

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA
INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET EN LA CARACTERIZACIÓN DE SEÑALES ELÉCTRICAS

Alumno/Alumna: Castanedo, Lavín, Jesús

Director/Directora (1): Valverde, Santiago, Víctor

Curso: 2017-2018

Fecha: 17, Julio, 2018

DATOS BÁSICOS DEL TRABAJO DE FIN DE GRADO

- Alumno: Castanedo Lavín, Jesús.
- Director/a: Valverde Santiago, Víctor.
- Departamento: Ingeniería Eléctrica.

- Título del Trabajo: Aplicación de la Transformada Wavelet en la caracterización de señales eléctricas.
- Resumen: Muchas de las incidencias asociadas al sistema eléctrico se caracterizan por presentar formas de tensión y o intensidad propias y características del fenómeno que las provoca. Estos fenómenos pueden afectar seriamente a las instalaciones eléctricas, condicionando su correcto funcionamiento, por lo que es preciso su detección para poder actuar en consecuencia. Una posible vía para la detección de este fenómeno es la identificación de la forma de onda de las señales de tensión e intensidad. Para ello se pueden utilizar diferentes herramientas matemáticas como la Transformada Wavelet o el uso de técnicas de inteligencia artificial. El objetivo del presente trabajo es estudiar este tipo de herramientas matemáticas y aplicarlas en la caracterización de determinadas señales eléctricas. Se utilizará como soporte informático el programa comercial Matlab.
- Palabrasclave: Falta, transformada de Fourier, transformada Wavelet, MATLAB, Wavelet Toolbox, señal.

- Izenburua: Wavelet Transformatuaren Aplikatioa Seinale Elektriakoetan Oinarritua.
- Laburpena: Sistema elektrikoaren arazo askok arazoa eragiten duen fenomenoaren ezaugarriez gain, tentsioa edo intentsitatea duten formek ere sortzen dute. Fenomeno hauek eragin handia dute instalazio elektrikoetan. Hori dela eta, garrantzitsua da lehen bait lehen detektatzea. Hori seinaleen uhinen tentsioa eta intentsitatea ikertzen lortzen da. Horretarako, matematikak eskaintzen dituen tresnak erabili daitezke; hala nola, wavelet transformatua edo adimen artifizialen teknikak. Lan honen helburua tresna matematiko horiek ikertzea eta hauek seinale elektrikoetan aplikatzea da. Laguntza informatiko moduan MATLAB deritzon merkataritza programa erabiliko da.
- Hitzgakoak: Falta, Fourieren Transformatioa, Waveley Transformatioa, MATLAB, Wavelet Toolbox, seinalea.

- Title: Application of the Wavelet Transform in the characterization of electrical signals.
- Abstract: Many of the incidents associated with the electrical system are characterized by their own forms of tension and intensity and characteristics of the phenomenon that causes them. These phenomena can seriously affect the electrical installations, conditioning their correct operation, which is why they must be detected in order to act accordingly. A possible way to detect this phenomenon is the identification of the waveform of the voltage and current signals. To this effect, you can use different mathematical tools such as “The Wavelet Transform” or the use of artificial intelligence techniques. The objective of this paper is to study this type of mathematical tools and apply them in the characterization of certain electrical signals. The Matlab commercial program will be used as a computer support.
- Keywords: Fault, Fourier transform, Wavelet transform, MATLAB, Wavelet Toolbox, signal.

ÍNDICE

1	Introducción	9
2	Contexto	10
2.1	El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP).....	10
2.2	Análisis en frecuencia de señales	11
3	Objetivos y Alcance.....	13
4	Beneficios del Proyecto	14
4.1	Beneficios técnicos	14
4.2	Beneficios económicos	14
4.3	Beneficios sociales.....	15
5	Estado del arte	16
5.1	Análisis de Fourier	16
5.1.1	Series de Fourier.....	16
5.1.2	Transformada de Fourier.....	16
5.1.3	Transformada Discreta de Fourier (DFT).....	17
5.1.4	Transformada Rápida de Fourier (FFT).....	18
5.1.5	Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT)	18
5.2	Wavelet.....	19
5.2.1	Clasificación y tipos de Wavelets	20
5.2.2	Transformada Wavelet	21
5.2.3	Transformada Wavelet Continua (CWT).....	22
5.2.4	Transformada Wavelet Discreta (DWT).....	25
5.2.5	Wavelets Packets.....	28
6	Análisis de alternativas.....	29
6.1	Métodos para el análisis	29
6.1.1	Presentación de alternativas.....	29
6.1.2	Definición de los criterios de selección	30
6.1.3	Selección de la solución	30
6.2	Herramienta Software.....	32
6.2.1	Presentación de alternativas.....	32
6.2.2	Definición de los criterios de selección	34
6.2.3	Selección de la solución	34
7	Descripción de la solución.....	36
7.1	Funcionamiento de la herramienta con ejemplo práctico.....	37
7.1.1	Modos de visualización	40
7.1.2	Otras aplicaciones de la herramienta.....	43
8	Metodología	50
8.1	Detección de discontinuidad.....	50
8.2	Caracterización de una señal de tensión de ferresonancia	54

9	Descripción de Tareas. Gantt	58
10	Presupuesto	60
11	Conclusiones	62
12	Fuentes de información	63

LISTA DE ABREVIATURAS

TFG.....	Trabajo de Fin de Grado
SEP.....	Sistema Eléctrico de Potencia
WT.....	Wavelet Transform
FT.....	Fourier Transform
DFT.....	Discrete Fourier Transform
FFT.....	Fast Fourier Transform
STFT.....	Short Time Fourier Transform
CWT.....	Continuous Wavelet Transform
DWT	Discrete Wavelet Transform

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. a) Impulso rectangular, b) Su transformada de Fourier	17
Figura 2. Señales estacionarias y su Transformada de Fourier	18
Figura 3. Transformada de Fourier de ventana.....	19
Figura 4. Distintas Familias Wavelet.....	21
Figura 5. Utilización del tamaño de la ventana variable en Wavelet	21
Figura 6. Interpretación gráfica de la resolución en tiempo y frecuencia, a) transformada Wavelet continua, b) transformada Wavelet discreta	22
Figura 7. Señal coseno para diferentes escalas	23
Figura 8. Proceso de escalamiento y traslación.....	24
Figura 9. Paso uno previo al cálculo de la CWT	24
Figura 10. Paso 2 previo al cálculo de la CWT	25
Figura 11. Paso 3 previo al cálculo de la CWT	25
Figura 12. Diagrama de descomposición de señales usando banco de filtros	26
Figura 13. Diagrama de descomposición de señales usando banco de filtros y submuestreo.....	26
Figura 14. Árbol de descomposición Wavelet	27
Figura 15. Esquema de descomposición Wavelet packet hasta nivel 3	28
Figura 16. Wavelet Toolbox Main Menu	37
Figura 17. Señal seno con ruido	38
Figura 18. Wavelet 1-D.....	38
Figura 19. Familia Wavelet Daubechies	39
Figura 20. Modo de descomposición completa.....	40
Figura 21. Modo separado.....	41
Figura 22. Modo superpuesto.....	41
Figura 23. Modo árbol con señal de aproximación 5.....	42
Figura 24. Modo mostrar y desplazar. Aproximación 5, detalle 4.....	42
Figura 25. Modo mostrar y desplazar (Stem Cfs). Aproximación 5, detalle 4.	43
Figura 26. Otras aplicaciones	43
Figura 27. Estadísticas	44
Figura 28. Histogramas	45
Figura 29. Compresión	46
Figura 30. Señal original y comprimida.....	46
Figura 31. Residuos	47
Figura 32. Señal original y señal sin ruido	48
Figura 33. De-noise	48
Figura 34. Comandos de zoom.....	48
Figura 35. Sección aumentada de la señal	49
Figura 36. Señal con ruptura de frecuencia	50
Figura 37. Descomposición modo separado.....	51
Figura 38. Coeficiente de detalle 1 (d1).....	52
Figura 39. Coeficiente de aproximación 4 (a4)	53
Figura 40. Detección de la discontinuidad mediante MATLAB.....	53
Figura 41. Señal y coeficientes aumentados	54
Figura 42. Señal de tensión de ferresonancia	55
Figura 43. Descomposición modo separado de ferresonancia	56
Figura 44. Método seguido para la clasificación de las perturbaciones.....	57
Figura 45. Diagrama de Gant	59
Figura 46. Desglose gastos.....	61

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Valoración método análisis	31
Tabla 2. Valoración Software.....	34
Tabla 3. Partida de horas internas.....	60
Tabla 4. Partida de amortizaciones	60
Tabla 5. Partida de gastos.....	60
Tabla 6. Resumen presupuesto.....	61

1 Introducción

Este documento contiene el Trabajo de Fin de Grado (TFG) denominado *Aplicación de la Transformada Wavelet en la caracterización de señales eléctricas*. En el presente trabajo, primero se realizará una presentación del contexto, así como los objetivos y alcance del mismo. También incluirá los beneficios de este, tanto técnicos como económicos y sociales.

Mediante el estado del arte se definirá de forma más detallada el concepto teórico de WT, presentando también como paso previo a su utilización la FT y el porqué de la necesidad de su utilización debido a las limitaciones que presenta la FT en la caracterización de ciertas señales.

Posteriormente se describen las diferentes alternativas para la aplicación del análisis Wavelet en la caracterización de señales, describiendo las posibilidades que ofrecen cada una y estableciendo los criterios de selección para la posterior elección de la solución más adecuada.

Después se hace una descripción de la herramienta usada y mediante un ejemplo se exponen las capacidades que esta ofrece. En la metodología se aplica esta herramienta para la caracterización de dos señales diferentes.

También el presente trabajo ofrece un presupuesto con la inversión necesaria para llevar a cabo este proyecto. La planificación seguida se recogerá en un diagrama Gantt donde aparecerán las diferentes tareas y su orden de ejecución para la realización del presente TFG.

Finalmente se incluyen las conclusiones finales a las que se llega tras la realización del TFG.

2 Contexto

El presente trabajo se ha realizado en la Escuela de Ingeniería de Bilbao dentro del departamento de ingeniería eléctrica. Tiene como finalidad la aplicación de un método que sirva para la caracterización de señales mediante la utilización de una herramienta de MATLAB.

2.1 El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP)

Debido al constante crecimiento de la demanda de energía a nivel mundial es indispensable cumplir con dos requisitos de gran importancia: la calidad y la continuidad del suministro de electricidad, los cuales garantizarán el correcto funcionamiento del SEP [1].

La calidad se la puede definir como el conjunto de reglas, tanto de voltaje como de corriente o frecuencia, que garanticen la vida útil de los dispositivos eléctricos y electrónicos que normalmente se encuentran conectados en la red.

Por otro lado, la continuidad se relaciona al hecho por el cual el SEP debe garantizar que la energía eléctrica suministrada por las diferentes centrales de generación sea transportada a grandes distancias de forma óptima para finalmente ser distribuida a los diferentes centros de consumo.

Dentro del SEP, resulta prácticamente imposible descartar que no vayan a aparecer faltas en cualquiera de los elementos que lo componen, por lo que se debe considerar previamente un sistema de protecciones que tenga como objetivo minimizar los efectos de las faltas que se produzcan en el sistema.

Una correcta actuación de los sistemas de protección garantizará el cumplimiento de los requisitos de calidad y continuidad citados anteriormente, procurando que en caso de aparición de una falta, esta sea detectada inmediatamente, haciendo que el sistema sufra lo menos posible durante un corto periodo de tiempo y que no se produzcan interrupciones en el suministro de energía.

Existen equipos eléctricos, los cuales al no estar expuestos a la intemperie al estar normalmente localizados dentro de las centrales de generación, como es el caso de los generadores y los transformadores de potencia, que presentan muy pocas posibilidades de que sucedan las faltas mencionadas anteriormente. Sin embargo, las líneas de transmisión al ser el elemento que cubre la mayor parte de la trayectoria del sistema y por poder encontrarse sometidas a cualquier tipo de condiciones climáticas, son las más vulnerables y por ello se consideran como la parte más crítica del sistema de potencia. Por esto, las líneas de transmisión deben protegerse de la mejor manera

posible para mantenerlas en unas condiciones excelentes de servicio.

Una rápida detección de la falta, permite a su vez una pronta restauración del sistema, teniendo como principal objetivo reducir los tiempos de interrupción del suministro eléctrico.

Actualmente existe un gran número de herramientas sofisticadas, las cuales son de gran utilidad para la realización del análisis de faltas en líneas de transmisión.

2.2 Análisis en frecuencia de señales

Una señal es un fenómeno físico que puede ser medido. Matemáticamente, es posible describir a una señal como función de una o más variables independientes, dichas variables contienen ya sea datos o información de la conducta y la naturaleza de un fenómeno.

Las transformaciones matemáticas son aplicadas a las señales, a fin de extraer mayor información que aquella que se puede extraer de la señal pura. Entre las diversas herramientas utilizadas para el análisis de señales tenemos a las series de Fourier y FT. Estas representaciones de señales implican, básicamente, la descomposición de las señales en función de componentes sinusoidales o exponenciales complejas. Se dice que una señal está representada en el dominio de la frecuencia cuando se emplea una de las herramientas matemáticas mencionadas anteriormente.

En el análisis de señales existe un gran número de herramientas que se han ido desarrollando con el paso de los años, entre las que destaca, sin lugar a dudas, como se cita anteriormente, la FT, la cual se ha hecho un nombre reconocido gracias a su capacidad de entregar una representación del contenido de frecuencias que posee una determinada señal. Sin embargo, hace no más de 20 años, se han venido desarrollando nuevas herramientas, que permiten realizar un análisis de las señales desde otra perspectiva, surgidas principalmente ante la necesidad de poder analizar señales que no se comportan de forma estacionaria, o que presentan cambios bruscos en intervalos muy pequeños. Estas señales provienen de diferentes áreas de investigación, tales como medicina, sismología, geología, electrónica, desarrollo militar, etc.

Entre estas nuevas herramientas se encuentra la teoría de Wavelet, que no pretende ser más que eso: una nueva herramienta al servicio de la investigación y el análisis de señales, complementándose con los métodos ya conocidos y estudiados a lo largo de los años.

Generalmente, los libros y artículos relacionados con Wavelet se caracterizan por tener una base matemática de alta complejidad, lo que frustra en gran medida los intentos iniciales de acercamiento hacia esta materia. Esto justifica el desarrollo de este documento, que pretende entregar de forma sencilla los conocimientos básicos necesarios para establecer un punto de partida hacia el aprendizaje de Wavelets.

3 Objetivos y Alcance

El principal objetivo del presente trabajo es profundizar en el conocimiento de la WT y su aplicación práctica en el área de la ingeniería eléctrica, como puede ser en la caracterización de señales eléctricas asociadas a perturbaciones eléctricas: fallos, sobretensiones, discontinuidades, huecos de tensión, ferroresonancia...etc.

Para poder conseguir este objetivo se establecen una serie de objetivos secundarios:

- Obtener señales de faltas en el SEP.
- Utilizar la WT para el estudio y caracterización de las señales.
- Selección de la Wavelet madre más idónea para el análisis de las diferentes perturbaciones.
- Interpretar las diferentes descomposiciones obtenidas al aplicar la WT a la señal.

En el estudio propuesto se utiliza la WT como la principal herramienta para análisis de transitorios originados por faltas, con lo cual se busca detectar cualquier tipo de falta que se pueda presentar en una señal dada.

Las características propias de la WT ofrecen la posibilidad de representar señales en diferentes niveles de resolución, representar de forma eficiente señales con variaciones abruptas de amplitud, y analizar señales no estacionarias, permitiendo acceder al contenido en frecuencia de una señal y a cuándo estas componentes de frecuencia se manifiestan.

Con la ayuda del programa MATLAB, y la utilización de las herramientas de la WT, se analizan las señales obtenidas para la identificación de patrones, con los cuales sea factible detectar los posibles tipos de faltas originados.

Una vez que se haya realizado la revisión en cuanto a la teoría más relevante de ambos tipos de transformadas, Fourier y Wavelet, se plantea realizar una comparación entre ellas a fin de poder establecer las ventajas, desventajas, diferencias y semejanzas.

Más adelante se explicará de forma más concreta el por qué de la utilización de la WT en este tipo de análisis de señales, y cómo ha sido la evolución de las diferentes transformadas matemáticas que se han ido usando hasta llegar hasta ella.

4 Beneficios del Proyecto

Los beneficios que se obtienen en este TFG pueden desglosarse en beneficios técnicos, económicos y sociales. Debido a que este TFG tiene un contenido técnico, estos beneficios serán los más importantes. Por ello, tanto los beneficios económicos como sociales derivarán de estos.

4.1 Beneficios técnicos

Actualmente, el SEP, tiene como función principal asegurarse de que se cubra la demanda eléctrica que se produce diariamente en España. Para que se cumpla esa condición, se debe solventar el continuo número de cambios que se producen en el sistema y en la demanda de la energía, para así poder adecuar el sistema a las características requeridas para cubrir la demanda.

Debido a que las faltas que se producen suponen un inconveniente que se tiene que solucionar de la forma más eficaz posible, comprender, detectar y clasificar estas faltas de la forma más rápida y efectiva ayudará a evitar que estas tengan efectos negativos sobre los diferentes equipos del SEP y a que se produzcan deficiencias en la demanda de la energía eléctrica.

La aparición de estas faltas sin una detección óptima podría dañar los equipos de trabajo y sus componentes, ya sea produciendo como efecto la avería o rotura de los mismos, o disminuyendo drásticamente su tiempo de vida útil. Al conseguir minimizar el tiempo de detección de estas faltas, se consigue evitar la reducción que éstas producen en la vida útil de la maquinaria afectada, entre otros problemas de los que son responsables, lo que puede traducirse en una mejora de las condiciones de funcionamiento, además de otros beneficios. Así mismo, un sistema deficiente en la detección de faltas podría producir interrupciones en el abastecimiento de la demanda de la energía eléctrica, algo impensable en los tiempos actuales y que acarrearía grandes problemas. El conjunto de problemas que se logran evitar debido a una pronta detección y actuación frente a los efectos que producen las faltas, derivan en una mejora de la calidad del servicio de cobertura de la demanda, lo cual permite reducir los recursos que son necesarios invertir para alcanzar dichos niveles de calidad, y facilita el suministro de energía eléctrica a los consumidores.

4.2 Beneficios económicos

El hecho de poder modelizar, cuantificar y reducir el tiempo de detección con respecto a la aparición de las faltas, agiliza el estudio de dicho fenómeno y sus consecuentes efectos negativos, haciendo posible encontrar soluciones mejores y más baratas para la reducción de estos.

En un contexto a más largo plazo, la rápida detección de estas faltas se traduce en una notable reducción del deterioro prematuro de los elementos que constituyen la maquinaria, así como la reducción de pérdidas y otros problemas asociados a estos fenómenos.

