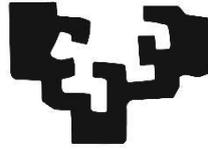


eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Método del transporte para la planificación de la producción de una empresa del sector automovilístico

Paul Guezuraga Saitua

Grado de Ingeniería en Organización Industrial

Dirigido por Mónica Bernabé Fernández

Curso 2017-2018



Ingeniaritza Goi Eskola Teknikoa
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Bilbao

ÍNDICE

Contenido

| | |
|---|---|
| ÍNDICE | 2 |
| 1. RESUMEN | 5 |
| 1.1. Resumen | 5 |
| 1.2. Laburpena | 5 |
| 1.3. Abstract | 6 |
| 2. ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS Y ACRÓNIMOS | 7 |
| 2.1. Índice de figuras | 7 |
| 1. Figura: La dirección de operaciones en el sistema productivo. | 7 |
| 2. Figura: Enfoques y objetivos del Just In Time. | 7 |
| 3. Figura: Logo de la compañía. | 7 |
| 4. Figura: Productos que fabrican las empresas del clúster de automoción. | 7 |
| 5. Figura: Intereses y expectativas de las diferentes áreas de la empresa respecto al PAP. | 7 |
| 6. Figura: Aproximación gráfica de las estrategias de caza y producción constante. | 7 |
| 7. Figura: Captura de pantalla de un software de simulación. | 7 |
| 2.2. Índice de tablas | 7 |
| 1. Tabla: Evolución de la Dirección de Operaciones en sus ámbitos de decisión. | 7 |
| 2. Tabla: Estructura jerárquica de los planes de producción. | 7 |
| 3. Tabla: Tabla de costes del método de transporte- | 7 |
| 4. Tabla: Forma tabular simplex para el método de transporte. | 7 |
| 5. Tabla: prueba de optimalidad de una solución básica factible. | 7 |
| 2.3. Acrónimos | 8 |
| PAP – Plan Agregado de producción | 8 |

| | |
|--|--------------------------------------|
| PL – Programación lineal | 8 |
| 3. INTRODUCCIÓN..... | 9 |
| 3.1. La dirección de operaciones..... | 9 |
| 3.1.1 Alcance histórico | 10 |
| 3.1.2. Nuevas tendencias | 12 |
| 3.1.3. Funciones y competencias de la dirección de operaciones | 13 |
| 3.2. Objetivo del trabajo | 14 |
| 3.3. Estructura de la memoria..... | 14 |
| 4. BILBOBRAKE S.L..... | 16 |
| 4.1. Historia de la compañía..... | 17 |
| 4.2. Sector vasco de la automoción | ¡Error! Marcador no definido. |
| 4.2.1 Condiciones idóneas, ubicación estratégica | 17 |
| 4.2.2 Tejido industrial y de subcontratación..... | 17 |
| 4.2.3 Sector vasco de proveedores de automoción..... | 17 |
| 5. PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL | 21 |
| 5.1. La planificación empresarial..... | 21 |
| 5.1.1. Niveles de planificación empresarial..... | 21 |
| 5.2 La planificación industrial..... | 22 |
| 5.2.1. Enfoque jerárquico del proceso de planificación de la producción..... | 22 |
| 5.3 Plan Agregado de Producción (PAP) | 25 |
| 5.3.1 Factores determinantes en el diseño de un PAP | 25 |
| 5.3.2. Estrategias de elaboración de un PAP..... | 27 |
| 6. TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN DE LA PLANIFICACION AGREGADA | 29 |
| 5.4 Simulación | 29 |
| 5.5 Optimización | 30 |
| 5.5.1 La Programación Lineal (PL) | 30 |
| 5.5.2 Resolución de un problema de PL..... | 32 |
| 7. EL MÉTODO DEL TRANSPORTE | 34 |

| | | |
|--------|--|--------------------------------------|
| 7.1. | Descripción del método | 34 |
| 7.1.1. | Consideraciones | 35 |
| 7.1.2. | Tabla de costes | 35 |
| 7.1.3. | Solución inicial básica | 36 |
| 7.1.4. | Mejora de una solución factible básica | 37 |
| 7.2 | La técnica del transporte para la planificación agregada. Método de Bowman. | 39 |
| 8. | METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN | 41 |
| 8.1 | Modelización del problema | 41 |
| 9. | VALIDACIÓN DEL RESULTADO | 46 |
| 10. | TAREAS Y DIAGRAMA DE GANTT | 48 |
| 10.1. | Tareas | 48 |
| 10.2. | DIAGRAMA DE GANTT | 48 |
| 11. | PRESUPUESTO | 49 |
| 11.1. | Horas de trabajo | 49 |
| 11.2. | Amortizaciones | 50 |
| 11.3. | Gastos adicionales | 50 |
| 11.4. | COSTE TOTAL | ¡Error! Marcador no definido. |
| 12. | CONCLUSIONES | 53 |
| 13. | BIBLIOGRAFÍA | 56 |
| | ANEXO I: Resolución completa del modelo de transporte | 57 |

1. RESUMEN

1.1. Resumen

El objetivo de este trabajo es realizar un estudio del método del transporte de programación lineal como alternativa para programar la producción de una empresa industrial. Por ello, se realiza primero un análisis teórico de las técnicas y estrategias de planificación empresarial, así como un profundo estudio del procedimiento del método de transporte. Este análisis teórico se lleva a la práctica mediante la elaboración de la Planificación Agregada de Producción correspondiente al segundo trimestre de 2018 para una empresa fabricante de piezas de automóvil. Para llevarlo a cabo se utilizará el software Excel de Microsoft Office para ejecutar manualmente el mencionado método del transporte, mientras que la validación del resultado obtenido se realizará con el complemento de optimización Solver, incluido en el paquete de Excel.

1.2. Laburpena

Lan honen helburua, enpresa baten ekoizpenaren planifikazioa aurrera eramateko erraminta gisa programazio linealeko garraioaren metodoaren inguruko ikerketa egitea da. Hori lortzeko, lehendabizi enpresa-plangintzaren arloko teknika eta estrategiei buruzko analisi teorikoa egingo da, baita garraioaren metodoaren inguruko ikerketa sakona ere. Analisi teoriko honetan ikasitakoa praktikara eramango da automobilarentzako piezen ekoizle baten Ekoizpen Plangintza Agregatua lortzeko, 2018ko azken sei hilabeteen epe mugarako. Plangintza haur lortzeko, aipatutako garraioaren metodoa erabiliko da Microsoft Office-ko Excel programaren bitartez. Halaber, lortutako emaitzaren balioztatzea Excel-ek berak eskaintzen duen optimizazio software-aren bitartez egingo da.

1.3. Abstract

The aim of this project is to carry out a study of the linear programming transport method as an alternative to program the production of a manufacturing company. First, a theoretical analysis of business planning techniques and strategies will be carried out, as well as an in-depth study of the transport method and its procedure. This theoretical analysis is taken to practice through the elaboration of the Aggregate Production Planning corresponding to the second half of 2018 for a manufacturer of auto parts. To perform it, the previously mentioned transport method will be manually executed using the Microsoft Office's Excel software, while the validation of the obtained result will be done with the Solver optimization complement, included in the Excel package.

2. ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS Y ACRÓNIMOS

2.1. Índice de figuras

1. Figura: La dirección de operaciones en el sistema productivo.
2. Figura: Enfoques y objetivos del Just In Time.
3. Figura: Logo de la compañía.
4. Figura: Productos que fabrican las empresas del clúster de automoción.
5. Figura: Intereses y expectativas de las diferentes áreas de la empresa respecto al PAP.
6. Figura: Aproximación gráfica de las estrategias de caza y producción constante.
7. Figura: Captura de pantalla de un software de simulación.
8. Figura: Captura de la ventana de introducción de parámetros en Solver
9. Figura: Cronograma o Diagrama de Gantt

2.2. Índice de tablas

1. Tabla: Evolución de la Dirección de Operaciones en sus ámbitos de decisión.
2. Tabla: Estructura jerárquica de los planes de producción.
3. Tabla: Tabla de costes del método de transporte.
4. Tabla: Forma tabular simplex para el método de transporte.
5. Tabla: Prueba de optimidad de una solución básica factible.
6. Tabla: Resolución del modelo de transporte: parámetros de capacidad.
7. Tabla: Resolución del modelo de transporte: parámetros de demanda.
8. Tabla: Resolución del modelo de transporte: parámetros de coste.
9. Tabla: Valores de los parámetros de resolución del problema de transporte
10. Tabla: Tabla de costes de producción de BilboBrake S.L.
11. Tabla: Solución inicial factible por el método de Vogel
12. Tabla: Solución óptima
13. Tabla: Solución óptima de Solver
14. Tabla: Tabla de fases/tareas del proyecto

- 15. Tabla: Tasas horarias.
- 16. Tabla: Coste total por horas trabajadas.
- 18. Tabla: Coste total de las amortizaciones.
- 19. Tabla: Coste total de los gastos adicionales.
- 20. Tabla: Presupuesto total del trabajo

2.3. Acrónimos

PAP – Plan Agregado de producción

PL – Programación lineal

3. INTRODUCCIÓN

Para producir bienes y servicios, toda organización empresarial debe llevar a cabo una serie de funciones y actividades que se pueden dividir en tres grandes bloques. Estas tres grandes funciones son los elementos necesarios, no sólo para la producción, sino para la supervivencia de la propia organización. Son las siguientes:

1. **Producción/operaciones:** generación del producto.
2. **Finanzas/contabilidad:** obtención de fondos y análisis de las cuentas de resultados.
3. **Marketing:** conocimiento del mercado, captación de clientes y generación de la demanda.

La producción es el conjunto de actividades que transforma recursos en productos (bienes y servicios). Esta transformación de recursos no implica necesariamente una transformación física, sino que puede tratarse de una transformación que aporte valor añadido al recurso de entrada del proceso, como suele ocurrir en empresas de servicios, distribución o de intermediación.

Este trabajo consiste en el estudio de un método numérico de programación lineal como solución al problema de planificación de la producción de un fabricante de piezas para automóvil. En ese sentido, dentro del organigrama empresarial, corresponde a la **dirección de operaciones** el conjunto de funciones de diseño, planificación y control de los recursos y actividades que conforman un sistema productivo con el objetivo de satisfacer una demanda.

3.1. La dirección de operaciones

La dirección de la producción o de operaciones puede definirse como la administración de los recursos necesarios para producir los bienes y servicios que ofrece una organización para satisfacer una necesidad. En un escenario de economía global cambiante, esta herramienta empresarial ha adquirido una importancia sustancial ya que una producción eficiente de bienes y servicios requiere de la aplicación eficaz de los conceptos, herramientas y técnicas de la dirección de operaciones que aporte una ventaja competitiva a las empresas.

En la actualidad, la dirección de operaciones está relacionada con la producción de bienes y servicios. En un principio, fue desarrollada solo en empresas productivas. Sin embargo, actualmente se utiliza tanto en empresas de fabricación como de servicios ya que ambas se enfrentan a dificultades similares. Por lo tanto, con independencia de que los outputs que genere la empresa (sean productos o sean servicios), su área de operaciones es un elemento fundamental dentro del sistema empresa, y debe ser estructurada, implantada, gestionada y controlada correctamente para que se convierta en efectiva su

contribución potencial a la consecución de los objetivos estratégicos y operativos de la compañía.



1. Figura: La dirección de operaciones en el sistema productivo

3.1.1 Alcance histórico

El campo de la dirección de operaciones es relativamente joven, pero su historia es amplia e interesante. La productividad industrial y la disciplina de dirección de operaciones han ido mejorando por las innovaciones y contribuciones de numerosas personas y organizaciones. En este apartado presentamos algunas de ellas, así como un resumen de las etapas más importantes en la dirección de operaciones.

La importancia que el área de operaciones ha tenido en el seno de las empresas ha ido variando en las últimas décadas. Este campo comienza de verdad a gestarse en el siglo XIX en un esfuerzo por conseguir una especialización del trabajo y reducir así los costes de fabricación. Se atribuye a Eli Whitney (1800) la primera popularización de los componentes intercambiables en un para un producto, lo que consiguió a través de la estandarización de procesos y el control de la calidad en la producción de mosquetes (arma de fuego antigua parecida al fusil).

Frederick W. Taylor (1881), padre de la dirección científica, realizó **importantes contribuciones en la selección de personal, planificación y control, y estudio de movimientos**, así como en el actualmente popular campo de la **ergonomía**. Una de sus principales contribuciones fue su convencimiento en que los directores debían ser más ingeniosos y tener más iniciativa en la mejora de los métodos de trabajo. La aportación de Taylor y sus colaboradores, Henry Gantt y Frank y Lillian Gilbreth, revolucionó la

fabricación: su enfoque científico del análisis del trabajo diario y las herramientas empleadas supuso a menudo incrementos de productividad del 400%.

Poco más tarde, en 1913, Henry Ford y Christian Sorensen combinaron lo que sabían acerca de componentes normalizados a las cadenas de montaje del empaquetado de las industrias de carne y ventas por correo, para crear el concepto revolucionario de la **cadena de montaje**, donde lo que se movían eran los componentes, no los operarios.

El control de la calidad es otra importante contribución histórica en el campo de la dirección de operaciones. Walter Shewhart (1924), aplicó sus conocimientos de estadística a la necesidad de control de la calidad, sentando las bases del muestreo estadístico.

Así, a principios del siglo XX, el subsistema de operaciones ya era el área más significativa de la empresa, en unos tiempos en los que las organizaciones se focalizaban ante todo producir lo máximo posible para aprovecharse de las economías de escala. La dirección de operaciones seguiría progresando gracias a las contribuciones de otras disciplinas como la ingeniería industrial y la dirección científica. Estas disciplinas, junto con la estadística, la dirección de empresas y la economía, contribuyeron sustancialmente a incrementar la productividad de las empresas.

Las posteriores dificultades de estas empresas para vender los productos que habían fabricado con las capacidades que tenían instaladas dieron paso a otra etapa y oscurecieron la relevancia del subsistema de operaciones; esto trajo consigo el olvido, al menos parcial, de las aportaciones que la dirección eficaz de las operaciones podía proporcionar al éxito empresarial. De esta manera, durante los años 60 (e incluso 70) pocos directivos de empresas occidentales dieron la suficiente importancia al área productiva y a las decisiones que se toman en ella. En gran parte de estas organizaciones no se mantenía un nivel de calidad suficiente, no existía una adecuada planificación y programación de las operaciones, la producción se entregaba con retraso, etc. Esto provocó, entre otras cosas, un aumento del personal de inspección y coordinación de las operaciones y un alto volumen de inventarios.

