

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

TESIS DOCTORAL

**ANÁLISIS DE LA FRACTURA INTERLAMINAR
EN MODO I DE LAMINADOS
UNIDIRECCIONALES Y ANGULARES**



Juan de Gracia Igelmo
San Sebastián-Donostia, octubre de 2017



*Two roads diverged in a wood and I—
I took the one less traveled by,
And that has made all the difference.*

Robert Frost



AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer al Doctor Faustino Mujika por darme la oportunidad de realizar esta tesis doctoral en el departamento de Ingeniería Mecánica y dirigirme en su elaboración. Gracias por tu apoyo, dedicación y ayuda, que no se ha limitado únicamente a la realización de este trabajo.

A mis compañeros tanto de la escuela de Gasteiz como de la de Donostia, por su apoyo, sus ánimos y su ayuda. Al grupo Materiales + Tecnologías / Mecánica de Materiales, por estar siempre ahí, ayudando desinteresadamente. En especial a las personas a las que más he acudido con mis problemas, Ana, Ainhoa, Gustavo, Itziar, ...

A mis padres, familiares y amigos, por su apoyo incondicional y ayudarme a evadirme con buenos momentos cuando lo he necesitado. A Izaskun, por tu paciencia, comprensión y cariño. Sin ti hubiera sido imposible. A Nora y Eider, por estar ahí.

A todos los que de alguna manera me habéis ayudado a realizar esta tesis.



A Izaskun, Nora y Eider



RESUMEN

El objetivo principal de la presente tesis doctoral es analizar la fractura interlaminar en modo I de materiales compuestos. La baja tolerancia de los laminados compuestos a la fractura interlaminar hace que ésta sea uno de los mecanismos de fallo que más influye en la pérdida de sus propiedades mecánicas.

Dado que el ensayo DCB está normalizado, y es el método más empleado para medir la tenacidad a la fractura de laminados compuestos en modo I, se ha realizado un análisis del ensayo y de los métodos de reducción de datos.

Una de las principales dificultades del ensayo es la determinación de la longitud de grieta, ya que se hace de manera visual. En este trabajo se propone un método para la determinación de la longitud de grieta basado en la comparación de la flexibilidad experimental y la calculada analíticamente. El resultado incluye la flexibilidad del sistema y permite obtener la curva de resistencia del material utilizando los datos de carga y desplazamiento proporcionados por la máquina de ensayos. El método ha sido validado mediante resultados experimentales.

En el ensayo de laminados multidireccionales existen diversos factores que pueden influir en los resultados obtenidos. Se ha estudiado la influencia que tienen en el ensayo de laminados angulares tanto las tensiones residuales como los fenómenos de acoplamiento. En el caso de laminados con brazos anti-simétricos, existen curvaturas de torsión debidas a los efectos higrotérmicos. Estas curvaturas son del mismo sentido en laminados anti-simétricos y de sentido contrario en laminados simétricos. En el caso de laminados angulares con brazos simétricos, éstos no sufren curvaturas de torsión por tensiones residuales. Sin embargo, al cargar la probeta durante el ensayo se producen fenómenos de acoplamiento y curvaturas de torsión dependientes de la carga aplicada. Como en el caso anterior, son del mismo sentido o de sentido contrario en función de la configuración del laminado.

En todos los casos se han obtenido expresiones analíticas de la tasa de liberación de energía que incluyen los efectos estudiados.

RESUMEN

Los resultados experimentales muestran una buena concordancia cuando se comparan con el método de las áreas.

ÍNDICE

RESUMEN	i
ÍNDICE	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
NOMENCLATURA	xiii
1 MATERIALES COMPUESTOS.....	1
1.1 GENERALIDADES	1
1.2 LAMINADOS Y FRACTURA INTERLAMINAR.....	6
1.3 OBJETIVOS DE LA TESIS.....	8
2 ESTADO DEL ARTE.....	11
2.1 MECÁNICA DE LA FRACTURA	11
2.1.1 INTRODUCCIÓN	11
2.1.2 CRITERIO ENERGÉTICO DE GRIFFITH	13
2.1.3 CORRECCIÓN DE IRWIN.....	15
2.1.4 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	16
2.1.5 MODOS DE FRACTURA.....	19
2.1.6 CURVAS DE RESISTENCIA.....	20
2.2 ENSAYOS DE FRACTURA INTERLAMINAR DE MATERIALES COMPUESTOS.....	20
2.2.1 ENSAYOS DE MODO I.....	20
2.2.2 ENSAYOS DE MODO II	30
2.2.3 ENSAYOS DE MODO MIXTO I/II.....	32
2.2.4 ENSAYOS DE MODO III.....	34
2.2.5 MÉTODOS NUMÉRICOS	36
3 MATERIAL Y FABRICACIÓN	39
3.1 MATERIAL	39
3.2 FABRICACIÓN DEL MATERIAL Y PROBETAS	41
3.3 CONDICIONES DE ENSAYO.....	44
3.4 ENSAYOS PRELIMINARES.....	45
3.4.1 FLEXIBILIDAD DEL SISTEMA	45

3.4.2	MÉTODO BTBR	46
3.4.3	MÓDULO DE FLEXIÓN	49
4	ANÁLISIS DE LAMINADOS COMPUESTOS.....	51
4.1	RELACIÓN ENTRE TENSIONES Y DEFORMACIONES DE UN MATERIAL ORTÓTROPO	51
4.2	COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE UNA LÁMINA UNIDIRECCIONAL.....	54
4.3	TENSIÓN PLANA GENERALIZADA.....	59
4.4	TEORÍA CLÁSICA DE PLACAS LAMINADAS	62
4.4.1	HIPÓTESIS BÁSICAS	62
4.4.2	DEFORMACIONES Y DESPLAZAMIENTOS.....	63
4.4.3	TENSIONES, FUERZAS Y MOMENTOS POR UNIDAD DE LONGITUD.....	65
4.4.4	EFFECTOS HIGROTÉRMICOS.....	70
4.5	ENERGÍA COMPLEMENTARIA DEL LAMINADO	73
5	NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB	79
5.1	INTRODUCCIÓN.....	79
5.2	APROXIMACIÓN ANALÍTICA	81
5.2.1	LONGITUD DE GRIETA APROXIMADA	81
5.2.2	DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES NORMALES EN LA VIGA	83
5.2.3	DESPLAZAMIENTO DEL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA CARGA Y ROTACIÓN EN EL FRENTE DE GRIETA.....	87
5.2.4	DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD DE GRIETA	88
5.2.5	TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	89
5.2.6	EFFECTO DE GRANDES DESPLAZAMIENTOS	89
5.3	EXPERIMENTAL.....	91
5.3.1	MATERIAL Y PROCEDIMIENTO DE ENSAYOS	91
5.3.2	DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD DE GRIETA	92
5.3.3	CURVAS DE RESISTENCIA.....	95
5.4	CONCLUSIONES.....	98
6	ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS.....	101
	ANTI-SIMÉTRICOS	101
6.1	INTRODUCCIÓN.....	101
6.2	TEORÍA DE LAMINADOS	104

6.2.1	RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO EN LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS.....	104
6.2.2	ENERGÍA DE DEFORMACIÓN COMPLEMENTARIA Y SUS DERIVADAS	105
6.3	CARGAS APLICADAS Y REDUNDANTES	109
6.3.1	MOMENTO FLECTOR	109
6.3.2	LAMINADOS SIMÉTRICOS. MOMENTO TORSOR.....	109
6.3.3	LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS. FUERZA CORTANTE.....	112
6.4	TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	114
6.4.1	LAMINADOS SIMÉTRICO	114
6.4.2	LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICO.....	116
6.5	EXPERIMENTAL.....	117
6.5.1	MATERIAL Y APARATOS	117
6.5.2	CURVAS CARGA-DESPLAZAMIENTO	118
6.5.3	PROPAGACIÓN DE LA GRIETA	120
6.5.4	TASA CRÍTICA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	122
6.6	CONCLUSIONES.....	125
7	ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS.....	127
7.1	INTRODUCCIÓN.....	127
7.2	TEORÍA DE LAMINADOS MODIFICADA.....	130
7.2.1	CAMPOS DE DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES	130
7.2.2	RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO EN LAMINADOS SIMÉTRICOS.....	131
7.2.3	COMPORTAMIENTO DEL LAMINADO FUERA DEL PLANO... 132	
7.2.4	DISTRIBUCIÓN DE M_s Y V_r EN LAMINADOS SIMÉTRICOS.....	133
7.3	CARGAS APLICADAS Y REDUNDANTES	135
7.3.1	MOMENTO FLECTOR	135
7.3.2	LAMINADOS SIMÉTRICOS. MOMENTO TORSOR.....	136
7.3.3	LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS. FUERZA CORTANTE.....	138
7.4	TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	140
7.4.1	LAMINADOS SIMÉTRICOS	140
7.4.2	LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS	141

7.4.3	DESPLAZAMIENTO DEL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA CARGA EN LAMINADOS SIMÉTRICOS	142
7.5	EXPERIMENTAL.....	143
7.5.1	CONSIDERACIONES DEL ENSAYO.....	143
7.5.2	TASA CRÍTICA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	145
7.6	CONCLUSIONES.....	147
8	CONCLUSIONES GENERALES	149
9	LÍNEAS FUTURAS	153
	BIBLIOGRAFÍA	155

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Refuerzos discontinuos (a) Partículas; (b) Fibra corta y (c) Fibra larga.	3
Figura 1-2 (a) Lámina unidireccional y (b) Lámina de tejido.....	4
Figura 1-3 (a) Fibra de vidrio; (b) Fibra de carbono y (c) Aramida.....	5
Figura 1-4 (a) Laminado unidireccional y (b) Laminado multidireccional.....	6
Figura 1-5 Sistema de coordenadas.	7
Figura 2-1 Agujero elíptico en placa plana.....	12
Figura 2-2 Placa con grieta de longitud a sometida a tensión.....	14
Figura 2-3 Curva carga-desplazamiento con control de carga.....	17
Figura 2-4 Curva carga-desplazamiento con control de desplazamiento.....	18
Figura 2-5 Modos de fractura (a) Modo I; (b) Modo II y (c) Modo III.	19
Figura 2-6 Configuración del ensayo DCB.....	21
Figura 2-7 Modelo de viga empotrada (CBT).....	22
Figura 2-8 Determinación de Δ en CBT.	23
Figura 2-9 Determinación de la pendiente m en el método MCC.....	25
Figura 2-10 Determinación del parámetro n en el método CC.	26
Figura 2-11 Método de las áreas.	27
Figura 2-12 Configuración del ensayo ENF.	30
Figura 2-13 Configuración del ensayo ELS.....	31
Figura 2-14 Configuración del ensayo 4ENF.	32
Figura 2-15 Configuración del ensayo MMB.	32
Figura 2-16 Configuración del ensayo SLB.....	33
Figura 2-17 Configuración del ensayo CLS.....	33
Figura 2-18 Configuración del ensayo ENFR.....	34
Figura 2-19 Configuración del ensayo SCB.	34
Figura 2-20 Configuración del ensayo ECT.	35
Figura 2-21 Extensión de grieta en el modelo de elementos finitos.	36

Figura 3-1 Rollo de material preimpregnado y láminas cortadas a medida.....	39
Figura 3-2 Prensa de curado.....	42
Figura 3-3 Ciclo de curado.....	43
Figura 3-4 (a) Sierra diamantada y (b) Pulidora.	44
Figura 3-5 Máquina de ensayos.	45
Figura 3-6 Determinación de la flexibilidad del sistema.	46
Figura 3-7 Configuración deformada del ensayo ENF.	47
Figura 4-1 Ejes principales de ortotropía de la lámina y ejes girados.....	54
Figura 4-2 Sistema de referencia del laminado.....	63
Figura 4-3 Fuerzas y momentos resultantes.....	66
Figura 4-4 Energía de deformación y energía de deformación complementaria en el caso de deformaciones y tensiones iniciales.	75
Figura 5-1 Ensayo DCB.....	80
Figura 5-2 Mitad inferior de la probeta DCB.....	82
Figura 5-3 Fuerzas distribuidas en la viga.	83
Figura 5-4 Variación de x_3 con la longitud de grieta.....	87
Figura 5-5 Mitad inferior deformada de la probeta DCB.	90
Figura 5-6 Gráfico carga-desplazamiento de la probeta 1.	93
Figura 5-7 Curva de resistencia de la probeta 1.....	93
Figura 5-8 Efecto de grandes desplazamientos.....	94
Figura 5-9 Longitud de grieta continua mediante DCB y discreta mediante BTBR en la probeta 1.....	94
Figura 5-10 Longitud de grieta calculada de la probeta 2.....	95
Figura 5-11 Curva carga-desplazamiento de la probeta 2.....	97
Figura 5-12 Curva de resistencia de la probeta 2.....	97
Figura 6-1 Sistema en equilibrio.....	105
Figura 6-2 Laminado anti-simétrico de brazos anti-simétricos.....	110
Figura 6-3 Laminado simétrico de brazos anti-simétricos.....	110
Figura 6-4 Momento torsor.....	111

Figura 6-5 Fuerza aplicada P y sus componentes en el frente de grieta.	113
Figura 6-6 Ensayo DCB. Detalle de las bisagras.	117
Figura 6-7 Laminado simétrico. Curva carga-desplazamiento.	118
Figura 6-8 Laminado anti-simétrico. Curva carga-desplazamiento.	119
Figura 6-9 Superficies de propagación de grieta en laminados anti-simétricos.	120
Figura 6-10 Superficies de propagación de grieta en laminados simétricos.	121
Figura 6-11 Rotación debido a diferencia de espesor de los brazos.	122
Figura 6-12 G_c de cinco probetas simétricas.	123
Figura 6-13 G_c de cinco probetas anti-simétricas.	124
Figura 6-14 Valores medios de G_c (a) Laminado simétrico y (b) Laminado anti-simétrico.	125
Figura 7-1 Rotaciones en el frente de grieta: (a) Laminado anti-simétrico y (b) Laminado simétrico.	129
Figura 7-2 Geometría de la probeta y sistema de referencia adoptado.	130
Figura 7-3 Distribución del momento torsor y de la fuerza cortante en el ancho.	138
Figura 7-4 Fuerza aplicada P y sus componentes en el frente de grieta.	139
Figura 7-5 Superficie de propagación de grieta.	144
Figura 7-6 Fase de propagación de grieta.	144
Figura 7-7 Tasa crítica de liberación de energía de cuatro probetas simétricas.	145
Figura 7-8 Tasa crítica de liberación de energía de cuatro probetas anti-simétricas.	146
Figura 7-9 Valores medios de G_c (a) Laminados simétricos y (b) Laminados anti-simétricos.	147



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Propiedades de la matriz F593.....	40
Tabla 3-2 Propiedades de la fibra de carbono T300.	40
Tabla 3-3 Propiedades de los laminados T300/F593.....	41
Tabla 6-1 Módulos de flexión.....	118
Tabla 7-1 Módulos de flexión.....	143



NOMENCLATURA

LEFM	Mecánica de fractura elástico lineal
DCB	Ensayo de doble viga empotrada
CBT	Teoría de vigas corregida
MCC	Calibración modificada de la flexibilidad
CCM	Calibración de la flexibilidad
ENF	Flexión con entalla final
BTBR	Teoría de vigas con rotaciones de flexión
ELS	Fractura con carga final
4ENF	Flexión de 4 puntos con entalla final
MMB	Flexión en modo mixto
SLB	Flexión en viga única
CLS	Ensayo con grieta cortante
ENRF	Fractura con entalla final con rodillo
SCB	Viga quebrada en voladizo
ECT	Torsión con entalla lateral
VCCT	Técnica del cierre virtual de grieta
TSEP	Procedimiento de extensión de dos pasos
CZM	Modelo de zona cohesiva
$[a], [b], [c], [d]$	Matrices de flexibilidad
$\{e\}_k$	Matriz de deformaciones higrotérmicas en la lámina k
$\{\bar{M}\}$	Matriz suma de momentos mecánicos e higrotérmicos
$\{\bar{N}\}$	Matriz suma de fuerzas mecánicas e higrotérmicas
$[Q]_k$	Matriz de coeficientes reducidos de la lámina k
$[T_\theta], [T_{-\theta}]$	Matriz de transformación de tensiones
A	Superficie de sección
a	Longitud de grieta
a_0	Longitud de grieta inicial
a_{mn}	Coefficientes de flexibilidad en el plano
b	Anchura de la probeta DCB
b_{mn}	Coefficientes de flexibilidad de acoplamiento

C	Flexibilidad de la probeta
C_s	Flexibilidad del sistema
C_{ij}	Coefficientes de rigidez de la lámina
d_{mn}	Coefficientes de flexibilidad de flexión y torsión
E_f	Módulo de flexión
E_i	Módulo de elasticidad en la dirección i
F_i	Fuerza generalizada
F_1, F_2, F_3	Fuerzas puntuales equivalentes a la carga distribuida
G_{ij}	Módulo de cortadura en el plano ij
G	Tasa de liberación de energía
G_I, G_{II}, G_{III}	Tasa de liberación de energía en modo I, II y III
G_c	Tasa crítica de liberación de energía
h	Espesor de la viga
I	Momento de inercia de la sección
k_s	Rigidez del sistema
L	Longitud de la viga
M_i	Momento flector por unidad de longitud en la sección i
M_{Si}	Momento torsor por unidad de longitud en la sección i
m_i	Momento flector en la sección i
m_{ti}	Momento torsor en la sección i
N_x^{HT}, N_y^{HT}	Fuerzas higtotérmicas por unidad de longitud
P	Fuerza aplicada en el ensayo DCB
Q_{ij}	Coefficientes de rigidez reducida de la lámina
S_{ij}	Coefficientes de flexibilidad de la lámina
q_1, q_3	Fuerzas distribuidas
q_{01}, q_{02}	Máximas intensidades de las fuerzas distribuidas del modelo
U	Energía de deformación
U^*	Energía de deformación complementaria
u, v, w	Componentes del desplazamiento
V_q, V_r	Fuerza cortantes fuera del plano por unidad de longitud
v_i	Esfuerzo cortante en la sección i
x	Proyección de la longitud de grieta en la dirección horizontal

x_1, x_2, x_3	Distancias del modelo de fuerzas distribuidas entre ambos brazos de la grieta
z_k	Distancia del plano medio a la superficie inferior de la capa k
α_1, α_2	Coefficientes de dilatación térmica
$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$	Parámetros dependientes de x_1, x_2 , y x_3
δ_i	Desplazamiento generalizado de la sección i en la dirección de la fuerza generalizada F_i
δ_{exp}	Desplazamiento experimental
δ_{prb}	Desplazamiento de la probeta
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	Deformaciones normales
$\epsilon_x^0, \epsilon_y^0$	Deformaciones normales en el plano medio
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	Parámetros dependientes de x_1 y x_2
$\gamma_{xy}=\gamma_s$	Deformación tangencial en el plano
$\gamma_{yz}=\gamma_q; \gamma_{zx}=\gamma_r$	Deformaciones tangenciales fuera del plano
θ	Ángulo de orientación de la fibra
θ_x	Ángulo de flexión
θ_y	Ángulo de Torsión
κ_x, κ_y	Curvaturas de flexión en el plano medio
κ_s	Curvatura de torsión en el plano medio
κ_s^{HT}	Curvatura de torsión debida a efectos higrotérmicos
σ_{ii}	Componentes de tensión normal en la dirección i
τ_{ij}	Tensiones tangenciales
φ, φ_I	Parámetros dependientes de x_1, x_2 , y x_3



MATERIALES COMPUESTOS

1.1 GENERALIDADES

A medida que aumenta la necesidad de soluciones tecnológicas cada vez más exigentes, surge la necesidad de disponer de materiales que aporten mejores prestaciones. De esta manera, los materiales compuestos surgen de la necesidad de obtener materiales con una combinación de propiedades que difícilmente se encuentren en los materiales clásicos como los cerámicos, los plásticos o los metales. En los últimos años se ha incrementado de manera significativa su uso y aplicaciones.

Los materiales compuestos son los que se forman por combinación, a nivel macroscópico, de dos o más materiales consiguiendo unas propiedades diferentes a las de los materiales originales. Los componentes son distinguibles físicamente y separables mecánicamente. Existen materiales compuestos en la naturaleza como la madera o el hueso, aunque actualmente la mayoría son creados artificialmente, siendo su principal ventaja el hecho de que, si son diseñados adecuadamente, pueden tener algunas cualidades específicas mejores que las de cada uno de sus componentes [1].

En un material compuesto se pueden distinguir dos fases o componentes principales, la matriz y el refuerzo.

La matriz es la fase continua que engloba al refuerzo. Define las propiedades físicas y químicas del material siendo generalmente, a excepción de las matrices cerámicas, menos rígida y resistente que el material de refuerzo. Sus funciones principales son dar volumen al material, además de transferir las cargas y proteger al refuerzo de condiciones ambientales adversas. La matriz también determina algunas características del material como la conformabilidad y el acabado superficial.

Dependiendo de la aplicación se usan diversos tipos de matriz, y en cuanto a ésta, los materiales compuestos se pueden clasificar en:

- Materiales compuestos de matriz metálica (*Metal Matrix Composites*, MMC): Se caracterizan principalmente por su elevada resistencia tanto mecánica como a altas temperaturas, así como por su buena conductividad térmica y eléctrica. Se suelen usar metales ligeros como el aluminio o el titanio y tienen importantes aplicaciones en la industria aeroespacial, aeronáutica y del automóvil.
- Materiales compuestos de matriz cerámica (*Ceramic Matrix Composites*, CMC): Mejoran considerablemente las propiedades mecánicas de los materiales cerámicos tradicionales, como la resistencia y tenacidad. Resisten elevadas temperaturas pudiéndose utilizar como materiales refractarios.
- Materiales compuestos de matriz polimérica (*Polimer Matrix Composites*, PMC): Son materiales con buenas propiedades mecánicas, resistentes a la corrosión y a los agentes químicos. Una de sus principales características es que, a causa de sus propiedades físicas, pueden ser moldeados con amplia libertad de formas. Los polímeros pueden ser termoplásticos o termoestables. Las matrices termoplásticas se funden al calentarse, mientras que las termoestables permiten obtener una estructura con forma permanente, que se degrada cuando se somete a altas temperaturas. La principal ventaja de las matrices termoestables es que su comportamiento no varía en un margen amplio de temperaturas. Las más utilizadas son de poliéster, viniléster y resinas epoxi.

El refuerzo es la fase que se agrega a la matriz para conferir al compuesto alguna propiedad que la matriz no posee. En general, se utiliza para incrementar la resistencia

y rigidez mecánica, aunque también se emplean refuerzos para mejorar el comportamiento a altas temperaturas o la resistencia a la abrasión.

Como refuerzo, además de diversas clases de partículas, se utilizan diferentes tipos de fibras, pudiendo ser de naturaleza orgánica, cerámicas o incluso fibras naturales. Estas fibras pueden ser cortas o largas, continuas o discontinuas y además pueden estar orientadas en una o múltiples direcciones, permitiendo diseñar materiales de alta resistencia y bajo peso, en comparación con los metales convencionales, además de buena resistencia a fatiga y corrosión [2]. En general, el refuerzo es más efectivo cuanto menor tamaño tienen las partículas y más homogéneamente distribuidas están en la matriz o cuando se incrementa la relación longitud/diámetro de la fibra.

En función del tipo de refuerzo los materiales compuestos se pueden clasificar en:

- Nanocompuestos: El tamaño del refuerzo es del orden del nanómetro. En este caso las interacciones matriz-refuerzo se dan a nivel molecular.