Las diferentes labores para mantener de una forma adecuada los diferentes componentes del sistema, la sustitución o arreglo de maquinaria, para evitar poner en peligro la integridad de todo el sistema, así como su capacidad para poder continuar operando correctamente suponen una elevada inversión económica. Por esta razón, evitar los inconvenientes que surgen como consecuencia de las diferentes faltas supone un notable ahorro en el ámbito económico.

En cualquiera de los casos, la aparición de las diferentes faltas supone un coste elevado que puede ser evitable si se detecta el fenómeno de una forma rápida y se actúa en consecuencia consiguiendo que no afecte al sistema. Debido a esto, se consigue un ahorro económico importante gracias a la reducción del deterioro de maquinaria y componentes, así como se evita que se produzcan interrupciones en el suministro de la energía.

4.3 Beneficios sociales

Los diferentes consumidores de la red eléctrica demandan cada vez más un suministro eléctrico de una mayor calidad. Debido a esto, conocer las características de las señales eléctricas de la red ante diferentes alteraciones facilita a sus diseñadores conocer cuál será su comportamiento ante las diferentes condiciones de las faltas que puedan surgir.

El hecho de conocer las características de las diferentes faltas que pueden aparecer en el sistema tiene como consecuencia la mejora en la capacidad de detección y respuesta para poder evitar los problemas asociados a una larga duración de estas.

Una correcta y rápida aplicación de medidas correctoras para prevenir los efectos negativos que provocan las faltas permite asegurar una mejor continuidad y calidad del suministro eléctrico y la mejora en la explotación del SEP, lo que se traduce en una mejora en los clientes.

5 Estado del arte

Como se ha comentado anteriormente, son muchos los métodos que se han ido usando para la caracterización de las señales eléctricas. Dentro de estos métodos, se ha destacado a la FT como uno de los más importantes para la obtención de información de estas señales. Sin embargo, presenta ciertos problemas que se citarán más adelante.

Debido a estas limitaciones surge la aparición de la WT, en la cual se centrará el presente TFG.

5.1 Análisis de Fourier

Este análisis ha sido utilizado en numerosas ramas de la ciencia y de la ingeniería y constituye una herramienta poderosa en el tratamiento de señales periódicas. Está basada en la transformación de una función definida en dominio temporal en otra función definida en dominio frecuencial. Esta técnica incluye tanto las series como la FT y su revisión teórica está justificada por la similitud que tiene respecto al análisis Wavelet.

5.1.1 Series de Fourier

En un sistema eléctrico de potencia ideal, la energía se suministra a frecuencia constante y para unas condiciones de tensión e intensidad claramente definidas. Sin embargo, algunas de estas condiciones no se cumplen en la práctica, apareciendo la figura de distorsión, que implica una deformación de la señal de tensión y/o intensidad del sistema de potencia. La deformación de una senoide se expresa generalmente en función de su contenido armónico. El término armónico significa la aparición de una señal de frecuencia múltiplo de una llamada fundamental, o frecuencia de la senoide que no presenta distorsión.

En 1822 J. Fourier demostró que una función continua y periódica, siendo T el periodo, puede ser representada mediante una serie infinita de funciones senos y/o cosenos, (base ortogonal de funciones), de frecuencias armónicas relacionadas.

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} \quad (1)$$

5.1.2 Transformada de Fourier

La FT permite la descomposición de una señal en sus componentes de senos y cosenos para diferentes frecuencias y cuya suma corresponde a la señal original [2]. La FT expresa una señal $f(t)$, de período T, como suma de sus armónicos. Gracias a ella se puede representar una señal que originalmente se encuentra en el dominio del

tiempo $f(t)$ a otra en el dominio de la frecuencia $F(m)$, o del dominio de la frecuencia $F(m)$ al dominio del tiempo $f(t)$.

Las condiciones que deben cumplir las señales para que puedan ser analizadas mediante el análisis de la FT son las siguientes:

- Las señales deben ser no periódicas.
- Deben cumplir con las condiciones de Dirichlet [19].

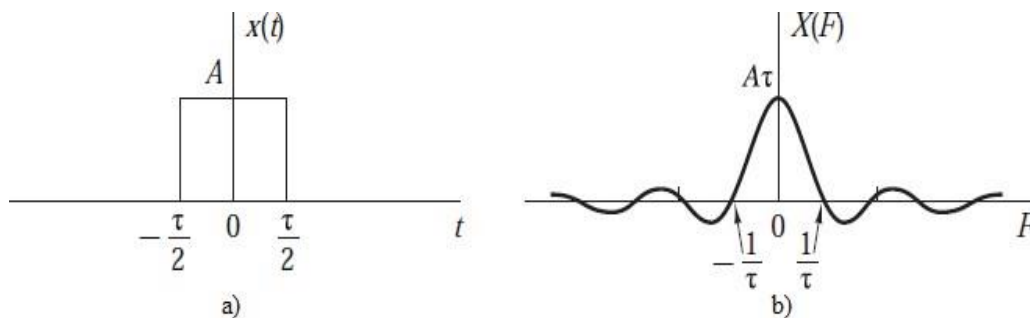


Figura 1. a) Impulso rectangular, b) Su transformada de Fourier

5.1.3 Transformada Discreta de Fourier (DFT)

La DFT es una aplicación particular de la FT. Se conoce que los ordenadores trabajan únicamente con valores discretos, es por ello que el cálculo numérico de la FT $f(t)$ requiere valores discretos de $f(t)$, es decir, valores que tengan la forma $x[n]$ con $[n = 0, 1, 2, \dots]$. Lo que significa que será posible obtener $F(m)$ solo para valores discretos de m , es decir, se obtendrán valores para la transformada de la forma $x[k]$ con $[k = 0, 1, 2, \dots]$ [3].

Para poder procesar una señal con la ayuda de la DFT es necesario muestrearla tomando una sola parte de ella. Lo que implica que el segmento que se analiza es un único período de la señal en el cual están presentes N números de muestras.

Resulta ser un algoritmo altamente ineficiente debido al tiempo computacional y al uso de recursos que utiliza para el cálculo de las N^2 multiplicaciones complejas y $N(N - 1)$ sumas complejas necesarias para realizar el cálculo de una DFT de N muestras [4].

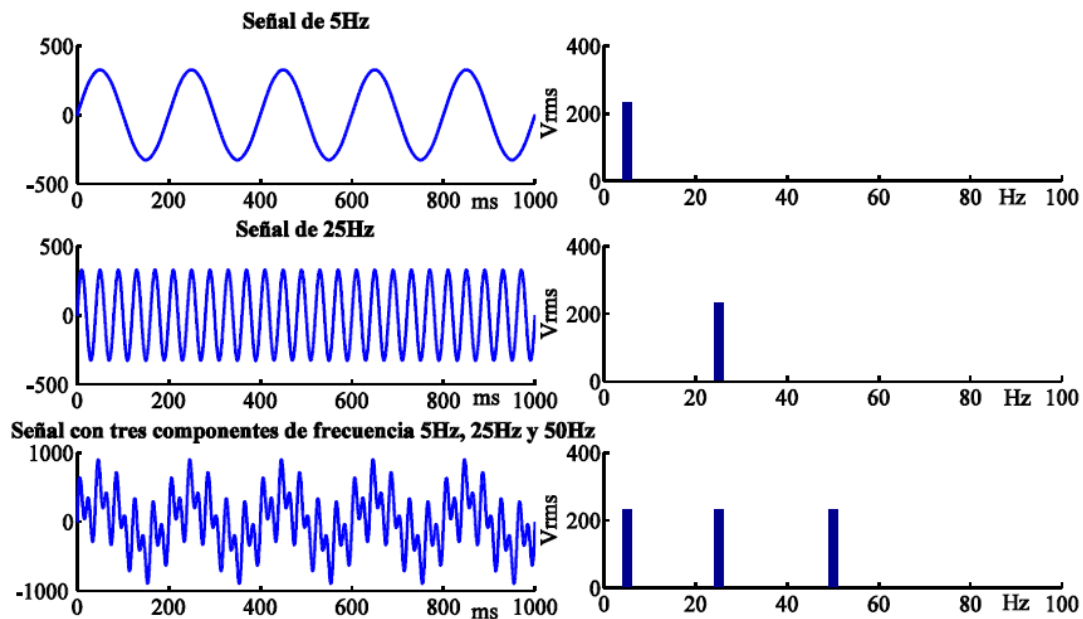


Figura 2. Señales estacionarias y su Transformada de Fourier

5.1.4 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Para dar solución al problema del apartado anterior surge la FFT. La FFT es un algoritmo que permite realizar la DFT de una manera más eficiente y rápida. Este algoritmo consigue introducir atajos matemáticos con los cuales se reduce considerablemente el número de operaciones previas al cálculo de la DFT [5].

Muchas de las señales que describen algunos de los sistemas existentes en la naturaleza están descritas por comportamientos en donde la frecuencia cambia eventualmente en el tiempo, a este tipo de señales se las conoce con el nombre de señales no estacionarias.

La FT no es la más indicada para realizar el análisis de dichas señales, es por ello que se han desarrollado herramientas matemáticas como la STFT (Short Time Fourier Transform).

5.1.5 Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT)

A la STFT se la puede ver como una versión revisada y perfeccionada de la FT. Esta transformada permite superar las deficiencias que presenta la FT y por ende el análisis de señales no estacionarias ya que divide a la señal en pequeños segmentos en los cuales se puede asumir que la señal es estacionaria y calcula la FT de cada segmento por separado.

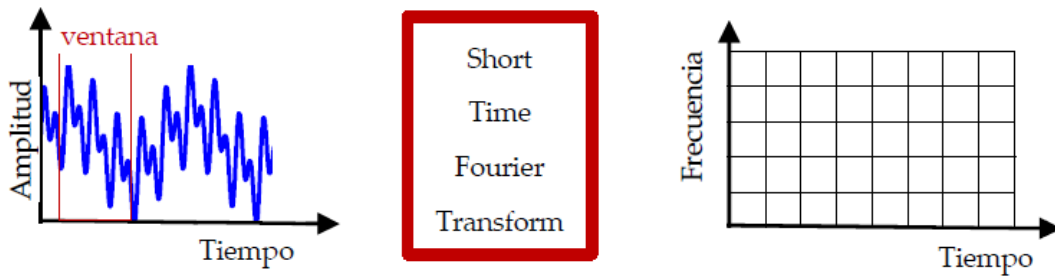


Figura 3. Transformada de Fourier de ventana

La transformada en mención está limitada por el principio de incertidumbre de Heisenberg, en donde se establece que es imposible obtener una representación exacta tiempo-frecuencia de una señal, es decir, no es posible conocer el valor de la frecuencia en un instante de tiempo, únicamente se puede conocer las componentes de frecuencias existentes en un intervalo de tiempo.

La localización tiempo-frecuencia solo puede obtenerse con una precisión limitada, dicha precisión viene dada por el ancho de la ventana temporal utilizada. A medida que el ancho de la ventana se reduce, la resolución en el dominio del tiempo aumenta y a la vez se disminuye la resolución en el dominio de la frecuencia, por otro lado, si la ventana es muy ancha se logrará una buena resolución en frecuencia y una mala resolución en tiempo [6].

Se debe encontrar una transformada que dando información en tiempo-frecuencia solucione el problema de la resolución implícito en la STFT. Por tal motivo, el estudio de la transformada Wavelet resulta muy interesante, como se verá a continuación.

5.2 Wavelet

Desde hace mucho tiempo atrás se han estado desarrollando estudios donde se emplea el análisis Wavelet para el análisis de señales a diferentes escalas y resoluciones. Anteriormente se mencionó que con la STFT se logra una mejor localización de una singularidad de una señal, pero dicha localización depende estrictamente del ancho de la función ventana por lo cual es posible conocer únicamente el intervalo de tiempo en el cual se produjo dicha singularidad. En caso de que existan varias singularidades, una cerca de otra, no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma amplitud de ventana [7].

Es por ello que como solución aparece la herramienta matemática conocida como WT. Este tipo de transformada presenta un buen desempeño cuando trabaja con

fenómenos transitorios y de alta frecuencia, ya que cuando se define el ancho de la función ventana, esta analiza a todas las frecuencias con una misma resolución en tiempo y frecuencia.

Una wavelet es el nombre dado a una “pequeña onda” cuya energía se encuentra concentrada en un período de tiempo determinado, de esta manera es posible realizar el análisis de fenómenos transitorios no estacionarios [8]. Se caracteriza por ser una señal de naturaleza no estacionaria con una función ventana de longitud finita (“soporte Compacto”).

5.2.1 Clasificación y tipos de Wavelets

Las Wavelet se encuentran agrupadas en familias, que son conjuntos de funciones cuyas características son las mismas, difieren únicamente en un número y dicho número indica los momentos de desvanecimiento [8].

El parámetro conocido como “momentos de desvanecimiento” es muy importante, debido a que permite conocer la forma de la Wavelet así como también la capacidad de ésta al momento de suprimir un polinomio dado. El número de momentos de desvanecimiento existentes determinan el orden de una WT. Adicionalmente las Wavelet tienen algunas propiedades importantes entre las cuales se tiene [9]:

- Simetría: Característica que permite que los filtros sean de fase lineal, es útil para evitar el desfase en el desvanecimiento de las señales.
- Soporte compacto: Propiedad de que la Wavelet sea de duración finita, lo cual implica que los cálculos sean menos complejos y ejecutados en el menor tiempo posible.
- Ortogonalidad: Se refiere a la descomposición de una señal mediante filtros paso alto y paso bajo.

Existe una importante cantidad de familias de funciones Wavelet pero las más conocidas y que han probado ser útiles son las siguientes: Haar, Daubechies, Biortogonal, Coiflets, Symlets, Morlet, Sombrero mexicano y Meyer, entre otras.

Cada una de las familias Wavelet pueden ser analizadas de forma exhaustiva a fin de obtener las ventajas y desventajas según las aplicaciones para las que sean requeridas.

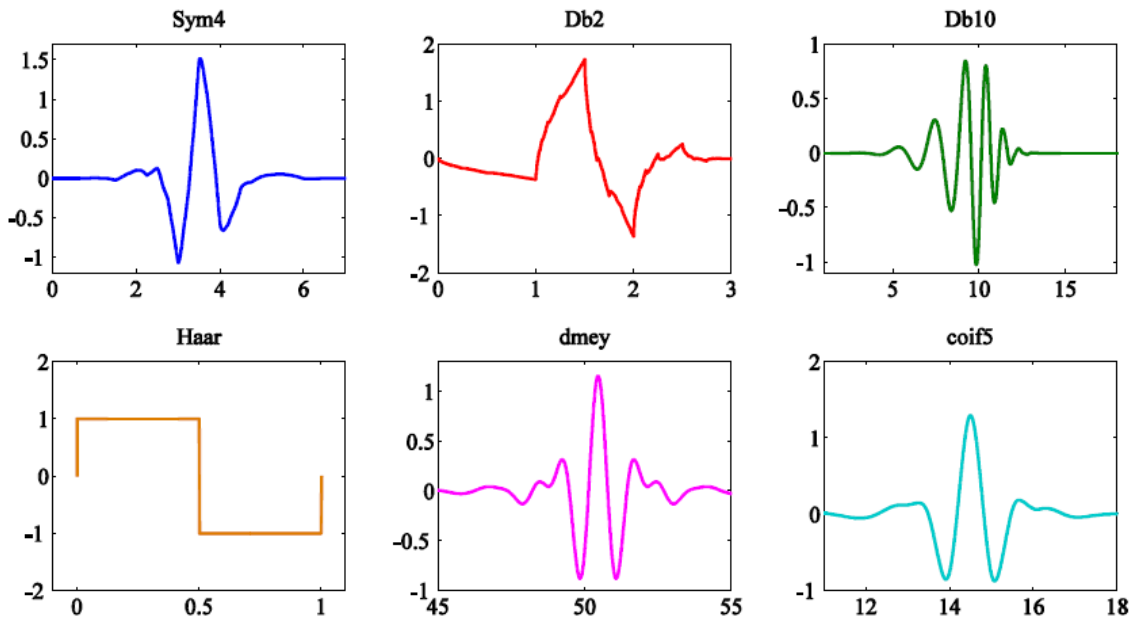


Figura 4. Distintas Familias Wavelet

5.2.2 Transformada Wavelet

La WT es una herramienta eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad.

Las Wavelets son familias de funciones que se encuentran definidas en el espacio, son empleadas como funciones de análisis para lo cual examinan la señal de interés en un plano tiempo-frecuencia a fin de obtener las características más relevantes [5].

Todas las funciones base de la WT se generan a partir de la dilatación, variable de escala (a) y la traslación, que es la encargada de cambiar la posición de la señal en el tiempo, variable de escala (b).

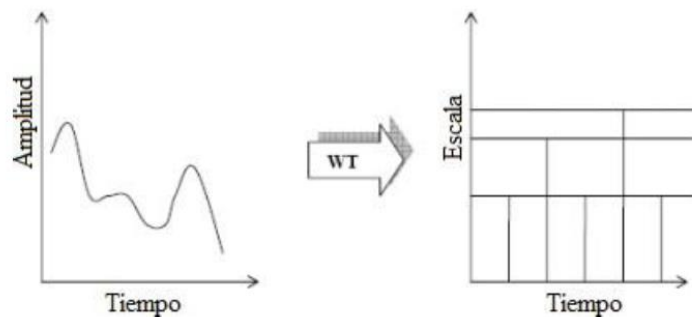


Figura 5. Utilización del tamaño de la ventana variable en Wavelet

Lo que se logra con el uso de la WT es un efecto “lupa” sobre cualquier instante de tiempo, lo cual es ideal para el análisis de fenómenos locales en señales no estacionarias.