Sin embargo, en esa época, las **empresas japonesas** sí que supieron reconocer el papel fundamental que tenía la dirección de operaciones en el cumplimiento de sus objetivos. Las principales empresas del país nipón entraron con fuerza en los mercados occidentales, incluyendo áreas productivas hasta entonces dominadas por empresas europeas y americanas (automoción, acero, electrónica), lo que provocó una gran atención en los gobiernos de los países afectados. Los novedosos conceptos japoneses del *lean manufacturing*, *just in time* o *kaizen* (*mejora continua*) comenzaban a sonar fuerte entre las potencias europeas como la clave de la ventaja competitiva japonesa.

Y es que, la mayor competitividad de las empresas japonesas no se basaba en una mayor potencia comercial o en una mayor fuerza financiera. Los estudios y análisis que se han realizado sobre el llamado “milagro japonés” han demostrado que su pilar fundamental era su capacidad para llevar a cabo una fabricación más eficaz, más eficiente, más económica, más fiable y de superior calidad. Y la diferencia estaba únicamente en el enfoque y las herramientas empleadas en la dirección y gestión de la producción.



2. Figura: Enfoques y objetivos del Just In Time

Como consecuencia, a finales del siglo XX (a partir de la década de los 80) volvió a surgir un gran interés por la dirección de operaciones, tanto en las empresas como en el entorno académico de las universidades. Fue necesaria una fuerte sacudida a nivel mundial para “despertar” a las empresas occidentales y que cambiase su visión sobre la relevancia de la función de producción.

3.1.2. Nuevas tendencias

Como se puede comprobar, el arte de la dirección de operaciones ha de enfrentarse a un cambio continuo. Las nuevas tendencias de esta materia tienen que ver con un enfoque del mundo cada vez más global que ha promovido una importante reducción de los costes de comunicación y transporte de manera que las empresas pueden interactuar con cualquier parte del mundo. La rápida comunicación internacional de noticias, pero también en lo que al ocio y los nuevos estilos de vida se refiere hace que los directivos tengan que reaccionar constantemente a las tendencias del mercado, lo que provoca tener que desarrollar rápidamente nuevos productos y por tanto que se establezcan relaciones estables con aquellos proveedores que tiene un papel fundamental en la cadena de suministro. Estos nuevos escenarios presentan nuevos retos y dibujan las nuevas tendencias que guiarán esta disciplina en las próximas décadas. En la 1. Tabla se muestra la evolución que ha tenido la dirección de operaciones en varios de sus ámbitos de decisión: donde ha estado y hacia donde está yendo.

| Pasado | Causas | Futuro |
|--------------------------------|---|---|
| Enfoque nacional o local | → <i>Redes mundiales de comunicación y transporte, de bajo coste y fiables</i> | → Enfoque global |
| Envío de lotes (grandes) | → <i>El coste del capital y los cortos ciclos de vida de los productos presionan para reducir la inversión en inventario</i> | → Envíos «justo a tiempo» |
| Adquisición de la mejor oferta | → <i>La atención a la calidad exige que los proveedores se impliquen en la mejora del producto</i> | → Socios de la cadena de suministros; planificación de los recursos de la empresa; comercio electrónico |
| Lento desarrollo del producto | → <i>Ciclos de vida más cortos; Internet; rápida comunicación internacional; diseño asistido por ordenador y colaboración internacional</i> | → Rápido desarrollo del producto; alianzas; diseños colaborativos |
| Productos estandarizados | → <i>Grandes mercados mundiales con gran poder adquisitivo; procesos de producción cada vez más flexible.</i> | → Personalización en masa con creciente énfasis en la calidad |
| Especialización en el trabajo | → <i>Cambiante entorno sociocultural; sociedad de la información y del conocimiento en aumento</i> | → Potenciación de los empleados, equipos y producción ajustada |
| Enfoque a bajos costes | → <i>Cuestiones medioambientales, ISO 1400, crecientes costes de deshacerse de los residuos</i> | → Producción respetuosa del medio ambiente, producción ecológica, materiales reciclados, reutilización |
| La ética no considerada | → <i>Las empresas actúan más abiertamente; revisión pública y global de la ética; oposición a la explotación infantil, a los sobornos, a la contaminación</i> | → Se espera que se tenga responsabilidad social y se mantengan elevadas normas éticas |

1. Tabla: Evolución de la Dirección de Operaciones en sus ámbitos de decisión

3.1.3. Funciones y competencias de la dirección de operaciones

En cualquier tipo de organización, la tarea del director de operaciones es dirigir los procesos productivos de una forma eficiente y efectiva. El término eficiencia significa hacer algo al costo más bajo, es decir, utilizando la menor cantidad posible de recursos. Por otro lado, la eficacia significa hacer lo correcto para crear el máximo valor posible para la compañía. (Chase, Jacobs & Aquilano, 2009). Hay cuatro factores que miden la efectividad de la función de operaciones: el costo, la calidad, las entregas y la flexibilidad o servicio. Priorizando siempre estos cuatro aspectos, y siempre siguiendo la línea táctica y estratégica marcada por la propia compañía, las decisiones de la dirección de operaciones se aplican en diez ámbitos diferentes y sirven de soporte para alcanzar las misiones y aplicar las estrategias.

1. **Diseño de bienes y servicios:** determina en gran medida el proceso de transformación e influiría sobre costes, calidad y recursos humanos.
2. **Calidad:** el nivel de calidad lo establece el cliente y los directores toman las medidas oportunas para identificar y lograr esa calidad.
3. **Diseño del proceso y de la capacidad:** determinan la estructura básica de costes de la empresa y comprometen esta a medio y largo plazo.
4. **Localización:** es determinante para el éxito de la empresa. Dependerá del tipo de empresa que se trate.

5. **Diseño de Layout:** es lo que se conoce como diseño de planta y en él influirán aspectos como la tecnología, niveles de personal, etc.
6. **Recursos humanos y diseño del trabajo:** decisiones sobre las capacidades, habilidades, coste, etc.
7. **Gestión de la cadena de suministros:** establece las relaciones con los proveedores.
8. **Inventario:** el inventario tiene un alto coste que puede reducirse, por ejemplo, reduciendo el stock.
9. **Programación:** se debe programar adecuadamente tanto en lo referente a la utilización de las instalaciones y personal, como a la minimización de costes o el cumplimiento de los plazos de entrega.
10. **Mantenimiento:** establecimiento de sistemas que mantengan fiabilidad y estabilidad en la producción.

La planificación y programación es el ámbito de decisión de la dirección de operaciones sobre el que se basa este trabajo, por lo que resulta imprescindible profundizar más en él aspecto de la planificación y todo lo que la rodea (Capítulo 2).

3.2. Objetivo del trabajo

El objetivo de este trabajo es el análisis y la utilización del método del transporte como alternativa para una reducción óptima de costes en el cálculo de la programación de la producción de una empresa industrial. Para completar esta tarea, se realiza primero un estudio teórico de los conceptos, técnicas y herramientas al alcance de la dirección de operaciones para la planificación de la producción, junto con una descripción detallada de la metodología del transporte y sus fases hasta la obtención de la solución óptima.

Partiendo de este marco teórico, se realiza una aplicación práctica del método para la programación de la producción de un fabricante de piezas del sector automovilístico, y la solución óptima se valida mediante el software de optimización Solver de Microsoft Excel.

3.3. Estructura de la memoria

La memoria está estructurada en esta introducción, una serie de capítulos en los que se desarrolla el trabajo y se obtiene la planificación, y una última sección en las que se incluyen el presupuesto económico del proyecto, el cronograma o diagrama de Gantt, las conclusiones y un anexo con los cálculos e iteraciones completas del método del transporte.

- El cuarto capítulo es una descripción completa de la empresa que presenta la necesidad de planificación, BilboBrake S.L.: características, historia, contexto económico y competitivo,

situación actual. Se detallan las causas que originan una necesidad de planificación de la producción.

- El quinto capítulo es una introducción a la planificación empresarial de producción. En este capítulo se ven aspectos claves para el trabajo, como el enfoque jerárquico de la planificación así como otros conceptos relativos a la planificación de inventarios y capacidad.
- En el capítulo sexto, se describen las diferentes alternativas de resolución que se utilizarán en este trabajo: la optimización.
- El séptimo capítulo es un estudio teórico del método del transporte (método de optimización utilizado para resolver el problema), su procedimiento y su modelización para la resolución de un problema de programación de la producción.
- El capítulo octavo trata sobre la construcción del modelo de transporte para la programación de la producción de BilboBrake S.L. Se presenta la metodología seguida y se presentan los resultados obtenidos. Así mismo, estos resultados se verifican en el capítulo nueve con los resultados obtenidos a través de la herramienta Solver de Microsoft Excel.
- Los capítulos 10 y 11 corresponden al Diagrama de Gantt y al cálculo del presupuesto, respectivamente.
- Por último, en el apartado conclusiones del capítulo 12, se hace un balance final de los resultados obtenidos en este trabajo y se analizan futuras posibilidades y líneas de trabajo.

4. BILBOBRAKE S.L.

Fundado en 1984, BilboBrake S.L. es un fabricante de piezas para el sistema de frenos de automóviles, especialista en la producción de discos de freno de alto valor añadido para sus clientes. La empresa dispone de una pequeña fundición propia de la que se obtiene un acero de alto contenido en carbono, así como de varias líneas de mecanizado que dotan al producto final de unos acabados de alta calidad. El hecho de contar con una fundición de acero propia permite a BilboBrake un control absoluto sobre la composición deseada en la aleación de acero, una composición de alto contenido en carbono que eleva sustancial la resistencia a la tracción de los discos de freno. Este factor supone una ventaja competitiva que BilboBrake explota para mantenerse con fuerza en un sector de alta competitividad y muy arraigado en la industria vasca, como es el de la automoción.

Actualmente, BilboBrake produce discos y tambores de freno de distintas calidades, así como zapatas, pinzas y cables de freno. También distribuye pastillas y líquidos de freno de otras marcas, lo que le permite ofrecer un catálogo completo y variado a sus clientes. Su producto estrella son los discos de freno de alta calidad que ofrecen como productos de Equipo Original a los grandes fabricantes de automóviles para sus plantas asentadas en territorio vasco (Mercedes, Volkswagen) así como a otros clientes nacionales y clientes de países europeos como Francia, Italia y Alemania.

Bilbobrake S.L. dispone actualmente de una plantilla de 72 trabajadores. Tanto la sede y oficinas de BilboBrake S.L., como la fundición, líneas de mecanizado y almacenes de la compañía se ubican, desde sus inicios, en el parque industrial vizcaíno Lezama Leguizamón (Etxebarri), a tan solo 4km de Bilbao.



3. Figura: Logo de la compañía

4.1. Contexto histórico-económico: Sector Vasco de Automoción

Condiciones idóneas, ubicación estratégica

El País Vasco es un entorno natural e industrial que aporta condiciones de desarrollo singularmente destacables para el Sector de Automoción. Sus gentes, con más de 300 años de cultura industrial, proporcionan excelentes profesionales formados en algunas de las más prestigiosas instituciones de enseñanza del Estado español. Su ubicación y su moderna infraestructura de comunicaciones facilitan la necesaria movilidad de materiales y personas. Un buen número de instituciones de soporte apoya las actividades de I+D y la difusión de nuevas tecnologías. Ubicado en el Noreste de la península Ibérica y posicionado como la más importante concentración industrial del Estado español, el País Vasco se caracteriza por su continua adaptación a los cambios que requiere el desarrollo de una sociedad avanzada y por la presencia en su seno de las condiciones, actitudes y aptitudes necesarias para el desarrollo de un Sector de Automoción enormemente activo y competitivo.

El País Vasco, uno de los centros geográficos y de comunicaciones del eje atlántico europeo, tiene varios puertos marítimos, aeropuertos nacionales e internacionales, una importante y bien conectada red de ferrocarriles y de autopistas y carreteras de primer nivel. Asimismo, los centros logísticos del Puerto de Bilbao y del aeropuerto de Vitoria constituyen puertas de llegada y salida de mercancías hacia los destinos internacionales más importantes.

Tejido industrial y de subcontratación

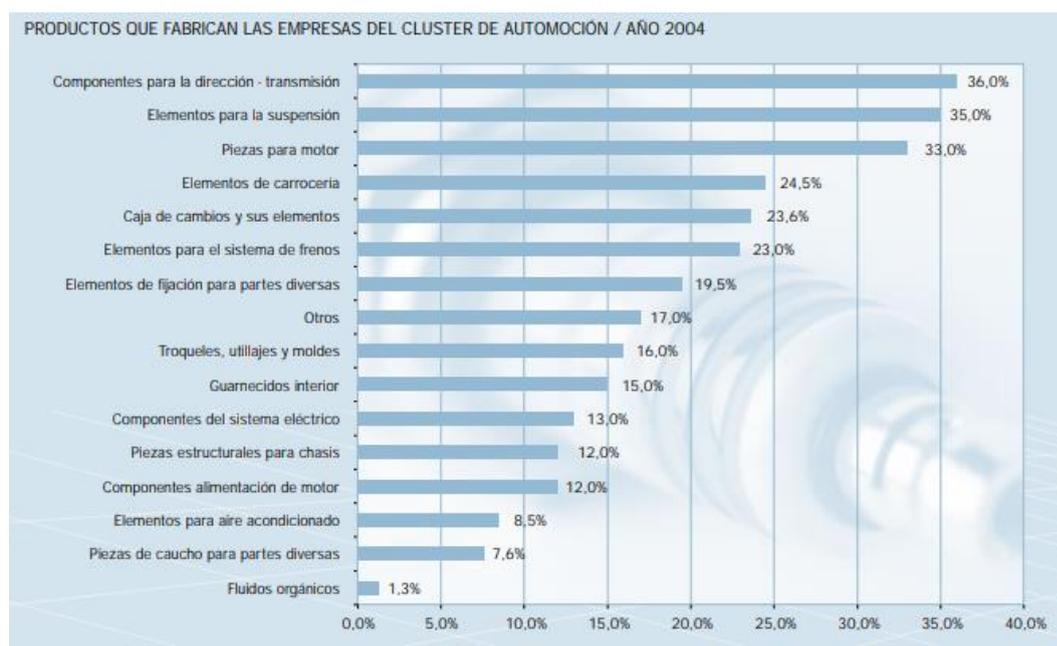
El País Vasco tiene una larga tradición industrial, desarrollada en sus inicios a través de la siderometalurgia, continuada con la fabricación naval y que ha evolucionado hacia los sectores de tecnologías más avanzadas. El reconocido carácter empresarial del pueblo vasco ha dado lugar a un denso tejido de pequeñas y medianas empresas especializadas, que proporcionan un ambiente industrial con amplias facilidades de subcontratación.