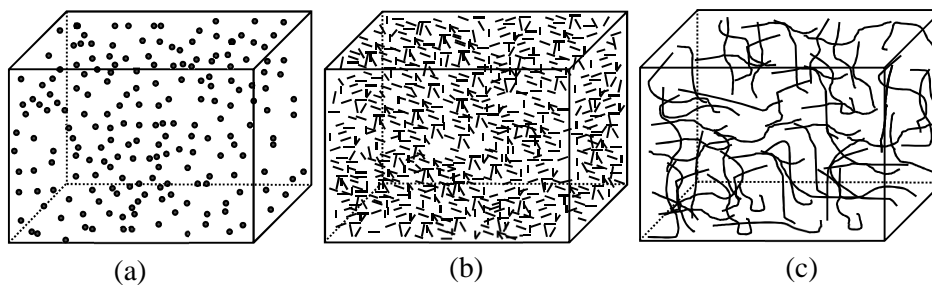


Figura 1-1 Refuerzos discontinuos (a) Partículas; (b) Fibra corta y (c) Fibra larga.

- Materiales compuestos con refuerzos discontinuos (Figura 1-1): Los elementos de refuerzo tienden a restringir el movimiento de la matriz en las proximidades de cada partícula, haciendo que el material sea más resistente de lo que era la matriz. Entre los tipos de refuerzos, están los que tienen forma de partículas, que a pesar de que la mejoría en las propiedades no sea tan alta como con otros tipos de refuerzo, se consigue un comportamiento cuasi-isótropo. Otros tipos de refuerzos discontinuos son las fibras cortas o fibras largas. En estos casos, dependiendo de si la orientación de las fibras es

aleatoria o no, se obtendrán unas propiedades mecánicas parecidas en todo el material u optimizadas en direcciones concretas.

- Materiales compuestos con fibra larga (Figura 1-2): las fibras están orientadas y el material presenta un comportamiento anisótropo, es decir, las propiedades varían dependiendo de la dirección. Pueden estar constituidos por láminas unidireccionales y apiladas en la misma orientación formando laminados unidireccionales, o con diferentes orientaciones formando laminados multidireccionales. También pueden estar formados por láminas tipo tejido.

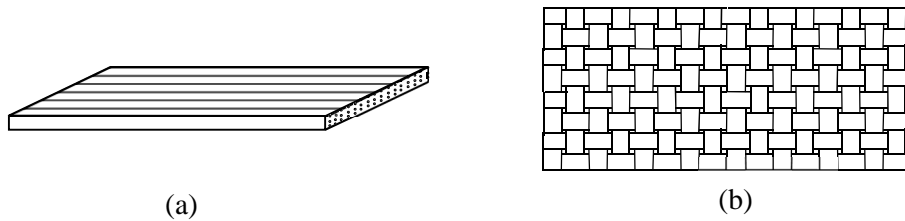


Figura 1-2 (a) Lámina unidireccional y (b) Lámina de tejido.

Las fibras más utilizadas en la industria son las de vidrio, carbono y aramida. Estos tres materiales poseen una alta resistencia a la tracción.

Las fibras de vidrio, Figura 1-3a, tienen una densidad y propiedades a la tracción comparables a las fibras de carbono y aramida, pero menor resistencia y módulo de tracción, aunque pueden sufrir mayor elongación sin romperse. Es el tipo de fibra más comúnmente utilizada debido principalmente a que su costo es menor que las de carbono o aramídicas. Su combinación habitual es con matrices de resina de poliéster. Las aplicaciones más comunes son carrocerías de automóviles y barcos, recipientes de almacenaje y en la industria del transporte en general.

La estructura atómica de la fibra de carbono (Figura 1-3b) es similar a la del grafito. Consiste en láminas de átomos de carbono en un patrón regular hexagonal. La fibra de carbono utilizada en la actualidad como refuerzo de materiales compuestos se fabrica a partir de un polímero llamado poliacrilonitrilo (PAN), mediante un proceso de calentamiento. Tiene alta resistencia mecánica y rigidez, pero es poco resistente al roce

y al impacto de baja energía. La matriz con la que se combina más habitualmente es la resina epoxi, de tipo termoestable, aunque también puede asociarse a otros polímeros, como el poliéster o el viniléster. Las aplicaciones principales se presentan en la industria aeronáutica y espacial, aunque actualmente, al disminuir su precio, su uso se ha extendido a otras industrias, como la automovilística o la deportiva.

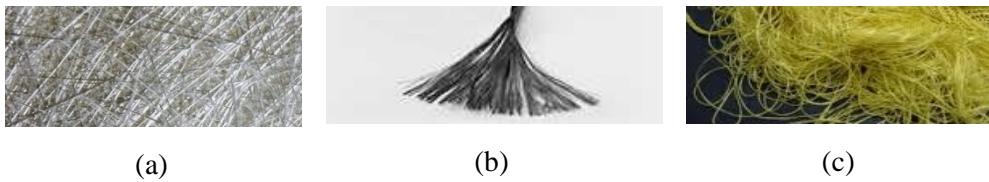


Figura 1-3 (a) Fibra de vidrio; (b) Fibra de carbono y (c) Aramida.

La aramida (Figura 1-3c) es un filamento orgánico que proviene de ciertos derivados del petróleo. Las fibras de aramida tienen una alta resistencia al impacto y la corrosión y son extremadamente resistentes al ataque químico, exceptuando ácidos fuertes y bases a altas concentraciones. Se utilizan en estructuras compuestas, como en las fibras de Kevlar. Sus principales aplicaciones se encuentran en la industria textil, en seguridad por su resistencia al impacto y al fuego, en la industria del deporte, en la industria náutica y en la automovilística.

Además de las características de las fibras y de la matriz, las propiedades de los materiales compuestos dependen en gran medida de la intercara, es decir, de la región de contacto entre estos dos componentes. Si la transferencia de carga de la matriz a la fibra no es eficiente será la matriz la que termine soportando las cargas o se producirán huecos entre la matriz y las fibras, lo cual llevará a la fractura de la pieza. La adhesión entre ambos componentes depende del contacto de los átomos en la superficie de uno y otro componente. Existe toda un área de desarrollo de aditivos con los cuales recubrir las fibras para que resulten más compatibles con la matriz, con el objeto de aumentar la adhesión.

1.2 LAMINADOS Y FRACTURA INTERLAMINAR

El presente trabajo se centra en el estudio de materiales compuestos laminados. Los laminados se forman mediante la unión de láminas apiladas, cada una de las cuales es una capa de resina de pequeño espesor reforzada con fibras. Estas láminas pueden ser de cinta si contienen sus fibras orientadas en una única dirección, o de tejido si están formadas por fibras entrelazadas. En el caso de las fibras unidireccionales, la lámina presenta resistencia y módulo de elasticidad elevados en la dirección de la fibra y valores más bajos en la dirección ortogonal a la fibra.

La orientación de las fibras en varias direcciones y la secuencia de apilamiento de cada una de las láminas pueden optimizar las propiedades mecánicas del laminado de acuerdo a la distribución de cargas. Si todas las láminas se encuentran apiladas en una única orientación se forma un laminado unidireccional (Figura 1-4a); si están en varias orientaciones se trata de un laminado multidireccional (Figura 1-4b).

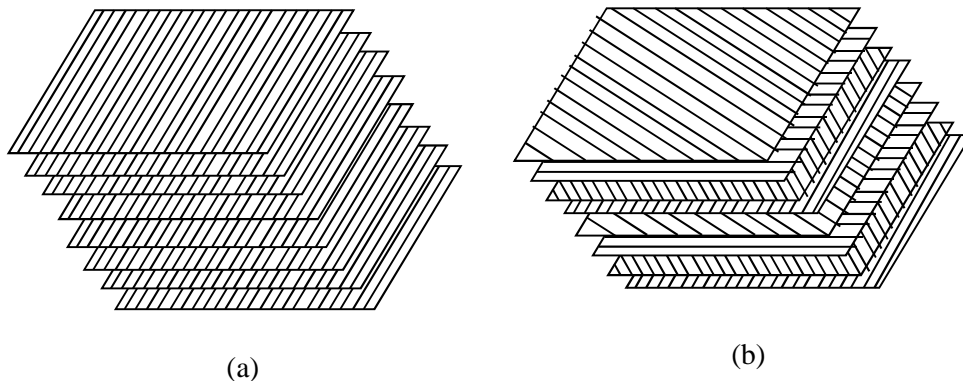


Figura 1-4 (a) Laminado unidireccional y (b) Laminado multidireccional.

En el caso de un material compuesto de matriz polimérica termoestable, el polímero, del cual están formadas las láminas se encuentra inicialmente sin reaccionar y por lo tanto el material es flexible. Tras apilar las láminas en la secuencia requerida, mientras se aplica una presión para mantener el material compactado, se procede a un proceso de calentamiento donde el polímero reacciona formando una red tridimensional unida al refuerzo.

De acuerdo a la teoría de placas laminadas, se puede determinar el comportamiento mecánico del laminado en función de las propiedades de las láminas constituyentes. Por lo tanto, en cierta medida se pueden diseñar materiales conociendo de antemano las propiedades requeridas. Éstas dependerán, por un lado, de la secuencia de apilado y ángulo que forma cada lámina, por otro lado, de las propiedades de cada lámina, que incluso pueden ser de diferente material.

En el análisis de laminados es habitual usar un sistema de coordenadas ortogonal con el eje z perpendicular al plano del laminado. La orientación de las láminas unidireccionales se especifica mediante el ángulo θ con respecto al eje x , como se aprecia en la Figura 1-5. El ángulo θ es positivo en el sentido contrario a las agujas del reloj con respecto al eje z [3].

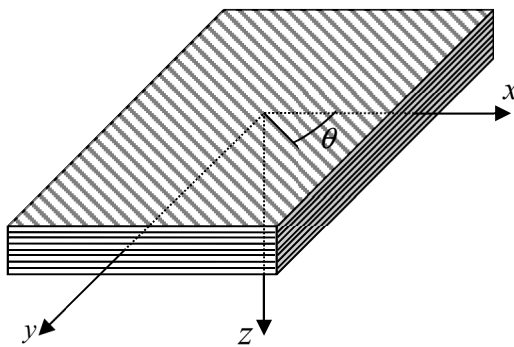


Figura 1-5 Sistema de coordenadas.

Los laminados presentan la desventaja de la fractura interlaminar o deslaminación, ya que el refuerzo mejora las propiedades en el plano, pero no lo hace en la dirección perpendicular al mismo. La fractura interlaminar consiste en el despegue de láminas contiguas o el agrietamiento de la matriz entre láminas, en zonas ricas en resina. Esta separación se debe a tensiones normales que actúan en la dirección del espesor y/o tensiones cortantes que actúan en planos paralelos a las intercaras de las láminas [4]. Puede aparecer por muy diversas razones, como defectos de fabricación, impacto de objetos extraños, campos de tensiones interlaminares, etc. y se propaga debido a las cargas que actúan sobre el material.

Las zonas de deslaminación crecen ante cargas crecientes o cíclicas, y el proceso puede llevar consigo la disminución de la resistencia y la rigidez del material, que pueden derivar en el fallo catastrófico del laminado.

El cálculo de la resistencia a la fractura interlaminar se basa en los tres modos de crecimiento de la grieta, siendo la tasa de liberación de energía liberada por unidad de anchura en una propagación infinitesimal de la grieta, G , el parámetro utilizado para su caracterización.

1.3 OBJETIVOS DE LA TESIS

El ensayo de doble viga empotrada (*Double Cantilever Beam*, DCB) es el método más empleado para determinar la resistencia a la deslaminación en modo I de fractura. Sin embargo, además de estar normalizado únicamente para compuestos unidireccionales de polímeros reforzados con fibras, requiere de la determinación visual del crecimiento de la grieta durante su ejecución.

El objetivo general de esta Tesis Doctoral es el estudio de nuevas metodologías de análisis del ensayo DCB para el cálculo de la fractura interlaminar de laminados unidireccionales y angulares. Para ello se plantean los siguientes objetivos parciales:

- Desarrollar un método de análisis de los datos del ensayo que permita la obtención de la tasa de liberación de energía sin necesidad de utilizar determinación visual de la longitud de grieta.
- Validar el método analítico para la determinación de la longitud de grieta, basado en la variación de la flexibilidad, mediante el ensayo experimental de probetas unidireccionales.
- Analizar los aspectos del ensayo DCB de laminados multidireccionales y determinar la aportación tanto de los efectos higrótérmicos como del acoplamiento flexión-torsión a la tasa de liberación de energía mediante una aproximación analítica.

1. MATERIALES COMPUESTOS

- Realizar ensayos de probetas de laminados angulares simétricos y anti-simétricos para calcular la tasa de liberación de energía mediante la nueva aproximación propuesta y comparar los resultados con otros métodos de reducción de datos existentes.



ESTADO DEL ARTE

2.1 MECÁNICA DE LA FRACTURA

2.1.1 INTRODUCCIÓN

La mecánica de la fractura, y particularmente la mecánica de la fractura elástica lineal, (*Linear Elastic Fracture Mechanics*, LEFM), estudia la formación y propagación de grietas, así como la distribución de tensiones y deformaciones que ocurren en los materiales sometidos a sollicitaciones mecánicas. Trata de caracterizar la resistencia a la fractura de los materiales principalmente mediante dos aproximaciones: por un lado, el criterio energético, según el cual la energía disponible para el avance de grieta debe superar un valor determinado, y por otro lado, el planteamiento tensional, en el que se definen factores de intensidad de tensiones para determinar el estado tensional en la punta de grieta. En el presente trabajo se utilizará el criterio energético para la fractura interlaminar de laminados compuestos.

Se suele establecer el inicio de la mecánica de la fractura en el trabajo de Inglis [5], que estudió el efecto de la concentración de tensiones en las grietas. Inglis estudió agujeros elípticos de longitud $2a$ y anchura $2b$ bajo tensión uniforme σ en una placa plana (Figura 2-1). Determinó que las tensiones locales en los bordes de la elipse eran mucho mayores que las tensiones medias aplicadas y que la máxima tensión σ_a se producía en el punto de menor curvatura de la elipse.

$$\sigma_a = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b}\right) \quad (2.1)$$

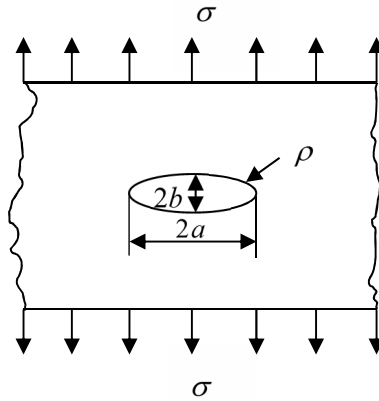


Figura 2-1 Agujero elíptico en placa plana.

La relación σ_a/σ se define como el factor de concentración de tensiones k_t . Cuando el eje mayor aumenta respecto al menor, el agujero elíptico se va asemejando a una grieta. Para este caso, Inglis encontró más conveniente expresar la expresión (2.1) en función del radio de curvatura, ρ .

$$\sigma_a = \sigma \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) \quad (2.2)$$

Donde:

$$\rho = \frac{b^2}{a} \quad (2.3)$$

Este criterio tiene un importante inconveniente. El problema es que si el radio de curvatura de la grieta tiende a cero la tensión en ese punto tiende a infinito. Esto no ocurre en la realidad, ya que es habitual la existencia de grietas afiladas y ningún material podría aguantar valores infinitos de tensión.

2.1.2 CRITERIO ENERGÉTICO DE GRIFFITH

La paradoja de tensión infinita en la grieta afilada motivó a Griffith a desarrollar una teoría de fractura considerando el problema desde un punto de vista termodinámico, en lugar de basarse en tensiones locales [6]. De acuerdo al principio de mínima energía potencial, cuando un sistema pasa de un estado de no equilibrio a un estado de equilibrio, se produce una disminución neta de energía. Con esta idea en mente, Griffith supuso que la grieta crece por la desaparición de la tracción que mantenía unidas las superficies. Suponiendo que el proceso es reversible, y asumiendo que se produce instantáneamente, se puede considerar adiabático.

En este caso, la energía interna del sistema es la suma de la energía potencial y la energía superficial necesaria para la creación de superficies.

$$U = \Pi + U_\gamma \quad (2.4)$$

Donde U es la energía total del sistema, Π la energía potencial elástica y U_γ la energía superficial. Para que la grieta avance, la disminución de energía potencial debe ser mayor que la necesaria para la creación de nueva superficie. Griffith consideró que la condición crítica para el crecimiento de grieta es que las variaciones energéticas asociadas a la creación o propagación de grieta se equilibren, es decir, que se minimice la energía del sistema.

$$\frac{dU}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dU_\gamma}{dA} = 0 \quad (2.5)$$

Siendo dA la variación de la superficie en el avance de grieta.

Para el caso de una placa semi-infinita de módulo E con una grieta de longitud a y sometida a una tracción σ como la representada en la Figura 2-2, Griffith, a partir de la solución de Inglis, encontró que la energía potencial elástica por unidad de espesor se puede expresar como:

$$\Pi = \frac{\pi\sigma^2 a^2}{2E} \quad (2.6)$$

Y la energía de superficie es:

$$U\gamma = 2a\gamma_s \quad (2.7)$$

Donde, suponiendo que el espesor de la placa es unitario, γ_s es la energía específica de superficie y $2a$ corresponde a la superficie de agrietamiento.

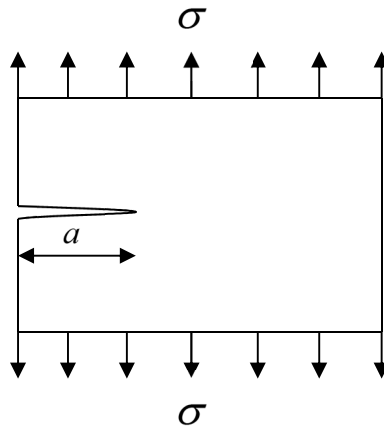


Figura 2-2 Placa con grieta de longitud a sometida a tensión.

Derivando las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtiene:

$$\frac{d\Pi}{da} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2.8)$$

$$\frac{dU\gamma}{da} = 2\gamma_s \quad (2.9)$$

Sustituyendo (2.8) y (2.9) en la ecuación (2.5) se determina la tensión crítica de fractura, σ_c , que en este caso es:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma_s E}{\pi a}} \quad (2.10)$$

El principal inconveniente del modelo de Griffith es que solo explica mecanismos de fractura de materiales frágiles. Para otros materiales, además de que la determinación de la energía de superficie resulta dificultosa, los valores que se obtienen son en general muy inferiores a los valores requeridos para la propagación de la grieta. Esto se debe a que Griffith utiliza criterios elásticos para determinar la resistencia a fractura, y éstos no son estrictamente válidos en la punta de la grieta. En la teoría elástica se asume una punta de grieta perfectamente definida y sin fuerzas de atracción en las superficies opuestas de la fisura, hipótesis que no es cierta en la punta de grieta.

2.1.3 CORRECCIÓN DE IRWIN

Irwin [7] y Orowan [8] por separado, dedujeron que el proceso de fractura no podía concentrarse en un solo punto como se había planteado hasta ese momento, sino que se presenta en una pequeña zona próxima a la punta de grieta, la zona plástica. Esta zona, por efecto de la deformación, puede absorber gran cantidad de energía manteniendo las tensiones dentro de un valor finito.

De esta forma, la tensión de fractura para materiales con flujo plástico se podría expresar de la siguiente manera:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2(\gamma_s + \gamma_p) E}{\pi a}} \quad (2.11)$$

Siendo γ_p la energía de deformación plástica disipada por unidad de área en el proceso de fractura. Irwin y Orowan definieron la expresión anterior únicamente para metales, pero se puede generalizar la expresión teniendo en cuenta otros tipos de disipación de energía:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2W_s E}{\pi a}} \quad (2.12)$$

Donde W_s es la energía necesaria para la creación de nueva superficie, incluyendo efectos plásticos, viscoelásticos o viscoplásticos, dependiendo del material.

2.1.4 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

Irwin [9] definió el concepto de tasa de liberación de energía, G , como la energía disponible para un incremento de la superficie de grieta (2.13), mientras que la tasa crítica de liberación de energía o tenacidad a fractura, G_c , es la energía requerida para el incremento de la superficie de grieta, que es una propiedad del material.

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = \frac{-1}{b} \frac{d\Pi}{da} \quad (2.13)$$

Donde b es el espesor de la placa. De esta manera, la condición crítica para el crecimiento de grieta se puede expresar como sigue:

$$G \geq G_c \quad (2.14)$$

Se considera un proceso en el que la carga aplicada se mantiene constante, como el de la Figura 2-3. En estas condiciones y considerando que el material tiene un comportamiento elástico lineal, la energía potencial Π puede definirse de la siguiente manera:

$$\Pi = U - W = U - P\delta \quad (2.15)$$

Donde U es la energía de deformación almacenada en el material, W el trabajo realizado por las fuerzas exteriores, P es la carga exterior y δ es el desplazamiento del punto de aplicación de dicha carga.

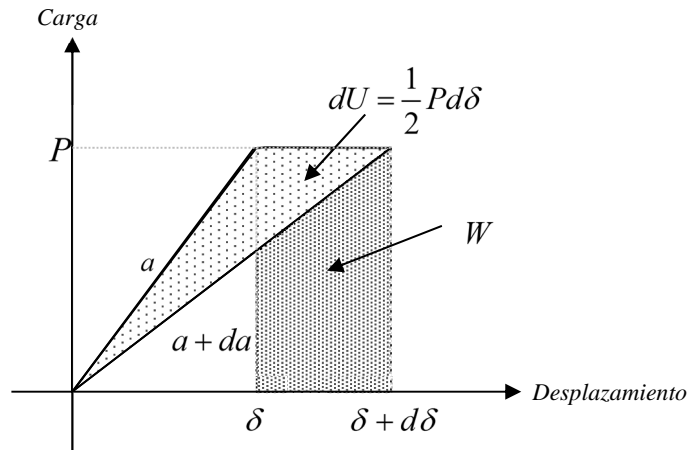


Figura 2-3 Curva carga-desplazamiento con control de carga.

En estas condiciones, la energía de deformación es:

$$U = \int_0^{\delta} P d\delta = \frac{1}{2} P\delta \quad (2.16)$$

por lo tanto:

$$\Pi = -U \quad (2.17)$$

Suponiendo que la grieta tiene una anchura constante b y una longitud a y teniendo en cuenta la definición de la flexibilidad del sistema, C , como el cociente entre el desplazamiento y la carga aplicada, se puede sustituir (2.16) en (2.17) y el resultado a su vez en (2.13), obteniendo la tasa de liberación de energía:

$$G = \frac{1}{b} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_p = \frac{P}{2b} \left(\frac{\partial \delta}{\partial a} \right)_p = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (2.18)$$

En estas condiciones de carga controlada, la energía requerida para el crecimiento de grieta es aportada por la carga aplicada.

