

Gradu Amaierako Lana
Fisikako Gradua

Lebitazio magnetikoaren oinarri fisikoak

Egilea:
Jon Zurutuza García
Zuzendaria:
Nerea Zabala

© 2018, Jon Zurutuza García

Laburpena

Historian zehar, lebitazio-fenomenoek gizakiongan jakin-nahi handia sorrarazi dute. Lebitazio-metodo desberdinak garatu dira, ikerketa eta aplikazio teknologikoetarako, eta baita jostailu edo *gadget* modura ere, besteak beste, aerodinamikoa, akustikoa, optikoa, elektrikoa eta magnetikoa. Horien artean, lebitazio magnetikoa oso emankorra bilakatu da, eta horren adibide ditugu marruskadura ekiditen duten *Maglev* trenak. Lebitazio magnetikoa lan honen ardatz nagusia bada ere, hasieran beste lebitazio-metodoen funtsak deskribatuko dira. Horrenbestez, lebitazio magnetikoa lortzeko behar diren baldintza fisikoak azalduko dira eta lebitatzen duen objektuaren egonkortasuna aztertzeko erabiltzen diren tresna matematikoen berri emango da. Adibide gisa, elektroimanen bidezko suspentsioa eta indukzio elektromagnetikoan oinarritzen den Thomson-en eraztunaren sistema deskribatuko dira. Ondoren, azken hamarkadetan zientzialarien arreta handia piztu duten bi materialetan oinarritutako lebitazioa deskribatuko da. Alde batetik, supereroaleek aurkezten duten Meissner efektuaren bidezko lebitazio magnetikoa eta, bestetik, metamaterialen bitartez lor daitezkeen lebitazio elektrikoa eta magnetikoa, eta horien oinarriak aztertuko dira.

Abstract

Throughout history, levitation phenomena have been intriguing to humans. Different levitation methods have been developed for research and technological applications, as well as toys or *gadgets*, such as aerodynamic, acoustic, optic, electric and magnetic. Among them, magnetic levitation has become highly fruitful, with examples of *Maglev* trains that avoid friction. Although magnetic levitation is the main focus of this work, the bases of other levitation methods will be described at the beginning. Therefore, the physical conditions required to obtain magnetic levitation will be explained and the mathematical tools used to analyze the stability of the object that is levitated will be reported. As an example, suspension using electromagnets and the Thomson ring system, which is based on electromagnetic induction, will be described. Next, the levitation based on two materials that have sparked scientists' interest over the last decades will be described. On the one hand, the magnetic levitation through the Meissner effect in superconductors and, on the other hand, the electric and magnetic levitation that can be obtained through metamaterials, and their bases will be analyzed.

Aurkibidea

Sarrera eta helburuak	1
1. Beste lebitazio-metodoak	3
1.1. Lebitazio aerodinamikoa	3
1.2. Lebitazio akustikoa	5
1.3. Lebitazio optikoa	6
1.4. Lebitazio elektrikoa	7
2. Lebitazio magnetikoaren oinarriak	9
2.1. Lebitazio magnetikoko sistemen osaera	9
2.2. Lebitazioaren egonkortasuna	10
2.3. Earnshaw-en teorema eta Braunbeck-en analisisa	11
2.4. Lebitazio magnetikoaren egonkortasun estatikoa eta zurruntasun magnetikoa	14
3. Elektroimanen bidezko suspentsioa eta indukzio elektromagnetikoa oinarri duen lebitazioa	17
3.1. Elektroimanen bidezko suspentsioa	17
3.2. Indukzio elektromagnetikoa: Thomson-en eraztuna	20
4. Lebitazio magnetikoa supereroaleetan	23
4.1. Sarrera: supereroaleak	23
4.2. Material diamagnetikoen lebitazioa	24
4.3. Supereroaleen Meissner efektua	26
5. Lebitazio elektrikoa eta magnetikoa metamaterialetan	29
5.1. Sarrera: metamaterialak	29
5.2. ENZ metamaterialen bidezko lebitazio elektrikoa: Supereroaleetako Meissner efektuaren bidezko lebitazio magnetikoaren baliokide elektrikoa	31
5.3. Dipolo elektriko puntualaren lebitazioa ENZ metamaterialen gainean	33
5.4. Iragazkortasun negatiboko metamaterialen bidezko dipolo magnetikoen lebitazioa	34
Ondorioak	39
Bibliografia	41

Sarrera eta helburuak

Urteetan zehar, naturako prozesu konplexuek gizakion arreta eta jakin-mina erakarri dute. Horietako bat lebitazioa da, objektuak airean mantentzean datzana, bestelako gorputz edo gainazalekiko ukipen mekanikorik gabe, grabitatearen eraginari aurre egiten dioten indar soilen bitartez.

Alde batetik, magoek gorputzen lebitazioa ikusarazteko trikimailuak erabili izan dituzte. Esate baterako, *Balducci* lebitazio-trikimailuan, ilusionistak perspektibarekin jokutzen du, ilusio optiko baten bidez ikusleei sinestarazteko bere gorputza airean mantentzen ari dela, inongo euskarri materialik gabe. Horrez gain, parapsikologiako liburuetan, fenomeno mistiko, espiritual eta psikikoekin lotutako giza-gorputzen eta objektuen lebitazioa deskribatzen da, baina naturaz gaindiko gertakari horiek ez daude zientifikoki frogatuta [1].

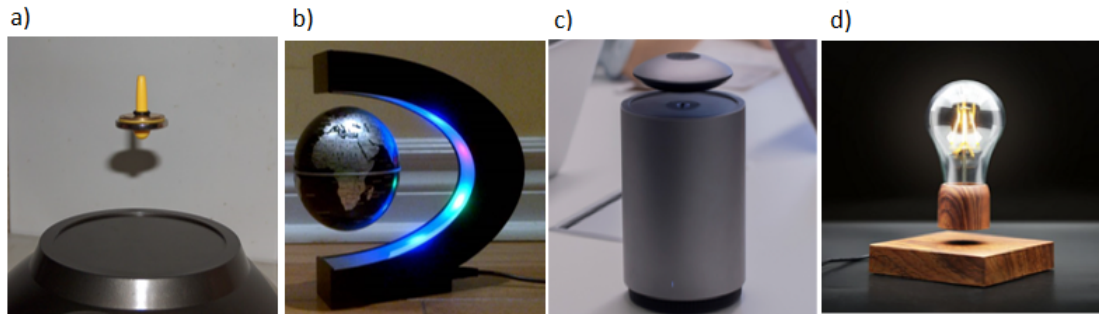
Bestetik, ikertzaileek lebitazio-fenomenoen atzean dagoen fisika aztertu dute historian zehar, interes zientifiko handiko gaia izateagatik. Bide honetan, aipatzekoa da 1842. urtean Earnshaw-k lortu zuen ondorioa, frogaturik eremu elektrostatiakoetan ez dagoela oreka egonkorreko posiziorik karga elektrikoentzat. Bestalde, 1939. urtean, Braunbeck-ek ondorioztatu zuen material diamagnetikoen eta supereroaleen eremu magnetikoetan oreka egonkorra gerta daitekeela. Diamagnetikoen lebitazio egonkorrari esker, 1997. urtean, igelak eta matxinsaltoak bezalako izaki bizidunak, eta urtantak bezalako objektu txikiak harila batek sortutako eremu magnetikoan lebitatzen mantentzea lortu zen [2].

1945. urtean, V. Arkadiev-ek esperimentalki frogatu zuen iman iraunkorrek supereroaleen gainean lebita dezaketela, baina garai hartan oso tenperatura txikiak behar ziren horretarako. Gauzak aldatu ziren 1986. urtean tenperatura altuko lehen supereroalearen aurkikuntza iritsi zenean. Gaur egun, supereroaleen bidezko lebitazio magnetikoaren aplikazio ospetsuenetakoa *SCMaglev* (*superconducting magnetic levitation*) tren japoniarra da, marruskadura ekiditeari esker $603 \frac{km}{h}$ -ko abiadura lortzera heldu dena. Trenean dauden supereroaleek trenbideko alde banatan kokatutako polaritate aldakorreko elektroimanetan korrante elektrikoa induzitzen dute, treneko imanekiko aldarapena sortzen delarik, haren lebitazioa ahalbidetuz.

Halaber, V. G. Veselagok 1964. urtean ondorioztatu zuen aldiberean permitibitate eta iragazkortasun negatiboa duten materialek Maxwell-en ekuazioak betetzen dituztela [3], nahiz eta naturan ez dagoen horrelako materialik. Gizakiak diseinaturiko metamaterialak dira horrelako propietate bereziak dituztenak, ia mende erdi bat beranduago frogatu denez. Iragazkortasun negatiboko metamaterialei esker, dipolo magnetikoen lebitazio magnetikoa gauza daiteke [4]. Bestalde, zerotik hurbileko permitibitate-dun metamaterialek supereroaleek eremu magnetikoarekiko duten portaera

analogoa dute eremu elektrikoarekiko, dipolo elektrikoak lebitatzen mantentzen dituzaketarik [5].

Horrez gain, aipatzekoa da 1. Irudikoak bezalakoak diren askotarikoko *gadget*-ak eskuragarri daudela gaur egun, lebitazio magnetikoan oinarrituta daudenak eta elektromagnetismoaren printzipioak erakusten dituztenak.



1. Irudia: Lebitazio magnetikoaren bitartez, airean, euskarririk gabe, mantentzen diren *gadget*-ak. a) Lebitroi izeneko girokopioa, biraka ferritazko oinarriaren gainean. b) Elektroiman baten azpian suspentsioan dagoen esferatxoa. c) Oinarriko imanak sortzen duen eremu magnetikoan dagoen bozgoragailua. d) Barnean iman bat duen bonbilatxoa, iman bat duen oinarriaren gainean.

Lan honen helburuak dira lebitazio magnetikoa beste lebitazio-metodoen testuinguru orokorrean kokatzea, eta haren oinarriak finkatzea, lebitazio magnetikoko sistemen egonkortasuna aztertzeko tresnak aurkeztuz eta adibide zehatz batzuen oinarri fisikoak azalduz. Halaber, lanaren xedea da supereroaleetan eta metamaterialetan lebitazio magnetikoaren oinarriko funtzionamendu fisikoa azaltzea.

Lehenengo kapituluan, lebitazio-fenomenoen testuingurua finkatuko da. Horretarako, lebitazio magnetikoa ez diren bestelako lebitazio-metodoak, hau da, lebitazio aerodinamikoa, akustikoa, optikoa eta elektrikoa laburki deskribatuko dira. Bigarren kapituluan, lebitazio magnetikoaren oinarriak azalduko dira, haren egonkortasuna aztertzeko tresna matematiko orokorrak eta teorema, zein zurruntasun magnetikoko matrize izeneko tresna matematiko espezifikoak aurkeztuz. Hirugarren kapituluan, elektroimanen bidezko suspentsio magnetikoko sistemak deskribatuko dira eta, ondoren, Thomson-en eraztunaren sistema azalduko da, indukzio elektromagnetikoan oinarritzen dena. Laugarren kapituluan, supereroaleen bidezko lebitazio magnetikoa azalduko da, Meissner efektua zertan datzan azpimarratuz eta material diamagnetikoekin alderatuz. Bosgarren kapituluan, berriagoagoak diren metamaterialetan arreta gehiago jarriko da, eta metamaterialen bidezko dipolo elektrikoaren lebitazio magnetikoa aurkeztuko da, supereroaleen Meissner efektuari zor zaion lebitazio magnetikoarekin duen antzekotasunean oinarrituz. Azkenik, metamaterialen gaineko dipolo magnetikoaren lebitazio magnetikoa azalduko da.

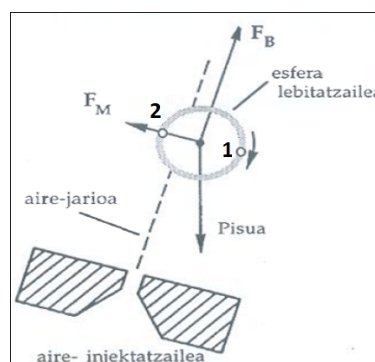
1. Kapitulua

Beste lebitazio-metodoak

Lan honen ardatz nagusia lebitazio magnetikoa den arren, ikuspegi zientifikotik interes handia duten beste lebitazio-metodoak ere existitzen dira. Hori dela eta, beharrezkoa da lebitazio aerodinamikoaren, akustikoaren, optikoaren eta elektrikoaren berri ematea, lanaren testuinguru orokorra kokatzeko.

1.1. Lebitazio aerodinamikoa

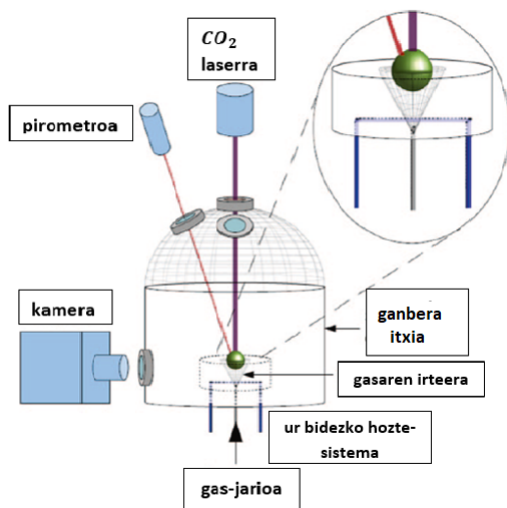
Lebitazio aerodinamikoa erabil daiteke lagin esferikoak gas-jario bati esker lebitatzen mantentzeko, 1.1. Irudian adierazienez. Injektatazaile baten gas-jarioak aurkezten duen dibergentziagatik, laginaren altuera handitzen den heinean haren gaineko erresistentzia aerodinamikoa murrizten da. Gasa isuri den norabidean, partikula bultzatzen duen Bernoulli-ren indarra (\vec{F}_B) eragiten du gas-jarioak. Horrez gain, 1.1. Irudian ikus daitekeen bezala, gas-jarioa lagin esferikoaren zentrotik at dagoen esferako puntu batera bideratzen bada, haren biraketa sortzen da eta, orduan, aire-fluxuaren abiadura handiagoa izango da 2 puntuan 1 puntuan baino ($v_2 > v_1$). Ondorioz, Bernoulli-ren ekuazioaren arabera, lagina gas-jarioarekiko norabide perpendikularrean bultzatzen duen Magnus indarra (\vec{F}_M) sortzen da [1], irudian adierazi bezala. Magnus efektuak eragiten du biraketa ari den objektu bat jariakinean murgilduta dagoenean, jariakinik ez balego izango lukeenaren ibilbide desberdina osatzea.



1.1. Irudia: Esfera lebitatzailea, gas-jarioak haren gainean \vec{F}_B Bernoulli-ren indarra gasa isuri den norabidean eta \vec{F}_M Magnus indarra norabide perpendikularrean sortzen dituelarik [6].

Magnus indarraren jatorria azaltzeko, har dezagun biskositate nulua eta emari konstantea duen jariakin bat. Halaber, demagun jariakin hori korrante-lerro batean zehar konprima ezina dela, hau da, jariakinekiko puntuen abiadurekiko ukiztailea den kurba batean zehar dentsitate uniformeak duela. Baldintza horietan, korrante-lerro horretako puntu guztietan Bernoulli-ren ekuazioa betetzen da [7]: $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz + P = \text{konstante}$. Bernoulli-ren ekuazioan, v aztertu nahi den puntuan jariakinak duen abiadura, z puntu horren altuera, P puntu horretan dagoen presioa eta ρ jariakinaren dentsitatea dira. Kontserbazio-printzipio hau 1 eta 2 puntuetan aplikatuz, $v_2 > v_1$ denez, $P_2 > P_1$ dela ondorioztatzen dugu, $z_1 \approx z_2$ baita.

Lebitazio aerodinamikoaren aplikazio gisa, gas-jario bat isur daiteke 1.5–5mm-ko diametroa eta 10–100mg-ko masa duen lagin txiki bat lebitatzen mantentzeko. Kutsadura murrizteko, purutasun-maila handiko (%99.9995) argonezko gas-jario bat erabili ohi da. Hala ere, beste gas batzuk ere erabili daitezke; adibidez, argonaren eta oxigenoaren arteko nahaste bat baliatu daiteke. Lagina lebitatzen ari denean, CO_2 laser-izpi baten bidez bero daiteke urtu ahal izateko, eta laginarekin ukipenean egon gabe haren tenperatura neur dezakeen pirometro bat erabili daiteke, 1.2. Irudian ikus daitezkeen moduan. Lebitazio aerodinamiko eta laser bidezko berokuntza darabiltzan metodo horrek abantaila ugari ditu lagina labe baten bidez berotzearekiko. Horien artean, aipatzekoa da tenperatura altuko urtze-puntuak aztertzen direnean ontzia berotzea ekiditen duela eta berotze-prozesua zehaztasun handiagoarekin kontrolatzeko aukera ematen duela. Desabantailatutako batzuk dira dentsitate txikiko laginak ($\rho < 2 \frac{g}{cm^3}$) bateraezina direla lebitazio aerodinamikoarekin, eta laserra ez dela baliagarria zenbait lagin urtzeko. Lebitazio aerodinamiko iraunkorragoa eskura daiteke berotze-prozesuan zehar masa-galera txikiak aurkeztuz dituzten laginak erabiliz gero. Horri esker, lagin likidoen egituraren, dentsitatearen eta eroankortasun elektrikoaren neurketak egin daitezke [8].



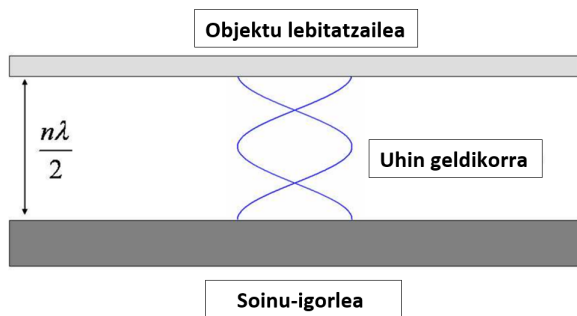
1.2. Irudia: Lebitazio aerodinamiko eta laser bidezko berokuntza darabiltzan sistemaren eskema [8].

1.2. Lebitazio akustikoa

Soinu-uhinak oinarri bezala hartzen dituen beste lebitazio-metodo bat aurkeztuko da jarraian. Lagin lebitatzailea maiztasun ultrasonikoa (20 kHz baino handiagoa) eta intentsitate-maila handia (150 dB -tik gorakoa) duten soinu-uhinen eraginpean koka daiteke, hain zuzen ere. Soinu-uhinak luzetarako uhin mekanikoak dira, momentu lineala eta energia garraiatzen duten presio- eta dentsitate-uhinak dira eta partikulak desplazatzen dituzte hedatzen direnean, laginen pisuari aurka egiteko moduan.