Sector vasco de proveedores de automoción

El sector de la Industria proveedora de automoción se define como el conjunto de industrias que diseñan, desarrollan, producen, suministran y/o comercializan fluidos, partes, piezas, subconjuntos, conjuntos, sistemas y módulos para la industria de automoción.

Desde finales del siglo XIX el País Vasco ha sido uno de los principales focos industriales del Estado Español. Por ello no debe sorprender que, cuando surge la incipiente industria de automoción, a principios de los años 50 del siglo pasado, los fabricantes de vehículos que entonces iniciaban sus actividades industriales y precisaban de la colaboración de todas aquellas empresas que disponían de una mínima tecnología, fueron los inductores de una reorientación de las empresas vascas hacia aquel nuevo mercado. Por esta causa, y a pesar de no disponer de más plantas fabricantes de vehículos que la de Mercedes Benz en Vitoria (100.000 vehículos en 2004), parte de la industria existente en el País Vasco se focalizó hacia aquella incipiente industria de automoción.

La implantación de Ford en Valencia (1976) y de General Motors en Zaragoza (1982) junto con la evolución de los fabricantes ya instalados en el Estado español, hizo que a principios de los 90 la industria de automoción del País Vasco tuviera niveles competitivos en un sector en el que, anticipándose al resto, la globalización era un hecho en aquellas fechas. La implantación del Mercado Único Europeo confirmó para todos los sectores industriales la situación que los proveedores vascos de automoción, y del resto del Estado español, vivían desde hacía años.



4. Figura: Productos que fabrican las empresas del clúster de automoción

Actualmente, la industria de la automoción y el País Vasco forman un destacado binomio que suscita un gran interés y admiración a nivel europeo. Su gran desarrollo permite encontrar aquí un amplio catálogo de empresas (casi trescientas) relacionadas con el sector de la industria automotriz que fabrican un tercio del total de los componentes del Estado, y tres grandes fabricantes: Mercedes Benz en Vitoria-Gasteiz, el Grupo Irizar con sede en Ormaiztegui, Gipuzkoa, y Volkswagen en Landaben, Navarra. Esta gran concentración en un pequeño territorio como el del País Vasco solo es comparable a la de algunos länders o estados federados alemanes.

El sector se ha convertido en uno de los estratégicos de la economía vasca, junto a la energía y la aeronáutica. Ha contribuido, unido al acero, a mantener el importante peso de la industria en el PIB de la Comunidad Autónoma Vasca: el 24% en 2017.

Optimismo para el futuro

Frente a los grandes desafíos, el segmento automovilístico en el País Vasco está fuertemente consolidado y con la vista puesta en la competitividad e innovación que hacen que pueda ver el futuro con optimismo. En los próximos cinco años se prevé un crecimiento del sector a nivel mundial de casi el 20%.

Así, las perspectivas para 2018 son positivas para un sector en alza, estratégico dentro de la economía vasca, apoyado en una mejora de las cifras económicas. Previsiones que apoya el estudio Principales rasgos económicos de 2017 y perspectivas 2018 de Confebask. Para la patronal vasca, el sector exterior del País Vasco aumentará ligeramente su contribución al crecimiento al subir las exportaciones.

4.2. Desarrollo histórico de la empresa

BilboBrake S.L. nace en 1984, fundada por dos socios y antiguos compañeros de universidad en la carrera de Ingeniería Industrial de las Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Bilbao. La empresa surge con la idea de aprovechar los conocimientos adquiridos por sus dos socios durante sus años previos de experiencia en sector (en fabricantes del sector automovilístico) para satisfacer una demanda creciente de elementos para el sistema de frenado de automóviles.

Dos años después de su creación, en 1986, BilboBrake S.L. saca a la venta su primer conjunto de disco y zapata de freno: Estos primeros productos obtienen muy buena aceptación entre los fabricantes de una industria, la del automóvil, que era ya muy fuerte en el País Vasco. Desde entonces el crecimiento de la empresa y de su oferta de productos no ha parado de crecer, de la mano del crecimiento de la demanda de un sector que hoy resulta indispensable para la economía vasca.

En las últimas dos décadas, la globalización del mercado y la rápida evolución industrial de países en vías de desarrollo han fijado un nuevo escenario para sectores industriales punteros en el País Vasco, como lo es el de proveedores de automoción: Fabricantes de componentes de automóvil como BilboBrake S.L. se han visto obligados a reaccionar ya que la cercanía geográfica con los grandes fabricantes de automóvil ubicados en el País Vasco ha dejado de ser un factor decisivo. Para estos grandes fabricantes resulta más barato encargar sus componentes a empresas ubicadas en países como China o India, en los que se fabrican productos de calidad a un precio considerablemente menor debido al bajo coste de la mano de obra y jornadas laborales más extensas.

Para hacer frente a esta situación, BilboBrake S.L. apuesta por los productos de alta calidad y valor añadido. En ese sentido, en el año 2006 inaugura su fundición propia y área para el moldeo del acero. Esta implantación permite a BilboBrake tener un completo control de la composición de aceros de distintas propiedades y calidades, lo que supone una gran ventaja competitiva para la empresa.

Como se ha comentado previamente, en los últimos años BilboBrake S.L. se ha convertido en un especialista en la producción de discos de freno de alto contenido en carbono, su familia de productos de mayor valor añadido y de la que más réditos económicos obtiene. No obstante, mantiene la producción de discos y tambores de freno de aceros de menor calidad, así como de sistemas de zapata y pinzas de freno.

4.3. Objetivos y necesidades de la planificación

El objetivo de este proyecto es el de elaborar la programación de la producción a seis meses de BilboBrake S.L., por lo que será necesario conocer los objetivos y estrategias actuales de la compañía para tenerlos en cuenta en su elaboración.

Como ya se ha mencionado previamente, BilboBrake S.L. se ha convertido en la última década en un especialista en la producción de discos de freno de alto contenido en carbono. La familia de productos más valorada y que mayores beneficios aporta a la compañía es la de estos discos de freno de alta calidad y por ello, resulta la más interesante para realizar la planificación de la producción.

Capacidad

Los discos de freno de alto contenido en carbono se producen en una sola línea de moldeo y mecanizado. En ella trabajan 16 operarios al día, en dos turnos de 8h. En cuanto a la capacidad de trabajo se refiere, BilboBrake S.L. persigue el objetivo de **mantener una plantilla constante** que le permita un alto grado de productividad, de la calidad y el control. Las variaciones en la demanda se ajustan a través de **inventarios** y, cuando la demanda del mes supera la capacidad, BilboBrake **subcontrata** parte de la producción a dos talleres locales de mecanizado de máxima confianza.

Demanda

El hecho de fabricar para grandes empresas del sector automovilístico que opera bajo la filosofía *just in time* implica para BilboBrake S.L. un alto grado de responsabilidad ya que errores de cálculo en la producción que supongan no tener stock suficiente o el retraso en la entrega de un pedido, pueden causar estragos importantes en sus clientes. Es por eso que BilboBrake S.L. trabaja siempre con un nivel de **inventario de seguridad del 5%** (aproximado a un día de producción) y se esfuerza por **evitar cualquier retraso en la entregas** de los pedidos.

5. PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

5.1. La planificación empresarial

La **planificación empresarial** es un proceso continuo que tiene por objeto anticipar decisiones con la finalidad de optimizar el resultado para la organización. Para el sistema de dirección de la empresa las funciones de planificación y control representan su verdadero contenido científico y práctico. Son el medio de planteamiento de objetivos y la medida de la eficacia de dicho sistema. La planificación proporciona un marco de referencia a la toma de decisiones y resulta el proceso de conexión entre las estrategias empresariales y las estrategias de operaciones de la empresa, y por tanto, representa el estudio y la fijación de objetivos de la empresa tanto a largo como a corto plazo. Este proceso resulta una vía para aprovechar las fortalezas y eliminar las debilidades del sistema, a la vez de conocer y utilizar las oportunidades y amenazas del entorno.

La planificación es conveniente en sí misma. Incluso si se fracasa en la consecución de los objetivos del plan, en el proceso se consigue un mejor conocimiento de la empresa, de sus posibilidades, de su entorno, de sus medios. Planificar obliga a una disciplina de estudios e investigación que genera un conocimiento que, como todo saber, es conveniente en sí mismo y contribuye a los resultados de la empresa.

5.1.1. Niveles de planificación empresarial

La planificación empresarial está dividida en varias etapas o niveles. La primera es la **planificación estratégica**, en la que se fijan los objetivos, estrategias de empresa y políticas globales a **largo plazo** (generalmente de 3 a 5 años). La alta dirección es la encargada de realizar esta planificación, en la que se tratan problemas muy amplios.

En lado opuesto de los niveles de planificación se encuentra la **planificación operativa**, mediante la cual se concretan con un alto grado de detalle los objetivos globales y planes estratégicos para cada área y subárea funcional. El horizonte temporal en este caso es mucho más corto (dependiendo del caso puede ser de un año, un trimestre, varias semanas, etc.) y las variables están más desagregadas. Además, dentro de este nivel de planificación se encuentra también la **planificación a muy corto plazo** (semanas o días) en la que se elaboran programas con las operaciones que hay que hacer en cada unidad

productiva.

A medio camino entre la planificación estratégica y la operativa se encuentra la **planificación táctica o de medio plazo**, que tiene características comunes con ambas y las conecta.

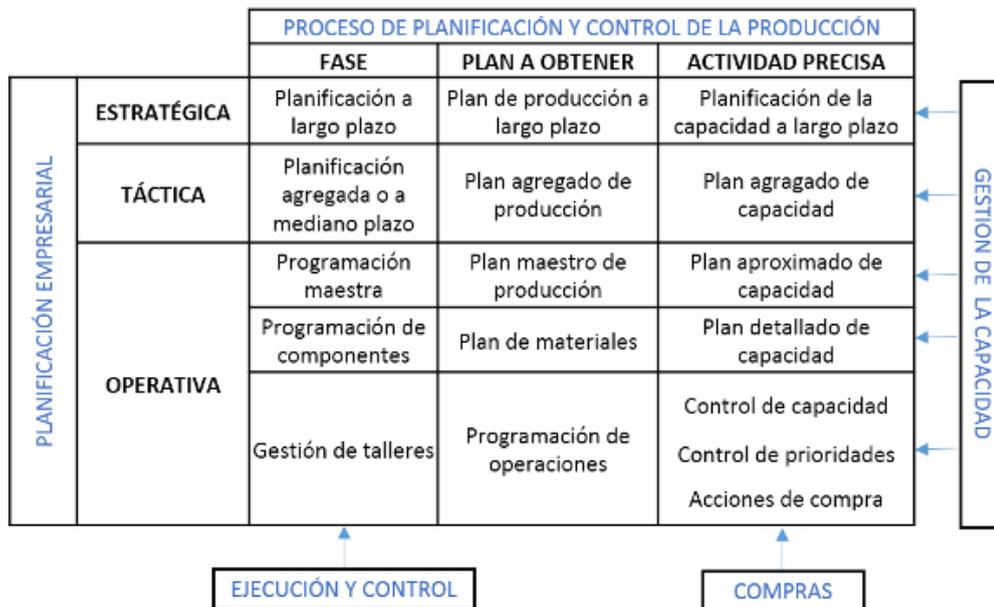
5.2 La planificación industrial

5.2.1. Enfoque jerárquico del proceso de planificación de la producción

La **planificación de la producción** consiste en definir el volumen y el momento de fabricación de los productos, estableciendo un equilibrio entre la producción y la capacidad a los distintos niveles, en búsqueda de la competitividad deseada. Para ello, se requiere de un proceso concatenado de planes que vinculen los distintos niveles de planificación empresarial con los niveles jerárquicos de la organización. Estos planes tendrán en consideración horizontes diferentes y serán reelaborados periódicamente antes de que se llegue al final de su horizonte.

Las actividades de planificación y control de la producción siguen un enfoque jerárquico mediante el cual se coordinan los objetivos, planes y actividades que se han establecido en los niveles estratégico, táctico y operativo. Cada uno de estos niveles tendrá sus propios objetivos, pero deberá tener en cuenta los del nivel superior (de los que dependen) y los del nivel inferior (a los que limitan). Sin este enfoque sería imposible conseguir una dirección y gestión integrada de la empresa (Domínguez Machuca, 1995).

La jerarquización del proceso de planificación no es algo común a todas las empresas y puede estructurarse de diversa formas. En las empresas de fabricación suele constar de cinco fases (2. Tabla).



2. Tabla: Estructura jerárquica de los planes de producción

1. Plan de Producción a largo plazo

A partir de los objetivos estratégicos de la empresa, se define el Plan de Producción (cantidades agregadas de productos a producir). En este nivel, las actividades de planificación están relacionadas con el desarrollo de nuevos productos o modificación de productos existentes, teniendo en cuenta las tecnologías y procesos productivos, así como la capacidad a largo plazo.

2. Plan Agregado de Producción.

En esta etapa se establecen, en unidades agregadas (familias de productos) y para periodos normalmente mensuales, las cantidades que hay que producir, el nivel de inventarios, la mano de obra, etc. Se considera la capacidad disponible de la empresa para intentar cumplir el Plan de Producción a largo plazo con el menor coste posible.

3. Plan Maestro de Producción

Este nivel tiene todavía un mayor grado de detalle, ya que las familias se dividirán en productos concretos y los meses en semanas. El resultado es el Plan Maestro de Producción. Como el nivel de desagregación es mayor, hay que volver a asegurar en este nivel que el plan es factible realizando otro análisis aproximado de la capacidad. Y es que, aunque la capacidad mensual disponible sea suficiente, no quiere decir que no vaya a haber desajustes semanales.

4. Programación de componentes:

En esta etapa se obtiene el Plan de Materiales (MRP), llevando a cabo la programación detallada de los componentes que forman parte de los productos tanto en cantidades como en el momento en el que son necesarios.

5. Programación de operaciones

El nivel más detallado de programación de planificación es el de la Programación de Operaciones. Esta programación se realiza para cada centro de trabajo, en un horizonte de días o semanas, teniendo en cuenta las prioridades de fabricación y las acciones de compra de materia primas y componentes.