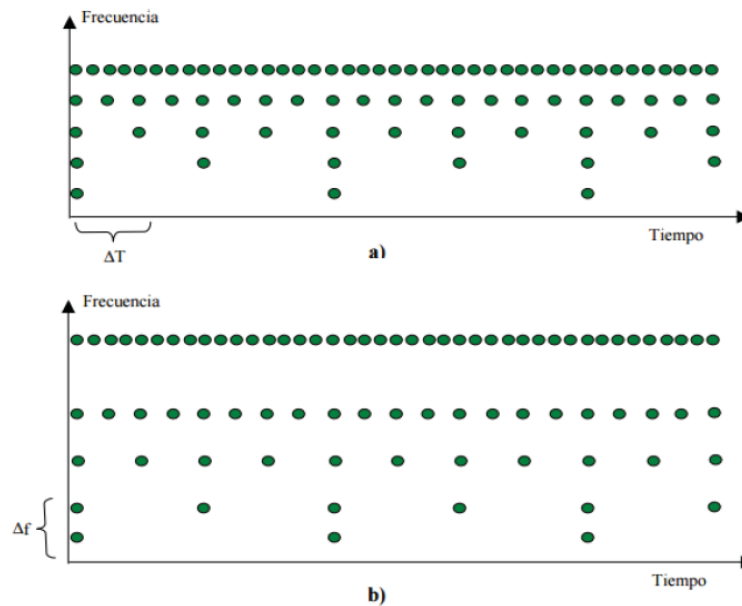


Figura 6. Interpretación gráfica de la resolución en tiempo y frecuencia, a) transformada Wavelet continua, b) transformada Wavelet discreta

En la imagen caso a) se puede observar que a altas frecuencias la cantidad de puntos es mayor para un mismo periodo $6T$, es decir, que cuando se tienen altas frecuencias existe una mejor resolución en el dominio del tiempo, sin embargo se observa que para el mismo intervalo de tiempo existen menos puntos que caracterizan la señal, por lo que cuando se tiene bajas frecuencias no existe buena resolución en el dominio del tiempo. Mientras tanto que para el caso b) se observa que para un mismo periodo $6T$ dada, la resolución en el tiempo es mejor cuando se tiene bajas frecuencias que cuando se tiene altas frecuencias, debido a que a medida que se aumenta la frecuencia la separación entre cada escalón de descomposición también aumenta.

Tomando en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente, a continuación, se realiza una breve descripción, tanto de CWT como de la DWT.

5.2.3 Transformada Wavelet Continua (CWT)

El concepto que maneja esta clase de transformada se desarrolla de manera similar a la STFT, en el sentido de que la señal es multiplicada por una función Wavelet semejante a la función ventana de la STFT.

La diferencia principal entre la STFT y la CWT radica en que el ancho de la ventana es variable a medida que la transformada se desarrolla para cada componente del espectro, lo que sin lugar a dudas es la característica más relevante de la WT.

“La CWT trata de expresar una señal $f(t)$ continua en el tiempo, mediante una expresión de términos o coeficientes proporcionales al producto interno entre la señal

$f(t)$ y distintas versiones escaladas y trasladadas de $f(t)$ conocida como Wavelet madre” [7].

1. Escala (a)

El escalado como operación matemática produce una dilatación o compresión de la señal. Una escala pequeña es utilizada para obtener una visión detallada mientras que una escala grande sirve para tener una visión global [11]. Como ejemplo en la imagen se muestran señales coseno para distintas escalas.

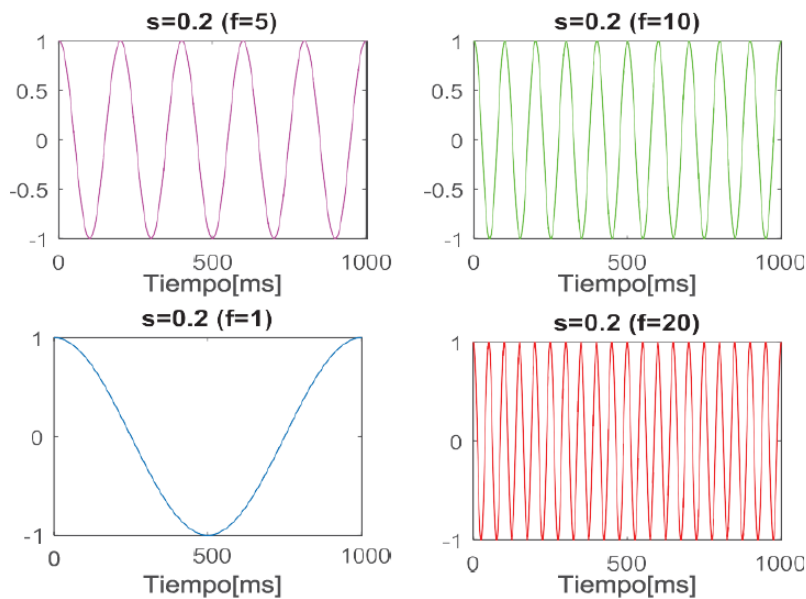


Figura 7. Señal coseno para diferentes escalas

La relación entre escala y frecuencia consiste en que para el análisis de bajas frecuencias se requiere una escala mayor y viceversa.

2. Traslación (b)

Se realiza en el dominio del tiempo. Este término se relaciona con la localización de la ventana a medida que ésta se desplaza a lo largo de la señal [11]. Para el caso de la WT el parámetro de “escala” se define como se indica en la ecuación:

$$Escala = \frac{1}{frecuencia} \quad (2)$$

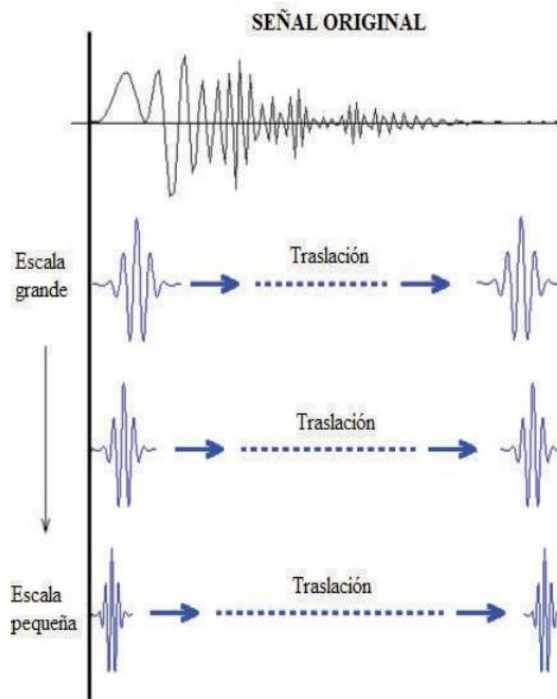


Figura 8. Proceso de escalamiento y traslación

3. Cálculo de la transformada Wavelet continua

Una vez que se selecciona la Wavelet madre, la cual sirve como modelo para todas las ventanas empleadas en el proceso, se procede a enumerar los pasos necesarios para obtener un método sencillo con el cual se pueda realizar el cálculo de la CWT [7].

1. Seleccionar un valor de escala a y situarla al comienzo de la señal en $t = 0$.

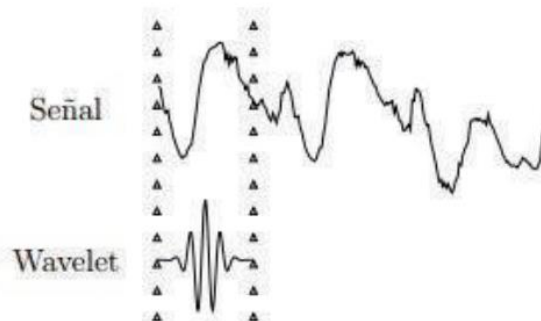


Figura 9. Paso uno previo al cálculo de la CWT

2. Desplazar la Wavelet a lo largo del eje temporal hasta que el proceso haya cubierto toda la señal.

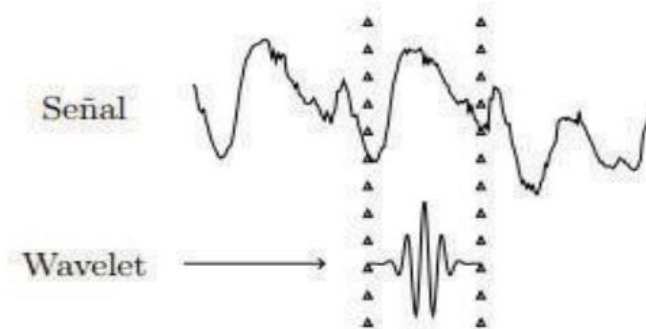


Figura 10. Paso 2 previo al cálculo de la CWT

3. Variar el valor de la escala y repetir los dos primeros pasos.

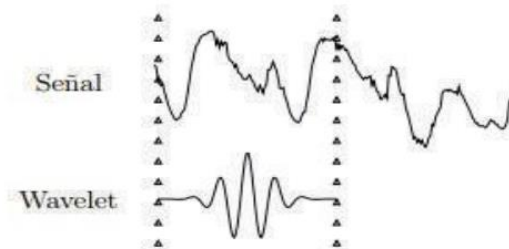


Figura 11. Paso 3 previo al cálculo de la CWT

4. Repetir todos los pasos anteriores para las escalas que sean necesarias.

5.2.4 Transformada Wavelet Discreta (DWT)

El cálculo de la WT para todas las escalas posibles supone una gran cantidad de información. Por tal motivo la DWT se basa en la discretización tanto de los parámetros de escala como los de tiempo, con lo que se logra mejorar considerablemente el tiempo computacional en el procesamiento de datos [6].

a) Filtración: Aproximación y Detalles

El MRA procesa una señal discreta $f(n)$, para diferentes bandas de frecuencia y con diferentes resoluciones, como resultado de la descomposición de la señal se obtienen coeficientes de aproximación y coeficientes de detalle.

- Coeficientes de aproximación (baja frecuencia)
- Coeficientes de detalle (alta frecuencia)

En las componentes de baja frecuencia los coeficientes de aproximación son

los que otorgan a la señal mayor parte de su información. En cambio las componentes de alta frecuencia o detalles se encargan de incorporar características más particulares [6].

Mediante el banco de filtros es posible separar ambas componentes como se muestra a continuación:

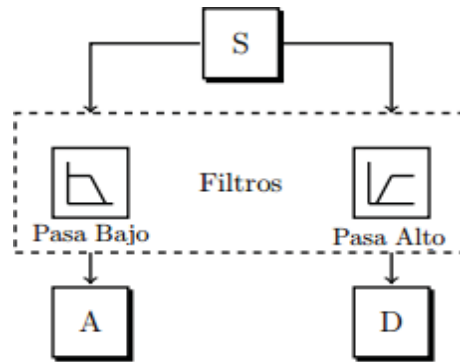


Figura 12. Diagrama de descomposición de señales usando banco de filtros

S es la señal que se desea analizar, A es la salida del filtro pasa-bajo mientras tanto que D es la salida del filtro pasa-alto, estos dos tipos de filtros son complementarios, es decir, que la suma entre A y D debe ser igual a S.

El procedimiento que se muestra tiene la desventaja que se aumenta al doble el número de datos originales, debido a que para cada muestra de S se genera un par de muestras A y D, lo cual conlleva a un alto costo matemático y computacional.

Es por ello que a fin de remediar la desventaja descrita en el párrafo anterior se propone un método con el cual es posible guardar la mitad de las muestras A y D, sin perder información de la señal S. A dicho método se lo conoce con el nombre de submuestreo o decimación, en la imagen se ilustra la idea del método en mención. Los círculos con flechas hacia abajo representan la eliminación de datos o submuestreo [10].

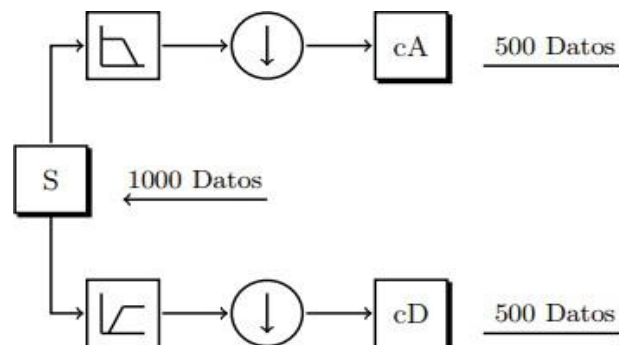


Figura 13. Diagrama de descomposición de señales usando banco de filtros y submuestreo

En el diagrama de la imagen se muestra como ejemplo la idea de descomposición para una señal S formada por 1000 datos, la cual al pasar por el banco de filtros y submuestreo, se divide en dos señales, una señal de alta frecuencia formada por los coeficientes de detalle (cD) y una señal de baja frecuencia formada por los coeficientes de aproximación (cA).

Intuitivamente, al tener en conjunto los coeficientes cA y cD , se tiene la misma cantidad de datos que la señal original S , y se ha mantenido la información necesaria.

Cuando es necesario trabajar con señales de mayor complejidad, no es suficiente el análisis únicamente con dos bandas de frecuencia, por lo cual se requiere una descomposición que implique más niveles con los cuales se pueda separar las características y de esta forma sean analizadas independientemente. Surge la idea de la descomposición en múltiples niveles, la cual se describe de forma breve a continuación [3].

b) Descomposición en múltiples niveles

El proceso de descomposición o filtrado puede ser iterativo, es decir, aplicar un procedimiento idéntico a las señales con aproximaciones descompuestas sucesivamente para diferentes niveles, de forma que se pueda caracterizar a la señal mediante el análisis de sus componentes de menor resolución. Lo anterior origina una descomposición multinivel conocida como ramificación o árbol de descomposición Wavelet como se observa en la imagen.

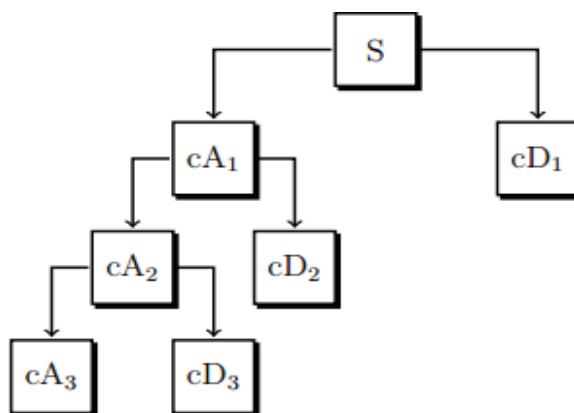


Figura 14. Árbol de descomposición Wavelet

$$S = cA1 + cD1 \quad (3)$$

$$S = cA2 + cD2 + cD1 \quad (4)$$

$$S = cA3 + cD3 + cD2 + cD3 \quad (5)$$

cD1 representa la componente con mayor frecuencia mientras tanto que cA3 es la componente con menor frecuencia. Cuando la señal es descompuesta en mayor cantidad de bandas de frecuencia se logra obtener una información más detallada acerca de S.

5.2.5 Wavelets Packets

La WT Packet puede verse como una generalización de la WT. Este tipo de transformada surge, tomando en cuenta que el análisis multiresolución realiza únicamente una descomposición de los coeficientes de aproximación y no de los coeficientes de detalle.

En otras palabras, el análisis se realiza de manera independiente tanto para las bandas de baja como de alta frecuencia, lo que puede visualizarse en la imagen como una estructura en árbol con dos laterales, uno correspondiente a la salida de los filtros pasa bajo y otra a la salida de los filtros pasa alto [11].

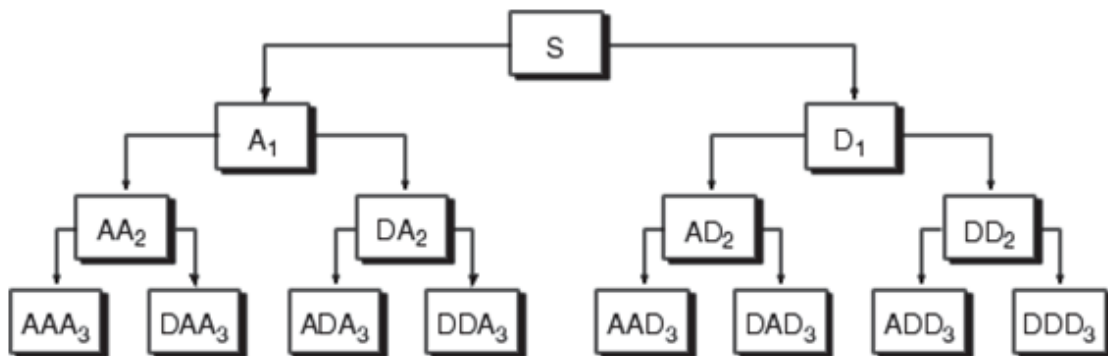


Figura 15. Esquema de descomposición Wavelet packet hasta nivel 3

6 Análisis de alternativas

En este apartado se analizarán las diferentes alternativas para el desarrollo del presente trabajo, donde finalmente se elegirá el mejor método para la caracterización y análisis de diferentes señales.

6.1 Métodos para el análisis

Entre los diferentes métodos de análisis y caracterización se va distinguir entre dos posibles casos:

- Cálculo manual
- Herramienta Software

6.1.1 Presentación de alternativas

A continuación, se va a hacer una descripción de cada una de las dos alternativas presentadas anteriormente, lo cual permitirá un mejor enfoque a la hora de elegir la solución más adecuada:

i. Cálculo manual:

Consiste en calcular la WT para los distintos niveles de forma manual a partir de una señal dada. Para ello se va a explicar un ejemplo simplificado de cómo sería este cálculo utilizando la familia Haar. Tomando por ejemplo la siguiente señal:

$$f = (1,7,4,3) \quad (7)$$

A partir de esta señal se genera otra señal A^1 promediando los dos primeros elementos de la señal f y los dos últimos, lo cual dará 4 y 3,5 respectivamente. Si los dos primeros términos son sustituidos por su promedio, al igual que los dos últimos, se obtiene la señal:

$$A^1 = (4, 4, 3.5, 3.5) \quad (8)$$

De esta forma la nueva señal viene a ser una aproximación de f de menor resolución. Así a A^1 se la llamará señal de aproximación de Haar de primer nivel. Ahora se calculará la diferencia entre la señal original f y su señal de aproximación A^1 :

$$D^1 = f - A^1 = (-3, 3, 0.5, -0.5) \quad (9)$$

Así esta nueva señal será la señal de detalle de Haar de primer nivel. El

proceso consistiría en ir repitiendo los pasos anteriores pero esta vez con la señal de aproximación A^1 , con lo que se obtendría las señales de aproximación y detalle de nivel 2. Repitiendo esto se puede ir consiguiendo los coeficientes de aproximación y detalle de los diferentes niveles. Por ejemplo, si se para en el nivel 2, se tendrá que cumplir la siguiente expresión:

$$f = A^2 + D^2 + D^1 \quad (10)$$

ii. **Herramienta Software:**

Consiste en apoyarse en un programa determinado el cual ayude a calcular la WT de una señal predeterminada. Es decir, a partir de una señal de entrada, obtendrá su WT en diferentes niveles, mostrando las respectivas señales de aproximación y de detalle de forma rápida y automática, pudiendo además hacerlo con las diferentes familias de Wavelets.

6.1.2 Definición de los criterios de selección

Los diferentes criterios que se van a utilizar para estudiar los dos métodos de análisis y caracterización de señales van a ser:

- Coste económico: Va a interesar que el método utilizado sea lo más barato posible.
- Recursos humanos y materiales: También interesa que el personal necesario sea lo más reducido posible, ya que supondrá un coste adicional, y que los materiales necesarios también sean los mínimos posibles.
- Número de resultados: Es interesante que el método elegido sea capaz de proporcionar el mayor número de resultados en el menor tiempo posible.
- Fiabilidad y precisión: El método elegido debe garantizar que los resultados calculados sean los adecuados y proporcionar la mayor precisión posible.