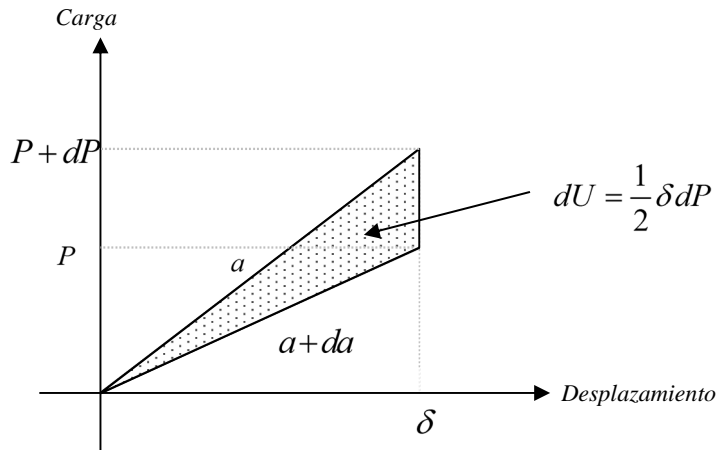


Figura 2-4 Curva carga-desplazamiento con control de desplazamiento.

Se suponen ahora unas condiciones de desplazamiento constante como en la Figura 2-4, es decir, un sistema de desplazamiento controlado. En este caso, el trabajo exterior aplicado al sistema es nulo, con lo que la energía potencial es igual a la energía de deformación. Siguiendo un proceso análogo al del caso anterior y teniendo en cuenta la definición de flexibilidad del sistema C , se obtiene:

$$G = -\frac{1}{b} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\delta} = -\frac{\delta}{2b} \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_{\delta} = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (2.19)$$

Cuando el sistema se encuentra bajo condiciones de desplazamiento controlado, la energía necesaria para el crecimiento de grieta es aportada por la energía de deformación.

Se puede observar que (2.18) y (2.19) son iguales, y por tanto la tasa de liberación de energía es la misma en condiciones de carga controlada o desplazamiento controlado.

2.1.5 MODOS DE FRACTURA

De acuerdo al desplazamiento relativo de las superficies de la grieta, en la Mecánica de la Fractura se distinguen tres modos básicos de fractura [10]:

- Modo de apertura (Modo I): en este modo, se producen tensiones normales perpendiculares a la grieta y las superficies de ésta se separan una de otra sin que exista deslizamiento relativo entre ellas (Figura 2-5a).
- Modo de deslizamiento (Modo II): en el modo II actúan tensiones tangenciales paralelas a las caras de la grieta y en la dirección de crecimiento de ésta, pero en sentidos opuestos. Las caras de la grieta deslizan una sobre otra manteniendo el contacto (Figura 2-5b).
- Modo de torsión o rasgado (Modo III): en el modo III las tensiones tangenciales actúan paralelas a las caras de la grieta, pero en dirección perpendicular al crecimiento de la grieta. Las caras deslizan una sobre otra, manteniendo el contacto y en dirección perpendicular al avance de grieta (Figura 2-5c).

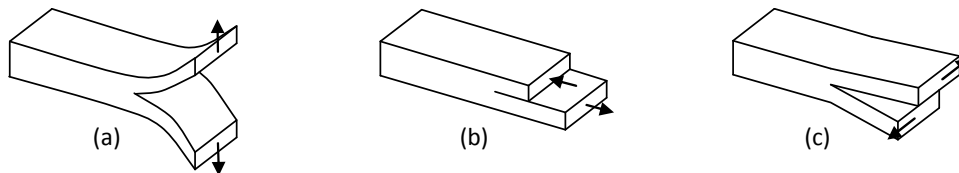


Figura 2-5 Modos de fractura (a) Modo I; (b) Modo II y (c) Modo III.

Un sistema bajo unas condiciones generales de carga puede tener componentes tensionales que provoquen más de un modo de fractura al mismo tiempo. Es lo que se conoce como modo mixto de fractura.

2.1.6 CURVAS DE RESISTENCIA

La curva de resistencia o curva-R consiste en un registro de la variación de la tasa crítica de liberación de energía con respecto al tamaño de grieta. Dependiendo de cómo varíen tanto la tasa de liberación de energía G como la tenacidad a fractura G_c , el crecimiento de grieta puede ser estable o inestable. La condición para el crecimiento de grieta es la siguiente:

$$G = G_c \quad (2.20)$$

Mientras que dicho crecimiento será estable si:

$$\frac{dG}{dG_c} \leq \frac{dG_c}{da} \quad (2.21)$$

Y será inestable en el caso de que se cumpla:

$$\frac{dG}{dG_c} > \frac{dG_c}{da} \quad (2.22)$$

Algunos materiales tienen una curva de resistencia horizontal, por lo que poseen una tenacidad a la fractura que no varía con el tamaño de grieta, mientras que en otros casos la curva-R es creciente y no pueden ser caracterizados con un único valor. Esto es habitual en polímeros reforzados con fibra larga, y se interpreta como un comportamiento de resistencia al avance de grieta.

2.2 ENSAYOS DE FRACTURA INTERLAMINAR DE MATERIALES COMPUESTOS

2.2.1 ENSAYOS DE MODO I

El ensayo DCB es el ensayo más utilizado para medir la fractura interlaminar en modo I. La aplicación del criterio de estabilidad basado en la flexibilidad [11] y su

verificación experimental [12] muestran la estabilidad del crecimiento de grieta para el ensayo en condiciones de carga con desplazamiento controlado. Se han publicado numerosas aproximaciones analíticas con el fin de interpretar los resultados de este ensayo. Se ha normalizado para el caso de compuestos unidireccionales de polímeros reforzados con fibra por la Asociación Americana de Ensayos y Materiales (ASTM) [13] y la Organización Internacional de Normalización (ISO) [14], siendo ambas normas técnicamente equivalentes.

La Figura 2-6 muestra la configuración del ensayo DCB descrito en [14]. Durante la fabricación, se debe insertar un film antiadherente con un grosor menor de $13 \mu m$ en el plano medio del laminado con el fin de generar la grieta inicial que se irá propagando durante el ensayo. Se aplican fuerzas de tracción por medio de bloques de carga o bisagras adheridas a la probeta mientras se controla el avance de la grieta. El valor de iniciación y de propagación de G_{Ic} se pueden calcular en base a los datos de carga, apertura de la grieta en el punto de aplicación de la carga y avance de grieta. Los dos primeros valores se obtienen directamente de los datos proporcionados por la máquina de ensayos mientras que la determinación de la longitud de grieta se hace de forma visual.

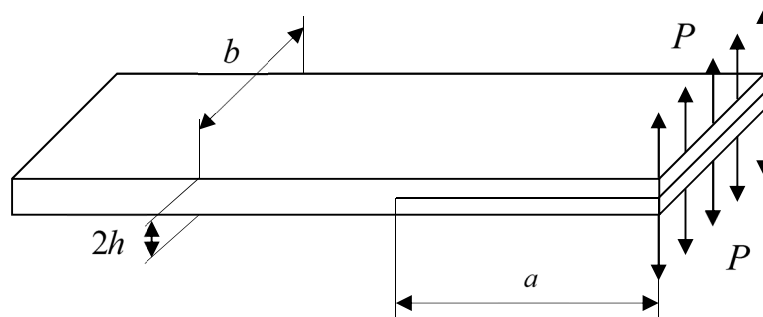


Figura 2-6 Configuración del ensayo DCB.

El análisis de los datos obtenidos se realiza basándose en la Teoría de vigas corregida o en la calibración experimental de la flexibilidad. Hashemi et al. [15] compararon los diferentes métodos existentes, y su aplicación a materiales compuestos con fibra, concluyendo que aquellos basados en la Teoría de vigas necesitaban una corrección en la longitud de grieta. Esta corrección es consecuencia de la deformación que las fuerzas

y momentos producen en el frente de grieta por el hecho de no existir un empotramiento perfecto en dicho punto. Desarrollaron el método de la Teoría de vigas corregida que se describe a continuación. Williams [16] estudió la influencia del uso de bloques de carga y el efecto debido a grandes desplazamientos.

Las normas mencionadas anteriormente recomiendan los siguientes métodos de reducción de datos:

- Método de la teoría de vigas corregida (*Corrected Beam Theory*, CBT)

Este método consiste en suponer que los brazos superior e inferior de la zona agrietada de la probeta pueden ser representados como dos vigas empotradas. Dicho empotramiento se encuentra a una distancia Δ desde el frente de grieta, tal y como se aprecia en la Figura 2-7, donde se representa el brazo inferior de la probeta. Esta distancia Δ es el factor de corrección de longitud de grieta que se aplica debido a que en el frente de grieta existe una rotación, y no un empotramiento perfecto.

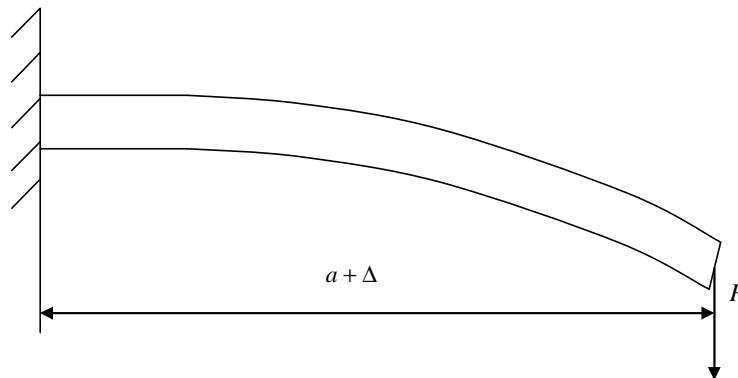


Figura 2-7 Modelo de viga empotrada (CBT).

Si no se tiene en cuenta el efecto del cortante, según la teoría de vigas de Euler-Bernuilli, el valor del desplazamiento en el punto de aplicación de la fuerza es:

$$\delta = \frac{P(a + \Delta)^3}{3EI} \quad (2.23)$$

Por lo que teniendo en cuenta que la flexibilidad en este ensayo se define como la relación entre la apertura en el punto de aplicación de la fuerza y la fuerza aplicada en este punto, dicha flexibilidad resulta ser un polinomio de tercer grado en $(a+\Delta)$ de acuerdo con la ecuación (2.23).

Aplicando la relación entre la G y la flexibilidad (2.18) y modificando la expresión para incluir por un lado el efecto de grande desplazamientos y por otro el de bloques de carga, en caso de ser utilizados, la tasa de liberación de energía en Modo I resulta ser:

$$G_{Ic} = \frac{3P\delta}{b(a+\Delta)} \frac{F}{N} \quad (2.24)$$

Donde P y δ son la carga aplicada y la deformación de uno de los brazos en el punto de aplicación respectivamente, b es la anchura de la probeta y a la longitud de deslaminación, medida desde el punto de aplicación de la carga. F es el factor de corrección para grandes desplazamientos y N es el factor de corrección debido a los bloques de carga [16].

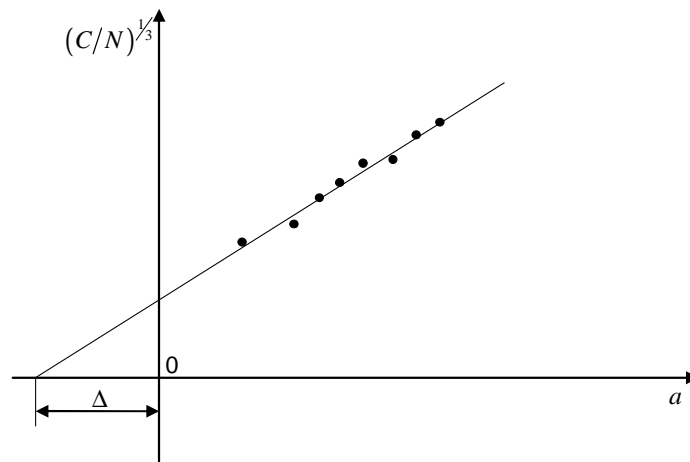


Figura 2-8 Determinación de Δ en CBT.

El parámetro Δ se determina experimentalmente graficando la raíz cúbica de la flexibilidad en función de la longitud de grieta. El punto de corte de la recta de ajuste

de mínimos cuadrados con el eje de abscisas determina el valor de Δ , como puede observarse en la Figura 2-8.

En el caso de que las propiedades del material sean conocidas, el factor de corrección Δ se puede calcular mediante la solución teórica para una viga sobre una fundación elástica dada por Williams [17]:

$$\Delta = h \sqrt{\frac{E_1}{11G_{13}} \left[3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1+\Gamma} \right)^2 \right]} \quad (2.25)$$

Donde:

$$\Gamma = 1.18 \frac{\sqrt{E_1 E_3}}{G_{13}} \quad (2.26)$$

Las propiedades elásticas E_3 y G_{13} son el módulo de Young en la dirección del espesor y el módulo de cortadura en el plano 13, respectivamente.

- Método de la calibración de la flexibilidad modificado (*Modified Compliance Calibration, MCC*)

En el método MCC se establece, a partir de los datos de ensayo, el gráfico de la raíz cúbica de la flexibilidad normalizada por la anchura, $(bC)^{1/3}$ o en el caso de usarse bloques de carga $(bC/N)^{1/3}$, como función de la longitud de grieta normalizada por el grosor de la probeta ($a/2h$) tal y como aparece en la Figura 2-9. La pendiente de la recta de ajuste de mínimos cuadrados se denomina m , y la G_{lc} viene dada por la expresión (2.17).

$$G_{lc} = \frac{3m}{2(2h)} \left(\frac{P}{b} \right)^2 \left(\frac{bC}{N} \right)^{2/3} F \quad (2.27)$$

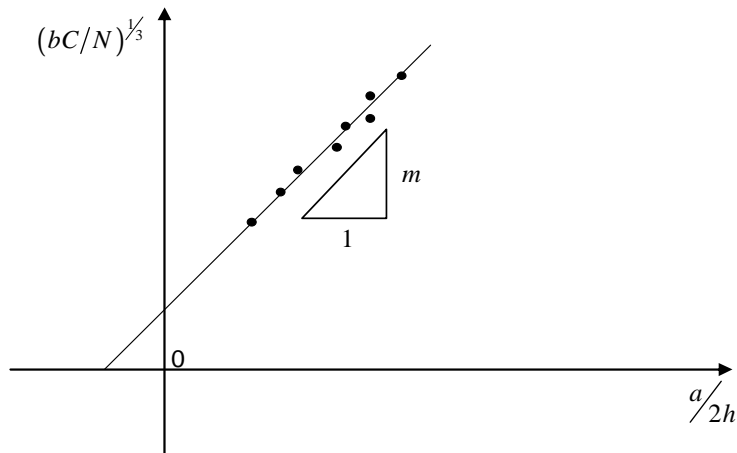


Figura 2-9 Determinación de la pendiente m en el método MCC.

En la norma ASTM [13] se define además un tercer método para el cálculo de la G_{Ic} a partir de los datos del ensayo:

- Método de la calibración de la flexibilidad (*Compliance Calibration Method, CCM*)

Este método, también conocido como el Método de Berry, propone graficar el logaritmo de la flexibilidad en función del logaritmo de la longitud de grieta como se aprecia en la Figura 2-10. Se calcula n , a partir del ajuste de mínimos cuadrados de los datos de la gráfica, como $n = \Delta_y / \Delta_x$ y la resistencia a la fractura en modo I según la expresión:

$$G_{Ic} = \frac{nP\delta}{2ba} \quad (2.28)$$

Los resultados son similares y ninguno de los tres métodos descritos se considera mejor que el resto en cuanto a resultados. Sin embargo, se recomienda el CBT ya que en la mayoría de los casos los resultados obtenidos son los más conservadores [13].

El alcance de las normas descritas es muy limitado en su aplicación, ya que además de tener que ser unidireccional, la norma limita el uso a materiales reforzados con fibra de carbono o de vidrio.

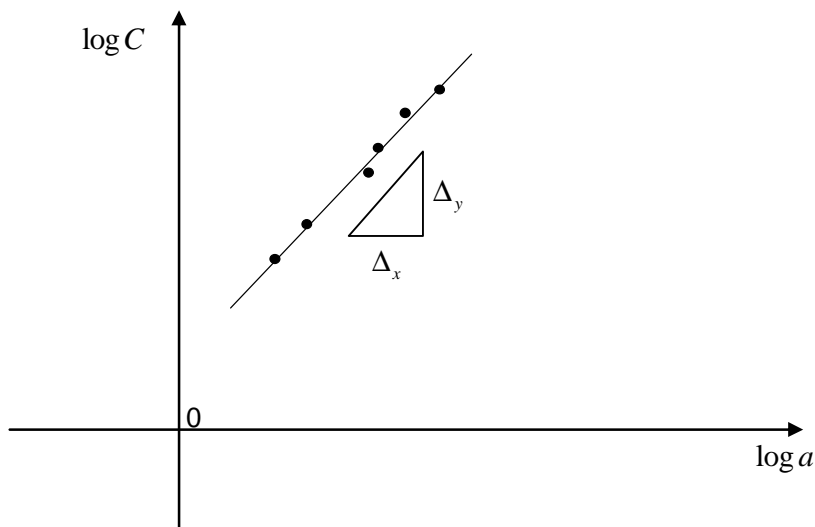


Figura 2-10 Determinación del parámetro n en el método CC.

- Método de las áreas

A pesar de no aparecer en las normas, debido a que el valor obtenido no es el de iniciación sino una media durante la propagación, otro método directo para la reducción de datos es el método de las áreas. En este caso, G se calcula directamente de la energía consumida por la propagación de la grieta dividida por el área creada durante dicha propagación. El área entre dos puntos de la gráfica carga-desplazamiento representa la variación de energía elástica almacenada debido al crecimiento de la grieta.

En este caso la tasa de liberación de energía, que se corresponde con el área rallada de la Figura 2-11, viene dada por la siguiente expresión:

$$G_I = \frac{P_1 \delta_2 - P_2 \delta_1}{2b(a_2 - a_1)} \quad (2.29)$$

Siendo P_i los valores de la carga, δ_i los valores de desplazamiento y a_i las longitudes de la grieta en dos puntos de la gráfica carga-desplazamiento, como se observa en la Figura 2-11.

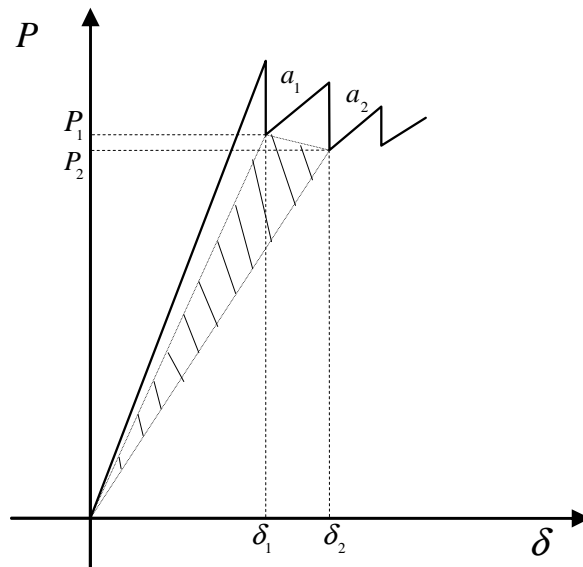


Figura 2-11 Método de las áreas.

Se han desarrollado diversos modelos con el fin de buscar una solución analítica al comportamiento de probetas sometidas al ensayo DCB.

Inicialmente la probeta DCB se asimiló a una viga de longitud equivalente a la parte agrietada y con un empotramiento en el frente de grieta, aunque los resultados no eran buenos debido a que dicho empotramiento no puede considerarse perfecto.

Williams [17] estudió el efecto de la flexibilidad del empotramiento de la viga en probetas DCB ortótropas asimilando la parte no agrietada de la probeta a una viga de Timoshenko sobre una fundación elástica. Se basó en el trabajo publicado con anterioridad por Kanninen [18, 19] para el caso de materiales isotrópicos. Llegó a la conclusión de que la parte del empotramiento de la probeta ortótropa se comporta como

una viga corta con una importante deformación por cortante, lo que lleva a una considerable rotación en este punto si se compara con el caso isotrópico. Whitney [20] utilizó la Teoría de placas para el caso ortótropo, asumiendo estado de deformación plana.

Olsson [21] analizó el desplazamiento de la parte agrietada mediante la Teoría clásica de vigas corregida para tener en cuenta el cortante. También determinó el desplazamiento provocado por la flexibilidad en la parte sin agrietar y los efectos de Saint Venant más allá del frente de grieta. Realizó el cálculo de la flexibilidad mediante la superposición de todos estos efectos y lo corroboró con un análisis de elementos finitos. Comparando otros análisis, llegó a la conclusión de que la solución de Williams tiene una rigidez alta, mientras que la de Whitney es la que más se aproxima a la obtenida mediante los elementos finitos.

Ozdil y Carlsson [22] ampliaron el modelo de Kanninen para su aplicación en laminados angulares teniendo en cuenta la rigidez fuera del plano del laminado. Observaron una buena concordancia entre los resultados obtenidos analíticamente y los obtenidos experimentalmente para diferentes configuraciones angulares. En los datos experimentales se puede apreciar como la curva de resistencia es creciente, hecho atribuido al despegue de fibras transversales.

Kondo [23] modelizó el ensayo DCB utilizando para ello un viga de Timoshenko sobre una fundación elástica tipo Winkler, en oposición a la de tipo Pasternak usada por Williams [17]. Kondo consideró que la simetría de la probeta no permite la existencia de esfuerzos cortantes, causantes de la rigidez rotacional en la parte sin agrietar de la probeta.

Shokrieh et al. [24] utilizaron una teoría de cortante de primer orden sobre una fundación elástica de dos parámetros para modelar probetas multidireccionales, obteniendo resultados aceptables para configuraciones con coeficientes de acoplamiento bajos y altos ratios de aspecto de la probeta (Longitud de grieta sobre anchura de la probeta).

Qiao y Wang [25, 26] utilizaron un modelo con una junta para tener en cuenta el efecto de las tensiones en el frente de grieta de la intercara de bi-materiales. La flexibilidad de

la junta varía para que de esa manera se pueda ajustar el modelo a los materiales ensayados.

Szekrényes [27] presentó un amplio análisis, teniendo en cuenta, además del modelo de vigas de Euler-Bernuilli y de la sustentación elástica de Winkler-Pasternak, el efecto de Saint-Venant y la deformación a cortadura del frente de grieta.

Hamed et al. [28] consideraron una teoría de deformación por cortante de segundo orden. Pavan Kumar et al. [29] compararon los resultados de utilizar teorías de cortante de primer orden con los resultados de usar teorías de orden superior concluyendo que para longitudes de grieta cortas puede tener importancia el uso de teorías de orden superior.

Shokrieh et al. [30] presentaron un método basado en una teoría de vigas de sexto orden sobre una fundación elástica de Winkler, teniendo en cuenta tanto la deformación transversal como la deformación en la punta de grieta.

Olsson [31] revisó los modelos basados en fundación elástica publicados, llegando a la conclusión de que los que tenían una mejor coincidencia con los datos obtenidos numéricamente mediante modelado de elementos finitos son los que utilizan una viga de Timoshenko sobre una sustentación tipo Winkler y los métodos que utilizan aproximaciones energéticas para incorporar la flexibilidad en el frente de grieta.

Shokrieh et al. [32] también compararon los modelos de viga sobre fundación elástica. En sus conclusiones coinciden con Olsson en que el modelado de una viga de Timoshenko sobre fundación de Winkler es el que mejor se ajusta a los resultados experimentales para laminados unidireccionales. Sin embargo, los modelos de viga de Timoshenko sobre fundación de Pasternak, que son muy rígidos para laminados unidireccionales, se ajustan mejor en el caso de laminados angulares.

No todos los modelos están basados en fundaciones elásticas. Weatherby [33] incluyó un muelle rotacional en el empotramiento, con el fin de permitir el giro en este punto. Este modelo ha sido utilizado para corroborar estudios experimentales por Nageswara [34] o más recientemente por Franklin y Christofer [35, 36].