Horretarako, λ uhin-luzera jakin bat duten soinu-uhinen igorle bat eta islatzaile bat $n\frac{\lambda}{2}$ distantziara koka daitezke, n zenbaki oso bat izanik. Era horretan, iturritik islatzailera hedatzen diren uhinen eta islatzailetik iturrira itzultzen direnen arteko interferentziagatik, iturriaren eta islatzailerearen arteko gunean uhin geldikorak sortzen dira. Horren ondorioz, presioaren nodoak eta antinodoak agertzen dira aipatutako gunean. Uhin geldikorren bidezko lebitazio akustikoa deritzo partikula lebitatzaile esferikoak nodoen -presio minimoko puntuen- inguruko gune estuetan konfinatuta mantentzean datzan fenomenoari. Metodo horrek aurkezten duen mugapen bat da lagin lebitatzaileen diametroa igorritako soinu-uhinen uhin-luzera baino txikiagoa izan behar dela. Horrenbestez, uhin-luzera laburreko soinu-uhinak darabiltzala kontuan hartuta, tamaina txikiko laginak soilik mantentzen daitezke lebitatzen [9].

Alabaina, tamaina handiagoko laginak ere lebitatzen mantentzen daitezke lebitazio akustikoaren bitartez. Horretarako, gainazal laua duen objektu lebitatzaile bat soinu-uhinen igorle batetik $h \ll \lambda$ altuera batean koka daiteke. Era horretan, igorlearen eta objektu lauaren arteko aire-geruza mehean ez da uhin geldikorrik eratzten. Hala ere, gune horretako batez besteko presioa sistema inguratzen duen inguruneak baino handiagoa da, eta lagina lebitatzen mantentzen daiteke [10]. Metodo horren mugapena da lagina distantzia laburretara ($h \ll \lambda$) soilik mantentzen daitezkeela lebitatzen, uhin geldikorrei esker distantzia handiagoetara ($h = n\frac{\lambda}{2}$) kokatutako objektuen lebitazioa lor daitekeen bitartean.



1.3. Irudia: Soinu-igorlearen eta objektu lauaren arteko uhin geldikorren bitartez objektua lebitatzen mantentzen duen lebitazio akustikoko sistema [9].

Igorritako soinu-uhinen uhin-luzera baino handiagoak diren objektuak uhin-luzera baino handiagoak diren distantzietara lebitatzen mantendu ahal izateko, beste sistema bat balia daiteke, xafla zirkular bibratzailea erabiliz soinu-uhinen igorle bezala. Igorlearen bertikal berean $h = n\frac{\lambda}{2}$ dis-

tantziara disko eiteko eta gainazal lauako objektu bat koka daiteke, hainbat uhin-luzerako tamaina duena, eta lebitatzen mantendu nahi dena (ikus 1.3. Irudia). Era horretan, iturritik lebitatzen mantendu nahi den objektura hedatzen diren uhinen eta objektu horretatik iturrira itzultzen direnen arteko interferentzia gertatzen da. Horri esker, lor daiteke iturriaren eta objektu horren arteko gunean uhin geldikorak sortzea, eta objektua bera soinu-uhinen eraginpean lebitatzen mantentzea [9].

1.3. Lebitazio optikoa

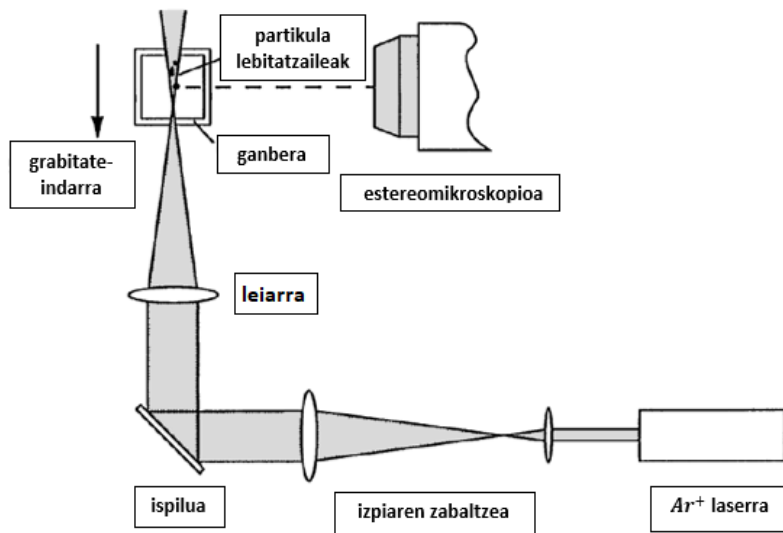
Laserrek kolimatutako tarte espektral estuko argi-izpiak ere erabil daitezke, lebitazio optikoari esker indar grabitatorioa orekatuz, lagin xurgatzaileak zein islatzaileak lebitatzen mantendu ahal izateko. Argia ikusgaia uhin elektromagnetikoa da, $400nm - 700nm$ -ko uhin-luzerak barne hartzen dituen espektroko tartean dagoena, hain zuzen ere. Horrenbestez, momentu lineala eta energia garraiatzen du, eta laginen pisuari aurka egin diezaiokeen erradiazio-presioa eragin dezake.

Laser-izpiaren diametroa baino askoz tamaina txikiagoa duen lagin xurgatzaile bat haren pisuaren aurkako noranzkoan argizatzen denean, fotoiek momentua transferitzen diote laginari. Ondorioz, fotoi horiek erradiazio-presioa eragiten dute laginaren gainean. Izan ere, uhin elektromagnetikoeak $\vec{\rho} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$ momentu-dentsitatea garraiatzen dute, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ Poynting-en bektorea izanik, non \vec{E} eremu elektrikoa eta \vec{H} indukzio magnetikoa diren. Z ardatzean zehar hedatzen diren uhin elektromagnetikoeak kontsideratuz gero, momentu-dentsitatearen batezbestekoa denboran $\langle \vec{\rho} \rangle = \frac{1}{2c} \epsilon_0 E_0^2 \hat{z}$ da. Hortaz, uhin elektromagnetikoeak material xurgatzaile bati transferitutako momentu lineala $\Delta \vec{p} = \vec{\rho} A c \Delta t$ da. Ondorioz, material horrek pairatutako erradiazio-presioa (batez besteko indarra A azalera unitateko) $P = \frac{1}{A} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$ da. Uhin elektromagnetikoeak material islatzaile perfektu bat erasotzen dutenean, ordea, materialak soil-soilik momentu lineala xurgatu beharrean, momentu linealaren noranzkoa aldatzen da. Hori dela eta, egoera horretan erradiazio-presioa aurrekoaren bikoitza da [11]. Horrenbestez, erradiazio-presio horren eragina handiagoa da lagin lebitatzailea islatzailea denean xurgatzailea denean baino, eta hari esker mantentzeko lagin islatzaileak lebitatzen euren pisua orekatuz.

Horrez gain, laser-izpiak lagin xurgatzaileak lebitatzen mantentzeko ere erabil daitezke. Adibidez, Ar^+ ($\lambda = 488nm$) laser-izpi bat ($25mW$ -eko potentzia erabiliz) teleskopio baten bidez zabal daiteke ispilu bateraino, eta ispilua islatutako argi-sorta bertikala izateko moduan koka daiteke. Argi-sorta horrek ganbera batean dauden $20\mu m$ baino tamaina txikiagoko letoizko partikula batzuk argizta ditzake eta, azkenik, haien ibilbideak beha daitezke estereomikroskopio baten bitartez (ikus 1.4. Irudia). Horretarako, estereomikroskopioa argazki-kamera batekin horni daiteke. Argazki-kamerak CCD ("charge-coupled device") sentzore bat eduki dezake, irudia zelula fotoelektrikoei esker erregistratzen duena eta akoplatutako kondentsadoreak dauzkana.

Lehen azaldu da erradiazio-presioak eragin txikiagoa duela lagin xurgatzaileen gainean lagin islatzaileen gainean baino. Hala ere, badago kontuan hartu beharreko beste presio bat ere, lagin xurgatzailearen pisua orekatuz haren lebitazioa eragiten duena neurri handiago batean. Izan ere, behetik goranzko laser-izpiak partikula xurgatzaile bat erasotzen duenean, laser-izpitik gertu dauden partikularen gainazala berotzen da. Hori dela eta, partikularen behealdeko gainazal horren ingurunea ere berotzen da. Horrenbestez, gas-partikulek tenperatura handiagoko gune horretara jo-

tzen dute eta, ondorioz, partikula xurgatzaileak jasandako presio lokala handitzen da. Azken finean, partikula xurgatzailea pisuaren aurkako noranzkoan bultzatzen duen indar bat sortzen da presio lokalaren handipen hori dela eta, eta horri esker airean lebitatzen mantentzeko daiteke. Era horretan, partikula xurgatzaile anitzen aldibereko lebitazioa gerta daiteke. Behean dauden partikulak laser-izpiaren intentsitate handieneko gunea definitzen duen ardatzaren inguruan egoten dira. Altuera handiagoetan lebitatzen ari diren partikulen posizioek, ordea, ardatz horrekiko desbideraketak aurkezten dituzte. Izan ere, lebitatzeko beharrezkoa da beheago dauden partikulek gorago daudenak argizatzen dituen laser-izpia erabat ez estaltzea [12].



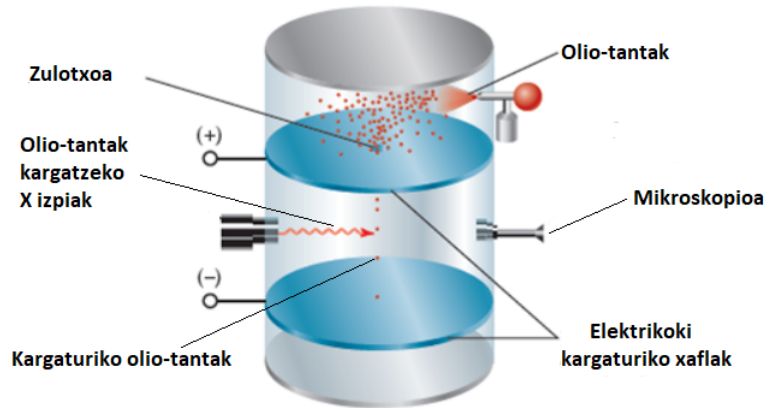
1.4. Irudia: Ar^+ laser-izpiaren bitartez ganberan dauden partikulak lebitatzen mantentzeko sistemaren eskema [12].

1.4. Lebitazio elektrikoa

Lebitazio elektrikoa deritzo eremu elektrikoari esker grabitatearen eraginari aurre eginez, elektrikoki kargaturiko objektuak airean eta inongo euskarri materialik gabe mantentzeko. Eremu elektrostatikoetan, ezin da karga elektrikoaren lebitazio elektriko egonkorra gertatu, 2.3. atalean aztertutako moduan. Horrez gain, aipatzekoa da hutsean ezin dela dielektrikoaren lebitazio elektriko egonkorra gertatu, Braunbeck-en analisiari esker jakina denez [13].

Lebitazio elektrikoaren adibideen artean, aipatzekoa da Millikanen olio-tantaren esperimentua (1909), 1923. urtean Nobel Saria lortu zuena, eta elektroien kargaren balioa ondorioztatu zuena. Horretarako erabili zen sistema 1.5. Irudian ageri da. Mikrometro gutxi batzuetako tamaina duten olio-tanta txikiak isurtzen dira gasa dagoen ganbera batean. Olio-tantak zulo txiki batetik igaroarazten dira V potentzial-diferentzia eragiten duten eta d distantziara dauden bi xafla eroaleren arteko gunera, eta X izpiak erabiliz elektrikoki kargatzen dira. Eremu elektrikoa itzali egiten da, eta

partikula (kargaturiko olio-tanta) bakarra behatzen da. Jariakinean murgilduta egoteagatik, pairatzen duen $F_d = 6\pi R\eta v$ Stokes-en marruskadura-indarra berdinduz $\rho_p \frac{4}{3}\pi R^3 g$ pisuaren eta $\rho_f \frac{4}{3}\pi R^3 g$ bultzadaren arteko kendurarekin, R partikula esferiko bakoitzaren erradioa, η jariakinaren bisko-sitate dinamikoa, ρ_p eta ρ_f partikularen eta jariakinaren masa-dentsitateak eta $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ izanik, orduan azelerazio konstantea du. Ondorioz, partikularen erortze-abiadura $v = \frac{2}{9} \frac{\rho_p - \rho_f}{\eta} g R^2$ da. Era horretan, partikularen R erradioa kalkula daiteke, haren v abiadura ezagutuz gero. Ondoren, eremu elektrikoa abian jartzen da. Partikula kargatua xaffen arteko $E = \frac{V}{d}$ eremu elektrikoa bertikalean dagoenez, eremuaren balioa partikularen itxurazko pisuarekin (partikularen pisuaren eta desplazatutako airearen pisuaren arteko kendurarekin) orekatzeko moduan erregula daiteke. Horrenbestez, lebitazio elektriko horretan, $qE = (\rho_p - \rho_f) \frac{4}{3}\pi R^3 g$ betetzen da, q partikularen karga izanik. Era horretan, Millikan-ek olio-tanta bakoitzaren q karga kalkulatu zuen, eta ondorioztatu zuen karga kuantizatuta dagoela, hau da, kargen balio guztiak elektroien kargaren ($1.602 \cdot 10^{-19} C$ -en) anizkoitzak direla [14].



1.5. Irudia: Millikan-en esperimentuko sistema. Xaffen arteko eremu elektrikoan, kargaturiko olio-tantak lebitatzen ari dira [15].

Horrez gain, nabarmen daiteke 1933. urtean, NASA-ko laborategietan lehen lebitatzaile elektrostatikoa asmatu zela. Bertan, milimetro batzuetako diametroko lagin kargatu bat lebitatu zen hutsean, ganbera batean, berrelikadura-sistema baten bidez kontrolatutako eremu elektrostatikoa. Eremu elektrostatikoko hori bi elektrodo bertikalen artean sortua zen. Aurrerago, sistema horren kopia gehiago eraiki izan dira. Era horretan, lebitazio elektrikoari esker laginak ontzirik gabeko tekniken bitartez urtu eta solidotu daitezke.

2. Kapituluia

Lebitazio magnetikoaren oinarriak

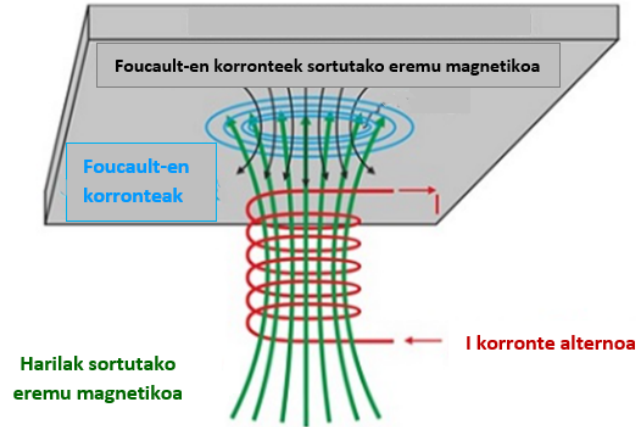
Lebitazio magnetikoa deritzo objektu bat eremu magnetikoari esker airean mantentzeari, beste objektu eta gainazalekiko inongo ukipen mekanikorik gabe. Lebitazio magnetikoaren oinarriak finkatu ahal izateko, gorputz lebitatzaileen egonkortasuneko baldintza orokorrak, haien inguruan egin diren analisi nagusiak eta garatu diren tresna matematiko espezializatuagoak aurkeztu behar dira.

2.1. Lebitazio magnetikoko sistemen osaera

Lebitazio magnetikoko oinarritzko sistemak indukzio magnetikoaren sortzaileak eta azken horren eraginpean lebitatzen duen elementuak -lagin lebitatzaileak- osatzen dituzte funtsean. Adibidez, horren harira, 3.2. atalean sakonago azalduko den Thomson-en eraztunaren sistema indukzio elektromagnetikoa oinarri duen lebitazio magnetikoaren adibidea da (sistema 3.5. a) Irudian adierazten da). Sistema horretan, ezinbestekoa da korrante alternoko sorgailu batera konektatutako harila batek inguratutako burdinazko nukleoa, eremu magnetikoaren sorburua dena. Horrez gain, beharrezkoa da aluminiozko eraztun eroale bat ere, eremu magnetiko horren eraginpean lebitatzen duena [16].

Lebitazio magnetikoko sistema eratzen duten materialen naturaren arabera, lagina beste gainazalekiko ukipenik gabe airean mantentzen duten indarrak erakarleak edo aldaratzaileak izan daitezke. Aipatutako indarrak erakarleak direnean zuzenagoa da "suspentsio" terminoa erabiltzea lebitazioaren ordez [6].

Adibide gisa, Foucault-en korranteak induzitzen dituen sistema bat hartuko dugu. Korrante alternoko sorgailu batera konektatutako harilak eta azken horretatik gertu kokatutako kuprezko xafla eroale batek osatzen dute sistema hau, 2.1. Irudian ikus daitekeen bezala. Harilak sortzen duen denborarekiko aldakorra den fluxu magnetikoari esker, Foucault-en korranteak induzitzen dira gainazal eroalean. Orduan, bi korranteen arteko aldarapen-indarrak sortzen dira eta, bi imanen polo berdinen arteko indarren moduan, xafla eroalearen lebitazio magnetikoa gertatzen da [13].



2.1. Irudia: Harilak xafla eroalean induzitutako Foucault-en korranteen eta sortutako eremu magnetikoen eskema [17].

Aitzitik, II motako supereroalea eta iman iraunkorra erabiliz gero, lebitazioa zein suspentsioa lor daitezke [6]. Beste hitz batzuetan, lor daiteke iman iraunkorra indar aldaratzaileek bultzatuta II motako supereroalearen gainean lebitatzen mantentzea, edota indar erakarleak direla medio azken horren azpian suspentsioan geratzea. Laugarren kapituluan, supereroaleen bidezko lebitazio magnetikoa azalduko da.

2.2. Lebitazioaren egonkortasuna

Gorputz lebitatzailea oreka egonkorreko posizio batetik norabideren batean distantzia txiki batez desplazatuz gero, bertara itzultzen da berriz ere. Oreka ezegonkorreko posiziotik desplazamendu txiki bat eraginez gero, ordea, azken horretatik aldentzera jotzen du. Lebitazioa darabilten aplikazioetan sarritan egonkortasuna bilatzen da eta sistema norabide edo askatasun-graduren batean ezegonkorra bada, artifizialki egonkortzeko eran arreta jarri ohi da [21].