6.1.3 Selección de la solución

Para la correcta selección del método en cuestión se procederá a realizar una tabla con el peso asignado a cada uno de los criterios anteriormente planteados.

En este caso, el coste económico será el criterio con el mayor peso (35%) debido a que el método elegido será lo que acondicionará el valor del presupuesto final, el cual interesa que sea lo más reducido posible. El segundo criterio con mayor porcentaje será la fiabilidad y precisión (30%), ya que es de enorme importancia que los

resultados obtenidos en las señales sean los adecuados para su posterior caracterización. Finalmente el número de resultados tendrá una ponderación del 20% debido a que es necesaria que estos procesamientos se hagan con una determinada rapidez y los recursos humanos y materiales tendrán una ponderación del 15%, interesando que estos sean los mínimos necesarios.

	PESO	VALORACIÓN SOBRE 10	
		Cálculo manual	Herramienta Software
Coste económico	35%	0	5
Recurso humanos y materiales	15%	5	10
Número de resultados	20%	0	10
Precisión y fiabilidad	30%	5	10
TOTAL (sobre 10)		2,25	8,25

Tabla 1. Valoración método análisis

El criterio utilizado para la valoración es el siguiente:

0=malo

5=medio

10=bueno

Observaciones:

1. Se puede observar que el cálculo manual supone un coste muy elevado. Esto es debido a que al ser un método muy laborioso se necesitará un elevado número de horas para hacer los cálculos lo que se traduciría en un elevado impacto económico en el proyecto. En la herramienta Software el coste será el de la licencia para su utilización.
2. En cuanto a los recursos humanos y materiales los dos modelos estarían compuestos por un ingeniero senior y un ingeniero graduado.
3. El número de resultados obtenidos por los cálculos manuales es ínfimo comparado con los de la herramienta Software, debido a que esta última es capaz de sacar un gran número de resultados en pocos segundos, por el contrario en el caso manual se tardará un tiempo considerable por cada cálculo.
4. La herramienta Software proporciona una elevada precisión y fiabilidad. Por el contrario, el cálculo manual estará condicionado a posibles fallos humanos, por lo que no estarán garantizados estos aspectos.

Por todas estas consideraciones se ha decidido que el mejor método para poder llevar a cabo el presente trabajo sobre el análisis y caracterización de señales es

mediante la herramienta Software.

A continuación, se presentarán las diferentes herramientas Software disponibles para el análisis y caracterización de señales, estableciendo sus principales características y los criterios de selección tomados para hacer una adecuada elección.

6.2 Herramienta Software

Existen diferentes herramientas informáticas para el análisis y caracterización de señales. A continuación se describen algunas de las más utilizadas, a partir de las cuales se hará el proceso de selección para elegir la más adecuada.

6.2.1 Presentación de alternativas

a) PTC MATHCAD

PTC Mathcad dispone de la facilidad de uso y la familiaridad de un cuaderno de ingeniería, junto con notación matemática de actualización instantánea, inteligencia de unidades y potentes prestaciones de cálculo [12]. Este software para matemáticas de ingeniería permite presentar los cálculos con gráficos, texto e imágenes en un solo documento.

Además esta herramienta presenta el paquete de extensión de Wavelets. Esta extensión permite adoptar un nuevo enfoque para el análisis de señales e imágenes, análisis de series temporales, estimación de señales estadísticas, análisis de compresión de datos y métodos numéricos especiales. Permite crear un número casi ilimitado de funciones que duplican cualquier entorno natural o abstracto. La funcionalidad incluye Wavelets de una y dos dimensiones, WT discreta, análisis de resolución múltiple y más.

b) MATHEMATICA

Mathematica cuenta con alrededor de 5.000 funciones integradas que cubren todas las áreas de la computación técnica, todas integradas cuidadosamente para que funcionen juntas perfectamente y todas incluidas en el sistema completamente integrado de Mathematica [13].

Mathematica sobresale en todas las áreas de la computación técnica, incluyendo redes neuronales, aprendizaje automático, procesamiento de imágenes, geometría, ciencia de datos, visualización, y mucho más.

Esta herramienta también puede realizar análisis Wavelet, aunque sin embargo no tiene una herramienta específica. El lenguaje Mathematica proporciona una implementación completa del análisis wavelet, que admite muchas familias wavelets, así

como la CWT y varias DWT (estándar, estacionarias, de elevación, de paquetes, ...).

Las DWT funcionan directamente con matrices de cualquier dimensión, así como sonidos e imágenes, dando una representación simbólica de la transformación, que puede procesarse o visualizarse directamente, etc.

c) MATLAB

MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory, "laboratorio de matrices") es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M) [14].

Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware. El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las cajas de herramientas (toolboxes); y las de Simulink con los paquetes de bloques (blocksets).

Este Software también presenta una herramienta específica para el análisis Wavelet denominada Wavelet Toolbox. Wavelet Toolbox proporciona funciones y aplicaciones para analizar y sintetizar señales e imágenes. La caja de herramientas incluye algoritmos para el análisis continuo de Wavelets, coherencia wavelet, sincronización y análisis de tiempo-frecuencia adaptable a los datos. La caja de herramientas también incluye aplicaciones y funciones para el análisis de señales e imágenes

Al utilizar el análisis de Wavelet continuo, se puede explorar cómo las características espectrales evolucionan con el tiempo, identificar patrones comunes que varían en el tiempo en dos señales y realizar un filtrado localizado en el tiempo. Mediante el análisis discreto de Wavelets, también se puede analizar señales e imágenes con diferentes resoluciones para detectar puntos de cambio, discontinuidades y otros eventos que no son fácilmente visibles en los datos brutos. También, se pueden comparar estadísticas de señales en escalas múltiples y realizar análisis fractales de datos para revelar patrones ocultos.

Con Wavelet Toolbox es posible obtener una representación de datos dispersa, útil para eliminar el ruido o comprimir los datos mientras conserva características importantes de las señales e imágenes.

6.2.2 Definición de los criterios de selección

A continuación, se describen los criterios escogidos para la selección de la herramienta. Se valorarán las diferentes características necesarias en la herramienta para la elaboración del presente trabajo:

- Coste económico: se tendrá en cuenta si para la herramienta Software será necesario una licencia de pago para su utilización o si por el contrario dispone de libre uso.
- Tiempo de procesamiento: será importante el tiempo de procesamiento de la señal así como el tiempo de cálculo de su respectiva WT, valorando de forma positiva los tiempos cortos.
- Facilidad de manejo: la herramienta en cuestión debe de ser lo más intuitiva posible en lo que se refiere al manejo y de fácil comprensión para el usuario.
- Herramienta específica: la existencia de una herramienta específica dentro del programa software será un requisito de gran valor, debido a las grandes facilidades que supondrán para el usuario.
- Simplicidad de la herramienta: un fácil manejo de la herramienta específica supondrá una gran ayuda a la hora de la asimilación por parte del usuario.
- Precisión y fiabilidad: se valorará de manera positiva la obtención de datos fiables y precisos por parte de la herramienta.

6.2.3 Selección de la solución

A continuación, se presenta una tabla con cada uno de los criterios de selección, así como su respectiva ponderación para la posterior elección de la herramienta Software que proporcione las mayores garantías para la realización del trabajo.

	PESO	VALORACIÓN SOBRE 10		
		MATCAD	MATHEMATICA	MATLAB
Coste económico	20%	0	5	5
Tiempo de procesamiento	10%	10	5	5
Facilidad de manejo	15%	5	5	10
Herramienta específica	30%	10	0	10
Simplicidad de la herramienta	10%	5	0	10
Precisión y fiabilidad	15%	5	10	5
TOTAL (sobre 10)		6	3,75	7,75

Tabla 2. Valoración Software

El criterio utilizado para la valoración es el siguiente:

0=malo

5=medio

10=bueno

Observaciones:

- 1) En cuanto a MATHCAD cabe destacar que presenta un coste de licencia más elevado que las otras dos herramientas Software. Además, aunque presenta una herramienta específica para el análisis Wavelet, requiere un periodo de aprendizaje ya que su uso no es demasiado sencillo. También es la que presenta un tiempo de procesamiento más corto.
- 2) MATHEMATICA es de las tres la que mayor precisión y fiabilidad aporta. Sin embargo, al no tener una herramienta específica para el análisis Wavelet, hace que no sea la herramienta idónea para este trabajo.
- 3) MATLAB es de las tres la herramienta que más facilidad de manejo proporciona. Además presenta una herramienta específica denominada Wavelet Toolbox, la cual proporciona una interfaz gráfica que hace muy sencillo y entendible su manejo.

Teniendo en cuenta todos los criterios descritos anteriormente resulta que la mejor herramienta Software para la realización del presente trabajo es el programa MATLAB, concretamente su Wavelet Toolbox.

7 Descripción de la solución

Se procede a realizar una descripción de la interfaz gráfica de la Wavelet Toolbox de MATLAB. La Wavelet Toolbox es una librería de Matlab que ofrece un extenso conjunto de funciones de análisis con Wavelets. Están soportadas alrededor de 15 familias estándar incluyendo Daubechies, Morlet y Gaussiana. La Toolbox presenta funciones para análisis continuo y discreto, análisis de paquetes wavelets, así como análisis multi-señal y compresión. Permite eliminar ruido tanto de señales como de imágenes y también es posible llevar a cabo análisis, compresión y eliminación de ruido en señales multidimensionales. Esto significa que si se tiene una señal multidimensional o un grupo de señales, no es necesario extraerlas una a una. Se puede trabajar sobre ellas como un conjunto, así como comprimirlas y eliminar ruido en ellas. Además esta librería proporciona unas capacidades adicionales como pueden ser el análisis de paquetes Wavelets, métodos para añadir nuevas Wavelets y métodos lifting para construir nuevas Wavelets.

Para iniciar esta herramienta habrá que escribir en la ventana de comandos la palabra 'wavemenu'. Al escribir este comando aparecerá en pantalla el Wavelet Toolbox Main Menu (figura 16). Lo que se ve es que se tiene una serie de botones. En la parte izquierda se tiene los que serían los análisis más simples como por ejemplo el entorno unidimensional (el análisis de Wavelet en una sola dimensión, Wavelets continuas, discretas...). También se tiene una serie de botones que llevan al análisis en dos dimensiones (tanto Wavelets normales como análisis por paquetes) y en tres dimensiones. También se tiene la posibilidad de hacer análisis multi-señal o eliminación de ruido multi-variable y demás. Esto sería la parte izquierda en este Wavemenu de la interfaz gráfica. En la parte derecha se puede encontrar herramientas algo más especializadas. Por ejemplo se puede llevar a cabo la estimación de densidad en una dimensión, estimación de regresión y algo parecido trabajando con dos dimensiones. Otra de las características importantes es que se podría incluso ser el propio usuario el que podría diseñar sus propias Wavelets con el botón de new wavelet for CWT.

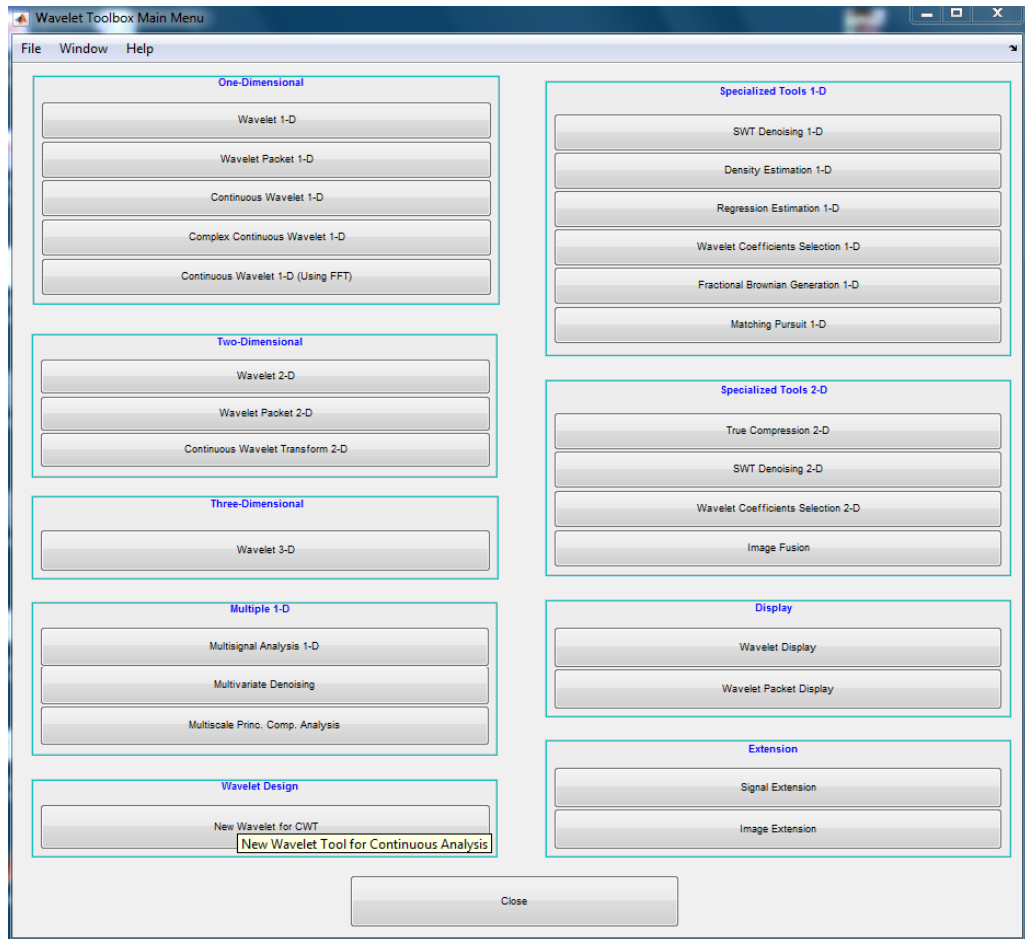


Figura 16. Wavelet Toolbox Main Menu

7.1 Funcionamiento de la herramienta con ejemplo práctico

Este trabajo se centrará en el análisis de señales en una dimensión por lo que se selecciona la Wavelet 1-D. Al seleccionar este apartado aparece el menú para el análisis en una dimensión (figura 17). Para una mejor explicación de las funciones y características que ofrece esta herramienta, se hará uso de una señal, concretamente de una señal sinusoidal con ruido (ver fig.17).

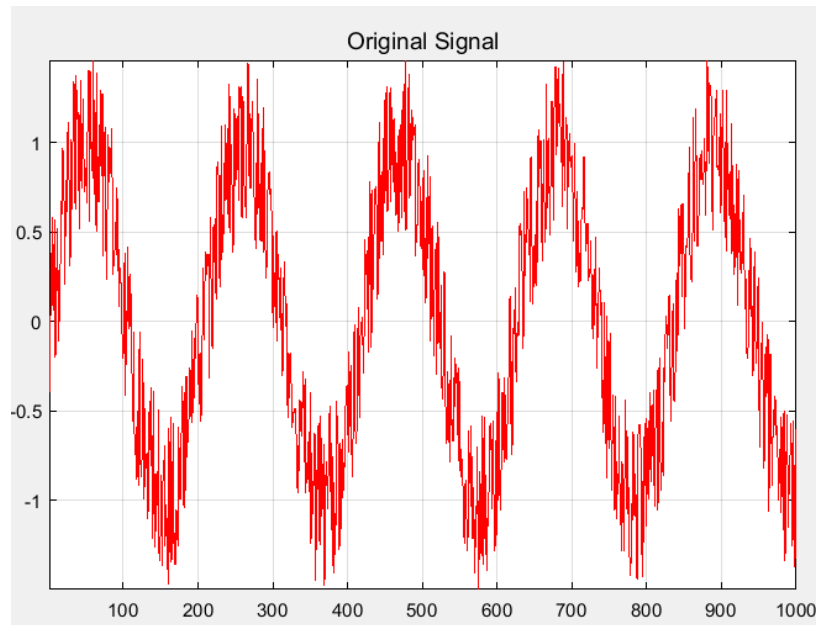


Figura 17. Señal seno con ruido

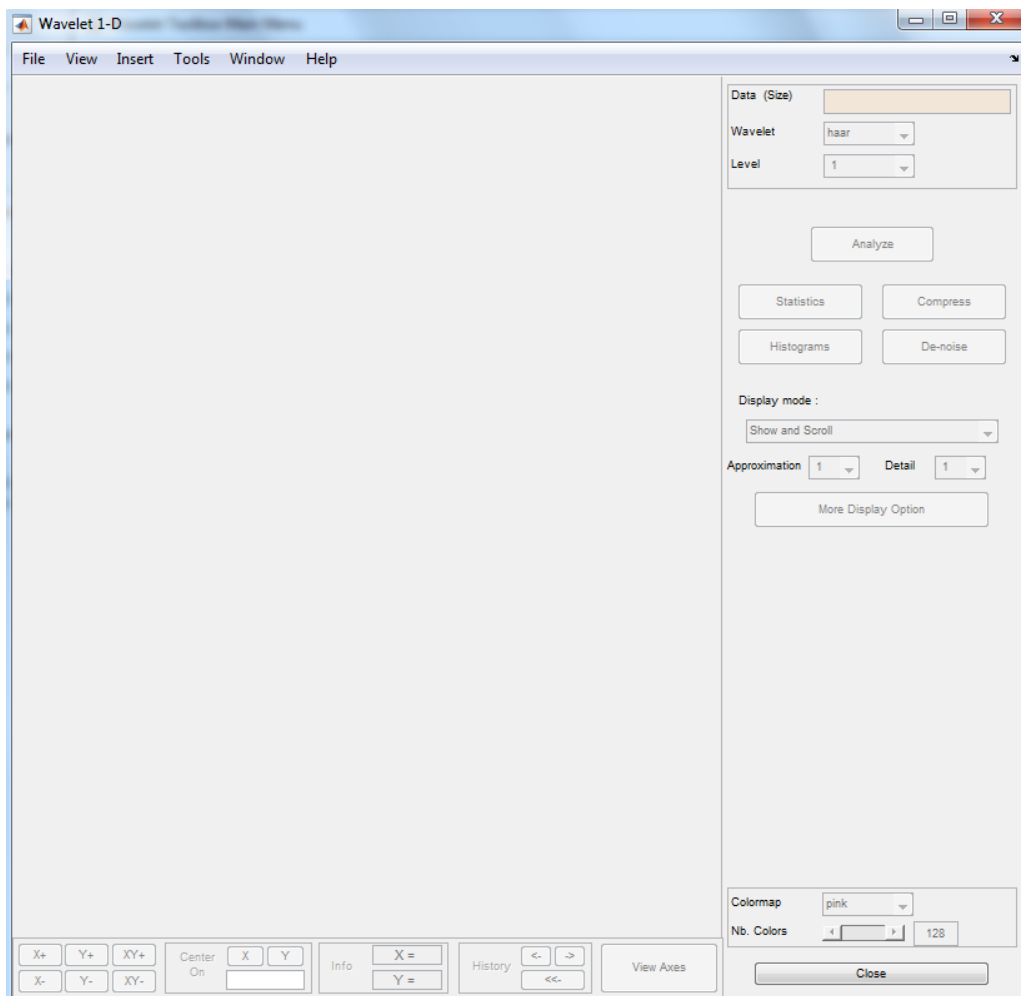


Figura 18. Wavelet 1-D

Una vez cargada la señal se procede a describir los parámetros que hay que definir antes de analizar la señal. En la ventana Data (Size) aparece el nombre de la

señal escogida y el tamaño que ocupa. En el apartado Wavelet se escogerá la familia Wavelet más adecuada para el análisis de la señal y en el apartado Level se escogerá el número de niveles en los que se va a descomponer la señal original. Para esta señal se escogerá la familia Daubechies con 10 desvanecimientos y 7 niveles de descomposición.