2.2.2 ENSAYOS DE MODO II

Existen varias configuraciones de ensayo para caracterizar la deslaminación en modo II, pero el ensayo de flexión con entalla final (*End notched flexure*, ENF) ha sido normalizado por la ASTM [37].

- El ensayo ENF es un ensayo de flexión en tres puntos de una probeta previamente agrietada en uno de sus extremos, como se aprecia en la Figura 2-12.

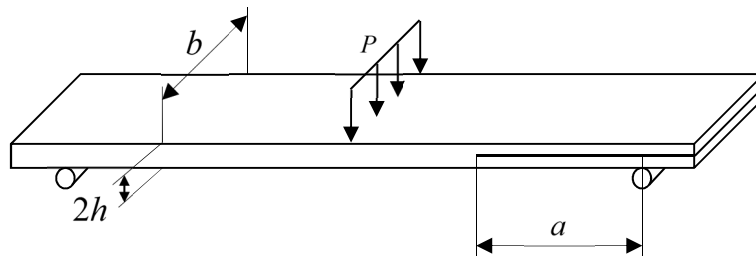


Figura 2-12 Configuración del ensayo ENF.

El ensayo fue inicialmente analizado por Russell y Street mediante la teoría de vigas [38]. Posteriormente, Carlsson et al. [39] ampliaron el análisis a materiales compuestos incluyendo el efecto del cortante. La utilización de relaciones espesor-longitud de grieta pequeños puede minimizar dicho efecto.

Una de las principales desventajas de este ensayo es que el crecimiento de grietas es inestable excepto para grietas en las que su longitud normalizada respecto a media luz sea aproximadamente 0,7 ($a/L > 0,7$) [40]. Otro de los problemas es la difícil determinación visual de la grieta durante el ensayo. Con el objetivo de soslayar dicho inconveniente, Arrese et al. [41] desarrollaron el Método de la teoría de vigas con rotaciones de flexión (*Beam Theory including Bending Rotation*, BTBR) que, basado en la flexibilidad experimental, permite determinar la longitud de grieta de modo analítico.

- El Ensayo de fractura con carga final (*End loaded Split*, ELS) consiste en la aplicación de una carga en una de las vigas fracturadas, mientras en la parte sin agrietar existe un empotramiento, como se aprecia en la Figura 2-13. Tiene como ventaja una

condición más favorable que otros ensayos para la propagación estable de la grieta [40], mientras que su principal desventaja es la dificultad de conseguir un amarre que asegure un empotramiento perfecto, además de los grandes desplazamientos que se producen.

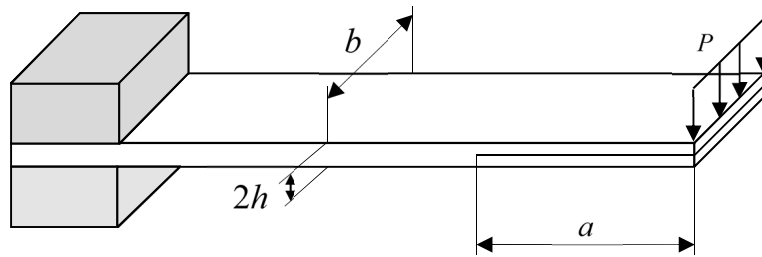


Figura 2-13 Configuración del ensayo ELS.

- El Ensayo de flexión con entalla final de cuatro puntos (*Four-point End Notched Flexure test*, 4ENF). Este ensayo, cuya configuración se muestra en la Figura 2-14, permite obtener una curva de resistencia completa, debido a que no presenta problemas de inestabilidad en el crecimiento de grieta. Fue propuesto inicialmente por Martin y Davidson [42]. Sin embargo, de acuerdo al análisis experimental llevado a cabo por Schuecker y Davidson [43] los datos obtenidos son hasta un 20% superiores a los obtenidos mediante el ensayo ENF. Según los autores, las diferencias son superiores al aumentar la relación entre la luz de los soportes y la luz entre los puntos de aplicación de carga.

Schuecker y Davidson [44] analizaron mediante el método de los elementos finitos el efecto del rozamiento como posible origen de las diferencias. Determinaron que el efecto del rozamiento en los rodillos es mayor que en el ENF y que además aumenta con la relación entre la luz entre soportes y la luz entre los puntos de aplicación de carga, aunque dicho efecto no es suficiente para explicar toda la diferencia en los resultados de G_{II} , por lo que establecieron que el error se debe a la imprecisión a la hora de determinar la longitud de grieta y medir la flexibilidad.

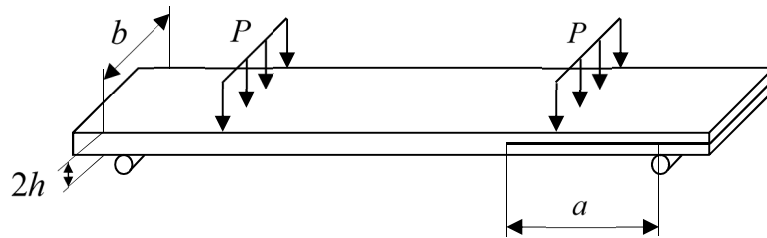


Figura 2-14 Configuración del ensayo 4ENF.

2.2.3 ENSAYOS DE MODO MIXTO I/II

El modo mixto I/II ha tenido un importante desarrollo en los últimos tiempos. Esto es debido a que en la práctica la combinación de modos es habitual, y los modos I y II son predominantes con respecto al modo III.

- Flexión en modo mixto (*Mixed mode bending, MMB*). La configuración es la mostrada en la Figura 2-15 siendo la normalizada por ASTM [45] y basada en la propuesta de Crews y Reeder [46, 47]. Probablemente el MMB es ensayo más utilizado por el amplio rango de modos mixtos que se pueden ensayar. Sin embargo, la complejidad del utillaje necesario hace que a menudo se prefieran otras configuraciones de ensayo.

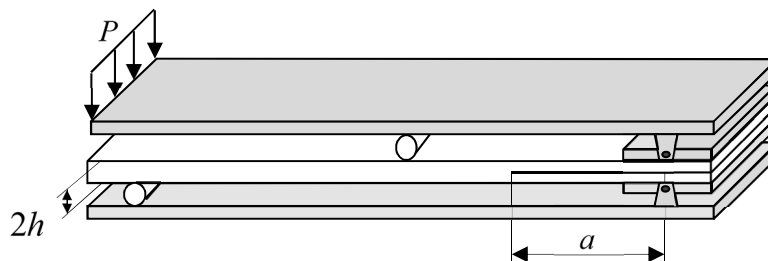


Figura 2-15 Configuración del ensayo MMB.

- Ensayo de flexión en viga única (*Single leg bending*, SLB), cuya configuración se muestra en la Figura 2-16, fue propuesto por Yoon y Hong [48]. Tiene el inconveniente de que es muy limitado el rango de modos mixtos que permite ensayar. Basándose en este ensayo, Szekrényes et al. [49] desarrollaron el ensayo *Over leg bending* (OLB).

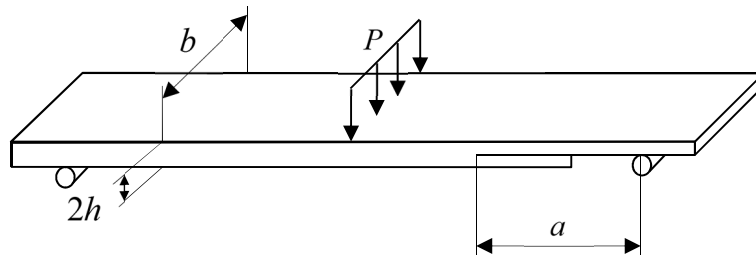


Figura 2-16 Configuración del ensayo SLB.

- Ensayo con grieta cortante (*Crack Lap Shear*, CLS). Este ensayo, de configuración sencilla, tiene sin embargo el problema de la dificultad de análisis que provoca el hecho de que la carga se aplique excéntricamente (Figura 2-17).

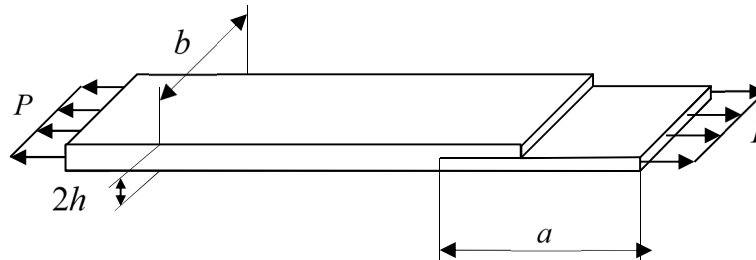


Figura 2-17 Configuración del ensayo CLS.

- Más recientemente, Boyano et al. [50] han propuesto el ensayo de flexión con entalla final con rodillo (*End notched Flexure with Roller*, ENFR) que permite el cálculo de la longitud de grieta y la tasa de liberación de energía para cada par de datos carga-desplazamiento del ensayo (Figura 2-18).

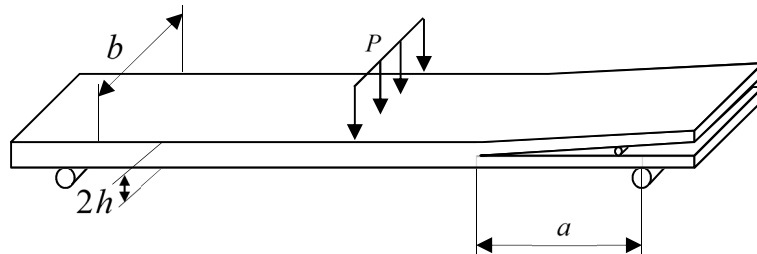


Figura 2-18 Configuración del ensayo ENFR.

2.2.4 ENSAYOS DE MODO III

El desarrollo de un método de ensayo normalizado para el modo III de fractura no ha tenido tanto empuje como los casos anteriores, debido entre otras cosas a la dificultad de encontrar una configuración de ensayo que muestre un modo III puro en el frente de grieta. Los ensayos más habitualmente utilizados son los siguientes:

- Ensayo de viga quebrada en voladizo (*Split Cantilever Beam, SCB*).

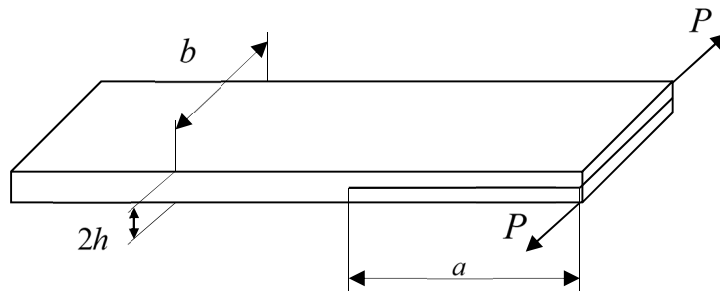


Figura 2-19 Configuración del ensayo SCB.

Propuesto inicialmente por Donaldson [51], comparte la utilización de probetas tipo viga con los ensayos DCB y ENF (Figura 2-19). Sin embargo, el ensayo tiene una importante componente de modo II de fractura. Posteriormente ha habido diversas modificaciones a este ensayo para tratar de evitar este problema, [52, 53]. Más

recientemente, Szekrényes [54] ha introducido cambios importantes en el ensayo, dando lugar a un nuevo método llamado MSCB (*Modified Split Cantiléver Beam*).

- Ensayo de torsión con entalla lateral (*Edge crack torsión*, ECT), cuya configuración se aprecia en la Figura 2-20, fue propuesto por Lee [55] siendo el más utilizado actualmente. Consiste en aplicar cargas iguales pero opuestas a una probeta con grieta lateral inicial. De esta forma se obtiene una distribución de torsión uniforme en toda la probeta. Una ronda de ensayos organizada para evaluar su posible estandarización concluyó con datos muy dispersos y una considerable cantidad de no linealidades [56].

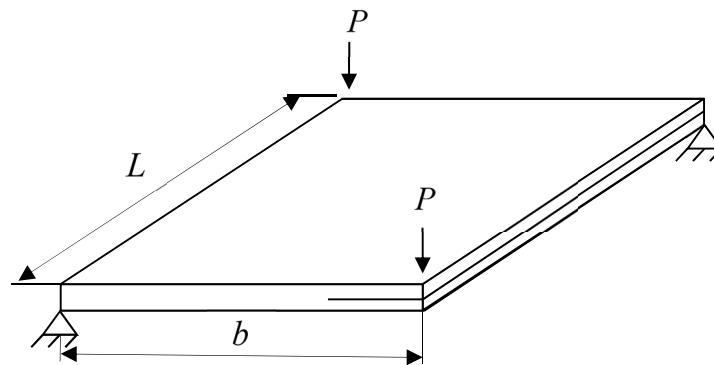


Figura 2-20 Configuración del ensayo ECT.

Becht y Gillespie [57] propusieron el ensayo *crack rail shear* para caracterizar la deslaminación en modo III. La principal dificultad de este método es que la baja flexibilidad de la probeta no permite utilizar la calibración de la flexibilidad para la reducción de datos, además de existir una importante componente de modo II de fractura. El ensayo *Shear Torsion Bending* [58, 59], fue inicialmente diseñado para caracterizar modos mixtos y posteriormente modificado para modo III. Las probetas usadas en este ensayo se fabrican con pre-grieta tanto en el frente como en ambos laterales. Tratando de minimizar los problemas que presentan las configuraciones anteriores, se han propuesto varias modificaciones sobre estos ensayos, como el *modified edge crack torsión* (MECT) [60, 61], el *six edge crack torsión* (6ECT) [62], el *Split-shear torsión* (SST) [63], o el más recientemente diseñado ensayo de torsión [64].

2.2.5 MÉTODOS NUMÉRICOS

La modelización mediante el Método de elementos finitos ha sido ampliamente utilizada en los últimos años como técnica de predicción de la resistencia a la deslaminación.

Cabe destacar el método del cierre virtual de grieta (*Virtual crack closure Technique*, VCCT). Este método es el más usado y está basado en la hipótesis de Irwin, es decir, en que la energía liberada en una extensión de grieta (Figura 2-21) equivale al trabajo necesario para cerrarla y volver al estado inicial [65]. El método, además de suministrar la G total, ofrece también la posibilidad de calcular las contribuciones G_I , G_{II} y G_{III} asociando a cada modo de fractura las componentes cartesianas de las fuerzas nodales en el frente de la grieta [66].

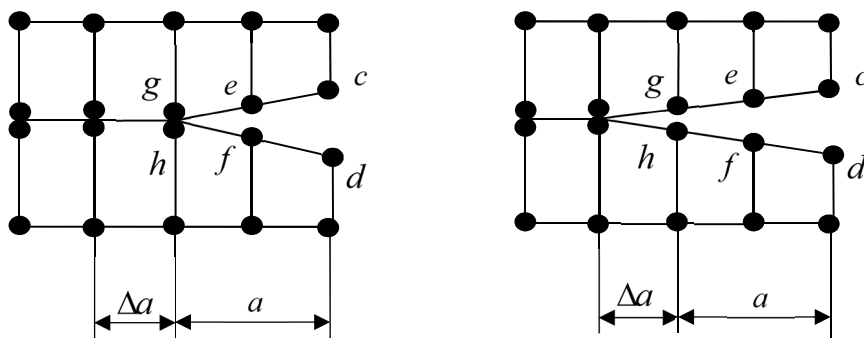


Figura 2-21 Extensión de grieta en el modelo de elementos finitos.

Bonhomme et al. [67, 68] propusieron el procedimiento de extensión de dos pasos (*Two-step Extension Method*, TSEP), calculando en un primer paso las fuerzas en el frente de grieta y los desplazamientos en el segundo. Compararon los resultados para el ensayo DCB de este método y del método VCCT, llegando a la conclusión de que el método TSEP concuerda mejor con los datos experimentales. Los datos obtenidos mediante VCCT resultaron algo inferiores para elementos de cuatro nodos en deformación plana. Sin embargo, los métodos convergen si se utilizan elementos de menor longitud.

El origen de la técnica del modelo de zona cohesiva (*Cohesive Zone Model, CZM*) se encuentra en los trabajos de Dugdale [69] y Barenblatt [70], que utilizaron una zona de fallo que llamaron zona cohesiva para representar los procesos existentes en un frente de grieta. La fractura se produce como un proceso de separación de superficies y avance del frente de grieta, al cual se oponen unas fuerzas de cohesión en una zona de fallo alrededor de la grieta. De esta manera la zona plástica se sustituye por una zona de proceso, en la que se produce el daño y la fractura. Esta técnica también es comúnmente utilizada para caracterizar la deslaminación en modo I [71, 72].



MATERIAL Y FABRICACIÓN

3.1 MATERIAL

En los ensayos correspondientes a este trabajo se han utilizado laminados, tanto unidireccionales como multidireccionales, fabricados por compresión en caliente. El material para la fabricación de laminados es un compuesto de fibra de carbono y matriz epoxi denominado T6T/F593 y ha sido proporcionado por Hexcel Composites en forma de prepreg (Figura 3-1).



Figura 3-1 Rollo de material preimpregnado y láminas cortadas a medida.

La matriz F593 es un sistema epoxi termoestable modificado de flujo muy lento. Sus principales características son una viscosidad elevada durante el curado, un ciclo sencillo para fabricación bajo presión o en autoclave, y buena resistencia medioambiental.

Las propiedades principales de las matrices se muestran en la Tabla 3-1, habiéndose obtenido de la página web de Hexcel Composites [73].

PROPIEDADES	F593
Resistencia a Tracción (<i>MPa</i>)	60,4
Modulo a Tracción (<i>GPa</i>)	2960
Deformación a Tracción (%)	2
Tenacidad a la Fractura, G_{Ic} (J/m^2)	420
Temperatura de Transición Vítrea ($^{\circ}C$)	177
Tiempo de Gel a $177^{\circ}C$ (<i>min</i>)	9-17

Tabla 3-1 Propiedades de la matriz F593.

PROPIEDADES	T300
Resistencia a Tracción (<i>MPa</i>)	3530
Módulo a Tracción (<i>GPa</i>)	230
Deformación a Tracción (%)	1,5
Densidad (g/cm^3)	1,76
Diámetro ($10^{-6} m$)	7

Tabla 3-2 Propiedades de la fibra de carbono T300.

La T300, por su parte, es una fibra de precursor poliacrilonitrilo, con un módulo de elasticidad elevado y baja densidad. Sus principales propiedades mecánicas se

muestran en la Tabla 3-2 y han sido obtenidas de la página web del fabricante Torayca [74].

La cinta de preimpregnado utilizada tiene un 55% de contenido en fibra y un grosor de 0,195 mm. Las características mecánicas y térmicas principales del prepreg formado a partir de la matriz y el refuerzo descritos que se van a utilizar en el presente trabajo, vienen dados en la Tabla 3-3 y se han obtenido de [75].

PROPIEDADES	T300/F593
Módulo de tracción en la dirección de la fibra (GPa)	124
Módulo de tracción transversal (GPa)	8,4
Módulo de cortadura en el plano (GPa)	4,7
Coefficiente de Poisson	0,3
Coefficiente de dilatación térmica en la dirección de la fibra ($^{\circ}C^{-1}$)	$-4,5 \cdot 10^{-9}$
Coefficiente de dilatación térmica en la dirección transversal ($^{\circ}C^{-1}$)	$5,2 \cdot 10^{-5}$

Tabla 3-3 Propiedades de los laminados T300/F593.

3.2 FABRICACIÓN DEL MATERIAL Y PROBETAS

El proceso de fabricación comienza con el apilamiento de los preimpregnados, cortados a medida con una guillotina, sobre un molde de placas de cobre cubierto de teflón e impregnado con Frekote para facilitar el desmoldado. Se han fabricado laminados de 16 capas tanto unidireccionales con multidireccionales. Durante el proceso de apilamiento, se introduce una lámina de teflón entre las dos láminas centrales con el

objetivo de crear la grieta inicial necesaria en los ensayos DCB. Tras cubrir las láminas con la tapa superior del molde se introduce en la prensa (Figura 3-2) para someterlo al ciclo de curado.



Figura 3-2 Prensa de curado.

El proceso de curado de las resinas epoxi se produce tanto a temperatura ambiente como a temperaturas superiores, y supone la formación de una estructura tridimensional rígida a partir de la transformación de un líquido de bajo peso molecular en un polímero sólido amorfo de alto peso molecular, al reaccionar la resina con un endurecedor, que facilita y provoca el entrecruzamiento de las resinas.

Cuando aumenta el grado de entrecruzamiento, en un primer momento, la mezcla de resina y endurecedor es fluida, pero la viscosidad va aumentando hasta que en un instante determinado aumenta bruscamente. Este instante se define como tiempo de gel, que es un punto irreversible de transformación del material.

Una vez se llega al punto de gel, coexisten los dos estados en el material, pero a medida que la reacción avanza la proporción de sólido aumenta hasta que la conversión es total. La temperatura de transición vítrea, T_g , es la temperatura a la que en un proceso de enfriamiento, el polímero pasa de un estado gomoso a un estado rígido o de rígido a gomoso en caso de que exista calentamiento. Durante el curado se ve afectada la T_g , que aumenta hasta la finalización de la reacción, momento en el cual se alcanza la temperatura de transición vítrea final $T_{g\infty}$.

En la prensa debe existir un compromiso entre la presión aplicada y la temperatura, ya que, si bien la presión es necesaria para eliminar las burbujas interiores del material, ésta, al ser aplicada unidireccionalmente en perpendicular a la placa, hace que, si la viscosidad de la matriz es baja, fluya en el plano de la placa arrastrando fibra. Para ello, se aplica la presión a una temperatura cercana a la de gelificación, ya que a esta temperatura la resina permite la extracción de burbujas sin que exista flujo excesivo.

En el caso del presente trabajo, el ciclo de fabricación es el definido en la Figura 3-3, con un tiempo de curado de dos horas a 180°C y 8 bares de presión, tal y como define el fabricante.

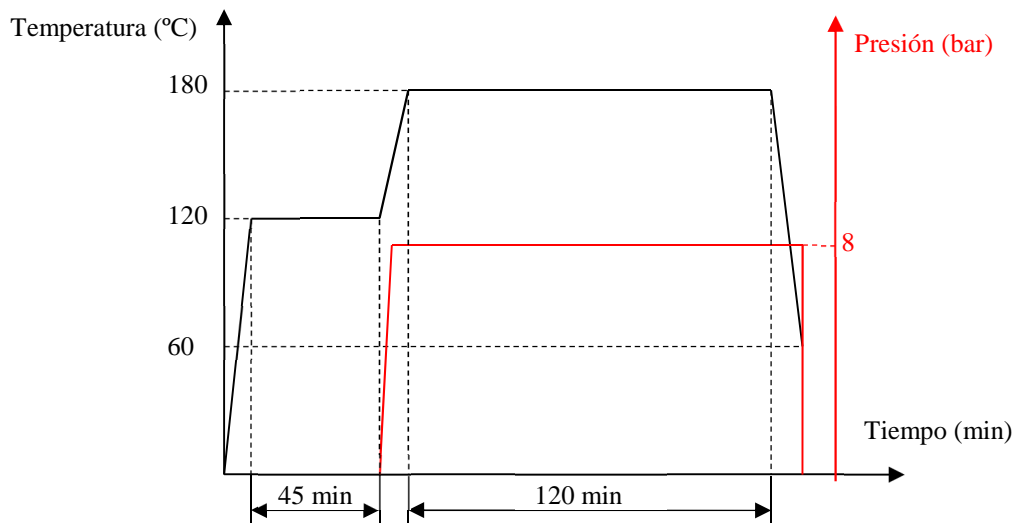


Figura 3-3 Ciclo de curado.