Egonkortasunari buruz dagoen funtsezko ezagutzaren arabera [13], lebitatzen duen partikula bat espazioko $\vec{r}_0 \equiv (x_0, y_0, z_0)$ puntuan oreka egonkorrean egoteko, beharrezko bi baldintza daude. Lehena, puntu hori oreka-puntua izan behar dela adierazten duena da, matematikoki hurrengo eran idazten dena:

$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \vec{0} \quad , \quad (2.1)$$

non \vec{F} partikula lebitatzailea kokatuta dagoen indar-eremu estatikoa den.

Bigarren baldintza aurreko indarraren dibergentziaren zeinuaren bitartez egonkortasuna eskatzen datza:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}_0) < 0 \quad . \quad (2.2)$$

Kontuan izan \vec{r}_0 puntuan indarraren dibergentzia negatiboa izateak esan nahi duela eremu-lerroak bertan sartu behar direla. Horrenbestez, desplazamendu txiki batez partikula \vec{r}_0 puntutik ateratzen bada, inguruko indarrek berriro eraman behar dute partikula puntu horretara.

Kasu interesgarri bat indar-eremu kontserbakorrei zor zaien lebitazioarena da; adibidez, 2.3. atalean aipatuko den kargen arteko indar elektrostato coulombdarra kontserbakorra da. Indar kontserbakorren eraginpean, partikula lebitatzailea puntu batetik bestera eramateko egindako lana hasierako eta amaierako puntuen menpekota da eta ez du ibilbidearekiko menpekotasunik. Hortaz, $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$ eran adieraz daiteke indarra, U energia potentzialaren gradientearen bidez, eta indar-eremu hori irrotazionala da ($\vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{\nabla} \times (-\vec{\nabla}U) = \vec{0}$). Hori dela eta, partikula lebitatzailearen orekako (2.1) baldintza \vec{r}_0 puntuan energia potentzialaren bidez idatz daiteke, ondoko moduan:

$$\vec{\nabla}U(\vec{r}_0) = \vec{0} \quad . \quad (2.3)$$

Egonkortasuneko (2.2) baldintza honela idatz daiteke energia potentzialaren funtzioan:

$$\Delta U(\vec{r}_0) > 0 \quad , \quad (2.4)$$

ΔU energia potentzialaren laplacearra erabiliz, \vec{r}_0 puntua energia potentzialaren minimoa izan behar dela esan nahi duena, alegia.

Alabaina, lebitazio magnetikoaren egonkortasunaren azterketa sakonagoa egin ahal izateko, aurrerago aipatuko diren beste efektu batzuk ere kontuan izan behar dira, egonkortasunari buruzko oinarriko ezagutzaz gain. Adibidez, kontuan hartu behar da nolako portaera duen indar magnetikoak lebitatzen duen objektuaren posizioaren aldakuntzekiko [18], 2.4. atalean azalduko den moduan.

2.3. Earnshaw-en teorema eta Braunbeck-en analisisia

1842. urtean Samuel Earnshaw matematikari britainiarrak frogatu zuen karga elektriko puntualen multzo bat ezin dela oreka egonkorrean egon, elkarrekintza bakarra kargen arteko indar elektrostatoa bada. Izan ere, karga puntual baten inguruan karga puntualen multzoak sorrarazten duen energia potentzial elektrostatoa ez du minimorik aurkezten. Ondorioz, karga elektrikoaren gainean eragiten duen elkarrekintza bakarra karga elektrikoaren multzoak sortutako indar elektrostatoa bada, ezin da haren lebitazio egonkorra gertatu.

Earnshaw-en teorema jatorriz aipatutakoa bada ere, distantziaren karratuaren alderantzizkoarekiko proportzionalak diren bestelako indar-eremuetan ere aplikatzen da. Adibidez, elkarrekintza grabitazionalako potentzial newtondarrak jasaten dituzten masadun partikula puntualak daude-nean [13].

Eremu elektrostatoetako Earnshaw-en teoremaren frogapen matematikoa egiteko, har dezagun q karga puntuala eta inguruan dituen karga puntualen multzo batek beraren gain sorrarazten duen V_e potentzial elektrostatoa. Karga hutsean dagoela suposatuz, potentzialak Laplace-ren ekuazioa betetzen du karga puntualaren inguruko bolumen jakin batean (kargarik ez dagoen puntuetan):

$$\Delta V_e = 0 \quad . \quad (2.5)$$

Arestian aipatu da U energia potentzialaren minimoetan (lokalak zein absolutuak izan) gertatzen dela oreka egonkorra eta, horretarako, (2.4) betetzea beharrezkoa dela. Elkarrekintza elektrostati-koa denean, energia potentzialaren adierazpena $U_e = qV_e$ berdintzak emanda dagoenez, argi dago baldintza hori ez dela betetzen kasu honetan. Oreka egonkorra U_e -ren minimoetan gertatzen denez, $q > 0$ bada, V_e -ren minimo bat behar da horretarako. $q < 0$ bada, ordea, V_e -ren maximo bat behar da horretarako. Hortaz, V_e -k aipatutako q -ren inguruko bolumenean maximorik eta minimorik ez duela baieztatuz gero, frogatuta geratuko da espazioko esparru horretan ez dagoela oreka egonkorrik. Aurreko azterketa zuzena da dimentsio bakarreko funtzioen kasuan, baina orokorrean $V_e(x, y, z)$ aldagai anitzetako funtzioa denez, matematikoki zuzenagoa da V_e potentzial elektrostati-koaren $H(V_e)$ matrize hessiara erabiltzea V_e -ren maximo, minimo eta zeladura-puntuen analisisa gauzatzeko. Honela definitzen da $H(V_e)$:

$$H(V_e) = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \quad , \quad (2.6)$$

non $H_{ij} = \frac{\partial^2 V_e}{\partial x_i \partial x_j}$, $i, j = 1, 2, 3$ eta $x_1 = x$, $x_2 = y$ eta $x_3 = z$ diren.

$\vec{r}_0 \equiv (x_0, y_0, z_0)$ puntua V_e -ren puntu kritiko bat, hots, $\vec{\nabla} V_e(\vec{r}_0) = 0$ betetzen duena, V_e -ren maximo, minimo ala zeladura-puntua den jakiteko, $H(V_e)$ puntu horretan ebaluatu behar da eta bere λ_1 , λ_2 eta λ_3 autobalioak kalkulatu behar dira. Hiru autobalioak positiboak badira, puntu hori V_e -ren minimo bat da. Hirurak negatiboak badira, ordea, V_e -ren maximo bat dago \vec{r}_0 puntuan. Aitzitik, horietako bat edo batzuk positiboak badira eta beste batzuk negatiboak, V_e -ren zeladura-puntua dago \vec{r}_0 puntuan [19].

Frogaren gakoa aipatutako q -ren inguruko bolumenean (2.5) Laplace-ren ekuazioa bete behar dela da. Ondorioz, $H_{11} + H_{22} + H_{33} = 0$ da. Horrez gain, kontuan izan behar da $H(V_e)$ -ren aztarna $tr(H(V_e)) = H_{11} + H_{22} + H_{33}$ dela. Horrenbestez, ondoko berdintza betetzen da:

$$tr(H(V_e)) = 0 \quad . \quad (2.7)$$

Gainera, $H(V_e)$ matrize karratuaren aztarna haren autobalioen baturaren berdina da, hots, $tr(H(V_e)) = \sum_{k=1}^3 \lambda_k$. Hori dela eta, ondokoa dugu autobalioen arteko batura:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (2.8)$$

Horren ondorioz, autobalio bat edo batzuk positiboak eta besteak negatiboak izan behar dira, zeladura-puntuetan gertatzen dena, hain zuzen ere. Beraz, q -ren inguruko bolumen horretan ezin da V_e -ren maximo edo minimorik aurkitu eta hortaz, ezin da U_e -ren minimorik egon zonalde horretan.

1939. urtean Werner Braunbeck fisikari alemaniarrek lebitazio egonkorrari buruzko analisisaren hedapena gauzatu zuen. Horretarako, ikerketa eremu magnetostatikoetan kokatutako gorputz

magnetikoetara eta eremu elektrostatikoen eraginpeko gorputz dielektrikoetara zabaldu zuen. Hark frogatu zuen lebitazio egonkorra gerta daitekeela iragazkortasun erlatiboa $\mu_r < 1$ edo permitibitate erlatiboa $\varepsilon_r < 1$ duten materialek parte hartzen badute, azken horiek naturan ez dauden arren.

Izan ere, V bolumeneko eta μ_r permitibitate erlatiboko gorputz magnetiko bat \vec{H} indukzio magnetikoaren eraginpean hutsean kokatuz gero (ikus 2.2. a) Irudia), hurrengo eran idatz daiteke jasaten duen indar magnetikostatikoa [20], dipolo magnetikoen eredutik:

$$\vec{F}_m = (\vec{m} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad , \quad (2.9)$$

non \vec{m} gorputzean induzitutako momentu dipolar magnetikoa eta $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ eremu magnetikoa hutsean diren. Momentu dipolar magnetikoa \vec{M} magnetizazioaren funtzioan $\vec{m} = \int_V \vec{M} dV = \int_V \chi_m \vec{H} dV = \chi_m \vec{H} V$ eran adieraz daiteke, \vec{M} magnetizazioa eta χ_m suszeptibilitate magnetikoa erabiliz eta gorputzaren V bolumenean zehar \vec{H} uniformea dela kontsideratuz. Aurreko guztiaren ondorioz, $\vec{F}_m = (\chi_m \vec{H} \cdot \nabla) \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \chi_m \nabla (\vec{H} \cdot \vec{\nabla}) \vec{H}$ da, μ_0 hutseko iragazkortasuna izanik. Bestalde, $(\vec{H} \cdot \vec{\nabla}) \vec{H} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} H^2$ eta $\chi_m = \mu_r - 1$ direnez, ondokoa da aurreko indar magnetostatikoa:

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0 (\mu_r - 1) \nabla \vec{\nabla} H^2 \quad . \quad (2.10)$$

Gainera, $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_m = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{2} \mu_0 (\mu_r - 1) \nabla \vec{\nabla} H^2 \right) = \frac{1}{2} \mu_0 (\mu_r - 1) \nabla \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} H^2) < 0$ egonkortasun baldintza bete behar denez eta $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} H^2) > 0$ denez, $\mu_r < 1$ bete behar da. Baldintza hori material diamagnetikoen eta laugarren kapituluaren sakonago aztertuko diren material supereroaleek betetzen dute [13].

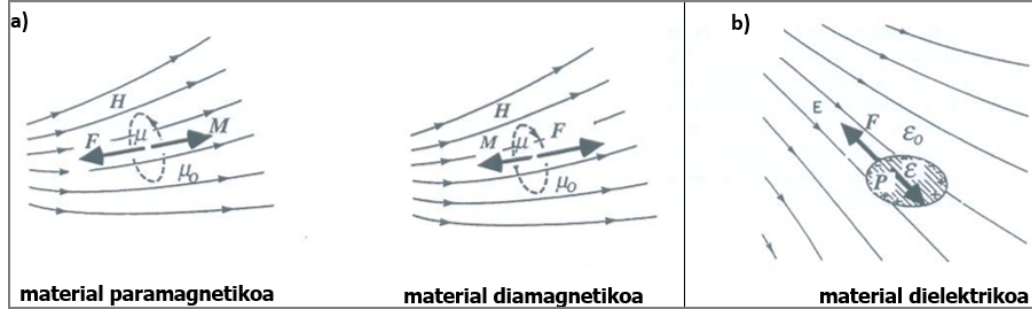
Era berean, V bolumeneko eta ε_r permitibitate erlatiboko gorputz dielektriko bat \vec{E} eremu elektrostatikoko batean hutsean kokatuz gero (ikus 2.2. b) Irudia), hauxe da dipolo elektriko moduan jasaten duen indar elektrostatikoa [20]:

$$\vec{F}_e = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} \quad , \quad (2.11)$$

\vec{p} gorputzean induzitutako momentu dipolar elektrikoaren izanik, zeina $\vec{p} = \int_V \vec{P} dV = \int_V \chi_e \vec{E} dV = \chi_e \vec{E} V$ eran adieraz daitekeen, \vec{P} polarizazio elektrikoaren eta χ_e suszeptibilitate elektrikoaren erabiliz eta gorputzaren V bolumenean zehar \vec{E} uniformea dela kontsideratuz. Aurreko guztiaren ondorioz, $\vec{F}_e = (\chi_e \vec{E} \cdot \nabla) \vec{E} = \chi_e \nabla (\vec{E} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$ da. Horrez gain, $(\vec{E} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} E^2$ eta $\chi_e = \varepsilon_r - 1$ direnez, ondokoa da aurreko indar elektrostatikoa:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{2} (\varepsilon_r - 1) \nabla \vec{\nabla} E^2 \quad . \quad (2.12)$$

Orduan, $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_e = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{2} (\varepsilon_r - 1) \nabla \vec{\nabla} E^2 \right) = \frac{1}{2} (\varepsilon_r - 1) \nabla \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} E^2) < 0$ egonkortasunerako baldintza bete behar denez eta $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} E^2) > 0$ denez, $\varepsilon_r < 1$ bete behar da. Alabaina, naturan baldintza hori betetzen duen dielektrikorik ez dagoenez, hutsean ezin da dielektriko baten lebitazioa gertatu eremu elektrostatikoko batean dagoenean [13].



2.2. Irudia: a) μ iragazkortasuneko material paramagnetikoa eta diamagnetikoa hutsean, haien gainean \vec{F} indar magnetikoa sortzen duen \vec{H} indukzio magnetikoaren eraginpean. Paramagnetikoa \vec{H} -ren norabide eta noranzko berean magnetizatzen da, \vec{M} magnetizazioarekin. Diamagnetikoa, ordea, \vec{H} -ren aurkako noranzkoan magnetizatzen da. b) ϵ permitibitatea duen material dielektrikoa hutsean, \vec{E} eremu elektrostatikoa, haren gainean \vec{F} indar elektrostatikoa sortzen duelarik eta \vec{E} -ren aurkako noranzkoan \vec{P} polarizazioa indutzen duelarik [6].

2.4. Lebitazio magnetikoaren egonkortasun estatikoa eta zurruntasun magnetikoa

Lebitazio magnetikoaren egonkortasunaren azterketa estatikoa egiteko, garrantzi handiko aztergaia da nolako portaera duen indar magnetikoaren balioak objektu lebitatzailearen kokapen espazialaren aldaketekiko. Horretarako erabiltzen da zurruntasun magnetikoa, gorputz lebitatzailearen posizioa aldatzen denean haren gain eragiten duen indar magnetikoaren aldaketa neurtzeko magnitueda dena. Zurruntasun magnetikoaren definiziorako, demagun $\vec{r}_0 \equiv (x_0, y_0, z_0)$ oreka-puntu bat dela, bertan gorputz lebitatzailearen gaineko indarra nulua delako. Halaber, demagun haren gainean grabitatearen erakarpenak eta indar magnetikoak eragiten dutela, hau da, suposa dezagun aipatutako puntuan ondoko hau dugula:

$$\vec{F}(\vec{r}_0) = m\vec{g} + \vec{F}_m(\vec{r}_0) = \vec{0} \quad , \quad (2.13)$$

non \vec{F} gorputz lebitatzailearen gaineko indar erresultantea den, $m\vec{g}$ grabitatearen ondoriozko gorputzaren pisuaren eta \vec{F}_m jasaten duen indar magnetikoaren arteko gainezarmena dena, hain zuzen ere.

F_m indar magnetikoaren moduluak posizioarekiko mendekotasuna duela suposatuz, haren Taylor-en garapena egin daiteke aipatutako oreka-puntuaren inguruan. Horrez gain, egingo den analisiak efektu ez-linealak barne hartuko ez dituzenez, gai ez-linealak arbuiatuko dira, $\vec{r} \equiv (x, y, z)$ puntuan indar magnetikoaren balio hurbildu hau lortzen delarik:

$$F_m(\vec{r}) \approx F_m(\vec{r}_0) + \left. \frac{\partial F_m}{\partial x} \right|_{\vec{r}_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial F_m}{\partial y} \right|_{\vec{r}_0} (y - y_0) + \left. \frac{\partial F_m}{\partial z} \right|_{\vec{r}_0} (z - z_0) \quad . \quad (2.14)$$

Aurreko ekuazioan lortutako $F_m(x, y, z)$ -ren adierazpen hurbildu hori erabiliko da, eta lagin lebitatzailea \vec{r}_0 puntutik \vec{r} puntura desplazatu dela suposatuko da, $\vec{u} \equiv \vec{r} - \vec{r}_0$ desplazamendua eraginez. Orduan, era honetan adierazten dira desplazamenduaren x , y eta z osagaiekin lotutako zurruntasun magnetikoko koefizienteak:

$$\kappa_i = - \left. \frac{\partial F_m}{\partial x_i} \right|_{\vec{r}_0}, \quad (2.15)$$

non x_i , $i=1,2,3$ izanik, x, y, z osagaiei dagozkien, hurrenez hurren.

Desplazamenduaren (\vec{u} -ren) osagai jakin bati dagokion zurruntasun magnetikoko koefizientea positiboa bada, osagaiaren norabide horretan lagin lebitatzailea distantzia txiki batez desplazatuz gero, jasaten duen indar magnetikoak, malguki baten indar berreskuratzaileak bezala jokatzen du, eta lagina \vec{r}_0 oreka-puntura itzularazten du. Desplazamendu-bektorearen osagai batekin lotutako zurruntasun magnetikoko koefizientea negatiboa bada, ordea, gorputz lebitatzailea \vec{r}_0 oreka-puntu horretatik osagai horren norabidean distantzia txiki batez desplazatuz gero, gorputza bertatik aldentzera jotzen du aipatutako indar magnetikoak.

Lagin lebitatzailearen gain eragiten duen indar magnetikoak orokorrean hiru osagai ditu eta hartara, desplazamendu-bektorearen hiru osagaiekin lotutako zurruntasun magnetikoak kontsidera daitezke; hortaz, ondoko eran eraiki daiteke \vec{r}_0 espazioko puntuko zurruntasun magnetikoko matrizea:

$$\kappa = \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & \kappa_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

non aurreko matrizearen osagaiak ondoko era honetan definitzen diren, F_{mi} izanik hurbilketa linealaren bidez hurbildu den indar magnetikoaren osagaiak [18]:

$$\kappa_{ij} = - \left. \frac{\partial F_{mi}}{\partial x_j} \right|_{\vec{r}_0}. \quad (2.17)$$

Zurruntasun magnetikoaren matrize hori definitu negatiboa izan behar da \vec{r}_0 puntua oreka egonkorreko puntu bat izateko.