La eficacia de un análisis satisfactorio se ve en gran medida afectado por la correcta elección de la Wavelet madre. Para esta elección, según [15], es necesario un análisis de la sensibilidad de parámetros tales como frecuencia, valor RMS, duración, etc., obtenidos tras la descomposición Wavelet de una señal eléctrica, ante diferentes Wavelets madre. Los criterios que sigue son los siguientes:

1. Mínimo derrame de frecuencia de los filtros paso alta y paso baja en los primeros niveles de descomposición.
2. Número de coeficientes del filtro.
3. Similitud entre el THD clásico con el obtenido con wavelets.

Según los estudios realizados en el trabajo [15], se concluye que para las señales que conciernen en este trabajo se utilizara la familia Daubechies.

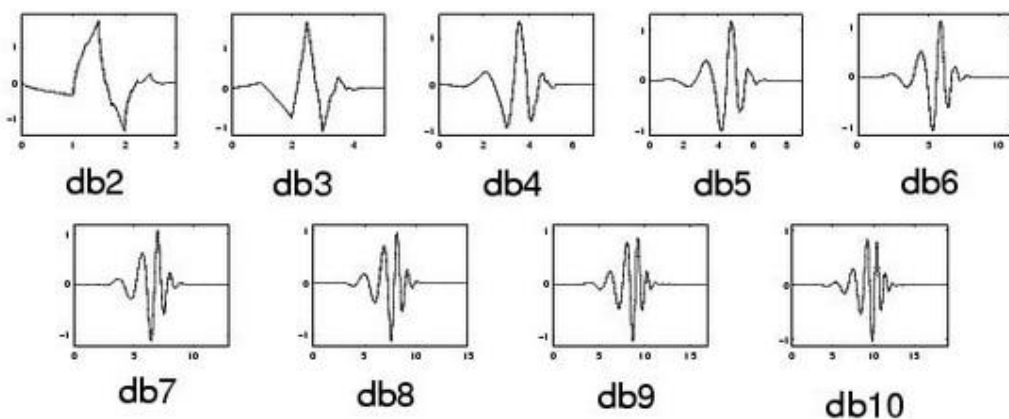


Figura 19. Familia Wavelet Daubechies

Como se dijo en el apartado 5.2.1 la diferencia entre estas viene dada por el número de desvanecimientos. Así, según [16], la transformada de Daubechies trabaja bien con 4, 6, 8 y 10 desvanecimientos en la mayoría de detección de casos. Se pueden clasificar los disturbios en 2 categorías, transitorios rápidos y lentos. En el caso de transitorios rápidos, las formas de onda son marcadas con bordes afilados, cambios rápidos y abruptos, y con muy poca duración de tiempo. En este caso Daub4 y Daub6

debido a su compactación, es particularmente buena en detectar y localizar dichos disturbios. En el caso de un transitorio lento, las formas de onda son marcadas con un lento cambio o suave amplitud de cambio. En este caso, Daub4 y Daub6 pueden ser incapaces de detectar dichos disturbios. Sin embargo, si Daub8 y Daub10 son usadas, la integral del intervalo de tiempo es suficientemente larga y, así, la Wavelet puede conocer los cambios.

Una vez determinados estos parámetros se procederá a analizar la señal pulsando el botón Analyze. El proceso llevado a cabo para la descomposición es el explicado en el apartado 5.2.4 (DWT) quedando bien esquematizado en las figuras 12, 13 y 14.

7.1.1 Modos de visualización

El modo de visualización predeterminado que aparecerá será el 'Full Decomposition Mode' (Modo de descomposición completa) donde aparecen la señal de aproximación del último nivel, en este caso hasta el nivel 7 (a_7), y los coeficientes de detalle de todos los niveles ($d_1, d_2, d_3 \dots d_7$).

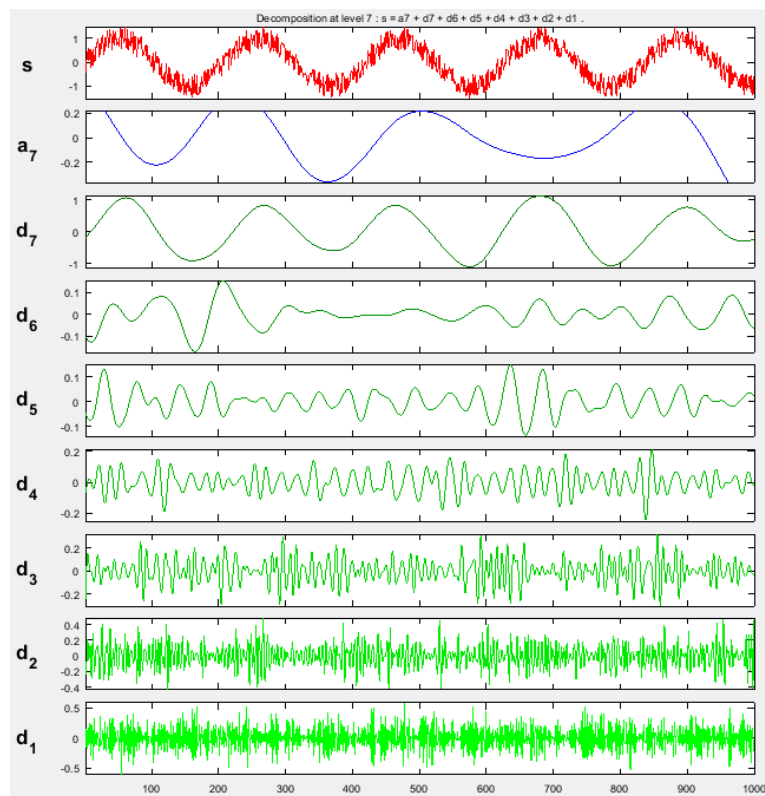


Figura 20. Modo de descomposición completa

La herramienta también permite, mediante la ventana Display mode (Modo de visualización), visionar los resultados de diferentes maneras. A continuación se nombran y describen los diferentes modos:

- Separate Mode (Modo separado): muestra los detalles y las aproximaciones en columnas separadas.

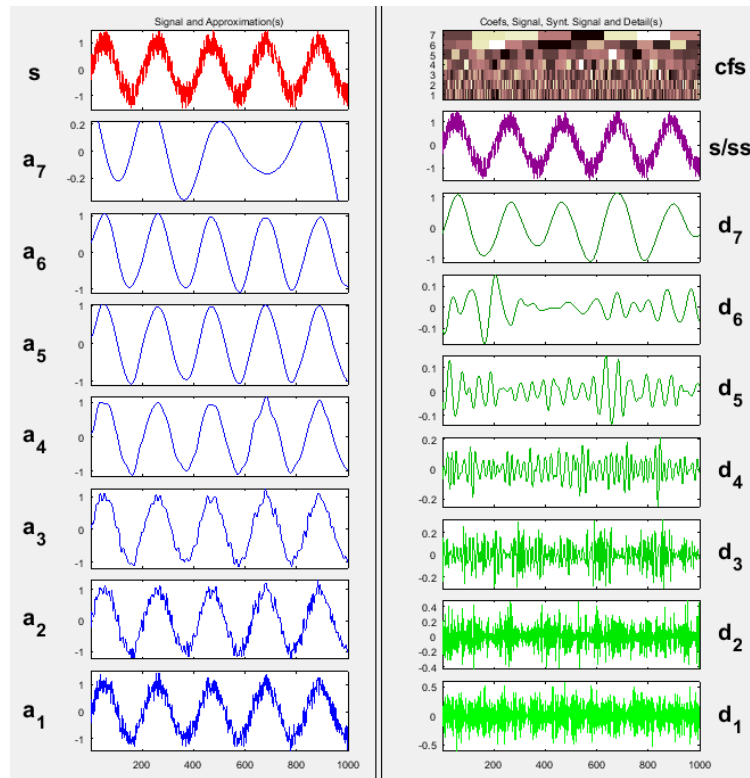


Figura 21. Modo separado

- Superimpose Mode (Modo superpuesto): muestra los detalles en una sola gráfica superpuesta en diferentes colores. Las aproximaciones se trazan de manera similar.

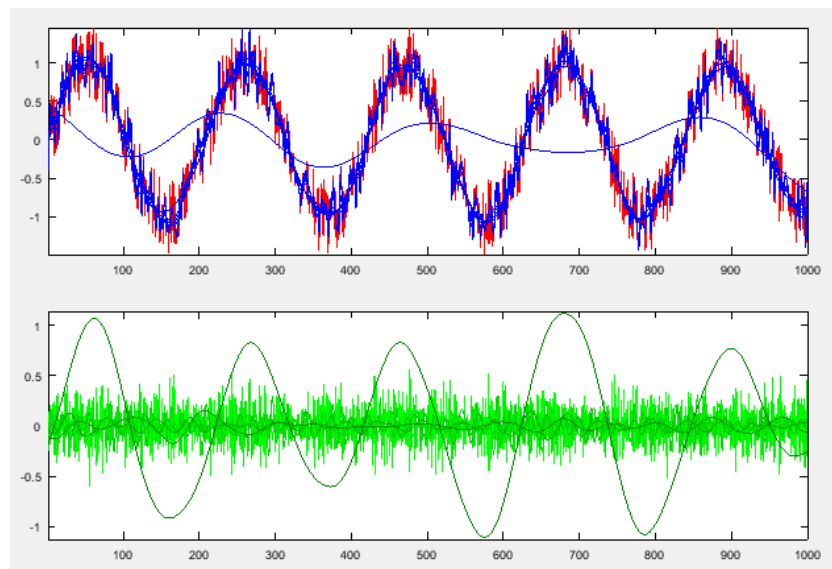


Figura 22. Modo superpuesto

- Tree Mode (Modo árbol): muestra el árbol de descomposición, la señal original y un componente adicional de libre elección. Se puede seleccionar la vista haciendo clic en la aproximación o detalle deseado que aparecen en el árbol.

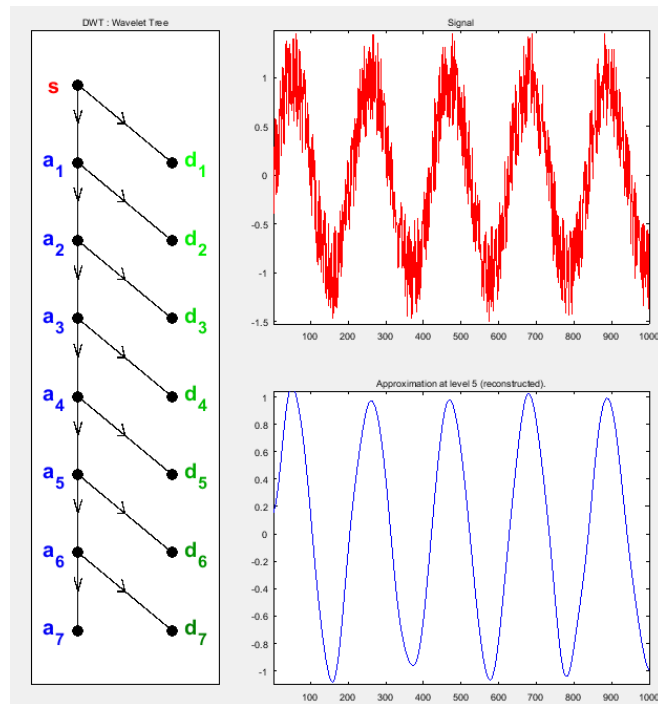


Figura 23. Modo árbol con señal de aproximación 5

- Show and Scroll Mode (Modo mostrar y desplazar): Muestra tres ventanas. La primera muestra la señal original superpuesta en una aproximación que se selecciona, la segunda ventana muestra un detalle que se selecciona y la tercera ventana muestra los coeficientes Wavelet.

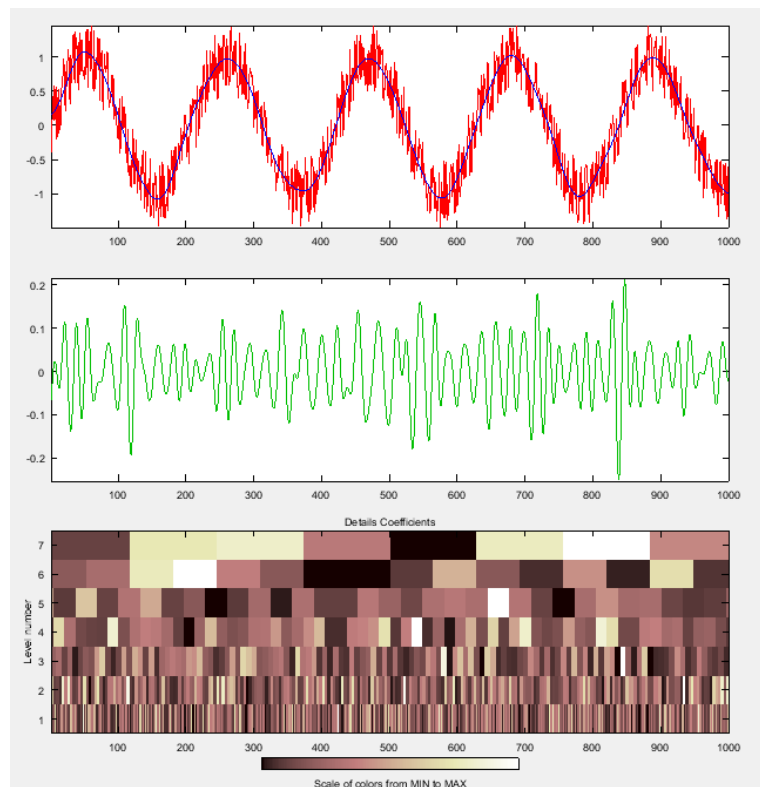


Figura 24. Modo mostrar y desplazar. Aproximación 5, detalle 4.

- Show and Scroll Mode (Stem Cfs): es muy similar al "Show and Scroll

Mode", excepto que muestra, en la tercera ventana, los coeficientes de la onda como diagramas de tallo en lugar de bloques de colores.

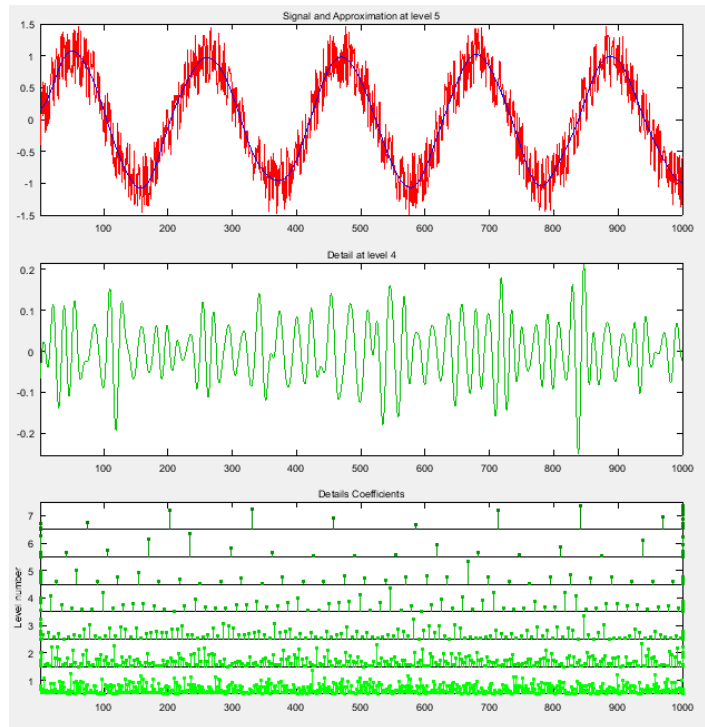


Figura 25. Modo mostrar y desplazar (Stem Cfs). Aproximación 5, detalle 4.

Según el modo de visualización que se seleccione, se puede tener acceso a opciones de visualización adicionales a través del botón 'More Display Options'(Más opciones de visualización). Estas opciones incluyen la capacidad de suprimir la visualización de varios componentes y elegir si mostrar o no la señal original junto con los detalles y las aproximaciones.

7.1.2 Otras aplicaciones de la herramienta

En este apartado se va a proceder a la explicación de las diferentes opciones que nos da la herramienta:

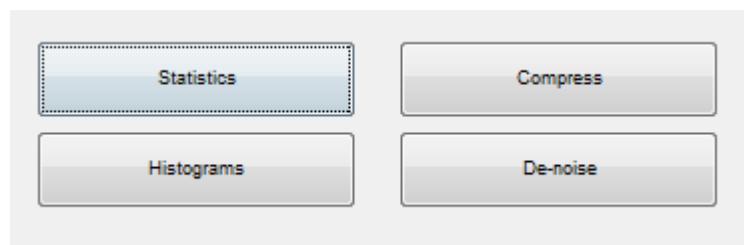


Figura 26. Otras aplicaciones

- **Statistics (Estadísticas):** Muestra una variedad de estadísticas de la señal y sus componentes. Se puede escoger para mostrar tanto la señal original, como la señal sintetizada o cualquiera de las diferentes señales de aproximación y de

detalle. En este caso se ha escogido como ejemplo la señal sintetizada y un número de contenedores igual a 100. Las estadísticas mostradas incluyen medidas de tendencia (media, modo, mediana) y dispersión (rango, desviación estándar). Además, la herramienta proporciona diagramas de distribución de frecuencia (histogramas e histogramas acumulativos). También se puede trazar estos histogramas por separado utilizando el botón Histogramas de la ventana Wavelets 1-D.