Como ya se ha mencionado en el Capítulo 4, el problema que se plantea en este trabajo es el de la elaboración de la programación de la fabricación de los discos de freno de la empresa BilboBrake S.L. correspondiente al segundo semestre de 2018. Teniendo en cuenta el horizonte temporal y el nivel de detalle (programación para una familia de productos), la planificación a realizar será la de un Plan Agregado de la Producción. Por lo tanto, se procede a continuación a realizar un estudio más minucioso del Plan Agregado de Producción, sus características y variables, así como los diferentes métodos existentes para alcanzar una programación óptima.

5.3 Plan Agregado de Producción (PAP)

La planificación agregada se refiere a la relación entre la oferta y la demanda de la producción a medio plazo, hasta aproximadamente 12 meses hacia el futuro (Schroeder, 2011). Pretende transformar las previsiones de la demanda o consumo en un PAP, es decir, en unas cantidades de productos a producir durante determinados intervalos de tiempo. Su objetivo es minimizar el coste de los recursos necesarios para cubrir la demanda durante un periodo de tiempo (Chase, Jacobs & Aquilano, 2009).

Para llevar a cabo el PAP es necesario obtener, en **unidades de familias de productos**, las necesidades mensuales totales de producción agregada. La desagregación posterior, en periodos más cortos de tiempo y en unidades de productos, se hará en la planificación operativa con el Plan Maestro de Producción.

El PAP tiene que servir para comunicar y coordinar el departamento de operaciones con la alta dirección (y con el resto de áreas funcionales). Por ello, tiene que ser manejable y comprensible, y sus unidades de medida tienen que ser significativas y estar agregadas. La unidad que se emplea habitualmente es la familia de productos. Gracias a ello, se hace más fácil la planificación y se consigue una previsión más exacta.

Aunque en la planificación de la capacidad a largo plazo se haya asegurado que existe capacidad disponible para cubrir las necesidades anuales, esto no garantiza que suceda lo mismo para cada uno de los meses. Por ello, habrá que realizar un **plan a medio plazo sobre capacidad**. En este sentido deberán tomarse decisiones y establecerse criterios que permitirán enfrentar las variaciones de las producciones mensuales. Estas medidas transitorias que influirán en las capacidades de producción son: **contratos, despidos, horas extra, subcontratación, variaciones del volumen de inventario, etc.**

5.3.1 Factores determinantes en el diseño de un PAP

El PAP representa un **compromiso** entre las expectativas existentes respecto a la demanda o el consumo representadas por el área comercial de la empresa y las posibilidades tecnológicas y humanas del sistema productivo definidas por el área productiva; pero a la vez incorpora los intereses de las áreas financiera y de personal (5. Figura).



5. *Figura: Intereses y expectativas de las áreas de una empresa respecto al PAP.*

El PAP será el resultado de un compromiso entre estas áreas, buscando siempre el óptimo para el sistema, ya sea desde el punto de vista económico o de satisfacción de la estrategia empresarial fijada.

Por norma general, resulta conveniente para el **área productiva** el realizar su actividad a ritmos de producción constantes, con poca variedad, altos volúmenes de producción y considerable producción almacenada (el alto nivel de inventario no molesta a producción salvo por cuestiones de espacio). Un régimen de trabajo constante con pocas variaciones de personal (contrataciones, despidos) facilita su labor. Por su parte, el **área comercial** priorizará el estricto cumplimiento de los pedidos tanto en fecha como en cantidades. No preocupan tanto las vías para lograr esto, ya sean variaciones en personal o el régimen de trabajo; su prioridad es mantener un alto grado de satisfacción en los clientes.

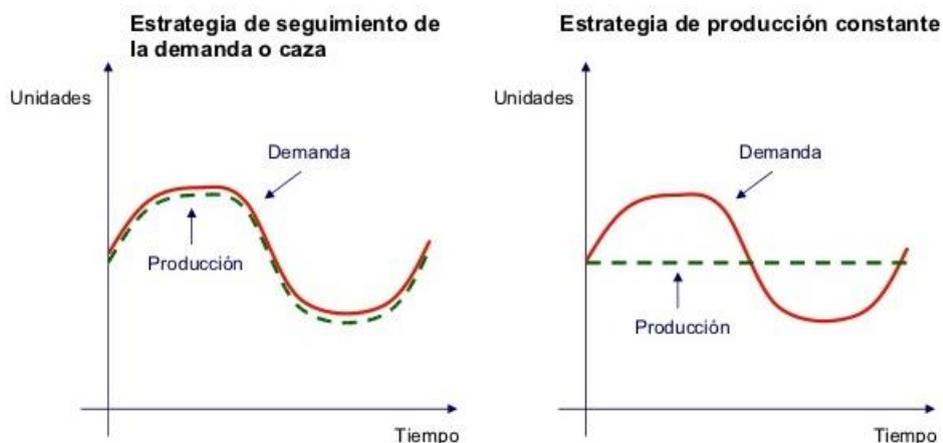
El **departamento de finanzas** estará de acuerdo con las ventas rápidas, bajos niveles de inventario y disminución de las horas extra y/o subcontrataciones. Su objetivo es la de reducir al máximo los costes para aumentar la liquidez de la empresa. Por último, el **área de personal** tratará de minimizar la variación en la contratación o despido de la fuerza de trabajo, así como en la reducción de las horas extra.

Todas las decisiones a tomar para realizar el PAP tienen en general sus ventajas e inconvenientes, sus limitaciones, sus condicionales y sus costos; afectan diferentemente a las diversas funciones de la empresa. En ese sentido, los objetivos y la prioridades para la toma de decisiones en el diseño del PAP las marcan las políticas y estrategias fijadas por la alta dirección; la misión de la Dirección de Operaciones es la de obtener buscar un plan que, cumpliendo con las limitaciones del entorno y las políticas de empresa, permita obtener un coste y un servicio adecuados.

5.3.2. Estrategias de elaboración de un PAP

Teniendo en cuenta los factores e intereses que condicionan la elaboración de una planificación agregada, se pueden seguir diferentes estrategias:

- **Estrategias puras:** son aquellas en las que solo se actúa sobre una de las variables mencionadas. Por ejemplo, se puede cambiar la producción en jornada regular mediante contrataciones y despidos o utilizar variaciones de inventario. Las estrategias puras más comunes son:
 - **Estrategia de caza:** La meta es ajustarse a la demanda. La producción planificada debe satisfacer período a período las necesidades. Para ello pueden utilizarse varias vías tales como contratación, despidos, horas extras, subcontratación. Esta estrategia tiene la ventaja de ser flexible a los cambios de demanda y mantener un nivel bajo de inventarios. Sin embargo, provoca mucha inestabilidad en la producción y calidad. Es una estrategia típica en empresas de servicios, ya que estas no pueden elegir la opción de actuar sobre el inventario. Se utiliza, por ejemplo, en la educación, los servicios hospitalarios o la construcción.
 - **Estrategia de nivelación:** Consiste en un plan agregado en el que la producción diaria es constante período a período. Resulta de vital importancia seleccionar la capacidad adecuada para conseguir la producción media en el horizonte de planificación se acerque lo máximo posible al nivel medio de demanda. Las variaciones se ajustan mediante inventarios, retrasos en las entregas y horas extra/subcontrataciones. Algunas de sus ventajas son: plantilla constante, aumento de la productividad, de la calidad y el control. Es una estrategia aconsejable cuando la demanda se mantiene relativamente estable, y es utilizada por grandes empresas del sector automovilístico como Nissan o Toyota.



6. Figura: Aproximación gráfica de las estrategias de caza y producción constante

- **Estrategias mixtas:** consiste en la combinación de dos o más estrategias puras para llegar a un plan de producción factible. Las estrategias mixtas se sitúan en un punto intermedio entre dos estrategias puras y aportan a las empresas una mayor flexibilidad en la producción y en muchos casos una reducción en los costes respecto a dichas estrategias puras

6. TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN DE LA PLANIFICACION AGREGADA

Hay diferentes métodos para obtener la planificación agregada. Los más utilizados en la práctica son los métodos de prueba y error o intuitivos, que consisten en realizar distintos planes agregados y mejorarlos hasta llegar a un PAP aceptable. Son fáciles de comprender y aplicar, aunque eso no quiere decir que proporcionen la mejor solución.

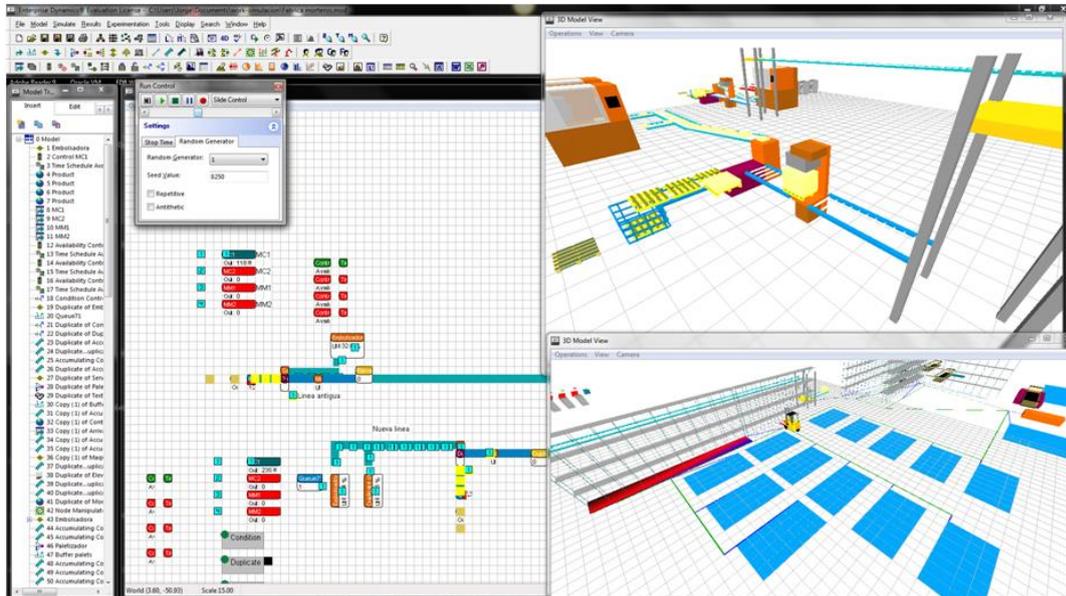
Otros métodos más elaborados que se utilizan para calcular el PAP son la simulación y los métodos analíticos de optimización, que pueden basarse en la programación matemática i en métodos heurísticos (aproximados).

5.4 Simulación

La simulación es una técnica numérica que sirve para conducir experimentos a lo largo del tiempo mediante la ayuda de una computadora digital, realizando pruebas en un modelo (que no se llevarían a cabo de otro modo, ya sea por imposibilidad técnica, económica, etc.) que mimetice las respuestas de un sistema o proceso real ante determinadas circunstancias, para analizar su comportamiento y las posibles estrategias a seguir.

Dicho de otra forma, se refiere a la construcción de un modelo que representa un sistema de la vida real (un sistema productivo, por ejemplo) con el objetivo de explorar distintos escenarios y tomar decisiones. Se trata de una técnica altamente flexible que permite “jugar” con cualquiera de las variables y ver los efectos que producen en el sistema. Además, en el caso de simular un proceso productivo para la obtención del PAP, la simulación permite, además del cálculo de las cantidades y los plazos para producir, el estudio del comportamiento de los componentes individuales que forman el sistema productivo, como pueden ser una máquina o una línea de producción.

Entre los inconvenientes que supone la simulación de u proceso productivo para la obtención del PAP, cabe destacar que es una técnica que requiere un aprendizaje especializado en un software de simulación además de un conocimiento exhaustivo del sistema productivo. Resulta complicado construir un modelo preciso que se ajuste a la realidad, y, al fin y al cabo, no deja de ser un método de ensayo y error en que la solución obtenida no es necesariamente la ideal.



7. Figura: Captura de pantallas de un software de simulación

Captura de pantalla de un software de simulación.

5.5 Optimización

Por su parte, la optimización o programación matemática consiste en la selección de la mejor solución entre un conjunto de soluciones disponibles. Esta técnica se ha aplicado en muchas ocasiones para obtener un plan PAP óptimo, utilizando tanto la programación lineal como la programación cuadrática (más compleja).

Este trabajo, como se ha mencionado previamente, tiene como objetivo el estudio del método de transporte y su utilización como alternativa para obtener el PAP de una empresa de fabricación de piezas para automóvil. La técnica del transporte es una variante del método simplex de programación lineal que se puede utilizar para simplificar el camino hacia la solución óptima siempre y cuando se cumplan ciertas condiciones. Se procede a realizar primero una introducción a la programación lineal para después, en el Capítulo 4, analizar en profundidad el método de transporte y su aplicación a la programación de producción.

5.5.1 La Programación Lineal (PL)

Muchas de las decisiones de las decisiones de dirección de operaciones están relacionadas con la utilización de recursos de la forma más eficaz posible. La Programación Lineal (PL) es un procedimiento matemático para determinar la asignación óptima de recursos escasos. La PL es un procedimiento que

encuentra su aplicación práctica en casi todas las facetas de los negocios, desde la publicidad hasta la planificación de la producción. Problemas de transporte, distribución, y planificación global de la producción son los objetos más comunes del análisis de PL.

Conceptos básicos

Los problemas de programación lineal tienen determinadas características en común:

- Tienen que existir diferentes alternativas de acción que el tomador de decisiones pueda controlar. Estas son representadas por las **variables de decisión** o incógnitas del modelo. La solución de los problemas de programación lineal lleva estas variables a sus valores óptimos. La programación lineal se basa en que estas variables son **continuas**, es decir, que pueden ser fraccionarias y no necesariamente serán enteras.
- La **función objetivo** establece matemáticamente lo que se desea maximizar o minimizar, dependiendo del objetivo del modelo. Por ejemplo:
 - Se maximizará cuando la función se trate del rendimiento, la productividad o el beneficio.
 - Se minimizará cuando sea el coste de producción o distribución, el tiempo de penalización, etc.
- Las **restricciones** son las limitaciones que condicionan las opciones permitidas para las variables de decisión. Su presencia condiciona el nivel que se puede alcanzar en el objetivo.