Se aplica una temperatura inicial de 120°C, manteniéndola durante 45 minutos sin aplicar presión de forma continua. Durante este tiempo se dan tres prensadas de 8 bares para compactar el material y eliminar gases, una al inicio, una intermedia y otra al final de este periodo.

Posteriormente se aplica la presión de forma continua y se eleva la temperatura a 180°C, manteniendo el laminado de este modo durante dos horas. Pasado este tiempo y sin quitar la presión para evitar que exista deformación, se disminuye gradualmente la

temperatura para evitar tensiones residuales. Al llegar a 60 °C se elimina la presión y se da por finalizado el proceso.

Las probetas utilizadas en los ensayos se obtienen de los laminados, mecanizando éstos mediante la sierra diamantada de la Figura 3-4a. Posteriormente, con el fin de conseguir homogeneidad en la anchura a lo largo de toda la probeta, se mecanizan en la pulidora Forcipol 300 de la casa Metkon de la Figura 3-4b.

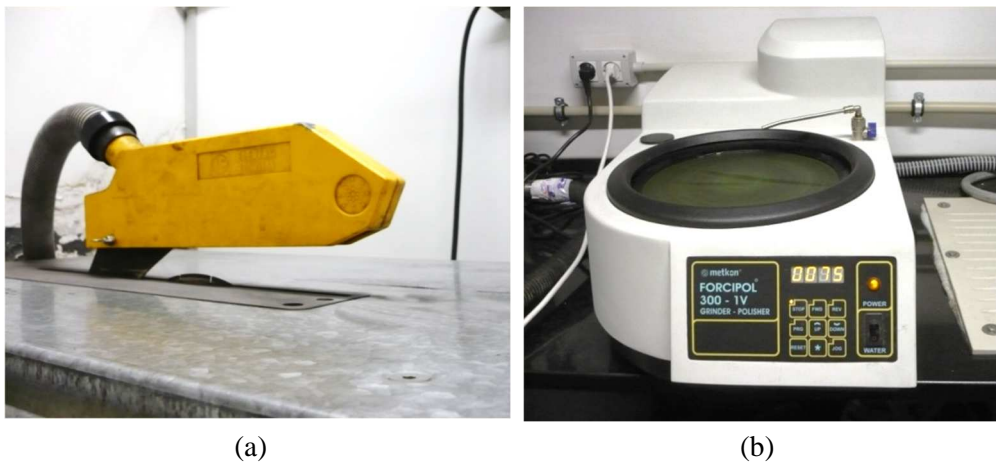


Figura 3-4 (a) Sierra diamantada y (b) Pulidora.

3.3 CONDICIONES DE ENSAYO

Las dimensiones nominales de las probetas para los ensayos son de $b = 15\text{mm}$ anchura y $2h = 3\text{mm}$ de espesor, mientras que la longitud es de $L=180$, teniendo en cuenta que aproximadamente los primeros 50 milímetros de longitud corresponden a la grieta inicial.

Para la realización de los ensayos se ha utilizado la máquina universal de ensayos MTS Insight10 que aparece en la Figura 3-5, con una célula de carga de 250 N.



Figura 3-5 Máquina de ensayos.

3.4 ENSAYOS PRELIMINARES

3.4.1 FLEXIBILIDAD DEL SISTEMA

En el presente trabajo se propone un método de cálculo de longitud de grieta basado en la variación de la flexibilidad durante el ensayo DCB. Para ello, es necesario determinar la flexibilidad del sistema de ensayo. Con tal fin, como puede observarse en la Figura 3-6, se adhieren a una placa de acero delgada unas bisagras del mismo modo que se hace con la probeta de DCB y se ensaya de la misma manera. Considerando la deformación de la placa de acero despreciable, la pendiente obtenida de las curvas de carga-desplazamiento es la flexibilidad del sistema. Este ensayo se realiza cinco veces, obteniendo un valor medio para la flexibilidad del sistema de $C_s = 201 \cdot 10^5 \text{ mm/N}$. Este valor incluye los efectos de la estructura de la máquina, de la célula de carga y de las bisagras adheridas a la probeta.

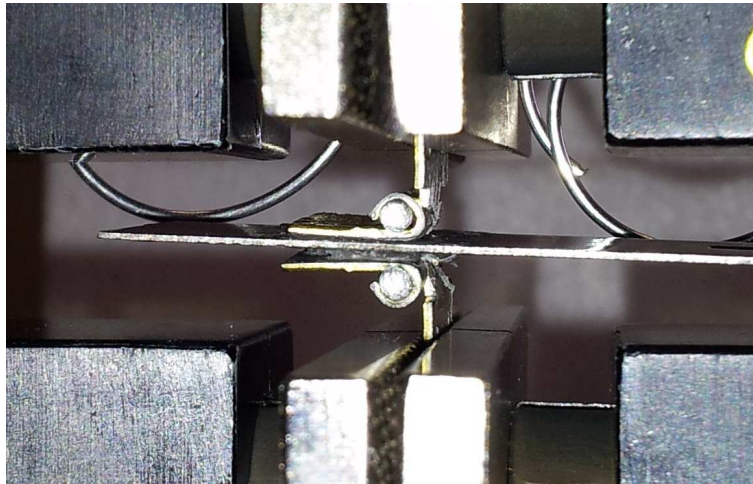


Figura 3-6 Determinación de la flexibilidad del sistema.

3.4.2 MÉTODO BTBR

El método BTBR se ha utilizado tanto para obtener la longitud de grieta inicial de cada probeta, como para comprobar los resultados analíticos obtenidos en el capítulo 5.

El método determina la longitud de grieta basándose en la flexibilidad del punto de aplicación de la carga en el ensayo ENF. Para ello, se determina el desplazamiento de dicho punto de aplicación de carga teniendo en cuenta el efecto de las deformaciones locales, el cortante y las rotaciones de flexión.

El efecto de las deformaciones locales incluye la indentación, que genera un desplazamiento por el cambio de espesor en la probeta, y el desplazamiento debido a la flexibilidad de la máquina de ensayos. Ambos desplazamientos están incluidos en la constante de rigidez k [76]. Cuando la indentación es despreciable, la constante de rigidez se relaciona con la flexibilidad del sistema $C_s=1/k$. El desplazamiento total, δ , es:

$$\delta_T = \delta + \frac{1}{k}P \quad (3.1)$$

Siendo δ el desplazamiento experimental y P la carga aplicada en el ensayo.

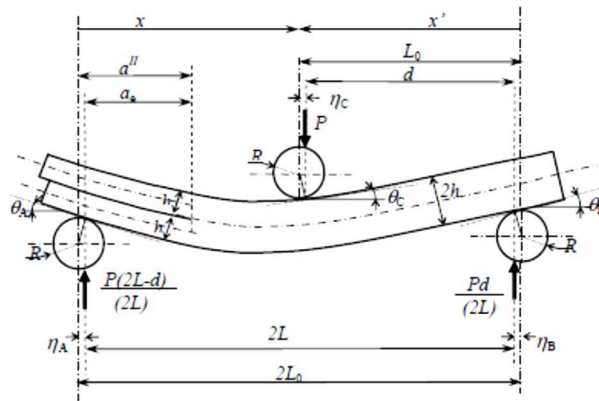


Figura 3-7 Configuración deformada del ensayo ENF.

La variación en las dimensiones del ensayo debido a las rotaciones de flexión [77] que se muestran en la Figura 3-7 se tienen en cuenta mediante la corrección de las dimensiones según las siguientes ecuaciones:

$$2L = 2L_0 - \eta_A - \eta_B \quad (3.2)$$

$$d = L_0 - \eta_A - \eta_C \quad (3.3)$$

$$a_e = a - \eta_A \quad (3.4)$$

Siendo $\eta_A = R|\theta_A|$; $\eta_B = R|\theta_B|$; $\eta_C = R|\theta_C|$ las reducciones de luces debidas a los rodillos de sustentación y de aplicación de carga, θ_A , θ_B y θ_C son los ángulos girados por los rodillos y R el radio de dichos rodillos.

Según el segundo teorema de Castigliano, el desplazamiento del punto de aplicación de la carga es:

$$\delta = \int_L \frac{m}{E_f I} m' dx + \frac{6}{5} \int_L \frac{v}{G_{LT} A} v' dl \quad (3.5)$$

Siendo m el momento flector, v la fuerza cortante, m' y v' sus derivadas respectivamente, E_f el módulo de flexión, G_{LT} el módulo de cortadura, I el momento de inercia de la sección y A el área de la sección.

Calculando los momentos y esfuerzos cortantes de acuerdo a la Figura 3-7, obteniendo sus derivadas por el método de la carga unitaria y sustituyendo las expresiones en la ecuación (3.5) se obtiene la siguiente expresión para la flexibilidad del punto medio:

$$C = \frac{1}{8E_f b h^3} (3a^3 [1 - 3\alpha_a] + 2L_0^3) [1 - \alpha_f] + \frac{3L_0}{10G_{LT} b h} [1 - \alpha_s] \quad (3.6)$$

Siendo a la longitud de grieta, L_0 la luz entre soportes utilizada en el ensayo, $2h$ el espesor de la probeta, y α_a , α_f y α_s los factores de corrección, dependientes de la longitud de grieta inicial normalizada a_0 , debidos al efecto de las rotaciones de flexión:

$$\alpha_a = \frac{R}{2h} \frac{3PL_0}{E_f b (2h)^2} \frac{-a_0^3 + 3a_0^2 + 1}{a_0} \quad (3.7)$$

$$\alpha_f = \frac{R}{2h} \frac{3PL_0}{E_f b (2h)^2} \frac{4a_0^6 - 3a_0^5 + 3a_0^2 + 2}{2 + 3a_0^3} \quad (3.8)$$

$$\alpha_s = \frac{R}{2h} \frac{3PL_0}{E_f b (2h)^2} \frac{3a_0 + 2}{2} \quad (3.9)$$

Siendo C la flexibilidad hallada de forma experimental en el ensayo, se puede despejar la longitud de grieta de la ecuación (3.6). Considerando únicamente los términos de primer orden de las rotaciones de flexión obtenemos la siguiente expresión:

$$a = \sqrt{\left[\left[\frac{E_f b (2h)^3}{3} C - \frac{(2L_0)(2h)^2}{10} \frac{E_f}{G_{LT}} (1 - \alpha_s) \right] (1 + \alpha_f) - \frac{(2L_0)^3}{12} \right] (1 + 3\alpha_a)} \quad (3.10)$$

Para obtener la longitud de grieta, según la ecuación (3.10), es necesario conocer los valores del módulo de flexión, el de cortadura y la constante de rigidez del sistema, además de la longitud de grieta inicial para poder evaluar los factores de corrección utilizados.

3.4.3 MÓDULO DE FLEXIÓN

Para obtener el módulo de flexión E_f de las probetas ensayadas posteriormente en DCB, se ha seguido el procedimiento basado en el ensayo de flexión a tres puntos con diferentes luces propuesto por Mujika [76]. En el ensayo de flexión en tres puntos, incluyendo el efecto del cortante y las rotaciones de flexión, la expresión de la flexibilidad es la siguiente:

$$C = \frac{(2L_0)^3}{4E_f b (2h)^3} (1 - \alpha_f) + \frac{3(2L_0)}{10G_{LT} b (2h)} (1 - \alpha_s) \quad (3.11)$$

Donde los factores de corrección debidos a las rotaciones de flexión son:

$$\alpha_f = \frac{3R}{(2h)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3.12)$$

$$\alpha_s = \frac{R}{(2h)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3.13)$$

En el proceso de deformación local, la zona no lineal de la curva carga-desplazamiento se puede atribuir a la indentación, que es el cambio en el área de contacto entre la probeta y el aplicador de carga. La parte lineal se puede considerar que es debida a la deformación de la probeta en el espesor y la flexibilidad del sistema. El efecto de la

indentación es mayor en caso de menores luces y mayores espesores debido a que el desplazamiento del punto de aplicación de carga tiene mayor restricción.

Despejando el módulo de flexión de (3.11) resulta:

$$E_f = \frac{(2L_0)^3 (1 - \alpha_f)}{4b(2h)^3 \left[C - \frac{3(2L_0)}{10G_{LT}b(2h)} (1 - \alpha_s) \right]} \quad (3.14)$$

El procedimiento consiste en obtener el valor del módulo de flexión mediante el ensayo de flexión a tres puntos, para diferentes longitudes entre puntos de apoyo. Si el rango de deformación elegido es suficiente para que los efectos locales sean lineales, la diferencia entre los valores obtenidos es debida tanto a efectos del cortante como a efectos locales por la flexibilidad del sistema. Se recomienda realizar un mínimo de cinco ensayos con diferentes luces a cada probeta y en un rango de deformación lo suficientemente alto para que el efecto de las deformaciones locales sea lineal.

En este trabajo se han obtenido las propiedades mecánicas de probetas de diferentes secuencias de apilamiento, y los resultados obtenidos se muestran en los capítulos correspondientes a cada caso.

ANÁLISIS DE LAMINADOS COMPUESTOS

4.1 RELACIÓN ENTRE TENSIONES Y DEFORMACIONES DE UN MATERIAL ORTÓTROPO

Un material ortótropo es el que tiene tres planos de simetría perpendiculares entre sí. Estos planos se denominan planos de ortotropía del material, y las direcciones perpendiculares a éstos son las direcciones principales de ortotropía. Las relaciones entre tensión y deformación expresadas en función de los coeficientes de rigidez y flexibilidad son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Donde los subíndices 1, 2 y 3 representan las tres direcciones principales de ortotropía.

Es importante señalar las siguientes características de la relación tensión-deformación en materiales ortótropos y que se tendrán en cuenta en posteriores análisis [78]:

No existe interacción entre las tensiones normales σ_1 , σ_2 y σ_3 y las deformaciones tangenciales γ_4 , γ_5 y γ_6 , es decir, las tensiones normales que actúan a lo largo de las direcciones principales del material producen únicamente deformaciones normales.

No existe interacción entre las tensiones cortantes τ_4 , τ_5 y τ_6 y las deformaciones normales ε_1 , ε_2 y ε_3 , es decir, las tensiones cortantes que actúan en los planos principales del material producen únicamente deformaciones angulares.

No existe interacción entre las tensiones y las deformaciones tangenciales en los diferentes planos; es decir, las tensiones cortantes que actúan en un plano principal producen deformaciones tangenciales únicamente en ese plano.

En el caso en que el material esté sometido a un estado de tensiones plano, serán nulas todas las componentes de tensión en la dirección perpendicular al plano:

$$\sigma_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0 \quad (4.3)$$

Por tanto, en tensión plana, sustituyendo (4.3) en (4.2) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Sustituyendo (4.3) en las relaciones (4.1) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Considerando la ecuación (4.5) en forma expandida, resultan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + C_{13}\varepsilon_3 \\ \sigma_2 &= C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2 + C_{23}\varepsilon_3 \\ 0 &= C_{13}\varepsilon_1 + C_{23}\varepsilon_2 + C_{33}\varepsilon_3 \\ \gamma_4 &= \gamma_5 = 0 \\ \tau_6 &= C_{66}\gamma_6 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Eliminando ε_3 de las expresiones anteriores se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left(C_{11} - \frac{C_{13}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2 = Q_{11}\varepsilon_1 + Q_{12}\varepsilon_2 \\ \sigma_2 &= \left(C_{12} - \frac{C_{23}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{22} - \frac{C_{23}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2 = Q_{12}\varepsilon_1 + Q_{22}\varepsilon_2 \\ \tau_6 &= C_{66}\gamma_6 = Q_{66}\gamma_6 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Que en forma matricial se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

donde los coeficientes de rigidez reducida, Q_{ij} son:

$$Q_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3} - C_{j3}}{C_{33}} \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (4.9)$$

La expresión (4.8) se podía haber obtenido invirtiendo (4.4).

4.2 COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE UNA LÁMINA UNIDIRECCIONAL

Los laminados de materiales compuestos se forman mediante capas apiladas de láminas, que pueden ser de tejido si tienen los refuerzos entrelazados o de cinta si contienen sus fibras alineadas en una única dirección. En este último caso cada una de las láminas es ortótropa, pudiéndose aplicar las expresiones obtenidas en el apartado anterior y referidas a los ejes principales de ortotropía. Como en general, las láminas se apilan en diferentes orientaciones se deben tener en cuenta las transformaciones que sufren las constantes elásticas cuando se considera una rotación respecto al eje perpendicular al plano de la lámina.

Se considera una lámina unidireccional sometida a un estado tensional plano, en la que se realiza una rotación horaria de magnitud θ respecto al eje 3, que coincide con el eje z , para pasar a los ejes x - y , como se muestra en la Figura 4-1

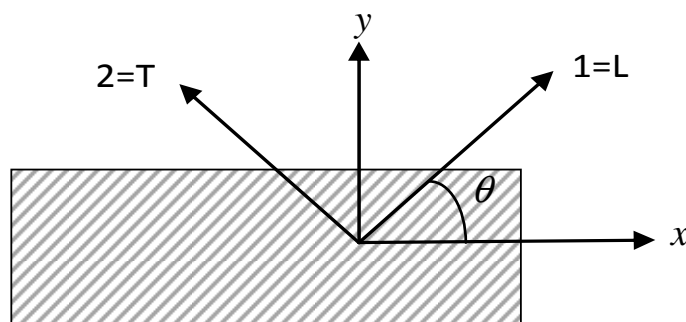


Figura 4-1 Ejes principales de ortotropía de la lámina y ejes girados.

La transformación necesaria para expresar las tensiones de un sistema en el otro es una transformación ortogonal de un tensor de segundo orden. La transformación correspondiente a un giro horario respecto a un eje es [78]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2lm \\ m^2 & l^2 & 0 & 0 & 0 & 2lm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ lm & -lm & 0 & 0 & 0 & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_q \\ \tau_r \\ \tau_s \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

Donde $l = \cos\theta$ y $m = \sin\theta$. Utilizando la notación de Daniel y Ishai [79], $q = yz$, $r = zx$, $s = xy$. En forma abreviada se puede expresar:

$$\{\sigma\}_{o_{xyz}} = [T_{-\theta}] \{\sigma\}_{o_{123}} \quad (4.11)$$

Considerando positivo el giro anti horario θ , la matriz $[T_{-\theta}]$ representa la transformación correspondiente al giro horario. La transformación inversa de (4.10) se obtiene reemplazando $-\theta$ por θ , siendo:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & 2lm \\ m^2 & l^2 & 0 & 0 & 0 & -2lm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & -m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & l & 0 \\ -lm & lm & 0 & 0 & 0 & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_q \\ \tau_r \\ \tau_s \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

O en forma abreviada:

$$\{\sigma\}_{o_{123}} = [T_{\theta}] \{\sigma\}_{o_{xyz}} \quad (4.13)$$

En el caso de las deformaciones, la transformación es la misma que en (4.10)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_q \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2lm \\ m^2 & l^2 & 0 & 0 & 0 & 2lm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ lm & -lm & 0 & 0 & 0 & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Las relaciones tensión-deformación están dadas en función de las deformaciones angulares γ_{ij} . Modificando las dos primeras ecuaciones de la expresión matricial (4.14)

teniendo en cuenta que $\gamma_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{2}$ y multiplicando miembro a miembro por 2, la tercera cuarta y quinta ecuaciones resultan:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_q \\ \gamma_r \\ \gamma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -lm \\ m^2 & l^2 & 0 & 0 & 0 & lm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ 2lm & -2lm & 0 & 0 & 0 & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta la matriz de transformación de (4.13):

$$\{\varepsilon\}_{oxyz} = [T_\theta]^T \{\varepsilon\}_{o123} \quad (4.16)$$

La transformación inversa correspondiente al ángulo θ es:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & lm \\ m^2 & l^2 & 0 & 0 & 0 & -lm \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & -m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & l & 0 \\ -2lm & 2lm & 0 & 0 & 0 & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_q \\ \gamma_r \\ \gamma_s \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Que en forma abreviada queda:

$$\{\varepsilon\}_{0123} = [T_{-\theta}]^T \{\varepsilon\}_{0xyz} \quad (4.18)$$

Para una lámina, la relación entre tensiones y deformaciones viene dada por (4.1) y puede escribirse en forma abreviada como:

$$\{\sigma\}_{0123} = [C]_{0123} \{\varepsilon\}_{0123} \quad (4.19)$$

En los ejes rotados la relación es:

$$\{\sigma\}_{0xyz} = [C]_{0xyz} \{\varepsilon\}_{0xyz} \quad (4.20)$$

Pre-multiplicando la ecuación (4.19) por $[T_{-\theta}]$ y considerando las ecuaciones (4.11) y (4.18) resulta:

$$\{\sigma\}_{0xyz} = [T_{-\theta}][C]_{0123}[T_{-\theta}]^T \{\varepsilon\}_{0xyz} \quad (4.21)$$

Comparando las ecuaciones (4.20) y (4.21) se obtiene:

$$[C]_{0xyz} = [T_{-\theta}][C]_{0123}[T_{-\theta}]^T \quad (4.22)$$

Considerando la matriz dada en (4.1) y realizando los productos matriciales de (4.22) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_q \\ \tau_r \\ \tau_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{zx} & 0 & 0 & C_{xs} \\ C_{xy} & C_{yy} & C_{yz} & 0 & 0 & C_{ys} \\ C_{zx} & C_{yz} & C_{zz} & 0 & 0 & C_{zs} \\ 0 & 0 & 0 & C_{qq} & C_{qr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{qr} & C_{rr} & 0 \\ C_{xs} & C_{ys} & C_{zs} & 0 & 0 & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_q \\ \gamma_r \\ \gamma_s \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

Donde los coeficientes de rigidez modificados vienen dados por:

$$\begin{aligned}
 C_{xx} &= C_{11}l^4 + 2C_{12}l^2m^2 + C_{22}m^4 + 4C_{66}l^2m^2 \\
 C_{xy} &= C_{11}l^2m^2 + C_{12}(l^4 + m^4) + C_{22}l^2m^2 - 4C_{66}l^2m^2 \\
 C_{zx} &= C_{13}l^2 + C_{23}m^2 \\
 C_{xs} &= C_{11}l^3m + C_{12}(lm^3 - l^3m) - C_{22}lm^3 + 2C_{66}(lm^3 - l^3m) \\
 C_{yy} &= C_{11}m^4 + 2C_{12}l^2m^2 + C_{22}l^4 + 4C_{66}l^2m^2 \\
 C_{yz} &= C_{13}m^2 + C_{23}l^2 \\
 C_{ys} &= C_{11}lm^3 + C_{12}(l^3m - lm^3) - C_{22}l^3m + 2C_{66}(l^3m - lm^3) \quad (4.24) \\
 C_{zz} &= C_{33} \\
 C_{zs} &= (C_{13} - C_{23})lm \\
 C_{qq} &= C_{44}l^2 + C_{55}m^2 \\
 C_{qr} &= (C_{55} - C_{44})lm \\
 C_{rr} &= C_{44}m^2 + C_{55}l^2 \\
 C_{ss} &= C_{11}l^2m^2 - 2C_{12}l^2m^2 + C_{22}l^2m^2 + C_{66}(l^2 - m^2)^2
 \end{aligned}$$

En el caso de los coeficientes de flexibilidad, la relación entre tensiones y deformaciones en los ejes principales de ortotropía viene dada en la expresión (4.2), pudiéndose escribir en forma abreviada como:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{0123} = [S]_{0123} \{\boldsymbol{\sigma}\}_{0123} \quad (4.25)$$