Lagin lebitatzailearen gainean eragiten duen indar magnetikoa kontserbakorra bada, hau da, $\vec{F}_m = -\vec{\nabla}U_m$ betetzen bada, non U_m energia potentzial magnetikoa den, zurruntasun magnetikoaren matrizea simetrikoa da eta haren osagaiek ondoko propietatea betetzen dute: $\kappa_{ij} = \kappa_{ji}$. Izan

$$\text{ere, } F_{mi} = - \left. \frac{\partial U_m}{\partial x_i} \right|_{\vec{r}_0} \text{ denez, } \kappa_{ij} = - \left. \frac{\partial F_{mi}}{\partial x_j} \right|_{\vec{r}_0} = - \left. \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{\vec{r}_0} = - \left. \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_j \partial x_i} \right|_{\vec{r}_0} = \kappa_{ji}.$$

Alabaina, hainbat kasutan ez da nahikoa zurruntasun magnetikoa aztertzearekin eta, horren bestez, efektu ez-linealak eta eragin dinamikoak ere barne hartu behar dira lebitazio magnetikoko sistemaren egonkortasuna aztertzeko uanean. Esate baterako, egonkortasunaren azterketa estatikoa egiteko, indar magnetikoak objektu lebitatzailearen posizioarekiko eta orientazioarekiko duen

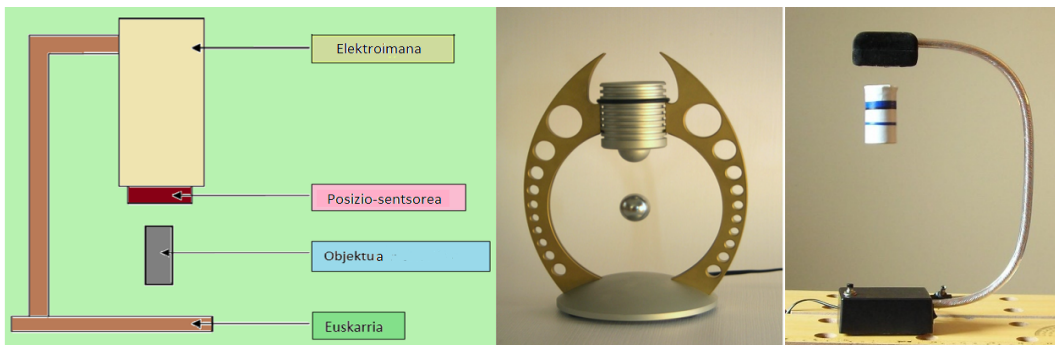
menpekotasuna aztertzea beharrezkoa dela azaldu dugu atal honetan. Egonkortasunaren azterketa dinamikoa ere egin nahi bada, ordea, ezinbestekoa da lebitatzen duen objektuaren gainean eragiten duen indar magnetikoak objektuaren abiadura linealarekiko eta abiadura angeluarrarekiko duen menpekotasuna ere kontuan hartzea [18].

3. Kapituluia

Elektroimanen bidezko suspentsioa eta indukzio elektromagnetikoa oinarri duen lebitazioa

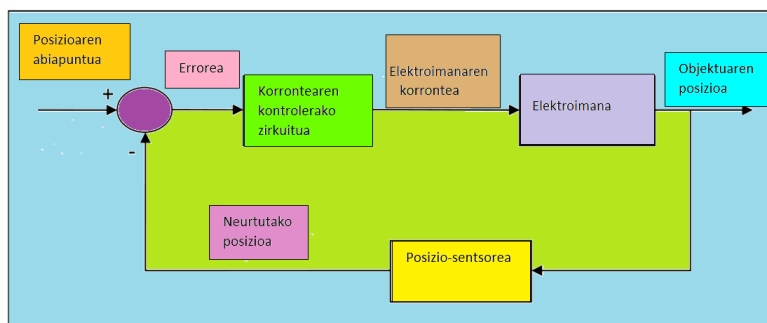
3.1. Elektroimanen bidezko suspentsioa

Elektroimanen bidezko suspentsio magnetikoan, suspentsioan mantendu nahi den objektua elektroimanaren azpian kokatu ohi da. Elektroimanak sortutako goranzko indar magnetiko erakarlea objektuaren beheranzko pisua orekatzeko modukoa izatea lortzen da. Horretarako, sistema ezegonkortzea saihesten da, imana izan daitekeen objektua indar erakarleagatik elektroimanaren behealdeari atxiki ez dakion. Helburu horrekin, elektroimaneko korrontea eta, ondorioz, indar magnetikoaren magnitudea uneoro erregulatzen duen kontrol-zirkuitu batez baliatu beharra dago. Kontrol-zirkuituak, sentzore batek aldiune bakoitzean detektatzen duen objektuaren posizioaren arabera, elektroimanean zehar beharrezko korrontea igaroarazten du, suspentsioa egonkor dadin [21]. Azaldutakoa 3.1. Irudiak deskribatzen du.



3.1. Irudia: Elektroimanaren bidezko suspentsio magnetikoko sistema: eredu fisikoaren eskema [21] (ezkerrean) eta *gadget*-en adibideak (erdian eta eskuinean).

3.2. Irudian kontrol-zirkuituaren oinarria azaltzen da:

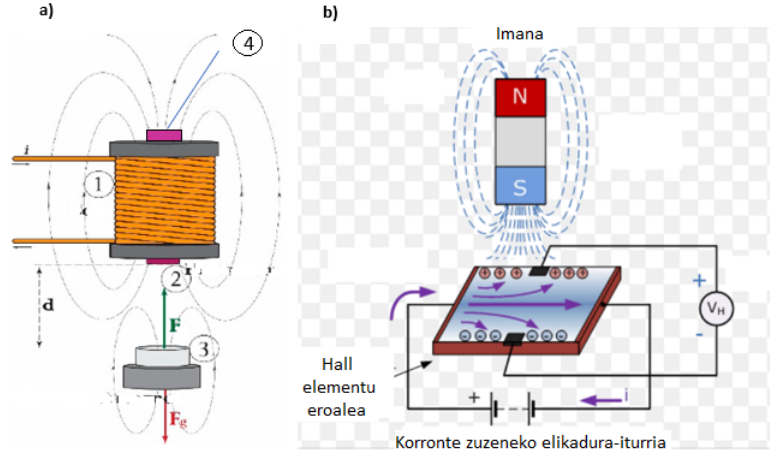


3.2. Irudia: Elektroimanaren bidezko suspentsio magnetikoko sistemaren kontrolerako antolaketaren eskema [21].

Kontrol-zirkuituak suspentsioan mantendutako objektuaren kokapenaren inguruan behar duen informazioa detektatzen duten hainbat posizio-sensore mota erabil ditzake, hala nola, sensore optikoak edota Hall efektukoak.

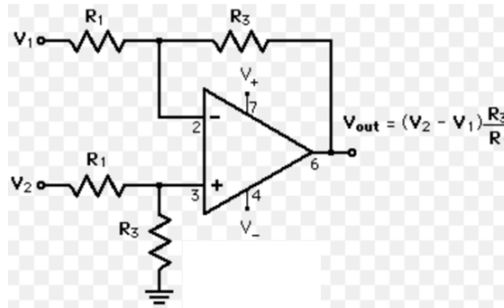
Sensore optikoak erabiltzean, argi-izpi bat bidaltzen da elektroimanaren behealdean zehar eta beste aldera iristen den argia detektatzen da sensorearen bidez. Suspentsioan dagoen objektuaren posizioaren arabera, intentsitate desberdina detektatuko du sensore optikoak. Izan ere, suspentsioan dagoen objektua elektroimanera hurbiltzen bada, orduan argitasun gutxiago jasotzen da sensorean, eta kontrol-zirkuituak korrone gutxiago pasarazten du elektroimanetik. Azken horrek sortutako indar magnetiko erakarlearen magnitudea murriztuko da orduan eta, horrenbestez, suspentsioan dagoen objektua elektroimanetik urruntzea eragingo du.

Horrez gain, Hall efektuko sensore bana koka daiteke elektroimanaren poloetan, 3.3. a) Irudian ikus daitekeen bezala. Hall efektuko sensorean, xafla eroale mehe batek korronea eroaten du. Korrone hori eremu magnetikoarekiko perpendikularra izateko moduan kokatzen da sensorean, 3.3. b) Irudian ikus daitekeen bezala. Jakina denez, i intentsitatea eroaten duen L luzerako eroale baten gainean \vec{B} eremu magnetikoak eragiten duen indar magnetikoa $\vec{F}_m = \int_L i d\vec{l} \times \vec{B}$ adierazpenak emanda dator. Ondorioz, \vec{F}_m indar magnetikoak \vec{B} -rekiko eta i -ren norabidearekiko perpendikularra den norabidean karga elektrikoak mugiaraziko ditu. Hori dela eta, \vec{E} eremu elektriko bat sortuko da \vec{F}_m -ren norabide horretan. Eremu elektrostatikoa potentzial elektrostatikoaren menpe $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ denez, Hall tentsioa [7] deritzon potentzial-diferentzia ere agertuko da norabide horretan, aplikatutako \vec{B} eremu magnetikoaren balioaren arabera dena. Ondorioz, Hall efektuko sensoreek ematen duten irteerako tentsioa eremu magnetikoaren balioaren (B -ren) arabera da. Jakina denez, elektromagnetoak sortutako indar magnetikoa dela eta, suspentsioan dagoen objektua magnetizatzen da. Horrenbestez, elektroimanaren ipar poloan kokatutako Hall efektuko sensoreak elektroimanak sortutako eremu magnetikoa detektatzen du. Hego poloan kokatutakoak, ordea, elektroimanak eragindako eremu magnetikoa zein suspentsioan dagoen objektuaren magnetizazioak sorturikoa detektatzen ditu. Objektua zenbat eta elektroimanetik distantzia txikiagora egon, orduan eta magnetizazio handiagoa izango du.



3.3. Irudia: a) Hall efektuko sentsoreak elektroimanaren polo banatan kokatuta (2 eta 4), eta elektroimanak (1) eta suspentsioan dagoen imanak (3) sortutako eremu-magnetikoen lerroak [22]. b) Hall efektuko sentsorea, i intentsitatea eroaten duen xafla eroalea erabiltzen duena. Imanak sortutako eremu magnetikoa dela eta, V_H Hall tentsioa sortzen da sentsorearen irteeran.

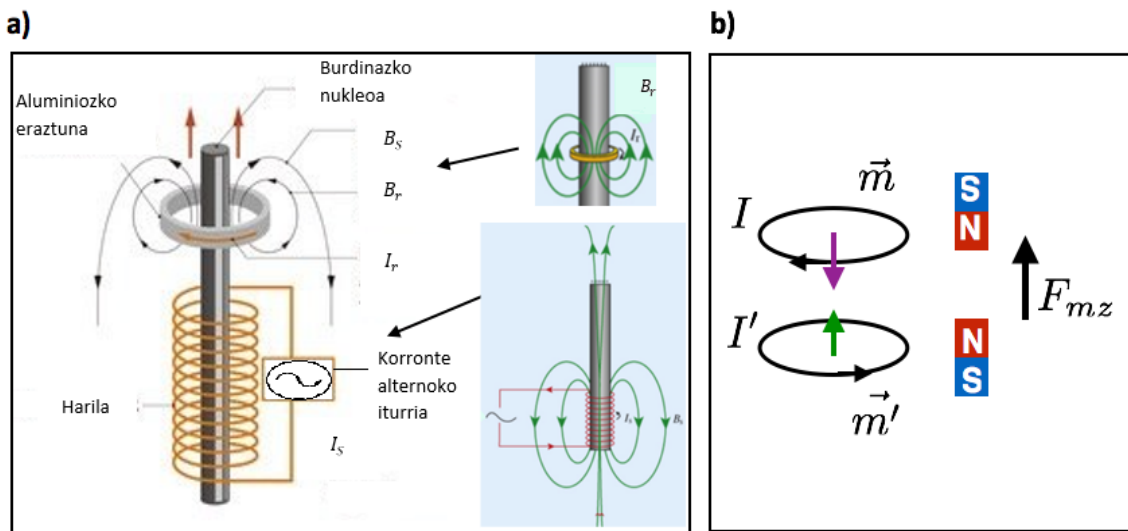
Anplifikadore operazional diferenzial baten sarrera banatara konektatzen dira Hall sentsoreak, haiek emandako irteerako tentsioak (anplifikadorearen sarrerako tentsioak, alegia) detektatzen duten eremu magnetikoaren arabera direlarik. Anplifikadore operazional diferenziala sarrerako inpedantzia handia eta irteerako inpedantzia txikia dituen anplifikadore diferenziala da. Sarrerako inpedantzia infinitua eta irteerako inpedantzia nulua kontsideratuz, 3.4. Irudiko anplifikadore operazional diferenzialaren irteerako tentsioa $v_{out} = \frac{R_3}{R_1}(v_2 - v_1)$ adierazpenak ematen du, non $v_2 - v_1$ sarrerako bi tentsioen arteko diferentzia den eta R_1 eta R_3 erresistentziak 3.4. Irudian adierazitakoak diren. Era horretan, R_1 erresistentzia baino handiagoa den R_3 erresistentzia erabiliz, seinalearen anplifikazioa lortzen da.



3.4. Irudia: Anplifikadore operazional diferenziala. Elektroimanaren ipar-poloan kokatutako Hall efektuko sentsorea eta hego-poloan kokatutakoa, v_1 eta v_2 sarreretara konektatzen dira. Anplifikatutako seinalea lortzen da kontrol-zirkuitura konektatuta dagoen v_{out} irteeran.

Anplifikadore operazional diferenzial horren irteerako tentsioak erregulatu du kontrol-zirkuitua. Suspentsioan dagoen objektua elektroimanera hurbiltzen bada, elektroimanaren hego poloan kokatutako Hall efektuko sentsoreak eremu magnetiko handiagoa detektatzen du. Ondorioz, anplifikadore diferenzialera bidaltzen duen sarrera handiagoa da, elektroimanaren ipar poloko Hall sentsoreari konektatutako anplifikadoreko sarrerak berdina izaten jarraitzen duen bitartean. Hori dela eta, anplifikadore operazional diferenzialaren irteera ere handiagoa da. Ondorioz, anplifikadorearen irteerara konektatuta dagoen kontrol-zirkuituak sarreran tentsio handiagoa jasotzen du, eta korrante gutxiago igarorarazten du elektroimanetik. Era horretan, elektroimanak sortutako indar magnetiko erakarlea murrizten da eta, ondorioz, suspentsioan dagoen objektua elektromagnetotik urruntzea lortzen da.

3.2. Indukzio elektromagnetikoa: Thomson-en eraztuna



3.5. Irudia: a) Thomson-en eraztunaren sistema, eta eremu magnetikoen eskema: harilan zeharreko I_S korranteak sortutako B_S eremu magnetikoa eta eraztunean induzitutako I_r intentsitateak sortutako B_r eremu magnetikoa [23]. b) Eratzun metalikoaren eta harilaren arteko $F_{m,z}$ indar magnetiko aldaratzaile bertikala eraztunean induzitutako I' korrantearen ondorioa da, harilako I korrantearen aurkako noranzkoa duena, Faraday eta Lenz-en legearen arabera. Polo berdinak aurrez aurre dituzten bi imanen arteko aldarapen-indar magnetikoa bezala uler daiteke.

Indukzio elektromagnetikoaren bidezko lebitazio magnetikoa aztertzearen, adibide egokia dugu Thomson-en eraztunaren sistemarena, 3.5. Irudian adierazten dena. Korrante alternoko sorgailu batera konektatuta dagoen eta barnean burdinazko nukleo ferromagnetikoa duen harilaren bidez kanpo-eremu magnetiko bat sortzen da. Azken horren eraginpean, harilaren gainean kokatuta dagoen aluminiozko eraztuna lebitatzen jartzen da. Atal honetan, teorikoki egiaztatuko da eraztuna kanpo-eremu magnetiko horretan lebitatzen mantentzen duen indar magnetiko bertikal aldaratzaile-

learen jatorri fisikoa, jarraian ondorioztatuko den desfase-ekarpenarekin lotuta dagoena.

Azterketa bi eratarata gauza daiteke: Ereku osoak erabiliz, hots, eraztunaren presentziaren peko magnitudeak kontsideratuz; zein kanpoko eremuak erabiliz, hau da, harilako magnitudeak eta eraztunekoak bananduta adieraziz [16]. Jarraian, eremu osoen bidezko azterketa egingo da ¹, eraztunaren gaineko batez besteko indar magnetiko bertikala kalkulatzeko.

Barnean burdinazko nukleoa duen harilak, korrante alternoko elikadura-iturri batera konektatuta egonik, korrantea erosten duenez, eraztunean zehar eremu magnetikoaren fluxu aldakorra eragiten du. Hurrengo eran adieraz daiteke solenoidetik z altuerara egongo litzatekeen r erradioko alegiazko azalera zirkular batean zeharreko fluxu magnetiko sinusoidala:

$$\widehat{\Phi}_m(z, t) = \widehat{\Phi}_{m0}(z) \cos(\omega t - \widehat{\theta}(z)) \quad , \quad (3.1)$$

non $\widehat{\Phi}_{m0}(z)$ anplitudea, ω maiztasun angeluarra eta $\widehat{\theta}(z)$ hasierako fasea diren. Adierazpen horretan, barne hartzen da harilan zeharreko intentsitateak haren magnetizazioarekin (burdinazko nukleoak eragindakoa) eta Foucault-en korrante parasitoekin batera sortzen den eremu magnetikoaren fluxua. Horrez gain, barne hartzen da eraztunean induzitutako intentsitateak haren magnetizazioarekin (burdinazko nukleoagatik) eta Foucault-en korrante parasitoekin batera emandako fluxu magnetikoaren ekarpena ere.

Faraday eta Lenz-en legea dela eta, ondoko indar elektroeragilea induzitzen da eraztunean eremu magnetikoaren fluxuaren aldakuntzatik:

$$\widehat{\varepsilon}(z, t) = -\frac{d\widehat{\Phi}_m}{dt} = \widehat{\varepsilon}_0(z) \sin(\omega t - \widehat{\theta}(z)) \quad , \quad (3.2)$$

non $\widehat{\varepsilon}_0(z) = \omega \widehat{\Phi}_{m0}(z)$ den.

