torque ripple and stator tooth forces in permanent magnet ac machines," *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 3055–3061, septiembre 2012.
- [74] C. Bianchini, F. Immovilli, A. Bellini, M. Davoli, "Cogging torque reduction method for internal permanent magnet motors: Review and comparison," *XIX Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2010.
- [75] C. Bianchini, F. Immovilli, A. Bellini, M. Davoli, "Review of design solutions for internal permanent-magnet machines cogging torque reductions," *IEEE Transactions on Mag*, vol. 48, no. 10, pp. 2685–2693, octubre 2012.
- [76] N. Bianchi, S. Bolognani, "Reducing torque ripple in pm synchronous motors by pole-shifting," *International Congress on Electric Machines (ICEM)*, pp. 1222–1226, 2000.

- [77] C. Bretón, J. Bartolomé, J. A. Benito, G. Tassinario, I. Flotats, C. W. Lu, B. J. Chalmers, “Influence of machine symmetry on reduction of cogging torque in permanent-magnet brushless motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 3819–3823, septiembre 2000.
- [78] T. Liu, S. Huang, J. Gao, “A method for reducing cogging torque by magnet shifting in permanent magnet machines,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEM)*, 2010.
- [79] D. Wang, X. Wang, Y. Yang, R. Zhang, “Optimization of magnetic pole shifting to reduce cogging torque in solid-rotor permanent-magnet synchronous motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 5, pp. 1228–1234, mayo 2010.
- [80] A. Wang, D. MA, S. Shu, “Influence of magnet pole shifting on cogging torque for pmsg application,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pp. 495–499, 2014.
- [81] N. Bianchi, S. Bolognani, A.D.F. Cappello, “Reduction of cogging force in pm linear motors by pole-shifting,” *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 152, no. 3, pp. 703–709, mayo 2005.
- [82] D. Ishak, Z. Q. Zhu, D. Howe, “Permanent-magnet brushless machines with unequal tooth width and similar slot and pole numbers,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no. 2, pp. 584–590, marzo/abril 2005.
- [83] I. Petrov, P. Ponomarev, J. Pyrhönen, “Torque ripple reduction in 12-slot 10-pole fractional slot permanent magnet synchronous motors with non-overlapping windings by implementation of unequal stator teeth widths,” *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 1455–1460, septiembre 2014.
- [84] G. J. Li, Z. Q. Zhu, “Analytical modeling of modular and unequal tooth width surface-mounted permanent magnet machines,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 9, septiembre 2015.
- [85] I. Petrov, P. Ponomarev, Y. Alexandrova, J. Pyrhönen, “Unequal teeth widths for torque ripple reduction in permanent magnet synchronous machines with fractional-slot non-overlapping windings,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 2, febrero 2015.
- [86] D. Howe, Z. Q. Zhu, “The influence of finite element discretisation on the prediction of cogging torque in permanent magnet excited motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1080–1083, marzo 1992.
- [87] Z. Q. Zhu, D. Howe, “Analytical prediction of the cogging torque in radial-field permanent magnet brushless motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1371–1374, marzo 1992.
- [88] Z. Q. Zhu, S. Ruangsinchaiwanich, Y. Chen, D. Howe, “Evaluation of superposition technique for calculating cogging torque in permanent-magnet brushless

- machines,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 5, pp. 1597–1603, mayo 2006.
- [89] J. Ji, W. Zhao, J. Zhu, X. Zhang, X. Zhu, “Design and analysis of a new fractional-slot-windings axial-flux permanent-magnet machine,” *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pp. 1–4, 2011.
- [90] G. De Donato, F. G. Capponi, F. Caricchi, “Fractional-slot concentrated-winding axial-flux permanent-magnet machine with core-wound coils,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 2, pp. 630–641, marzo/abril 2012.
- [91] J. Cros, P. Viarouge, “Synthesis of high performance pm motors with concentrated windings,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, no. 2, pp. 248–253, junio 2002.
- [92] F. Libert, J. Soulard, “Investigation on pole-slot combinations for permanent-magnet machines with concentrated windings,” *International Conference on Electrical Machines*, septiembre 2004.
- [93] F. Libert, J. Soulard, “Manufacturing method of stator cores with concentrated windings,” *IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*, pp. 676–680, 2006.
- [94] A. M. El-Refaie, “Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines: Opportunities and challenges,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 1, pp. 107–121, enero 2010.
- [95] D. Zarko, “A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduce torque pulsations,” *Tesis Doctoral, University of Wisconsin-Madison (EEUU)*, 2004.
- [96] P. Salminen, “Fractional slot permanent magnet synchronous motors for low speed applications,” *Tesis Doctoral, Lappeenranta University of Technology*, 2004.
- [97] A. M. El-Refaie, “High speed operation of permanent magnet machines,” *Tesis Doctoral, University of Wisconsin-Madison*, 2005.
- [98] M. Thiele, “Analysis of cogging torque due to manufacturing variations in fractional pitch permanent magnet synchronous machines,” *Tesis Doctoral, Charles Darwin University (Australia)*, 2013.
- [99] W. Van, “Cogging compensation in embedded brushless motor control for haptics applications,” *Tesis Doctoral, Delft University of Technology (Holanda)*, 2013.
- [100] A. Iraolagoitia, “Influencia de la geometría del rotor en el comportamiento electromagnético de motores síncronos de imanes permanentes con devanados concentrados para aplicaciones de baja velocidad,” *Tesis Doctoral, Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea*, 2014.