Las restricciones se pueden expresar matemáticamente de tres formas:

- Menor o igual que (\leq). Sirve para fijar un límite superior en alguna función de las variables de decisión. Suele utilizarse en problemas de maximización. Por ejemplo, para indicar el número de productos máximos que se pueden fabricar.
- Mayor o igual que (\geq). Sirve para colocar un límite inferior sobre alguna función de las variables de decisión. Por ejemplo, la producción de un artículo tiene que ser mayor o igual que la demanda.
- Igual que ($=$). Se utiliza frecuentemente para indicar alguna relación obligatoria. Por ejemplo, que el inventario final tiene que ser igual que el inicial.

Los problemas de programación lineal tienen una o más restricciones, que juntas definen un área gráfica denominada región factible. Esta representa todas las combinaciones permitidas de las variables de decisión, y la combinación óptima de estas variables se encontrará siempre en uno de los extremos de la misma.

En resumen, con la programación lineal se busca maximizar o minimizar una cantidad (la función objetivo) sujeta a unas determinadas limitaciones de recursos, que son las restricciones.

Tanto la función objetivo como las restricciones son funciones de las variables de decisión y de parámetros. Estos últimos son valores que el tomador de decisiones no puede controlar y que permanecen constantes. Se supone que estos valores se conocen con certeza.

Por últimos, es necesario hacer dos consideraciones:

- **Linealidad.** Todas las expresiones matemáticas que se utilicen en la programación lineal (función objetivo y restricciones) deben ser lineales. Tiene que haber proporcionalidad y aditividad, y no puede haber ni productos ni potencias de las variables de decisión.
- **No negatividad.** Se supone que las variables de decisión tienen que ser positivas o iguales a cero. Por ejemplo, la producción nunca puede ser negativa. Por ello, hay que añadir una restricción ≥ 0 con cada variable de decisión.

Un modelo genérico de programación lineal sería como se muestra en la Figura 3.3, siendo $x_1...x_n$ las variables de decisión, $c_1...c_n$ y $a_1...a_n$ los parámetros y $b_1...b_m$ los términos independientes.

5.5.2 Resolución de un problema de PL

Existen diferentes formas de resolver un modelo de programación lineal. Si es un problema muy simple, que solo tenga dos o tres variables, se puede aplicar el método gráfico de programación lineal. Este método tiene cinco pasos básicos:

- 1) Graficar las restricciones.
- 2) Identificar la región factible.
- 3) Graficar una recta de la función objetivo.
- 4) Encontrar una solución visual.
- 5) Encontrar una solución algebraica.

Gráficamente, se puede ver que la solución siempre se encuentra en uno de los vértices de la región factible. Un método podría consistir en comparar el valor de la función objetivo en cada uno de ellos para encontrar el óptimo. Sin embargo, esto no sería eficiente en problemas con una gran cantidad de variables de decisión y restricciones.

Una de las técnicas utilizadas para la resolución de los problemas de programación lineal es el **método simplex**, desarrollado por George Dantzig en 1947. En este método, se parte de uno de los vértices de la región factible del problema y elige entre los vértices adyacentes el que mejora en mayor medida la función objetivo. Esto se realiza de forma sucesiva hasta encontrar el óptimo, de manera que no es necesario analizar todos los vértices de la región factible.

Otro de las técnicas que se pueden emplear para resolver problemas de programación lineal es el **método del punto interior**. Este algoritmo fue desarrollado por el matemático Narendra Karmarkar en 1984. La principal ventaja con respecto al método simplex, es que es capaz de encontrar la solución a estos problemas en un tiempo polinómico (Pinedo, 2005). Se considera que es más eficiente, sobre todo en problemas lineales muy grandes y con estructuras especiales.

Los problemas de programación lineal pueden dar lugar a tres tipos de salidas: problema no factible (no hay un conjunto de valores de las variables de decisión que cumpla con las restricciones), solución óptima finita (puede haber una única solución o que existan infinitas soluciones óptimas) o problema no acotado (el valor de la función objetivo puede aumentar o disminuir indefinidamente).

7. EL MÉTODO DEL TRANSPORTE

7.1. Descripción del método

El problema de transporte es una de las primeras aplicaciones importantes de la programación lineal. Se puede representar con un modelo lineal y utilizar el método simplex para resolverlo. Sin embargo, dada la estructura especial de este modelo lineal, se puede construir un método más eficaz para su resolución.

El problema de transporte trata de enviar unidades de un producto desde m orígenes, O_1, \dots, O_m , a n destinos, D_1, \dots, D_n , en las siguientes condiciones.

- Cada origen O_i , $i = 1, \dots, m$, dispone de una oferta a_i .
- Cada destino D_j , $j = 1, \dots, n$, realiza una demanda b_j .
- c_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, es el coste de enviar una unidad desde el origen O_i al destino D_j .

El problema es determinar el número de unidades x_{ij} que se deben enviar desde cada origen O_i hasta cada destino D_j para realizar el transporte a coste mínimo, teniendo en cuenta que hay que satisfacer las restricciones de oferta y demanda.

La formulación lineal de este problema es la siguiente:

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{sujeto a} & \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Las primeras m restricciones están asociadas a las ofertas de los orígenes, que no se deben sobrepasar. Las n siguientes restricciones aseguran que se deben satisfacer las demandas de los destinos. Las variables no pueden tomar valores negativos, ya que representan cantidades de producto que se transportan.

La forma estándar del problema de transporte, en cambio, es la siguiente:

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{sujeto a} & \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

7.1.1. Consideraciones

1. **Supuesto de requerimientos:** cada origen tiene un suministro fijo de unidades que se deben distribuir por completo entre los destinos.
2. **Supuesto de costo:** el costo de distribuir unidades de un origen a un destino cualquiera es directamente proporcional al número de unidades distribuidas.
3. **Propiedad de soluciones factibles:** un problema de transporte tiene soluciones factible si y sólo si la sumatoria de recursos en los m orígenes es igual a la sumatoria de demandas en los destinos.
4. **Propiedad de soluciones enteras:** En los casos en los que tanto los recursos como las demandas toman un valor entero, todas las variables básicas (asignaciones), de cualquiera de las soluciones básicas factibles (inclusive la solución óptima), asumen también valores enteros.

7.1.2. Tabla de costes

Una de las maneras de representar el problema de transporte es la llamada forma matricial, que es más adecuada para este problema. La forma matricial también llamada tabla de costes (figura 4.2) es una tabla en la que aparecen las ofertas, las demandas y los costes de transporte de asignar cada oferta a cada demanda.

| | | | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | D_1 | D_2 | \dots | D_n | Oferta |
| O_1 | c_{11} | c_{12} | \dots | c_{1n} | a_1 |
| O_2 | c_{21} | c_{22} | \dots | c_{2n} | a_2 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \ddots | \vdots | \vdots |
| O_m | c_{m1} | c_{m2} | \dots | c_{mn} | a_m |
| Demanda | b_1 | b_2 | \dots | b_n | |

3. Tabla: Tabla de costes del método de transporte

7.1.3. Solución inicial básica

Debido a la particularidad del modelo de transporte la forma tabular simplex adquiere una estructura que facilita el proceso de asignación a las variables básicas, tal se muestra a continuación:

| | | <i>Destino</i> | | | | Recursos |
|----------------|-----------------------|----------------|-------------|---------|-------------|-----------|
| | | 1 | 2 | \dots | n | |
| <i>Origen</i> | 1 | c_{11} | c_{12} | \dots | c_{1n} | s_1 |
| | 2 | c_{21} | c_{22} | \dots | c_{2n} | s_2 |
| | \vdots | \dots | \dots | \dots | \dots | \vdots |
| | m | c_{m1} | c_{m2} | \dots | c_{mn} | s_m |
| | \dashrightarrow m+1 | $c_{m+1,1}$ | $c_{m+1,2}$ | \dots | $c_{m+1,n}$ | s_{m+1} |
| Demanda | | d_1 | d_2 | \dots | d_n | $Z =$ |

4. Tabla. Forma tabular simplex para el método de transporte

En los renglones se ubican los orígenes indicando en la columna de la derecha los recursos (oferta disponible). En las columnas los distintos destinos indicando en el último renglón los totales demandados. En el pequeño recuadro ubicado en el margen superior derecho se indica el costo de distribuir una unidad desde el origen hasta ese destino y en la parte inferior de cada recuadro se registran las asignaciones X_i para cada variable. Para los casos en los que la sumatoria de los recursos y la demanda no sean los mismos, se agrega un origen o destino ficticio o de ajuste que permita cumplir la propiedad de soluciones factibles.

Después de haber planteado el modelo de transporte, el siguiente paso es obtener una solución básica factible, la cual se puede obtener a partir de cualquiera de los tres criterios siguientes:

1. Regla de la esquina noroeste
2. Método de la ruta preferente
3. Método de Vogel

Antes de explicar el procedimiento para cada uno de estos criterios para obtener una solución inicial factible, se debe conocer el número de variables básicas, el cual se determina con la expresión: $m+n-1$.

- **Regla de la esquina noroeste:** la primera elección es X_{11} , es decir, se inicia la asignación por la esquina noroeste de la tabla. Se le aplican el mayor número de recursos posible y después se desplazan a la columna de la derecha si todavía quedan recursos en ese origen. De lo contrario, se mueve hasta el renglón de abajo hasta realizar todas las asignaciones.
- **Método de la ruta preferente:** se fundamenta en la asignación a partir del costo mínimo de distribuir una unidad. Primero se identifica este costo, se realiza la asignación de recursos máxima posible y luego se identifica el siguiente costo menor realizando el mismo procedimiento hasta realizar todas las asignaciones.
- **Método de Vogel:** para cada renglón y columna, se calcula su diferencia, que se define como la diferencia aritmética entre el costo unitario mínimo y el costo menor que le sigue en ese renglón o columna. En el renglón o columna con la mayor diferencia, se le asigna al menor costo unitario. Los empates se pueden romper de manera arbitraria.

De estos tres modelos para encontrar la solución factible básica inicial, el método de Vogel ha sido el más utilizado. Este criterio toma en cuenta los costos de distribución de manera más eficaz, ya que la diferencia representa el mínimo costo adicional que se incurre por no hacer una asignación en la celda que tiene el menor costo ya sea columna o renglón.

7.1.4. Mejora de una solución factible básica

Posterior a esta asignación inicial se requiere un procedimiento que permita las siguientes iteraciones y se obtenga la solución óptima.

El primer paso para la optimización de una solución factible básica es definir las variables de ajuste $U_1 \dots U_m$ para los renglones y $V_1 \dots V_m$ para las columnas.

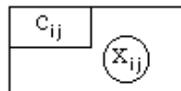
Primeramente para toda variable básica de la solución actual se tiene que $C_{ij} - U_i - V_j = 0$. De esta forma, se crean $m+n-1$ ecuaciones (n° de variables básicas) con $m+n$ incógnitas. Por lo tanto, para posibilitar la resolución del sistema de ecuaciones se toma por defecto que $U_1=0$.

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones y obtenidos todos los valores U_i y V_j , se calcula para todas las variables NO básicas el valor $C_{ij}-U_i-V_j$. Una solución básica factible será óptima solos si se cumple que para todas las variables no básicas este cálculo $C_{ij}-U_i-V_j \geq 0$. (Figura 4.3)

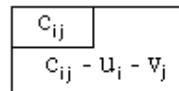
| | | <i>Destino</i> | | | | Recursos | U_i |
|---------------|-----|----------------|----------|-----|----------|----------|-------|
| | | 1 | 2 | ... | n | | |
| <i>Origen</i> | 1 | C_{11} | C_{12} | ... | C_{1n} | s_1 | |
| | 2 | C_{21} | C_{22} | ... | C_{2n} | s_2 | |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | m | C_{m1} | C_{m2} | ... | C_{mn} | s_m | |
| Demanda | | d_1 | d_2 | ... | d_n | $Z =$ | |
| v_j | | | | | | | |

Información adicional que se agrega en cada celda

Si x_{ij} es una variable básica



Si x_{ij} es una variable no básica



5. Tabla: Prueba de optimalidad de una solución básica factible

Por cada iteración y solución factible, se determinará una variable básica entrante, una saliente y la nueva solución básica factible. Esto se realiza en tres pasos:

- **Paso 1:** la variable de entrada se determina a partir de la relación $C_{ij}-U_i-V_j$ con el resultado más negativo., ya que la variable no básica con este valor más negativo es la que contribuye en una mayor medida a disminuir el costo total.
- **Paso 2:** la variable básica saliente es aquella que disminuya su valor a cero, es decir, aquella variable que de menor asignación y que participa en el la reacción en cadena que se establece para compensar los cambios de asignar valor a la variable entrante que permitan satisfacer las restricciones de recursos y demandas. En este punto, se definen dos tipos de variables receptoras y donadoras, de acuerdo a la variación de signo que se produzca en el ciclo que permite la transferencia desde la variable de salida hasta la variable entrante.
- **Paso 3:** se encuentra la nueva solución BF, sumando el valor de la variable básica saliente a las asignaciones de las celdas receptoras y restando a las asignaciones de las celdas donadoras.

Esta iteración se ha de repetir las veces que sea necesario, hasta que una solución cumpla la condición de $C_{ij}-U_i-V_j \geq 0$ para todas sus variables no básicas. En ese momento se puede asegurar que la solución obtenida es la solución óptima.

7.2 La técnica del transporte para la planificación agregada. Método de Bowman.

El método que a continuación se describe, formulado por Bowman, es un caso especial de un modelo de programación lineal y encuentra solución por el método de transporte. Es utilizado generalmente para aquellos casos en que no se prevé ruptura de stock y la búsqueda de la solución sobre la base de combinaciones de producir en horas normales y en horas extras. Para modelos más complejos, la programación lineal puede ser más eficiente.

Este método, a manera de resumen, posee las siguientes características y requerimientos para su implementación:

- Es un método de optimización, es decir, brinda la solución óptima al problema planteando una variante de plan de producción que minimiza los costos. Esta solución puede ser obtenida considerando la posibilidad de no diferir la demanda o de retrasar las entregas o considerando ambas posibilidades.
- Se recomienda su uso sobre la base de la demanda rectificada (aunque no resulta un requisito), por lo tanto considera los stocks existentes y deseados para cada período, además de la previsión realizada.
- Requiere como informaciones la capacidad y los costos de producción para cada período desglosados en sus distintas formas o posibilidades (horas normales, horas extras, posibilidades de subcontratación, etc.).
- Se requiere de la determinación de los costos provocados por almacenamiento y ruptura.

Para atender las unidades de demanda de cada mes, utilizamos en primer lugar las posibilidades de producción en el mismo mes en horas normales, agotada esta fuente, las restantes unidades que faltan debemos producirlas en la alternativa que garantice el menor costo posible.