En los ejes rotados la relación viene dada por:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{0xyz} = [S]_{0xyz} \{\boldsymbol{\sigma}\}_{0xyz} \quad (4.26)$$

Pre-multiplicando la ecuación (4.25) por $[T_\theta]^t$ y considerando las ecuaciones (4.13) y (4.16) resulta:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{0xyz} = [T_\theta]^t [S]_{0123} [T_\theta] \{\boldsymbol{\sigma}\}_{0xyz} \quad (4.27)$$

Comparando las ecuaciones (4.26) y (4.27) se obtiene:

$$[S]_{Oxyz} = [T_\theta]^t [S]_{O123} [T_\theta] \quad (4.28)$$

Siendo los coeficientes de flexibilidad modificados:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= S_{11}l^4 + 2S_{12}l^2m^2 + S_{22}m^4 + S_{66}l^2m^2 \\ S_{xy} &= S_{11}l^2m^2 + S_{12}(l^4 + m^4) + S_{22}l^2m^2 - 6S_{66}l^2m^2 \\ S_{zx} &= S_{13}l^2 + S_{23}m^2 \\ S_{xs} &= 2S_{11}l^3m + 2S_{12}(lm^3 - l^3m) - 2S_{22}lm^3 + S_{66}(lm^3 - l^3m) \\ S_{yy} &= S_{11}m^4 + 2S_{12}l^2m^2 + S_{22}l^4 + S_{66}l^2m^2 \\ S_{yz} &= S_{13}m^2 + S_{23}l^2 \\ S_{ys} &= 2S_{11}lm^3 + 2S_{12}(l^3m - lm^3) - 2S_{22}l^3m + S_{66}(l^3m - lm^3) \\ S_{zz} &= S_{33} \\ S_{zs} &= 2(S_{13} - S_{23})lm \\ S_{qq} &= S_{44}l^2 + S_{55}m^2 \\ S_{qr} &= (S_{55} - S_{44})lm \\ S_{rr} &= S_{44}m^2 + S_{55}l^2 \\ S_{ss} &= 4S_{11}l^2m^2 - 8S_{12}l^2m^2 + 4S_{22}l^2m^2 + S_{66}(l^2 - m^2)^2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

4.3 TENSION PLANA GENERALIZADA

En el análisis de laminados compuestos, se suele suponer que la tensión normal en la dirección del espesor es nula, es decir, $\sigma_z=0$. En tal caso, la matriz de rigidez de la lámina queda de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

Teniendo en cuenta que las tensiones y deformaciones en el plano y fuera del plano no están relacionadas, se puede admitir para las tensiones en el plano la ecuación (4.8) y por tanto:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Donde los coeficientes Q_{ij} son los coeficientes de rigidez reducida. En el caso de los coeficientes de flexibilidad, éstos no varían, resultando:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Por un lado, como puede verse en las ecuaciones (4.31) y (4.32), el comportamiento en el plano Oxy de la lámina es independiente del comportamiento fuera del plano, en los planos yz y zx . Por otra parte, realizando la transformación de ejes correspondiente a las tensiones es necesario eliminar la fila y la columna correspondiente a la tensión σ_3 o σ_z , pero esto no influye en las transformaciones dadas en (4.22) y (4.28). Por lo tanto, se puede escribir para los coeficientes de rigidez:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \\ \tau_q \\ \tau_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} & 0 & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{ys} & 0 & 0 \\ Q_{xs} & Q_{ys} & Q_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{qq} & C_{qr} \\ 0 & 0 & 0 & C_{qr} & C_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \\ \gamma_q \\ \gamma_r \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

Las transformaciones de los coeficientes de rigidez reducidos Q_{ij} son análogas a las de los correspondientes C_{ij} , es decir:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= Q_{11}l^4 + 2Q_{12}l^2m^2 + Q_{22}m^4 + 4Q_{66}l^2m^2 \\ Q_{yy} &= Q_{11}l^2m^2 + Q_{12}(l^4 + m^4) + Q_{22}l^2m^2 - 4Q_{66}l^2m^2 \\ Q_{xs} &= Q_{11}l^3m + Q_{12}(lm^3 - l^3m) - Q_{22}lm^3 + 2Q_{66}(lm^3 - l^3m) \\ Q_{yy} &= Q_{11}m^4 + 2Q_{12}l^2m^2 + Q_{22}l^4 + 4Q_{66}l^2m^2 \\ Q_{ys} &= Q_{11}lm^3 + Q_{12}(l^3m - lm^3) - Q_{22}l^3m + 2Q_{66}(l^3m - lm^3) \\ Q_{ss} &= Q_{11}l^2m^2 - 2Q_{12}l^2m^2 + Q_{22}l^2m^2 + Q_{66}(l^2 - m^2)^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para los coeficientes de flexibilidad resulta:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \\ \gamma_q \\ \gamma_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} & 0 & 0 \\ S_{xy} & S_{yy} & S_{ys} & 0 & 0 \\ S_{xs} & S_{ys} & S_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{qq} & S_{qr} \\ 0 & 0 & 0 & S_{qr} & S_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \\ \tau_q \\ \tau_r \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

Dado que los coeficientes de flexibilidad no varían en el estado de tensión plana generalizada, sus transformaciones son las que aparecen en (4.29).

Los coeficientes de rigidez y flexibilidad se pueden expresar en términos de las constantes ingenieriles:

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{22} &= \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{66} &= G_{12}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\
 S_{12} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2} \\
 S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\
 S_{66} &= \frac{1}{G_{12}}
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

En conclusión, en cuanto a las relaciones tensión deformación en el plano, la lámina unidireccional se puede representar mediante cuatro constantes independientes; las cuatro rigideces reducidas Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} y Q_{66} o las cuatro flexibilidades S_{11} , S_{22} , S_{12} y S_{66} . También se pueden utilizar las constantes ingenieriles E_1 , E_2 , G_{12} y ν_{12} , teniendo en cuenta que los coeficientes de Poisson no son independientes.

4.4 TEORÍA CLÁSICA DE PLACAS LAMINADAS

4.4.1 HIPÓTESIS BÁSICAS

La teoría clásica de placas realiza las siguientes hipótesis en cuanto al comportamiento elástico del laminado:

- Las láminas que componen el laminado son cuasi-homogéneas y ortótropas.

- El laminado está sometido a un estado plano de tensiones, y sus dimensiones en el plano son mucho mayores que el espesor.
- Los desplazamientos y sus derivadas son pequeños en comparación con el espesor del laminado.
- Los desplazamientos son funciones continuas en el dominio del laminado.
- La variación de los desplazamientos en el plano xy a través del espesor del laminado, es decir a través del eje z , es lineal.
- Las deformaciones angulares γ_{xz} y γ_{yz} son despreciables, por lo que, teniendo en cuenta la hipótesis anterior, las líneas rectas normales a la superficie media permanecen rectas y normales después de la deformación. Además, estas rectas no presentan ningún tipo de deformación longitudinal, es decir, el laminado no cambia de espesor.
- El comportamiento del material se supone elástico lineal.

4.4.2 DEFORMACIONES Y DESPLAZAMIENTOS

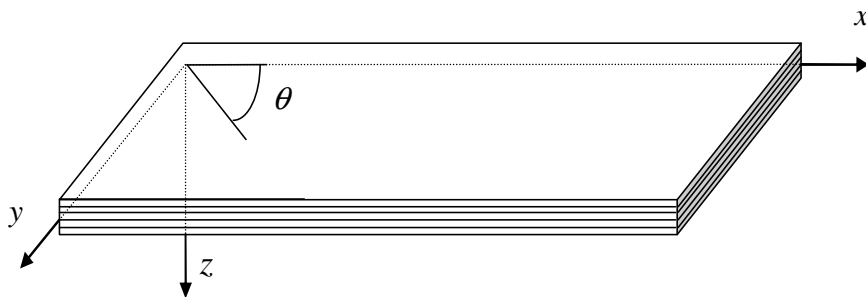


Figura 4-2 Sistema de referencia del laminado.

El plano medio se define como el plano xy equidistante de las superficies superior e inferior del laminado. En dicho plano se situará el origen del sistema de referencia del laminado utilizado en el presente apartado, tal y como se aprecian en la Figura 4-2.

De acuerdo a las hipótesis planteadas en el apartado anterior, los desplazamientos u , v y w en las direcciones de los ejes x , y y z , respectivamente, de cualquier punto del laminado se pueden definir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + zF_1(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + zF_2(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) = w_0(x) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Donde u_0 , v_0 y w_0 , funciones de x e y , son los desplazamientos del plano medio en las direcciones x , y y z respectivamente.

Como consecuencia de las hipótesis planteadas:

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + F_1(x, y) = 0 \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} + F_2(x, y) = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Por lo que las funciones F_1 y F_2 son las siguientes:

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= -\frac{\partial w}{\partial x} \\ F_2(x, y) &= -\frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Las deformaciones se pueden calcular mediante la derivación del campo de desplazamientos de la ecuación (4.39) teniendo en cuenta (4.40):

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \gamma_s &= \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (4.41)$$

Las deformaciones obtenidas contienen términos relacionados con la deformación del plano medio y con las curvaturas. Las deformaciones del plano medio son las siguientes

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x} \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y} \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \quad (4.42)$$

Las curvaturas del plano medio vienen dadas por:

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \kappa_{xy} = \kappa_s = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (4.43)$$

Por tanto, se pueden relacionar las deformaciones de cualquier punto del laminado con las deformaciones y curvaturas del plano medio de la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \quad (4.44)$$

4.4.3 TENSIONES, FUERZAS Y MOMENTOS POR UNIDAD DE LONGITUD

Para cada lámina, se utilizan las relaciones tensión-deformación en el sistema de referencia del laminado. Por tanto, de la ecuación (4.33):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_s \end{Bmatrix} \quad (4.45)$$

Si se sustituye la expresión de las deformaciones de (4.44) en la ecuación (4.45), las tensiones en la lámina k del laminado vienen dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \quad (4.46)$$

Mientras los desplazamientos varían linealmente a través del espesor como se puede observar en (4.44), las tensiones pueden variar de forma discontinua de lámina a lámina, debido a la variación de la matriz de rigidez reducida.

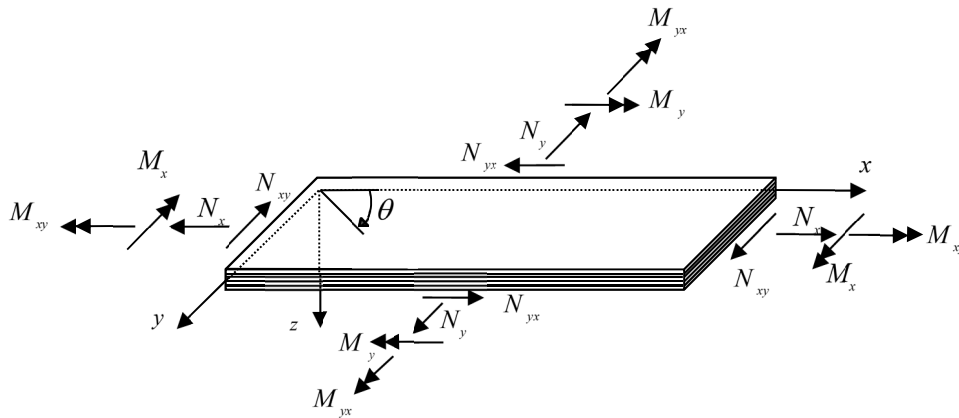


Figura 4-3 Fuerzas y momentos resultantes.

Las fuerzas y momentos resultantes que actúan sobre un laminado, Figura 4-3, se obtienen mediante integración de la tensión en cada lámina a través de todo el espesor. Al variar la distribución de tensiones de lámina a lámina, las integrales se deben evaluar en cada una de ellas:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k dz \quad (4.47)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k z dz \quad (4.48)$$

N_x y N_y son las fuerzas normales por unidad de longitud, N_s es la fuerza cortante por unidad de longitud, M_x y M_y los momentos flectores por unidad de longitud y M_s es el momento torsor por unidad de longitud. z_k y z_{k-1} son las coordenadas de z en la parte inferior y superior de la lámina k .

Sustituyendo las tensiones de cada lámina obtenidas mediante (4.46) en las ecuaciones (4.47) y (4.48) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{Bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz + \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right\} \quad (4.49)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{Bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz + \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz \right\} \quad (4.50)$$

En las expresiones (4.49) y (4.50) se han extraído de la integral tanto las matrices de rigidez como las deformaciones del plano de referencia y las curvaturas por no ser funciones de z . En forma abreviada se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\{N\}_{o_{xy}} = \sum_{k=1}^n \left\{ [Q]_{o_{xy}}^k \{\varepsilon^o\}_{o_{xy}} \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz + [Q]_{o_{xy}}^k \{\kappa\}_{o_{xy}} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right\} \quad (4.51)$$

$$\{M\}_{Oxy} = \sum_{k=1}^n \left\{ [Q]_{Oxy}^k \{\varepsilon^o\}_{Oxy} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz + [Q]_{Oxy}^k \{\kappa\}_{Oxy} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz \right\} \quad (4.52)$$

Teniendo en cuenta que las deformaciones en el plano y las curvaturas son iguales para todas las láminas, se pueden extraer del sumatorio como factor común y agrupar los sumatorios en forma de matrices, obteniendo:

$$\{N\}_{Oxy} = [A]_{Oxy} \{\varepsilon^o\}_{Oxy} + [B]_{Oxy} \{\kappa\}_{Oxy} \quad (4.53)$$

$$\{M\}_{Oxy} = [B]_{Oxy} \{\varepsilon^o\}_{Oxy} + [D]_{Oxy} \{\kappa\}_{Oxy} \quad (4.54)$$

Donde:

$$\begin{aligned} [A]_{Oxy} &= \sum_{k=1}^n [Q]_{Oxy}^k (z_k - z_{k-1}) \\ [B]_{Oxy} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q]_{Oxy}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ [D]_{Oxy} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [Q]_{Oxy}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Las ecuaciones (4.53) y (4.54) se combinan en una expresión general como sigue:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ \hline M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} & B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} & B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} & B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} \\ \hline B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} & D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} & D_{sx} & D_{sy} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \hline \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \quad (4.56)$$

En forma abreviada:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (4.57)$$

[A], [B] y [D] son las matrices de rigidez del laminado y son simétricas al serlo las matrices reducidas y sus coeficientes son función de la geometría, de las propiedades elásticas del material y de la secuencia de apilamiento.

- Los coeficientes A_{ij} , que relacionan las fuerzas en el plano con las deformaciones en el plano, también se denominan coeficientes de rigidez de membrana.
- Los coeficientes B_{ij} relacionan las fuerzas en el plano con las curvaturas y los momentos con las deformaciones. Se denominan coeficientes de acoplamiento placa/membrana.
- Los coeficientes D_{ij} son los coeficientes de rigidez de placa del laminado y relacionan los momentos flectores y torsores con las curvaturas de flexión y torsión.

La ecuación (4.56) puede escribirse también en función de los coeficientes de flexibilidad, invirtiendo las relaciones carga-deformación:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xs} & b_{xx} & b_{xy} & b_{xs} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{ys} & b_{yx} & b_{yy} & b_{ys} \\ a_{sx} & a_{sy} & a_{ss} & b_{sx} & b_{sy} & b_{ss} \\ c_{xx} & c_{xy} & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{ys} & d_{yx} & d_{yy} & d_{ys} \\ c_{sx} & c_{sy} & c_{ss} & d_{sx} & d_{sy} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} \quad (4.58)$$

Y en forma abreviada:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (4.59)$$

Donde $[a]$, $[b]$, $[c]$ y $[d]$ son las matrices de flexibilidad del laminado. Entre $[b]$ y $[c]$ existe la siguiente relación: $[c]=[b]^t$.

4.4.4 EFECTOS HIGROTÉRMICOS

Los materiales compuestos se procesan generalmente a altas temperaturas y se enfrían posteriormente a temperatura ambiente. Dado que los coeficientes de expansión térmica de los constituyentes no son iguales, el proceso de fabricación puede derivar en tensiones residuales. Además, la mayoría de los compuestos de matriz polimérica varían la concentración de humedad teniendo como consecuencia tensiones residuales similares a las producidas por la temperatura [1].

Si una lámina es libre de deformarse no existirán tensiones a nivel macromecánico. Sin embargo, en un laminado con láminas de diferentes materiales o en diferentes direcciones cada lámina individual no se deforma libremente.

La relación tensión deformación para la lámina k se obtiene sumando los términos debidos a la tensión de efectos higrotérmicos:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_s \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{ys} \\ S_{sx} & S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_k \quad (4.60)$$

Donde las deformaciones higrotérmicas del laminado en los ejes x e y se relacionan con las deformaciones higrotérmicas en los ejes principales de ortotropía a través del ángulo θ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} e_x &= m^2 e_1 + n^2 e_2 \\ e_y &= n^2 e_1 + m^2 e_2 \\ e_s &= 2mn(e_1 - e_2) \end{aligned} \quad (4.61)$$

Siendo a su vez:

$$\begin{aligned} e_1 &= \alpha_1 \Delta T + \beta_1 \Delta C \\ e_2 &= \alpha_2 \Delta T + \beta_2 \Delta C \end{aligned} \quad (4.62)$$

α_l y α_2 son los coeficientes de dilatación térmica en las direcciones 1 y 2; β_l y β_2 son los coeficientes de dilatación higroscópica en las direcciones 1 y 2; ΔT es la variación de temperatura; y ΔC la variación de la concentración de humedad.

Por tanto, despejando las tensiones de la expresión (4.60) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \left(\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix} \right) \quad (4.63)$$

En notación abreviada y sustituyendo las deformaciones por su expresión (4.14):

$$\{\sigma\}_k = [Q]_k \left(\{\epsilon^0\} + z\{\kappa\} - \{e\}_k \right) \quad (4.64)$$

Se sustituye esta expresión en las ecuaciones de las fuerzas y momentos de (4.47) y (4.48). El desarrollo subsiguiente es análogo al caso sin efectos higrotérmicos, obteniendo en este caso las siguientes expresiones de las fuerzas y momentos resultantes por unidad de longitud:

$$\begin{aligned} \{N\} &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} [Q]_k \left(\{\epsilon^0\} + z\{\kappa\} - \{e\}_k \right) dz = \\ &= \sum_{k=1}^n [Q]_k \left[(z_k - z_{k-1})\{\epsilon^0\} + \frac{1}{2}(z_k^2 - z_{k-1}^2)\{\kappa\} - (z_k - z_{k-1})\{e\}_k \right] \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} \{M\} &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} [Q]_k \left(\{\epsilon^0\} + z\{\kappa\} - \{e\}_k \right) z dz = \\ &= \sum_{k=1}^n [Q]_k \left[\frac{1}{2}(z_k^2 - z_{k-1}^2)\{\epsilon^0\} + \frac{1}{3}(z_k^3 - z_{k-1}^3)\{\kappa\} - \frac{1}{2}(z_k^2 - z_{k-1}^2)\{e\}_k \right] \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta los coeficientes de rigidez definidos en (4.55), la ecuación (4.65), se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \{N\} &= [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{\kappa\} - \{N^{HT}\} \\ \{M\} &= [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{\kappa\} - \{M^{HT}\} \end{aligned} \quad (4.66)$$

En la ecuación (4.66) se han agrupado los términos debidos a efectos higrotérmicos que se definen como fuerzas y momentos higrotérmicos equivalentes por unidad de longitud.

$$\begin{aligned} \{N^{HT}\} &= \sum_{k=1}^n [Q]_k \{e\}_k (z_k - z_{k-1}) \\ \{M^{HT}\} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q]_k \{e\}_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \end{aligned} \quad (4.67)$$

Por tanto, la relación entre fuerzas y momentos por unidad de longitud resulta:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_s^{HT} \\ M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_s^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} & B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} & B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} & B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} \\ \hline B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} & D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} & D_{sx} & D_{sy} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \quad (4.68)$$

Y de forma abreviada:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^{HT} \\ M^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (4.69)$$

Invirtiendo la ecuación (4.68) se obtienen las deformaciones en función de las cargas:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xs} & b_{xx} & b_{xy} & b_{xs} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{ys} & b_{yx} & b_{yy} & b_{ys} \\ a_{sx} & a_{sy} & a_{ss} & b_{sx} & b_{sy} & b_{ss} \\ \hline c_{xx} & c_{xy} & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{ys} & d_{yx} & d_{yy} & d_{ys} \\ c_{sx} & c_{sy} & c_{ss} & d_{sx} & d_{sy} & d_{ss} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_s^{HT} \\ M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_s^{HT} \end{Bmatrix} \right) \quad (4.70)$$

Y de forma abreviada:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^{HT} \\ M^{HT} \end{Bmatrix} \right) \quad (4.71)$$

4.5 ENERGÍA COMPLEMENTARIA DEL LAMINADO

Con el fin de obtener la energía complementaria de un laminado multidireccional se va a utilizar la expresión desarrollada por Mujika [80]. La energía complementaria de deformación por unidad de volumen viene dada por [81]:

$$U_0^* = \int_0^{\sigma_{ij}} \varepsilon_{ij} d\sigma_{ij} \quad (4.72)$$

Si la relación entre tensiones y deformaciones es lineal y teniendo en cuenta la deformación debida a las tensiones residuales e_{ij} , las deformaciones se pueden expresar como:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} + e_{ij} \quad (4.73)$$

Donde S_{ijkl} son las componentes del tensor de flexibilidad. Sustituyendo (4.73) en (4.72):

$$U_0^* = \int_0^{\sigma_{ij}} S_{ijkl} \sigma_{kl} d\sigma_{ij} + \int_0^{\sigma_{ij}} e_{ij} d\sigma_{ij} \quad (4.74)$$

Al ser i y j índices mudos, resulta lo siguiente:

$$S_{ijkl} \sigma_{kl} d\sigma_{ij} = \frac{1}{2} (S_{ijkl} \sigma_{kl} d\sigma_{ij} + S_{klij} \sigma_{ij} d\sigma_{kl}) \quad (4.75)$$

Debido a la simetría del tensor de flexibilidad:

$$S_{ijkl} = S_{klij} \quad (4.76)$$

Sustituyendo (4.76) en (4.75) y sacando como factor común los coeficientes de flexibilidad se obtiene la siguiente igualdad:

$$S_{ijkl} \sigma_{kl} d\sigma_{ij} = \frac{1}{2} S_{ijkl} d(\sigma_{kl} \sigma_{ij}) \quad (4.77)$$

Sustituyendo (4.77) en (4.74) y teniendo en cuenta que ni las componentes del tensor de flexibilidad ni las deformaciones higrotérmicas son dependientes de las tensiones, se puede realizar la integral obteniendo:

$$U_0^* = \left(\frac{1}{2} S_{ijkl} \sigma_{kl} + e_{ij} \right) \sigma_{ij} \quad (4.78)$$

Expresando (4.78) en función de las deformaciones según la ecuación (4.73) resulta:

$$U_0^* = \frac{1}{2} (\epsilon_{ij} + e_{ij}) \sigma_{ij} \quad (4.79)$$

Por otra parte, la energía de deformación por unidad de volumen es [81]:

$$U_0 = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (4.80)$$

Teniendo en cuenta la relación tensión deformación en función de los coeficientes de rigidez C_{ijkl} y las tensiones residuales $t_{ij} = C_{ijkl}e_{kl}$:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} - t_{ij} \quad (4.81)$$

Siguiendo un procedimiento similar al que se ha seguido con la energía de deformación complementaria se llega a:

$$U_0 = \frac{1}{2}(\sigma_{ij} - t_{ij})\epsilon_{ij} \quad (4.82)$$

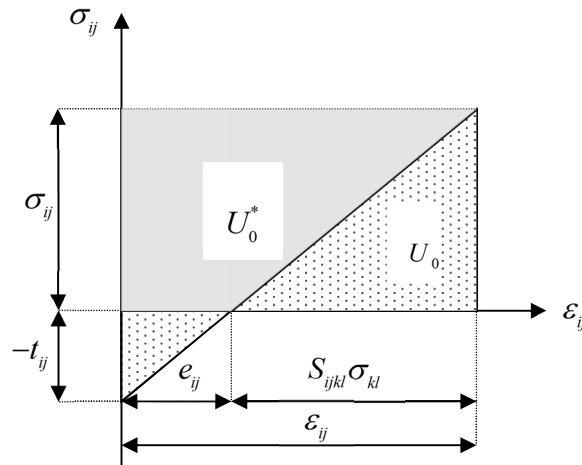


Figura 4-4 Energía de deformación y energía de deformación complementaria en el caso de deformaciones y tensiones iniciales.