Bestalde, hau da $z = Z$ altueran kokatutako eraztunean induzitutako korrantea:

$$I = \frac{\widehat{\varepsilon}(Z, t)}{R} = \frac{\widehat{\varepsilon}_0(Z) \sin(\omega t - \widehat{\theta}(Z))}{R} \quad , \quad (3.3)$$

R aluminiozko eraztunaren erresistentzia izanik.

Eraztunaren erradioa r izanik, Gauss-en legea eremu magnetikorako S gainazal itxi batean $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ denez, eraztunean zeharreko fluxu magnetikoa eraztuna inguratuko lukeen alegiazko gainazal itxi zilindrikoaren goiko eta beheko oinarrietan zehar igarotzen den fluxuaren eta zilindroaren alboetako fluxuaren arteko batura dela kontuan hartuz,

$$\widehat{\Phi}_m(Z + dz) - \widehat{\Phi}_m(Z) + B_h 2\pi r dz = 0 \quad (3.4)$$

idatz daiteke, B_h eremu magnetikoari dagokion osagai horizontala, r eraztunaren erradioa eta dz haren altuera (eraztunaren zabalera norabide bertikalean) izanik. Hortaz, diferentzia finituetako

¹Hurrengo garapen matematikoetan, " \sim " zeinua erabiliko da eraztunaren presentziaren peko magnitudeak adierazteko, eta garanzko fluxua positibotzat hartuko da.

lehen deribaturako aurreranzko formula erabiliz, zeinaren arabera $\frac{\widehat{\Phi}_m(Z+dz)-\widehat{\Phi}_m(Z)}{dz} = \frac{\partial \widehat{\Phi}_m}{\partial z} \Big|_{z=Z}$ den, hurrengo moduan adieraz daiteke eremu magnetikoaren osagai horizontala eraztunaren altueran:

$$B_h|_{z=Z} = \frac{-1}{2\pi r} \frac{\partial \widehat{\Phi}_m}{\partial z} \Big|_{z=Z} = \frac{-1}{2\pi r} \left(\frac{\partial \widehat{\Phi}_{m0}}{\partial z} \Big|_{z=Z} \cos(\omega t - \widehat{\theta}(Z)) + \widehat{\Phi}_{m0}(Z) \frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial z} \Big|_{z=Z} \sin(\omega t - \widehat{\theta}(Z)) \right). \quad (3.5)$$

Kontuan harturik I intentsitatea garraiatzen duen L luzerako eroale baten gainean \vec{B} eremu magnetikoak eragiten duen indar magnetikoa $\vec{F}_m = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$ adierazpenak emanda datorrela, ondokoa da eraztunaren gaineko indarraren osagai bertikala:

$$F_{mz} = -I2\pi r B_h = \frac{\widehat{\varepsilon}_0(Z)}{\omega R} \frac{\partial \widehat{\varepsilon}_0}{\partial z} \Big|_{z=Z} \sin(\omega t - \widehat{\theta}(Z)) \cos(\omega t - \widehat{\theta}(Z)) + \frac{\widehat{\varepsilon}_0^2(Z)}{\omega R} \sin^2(\omega t - \widehat{\theta}(Z)) \frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial z} \Big|_{z=Z}. \quad (3.6)$$

Ondorioz, hauxe da batez besteko indar magnetikoaren osagai bertikalaren denbora-batezbestekoa, eremu osoak erabiliz:

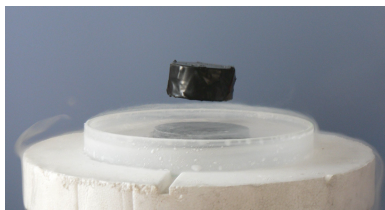
$$\langle F_{mz} \rangle = \frac{\widehat{\varepsilon}_0^2(Z)}{2\omega R} \frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial z} \Big|_{z=Z}. \quad (3.7)$$

Konturatu $\frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial z} \neq 0$ izan behar dela indar magnetikoaren osagai bertikala positiboa izan dadin, eraztunaren pisuari aurka egin ahal izateko aukera izan dezan [16]. Lebitatzeko, indarrak berdindu behar dira (indar magnetiko bertikala zehazki pisua orekatzeko modukoa izan behar da), hau da, $F_{mz} = mg$ bete behar da, parametroak kontrolatuz lor daitekeena.

4. Kapituluia

Lebitazio magnetikoa supereroaleetan

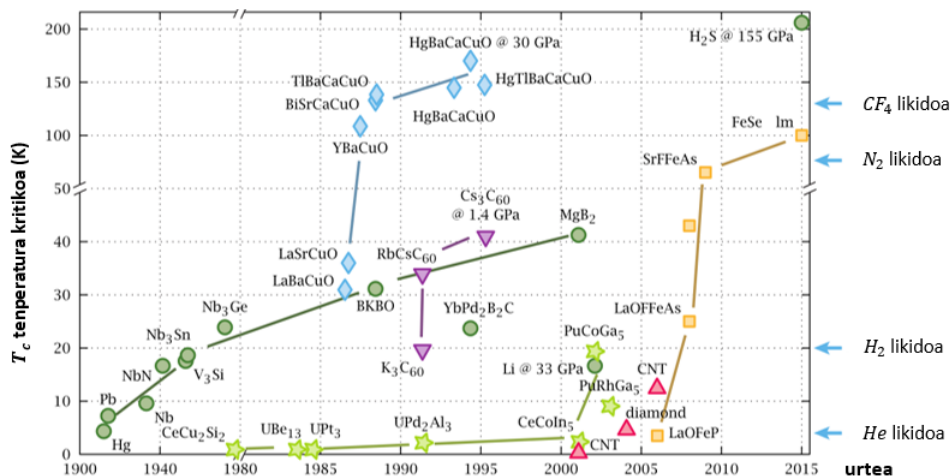
4.1. Sarrera: supereroaleak



4.1. Irudia: Imanaren lebitazioa nitrogeno likidoaren bidez hoztu den temperatura altuko supereroalearen gainean [24].

Zenbait materialek aurkezten duten supereroankortasuna temperatura kritiko jakin batetik behera hozten direnean, euren erresistibitatea bat-batean eta bortizki jaistean datza. Kammerlingh Onnes fisikariak behatu zuen lehen aldiz, 1911. urtean, helio likidoa erabiliz hoztu zuen merkurioaren erresistibitatea, temperatura jakin batean berehala zerora jaisten zela antzeman zuenean [25]. Hiru hamarkada beranduago, 1945. urtean, Arkadiev-ek esperimentalki frogatu zuen iman iraunkorrak supereroaleen gainean lebitatzen mantentzeko daitezkeela. Alabaina, baldintza termiko egokiak lortzea zaila zen garai hartan, materialak hidrogeno likidoarekin hoztu behar baitziren horretarako, ordura arte ezagunak ziren supereroaleek oso temperatura kritiko txikiak zeuzkatelako. Hau aldatu zen 1986. urtean, supereroaleen gaineko interesa berpiztu zenean, Bednorz eta Müller-ek temperatura altuko lehen supereroalea (*LBCO*), $35K$ -etik behera supereroalea dena, aurkitu zutenean. Hilabete batzuk geroago, Paul Chu-k eta haren lankideek $YBa_2Cu_3O_7$ temperatura altuko supereroalea aurkitu zuten, $93K$ -eko temperatura kritikoa duena. Temperatura altuko supereroaleek (horietako asko nitrogeno likidoarekin hoztuz supereroaleak direlarik, $77K$ -eko temperaturan) onura ugari ekarri zituzten, nitrogeno likidoa ordura arte supereroaleak hozteko erabiltzen zen helio likidoa ($4.2K$ -etik

behera aurki daitekeena) baino maneigarriagoa delako, errazago eskura daitekeelako eta merkeagoa delako. Temperatura altuko supereroaleen aurkikuntzari esker, 4.2. irudian ikus daitekeen bezala, 1986. urtetik aurrera aurkitutako supereroaleen temperatura kritikoak nabarmen handiagoak dira, horietako hainbat kupre oxidozko konposatuak direlarik.



4.2. Irudia: Supereroaleen aurkikuntzak urteetan zehar, euren temperatura kritikoekin batera. Horrez gain, material bakoitza supereroalea izateko helio (He) likidoa, hidrogeno (H_2) likidoa, nitrogeno (N_2) likidoa edo tetrafluorometano (CF_4) likidoa erabil daitekeen ikus daiteke [26].

Temperatura altuko supereroaleekiko zientzialarien interesaren adibidea dugu 1988. urtean E. A. Early-k eta bere lankideek iman iraunkorren lebitazioa espermentalki frogatu zutela $77K$ -etan. $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ ($\delta \approx 0.2$) temperatura altuko supereroalezko disko lau baten gainean $SmC0_2$ konposatuaz egindako iman iraunkor bat lebitatzen mantendu zuten, hain zuzen ere [27].

4.2. Material diamagnetikoen lebitazioa

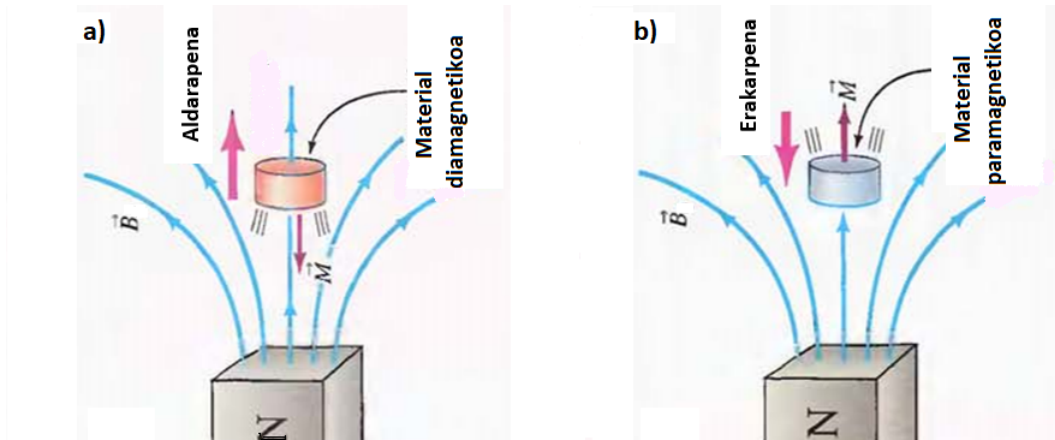
Material arrunt ugari, hala nola, ura, egurra, landareak, animaliak eta diamanteak, normalean ez-magnetikotzat hartzen dira, baina ahulki diamagnetikoak dira. Bide honetan, aipatzekoa da eremu magnetiko indartsuek material diamagnetikoak aldaratzen dituztela. Izan ere, material diamagnetikoetako elektroiek euren orbitak berrantolatzen dituzte, kanpo-eremu magnetikoaren aurkako korrante iraunkorrak sortuz. Material diamagnetiko indartsuenak grafitoa eta bismutoa dira [28]. 4.3. Irudian grafitoaren lebitazioa erakutsi da.



4.3. Irudia: Grafitozko xafila mehea iman iraunkorrek sortutako eremu magnetikoan lebitatzen.

Tenperatura kritikotik behera, supereroaleak diamagnetiko perfektuak dira. Honek esan nahi du euren barnean eremu magnetikoa $\vec{B} = \vec{0}$ dela, eta barneko eremu magnetikoa $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ denez, \vec{H} aplikatutako indukzio magnetikoa eta \vec{M} materialaren magnetizazioa izanik, orduan $\vec{M} = -\vec{H}$ dela. Ondorioz, euren suszeptibilitate magnetikoa $\chi_m = -1$ da. Kontuan izan diamagnetikoen $\mu_r < 1$ iragazkortasun erlatiboa dutela, eta suszeptibilitate magnetikoa $\chi_m = \mu_r - 1$ moduan definitzen denez, euren suszeptibilitate magnetikoa negatiboa dela. 2.3. atalean, Braunbeck-en analisisa azaltzean, eremu magnetostatikoetan kokatutako diamagnetikoen lebitazio egonkorren frogapenaren berri eman da eta jarraian, azalpen fisikoa emango da.

Kanpo-eremu magnetiko batean daudenean, material paramagnetiko eta ferromagnetikoetan eremuaren norabide eta noranzko bereko momentu magnetikoa sortzen da, 4.4. b) Irudian ikus daitekeen moduan. Hori dela eta, material paramagnetikoak eremu magnetikoa handitu egiten du bere inguruan, eta imanek sortzen dion indarra erakarlea da. Beste hitz batzuetan, iman baten ipar polo magnetikoa material paramagnetiko baten aurrean kokatzean, imanetik gertuen dagoen laginaren aldean ipar poloa duen iman baten baliokidea da paramagnetikoa. Horregatik, paramagnetikoak ezin lebita dezake imanaren gainean, harengatik erakarria izango delako. Material diamagnetikoen, ordea, eremuaren aurkako noranzkoko momentu magnetikoa sortzen da, 4.4. a) Irudian ikus daitekeen moduan. Ondorioz, material diamagnetikoak eremu magnetikoa ahuldu egiten du bere inguruan, eta sortzen duen indarra aldaratzailea da [20]. Beste hitzetan, magneto baten ipar polo material diamagnetiko baten aurrean kokatzean, imanetik gertuen dagoen laginaren aldean hego poloa duen iman baten baliokidea da diamagnetikoa. Hori dela eta, diamagnetikoen pisuari aurre egiten dion indar magnetiko aldaratzaileari esker, diamagnetikoak imanaren gainean lebita dezakeke, 2.3. atalean azaldu den bezala. Hala ere, iman indartsuak behar dira eta lebitazio-altuera txikia izaten da, 4.3. irudian ikus daitekeen bezala.

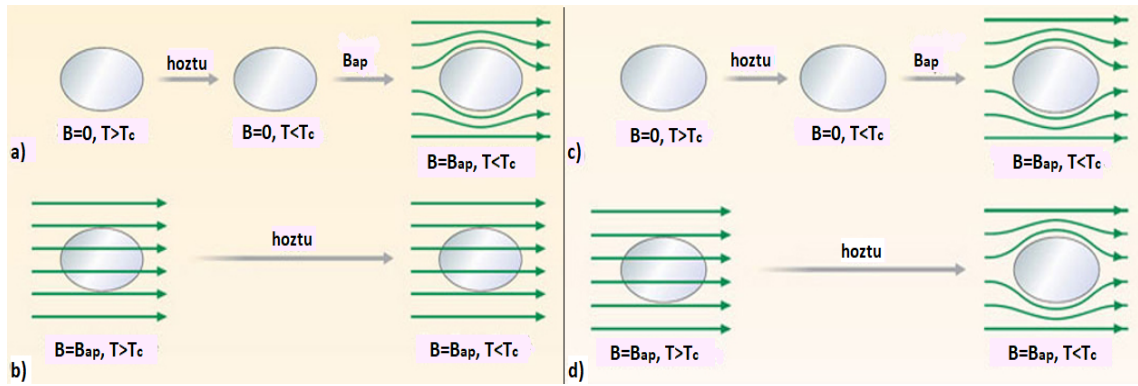


4.4. Irudia: a) Material diamagnetikoa imanaren gainean lebitatzen, imanek sortutako \vec{B} eremu magnetikoaren aurkako noranzkoko \vec{M} magnetizazioa duelarik. b) Material paramagnetikoa imanaren gainean, imanek sortutako \vec{B} eremu magnetikoaren noranzko bereko \vec{M} magnetizazioa duelarik eta lebitazioa ezin gerta daitekeelarik [7].

4.3. Supereroaleen Meissner efektua

Iman bat eroale arrunt baten gainean kokatzean, eroalea perfektua ez bada, imanak sortutako eremu magnetikoa desagertzera joko duten korrante parasitoak induzitzen ditu eroalean. Induzitutako korrante parasitoek kanpo-eremu magnetikoaren aurkako noranzkoko eremu magnetikoa sortzen dute, Faraday eta Lenz-en legearen arabera. Alabaina, imana gradualki jaisten joango da, eroalean induzitutako korrante parasitoak desagertzen joatearekin batera, fluxu magnetikoa gradualki eroalean sartzen joango delako. Ondorioz, imana ez da eroale arruntaren gainean lebitatzen mantenduko.

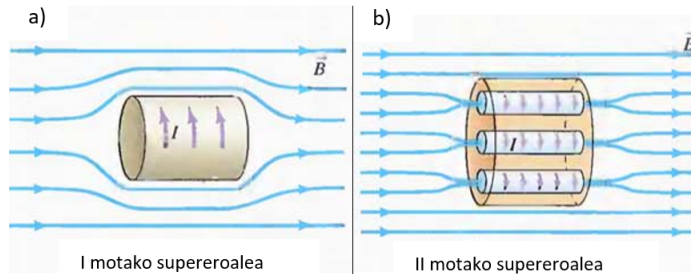
1933. urtean, Walter Meissner eta Robert Ochsenfeld fisikariek tenperatura kritikoaren azpitik hoztutako eztañu eta berun laginen kanpoaldeko fluxu magnetikoaren banaketa aztertu zuten tenperatura desberdinetarako, kanpo-eremu magnetikoen eraginpean. Eztañua, beruna eta merkurioa bezalako oinarritzko metal gehienak, niobioa izan ezik, I motako supereroaleak dira. Euren tenperatura balio kritiko jakin bat baino handiagoa denean ($T > T_c$), eremu magnetikoaren lerroak haien barnean sartzen dira, egoera eroale arruntean egoteagatik. $T < T_c$ tenperaturara hozten direnean, ordea, erresistibitate nulua izateaz gain, Meissner efektua aurkezten dute, hau da, eremu magnetikoaren lerroak barnetik kanporatzen dituzte. Material bat supereroalea edo eroale perfektua den bereizteko, iman bat koka daiteke materialaren gainean eta, ondoren, materiala T_c -tik behera hoztu daiteke. Materiala eroale perfektua bada, imana haren gainean geratuko da; materiala supereroalea bada, ordea, imana altxatu egingo da eta haren gainean lebitatzen mantenduko da. 4.5. Irudian, eroale perfektuaren eta supereroalearen kanpo-eremu magnetikoarekiko konportamoldeak alderatzen dira, tenperaturaren arabera.