Los costes de producción se han de definir teniendo en cuenta que sólo aparecerán costes estrictamente directos; es decir, que si no se usa el recurso no habrá coste, y si se utiliza, el coste será proporcional a la cantidad de recurso utilizada. De esta forma, el salario fijo de los trabajadores no se habrá de contar como coste de producción, ya que lo tendremos que pagar de igual forma. En cambio, las horas extra, las primas y similares si se deberán considerar.

Por lo que respecta al transporte, éste tiene dos sentidos: el transporte hacia el futuro (usar capacidad de enero para cubrir la demanda de mayo, por ejemplo) tiene un sentido claro ya que se trata de acumular material en el almacén; por tanto, su coste será el de posesión del stock. El transporte hacia el pasado representa la situación inversa, es decir, usar capacidad de mayo para cubrir la demanda de enero, lo cual equivale a decir que no serviremos la demanda de enero hasta mayo (retraso en la entrega del pedido). Por tanto, el coste de este tipo de transporte será el coste de diferir (si no se

permite esta opción, siempre podemos asignar un valor infinito a este tipo de coste, con lo que eliminamos esta opción).

Si en un mes determinado, no alcanza la capacidad en horas normales ni la de horas extraordinarias, se pasa a buscar la capacidad que ha quedado en los meses anteriores y se acomete la producción en aquel mes que se corresponda con el menor costo, ya sea en horas normales o extras.

Resulta factible en el método considerar la existencia de un inventario inicial (considerado en la demanda rectificativa) o de un inventario final deseado (agregado a la demanda rectificativa del último período).

8. METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN

8.1 Modelización del problema

El problema de programación lineal que se presenta será resuelto mediante el método del transporte. Esto es posible ya que por política de empresa se requiere una planificación de la producción con fuerza de trabajo constante, evitando así la necesidad de realizar despidos y contrataciones y evitando la pérdida en calidad y productividad que puede acarrear un flujo excesivo de trabajadores. Para aquellos meses en los que la demanda supere a la capacidad interna de la empresa, BilboBrake S.L. cuenta con dos talleres de mecanizado de su máxima confianza a los que subcontratará las labores de mecanizado de sus discos de freno.

Capacidad

La línea de mecanizado de discos de freno de alto contenido en carbono de BilboBrake S.L cuenta con 16 trabajadores que operan en dos turnos de 8 horas (8 trabajadores por turno). El ritmo de producción es de 1,5 ud/h. Cuando esta capacidad de producción no sea suficiente, la empresa recurrirá a la subcontratación, pudiendo subcontratar el mecanizado de un máximo del 25% de lo producido internamente en BilboBrake S.L.

| | |
|--|-----|
| Trabajadores | 16 |
| Horas laborable (h/día) | 8 |
| Ritmo de producción regular (ud/h) | 1,5 |
| Capacidad producción regular (ud/día) | 192 |
| Porcentaje máximo admisible de subcontratación | 25% |
| Capacidad máxima de subcontratación (Ud/día) | 48 |

6. Tabla: Resolución modelo de transporte: Parámetros de capacidad

Demanda

BilboBrake S.L tiene que hacer frente a la siguiente demanda de discos de freno de alto contenido en carbono, para el segundo semestre de 2018:

| Mes | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre |
|-----------------|-------|--------|------------|---------|-----------|-----------|
| Días laborables | 18 | 7 | 21 | 23 | 21 | 20 |
| Demanda | 4100 | 2600 | 4400 | 5140 | 4620 | 3700 |

7. Tabla: Resolución del modelo de transporte: parámetros de demanda

La empresa desea mantener un stock mínimo o de seguridad en el almacén (para el caso de que demanda estimada pueda sufrir variaciones importantes, o los costes de diferir la entrega sean

excesivos). Así, la línea de producción no solamente no ha de situarse por debajo de la de demanda, sino que deberá mantenerse a cierta distancia, es decir, por encima de la línea de la demanda corregida.

Así, en el caso de que el stock mínimo a mantener sea constante, esta demanda corregida será simplemente la demanda más el stock de seguridad. Si el stock mínimo es variable, en cada período de planificación habrá cierta cantidad de unidades que se deberán de añadir o extraer de la demanda a causa de la variación de stock.

BilboBrake S.L. dispone de un stock inicial de 150 unidades para este periodo, y fija un stock de seguridad de un 5%. Así, la demanda corregida de agosto, por ejemplo, sería la siguiente:

$$\text{Demanda corr. Agosto} = \text{Demanda Agosto} + \text{Stock seg. Agosto} - \text{Stock de seg. Julio}$$

Costes

| | |
|--|-----|
| Coste producción regular (€/ud) | 14 |
| Coste adicional por subcontratación (€/ud) | 1,5 |
| Coste de inventario (€/ud.mes) | 0,4 |
| Coste de diferir pedido | 10 |

8. Tabla: Resolución modelo de transporte: parámetros de coste

El coste unitario de producción de los discos de freno será de 14€, mientras que el coste de producción en subcontratación aumentará en 1,5€/ud, hasta los 15,5€ por unidad producida mediante subcontratación.

El coste de almacenar una unidades para consumirlas en meses posteriores será de 0,4€ por unidad y mes. El coste de diferir pedido, por su parte, es de 10€ por unidad y mes.

Variables, Función Objetivo y Restricciones

La forma tabular simplex que se obtiene en el método de transporte constará de una matriz de 13x7. 13 serán las filas de capacidad, correspondientes a los 6 meses por dos fuentes de producción (interna y subcontratada) más lo disponible en el stock inicial.

El problema resolverá el valor de las **m x n variables (13x7=91) X_{ij}** que corresponderán a la cantidad producida por la fuente i, consumidas en el periodo j.

La **función objetivo y restricciones** serán las siguientes, teniendo en cuenta que a_i representa a los valores de oferta o capacidades y b_j a las demandas corregidas:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{13} \sum_{j=1}^7 c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{13} x_{ij} = a_i, \quad j = 1, \dots, 7$$

$$\sum_{j=1}^7 x_{ij} = b_j, \quad i = 1, \dots, 13$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, 13 \quad j = 1, \dots, 7$$

8.2 Resultado del problema

A modo de resumen, el problema queda modelizado según estos parámetros:

| | |
|--|-----|
| Stock inicial (unidades) | 150 |
| Stock de seguridad (%) | 5% |
| Trabajadores | 16 |
| Horas laborable (h/día) | 8 |
| Ritmo de producción regular (ud/h) | 1,5 |
| Capacidad producción regular (ud/día) | 192 |
| Capacidad máxima de subcontratación (Ud/día) | 48 |
| Coste producción regular (€/ud) | 14 |
| Coste adicional por subcontratación (€/ud) | 1,5 |
| Coste de inventario (€/ud.mes) | 0,4 |
| Coste de diferir pedido | 10 |

| | Días laborales | Cap. Regular | Cap. Sub. | Deamanda | Stock | Dem. Corr. |
|------------|----------------|-------------------|-----------|----------|-------------------|------------|
| Julio | 18 | 3456 | 864 | 4100 | 205 | 4305 |
| Agosto | 7 | 1344 | 336 | 2600 | 130 | 2525 |
| Septiembre | 21 | 4032 | 1008 | 4400 | 220 | 4490 |
| Octubre | 23 | 4416 | 1104 | 5140 | 257 | 5177 |
| Noviembre | 21 | 4032 | 1008 | 4620 | 231 | 4594 |
| Diciembre | 20 | 3840 | 960 | 3700 | 185 | 3654 |
| | | Cap. TOTAL | 26550 | | Dem. TOTAL | 24745 |
| | | | | | Ajuste | 1805 |

9. Tabla: Valores de los parámetros de resolución del método de transporte



| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre | Ajuste |
|---------------|-------|--------|------------|---------|-----------|-----------|--------|
| Stock inicial | 0 | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2 | 0 |
| Julio | 14 | 14,4 | 14,8 | 15,2 | 15,6 | 16 | 0 |
| Julio extra | 15,5 | 15,9 | 16,3 | 16,7 | 17,1 | 17,5 | 0 |
| Agosto | 24 | 14 | 14,4 | 14,8 | 15,2 | 15,6 | 0 |
| Agosto extra | 25,5 | 15,5 | 15,9 | 16,3 | 16,7 | 17,1 | 0 |
| Septiembre | 34 | 24 | 14 | 14,4 | 14,8 | 15,2 | 0 |
| Sept extra | 35,5 | 25,5 | 15,5 | 15,9 | 16,3 | 16,7 | 0 |
| Octubre | 44 | 34 | 24 | 14 | 14,4 | 14,8 | 0 |
| Oct extra | 45,5 | 35,5 | 25,5 | 15,5 | 15,9 | 16,3 | 0 |
| Noviembre | 54 | 44 | 34 | 24 | 14 | 14,4 | 0 |
| Nov extra | 55,5 | 45,5 | 35,5 | 25,5 | 15,5 | 15,9 | 0 |
| Diciembre | 64 | 54 | 44 | 34 | 24 | 14 | 0 |
| Dic extra | 65,5 | 55,5 | 45,5 | 35,5 | 25,5 | 15,5 | 0 |

10. Tabla: Tabla de costes de producción BilboBrake S.L

Como se puede observar, ha sido necesaria la inclusión de un destino ficticio (columna de ajuste) para igualar la capacidad y demanda total de modo que el método de transporte se pueda resolver.

En la práctica, las unidades que queden asignadas a esta columna de ajuste harán referencia a la capacidad sobrante y por lo tanto a unidades que no se han producido, por ello su coste de producción es 0. A continuación se muestran los resultados obtenidos a través del método de transporte

Solución inicial factible (Vogel)

| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre |
|---------------|-------|--------|------------|---------|--------------|---------------------|
| Stock inicial | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Julio | 3456 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Julio extra | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Agosto | 0 | 1344 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Agosto extra | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Septiembre | 0 | 0 | 4032 | 0 | 0 | 0 |
| Sept extra | 0 | 0 | 403 | 0 | 0 | 0 |
| Octubre | 0 | 0 | 0 | 4073 | 343 | 0 |
| Oct extra | 0 | 0 | 0 | 1104 | 0 | 0 |
| Noviembre | 0 | 0 | 0 | 0 | 3243 | 789 |
| Nov extra | 0 | 0 | 0 | 0 | 1008 | 0 |
| Diciembre | 699 | 1181 | 55 | 0 | 0 | 1905 |
| Dic extra | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 960 |
| Totales | 4305 | 2525 | 4490 | 5177 | 4594 | 3654 |
| Demanda corr. | 4305 | 2525 | 4490 | 5177 | 4594 | 3654 |
| | | | | | COSTE | 433.835,30 € |

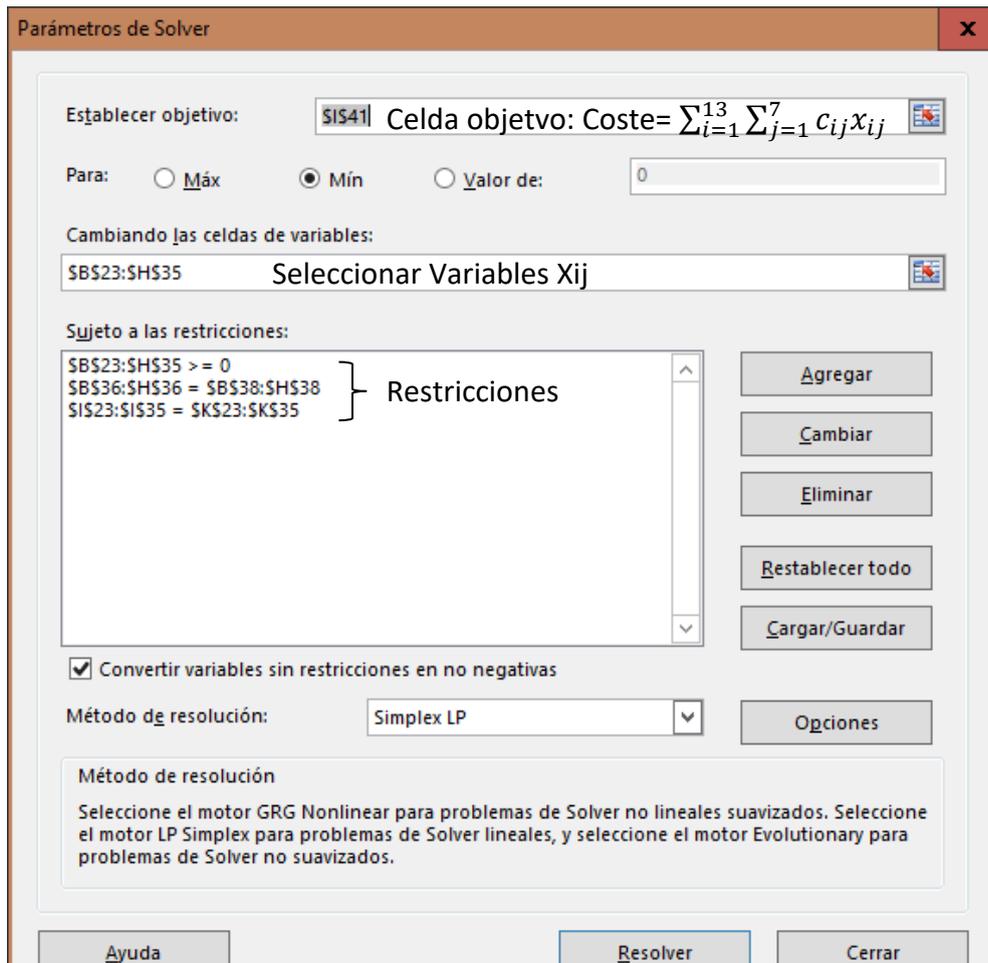
11. Tabla: Solución inicial factible por el método de Vogel

9. VALIDACIÓN DEL RESULTADO

Para la validación del resultado obtenido mediante el método del transporte, se ha optado por utilizar el software de optimización Solver, incluido en el programa Excel de Microsoft Office.

Después de analizar y comparar las diferentes softwares de resolución de programación lineal que hay en el mercado (Solver, LINDO, LINGO, What'sBest, AMPL, CPLEX, Xpress, etc.), se ha decidido que Solver era la más apropiada en términos de precio y familiarización con el producto. La utilización de Solver no requería ningún aprendizaje extra del software a utilizar, ya que el usuario ya estaba familiarizado en su aplicación).