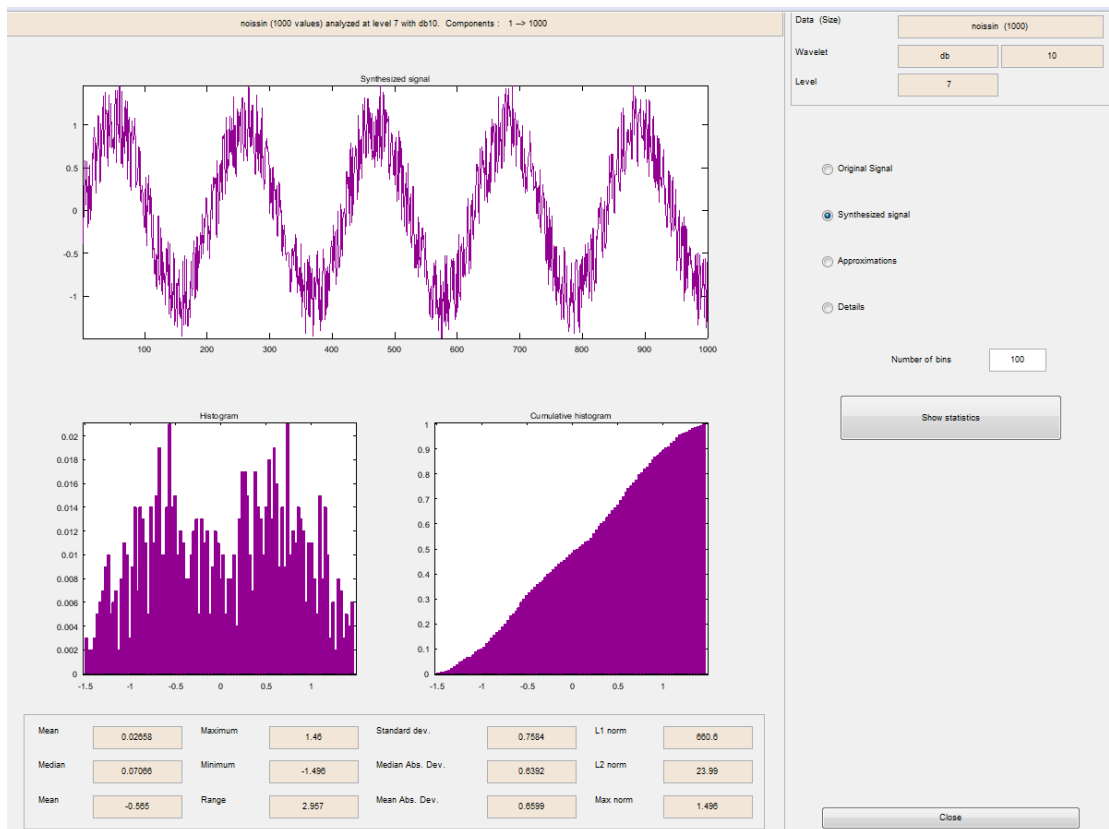


Figura 27. Estadísticas

- Histograms (Histogramas): la herramienta también permite obtener por separado todos los diagramas de distribución de frecuencia, tanto de la señal original y sintetizada como de todas las señales de aproximación y detalle.

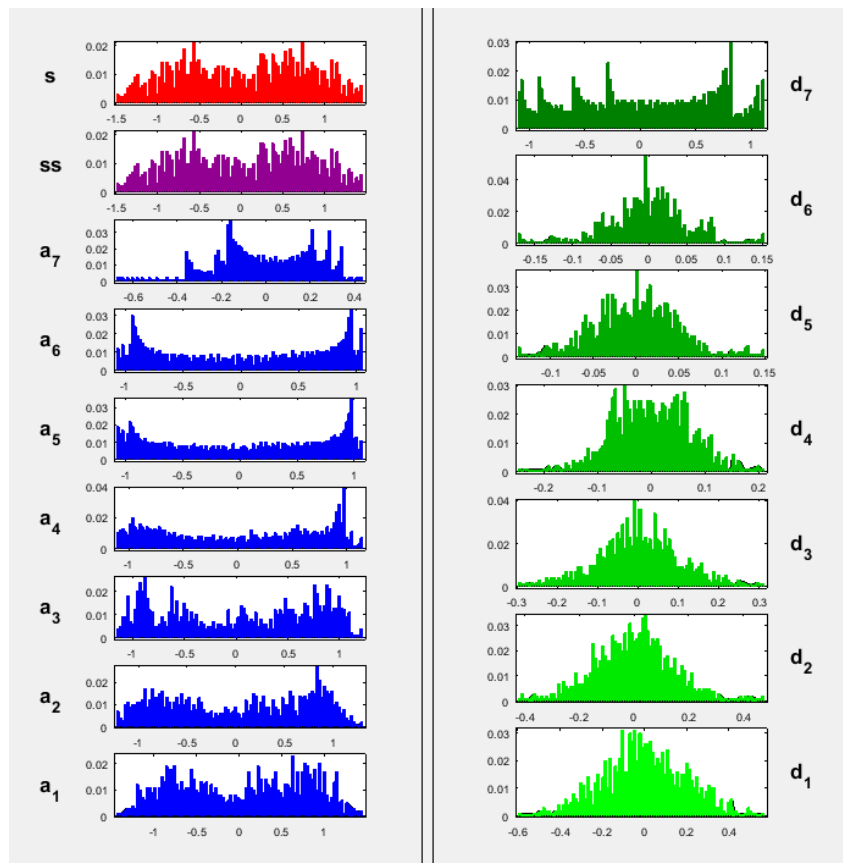


Figura 28. Histogramas

- Compress (Compresión):** Si bien siempre se tiene la opción de elegir el umbral de nivel, aquí se aprovechará la función de umbralización global para una compresión rápida y fácil. Si se desea experimentar con el umbral manual, se selecciona la opción umbralización por nivel en el menú ubicado en la parte superior derecha. Los controles deslizantes ubicados debajo de este menú controlan los umbrales dependientes del nivel, indicados por líneas punteadas amarillas que se extienden horizontalmente a través de los gráficos a la izquierda de la ventana. Las líneas punteadas amarillas también se pueden arrastrar directamente. Se busca seleccionar que la señal comprimida retenga el mayor porcentaje de energía de la señal original y a su vez elimine el ruido. Una vez hecho esto, se selecciona el botón Comprimir, ubicado en el centro a la derecha. Después de una pausa para el cálculo, la señal se vuelve a mostrar en rojo con la versión comprimida superpuesta en otro color. A continuación, puede ver que el proceso de compresión eliminó la mayor parte del ruido, pero conservó el 93,02% de la energía de la señal.

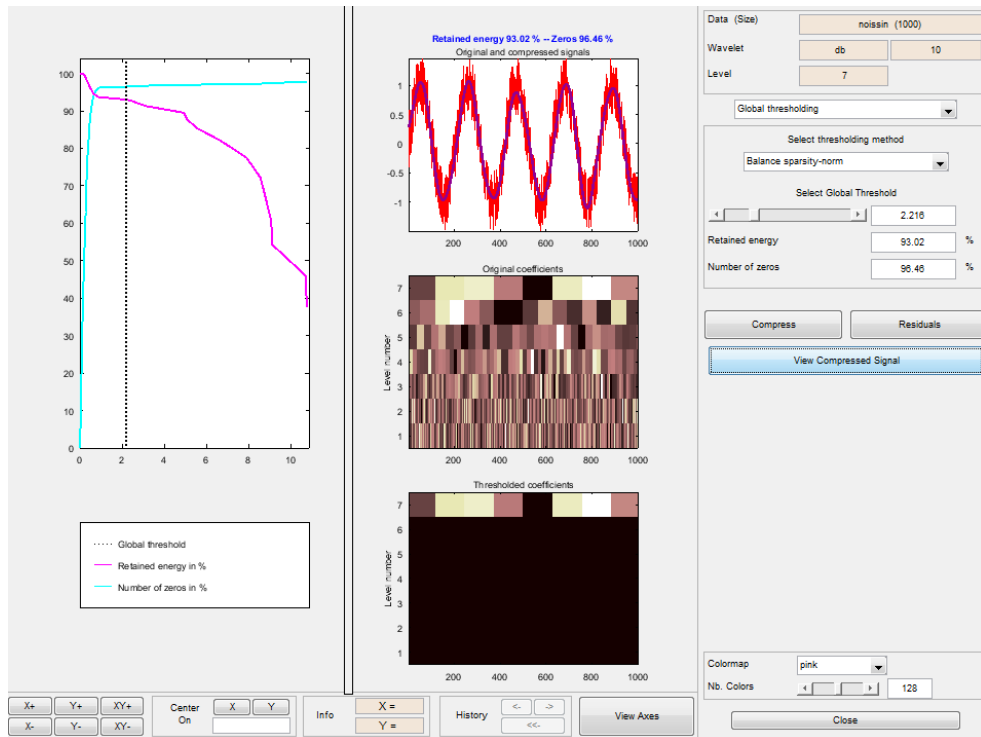


Figura 29. Compresión

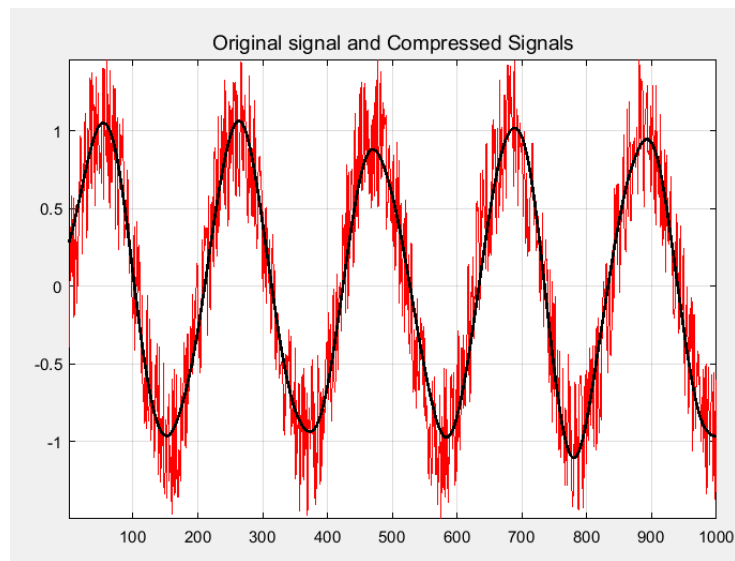


Figura 30. Señal original y comprimida

También pueden mostrarse los residuos de la señal, seleccionando la opción Residuals. Las estadísticas mostradas incluyen medidas de tendencia (media, modo, mediana) y dispersión (rango, desviación estándar). Además, la herramienta proporciona diagramas de distribución de frecuencias (histogramas e histogramas acumulativos), así como diagramas de series de tiempo: función de autocorrelación y espectro.

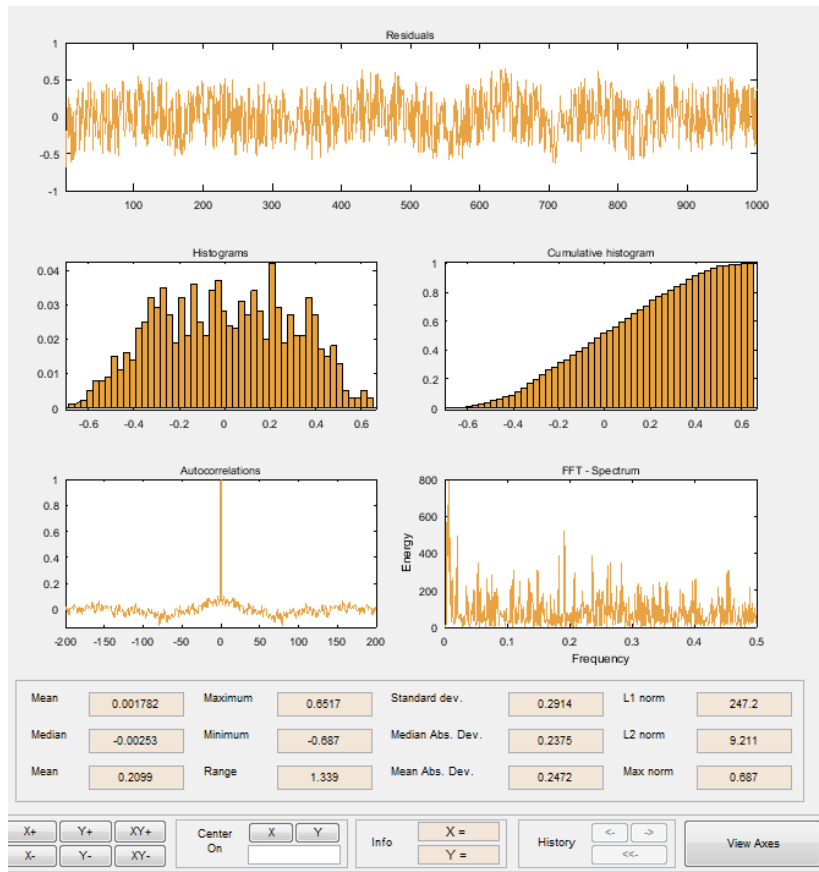


Figura 31. Residuos

- De-noise (eliminar ruido):** si bien hay varias opciones disponibles para ajustar el algoritmo de eliminación de ruido, se aceptarán los valores predeterminados de umbral de forma fijo y sin escala y ruido blanco escalado. La señal de ruido aparece superpuesta a la original. La herramienta también traza los coeficientes Wavelet de ambas señales. Por defecto, la señal original se muestra en rojo, y la señal de sonido en amarillo.

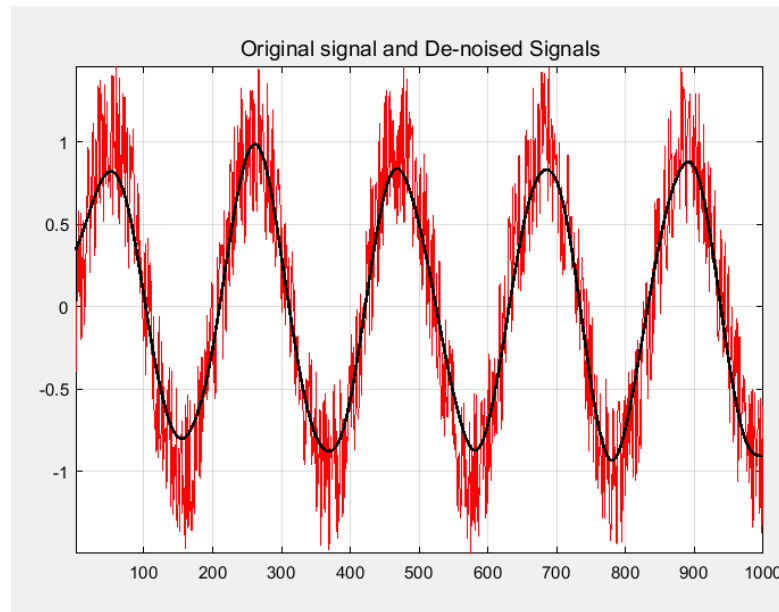


Figura 32. Señal original y señal sin ruido

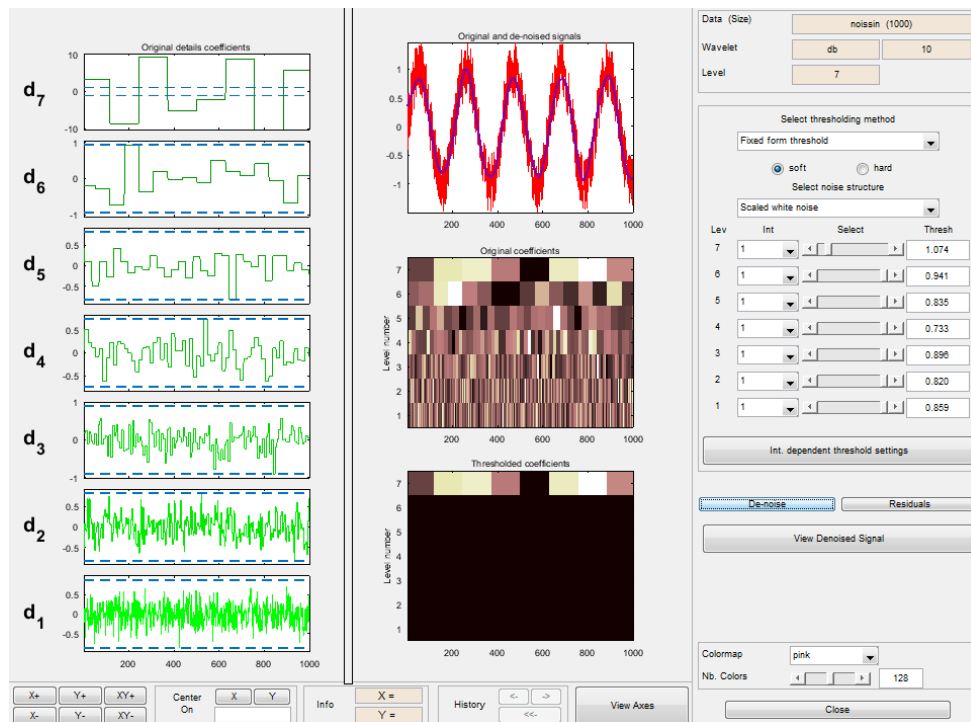


Figura 33. De-noise

La herramienta también permite hacer zoom en partes de la señal específicas para obtener un resultado más detallado. Esto se consigue seleccionando en la señal original la parte que se quiera aumentar y pulsando la escala sobre la que se quiera hacer el zoom.

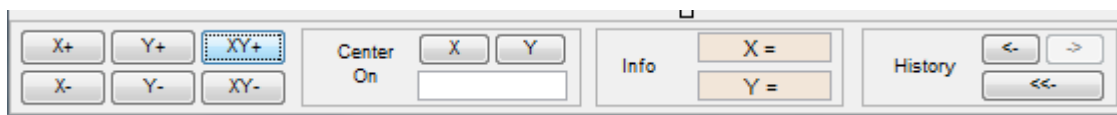


Figura 34. Comandos de zoom

Automáticamente aparecerá la parte seleccionada de la señal original aumentada, con sus respectivos coeficientes de aproximación y de detalle, también aumentados.