Se debe de tener en cuenta, que cuando se consideran las tensiones residuales, a pesar de que el material tenga un comportamiento elástico lineal, la energía de deformación calculada en la ecuación (4.82) y la energía de deformación complementaria de la ecuación (4.79) no son iguales. Gráficamente, mientras el área sombreada más clara de la Figura 4-4 corresponde a la energía de deformación, la más oscura es la energía de deformación complementaria.

De acuerdo a la ecuación (4.79), la energía complementaria por unidad de área debida a la tensión en el plano es:

$$U_1^* = \frac{1}{2} \int_{L_z} \left[(\varepsilon_x + e_x) \sigma_x + (\varepsilon_y + e_y) \sigma_y + (\gamma_s + e_s) \tau_s \right] dz \quad (4.83)$$

Donde L_z indica la longitud en la dirección del espesor. Sustituyendo en (4.83) las deformaciones de (4.44) se obtiene:

$$\begin{aligned} 2U_1^* &= \int_{L_z} (\varepsilon_x^0 + z\kappa_x) \sigma_x dz + \int_{L_z} (\varepsilon_y^0 + z\kappa_y) \sigma_y dz + \int_{L_z} (\gamma_s^0 + z\kappa_s) \tau_s dz \\ &+ \int_{L_z} (e_x \sigma_x + e_y \sigma_y + e_s \tau_s) dz \end{aligned} \quad (4.84)$$

Reordenando la ecuación (4.84):

$$\begin{aligned} 2U_1^* &= \int_{L_z} (\varepsilon_x^0 \sigma_x + \varepsilon_y^0 \sigma_y + \gamma_s^0 \tau_s) dz + \int_{L_z} (\kappa_x \sigma_x + \kappa_y \sigma_y + \kappa_s \tau_s) z dz \\ &+ \int_{L_z} (e_x \sigma_x + e_y \sigma_y + e_s \tau_s) dz \end{aligned} \quad (4.85)$$

Y utilizando la forma matricial, la ecuación (4.85) queda como:

$$2U_1^* = \int_{L_z} \{\varepsilon_0\}^t \{\sigma\} dz + \int_{L_z} \{\kappa\}^t \{\sigma\} z dz + \int_{L_z} \{e\}^t \{\sigma\} dz \quad (4.86)$$

Con respecto a la ecuación anterior, por un lado, ni las deformaciones del plano medio $\{\varepsilon_0\}^t$ ni las curvaturas $\{\kappa\}^t$ dependen de z , y por otro lado, las deformaciones higrotérmicas varían de lámina a lámina. De acuerdo a las definiciones de fuerzas y momentos resultantes de las ecuaciones (4.47) y (4.48) respectivamente, la ecuación (4.86) se puede escribir como:

$$2U_1^* = \{\varepsilon_0\}^t \{N\} + \{\kappa\}^t \{M\} + \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{e\}_k^t \{\sigma\}_k dz \quad (4.87)$$

Y teniendo en cuenta las definiciones de fuerzas y momentos resultantes higrotérmicos de la ecuación (4.65), la ecuación (4.87) queda:

$$2U_1^* = \{\varepsilon_0\}' \{\bar{N}\} + \{\kappa\}' \{\bar{M}\} - B \quad (4.88)$$

Donde $\{\bar{N}\}$ es la matriz suma de fuerzas mecánicas e higrotérmicas y $\{\bar{M}\}$ la matriz suma de momentos mecánicos e higrotérmicos y

$$B = \sum_{k=1}^n \{e\}'_k [Q]_k \{e\}_k (z_k - z_{k-1}) \quad (4.89)$$

La ecuación (4.88) se puede expresar como:

$$2U_1^* = \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_0\}' \\ \{\kappa\}' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{N}\} \\ \{\bar{M}\} \end{Bmatrix} - B \quad (4.90)$$

Sustituyendo la ecuación (4.71) en (4.90) y teniendo en cuenta la simetría de la matriz de flexibilidad resulta:

$$2U_1^* = \begin{Bmatrix} \{\bar{N}\}' \\ \{\bar{M}\}' \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{N}\} \\ \{\bar{M}\} \end{Bmatrix} - B \quad (4.91)$$

Desarrollando los productos de la expresión anterior:

$$2U_1^* = \{\bar{N}\}' ([a]\{\bar{N}\} + [b]\{\bar{M}\}) + \{\bar{M}\}' ([c]\{\bar{N}\} + [d]\{\bar{M}\}) - B \quad (4.92)$$

Teniendo en cuenta las propiedades de las matrices transpuestas, y que $[c]=[b]'$, se cumple la siguiente identidad:

$$\{\bar{N}\}' [b]\{\bar{M}\} = (\{\bar{N}\}' [b]\{\bar{M}\})' = \{\bar{M}\}' [c]\{\bar{N}\} \quad (4.93)$$

Por tanto, la ecuación (4.92) queda:

$$2U_1^* = \{\bar{N}\}' [a] \{\bar{N}\} + 2\{\bar{N}\}' [b] \{\bar{M}\} + \{\bar{M}\}' [d] \{\bar{M}\} - B \quad (4.94)$$

Integrando la expresión (4.94) en las dimensiones de longitud y anchura de la probeta, L_x y L_y , se obtiene la energía de deformación complementaria debida a las tensiones en el plano, que es:

$$U^* = \frac{1}{2} \int_{L_x} \int_{L_y} \left(\{\bar{N}\}' [a] \{\bar{N}\} + 2\{\bar{N}\}' [b] \{\bar{M}\} + \{\bar{M}\}' [d] \{\bar{M}\} \right) dx dy - \frac{1}{2} LbB \quad (4.95)$$

Donde L es la longitud total de la probeta.

NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB

5.1 INTRODUCCIÓN

Las principales ventajas del ensayo DCB (Figura 5-1) son su simplicidad y el hecho de que la resistencia a la fractura pueda ser determinada matemáticamente mediante la teoría de vigas [82]. Sin embargo, una de las principales dificultades que presenta es la determinación de la longitud de grieta durante el desarrollo del mismo [83]. Los procedimientos definidos para el cálculo de la tasa de liberación de energía requieren de la determinación de la longitud de grieta de manera visual, ayudada por marcas en el probeta y aconsejando incluso el uso de un microscopio óptico en caso de ser necesario para realizar una medición con la suficiente exactitud [45]. Sin embargo, a veces no es fácil identificar el frente de grieta y esto puede suponer importantes errores en los resultados.

Se han desarrollado varios métodos que tratan de evitar la adquisición de datos visuales durante el ensayo. Szekrényes [84] utilizó materiales transparentes para los ensayos. Estos permiten observar el frente de grieta de manera visual sin dificultad.

Yoshihara y Kawamura [85] desarrollaron el Método de la flexibilidad combinado para medir la resistencia a la fractura de la madera. Este método utiliza la deformación

5. NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB

longitudinal, medida mediante una galga en la superficie de la probeta, para obtener la flexibilidad independientemente de la longitud de grieta.



Figura 5-1 Ensayo DCB.

Gunderson et al. [86] presentaron un método que aplica la Teoría de la mecánica de la fractura elasto-plástica y la integral-J para relacionar la tenacidad a la fractura con la carga y el desplazamiento angular del punto de aplicación de la carga, medido durante el ensayo.

Arawaka y Takahashi [87, 88] presentaron un modelo basado en fundación elástica para estudiar el desplazamiento de apertura en el frente de grieta usando interferometría, obteniendo resultados dispares en función de la flexibilidad del material.

De Moura et al. [83] propusieron el concepto de longitud de grieta equivalente para caracterizar mecánicamente la madera, evitando la determinación de la longitud de grieta durante el proceso de propagación. La determinación de la grieta inicial es necesaria para obtener la corrección por la rotación del frente de grieta. El módulo de

flexión se estima a partir de la flexibilidad inicial obtenida en el ensayo. Este método ha sido utilizado en posteriores trabajos para analizar la fractura en modo I de diferentes compuestos [89, 90, 91]

En este capítulo, se introduce un nuevo método para la determinación de la tasa de liberación de energía que no requiere de la medición óptica de la longitud de grieta. Para ello, se propone una simplificación de la distribución de tensiones en la parte no agrietada de la viga estudiada, que corresponde a una de las mitades de la probeta. Tras haber determinado las propiedades elásticas de la probeta, la longitud de grieta se obtiene en base a la flexibilidad del modelo definido. Además, se han tenido en cuenta los grandes desplazamientos mediante una nueva aproximación.

De esta manera se puede obtener la longitud de grieta para cada par de valores de carga-desplazamiento obtenidos en el ensayo, y por tanto una curva prácticamente continua de la energía liberada respecto al avance de grieta, es decir la curva de resistencia o curva-R.

5.2 APROXIMACIÓN ANALÍTICA

5.2.1 LONGITUD DE GRIETA APROXIMADA

Para conseguir una primera aproximación de la longitud de grieta, que será usada en cálculos posteriores, la probeta DCB se asimila a dos vigas con un empotramiento en el frente de grieta. La Figura 5-2 representa la mitad inferior de la probeta como una viga empotrada.

De acuerdo al teorema de Engesser-Castigliano, la derivada de la energía complementaria de deformación con respecto a la fuerza aplicada es igual al desplazamiento en la dirección de la fuerza. Para una viga de longitud L sometida a flexión y a esfuerzo cortante se obtiene:

$$\delta_i = \frac{\partial U^*}{\partial F_i} = \int_L \frac{m}{E_f I} \frac{\partial m}{\partial F_i} dx + \int_L \kappa \frac{v}{G_{13} A} \frac{\partial v}{\partial F_i} dx \quad (5.1)$$

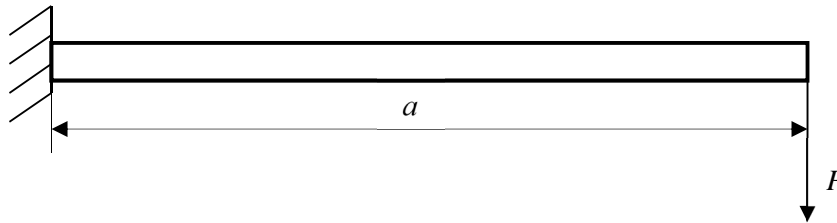


Figura 5-2 Mitad inferior de la probeta DCB.

Aplicando la expresión (5.1) a la viga de la Figura 5-2 se obtiene:

$$\delta = \frac{Pa^3}{3E_f I} + \frac{6Pa}{5G_{13}A} \quad (5.2)$$

La expresión anterior permite definir la flexibilidad de la probeta DCB como sigue:

$$C = \frac{2\delta}{P} = \frac{2a^3}{3E_f I} + \frac{12a}{5G_{13}A} = \frac{2a^3}{3E_f I} \left(1 + \frac{3}{10} \frac{E_f}{G_{13}} \frac{h^2}{a^2} \right) \quad (5.3)$$

Como la flexibilidad puede ser determinada por medio de los datos registrados en la máquina de ensayos, la ecuación (5.3) permite obtener, mediante un método iterativo, una longitud de grieta aproximada, a_0 , para cada par de valores de carga-desplazamiento. El término genérico de la iteración es:

$$a_{0_i} = \sqrt[3]{\frac{C}{1 + \frac{3}{10} \frac{E_f}{G_{13}} \frac{h^2}{a_{0_{i-1}}^2}} \frac{3E_f I}{2}} \quad (5.4)$$

Se debe tener en cuenta que la longitud de grieta determinada en (5.4) se obtiene a partir del desplazamiento del punto de aplicación de carga calculado en (5.2) y que por lo tanto no incluye la rotación del frente de grieta. Es por ello una primera aproximación que servirá para posteriores cálculos.

5.2.2 DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES NORMALES EN LA VIGA

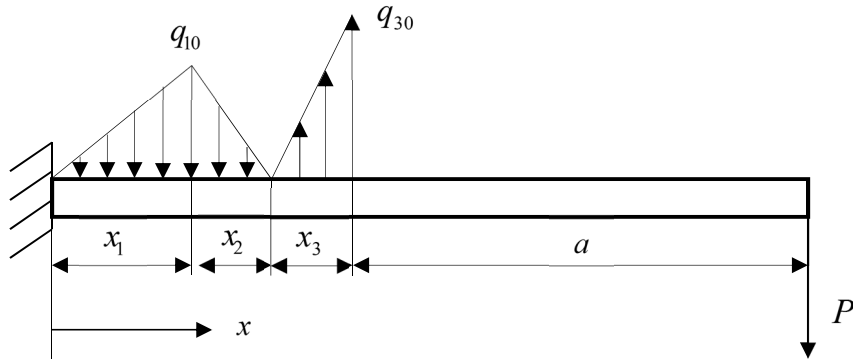


Figura 5-3 Fuerzas distribuidas en la viga.

La Figura 5-3 muestra un modelo de la mitad inferior de una probeta DCB. Los resultados de los modelos de varios autores [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 92] presentan una forma común de la distribución de tensiones más allá del frente de grieta. Esta distribución se ha aproximado a dos fuerzas distribuidas triangulares q_1 y q_3 , cuyas máximas intensidades q_{10} y q_{30} están situadas en las secciones 1 y 3, respectivamente.

Si se asume que las fuerzas distribuidas equilibran la acción de la carga aplicada P , la fuerza y el momento en el punto de empotramiento deben ser nulos. A pesar de que la condición de empotramiento no es necesaria para la determinación de las fuerzas redundantes, si lo es para obtener los desplazamientos tras la aplicación del método de la carga unitaria.

Las fuerzas resultantes de las distribuciones lineales son:

$$F_1 = \frac{q_{10}x_1}{2}; F_2 = \frac{q_{10}x_2}{2}; F_3 = \frac{q_{30}x_3}{2} \quad (5.5)$$

Por tanto, las distribuciones del momento flector y el esfuerzo cortante en las diferentes zonas son:

5. NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB

$$0 < x < x_1;$$

$$\begin{cases} m_{x_1} = -F_1 \frac{x^3}{3x_1^2} \\ v_{x_1} = -F_1 \frac{x^2}{x_1} \end{cases}$$

$$x_1 < x < x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} m_{x_2} = \frac{F_1}{3x_2x_1} (x_3 - 3(x_1 + x_2)x^2 + 3(x_1^2 + x_2x_1)x - x_1^3 - x_2x_1^2) \\ v_{x_2} = F_1 \left(1 - \frac{2x}{x_1} + \frac{(x - x_1)^2}{x_2x_1} \right) \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 < x < x_1 + x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} m_{x_3} = -F_1 \left(\frac{x_2 + x_1}{x_1} x + \frac{-x_2^2 - 3x_2x_1 - 2x_1^2}{3x_1} \right) + F_3 \frac{(x - x_1 - x_2)^3}{3x_3^2} \\ v_{x_3} = -F_1 \frac{x_2 + x_1}{x_1} + F_3 \frac{(x - x_1 - x_2)^2}{x_3^2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 < x < x_1 + x_2 + x_3 + a;$$

$$\begin{cases} m_{x_a} = -F_1 \left(\frac{x_2 + x_1}{x_1} x + \frac{-x_2^2 - 3x_2x_1 - 2x_1^2}{3x_1} \right) + F_3 \left(x - x_1 - x_2 - \frac{2x_3}{3} \right) \\ v_{x_a} = -F_1 \frac{x_2 + x_1}{x_1} + F_3 \end{cases} \quad (5.6)$$

Se necesitan cinco ecuaciones para obtener las tres dimensiones x_1 , x_2 , x_3 y las fuerzas F_1 y F_3 , ya que $F_2 = F_1 x_2 / x_1$. Del equilibrio estático resulta:

$$\sum F_i = 0 \rightarrow F_3 = P + \frac{x_1 + x_2}{x_1} F_1 \quad (5.7)$$

$$\sum M_i = 0 \rightarrow F_1 = \frac{x_1(x_3 + 3a)}{(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + 2x_3)} P \quad (5.8)$$

Las otras tres ecuaciones se obtienen imponiendo que los desplazamientos en las secciones 1, 2 y 3 se correspondan con la deformación transversal de la probeta. Para determinar la deformación transversal, se sustituye la mitad de la probeta por un resorte [18]. La rigidez del resorte se obtiene relacionando su extensión con la rigidez de la barra EA/L . En este caso A se corresponde con la anchura b por unidad de longitud y L es la mitad del espesor de la viga.

$$k = \frac{2E_3b}{h} \quad (5.9)$$

Aplicando (5.9) en las secciones 1, 2 y 3 se obtienen las siguientes expresiones de los desplazamientos:

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{-F_1 h}{bx_1 E_3} \\ \delta_2 = 0 \\ \delta_3 = \frac{F_3 h}{bx_3 E_3} \end{cases} \quad (5.10)$$

Además, los desplazamientos en las secciones 1, 2 y 3 se pueden determinar mediante el teorema de Engesser-Castigliano. Con el objeto de calcular las derivadas de los momentos flectores y de los esfuerzos cortantes que corresponden a dichas secciones, se utiliza el método de la carga unitaria en la viga de la Figura 5-2.

Igualando los desplazamientos obtenidos de esta manera con los obtenidos en (5.10) se llega a las siguientes expresiones:

$$x_1 = \frac{\sqrt{E_f \pm E_f} \sqrt{\left(1 - \frac{5G_{13}^2}{E_f E_3}\right)}}{\sqrt{G_{13}}} h \quad (5.11)$$

$$x_2 = \frac{x_1}{2} \left(-1 + \sqrt{-1 + \frac{4E_f h^2}{G_{13} x_1^2}} \right) \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{7}{60E_f I} x_3^5 + \frac{3\gamma_1 + 9a}{20E_f I} x_3^4 + \frac{\gamma_2 + 6\gamma_1 a}{12E_f I} x_3^3 + \left(\frac{\gamma_1 \gamma_3 + 15\gamma_2 a}{60E_f I} - \frac{12a}{5G_{13} A} \right) x_3^2 + \\ & + \left(\frac{\gamma_1 \gamma_3 a}{20E_f I} - \frac{6\gamma_1 a}{5G_{13} A} - \frac{3h}{bE_3} \right) x_3 - \frac{h\gamma_1 + 3ha}{bE_3} = 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= x_1 + 2x_2 \\ \gamma_2 &= x_1^2 + 3x_1 x_2 + 3x_2^2 \\ \gamma_3 &= x_1^2 + 2x_1 x_2 + 2x_2^2 \end{aligned} \quad (5.14)$$

La ecuación (5.11) tiene dos posibles soluciones para el parámetro x_1 . Como tanto x_2 como x_3 dependen del valor de x_1 se obtienen dos posibles distribuciones de tensiones. La comparación con los modelos de otros autores tomados como base lleva a elegir la solución mayor de x_1 para posteriores cálculos.

Tanto x_1 como x_2 dependen únicamente de las propiedades mecánicas del material y de la geometría de la probeta, mientras que x_3 depende además de la longitud de grieta a . La ecuación (5.13) ha sido resuelta mediante el programa Mathematica. La Figura 5-4 muestra, para el material utilizado en este trabajo (T6T/F593), la variación de x_3 con la longitud de grieta para varios valores posibles del espesor h . En todos los casos se obtiene un único valor real y positivo. Se puede observar cómo para cada valor del espesor h , la distancia x_3 permanece prácticamente uniforme en los valores habituales de longitud de grieta. Por tanto, para un determinado valor del espesor de la probeta, x_3 se puede considerar constante.

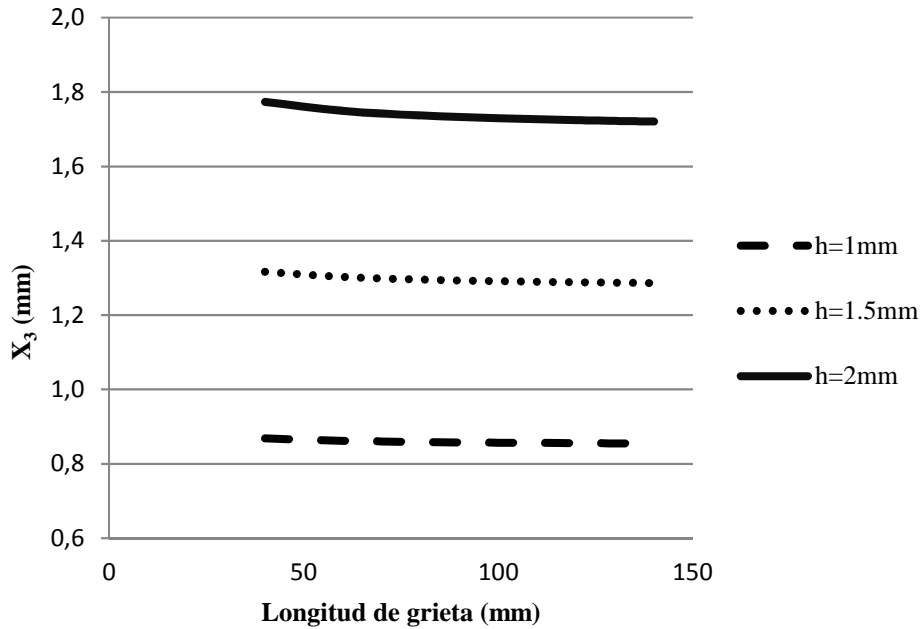


Figura 5-4 Variación de x_3 con la longitud de grieta.

5.2.3 DESPLAZAMIENTO DEL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA CARGA Y ROTACIÓN EN EL FRENTE DE GRIETA

Con el objetivo de determinar el desplazamiento vertical del punto de aplicación de la carga se utiliza el teorema de Engesser-Castigliano. Previamente se obtienen las derivadas de los momentos flectores y los esfuerzos cortantes mediante la aplicación del método de la carga unitaria en la sección final de la viga de la Figura 5-3.