Solución de Solver



5. Figura: Captura de la ventana de introducción de parámetros Solver

10. TAREAS Y DIAGRAMA DE GANTT

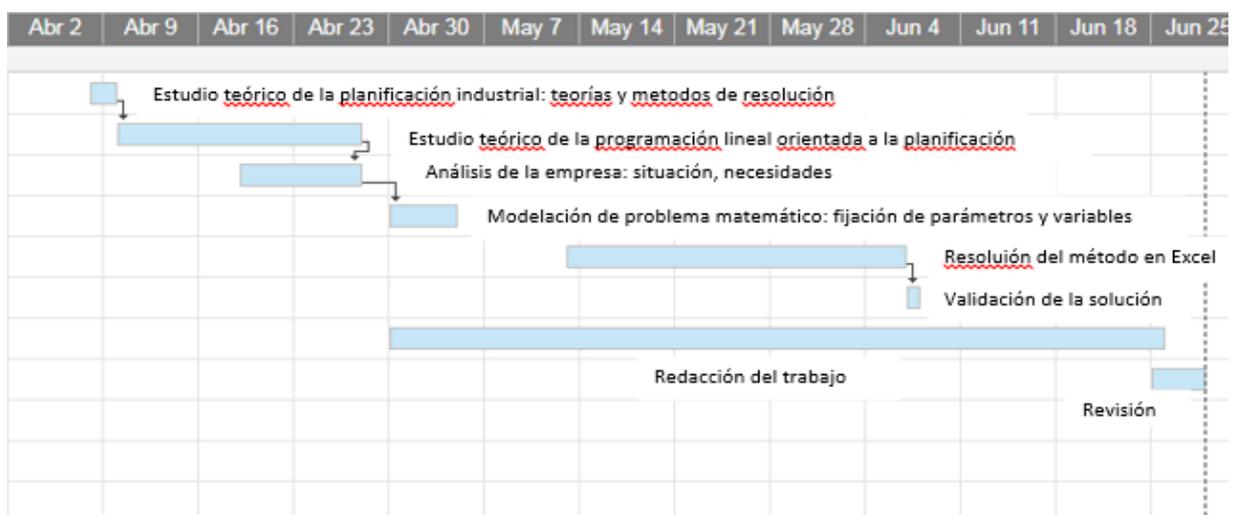
En este apartado, se describen las tareas llevadas a cabo para la elaboración de este proyecto., para representarlas después gráficamente mediante el diagrama de Gantt.

10.1. Tareas

| | Nombre de la tarea | Inicio | Finalizar | Duración | Predec. |
|---|---|----------|-----------|----------|---------|
| 1 | Estudio teórico de la planificación industrial: teorías y métodos de resolución | 08/04/18 | 09/04/18 | 2d | |
| 2 | Estudio teórico de la programación lineal orientada a la planificación de la producción | 10/04/18 | 27/04/18 | 14d | 1 |
| 3 | Análisis de la empresa: situación , necesidades | 19/04/18 | 27/04/18 | 7d | 2FF |
| 4 | Modelación del problema matemático: fijación de parámetros y variables. | 30/04/18 | 04/05/18 | 5d | 3 |
| 5 | Resolución manual del método del transporte mediante excel | 13/05/18 | 06/06/18 | 19d | |
| 6 | Validación de la solución obtenida | 07/06/18 | 07/06/18 | 1d | 5 |
| 7 | Redacción del trabajo | 30/04/18 | 25/06/18 | 41d | |
| 8 | Revisión | 25/06/18 | 28/06/18 | 4d | |

14. Tabla: Tabla de fases/tareas del proyecto

10.2. DIAGRAMA DE GANTT



9. Figura: Cronograma o Diagrama de Gantt

11. PRESUPUESTO

El objetivo de este apartado es el de prever cuales son los costes que ha llevado el realizar este trabajo. Para el cálculo de costes se tendrán en cuenta tanto el proceso de análisis y estudio teórico como la redacción y posterior corrección del mismo.

Para realizar el presupuesto, se tendrán en cuenta gastos tales como las horas de trabajo, amortizaciones y otros costes indirectos como pueden ser la luz y la conexión a internet. Por último, se reserva un 5% del gasto para posibles imprevistos, para evitar el posible problema que podría acarrear un incremento en lo presupuestado.

11.1. Horas de trabajo

Para calcular el coste que suponen las horas de trabajo, hay que tener en cuenta que se necesitan dos trabajadores para ejecutar este proyecto. Cada trabajador tendrá una asignación económica diferente y ejecutará unas tareas diferentes. Por ello, primero se calculará el precio de llevar a cabo cada tarea teniendo en cuenta el trabajador que la ejecuta, para después sacar el coste total de las horas trabajadas.

| Trabajadores | Tasa horaria |
|------------------|--------------|
| Ingeniero Senior | 70 €/h |
| Ingeniero Junior | 25 €/h |

15. Tabla: Tasas horarias

| TAREAS | Responsable | Tasa horaria | Tiempo necesitado | Coste |
|---|------------------|--------------|-------------------|-------------------|
| Estudio teórico de la planificación industrial | Ingeniero Junior | 25 €/h | 12 h | 300,00 € |
| Estudio teórico de la PL orientada a la planificación de la producción. | Ingeniero Junior | 25 €/h | 30 h | 750,00 € |
| Análisis de la empresa: situación, necesidades. | Ingeniero Junior | 25 €/h | 8 h | 200,00 € |
| Modelación del problema matemático: fijación de parámetros y variables. | Ingeniero Junior | 25 €/h | 8 h | 200,00 € |
| Resolución manual del método del transporte mediante excel | Ingeniero Junior | 25 €/h | 12 h | 300,00 € |
| Validación de la solución obtenida. | Ingeniero Junior | 25 €/h | 1 h | 25,00 € |
| Redacción del trabajo | Ingeniero Junior | 25 €/h | 80 h | 2.000,00 € |
| Seguimiento y Revisión | Ingeniero Senior | 70 €/h | 10 h | 700,00 € |
| | | | TOTAL | 4.475,00 € |

16. Tabla: Coste total por horas trabajadas

11.2. Amortizaciones

En este apartado, se calcularán las amortizaciones del ordenador portátil utilizado para la redacción y cálculos del proyecto así como del software utilizado para el mismo. Para ello, se tendrán en cuenta su precio, vida útil y tiempo de utilización.

| AMORTIZACIONES | Valor inicial | Tiempo utilizado | Vida útil | Coste |
|---|---------------|------------------|-----------|---------|
| Ordenador portátil | 600,00 € | 3 meses | 15 años | 10,00 € |
| Licencia Microsoft Office Standard 2016 | 99,00 € | 3 meses | 10 años | 2,48 € |
| | | | TOTAL | 12,48 € |

17. Tabla: coste total de las amortizaciones

11.3. Gastos adicionales

| GASTOS ADICIONALES | Coste |
|---------------------|--|
| Electricidad | $0,15\text{€/kWh} \times 0,5\text{kW} \times 160\text{h} = 12\text{€}$ |
| Conexión a internet | $50\text{€/mes} \times 3 \text{ meses} = 150\text{€}$ |
| Material de oficina | 40 € |
| TOTAL | 202,00 € |

18 Tabla: coste total de los gastos adicionales

10.1. COSTE TOTAL

Por último, se calcula el coste total del trabajo a partir de la suma de todos los costes previamente calculados. Como se ha comentado previamente, se sumará un margen del 5% para el sobrecoste que pueda originar cualquier imprevisto en el cálculo del presupuesto.

| GASTO | COSTE |
|--------------------|-------------------|
| Horas de trabajo | 4.475,00 € |
| Amortizaciones | 12,48 € |
| Gastos adicionales | 12,48 € |
| SUBTOTAL | 4.499,95 € |
| Imprevistos | 5% |
| TOTAL | 4.724,95 € |

20. Tabla: Presupuesto total del trabajo

eman ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko
del Pais Vasco Unibertsitatea

eman ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko
del Pais Vasco Unibertsitatea

11. CONCLUSIONES

Por último, se recogen en este apartado las conclusiones a las que se ha llegado con la realización de ese trabajo.

1. Se ha comprobado que el método de transporte es un método de programación factible para el caso en el que la fuerza de trabajo se mantiene constante a lo largo del periodo a planificar. Sin embargo, probablemente la solución óptima obtenida no coincida con el óptimo real debido a varias razones:
 - Existen restricciones cuantitativas y cualitativas que no se pueden expresar de forma lineal.
 - Los costes no son en realidad lineales, aunque generalmente pueden hacerse aproximaciones satisfactorias.
 - La productividad cambia a lo largo del tiempo. Por lo que las horas necesarias para producir una unidad no son constantes.

El modelo general de programación lineal es apropiado para la Planificación Agregada si el costo y las relaciones entre las variables son lineales (o pueden recortarse en segmentos más o menos lineales) y la demanda se puede manejar como exacta. Además, existen otros aspectos que pueden aumentar la dificultad del problema, como:

- A veces los programas de programación lineal no se adecúan a los casos reales.
- Esta técnica solo es válida para un horizonte temporal corto, durante el que se pueda considerar constante el valor de los parámetros. Es aconsejable realizar un análisis de sensibilidad.
- En algunas ocasiones, el número de datos a manejar y la exactitud requerida pueden ser excesivos. Normalmente, la programación lineal se va a emplear en empresas en las que pequeñas desviaciones con respecto al plan óptimo provoquen costes muy elevados.

2. La solución de programación óptima tiene como resultado un Plan Agregado de Producción en el que se difieren una cantidad de las unidades demandadas en el mes de Agosto.

| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre |
|---------------|-------|--------|------------|---------|
| Stock inicial | 150 | 0 | 0 | 0 |
| Julio | 3291 | 165 | 0 | 0 |
| Julio sub. | 864 | 0 | 0 | 0 |
| Agosto | 0 | 1344 | 0 | 0 |
| Agosto sub. | 0 | 336 | 0 | 0 |
| Septiembre | 0 | 0 | 4032 | 0 |
| Sept. Sub. | 0 | 550 | 458 | 0 |
| Octubre | 0 | 0 | 0 | 4416 |
| Octubre sub. | 0 | 130 | 0 | 761 |

Esto sucede porque en el mes de agosto BilboBrake S.L. solo tiene programados 7 días laborables debido al cierre por vacaciones de verano. En este periodo, la demanda (2525 unidades) es superior a la capacidad de la empresa (1680 unidades entre producción propia y subcontratada). Por ello, de la programación se obtiene que hay que utilizar capacidades de septiembre y octubre para hacer frente a la demanda de agosto, difiriendo los pedidos de esas unidades.

Por lo tanto, aunque la política de la compañía marca que no se deben admitir retrasos en la entrega de los pedidos, las capacidades que conforman el stock inicial para este periodo y las producciones en julio y agosto no son suficientes para satisfacer la demanda de estos dos meses. Es ahora cuando la empresa tiene que decidir qué grado de **equilibrio o compromiso** desea mantener en lo que a sus **áreas de decisión** se refiere (Capítulo 5, 5. figura).

Si por un lado toma la decisión de bajo ninguna circunstancia permitir ese retraso en la entrega, para evitar el daño en su imagen que eso causaría, BilboBrake deberá recurrir a las horas extras de trabajo (no están contempladas en la política de empresa) o a la subcontratación de más unidades (superando así el límite del 25% de subcontratación). Como resultado obtendrá una segunda planificación sin retrasos en la entrega, pero de mayor coste económico (recordar que el método de transporte aporta la solución óptima en lo que al coste se refiere).

Si por el contrario, BilboBrake decide que el retraso en las unidades y meses señalados no supone un perjuicio significativo para la compañía (el cliente puede esperar, o se trata de pedidos de clientes no-estratégicos), la dirección dará por bueno el PAP que se presenta.

eman ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko
del Pais Vasco Unibertsitatea

12. BIBLIOGRAFÍA

Chase, R.B., Jacobs, F.R, Aquilano, N.J. (2009). Administración de Operaciones: Producción y Cadena de Suministros. McGraw-Hill

Dominguez Machuca, J.A. (1995). Dirección de Operaciones: Aspectos estratégicos en la producción y los servicios. McGraw-Hill.

Heizer, J. & Render, B. (2008). Dirección de la producción y de operaciones. Pearson educación.

EOI Escuela de Organización Industrial. Dirección de Operaciones y la competitividad en la empresa.
<http://www.eoi.es/blogs/scm/2012/11/16/direccion-de-operaciones-y-la-competitividad-en-la-empresa/>

Descuadrando. Dirección de Operaciones.
http://descuadrando.com/Direcci%C3%B3n_de_Operaciones

UPV-EHU. Universidad del País Vasco. Tema 6: El problema del transporte y el problema de asignación.
https://ocw.ehu.eus/pluginfile.php/5838/mod_resource/content/1/6._transporte_asignacion.pdf

University of Baltimore. Modelos Deterministas: Optimización lineal.
<http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/opre/SpanishD.htm>

Bizkaiatalent. La automoción, sector estratégico de la economía vasca.
<https://www.bizkaiatalent.eus/pais-vasco-te-espera/apuesta-de-futuro/automocion-estrategico-economia/>

ANEXO I: Resolución completa del modelo de transporte

La resolución del problema de transporte se ha realizado manualmente mediante el software de cálculo Excel de Microsoft Office. Para obtener una **solución inicial factible se ha utilizado el método de Vogel**, ya que este criterio es el más completo al tomar en cuenta los costos de distribución de manera más eficaz, ya que la diferencia calculada para cada renglón y columna representa el mínimo costo adicional que se incurre por no hacer una asignación en la celda que tiene el menor costo ya sea columna o renglón.

Se han necesitado **nueve iteraciones** para alcanzar la solución óptima a partir de la solución inicial factible. Todas las iteraciones siguen el mismo procedimiento, que se explicará a continuación. El coste mínimo obtenido es de 357.987,50€.