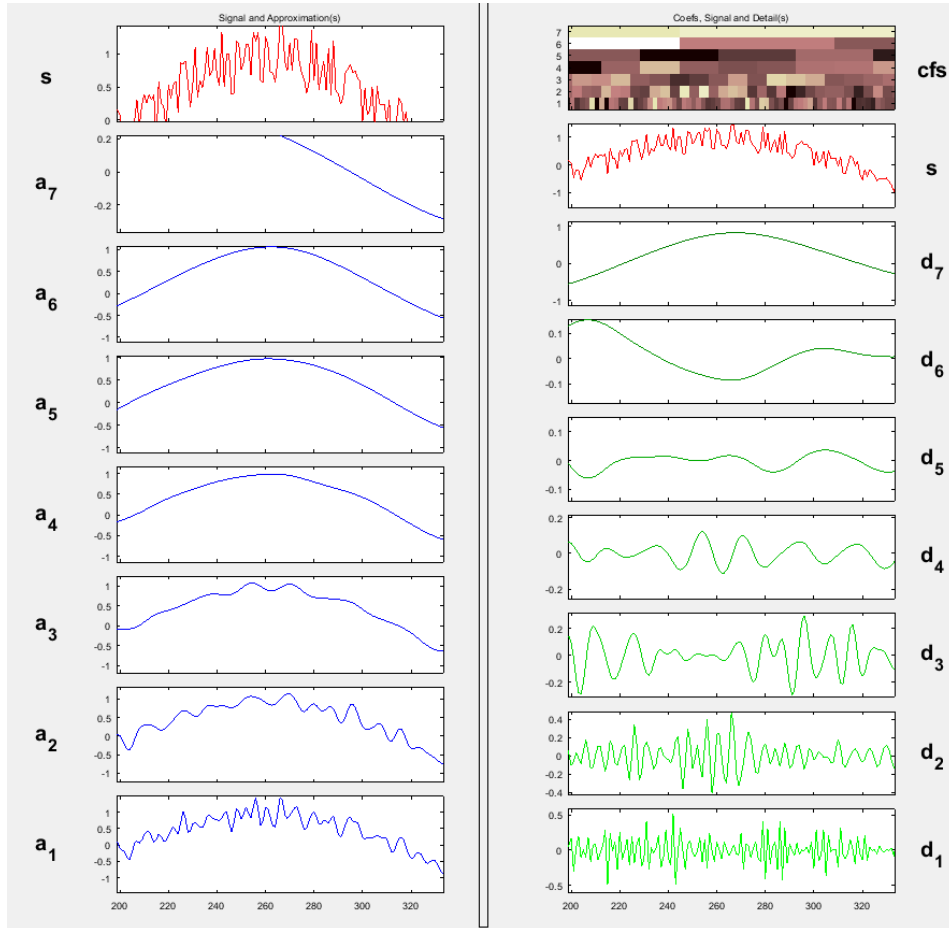


Figura 35. Sección aumentada de la señal

8 Metodología

A continuación se presentan un par de ejemplos prácticos de caracterización de señales mediante la WT aplicados en el campo de la ingeniería eléctrica. El primer ejemplo constará en la detección de una discontinuidad y el segundo en la caracterización de una señal de tensión de ferorresonancia.

8.1 Detección de discontinuidad

Para la realización de este caso se va a partir de una señal sinusoidal con dos frecuencias distintas. Primero habrá que cargar la señal en la interfaz gráfica de la Wavelet Toolbox.

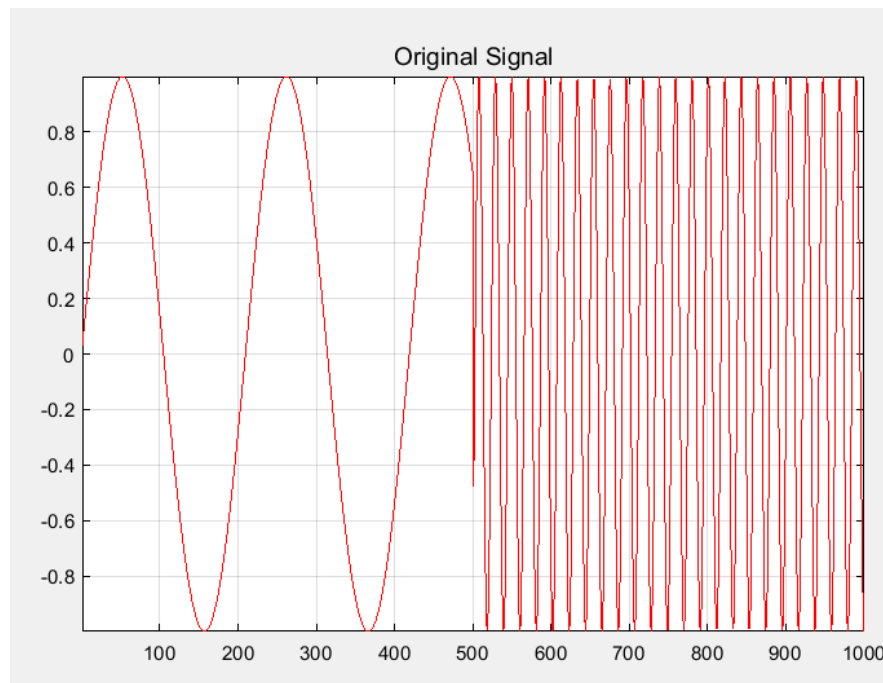


Figura 36. Señal con ruptura de frecuencia

Como puede observarse a simple vista, se detecta dos sinusoides claras en la señal. Una en el intervalo de 0 a 500 de pequeña frecuencia y otra de mayor frecuencia en el intervalo de 500 a 1000. Se utiliza esta señal para el análisis Wavelet para poder verificar que los resultados se obtienen a través de la transformada son correctos.

Primero de todo se escoge de forma adecuada de entre las diferentes familias Wavelet la Wavelet madre que se utiliza para realizar el análisis de forma óptima. Como se dijo anteriormente, para estos tipos de análisis la Wavelet madre que garantiza un mejor resultado es la familia Daubechies. Al ser este cambio de frecuencia un cambio que se produce de forma rápida y abrupta se selecciona de entre todas las Wavelets de

Daubechies la que tiene 4 momentos de desvanecimiento. En cuanto al número de niveles, se escogerá el máximo posible, es decir, 9 descomposiciones. Se escoge el máximo debido a que así se podrá observar todas las descomposiciones a las que se somete la señal. Una vez seleccionados estos parámetros se selecciona la opción de analizar.

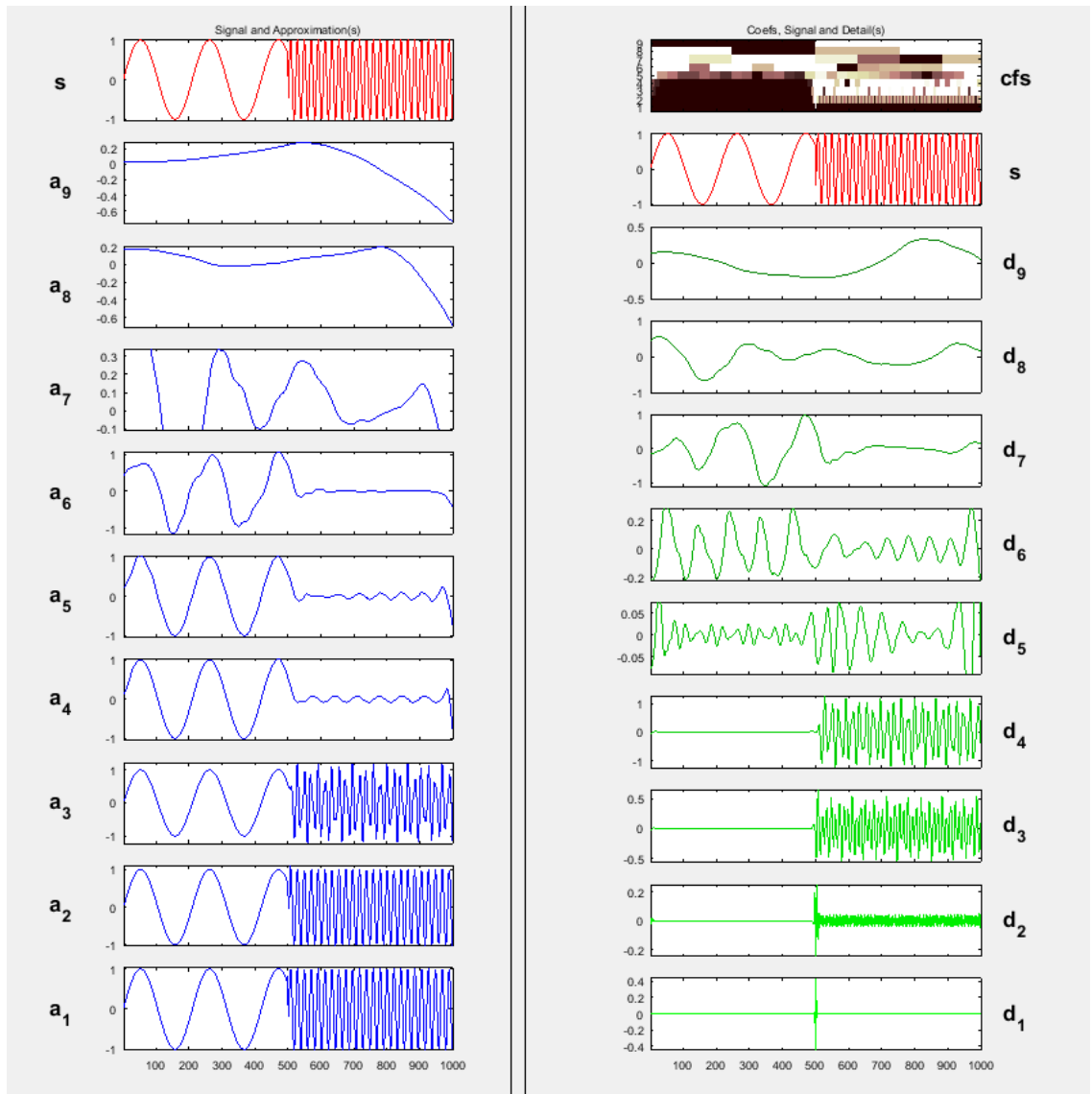


Figura 37. Descomposición modo separado

Se escoge como modo de visualización el modo separado para así poder observar la evolución de la descomposición de la señal a partir de todos los niveles de aproximación y detalle, pudiendo sacar las siguientes conclusiones del análisis Wavelet:

1. El primer nivel de detalle (d_1) es el coeficiente que se queda con los valores de más alta frecuencia de la señal, por lo que en él se podrá observar de forma clara cuál es el punto de ruptura de la señal. Como puede observarse capta perfectamente el punto de ruptura de

frecuencia producido en el instante 500. Esto también puede verse de forma relativamente clara en el coeficiente de detalle 2 (d2).

2. En los primeros 3 coeficientes de detalle se ve como los filtros Wavelet han ido actuando llevándose los componentes frecuenciales más altos. También se puede observar como en la aproximación de nivel 4 (a4) ya se consigue obtener de forma más o menos clara y separada la componente de la señal de baja frecuencia. Esto sigue viéndose en el coeficiente de aproximación 5.
3. A partir del nivel de descomposición 6 inclusive, se observa que la parte de la señal de baja frecuencia empieza a perder su forma característica, por lo que para esta señal bastaría con un nivel 6 de descomposición.

Una vez vistos los resultados se concluye que de los diferentes coeficientes de aproximación y detalle los que más sirven para la caracterización de la señal son el coeficiente de detalle 1 (d1) y el coeficiente de aproximación 4 (a4), ya que el primero muestra claramente el punto de ruptura de frecuencia y el segundo la componente de la señal en baja frecuencia.

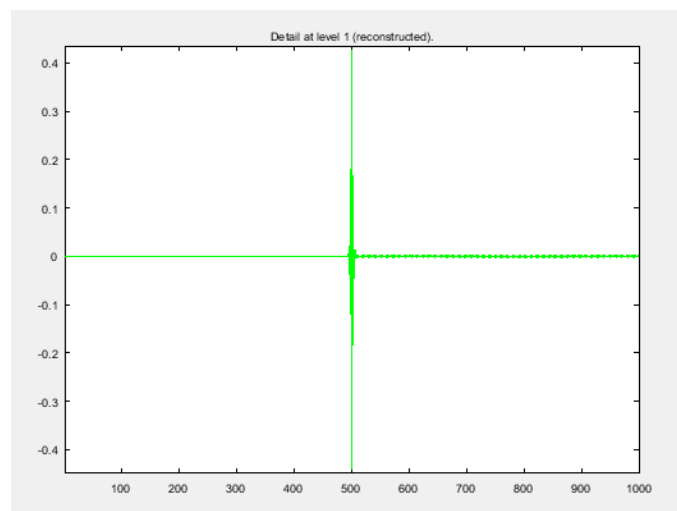


Figura 38. Coeficiente de detalle 1 (d1)

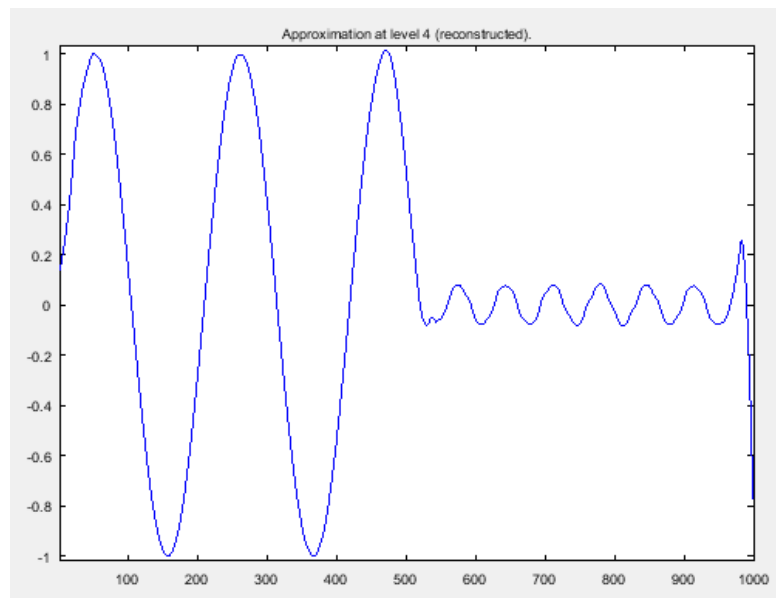


Figura 39. Coeficiente de aproximación 4 (a4)

Otra forma de obtener el punto de ruptura de forma directa sería exportando los coeficientes de detalle a la ventana de comandos de MATLAB y mediante el comando `find` detecta de forma automática el punto exacto donde se produce la discontinuidad.

```
>> disc = find (D (1, :)==max (D(1,:)));
>> disc

disc =

    500
```

Figura 40. Detección de la discontinuidad mediante MATLAB

También haciendo zoom en el punto de ruptura de la señal original se puede observar de una forma más clara el punto de ruptura y la forma de la señal de alta frecuencia en el nivel de detalle 1 (d1).

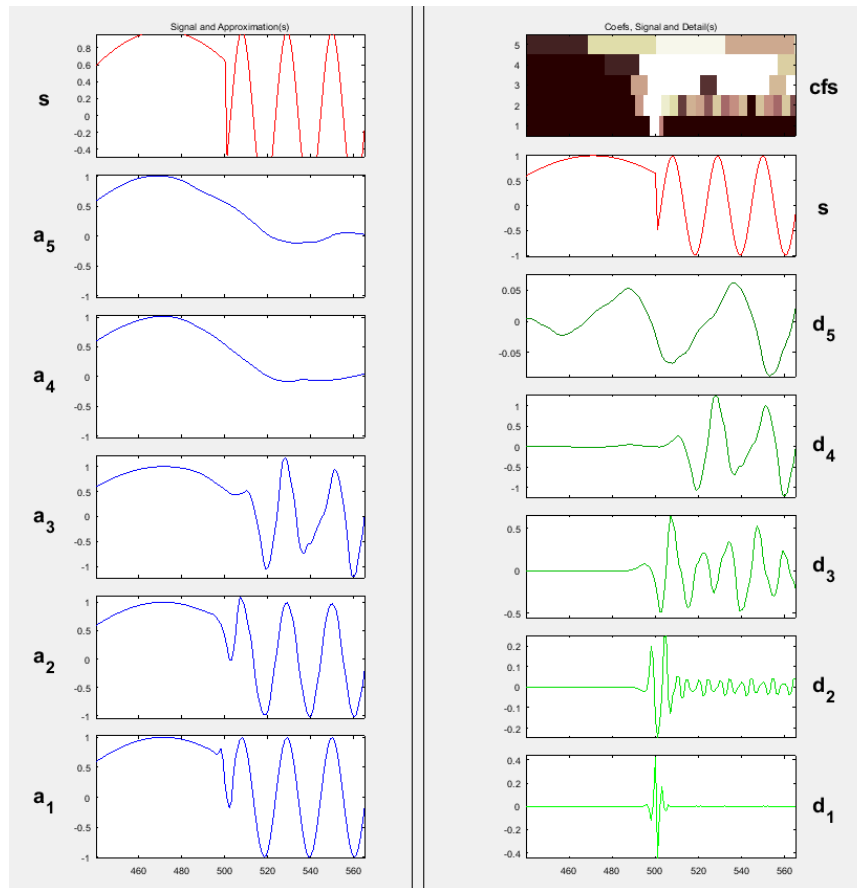


Figura 41. Señal y coeficientes aumentados

8.2 Caracterización de una señal de tensión de ferroresonancia

En este apartado se caracterizará mediante el análisis Wavelet una señal de tensión de ferroresonancia. Antes de nada se hará una breve introducción teórica de este fenómeno según [17].

La ferroresonancia es un fenómeno de resonancia no lineal que puede afectar a las redes eléctricas. Las tasas de armónicos anormales, las sobretensiones o las sobreintensidades transitorias o permanentes que provoca suelen ser peligrosas para el material eléctrico. El término ferroresonancia designa todos los fenómenos oscilatorios que aparecen en un circuito eléctrico que comprende al menos:

- Una inductancia no lineal (ferromagnética saturable).
- Un condensador.
- Una fuente de tensión (generalmente sinusoidal).
- Pérdidas débiles.

En este caso se tomará una señal de tensión de ferorresonancia de régimen fundamental donde las tensiones son periódicas de periodo T igual al de la red y pudiendo comportar más o menos armónicos. El espectro de las señales es un espectro discontinuo formado por una fundamental f_0 de la red y sus armónicos ($2f_0$, $3f_0$...).

Primero se procederá a cargar la señal en cuestión en la interfaz gráfica de la herramienta.