- [101] P. Fernandez, “Análisis de la distribución de de fuerzas raradial en motores sín-cronos de imanes permanentes de baja velocidad. comparación de la influencia de paraámetros de diseño en el ruido magnético,” *Tesis Doctoral, Universidad del Pais Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea*, 2015.
- [102] V. S. Sempere, “Filtrado en el dominio espacial aplicado al diseño de máquinas de imán permanente,” *Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla*, 2015.
- [103] F. Libert, J. Soulard, “Investigation on pole-slot combinations for permanent magnet machines with concentrated windings,” *International Comference on Electrical Machines (ICEM)*, septiembre 2004.
- [104] T. Ishikawa, G. R. Slemon, “A method of reducing ripple torque in permanent magnet motors without skewing,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 2028–2031, marzo 1993.
- [105] J. R. Brauer, G. Barrow, R. S. Lahey, N. J. Lambert, V. D. Overbye, J.J. Ruehl, *What Every Engineer Should Know About Finite Element Analysis*. Marcel Dekker, INC., 1993, ISBN:0-8247-8954-7.
- [106] P. Silvester, M. V. K. Chari, “Finite element solution of saturable magnetic field problems,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 89, no. 7, pp. 1642–1651, septiembre/octubre 1970.
- [107] M. V. K. Char, P. Silvester, “Analysis of turboalternator magnetic fields by finite elements,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 90, no. 2, pp. 454–464, marzo/abril 1971.
- [108] M. V. K. Chari and Z. J. Csendes and P. Silvester and A. Konrad and M. A. Palmo, “Three-dimensional magnetostatic field analysis of electrical machinery by the finite-element method,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 100, no. 8, pp. 4007–4019, agosto 1981.
- [109] P. P. Silvester, R. L. Ferrari, *Elementos Finitos para Ingeniería Eléctrica*. ed. Limusa, 1996, ISBN:968-18-2936-0.
- [110] Cedrat, *User guide Flux 11.2. Volume 1: General tools, geometry and mesh*, Noviembre 2013.
- [111] —, *User guide Flux 11.2. Volume 3: Physical applications: magnetic, electric, thermal, ...*, Noviembre 2013.
- [112] —, *User guide Flux 11.2. Volume 2: Physical description, solving and post-processing*, Noviembre 2013.
- [113] —, *User guide Flux 11.2, Volume 4: Circuit kinematic coupling, multiphysics and skew*, Noviembre 2013.

Nomenclatura

SÍMBOLOS

A	Potencial magnético
B	Inducción magnética o densidad de flujo magnético
B_r	Densidad de flujo remanente de un material
D	Densidad de flujo eléctrico
E	Fuerza electromotriz
E_0	Fuerza electromotriz de vacío
E_r	Fuerza electromotriz resultante en carga
F_m	Fuerza magnetomotriz
F_C	Factor de cogging
F_R	Factor de rizado
f	Frecuencia
H	Intensidad de campo magnético
H_c	Intensidad de campo coercitiva
H_{ci}	Intensidad de campo coercitiva intrínseca de un material
I	Intensidad
I_d	Componente de la intensidad de inducido según el eje d
I_q	Componente de la intensidad de inducido según el eje q
J	Densidad de corriente
K	Número de ranuras del estator
K_p	Número de ranuras por polo
k_c	Coefficiente de Karter
k_w	Factor de devanado
k_1	Coefficiente de dispersión del imán
k_2	Factor de pérdidas del imán

M	Magnetización
N	Número de ciclos del par de cogging por ranura
n_s	Velocidad síncrona
P	Potencia
P_i	Potencia electromagnética
P_1	Potencia absorbida
p	Número de pares de polos
q	Número de ranuras por polo y fase
R	Resistencia por fase del estator
R_m	Reluctancia magnética
T	Par
T_{cog}	Par de cogging
T_i	Par electromagnético
t	Temperatura (en °C)
W	Energía
W_c	Coenergía magnética
X_σ	Reactancia de dispersión del estator
X_i	Reactancia de reacción de inducido
X_{id}	Reactancia de reacción del estator según el eje d
X_{iq}	Reactancia de reacción del estator según el eje q
X_d	Reactancia síncrona de eje directo
X_q	Reactancia síncrona de eje en cuadratura
X_s	Reactancia síncrona
Y_Q	Paso de bobina expresado en ranuras
a_B	Coefficiente de Temperatura para B_r
a_H	Coefficiente de Temperatura para H_c
ε	Permitividad eléctrica
ε_0	Permitividad del vacío
ρ	Resistividad eléctrica de un material
θ	Posición angular
θ_D	Ángulo de desplazamiento de los imanes

μ	Permeabilidad magnética
μ_0	Permeabilidad del vacío
μ_r	Permeabilidad relativa
χ_m	Susceptibilidad magnética
Φ	Flujo magnético
Φ_g	Flujo en el entrehierro
Φ_m	Flujo máximo
Φ_r	Flujo resultante en carga

ABREVIATURAS

EF	Elementos finitos
f.e.m.	Fuerza electromotriz
f.m.m.	Fuerza magnetomotriz
IP	Imán permanente
MCD	Máximo común divisor
MCM	Mínimo común múltiplo
MEF	Método de los elementos finitos
MH	Máquina herramienta
MSIP	Motores síncronos de imanes permanentes / máquinas sincronas de imanes permanentes
THD	Distorsión armónica total