4.5. Irudia: a) T_c tenperatura kritikotik behera hoztu ondoren, B_{ap} kanpo-eremu magnetikoa aplikatzean, eroale perfektuaren barnean eremu magnetikoa nulua da, bere barnean fluxu magnetikoa konstante matentzeko (Faraday eta Lenz-en legeagatik) korrante iraunkorrak induzitzen direlarik. b) B_{ap} aplikatu ondoren, T_c -tik behera hoztean, eroale perfektuak bere barnean fluxu magnetikoa konstantea mantentzen du, eremu magnetikoa bere barnean sartzen delarik. c) T_c -tik behera hoztu ondoren, B_{ap} aplikatzean, supereroalearen barnean, eroale perfektuen modura, eremu magnetikoa nulua da. d) B_{ap} aplikatu ondoren, T_c -tik behera hoztean, supereroaleak Meissner efektua aurkezten du, eremu magnetikoa bere barnetik kanporatuz [29].

Temperatura kritikotik behera hoztean, kanpo-eremu magnetikoari aurka egiteko moduko eremu magnetikoa sortzen duten korrante supereroaleak induzitzen ditu kanpo-eremu magnetikoak supereroaleen gainazalean (ikus 4.6. a) Irudia). Ondorioz, Meissner efektuari esker, iman iraunkorren lebitazioa gerta daiteke I motako supereroaleen gainean. Bide honetan, aipatzekoa da eremu magnetiko osoa (kanpo-eremu magnetikoaren eta superkorranteek sortutako eremu magnetikoaren arteko batura) ez dela era ez-jarraituan eta bat-batean zerora jaisten supereroalearen barnean. Izan ere, supereroalearen gainazaletik λ_L London-en sarkorpen-distantzian zehar ($50nm - 500nm$ -ko sakoneran) gradualki jaisten da eremu magnetikoa [30]. λ_L distantziara, eremu magnetikoa supereroalearen barnean, kanpo-eremu magnetikoa baino e aldiz txikiagoa da, hain zuzen ere.

1935. urtean, Lev Shubnikov eta Rjabinin fisikariek II motako supereroaleak esperimentalki aintzatetsi zituzten, $PbTl_2$ aleazioak bi eremu magnetiko kritiko dituela behatu zutenean. II motako supereroaleak dira aleazio gehienak, niobioa, banadioa eta oxido supereroaleak. Euren temperatura balio kritiko jakin bat baino handiagoa denean ($T > T_c$), eroale arrunten egoeran daudenez, eremu magnetikoaren lerroak haien barnean sartzen dira. $T < T_c$ temperaturara hozten direnean eta bi balio kritikoren arteko indukzio magnetikoaren eraginpean kokatzen direnean ($H_{c1} < H < H_{c2}$), eremu magnetikoa Abrikosov-en bortizeak deritzen fluxu magnetikoaren unitate kuantizatueta sartzen da (ikus 4.6. b) Irudia). Bortize horiek $\phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-7} G \cdot cm^2$ -ko fluxu magnetikoa sortzen duten superkorrantei dagozkie, $1G = 10^{-4} tesla$ izanik. Egoera horretan, imanen lebitazioa zein suspentsioa gerta daitezke II motako supereroaleen gainean. $T < T_c$ temperaturara hozten direnean eta kanpo-indukzio magnetikoa $H < H_{c1}$ denean, erresistibitate nulua izateaz gain, Meissner efektua aurkezten dute, hau da, eremu magnetikoaren lerroak kanporatzen dituzte. Meissner efektuari esker ere, iman iraunkorren lebitazioa gerta daiteke II motako supereroaleen gainean.



4.6. Irudia: a) I motako supereroalea \vec{B} kanpo-eremu magnetikoan. T_c temperatura kritikotik behera hoztean, eremu magnetikoaren lerroak kanporatzen ditu bere barnean. b) II motako supereroalea \vec{B} kanpo-eremu magnetikoan. T_{c1} eta T_{c2} temperatura kritikoen artean hoztean, eremu magnetikoaren fluxua bortize izenekoko eskualde finkoetan konfinatuta geratzen da [7].

Laburbilduz, imana ezin da eroale arruntaren gainean lebitatzen mantendu, fluxu magnetikoa gradualki eroale barnera sartzen delako. I motako supereroalea $T < T_c$ tik behera hoztean, supereroaleak Meissner efektua aurkezten du, eremu magnetikoko lerroak bere barnean kanporatzen ditu eta imanaren gainean lebita dezake. Imana II motako supereroalearen aurrean gainean kokatzean, $T < T_c$ eta $H_{c1} < H < H_{c2}$ betetzen denean, fluxu magnetikoa supereroalearen bortizeetan mugatuta dago, eta haren gainean lebita dezake.

Adibide gisa, har dezagun supereroale baten gainean bertikalki orientaturik hutsean muga-gainazaletik h altuera ezezagunean lebitatzen ari den M masadun imana, eta kalkula dezagun lebitazio-altuera [30]. Imana $\vec{m} = m\hat{k}$ momentu dipolar magnetikoako dipolo gisa tratatuz, \hat{k} izanik z norabide bertikaleko bektore unitarioa, orduan supereroaleak muga-gainazalarekiko simetrikoki kokatutako $\vec{m}' = -\vec{m} = -m\hat{k}$ momentu dipolar magnetikoko dipolo baten moduan jokatzen du ². 4.7. a) eta b) Irudietan ikus daitezke kontsideratutako egoera eta problema baliokidea, hurrenez hurren. Jatorria \vec{m}' dipolo-irudian kokatuz, oinarriko elektromagnetismoko ezagutzaren arabera, \vec{m}' dipoloak \vec{r} puntuan sortutako eremu magnetikoa honako hau da:

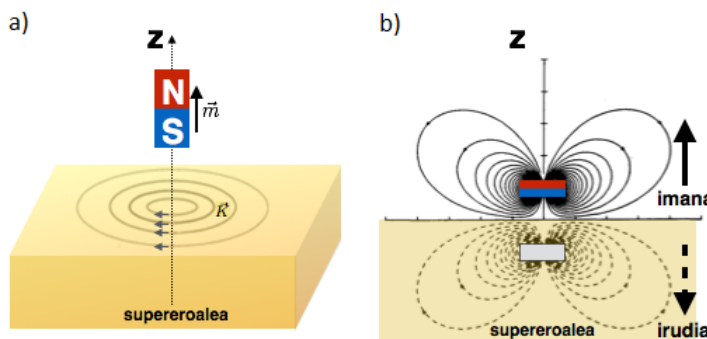
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\vec{r}(\vec{m}' \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{m}'}{r^3} \right), \quad (4.1)$$

μ_0 hutseko iragazkortasuna izanik. Horrenbestez, adierazpen hori $\vec{r} = z\hat{k}$ puntuan ebaluatuz gero, $\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m'}{z^3} \hat{k}$ lortzen da, z bi dipoloen arteko distantzia izanik. Orain, kasu estatikoa kontsideratuz, \vec{m} dipoloaren gaineko indar magnetikoa $\vec{F}_m = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B}$ adierazpenak emanda dator. Ondorioz, $\vec{m} = m\hat{k}$ dela kontuan hartuz, honako hau dugu \vec{m} dipoloaren gainean supereroaleak eragindako indar magnetikoa:

$$\vec{F}_m = m \frac{dB_z}{dz} \hat{k} \Big|_{z=2h} \hat{k} = 3 \frac{\mu_0 m m'}{2\pi z^4} \Big|_{z=2h} \hat{k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3m^2}{8h^4} \hat{k} \quad (4.2)$$

Imana oreka-posizioan lebitatzeko, $F_m = Mg$ bete behar da. Berdintza horretatik, imanaren lebitazio-altuera ondoko hau izan behar dela lortzen da.

$$h = \left[\frac{3\mu_0 m^2}{32\pi Mg} \right]^{1/4} \quad (4.3)$$



4.7. Irudia: a) Imana supereroalearen gainean lebitatzen, \vec{K} gainazaleko korronea induitzen duelarik. b) Imana supereroalearen gainean eta supereroalearen ingurunean kokatutako iman-irudia, eta eremu magnetikoaren lerroak. Imanaren eremu-lerroak lerro jarraien bidez adierazi dira, eta iman-irudiarenak, ordea, lerro etenen bidez.

²5.4. atalean, problema honen orokorpena aztertuko da sakonki, kontsideratuz dipolo magnetikoa z ardatzarekiko θ orientazioarekin μ_1 iragazkortasuneko ingurune batean kokatuta dagoela eta haren azpiko ingurunea μ_2 iragazkortasuneko material orokorra dela.

5. Kapituluia

Lebitazio elektrikoa eta magnetikoa metamaterialetan

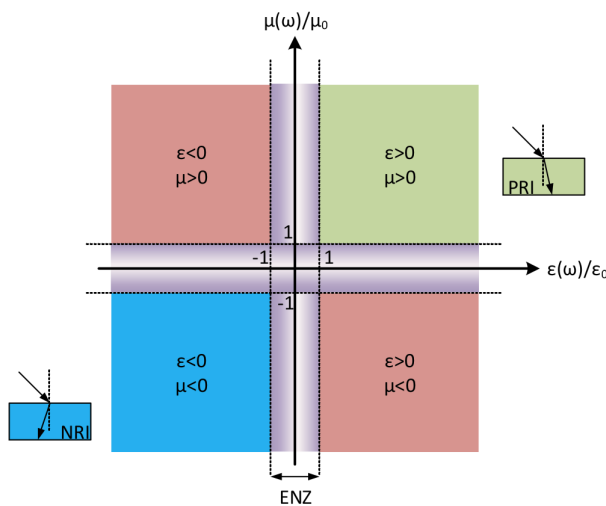
5.1. Sarrera: metamaterialak

Ingurune jakin bati dagozkion ε permitibitateak eta μ iragazkortasunak uhin elektromagnetikoen hedapena zehazten dute bertan. Ingurune isotropo jakin batean sakabanaketa eta galerak kontuan hartuz gero, permitibitatea eta iragazkortasuna zenbaki konplexuak dira. Beste hitzetan, $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$ eta $\mu(\omega) = \mu'(\omega) + i\mu''(\omega)$ dira, i unitate irudikaria, ω maiztasuna, ε' eta ε'' permitibitatearen alde erreala eta irudikaria, eta μ' eta μ'' iragazkortasunaren alde erreala eta irudikaria izanik. Halaber, aipatu behar da permitibitatearen eta iragazkortasunaren maiztasunarekiko mendekotasunak sakabanaketa eta horien alde irudikariek ingurunean barrena ematen diren galerak adierazten dituztela. Ondorioz, $n^2 = \varepsilon\mu$ denez, n errefrakzio-indizea izanik, ezaugarri honen baldintzatzen du uhin elektromagnetikoen hedapena ingurune jakin batean. Galerak kontuan hartzen ez badira, ε eta μ errealtzat har daitezke.

Horren harira, Moskuko P. N. Lebedev Fisikako Institutuan lan egiten zuen V. G. Veselago fisikariak 1964. urtean aldiberean $\varepsilon < 0$ eta $\mu < 0$ ezaugarriek karakteriza zitzaketen inguruneen bideragarritasuna aztertu zuen [3]. Hark ondorioztatu zuen Maxwell-en ekuazioek horrelako inguruneak baimentzen dituztela. Halaber, uhin elektromagnetiko lauak triedro zuzen bat osatzen duten \vec{E} eremu elektrikoak, \vec{H} indukzio magnetikoak eta \vec{S} Poynting-en bektoreak ezaugarritzen badituzte ere, Veselago-k ikertutako ingurune berezi horietan hedatzen diren uhin elektromagnetiko lauen \vec{k} uhin-bektoreak eta \vec{S} -k aurkako noranzkoak dituztela ondorioztatu zuen. Kontuan izan \vec{k} -ren norabide eta noranzkoak uhinaren fase-abiaduraren norabide eta noranzkoa ematen dituela eta \vec{S} -renak energiaren fluxuarenak.

Veselago-k ondorioztatu zuen propietate hori, \vec{k} eta \vec{S} antiparaleloak izatea, alegia, ez da naturako ohiko inguruneetan gertatzen. Propietate horren zergatia $n = \pm\sqrt{\mu\varepsilon}$ definizioeko erroan adar negatiboa hartuz lortzen den ingurunearen errefrakzio-indizea negatiboa izatean datza. Horretarako, aldiberean $\varepsilon < 0$ permitibitate negatiboak eta $\mu < 0$ iragazkortasun negatiboak ezaugarrituta egon behar da ingurune materiala. Horrelako propietateak dituzten material bereziak ez dira na-

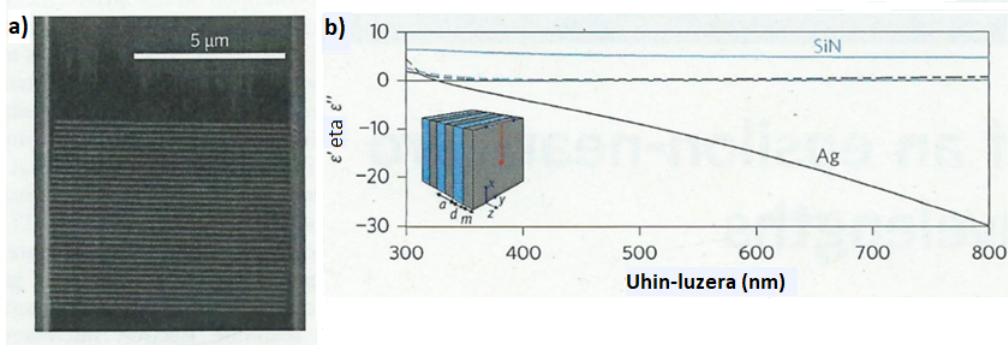
turan agertzen, konposatu artifizialak dira eta metamaterialak deritze. MTM laburduraren bidez ere ezagunak dira, "meta" aurrizkiak grekeraz "haratago" esan nahi duelarik. Era horretan, naturan eskuragarri diren haratago dauden propietate elektromagnetikoak aurkezten dituzten materialak direla adierazten da. Adibidez, uhin elektromagnetiko lau batek material dielektriko arrunt baten eta errefrakzio-indize negatiboko metamaterial baten arteko interfazea erasotzean, errefrakzio negatiboa gertatzen da [31]. 5.1. Irudian ikus daitezke errefrakzio negatiboa eta errefrakzio arrunta, iragazkortasunaren eta permitibitatearen arteko konbinazio ezberdinak dituzten materialen eskema batekin batera.



5.1. Irudia: Permitibitate eta iragazkortasunaren balioen konbinazioak, PRI (positive-refractive-index) errefrakzio-indize positiboko, NRI (negative-refractive-index) errefrakzio-indize negatiboko eta ENZ (epsilon-near-zero) zerotik gertuko permitibitateko materialak barne. PRI-etan errefrakzio arrunta gertatzen da eta NRI-etan, ordea, errefrakzio negatiboa deritzona [32].

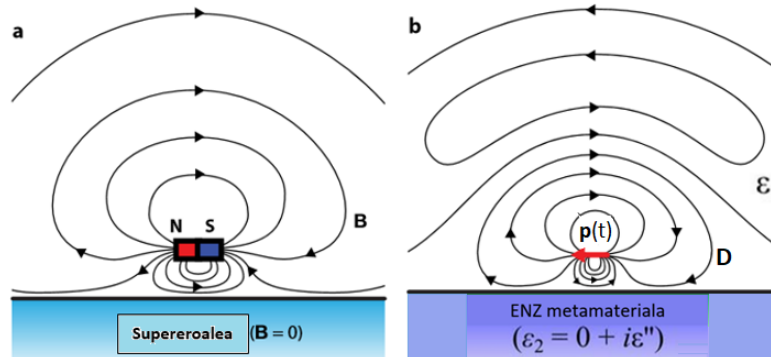
Beste metamaterial bereziak ENZ (epsilon-near-zero) metamaterialak dira, permitibitateko atal erreale oso txikia aurkezten dutenak, hots, $\epsilon'_r = \frac{\epsilon'}{\epsilon_0} \approx 0$ permitibitate erlatiboak ezaugarritutakoak, ϵ_0 hutseango permitibitatea izanik. 5.2. Irudian xafra anitzeko Ag/SiN-zko ENZ metamaterial baten permitibitatearen uhin-luzerarekiko menpekotasuna ikus daiteke.

ENZ metamaterialak garrantzitsuak dira lebitazioaren ikuspegitik, supereroaleek eremu magnetikoarekin duten portaeraren antzeko konportamoldea aurkezten dutelako eremu elektrikoarekin, hura kanporatuz. Horrenbestez, dipolo elektriko puntual bat horrelako metamaterial baten gainazalaren gainean lebitatzen mantentzeko frogatu da [5]. Izan ere, metamaterialak dipoloaren pisua oreka dezakeen goranzko indar elektriko aldaratzailea eragiten du azken horren gain, lebitazio elektrikoa ahalbidetuz.



5.2. Irudia: a) ENZ metamaterialaren egituraren goitikako ikuspegia, mikroskopio elektronikoaren bidez lortutakoa. *Ag* eta *SiN* geruzak banda argitsuak eta ilunak dira, $110nm$ -ko eta $130nm$ -ko lodierak dituztelarik, hurrenez hurren. b) *Ag*-ren (grisa) eta *SiN*-ren (urdina) ϵ' permitibitate erreal (kurba jarraitua) eta ϵ'' permitibitate irudikaria (kurba etena), uhin erasotzailearen uhin-luzeraren menpe. Horrez gain, *Ag* eta *SiN* geruzez osatutako xafra anitzeko metamaterialaren egituraren eskematxoa ikus daiteke, a , d eta m gelaxka unitatearen dimentsioa, eta *SiN* geruza dielektrikoaren eta *Ag* geruza metalikoaren lodierak izanik, hurrenez hurren. Argiak x norabidean erasotzen du eta y norabidean polarizatuta dago. *Ag*-ren eta *SiN*-ren kurba etenak bat datoz [33].

5.2. ENZ metamaterialen bidezko lebitazio elektrikoa: Supereroaleetako Meissner efektuaren bidezko lebitazio magnetikoaren baliokide elektrikoa



5.3. Irudia: a) Meissner efektua aurkezten duen supereroalea, N (north) ipar-poloa eta S (south) hego-poloa dituen iman iraunkor lebitatzaile batek eragindako \vec{B} eremu magnetikoa kanporatzen ari denean. b) ENZ metamaterial bat, $\vec{p}(t)$ momentu dipolar aldakorrekoko dipolo elektriko lebitatzaile batek sortutako \vec{D} desplazamendu elektrikoaren bektorea kanporatzen ari denean [5].

ENZ metamaterialen bidezko lebitazio elektrikoaren eta supereroaleen Meissner efektuaren ondorioz gertatzen den lebitazio magnetikoaren (aurrekoaren baliokide elektrikoa denaren) oinarri fisikoak 5.3. Irudian ikus daitezke. Baliokidetasun hori supereroaleak sortutako eremu magnetikoaren eta ENZ metamaterialak sortutako desplazamendu elektrikoaren banaketetan datza, eta jarraian aurkeztuko diren bi ezaugarrietan oinarritzen da.