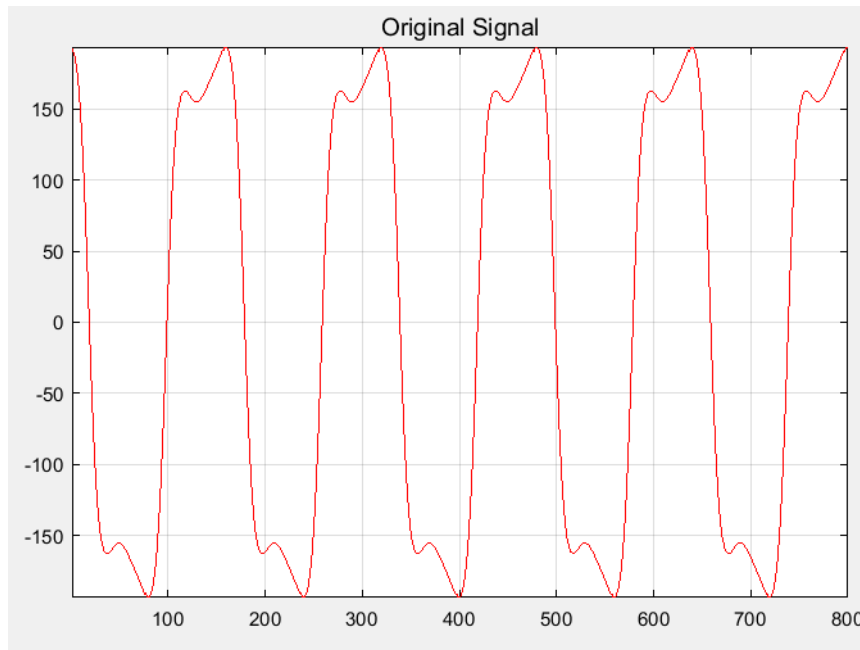


Figura 42. Señal de tensión de ferorresonancia

Debido a lo explicado en el apartado 7, para hacer de forma óptima el análisis Wavelet, se procederá a elegir como Wavelet madre a la familia Daubechies con 10 momentos de desvanecimiento y el nivel 9 para ver de forma completa la evolución de su descomposición a través de los diferentes filtros Wavelet. Se vuelve a escoger la descomposición modo separado para poder ver todos los coeficientes de aproximación y de detalle.

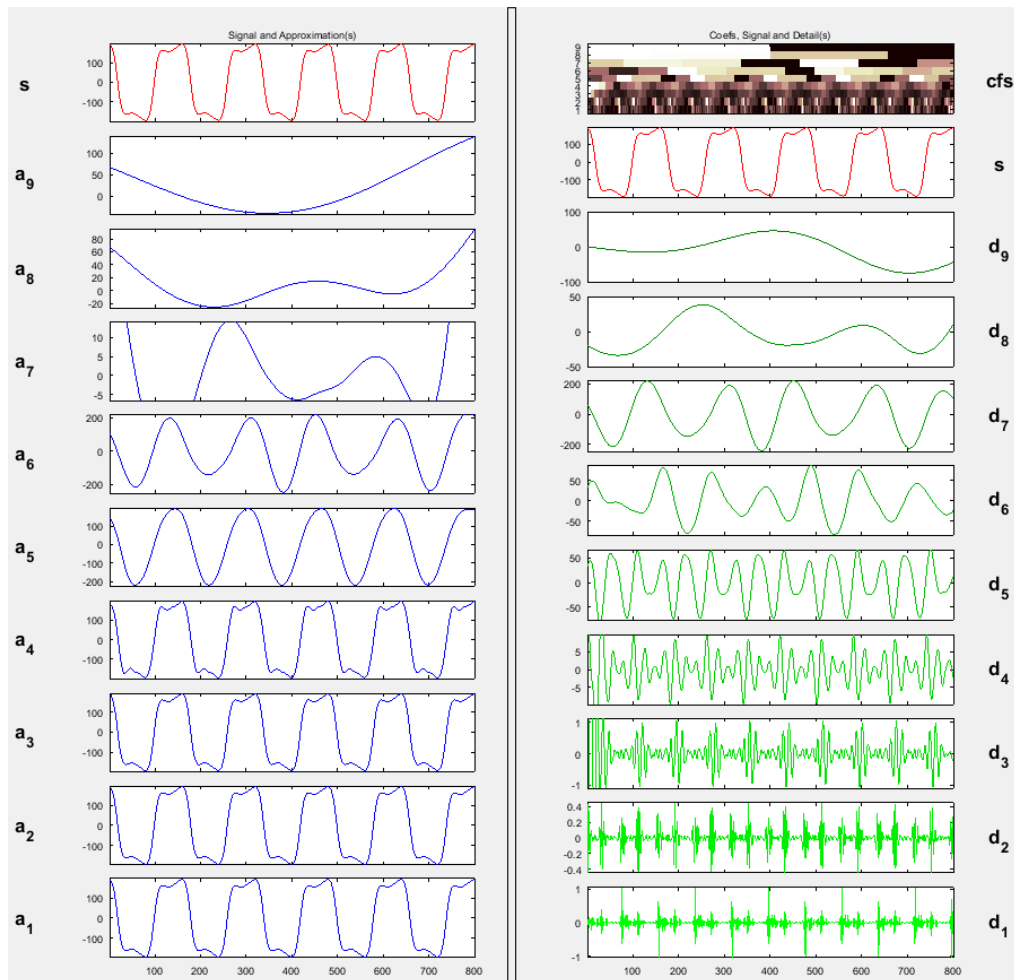


Figura 43. Descomposición modo separado de ferroresonancia

A partir del análisis Wavelet se pueden sacar las siguientes observaciones:

1. El primer nivel de detalle (d1) capta los transitorios de más alta frecuencia que se producen en la señal original.
2. A partir del nivel 1 se siguen produciendo los diferentes filtrados de frecuencia eliminando sucesivamente las componentes de alta frecuencia hasta llegar al nivel 4.
3. En la aproximación de nivel 5 se consigue obtener la señal de baja frecuencia sin el fenómeno de los transitorios producidos por la ferroresonancia.

Una vez vistos los resultados se concluye que de los diferentes coeficientes de aproximación y detalle los que más sirven para la caracterización de la señal son los coeficientes de detalle d1, d2, d3 y d4 y el coeficiente de aproximación de nivel 5 (a5), por lo que un análisis Wavelet de nivel 5 hubiese sido suficiente.

Ahora se va a hacer una breve introducción en lo que sería un paso más para utilizar este análisis Wavelet en la clasificación y detección de este tipo de perturbaciones en el campo de la ingeniería eléctrica. Según [18], para que este análisis tenga utilidad en el campo eléctrico debe ser combinado con una clasificación posterior mediante redes neuronales. Hace la propuesta que, en base a la unicidad de los coeficientes WT al cuadrado en cada escala de la perturbación de la calidad de la energía, una herramienta de clasificación como la red neuronal puede ser empleada para la clasificación estas perturbaciones.



Figura 44. Método seguido para la clasificación de las perturbaciones

Así el primer bloque corresponde a un preprocesado de la señal eléctrica a analizar, que consta por un lado de la medida de la frecuencia instantánea, y por otro de la selección de la Wavelet madre usada como función analizante. En un segundo bloque de segmentación de la señal, se descompone la misma detectando los posibles eventos, y en el caso de que ocurriesen, se extrae toda la información del mismo, calculando los parámetros necesarios para su caracterización. En el tercer bloque, dispuesto para una clasificación basada en redes neuronales, se opta por el método de multclasificación más adecuado que mejor separa las características de las perturbaciones.

Por lo tanto a partir de análisis Wavelet, las energías de las señales detalladas son las características extraídas de los patrones para alimentar a la red neuronal. De acuerdo con la definición, la energía de cada señal discreta como $x(n)$ se define de la siguiente manera: (N es igual a la longitud de la señal).

$$E(x) = \sum_{n=1}^N |x(n)|^2 \quad (11)$$

9 Descripción de Tareas. Gantt

El siguiente TFG ha sido realizado por un ingeniero superior y un ingeniero graduado. Por otra parte el trabajo consta de 4 fases: Información, MATLAB, parte práctica y redacción.

1. INFORMACIÓN

En esta tarea se realiza una recopilación de información sobre el tema en cuestión. Debido a que es un tema desconocido para el estudiante, supondrá un laborioso trabajo, en el que también se incluirán el procesamiento y el análisis de la información. Esta fase se iniciará el 5 de febrero y tendrá una duración de 55 días, por lo que acabará el 23 de abril, donde se cumple el primer hito.

2. MATLAB

Esta tarea consistirá en habituarse a la herramienta MATLAB, concretamente a la Wavelet Toolbox. La herramienta MATLAB ya ha sido usada durante otros cursos del grado, sin embargo, esta Toolbox en concreto es nueva para el estudiante. Debido a esto, se necesitará un tiempo para familiarizarse con la herramienta. Este inicio en el uso de la herramienta y aprendizaje se iniciará el 5 de febrero y acabará el 5 de marzo, teniendo una duración de 25 días. Al acabar con esta tarea se cumplirá el segundo hito.

3. PARTE PRÁCTICA

Aquí se hará la parte técnica del trabajo en cuestión. Se utilizará el programa MATLAB para caracterizar diferentes tipos de señales. Para realizar esta tarea tendrán que cumplirse los dos primeros hitos del proyecto. Se iniciará el 23 de abril y acabará el 8 de junio, por lo que durará 34 días, cumpliéndose el tercer hito del TFG.

4. REDACCIÓN

En esta parte se plasmará todo lo desarrollado en las anteriores fases. Se redactará la presente memoria del TFG, dándole la estructura y el formato adecuado. Para iniciar esta fase tienen que estar acabadas todas las tareas anteriores por lo que se iniciará el 8 de junio, con una duración de 10 días, por lo que finalizará el 22 de junio, cumpliéndose el

cuarto hito.

En la siguiente imagen se puede observar el diagrama de Gantt completo.

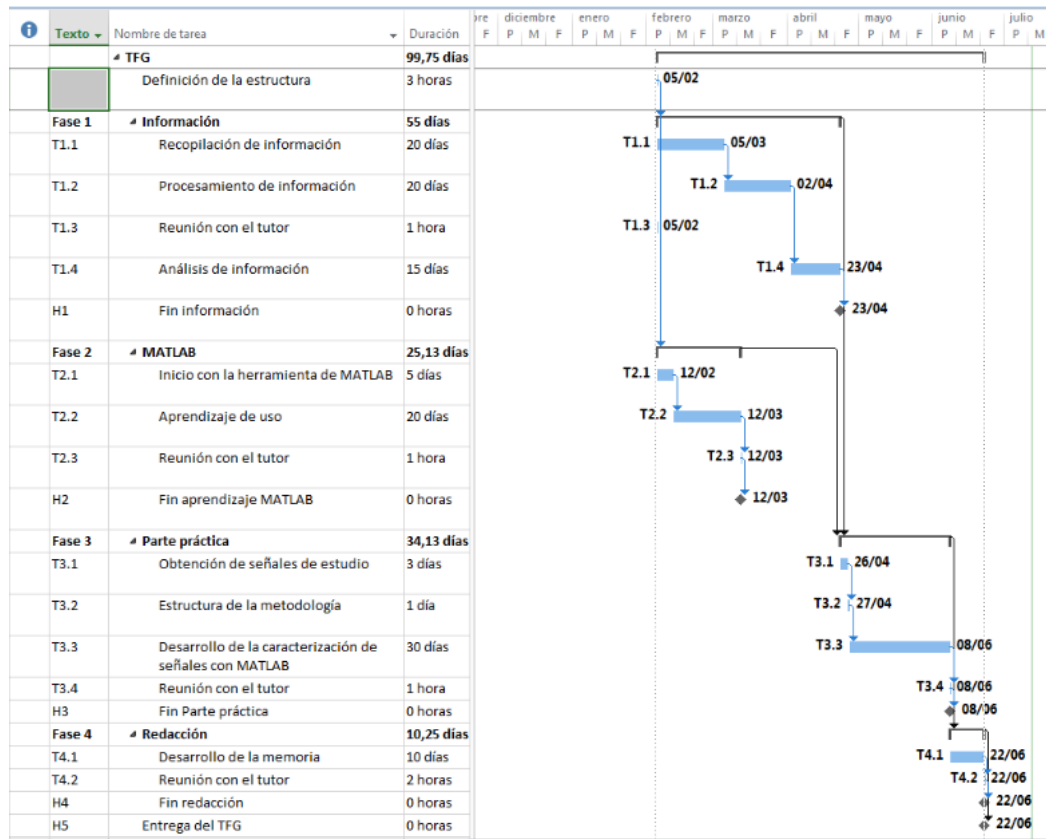


Figura 45. Diagrama de Gantt

10 Presupuesto

A continuación se presenta el presupuesto total del siguiente trabajo de fin de grado. Dicho presupuesto se desglosará en tres partidas: horas internas, amortizaciones y gastos. También se incluirá una tabla resumen donde aparecerán los gastos totales de cada partida, además de los gastos indirectos, que representan el 5 % del total del presupuesto.

HORAS INTERNAS			
Concepto	Nº de Horas	€/hora	Total
Ingeniero graduado	200 h	25 €/h	5.000 €
Ingeniero superior	35 h	50 €/h	1.750 €
SUBTOTAL			6.750 €

Tabla 3. Partida de horas internas

AMORTIZACIONES				
Concepto	Precio adquisicion	Vida útil	Utilización	Total
Licencia de Office	90 €	1800 h	30 h	1,50 €
Licencia de MATLAB	1.000 €	1600 h	65 h	40,62 €
Ordenador	1.300 €	5000 h	200 h	52 €
SUBTOTAL				94,12 €

Tabla 4. Partida de amortizaciones

GASTOS	
Concepto	Total
Material oficina	100 €
Material bibliográfico	30 €
SUBTOTAL	130 €

Tabla 5. Partida de gastos

RESUMEN	
Horas Internas	6.750 €
Amortizaciones	94,12 €
Gastos	130 €
SUBTOTAL	6.974,12 €
Costes indirectos	348,70 €
TOTAL	7.322,82 €

Tabla 6. Resumen presupuesto

Finalmente, se presenta un desglose de las actividades que constituyen el proyecto. Se puede ver como las horas internas representan la mayor parte del coste del presupuesto.

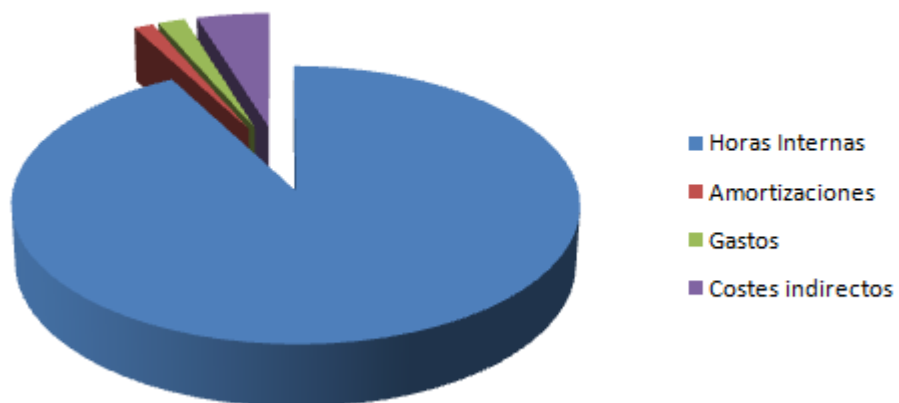


Figura 46. Desglose gastos

11 Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que se ha llegado tras la realización de este TFG:

- Tras un breve análisis de la FT se presentan sus limitaciones en el análisis de señales no estacionarias.
- Se pone de manifiesto las ventajas que aportan las Wavelets en el análisis tiempo-frecuencia de una señal.
- Se comprueba que la propuesta basada en la WT es muy poderosa en la caracterización de las señales.
- Para una correcta caracterización de la señal mediante el análisis Wavelet, es de fundamental importancia la adecuada selección de la familia Wavelet. Para las señales estudiadas en este TFG se concluye que las Wavelet madre de Daubechies con 4 y 10 momentos de desvanecimiento son las más adecuadas.
- Mediante la Toolbox Wavelet del programa MATLAB se puede hacer una correcta caracterización de la señal mediante el análisis Wavelet, además de proporcionar un número considerable de familias Wavelet. También, gracias a su interfaz gráfica, este análisis se puede realizar de una forma rápida y sencilla.
- Además, combinando las características extraídas de la señal mediante el análisis Wavelet con las redes neuronales se puede obtener un método eficiente para la clasificación de diferentes tipos de faltas.

12 Fuentes de información

Las fuentes de información que han sido utilizadas durante la realización de este TFG son las siguientes:

- [1]. R. A. Margil S., “Protección de Sistemas Eléctricos de Potencia,” Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 2005.
- [2]. J. Cortés, F. Medina, and J. Chávez, “Del Análisis de Fourier a las Wavelets.” [Online]. Available: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4807129.pdf>.
- [3]. L. Acevedo Martínez, “Computación paralela de la transformada Wavelet; Aplicaciones de la transformada Wavelet al Álgebra Lineal Numérica.,” Universidad Politécnica de valencia, España, 2009.
- [4]. J. Cortés, F. Medina, and J. Chávez, “Del Análisis de Fourier a las Wavelets.” [Online]. Available: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4807129.pdf>.
- [5]. E. Roldán Arroita, “Estudio y análisis de filtros aplicados a señales vibratorias de ejes ferroviarios para la detección de fallos,” 2012.
- [6]. M. Zamorano Castaño, “Análisis de señales mediante STFT y Wavelet: aplicación a defectología en rodamientos,” 2010.
- [7]. L. Acevedo Martínez, “Computación paralela de la transformada Wavelet; Aplicaciones de la transformada Wavelet al Álgebra Lineal Numérica.,” Universidad Politécnica de valencia, España, 2009.
- [8]. P. S. Addison, The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance. CRC Press, 2002.
- [9]. A. C. Diego Eduardo, “Implementación de la transformada Wavelet para la medición de los diferentes tipos de perturbaciones en el laboratorio de máquinas eléctricas,” Thesis, QUITO/EPN/2014, 2014.
- [10]. S. Kouro and R. Musalem, “Tutorial Introductorio a la Teoría Wavelet.” [Online]. Available: <http://www2.elo.utfsm.cl/~elo377/documentos/Wavelet.pdf>.
- [11]. J. Martínez Malo and R. Castro Fernández, “Análisis de la teoría de ondículas orientadas a las aplicaciones en Ingeniería Eléctrica.” [Online]. Available: http://www.uta.cl/hdiaz/Documents/Fundamentos_Wavelets.pdf.
- [12]. <https://www.ptc.com/es/products/mathcad>
- [13]. <https://www.wolfram.com/mathematica/>
- [14]. <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
- [15]. M^a Dolores Borrás Talavera, “Contribuciones a la Calidad de la Señal Eléctrica basadas en Wavelets e Inteligencia Artificial”
- [16]. Rodrigo David Reyes De Luna, “Aplicación de la Transformada Wavelet en el Análisis de Calidad de la Energía”

- [17]. Philippe FERRACCI, "Cuaderno Técnico nº190 La Ferroresonancia"
- [18]. G.Mokryani and M.-R.Haghifam, Senior Member, IEEE, "Application Of Wavelet Transform and MLP Neural Network For Ferroresonance Identification"
- [19]. Ricardo Radaelli-Sánchez," Condiciones de Dirichlet"