4º iteración:

| ORIGENES | DESTINOS | | | | | | | | | | | | | | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 | u7 | u8 | u9 | u10 | u11 | u12 | u13 | | |
|---------------|----------|-----------|-------------|-----------|-----------|-----------|--------------|---------------------|----------|-----------|------------|-----------|--------------|---|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|---|---|
| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre | Ajuste | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Stock inicial | 150 | 0 | -40 | 0,4 | 0,8 | 0,8 | -29,8 | 1,2 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 2 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| Julio | 3456 | 14 | -40 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | -29,8 | 15,2 | 1,6 | 15,6 | 1,6 | 16 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Julio sub. | 699 | 15,5 | -40 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | -29,8 | 16,7 | 1,6 | 17,1 | 1,6 | 17,5 | 165 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Agosto | 50,4 | 24 | 1344 | 14 | 40,8 | 14,4 | 10,2 | 14,8 | 41,6 | 15,2 | 41,6 | 15,6 | 41,9 | 0 | -26,4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Agosto sub. | 10 | 25,5 | -40,4 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | -30,2 | 16,3 | 1,2 | 16,7 | 1,2 | 17,1 | 336 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Septiembre | 20 | 34 | -30,4 | 24 | 4032 | 14 | -30,6 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | 0,8 | 15,2 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Sept. Sub. | 20 | 35,5 | -30,4 | 25,5 | 458 | 15,5 | -30,6 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | 0,8 | 16,7 | 550 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Octubre | 61 | 44 | 10,6 | 34 | 41 | 24 | 4416 | 14 | 31,4 | 14,4 | 31,4 | 14,8 | 32,5 | 0 | -17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Octubre sub | 61 | 45,5 | 10,6 | 35,5 | 41 | 25,5 | 761 | 15,5 | 31,4 | 15,9 | 31,4 | 16,3 | 343 | 0 | -15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Noviembre | 40 | 54 | -10,4 | 44 | 20 | 34 | -21 | 24 | 3997 | 14 | 35 | 14,4 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Nov. Sub. | 40 | 55,5 | -10,4 | 45,5 | 20 | 35,5 | -21 | 25,5 | 597 | 15,5 | 0 | 15,9 | 411 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Diciembre | 50,4 | 64 | 1181 | 54 | 30,4 | 44 | -10,6 | 34 | 20,6 | 24 | 2659 | 14 | 1,9 | 0 | 13,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Dic. Sub. | 50,4 | 65,5 | 0 | 55,5 | 30,4 | 45,5 | -10,6 | 35,5 | 10,4 | 25,5 | 960 | 15,5 | 0,4 | 0 | 15,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| v1 | 0 | v2 | 40,4 | v3 | 0 | v4 | 31 | v5 | 0 | v6 | 0,4 | v7 | -15,5 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | COSTE | 396.796,50 € | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

5º iteración:

| ORIGENES | DESTINOS | | | | | | | | | | | | | | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 | u7 | u8 | u9 | u10 | u11 | u12 | u13 | | | |
|---------------|----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|--------------|---------------------|----------|-----------|------------|-----------|--------------|---|------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|---|---|--|
| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre | Ajuste | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Stock inicial | 150 | 0 | 0,4 | 0,4 | 0,8 | 0,8 | 1,2 | 1,2 | 1,6 | 1,6 | 42 | 2 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Julio | 3456 | 14 | 0,4 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | 1,2 | 15,2 | 1,6 | 15,6 | 42 | 16 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Julio sub. | 699 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | 1,2 | 16,7 | 1,6 | 17,1 | 42 | 17,5 | 165 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Agosto | 10 | 24 | 1344 | 14 | 0,4 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | 1,2 | 15,2 | 41,6 | 15,6 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Agosto sub. | 10 | 25,5 | 35 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | 1,2 | 16,7 | 41,6 | 17,1 | 301 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Septiembre | 20 | 34 | 10 | 24 | 4032 | 14 | 0,4 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | 41,2 | 15,2 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Sept. Sub. | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 458 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | 41,2 | 16,7 | 550 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Octubre | 30 | 44 | 20 | 34 | 10 | 24 | 4416 | 14 | 0,4 | 14,4 | 40,8 | 14,8 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Octubre sub | 30 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 761 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 40,8 | 16,3 | 343 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Noviembre | 40 | 54 | 30 | 44 | 20 | 34 | 10 | 24 | 4032 | 14 | 40,4 | 14,4 | 1,5 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Nov. Sub. | 40 | 55,5 | 30 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 562 | 15,5 | 40,4 | 15,9 | 446 | 0 | 15,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Diciembre | 10 | 64 | 1146 | 54 | -10 | 44 | -20 | 34 | -30 | 24 | 2694 | 14 | -38,5 | 0 | 54 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Dic. Sub. | 10 | 65,5 | 0 | 55,5 | -10 | 45,5 | -20 | 35,5 | -30 | 25,5 | 960 | 15,5 | -40 | 0 | 55,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| v1 | 0 | v2 | 0 | v3 | 0 | v4 | 0 | v5 | 0 | v6 | -40 | v7 | -15,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | COSTE | 395.382,50 € | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

8º iteración:

| ORIGENES | DESTINOS | | | | | | | | | | | | | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 | u7 | u8 | u9 | u10 | u11 | u12 | u13 | |
|---------------|----------|--------|-------------|---------|-----------|-----------|--------|------|------|------|------|-------|-------|---------------------------|------|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|--|
| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre | Ajuste | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Stock inicial | 150 | 0 | 0,4 | 10,4 | 0,8 | 10,8 | 1,2 | 11,2 | 1,6 | 41,6 | 2 | 25,1 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| Julio | 3291 | 14 | 165 | 14,4 | 10,4 | 14,8 | 10,8 | 15,2 | 11,2 | 15,6 | 41,6 | 16 | 11,1 | 0 | 14 | | | | | | | | | | | | |
| Julio sub. | 864 | 15,5 | 0 | 15,9 | 8,9 | 14,8 | 8,9 | 14,8 | 9,7 | 15,6 | 39,7 | 15,6 | 9,6 | 0 | 15,5 | | | | | | | | | | | | |
| Agosto | 10,4 | 24 | 1344 | 14 | 10,4 | 14,4 | 10,8 | 14,8 | 11,2 | 15,2 | 41,6 | 15,6 | 11,5 | 0 | 13,6 | | | | | | | | | | | | |
| Agosto sub. | 10,4 | 25,5 | 336 | 15,5 | 10,4 | 15,9 | 10,8 | 16,3 | 11,2 | 16,7 | 41,6 | 17,1 | 10 | 0 | 15,1 | | | | | | | | | | | | |
| Septiembre | 10,4 | 34 | -1,7764E-15 | 24 | 4032 | 14 | 0,4 | 14,4 | 0,8 | 14,8 | 31,2 | 15,2 | 1,5 | 0 | 23,6 | | | | | | | | | | | | |
| Sept. Sub. | 10,4 | 35,5 | 494 | 25,5 | 458 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 0,8 | 16,3 | 31,2 | 16,7 | 56 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| Octubre | 20,4 | 44 | 10 | 34 | 10 | 24 | 4416 | 14 | 0,4 | 14,4 | 30,8 | 14,8 | 1,5 | 0 | 23,6 | | | | | | | | | | | | |
| Octubre sub | 20,4 | 45,5 | 10 | 35,5 | 10 | 25,5 | 761 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 30,8 | 16,3 | 343 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| Noviembre | 30,4 | 54 | 20 | 44 | 20 | 34 | 4032 | 14 | 24 | 4032 | 14 | 30,4 | 14,4 | 0 | 23,6 | | | | | | | | | | | | |
| Nov. Sub. | 30,4 | 55,5 | 20 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 562 | 15,5 | 30,4 | 15,9 | 446 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| Diciembre | 10,4 | 64 | 186 | 54 | 0 | 44 | -10 | 34 | -20 | 24 | 3654 | 14 | -28,5 | 0 | 53,6 | | | | | | | | | | | | |
| Dic. Sub. | 40,4 | 65,5 | 30 | 55,5 | 30 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 30 | 15,5 | 960 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| | v1 | 0 | v2 | 0,4 | v3 | -9,6 | v4 | -9,6 | v5 | -9,6 | v6 | -39,6 | v7 | -25,1 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | COSTE 361.988,50 € | | | | | | | | | | | | | |

9º iteración:

| ORIGENES | DESTINOS | | | | | | | | | | | | | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 | u7 | u8 | u9 | u10 | u11 | u12 | u13 | |
|---------------|----------|--------|-------------|---------|-----------|-----------|--------|-------|------|-------|------|-------|------|---------------------------|------|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|--|
| | Julio | Agosto | Septiembre | Octubre | Noviembre | Diciembre | Ajuste | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Stock inicial | 150 | 0 | 0,4 | 10,4 | 0,8 | 39,3 | 1,2 | 39,7 | 1,6 | 41,6 | 2 | 53,6 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| Julio | 3291 | 14 | 165 | 14,4 | 10,4 | 14,8 | 39,3 | 15,2 | 39,7 | 15,6 | 41,6 | 16 | 39,6 | 0 | 14 | | | | | | | | | | | | |
| Julio sub. | 864 | 15,5 | 0 | 15,9 | 8,9 | 14,8 | 37,4 | 14,8 | 38,2 | 15,6 | 39,7 | 15,6 | 38,1 | 0 | 15,5 | | | | | | | | | | | | |
| Agosto | 10,4 | 24 | 1344 | 14 | 10,4 | 14,4 | 39,3 | 14,8 | 39,7 | 15,2 | 41,6 | 15,6 | 40 | 0 | 13,6 | | | | | | | | | | | | |
| Agosto sub. | 10,4 | 25,5 | 336 | 15,5 | 10,4 | 15,9 | 39,3 | 16,3 | 39,7 | 16,7 | 41,6 | 17,1 | 38,5 | 0 | 15,1 | | | | | | | | | | | | |
| Septiembre | 10,4 | 34 | -1,7764E-15 | 24 | 4032 | 14 | 28,9 | 14,4 | 29,3 | 14,8 | 31,2 | 15,2 | 30 | 0 | 23,6 | | | | | | | | | | | | |
| Sept. Sub. | 10,4 | 35,5 | 550 | 25,5 | 458 | 15,5 | 28,9 | 15,9 | 29,3 | 16,3 | 31,2 | 16,7 | 28,5 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| Octubre | -8,1 | 44 | -18,5 | 34 | -18,5 | 24 | 4416 | 14 | 0,4 | 14,4 | 2,3 | 14,8 | 1,5 | 0 | 52,1 | | | | | | | | | | | | |
| Octubre sub | -8,1 | 45,5 | -18,5 | 35,5 | -18,5 | 25,5 | 761 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 2,3 | 16,3 | 343 | 0 | 53,6 | | | | | | | | | | | | |
| Noviembre | 1,9 | 54 | -8,5 | 44 | -8,5 | 34 | 10 | 24 | 4032 | 14 | 1,9 | 14,4 | 1,5 | 0 | 52,1 | | | | | | | | | | | | |
| Nov. Sub. | 1,9 | 55,5 | -8,5 | 45,5 | -8,5 | 35,5 | 10 | 25,5 | 562 | 15,5 | 1,9 | 15,9 | 446 | 0 | 53,6 | | | | | | | | | | | | |
| Diciembre | 10,4 | 64 | 130 | 54 | 0 | 44 | 18,5 | 34 | 8,5 | 24 | 3654 | 14 | 56 | 0 | 53,6 | | | | | | | | | | | | |
| Dic. Sub. | 11,9 | 65,5 | 1,5 | 55,5 | 1,5 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 1,5 | 15,5 | 960 | 0 | 25,1 | | | | | | | | | | | | |
| | v1 | 0 | v2 | 0,4 | v3 | -9,6 | v4 | -38,1 | v5 | -38,1 | v6 | -39,6 | v7 | -53,6 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | COSTE 360.392,50 € | | | | | | | | | | | | | |

Solución óptima:

| ORIGENES | DESTINOS | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|-----------|------|-----------|------|------------|------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----|------|
| | Julio | | Agosto | | Septiembre | | Octubre | | Noviembre | | Diciembre | | Ajuste | | | |
| Stock inicial | 150 | 0 | 0 | 0,4 | 10,4 | 0,8 | 20,8 | 1,2 | 21,2 | 1,6 | 23,1 | 2 | 35,1 | 0 | u1 | 0 |
| Julio | 3291 | 14 | 165 | 14,4 | 10,4 | 14,8 | 20,8 | 15,2 | 21,2 | 15,6 | 23,1 | 16 | 21,1 | 0 | u2 | 14 |
| Julio sub. | 864 | 15,5 | 0 | 15,9 | 10,4 | 16,3 | 20,8 | 16,7 | 21,2 | 17,1 | 23,1 | 17,5 | 19,6 | 0 | u3 | 15,5 |
| Agosto | 10,4 | 24 | 1344 | 14 | 10,4 | 14,4 | 20,8 | 14,8 | 21,2 | 15,2 | 23,1 | 15,6 | 21,5 | 0 | u4 | 13,6 |
| Agosto sub. | 10,4 | 25,5 | 336 | 15,5 | 10,4 | 15,9 | 20,8 | 16,3 | 21,2 | 16,7 | 23,1 | 17,1 | 20 | 0 | u5 | 15,1 |
| Septiembre | 10,4 | 34 | 0 | 24 | 4032 | 14 | 10,4 | 14,4 | 10,8 | 14,8 | 12,7 | 15,2 | 11,5 | 0 | u6 | 23,6 |
| Sept. Sub. | 10,4 | 35,5 | 550 | 25,5 | 458 | 15,5 | 10,4 | 15,9 | 10,8 | 16,3 | 12,7 | 16,7 | 10 | 0 | u7 | 25,1 |
| Octubre | 10,4 | 44 | 0 | 34 | 0 | 24 | 4416 | 14 | 0,4 | 14,4 | 2,3 | 14,8 | 1,5 | 0 | u8 | 33,6 |
| Octubre sub. | 10,4 | 45,5 | 130 | 35,5 | 0 | 25,5 | 761 | 15,5 | 0,4 | 15,9 | 2,3 | 16,3 | 213 | 0 | u9 | 35,1 |
| Noviembre | 20,4 | 54 | 10 | 44 | 10 | 34 | 10 | 24 | 4032 | 14 | 1,9 | 14,4 | 1,5 | 0 | u10 | 33,6 |
| Nov. Sub. | 20,4 | 55,5 | 10 | 45,5 | 10 | 35,5 | 10 | 25,5 | 562 | 15,5 | 1,9 | 15,9 | 446 | 0 | u11 | 35,1 |
| Diciembre | 28,9 | 64 | 18,5 | 54 | 18,5 | 44 | 18,5 | 34 | 8,5 | 24 | 3654 | 14 | 186 | 0 | u12 | 35,1 |
| Dic. Sub. | 30,4 | 65,5 | 20 | 55,5 | 20 | 45,5 | 20 | 35,5 | 10 | 25,5 | 1,5 | 15,5 | 960 | 0 | u13 | 35,1 |
| | v1 | 0 | v2 | 0,4 | v3 | -9,6 | v4 | -19,6 | v5 | -19,6 | v6 | -21,1 | v7 | -35,1 | | |
| COSTE 357.987,50 € | | | | | | | | | | | | | | | | |