Lehenik, Meissner efektua pairatzen duen supereroalearen barnean eremu magnetikoa $\vec{B} = \vec{0}$ da, iragazkortasun nulua edukitzeagatik. Halaber, ENZ metamaterial batean permitibitatea nulua denez, $\vec{D} = \vec{0}$ da desplazamendu elektrikoaren bektorea haren barnean. Hortaz, horretan datza bi eremuen banaketen arteko lehen parekotasuna.

Bigarrenik, bi inguruneren arteko muga-gainazalean eremu magnetikoaren osagai normalaren jarraitasuna dugu, hurrengo adierazpenaren arabera [7]:

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad , \quad (5.1)$$

non \vec{n}_{12} interfazearekiko bektore normala, lehen ingurunetik bigarren ingurunerantz zuzendutakoa, eta \vec{B}_1 eta \vec{B}_2 eremu magnetikoa lehen eta bigarren inguruneetan diren, hurrenez hurren. Hori dela eta, airearen eta supereroale baten arteko muga-gainazalean, hots, airearekin kontaktuan dagoen supereroalearen gainazalean, eremu magnetikoaren osagai normalak jarraitasunaren baldintza betetzen du, (5.1) ekuazioak adierazten duen moduan. Aldiberean, supereroalearen barnean $\vec{B} = \vec{0}$ denez, $B_n = 0$ dugu Meissner efektua aurkezten duen supereroalearen gainazalean eremu magnetikoaren osagai normala. Hortaz, Meissner egoeran dagoen supereroale baten gainazalean azken horrekiko paraleloa da eremu magnetikoa. Halaber, bi inguruneren arteko muga-gainazalean desplazamendu elektrikoaren osagai normalak jauzi bat du, hurrengo adierazpenak emandakoa [7]:

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma \quad , \quad (5.2)$$

non \vec{D}_1 eta \vec{D}_2 desplazamendu elektrikoaren bektorea lehen eta bigarren inguruneetan diren, hurrenez hurren, eta σ bi inguruneen arteko muga-gainazalean dagoen gainazaleko karga-dentsitatea den. Airearen eta ENZ metamaterial baten arteko muga-gainazala kontsideratzen bada, ENZ metamaterialaren gainazalean ez denez kargarik metatzen, (5.2) adierazpenetik abiatuz hauxe dugu:

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 \quad , \quad (5.3)$$

interfaze horretan desplazamendu elektrikoaren bektorea jarraia dela adierazten duelarik. Hori dela eta, airearen eta ENZ metamaterial baten arteko muga-gainazalean, hau da, airearekin kontaktuan dagoen ENZ metamaterialaren gainazalean zehar, desplazamendu elektrikoaren bektorearen osagai normalak jarraitasunaren baldintza betetzen du (5.3) ekuazioak adierazten duen moduan. Aldiberean, ENZ metamaterialaren barnean $\vec{D} = \vec{0}$ denez, haren gainzalean desplazamendu elektrikoaren bektorearen osagai normala $D_n = 0$ dugu. Hortaz, ENZ metamaterial baten gainazalean azken horrekiko paraleloa da desplazamendu elektrikoaren bektorea. Horrenbestez, eremuen arteko bigarren parekotasuna $B_n = 0$ eta $D_n = 0$ izatean datza [5].

5.3. Dipolo elektriko puntualaren lebitazioa ENZ metamaterialen gainean

Har dezagun 5.3. b) Irudiko egoera, $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{-i\omega t}$ dipolo elektrikoa hartuz, ω izanik haren maiztasuna, ε_1 permitibitateko eta μ_1 iragazkortasuneko ingurune batean kokatuta dagoelarik, ε_2 permitibitateko ENZ metamaterialaren gainean. Bide honetan, aipatzekoa da dipoloa denborarekin aldakorra denez, kasu dinamikoa dela. Halaber, har ditzagun $\vec{E}_s = \vec{E}_{tot} - \vec{E}_p$ eta $\vec{B}_s = \vec{B}_{tot} - \vec{B}_p$, non \vec{E}_s eta \vec{B}_s metamaterialean islatutako eremu elektriko eta magnetikoak, \vec{E}_p eta \vec{B}_p denborarekin aldakorra den $\vec{p}(t)$ dipolo elektriko puntualak sortutako eremu elektriko eta magnetikoak, eta \vec{E}_{tot} eta \vec{B}_{tot} eremu osoak diren. Orduan, \vec{r} puntuan kokatutako $\vec{p}(t)$ dipolo aldakorraren gaineko indarraren adierazpena, Lorentz-en indarretik lortutakoa, honako hau da [5]:

$$\vec{F}(t) = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_s + \left(\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} \right) \times \vec{B}_s + \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right) \times (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}_s \quad . \quad (5.4)$$

Garrantzitsua da kontuan hartzea kasu hau dinamikoa dela. Hortaz, ezin da erabili 2.3. atalean kasu estatikoa aztertzean erabili den $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_s$ indar soila. (5.4) ekuazioko lehenengo gaia dipolo elektrikoa eremu elektriko ez-uniforme batean egoteari zor zaio. Bigarren gaia dipolo oszilakorra dugulako agertzen da. Azken gaia abiadura jakin batekin mugituko litzatekeen dipolo elektriko bat eremu magnetiko ez-uniformean egotearekin lotuta dago, baina kasu honetan nulua da, kontsideratutako $\vec{p}(t)$ dipolo aldakorra geldirik dagoelako ($\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \vec{0}$). Horrez gain, bigarren gaia era honetan berriro daiteke [34]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} \right) \times \vec{B}_s &= \frac{d}{dt} (\vec{p} \times \vec{B}_s) - \vec{p} \times \frac{\partial \vec{B}_s}{\partial t} = \frac{d}{dt} (\vec{p} \times \vec{B}_s) + \vec{p} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}_s) \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{p} \times \vec{B}_s) + \vec{\nabla}_{\vec{E}_s} (\vec{p} \cdot \vec{E}_s) - (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_s = \frac{d}{dt} (\vec{p} \times \vec{B}_s) + \sum_{i=1}^3 p_i \vec{\nabla} E_{si} - (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_s \quad , \end{aligned} \quad (5.5)$$

non p_i eta E_{si} , $i=1,2,3$ izanik, p_x, p_y, p_z , eta E_{sx}, E_{sy} eta E_{sz} osagaiak dagozkien, hurrenez hurren. (5.5) adierazpena (5.4) ekuazioan ordezkatuz, $\vec{p}(t)$ dipoloaren gaineko indarra denboran zehar $\vec{F}(t) = \frac{d}{dt} (\vec{p} \times \vec{B}_s) + \sum_{i=1}^3 p_i \vec{\nabla} E_{si}$ dela lortzen da. Adierazpen honetatik abiatuz eta $e^{-i\omega t}$ moduko denborarekiko mendekotasun harmonikoak kontsideratuz, ondorioztatzen da $\vec{p}(t)$ dipoloaren gaineko indarraren ($\vec{F}(t)$ -ren) z osagaiaren denbora-batezbestekoa honako alde erreal hau dela:

$$\langle F_z(t) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(p_{0z}^* \frac{\partial E_{sz}}{\partial z} \right) \quad , \quad (5.6)$$

non p_{0z} dipoloaren anplitudearen z osagaiaren konplexu konjokatua den. Dipoloaren gainean eragiten duen $\langle F_z(t) \rangle$ indar bertikalaren kalkulua [5] artikulua eranskinean aurki daiteke, baina lan honetan ez da frogapena egingo, oso konplexua baita. Hala ere, interesgarria da emaitza adieraztea eta ondorioak ateratzea. Labur adierazita, [5] artikuluan, ekuazio hau ebazteko, metamaterialean islatutako eremu elektrikoaren z osagaia (E_{sz}) kalkulatu da. Horretarako, \vec{A} potentzial magnetiko bektorearekin $\vec{A} = \mu_1 \varepsilon_1 \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t}$ eran erlazionatuta dagoen $\vec{\Pi}$ Hertz-en potentziala erabiltzen da, $\vec{\Pi} = \vec{\Pi}_r + \vec{\Pi}_s$ dipoloak erradiaturiko osagaiaren eta metamaterialean islatutako osagaiaren arteko batura moduan. $\vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}) + \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 \vec{\Pi}$ betetzen denez, potentziala ezagututa eremua kalkulatu daiteke. $\vec{\Pi}_s$ potentziala lortzeko, metamaterialaren eta ε_1 eta μ_1 ezaugarriak dituen ingurunearen

arteko muga-gainazalean bete beharreko mugalde-baldintzak erabiltzen dira. Potentzialaren, $\vec{\Pi}_s$ -ren, z ardatzeko soluzioa eta \vec{E}_s -ren adierazpena kontuan hartuz, E_{sz} lortzen da, eta azken hori (5.6) adierazpenean ordezkatzeko, $\langle F_z(t) \rangle$ indar bertikalaren denbora-batezbestekoa lortzeko. Azkenik, $\langle F_z(t) \rangle$ -ren adierazpen sinpleagoa lortzeko, lortutako adierazpenean hurbilketa kuasies-tatikoa erabiltzen da. Horrez gain, metamaterialetik $\vec{p}(t)$ dipolorako altuera txikia deneko $\frac{h}{\lambda_1} \ll 1$ hurbilketa ere erabiltzen da, h dipoloaren metamaterialarekiko altuera eta $\lambda_1 = 2\frac{\pi}{k_1}$ izanik, non $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$ uhin-zenbakia 1 ingurunean eta $c_1 = \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1}$ diren. Era horretan, [5] artikulua eranskinean frogatzen da honako hau dela dipoloaren gain eragiten duen indar aldaratzaile bertikalaren denbora-batezbestekoa:

$$\langle F_z(t) \rangle \approx P_{rad} \frac{9}{512\pi^4 c_1} \sigma \operatorname{Re} \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \left(\frac{\lambda_1}{h} \right)^4, \quad (5.7)$$

$P_{rad} = \frac{|p_0|^2 \omega^4}{12\pi \varepsilon_1 c_1^3}$ dipolo elektriko oszilakorrak erradiaturiko potentzia [11], eta dipolo horizontalaren eta bertikalaren kasuan $\sigma = 1$ eta $\sigma = 2$ izanik, hurrenez hurren.

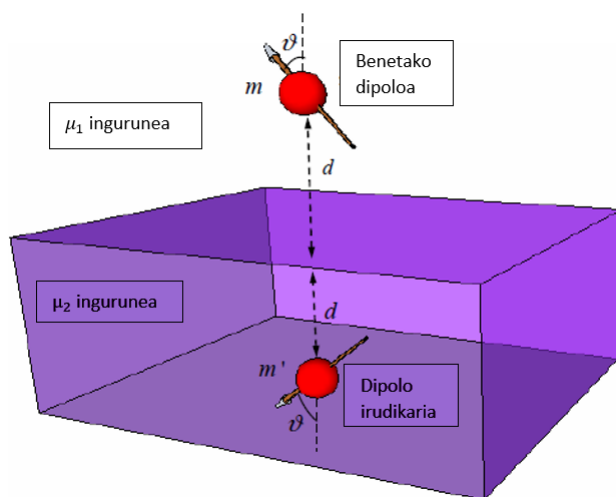
Bukatzeko, aipatzekoa da dipolo elektriko puntualaren kasuaz gain, [35] artikuluan ENZ metamaterial baten gainean kokatutako tamaina finituko dipolo elektriko ez-puntual baten kasua ere aztertzen dela. Kasu horretan, lortzen den ondorio nagusia da ENZ metamaterialetik dipolorako distantzia txikia denean, indar aldaratzaileak tamaina finituko dipolo elektrikoaren luzerarekiko mendekotasuna duela. Horrenbestez, tamaina finituko dipoloa metamaterialetik dipoloaren luzera baino txikiagoa den distantziara kokatzean, dipoloak pairatzen duen indar aldaratzaile bertikalean eragina du dipoloaren barneko korrante-banaketak.

5.4. Iragazkortasun negatiboko metamaterialen bidezko dipolo magnetikoen lebitazioa

Aurretik azaldu diren ENZ metamaterialak dipolo elektrikoaren lebitazio elektrikoa gauzatzeko erabil daitezke. Atal honetan, azalduko da dipolo magnetikoen suspentsio magnetikoa ere gauza daitekeela, $\mu < 0$ ezaugarria duten metamaterialen bitartez, hain zuzen ere [4].

\vec{m} momentu dipolar magnetikoa duen dipolo magnetiko puntual estatiko bat μ_1 iragazkortasuna duen ingurune batean koka daiteke, μ_2 iragazkortasuna duen beste ingurune batetik d altuerara, eta μ_2 iragazkortasuna duen materialaren gainazalarekiko normala den plano batekiko θ angelua osatuz, 5.4. Irudian ikus daitekeen bezala. Angelu hori dipolotik planoaren normalarekiko, ordulariaren orratzen noranzkoari jarraituz neurtu da. Potentziala kalkulatzeko, μ_1 iragazkortasuna duen ingurune \vec{r} puntu batean, ondoko egoera hau proposa daiteke: benetako dipolo magnetikoa kontuan hartzeaz gain, dipolo magnetiko irudikari puntual bat ere kontuan hartzea, elektrostati-kan ezagunagoa den karga irudikarien metodoan [20] egiten den bezala, baina hemen kargen ordez momentu magnetikoak eta permitibitateen ordez iragazkortasunak dauzkagula kontuan izanda. Zehazki, kontuan izan behar da \vec{m} momentu dipolar magnetikoko dipoloa, \vec{r}_0 puntuan kokatuta badago, $\rho^*(\vec{r}) = m\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ karga-dentsitatea duen karga magnetiko gisa kontsidera daitekeela, $m = |\vec{m}|$ izanik. Karga magnetiko horren potentzial magnetiko eskalarra $\psi(\vec{r}) = \frac{m}{4\pi} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$ dugu. μ_1 iragazkortasuneko ingurunean (Up) dagoen $\psi_U(\vec{r})$ potentzial magnetikoa \vec{m} momentu dipolar magnetikoko dipoloak eta muga-gainazalarekiko simetrikoki kokatutako \vec{m}' momentu dipolar

magnetiko ezezaguneko dipolo magnetiko irudikari batek sortutakoa da. μ_2 iragazkortasuneko ingurunean (*Down*) dagoen $\psi_D(\vec{r})$ potentzial magnetikoa kalkulatzeko, ordea, \vec{m} momentu dipolar magnetikoko dipoloa haren kokapen berean dagoen \vec{m}' momentu magnetiko ezezaguneko beste dipolo batez ordezkatzeko da. Orduan, bi inguruneen arteko S muga-gainazalean $\psi_U|_S = \psi_D|_S$ eta $\mu_1 \frac{\partial \psi_U}{\partial n}|_S = \mu_2 \frac{\partial \psi_D}{\partial n}|_S$ mugalde-baldintzak bete behar dira. Era horretan, m' eta m'' kalkulatzeko bi ekuazio lortzen dira, eta lortzen den emaitza da dipolo irudikariak $m' = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} m$ momentu dipolar magnetikoa izan behar duela [20]. Kokapenari dagokionez, benetako dipoloarekiko simetrikoki kokatuta egon behar da bi inguruneen arteko muga-gainazalaren beste aldean, hau da, bi inguruneen arteko muga-gainazaletik d sakonerara dago, eta muga-gainazalarekiko normala den planoarekiko θ angeleua osatzen du. Azken angelu hori dipolo irudikaritik plano normalera, ordulariaren orratzen aurkako noranzkoari jarraituz neurtu da (ikus 5.4. Irudia).



5.4. Irudia: Dipolo magnetiko puntual erreala eta irudikaria, bakoitzari dagokion kokapenean [4].

Jatorria \vec{m}' dipolo magnetiko irudikarian egonik, elektromagnetismoko oinarriko ezagutzaren arabera, honako hau da m' dipoloak μ_1 iragazkortasuneko ingurunearen \vec{r} puntuan sortutako eremu magnetikoa:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_1}{4\pi} \left(\frac{3\vec{r}(\vec{m}' \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{m}'}{r^3} \right) , \quad (5.8)$$

μ_1 iragazkortasuneko ingurune horretan, \vec{m}' momentutik \vec{r} bektoreak adierazitako posizioan, \vec{m} momentu puntual bat ere koka daiteke, \vec{m}' dipoloaren plano berean, bi dipolo magnetikoak muga-gainazalarekiko perpendikularra den plano berean daudelarik. \vec{m} momentu magnetikoa materialaren gainazalarekiko normala den plano horrekiko θ angeluarekin inklinatuta dagoela kontsidera daiteke, eta gainera, dipolo magnetiko hori kokatuta dagoen puntuak zuzen horrekiko ϕ angelu polarra osatzen duela. Dipolo errealararen energia potentzial magnetikoa $U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ da [7]. Ondorioz,

(5.8) eremu magnetikoa ordezkatzuz, honako hau da energia potentzial magnetikoa $\vec{r} = (r, \phi)$ puntu horretan, $\hat{\theta} \equiv \theta + \phi$ defintituz:

$$\begin{aligned}
 U(\vec{r}) &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(\frac{\vec{m} \cdot \vec{m}'}{r^3} - \frac{3(\vec{r} \cdot \vec{m})(\vec{r} \cdot \vec{m}')}{r^5} \right) = \\
 &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(\frac{mm' \cos(\pi - 2\theta)}{r^3} - \frac{(3rm \cos \hat{\theta})(rm' \cos(\pi - \hat{\theta}))}{r^5} \right) = \\
 &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(-\frac{mm' \cos 2\theta}{r^3} + \frac{(3rm \cos \hat{\theta})(rm' \cos \hat{\theta})}{r^5} \right) = \\
 &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(-\frac{mm'(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{r^3} + \frac{3mm' \cos^2 \hat{\theta}}{r^3} \right) = \\
 &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(-\frac{mm'(\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta))}{r^3} + \frac{3mm' \cos^2 \hat{\theta}}{r^3} \right) = \\
 &= \frac{\mu_1}{4\pi} \left(-\frac{mm'(2\cos^2 \theta - 1)}{r^3} + \frac{3mm' \cos^2 \hat{\theta}}{r^3} \right) ,
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

\vec{r} izanik \vec{m}' dipolo magnetikotik \vec{m} dipolo magnetikora doan bektorea.

Ondorioz, honako hau da $\vec{F} = -\vec{\nabla}U = -\left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{\partial U}{\partial \phi} \vec{u}_\phi\right)$ indar magnetikoa deskribatutako egoeran, \vec{r} puntuan:

$$\vec{F} = \frac{3\mu_1}{4\pi} \left(-\frac{mm'(2\cos^2 \theta - 1)}{r^4} + \frac{3mm' \cos^2 \hat{\theta}}{r^4} \right) \vec{u}_r - \frac{3\mu_1}{2\pi} \frac{mm' \cos \hat{\theta} \sin \hat{\theta}}{r^3} \vec{u}_\phi , \tag{5.10}$$

\vec{u}_r eta \vec{u}_ϕ izanik $\vec{r} = (r, \phi)$ bektorearen lehenengo eta bigarren osagaien norabide eta noranzkoak adierazten dituzten bektore unitarioak, hurrenez hurren.

Kontsideratu nahi den egoeran, \vec{m} dipolo magnetikoa dagoen puntua metamaterialaren gainazalarekiko normala den dipoloen planoarekiko inklinaziorik gabe kokatuta dago, hau da, $\phi = 0$ da eta, ondorioz, $\hat{\theta} = \theta$. Horrez gain, lehen azaldu den moduan, $m' = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} m$ dipolo magnetiko irudikaririk $r = 2d$ distantziara dago \vec{r} puntuko \vec{m} dipolo magnetikoa. Egoera horretako indar magnetiko bertikalaren magnitudea honako hau da:

$$F_z = \frac{3\mu_1}{4\pi} \frac{m^2(1 + \cos^2 \theta)}{(2d)^4} \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} . \tag{5.11}$$

Lebitatzeko, \vec{m} dipoloaren gaineko indar magnetiko bertikalak eta pisuak orekan egon behar dute, hau da, $F_{z\text{material}} = Mg$ bete behar da, M izanik \vec{m} dipoloaren masa. Berdintza horretatik, ondoko hau da dipoloaren lebitazio-altuera, inguruneen iragazkortasunen eta dipoloaren momentuaren, orientazioaren eta masaren menpe:

$$d = \left[\frac{3\mu_1 m^2}{64\pi Mg} (1 + \cos^2 \theta) \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right]^{1/4} \tag{5.12}$$

Bestalde, (5.11) ekuaziotik abiatuta, indar bertikalaren adierazpena lor daiteke bi kasuotan. Lehenik, 4.3. atalean azaldu den supereroaleen Meissner efektuagatik lortzen den indar magnetiko aldaratzaile bertikala lor daiteke, zeinari esker \vec{m} dipolo magnetikoa lebitatzen mantentzen baitaiteke. Horretarako, suposatuko da \vec{m} dipolo magnetikoa kokatuta dagoen ingurunea hutsa dela, hots, $\mu_1 = \mu_0$ dela. Horrez gain, 4.3. atalean aipatu den bezala, Meissner egoeran dagoen supereroale baten barnean iragazkortasuna nulua denez, $\mu_2 = 0$ ere ordezkatu behar da (5.11) ekuazioan:

$$F_{zMeissner} = \frac{3\mu_0 m^2 (1 + \cos^2\theta)}{4\pi (2d)^4} \quad (5.13)$$

Ikus daitekeenez, Meissner egoeran dagoen supereroale baten gaineko dipolo magnetikoa lebitatzen mantentzen duen goranzko indar magnetiko aldaratzailea maximoa da \vec{m} momentu magnetikoko dipoloa supereroalearen gainazalarekiko perpendikularki kokatzen denean. Hortaz, (5.13) adierazpenean $\theta = 0$ ordezkaturaz, honakoa hau da lortzen den goranzko indar magnetiko maximoa:

$$F_{zMeissnerMax} = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi (2d)^4} \quad (5.14)$$

Bigarrenik, suposa daiteke \vec{m} dipolo magnetikoa kokatuta dagoen ingurunea hutsa dela, eta beste ingurunea μ iragazkortasuna duen materiala dela. Egoera horretan indar magnetiko bertikala kalkulatzeko, (5.11) ekuazioan $\mu_1 = \mu_0$ eta $\mu_2 = \mu$ ordezkatu behar dira:

$$F_{zmaterial} = \frac{3\mu_0 m^2 (1 + \cos^2\theta)}{4\pi (2d)^4} \frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu} \quad (5.15)$$

Indar magnetiko bertikala aldaratzailea da $-\mu_0 < \mu < \mu_0$ denean, $F_{zmaterial} > 0$ delako, hau da, $\frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu} > 0$ betetzen delako. $|\mu| > |\mu_0|$ denean, ordea, indar magnetiko bertikala erakarlea da.

Orain, (5.15) ekuazioan $\theta = 0$ ordezkaturaz, hau da, \vec{m} dipolo magnetikoa materialaren gainazalarekiko perpendikularki orientatuta dagoela suposatuz, materialak dipolo magnetikoaren gainean eragindako indar magnetiko bertikala maximoa da:

$$F_{zmaterialMax} = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi (2d)^4} \frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu} \quad (5.16)$$

Orain, adibide moduan $\mu = -\frac{\mu_0}{2}$ iragazkortasuneko metamateriala hartuz, ondoko indar magnetiko bertikal aldaratzaile maximoa jasaten du dipolo magnetikoak:

$$F_{zmetamaterialMax, \mu = -\frac{\mu_0}{2}} = \frac{9\mu_0 m^2}{2\pi (2d)^4} \quad (5.17)$$

Horrenbestez, ondoriozta daiteke iragazkortasun negatiboko metamaterialen bitartez dipolo magnetikoen lebitazioa gauza daitekeela. Horretarako, kontuan izan behar da lebitazioa gertatzeko $F_z = Mg$ bete behar dela, F_z izanik kasu bakoitzean dipolo magnetikoaren gainean μ_2 iragazkortasuneko materialak sortzen duen indar magnetikoaren balioa eta Mg dipolo magnetikoaren pisua izanik.

Ondorioak

Lan honetan, lebitazio-fenomenoen testuinguruaren barruan kokatu da lebitazio magnetikoa eta haren oinarriak eta funtsak azaldu dira. Elektroimanen bidezko suspentsioa deskribatu da lehenik eta, ondoren, indukzio elektromagnetikoaren bidezko lebitazioa azaldu da. Halaber, arreta jarri da supereroaleen bidezko lebitazio magnetikoan eta bereziki, berriagoak diren metamaterialen bidezko lebitazio elektrikoan eta magnetikoan.

Aipatzekoa da berrikuspen bibliografiko luzea egin behar izan dela lana garatzeko, gai zabal honen inguruko alderdi nagusiak biltzen saiatzearen. Halaber, nabarmentzekoa da Fisikako graduko ezagutzak adierazgarriak izan direla lana garatzeko orduan. Izan ere, elektromagnetismoko irakaskaietan ikasten diren kontzeptuak lebitazio magnetikoko fenomenoen gakoak ulertzeko funtsezkoak izan dira. Adibidez, Meissner efektua aurkezten duen supereroale baten gainean edota iragazkortasun negatiboko metamaterial baten gainean lebitatzen duen dipolo magnetikoaren gaineko indarra kalkulatzeko aplikatu dira kontzeptu horiek. Izan ere, horretarako, elektrostaturan ezagunagoa den karga irudikarien metodoa erabili behar izan da, permitibitateen ordez iragazkortasunak eta kargen ordez momentu magnetikoak kontsideratuz. Elektromagnetismoko oinarritzko kontzeptuen aplikazioaren beste adibide bat da Thomson-en sisteman eraztun metalikoaren lebitazioa ahalbidetzen duen Faraday eta Lenz-en legea. Bestalde, graduan zehar ikasi diren material paramagnetiko eta diamagnetikoen eremu magnetikoekiko propietateak erabilgarriak izan dira material diamagnetikoen lebitazioaren funtsak aztertzeko.

Lan honen bidez ikasi da lebitazio-fenomenoak, indar soilen bitartez grabitatearen eraginari aurre egiteko aukera eskaintzen dutenak, zientziaren ikuspegitik emankorrak direla, gizakion jakinmina sorrarazteaz gain. Izan ere, lehenengo kapituluaz azaldu da lebitazio aerodinamikoa eta laser bidezko berokuntza erabiliz, lagin likidoen egituraren, dentsitatearen eta eroankortasunaren neurketak egin daitezkeela ontziarekiko kontaktua ekidinez. Halaber, aipatu da lebitazio akustikoa ere laginak lebitatzeko erabil daitezkeela. Horrez gain, deskribatu da lebitazio optikoaren bitartez lagin islatzaile zein xurgatzaile txikiak lebitatzen mantentzeko daitezkeela. Gainera, azaldu da lebitazio elektrikoan oinarrituta Millikan-ek karga elektrikoa kuantizatuta dagoela aurkitu zuela, eta laginak ontzirik gabeko tekniken bidez urtu eta solidotu daitezkeela.

Bigarren kapituluaz Earnshaw-en teoremari eta Braunbeck-en analisiari esker, ondorioztatu da karga elektrikoek eta dielektrikoek ezin dezaketela eremu elektrostatikotik era egonkorrean lebitatu, baina material diamagnetiko eta supereroaleen lebitazio egonkorra lor daitezkeela eremu magnetostatikotik. Horrez gain, lebitazio magnetikoari dagokionez, azaldu da garrantzitsua dela lebitatzen ari den objektuaren gainean eragiten duen indar magnetikoak objektuaren posizioaren

aldakuntzekiko duen menpekotasuna. Horretarako, ohiko oreka egonkorreko baldintzak kontuan izateaz gain, zurruntasun magnetikoko matrizea erabili behar dela azaldu da. Halaber, ondorioztatu da matrize hori kalkulatzeko errazagoa dela indar magnetiko kontserbakorren kasuan, simetrikoa delako.

Elektroimanen bidezko suspentsioa kontrol-zirkuitu baten bitartez egonkor daitekeela ikusi da hirugarren kapituluan. Kontrol-zirkuituak sentzore optikoen edo Hall efektuko sentzoreen laguntza behar du aldiune bakoitzean objektuaren posizioaren berri izateko. Halaber, Thomson-en sistemari esker ondorioztatu da eraztun metaliko baten lebitazioa harila baten gainean gerta daitekeela, indukzio elektromagnetikoaren bitartez, betiere parametroak kontrolatuz indar magnetikoa eta pisua orekatzeko moduan.

Laugarren kapituluan ondorioztatu da tenperatura altuko supereroaleei esker, imanen lebitazio magnetikoa gerta daitekeela supereroaleen gainean, nitrogeno likidoaren bitartez $77K$ -eko tenperaturan supereroaleen Meissner efektua erdietsiz. Horrez gain, dipolo magnetikoaren eredu sinplearen bidez azaldu da iman baten lebitazioa altuera batean, eta lebitazio-altuera hori kalkulatu da. Halaber, ikasi da Braunbeck-en analisiari esker frogatuta dagoen material diamagnetikoen lebitazioa, diamagnetikoan sortzen den magnetizazioa kanpo-eremu magnetikoaren norabide eta noranzko berean sortzen delako gertatzen dela.

Bestalde, ENZ metamaterialen propietate elektromagnetikoak aurkeztu dira bosgarren kapituluan. Horrek bidea eman du azaltzeko ENZ metamaterialen gaineko dipolo elektrikoaren lebitazioa Meissner efektuari esker imanek supereroaleen gainean aurkezten duten lebitazio magnetikoaren baliokide elektrikoa dela. Izan ere, lehen kasuan, ENZ metamaterialaren barnean eremu magnetikoa nulua da eta osagai normala nulua da muga-gainazalean. Bigarren kasuan, eremu magnetikoaren banaketa analogoa da, supereroalearen barnean eremu magnetikoa nulua delako eta muga-gainazalean haren osagai normala nulua delako. Halaber, aipatzekoa da metamaterialen permitibitateak eta iragazkortasunak maiztasunarekiko menpekotasuna dutela ($\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ eta $\mu = \mu(\omega)$ dira, hain zuzen ere). Horrez gain, garrantzitsua da kontuan izatea ENZ metamaterialaren gainean lebitatzen duen dipolo elektriko oszilakorraren kasua ez dela problema estatikoa, dinamikoa baizik, non $\vec{p} = \vec{p}(t)$ den haren momentu dipolar elektrikoa. ENZ metamaterialen gainean, lebitazioa maiztasun jakin batzuetan gertatzen da. Beste hitzetan, supereroaleetan lebitazioa tenperatura jakin batzuetan gertatzen den bezala, ENZ metamaterialek ere ω maiztasunen edo λ uhin-luzeren tarte batean soilik ahalbidetzen dute lebitazioa. Bukatzeko, ondorioztatu da dipolo magnetikoek iragazkortasun negatiboko metamaterialen gainean lebita dezaketela, indar magnetikoa eta pisua orekatzen diren orientazio eta posizio jakin batzuetan.

Bibliografia

- [1] Brandt E.H. *Levitation in physics*. Science 243, **349**. January 1989.
- [2] M.V. Berry, A.K. Geim. *Of flying frogs and levitrons*. European Journal of Physics 18, 1997.
- [3] V. G. Veselago. *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ* . Soviet Physics Uspekhi, Volume 10, Number 4. Academy of Sciences, U.S.S.R, 1968.
- [4] A. A. Rangelov. *Magnetic levitation induced by negative permeability*. Department of Physics, Sofia University, James Bourchier 5 Blvd, 1164 Sofia, Bulgaria, 4 January 2015.
- [5] Francisco J. Rodriguez-Fortuno, Ashkan Vakil and Nader Engheta. *Electric levitation using epsilon-near-zero metamaterials*. Phys. Rev. Lett. 112, 033902, 2014 (eta erantsitako materiala).
- [6] Nerea Zabala. *Lebitazioa*. Ekaia **7**. Euskal Herriko Unibertsitateko argitalpen zerbitzua, 1997.
- [7] P.M. Fishbane, S. Gasiorowicz, and S.T. Thornton. *Physics for scientists and engineers*. 3rd ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.Y. 2005.
- [8] Thomas Farmer. *Structural studies of liquids and glasses using aerodynamic levitation*. Doctoral thesis accepted by the University of Bristol, UK, Springer, 2015.
- [9] Su Zhao, Jörg Wallaschek. *A standing wave acoustic levitation system for large planar objects*. Archive of Applied Mechanics, Volume 81, Issue 2, pp 123-129, February 2011.
- [10] Saša Hrka. *Acoustic levitation*. University of Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics, June 2015.
- [11] Griffiths, David. *Introduction to electrodynamics*. Addison-Wesley. 4th edition. 2012.

-
- [12] Jan Huisken and Ernst H. K. Stelzer. *Optical levitation of absorbing particles with a normally Gaussian laser beam*. Vol. 27, No. 14, Optics Letters, July 15, 2002.
- [13] B. V. Jayawant. *Electromagnetic suspension and levitation*. Rep. Prog. Phys., Vol. 44. University of Sussex, Brighton BN1 9QT, UK. 411-477-7, 1981.
- [14] Millikan, R. A. *A new modification of the cloud method of determining the elementary electrical charge and the most probable value of that charge*. Phil. Mag. 19 (110): 209-228, 1910.
- [15] Theodore E. Brown, Roxy Wilson. *Solutions to Exercises for Chemistry: The Central Science*. Pearson. 13th Edition. University of Illinois at Urbana, Champaign, 2015.
- [16] S. Y. Mak and K. Young. *Floating metal ring in an alternating magnetic field*. American Journal of Physics **54**, 1986.
- [17] Javier García-Martín, Jaime Gómez-Gil, and Ernesto Vázquez-Sánchez. *Non-destructive techniques based on eddy current testing*. Sensors, Volume 11, Number 3, pp. 2525-2565, 2011.
- [18] Francis C. Moon. *Superconducting levitation applications to bearings and magnetic transportation*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [19] Tom M. Apostol. *Calculus Volume II Multi-Variable Calculus and Linear Algebra, with Applications to Differential Equations*. John Wiley and Sons, 1989.
- [20] Andrew Zangwill. *Modern Electrodynamics*. Cambridge University Press, 2012.
- [21] Lance Williams. *Electromagnetic levitation thesis*, 2005. Lecture 19 MIT 8.02 Electricity and Magnetism, Spring 2002.
- [22] Amor Chowdhury and Andrej Sarjaš. *Finite element modelling of a field-sensed magnetic suspended system for accurate proximity measurement based on a sensor fusion algorithm with unscented Kalman Filter*. Sensors, Volume 16, Number 9, pp. 1504, 2016.
- [23] M. Baylie, P. J. Ford, G. P. Mathlin and C. Palmer. *The jumping ring experiment*. IOP Publishing Ltd, Physics Education, Volume 44, Number 1, 2009.

-
- [24] Encyclopaedia Britannica Online. *Meissner effect*. June 17, 2018.
<https://www.britannica.com/science/Meissner-effect>
- [25] D. Dew-Hughes. *The critical current of superconductors: an historical review*. Low Temperature Physics, Volume **27**, Number 9-10, pp 967-979 Septemeber-October 2001.
- [26] Donostia International Physics Center (DIPC). *Superconductivity and the BCS theory*. February 4, 2016.
<https://mappingignorance.org/2016/02/04/superconductivity-and-the-bcs-theory/>
- [27] E. A. Early, C.L. Seaman, K. N. Yang, and M. B. Maple. *Demonstrating superconductivity at liquid nitrogen temperatures*. American Journal of Physics, **56**(7), July 1988.
- [28] M. D. Simon, A. K. Geim. *Diamagnetic levitation: flying frogs and floating magnets (invited)*. Journal of applied physics, Volume 87, Number 9, May 1, 2000.
- [29] OpenLearn. *Superconductivity*. May, 2007.
<http://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/engineering-and-technology/engineering/superconductivity/content-section-2.3>
- [30] W. M. Saslow. *How a superconductor supports a magnet, how magnetically "soft" iron attracts a magnet, and eddy currents for the uninitialised*. American Journal of Physics, **59**(1), January, 1991.
- [31] Andrea Alù et al. *Negative-refraction metamaterials fundamental principles and applications*. Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2005.
- [32] Mohammad Memarian. *Controlling electromagnetic fields using periodic structures: gratings, metamaterials, and photonic crystals*. University of Toronto, 2015.
- [33] Ruben Maas, James Parsons, Nader Engetha and Albert Polman. *Experimental realization of an epsilon-near-zero metamaterial at visible wavelengths*. Nature photonics, Volume 7, November 2013.
- [34] Lukas Novotny, Bert Hecht. *Principles of nano-optics*. Cambridge University Press, 2006.
- [35] Sergey Krasikov, Ivan V. Iorsh', Alexander Shalin, and Pavel A. Belov. *Levitation of finite-size electric dipole over epsilon-near-zero metamaterial*. ITMO University, 197101 St. Petersburg, Russia, 27 October 2014.