Aplicando en esta sección la ecuación (5.1) con las expresiones de momentos y fuerzas de (5.6) y las derivadas obtenidas por el método de la carga unitaria, el desplazamiento del punto de aplicación de carga es:

$$\delta = \frac{1}{3E_f I} Pa^3 + \frac{\beta_1}{4E_f I} Pa^2 + \frac{\beta_2}{60E_f I} Pa + \frac{\beta_3}{60E_f I} P \quad (5.15)$$

La rotación de la viga en el frente de grieta puede determinarse de la misma manera. Aplicando un momento unitario en la sección 3 de la Figura 5-3 se obtiene:

$$\theta_3 = \frac{P}{12E_f I} (\beta_2 + 3\beta_1 a) \quad (5.16)$$

Donde los factores β_i dependen únicamente de los parámetros x_1 , x_2 y x_3 de la siguiente manera:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1 = \frac{x_1^2 + 3x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 8x_2x_3 + 5x_3^2}{x_1 + 2x_2 + 2x_3} \\ \beta_2 = \frac{3x_1^3 + 12x_1^2x_2 + 18x_1x_2^2 + 12x_2^3 + 20x_1^2x_3 + 60x_1x_2x_3 + 60x_2^2x_3 + 45x_1x_3^2 + 90x_2x_3^2 + 42x_3^3}{x_1 + 2x_2 + 2x_3} \\ \beta_3 = \frac{x_3(x_1^3 + 4x_1^2x_2 + 6x_1x_2^2 + 4x_2^3 + 5x_1^2x_3 + 15x_1x_2x_3 + 15x_2^2x_3 + 9x_1x_3^2 + 18x_2x_3^2 + 7x_3^3)}{x_1 + 2x_2 + 2x_3} \end{array} \right. \quad (5.17)$$

5.2.4 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD DE GRIETA

Teniendo en cuenta que la ecuación (5.15) corresponde al desplazamiento del punto de aplicación de la carga para una de las mitades de la probeta, la flexibilidad de ésta se puede definir como:

$$C = \frac{2\delta}{P} = \frac{2a^3}{3E_f I} + \frac{\beta_1 a^2}{2E_f I} + \frac{\beta_2 a}{6E_f I} + \frac{\beta_3}{30E_f I} \quad (5.18)$$

Esta expresión se puede igualar al valor experimental de la flexibilidad obtenido directamente de la curva carga-desplazamiento del ensayo. Al ser la longitud de grieta a la única incógnita de la igualdad, se puede determinar mediante un método iterativo. De esta forma se obtiene un valor de longitud de grieta por cada pareja de valores de carga-desplazamiento que proporcione la máquina de ensayos.

La ecuación (5.18) se ha comparado con otras expresiones para la flexibilidad encontradas en la literatura [21, 23], consiguiendo resultados muy similares para el material estudiado en este trabajo.

5.2.5 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

Si se sustituye la derivada de la flexibilidad obtenida en la ecuación (5.18) con respecto a la longitud de grieta en la expresión (2.18) se obtiene la tasa de liberación de energía en modo I:

$$G_I = \frac{P^2}{12bE_f I} (12a^2 + 6\beta_1 a + \beta_2) \quad (5.19)$$

Esta expresión permite graficar la tasa de liberación de energía con respecto al crecimiento de grieta de manera continua, ya que la longitud de grieta ha sido determinada para cada par de valores de carga-desplazamiento. Es la curva de resistencia, que es la herramienta más habitual para la predicción del comportamiento de los materiales compuestos reforzados con fibra con respecto a la propagación del daño. Con frecuencia, esta energía crece durante la deslaminación, es decir, aumenta con la propagación de la grieta.

5.2.6 EFECTO DE GRANDES DESPLAZAMIENTOS

Cuando se ensayan laminados delgados, se deben tener en cuenta los efectos producidos por grandes desplazamientos. El análisis llevado a cabo por Williams [16, 93] permite cuantificar estos efectos. Dicho análisis se desarrolla mediante ecuaciones elípticas, cuya solución numérica lleva a estimar los grandes desplazamientos en forma de un factor aplicable a la tasa de liberación de energía. Dicho valor se presenta en una tabla, en función del valor del ángulo del punto de aplicación de la carga en la configuración deformada.

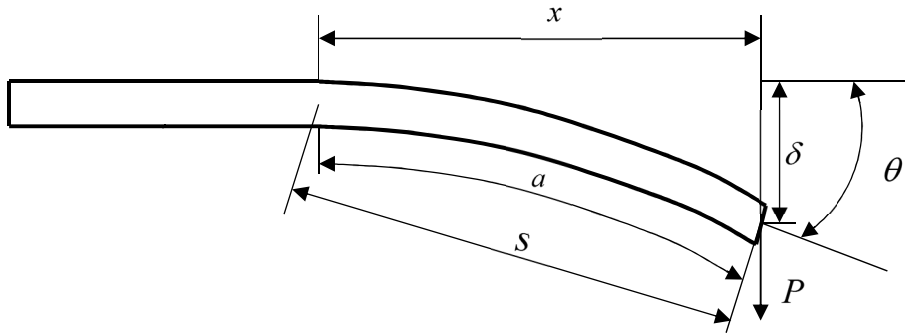


Figura 5-5 Mitad inferior deformada de la probeta DCB.

En este trabajo se presenta una nueva aproximación para considerar los efectos de grandes desplazamientos. En la configuración deformada de la viga de la Figura 5-5, x es la medida horizontal de la longitud de la grieta, a la longitud de grieta, δ el desplazamiento de un brazo de la probeta, s es la secante entre el frente de grieta y el punto de aplicación de la carga y θ es el ángulo que forma la secante con la horizontal. La teoría de vigas analiza la configuración sin deformar de la viga, por lo que asume que la longitud de grieta es x .

De acuerdo con la figura:

$$x = s \cos \theta \quad (5.20)$$

Por tanto, aplicando relaciones trigonométricas:

$$s = x \sqrt{1 + \tan^2 \theta} = x \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{x^2}} \quad (5.21)$$

La ecuación (5.21) permite obtener la influencia de grandes desplazamientos en la parte agrietada de la viga en función de la deflexión y de la longitud de grieta, que ha sido estimada en la sección 5.2.4. La comparación entre esta aproximación y la de Williams [93], muestran unas diferencias menores al 0,2% para las probetas estudiadas en el presente trabajo.

5.3 EXPERIMENTAL

5.3.1 MATERIAL Y PROCEDIMIENTO DE ENSAYOS

Se fabrican laminados unidireccionales de 16 capas, $[0]_{16}$, de preimpregnado de material T6T/F593, con una lámina de teflón entre las láminas intermedias para crear una grieta inicial. Los bordes del laminado se desechan para evitar zonas afectadas por el flujo lateral del material durante el proceso de fabricación.

Los valores nominales de la anchura y del espesor de las probetas es $b = 15mm$ y $2h = 3mm$ respectivamente. Se adhieren bisagras metálicas a las probetas, mediante un adhesivo de contacto, de manera que la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el frente de grieta sea de $40mm$ aproximadamente. Con el objetivo de evitar la influencia de la zona rica en resina que se forma en el frente de grieta, con anterioridad al comienzo de los ensayos, se incrementa la grieta en unos $5mm$ mediante un ensayo ENF.

La parte experimental se ha realizado en dos pasos:

En primer lugar se comprueban las expresiones propuestas mediante la comparación de los resultados con el método BTBR [41], que proporciona datos fidedignos de la longitud de grieta. Para ello, se han sometido una serie de probetas a cinco ciclos de carga y descarga cada una, en la configuración de ensayo DCB. Además, antes del primer ciclo y después de cada uno de ellos, se ha determinado la longitud de grieta en cada probeta mediante un ensayo ENF no destructivo. De esta forma, existen seis puntos por cada probeta en los que se pueden comparar los datos obtenidos mediante uno y otro método.

En segundo lugar, una vez validado el método propuesto, se ensayan otra serie de probetas en un solo ciclo, pero de mayor crecimiento de grieta que los anteriores, en la configuración de ensayo DCB. Asumiendo que las longitudes de grieta obtenidas para cada par de valores carga-desplazamiento del ensayo son válidas, es posible la obtención de la curva de resistencia de manera continua.

Para obtener las propiedades mecánicas del material E_f y G_{13} se utiliza el método propuesto en [76], obteniendo unos valores de $11GPa$ para el módulo de flexión y de $4GPa$ para el de cortadura.

El desplazamiento experimental en el punto de carga, δ_{exp} , se determina directamente de las curvas de carga-desplazamiento que ofrece la máquina de ensayos. Sin embargo, con el fin de tener en cuenta los desplazamientos debidos a la flexibilidad de la máquina y del sistema de ensayo, el valor real del desplazamiento de la probeta, δ_{prb} , se corrige con la flexibilidad del sistema calculada tal y como se explica en la sección 3.4.

$$\delta_{prb} = \delta_{exp} - C_s P \quad (5.22)$$

5.3.2 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD DE GRIETA

A pesar de que se han ensayado varias probetas en cada uno de los pasos comentados anteriormente, únicamente se van a incluir los resultados de dos probetas para describir el procedimiento seguido.

La probeta 1 se somete al ensayo DCB de acuerdo con la norma ISO [14]. Se llevan a cabo hasta un total de cinco ciclos con avance de grieta, tal y como se aprecia en el gráfico de carga-desplazamiento de la Figura 5-6.

Los pares de datos de carga-desplazamiento obtenidos de los ensayos DCB se exportan a una hoja de cálculo, donde se obtienen los datos de la flexibilidad experimental, definida en DCB como $C=2\delta/P$. En otra columna se calcula la flexibilidad analítica mediante la ecuación (5.18), punto a punto para todos los datos. Cabe señalar que para determinar la flexibilidad analítica es necesario un valor inicial de longitud de grieta, que se obtienen de la ecuación (5.4).

A continuación, se obtiene la longitud real de la grieta siguiendo el proceso iterativo. Este método iguala el valor de ambas flexibilidades, experimental y analítica, modificando la longitud inicial de grieta. El valor de longitud de grieta obtenido cuando las dos flexibilidades llegan a igualarse será el valor real. Finalmente, se tienen en cuenta los efectos de los grandes desplazamientos mediante la expresión (5.21). Como

5. NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB

este proceso se repite para cada par de valores ofrecido por la máquina de ensayos, la expresión (5.19) permite obtener una curva de resistencia continua durante el ensayo, como se observa en la Figura 5-7.

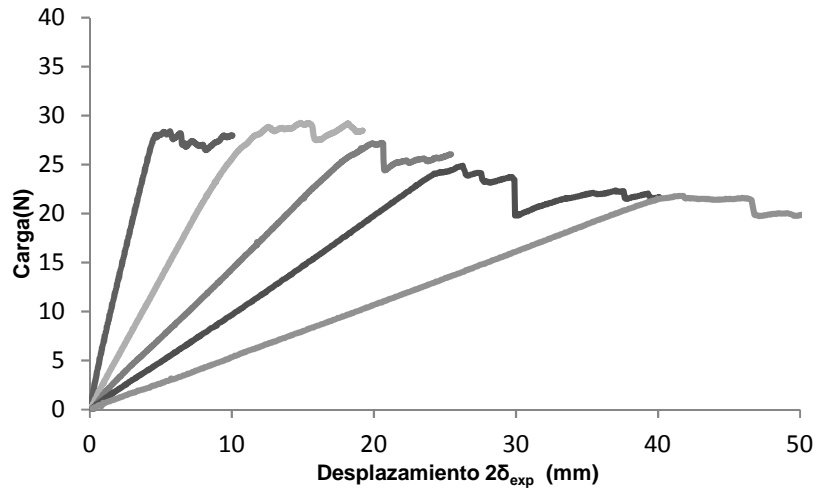


Figura 5-6 Gráfico carga-desplazamiento de la probeta 1.

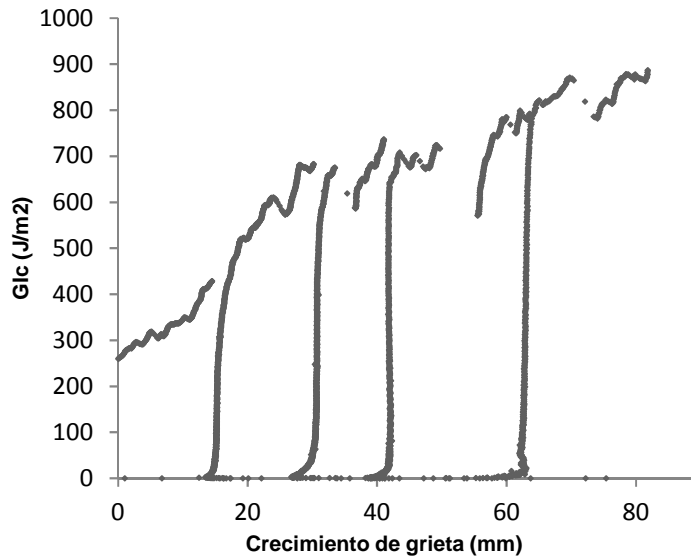


Figura 5-7 Curva de resistencia de la probeta 1.

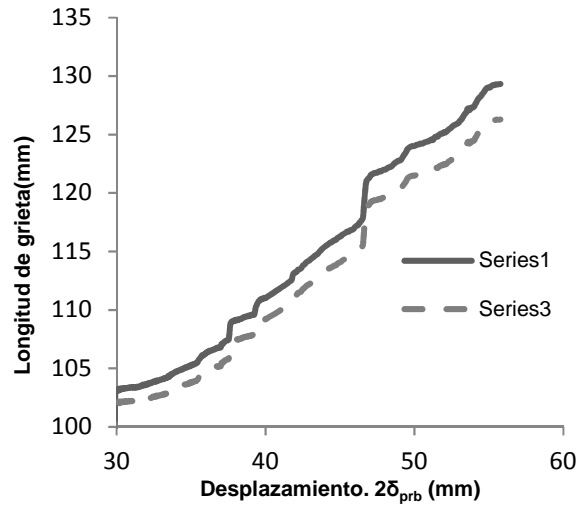


Figura 5-8 Efecto de grandes desplazamientos.

La influencia de los grandes desplazamientos es lógicamente mayor conforme aumenta la longitud de la grieta. La Figura 5-8 muestra dichos efectos en la probeta 1 para ratios de $2\delta/a > 30\%$. Se observa una influencia máxima de 5mm entre las curvas.

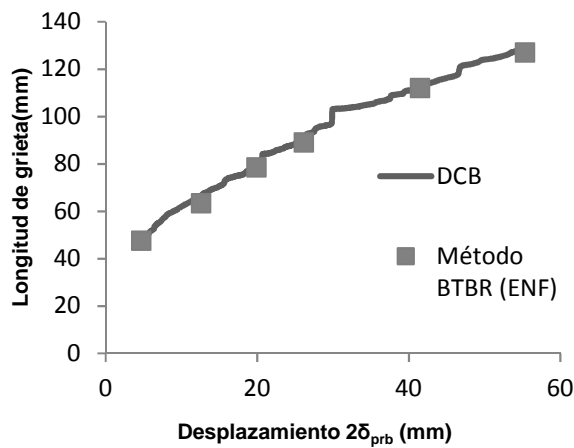


Figura 5-9 Longitud de grieta continua mediante DCB y discreta mediante BTBR en la probeta 1.

Antes del primer ciclo y después de cada uno de ellos se somete la probeta a un ensayo ENF sin avance de grieta que permite determinar la longitud de grieta real mediante BTBR. Esto permite comparar resultados en seis momentos diferentes. En la Figura 5-9 se observa por una lado una curva con los valores de longitud de grieta obtenidos mediante DCB y por otro los seis valores discretos, que se corresponden a la grieta inicial y final en cada uno de los ciclos. La comparación de los resultados obtenidos muestra la validez del método propuesto para la determinación de la longitud de grieta durante el ensayo DCB.

Una vez validado el método presentado, se muestra en la Figura 5-10 la longitud de grieta determinada para la probeta 2, que ha sido ensayada de forma continua, sin ciclos para mediciones intermedias.

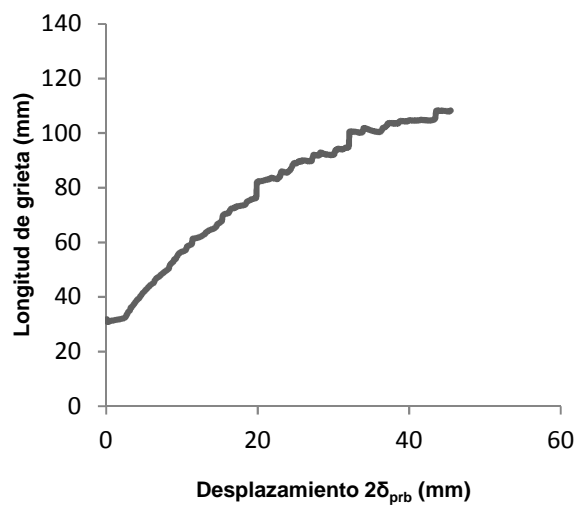


Figura 5-10 Longitud de grieta calculada de la probeta 2.

5.3.3 CURVAS DE RESISTENCIA

Experimentalmente, se puede observar cómo la energía de fractura interlaminar se incrementa durante el proceso de deslaminación. La curva de resistencia de un

laminado muestra un incremento del valor de G_{Ic} durante los primeros milímetros de extensión de la grieta, para posteriormente estabilizarse. A pesar de que el fenómeno conocido como “fiber bridging” es la principal razón de este comportamiento, existen otros efectos que pueden tener influencia en la forma de la curva de resistencia [94]. De hecho, en las probetas ensayadas para esta comprobación experimental no se ha observado dicho fenómeno.

El hecho de haber obtenido el valor de la curva-R para cada par de datos proporcionado por la máquina de ensayos, permite observar el comportamiento real de la probeta. De manera habitual, se supone que el crecimiento de grieta se produce de una manera lenta y estable en incrementos infinitesimales. Sin embargo, cuando se realizan los ensayos, se observan crecimientos irregulares. Estos pequeños saltos en el crecimiento de grieta producen caídas de carga, las cuales habitualmente son seguidas por un corto periodo de detención de la extensión de la grieta. En esta fase, la carga vuelve a incrementarse hasta un máximo local antes de continuar el crecimiento de la grieta [14].

La Figura 5-11 representa la curva de carga-desplazamiento de la probeta 2, mientras que la Figura 5-12 muestra la curva de resistencia de la misma probeta. El significado de los puntos marcados en ambas figuras es el siguiente:

- NL : Desviación de linealidad. Determina el momento en que la deslaminación comienza su crecimiento desde el frente de la grieta inicial. El valor inicial G_{Ic} se puede calcular en este punto.
- B_1, B_2 : Puntos en los que la carga cae repentinamente.
- C_1, C_2 : Puntos donde la carga se incrementa sin propagación de grieta tras una pequeña propagación inestable.

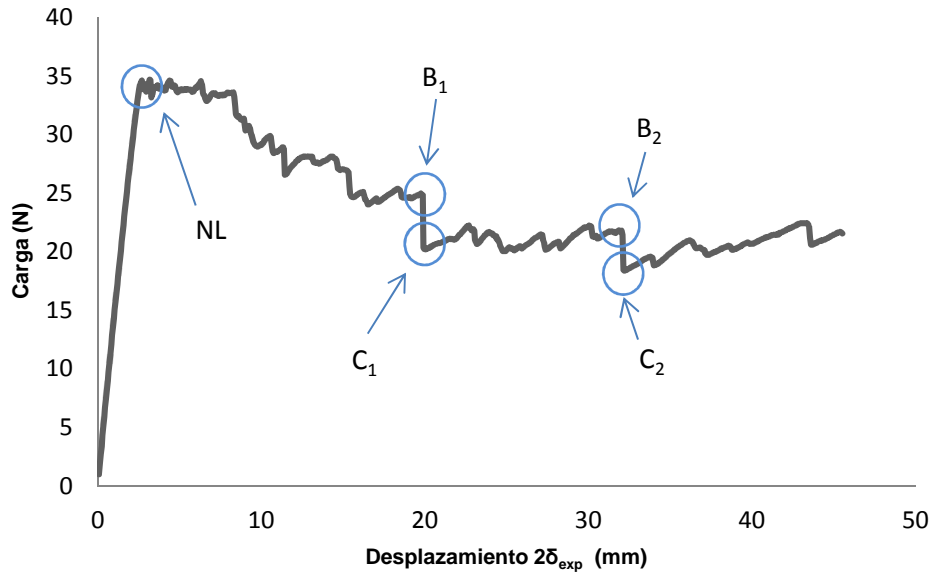


Figura 5-11 Curva carga-desplazamiento de la probeta 2.

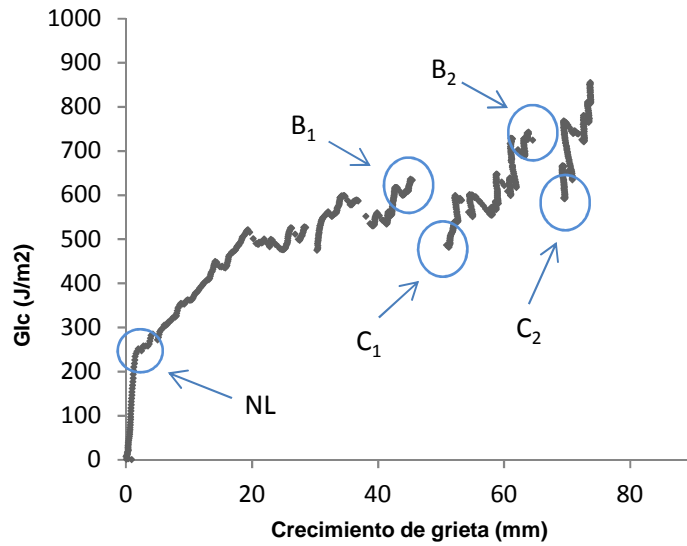


Figura 5-12 Curva de resistencia de la probeta 2.

Las caídas en la energía observadas en la curva-R son causadas por los descensos de carga que se han mencionado con anterioridad. En estos puntos, la longitud de grieta crece de manera inestable, provocando la caída de la G_I . La norma ISO [14] establece que la curva de resistencia debe realizarse con una serie de puntos recogidos durante el ensayo. Sin embargo, evita los puntos en los que el crecimiento de grieta se detiene, excluyéndolos de la curva.

5.4 CONCLUSIONES

Se ha presentado un nuevo modelo analítico para la obtención de la flexibilidad de la probeta DCB en función de la longitud de grieta. El modelo se basa por un lado en el equilibrio estático entre la carga aplicada y la distribución de fuerzas más allá del frente de grieta y por otro en la igualdad de desplazamientos en las secciones. El resultado es un polinomio de tercer orden cuyos coeficientes dependen de parámetros relativos a la geometría de la probeta y a sus propiedades elásticas.

Se ha propuesto un nuevo procedimiento que permite calcular la longitud de grieta a través de la comparación de la flexibilidad experimental y la flexibilidad calculada analíticamente. Para su determinación, el procedimiento presentado necesita, además de las propiedades mecánicas del material, únicamente los datos de carga-desplazamiento ofrecidos por la máquina de ensayos. Este procedimiento incluye la flexibilidad del sistema y el efecto del cortante.

Para validar los resultados de longitud de grieta se han ensayado probetas unidireccionales de carbono/epoxi y se han comparado los resultados con el método BTBR. En todos los casos, los resultados obtenidos han coincidido con las longitudes de grieta reales obtenidas mediante BTBR.

El efecto de los grandes desplazamientos, se ha incluido mediante una aproximación trigonométrica basada en la configuración deformada del ensayo. Se ha observado una influencia de hasta un 3% en la longitud de grieta para valores elevados de la misma.

5. NUEVO PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL ENSAYO DCB

La aplicación del procedimiento presentado a cada par de valores de carga-desplazamiento proporcionados por la máquina de ensayos, permite obtener una curva de resistencia punto a punto. De esta manera se puede analizar el comportamiento real de la probeta durante la propagación de grieta, incluyendo fases de crecimiento inestable.



ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTI-SIMÉTRICOS

6.1 INTRODUCCIÓN

A pesar de que el ensayo DCB ha sido normalizado para laminados unidireccionales, a menudo son usados para calcular la tasa de liberación de energía de laminados multidireccionales [95, 96, 97].

Sin embargo, algunos factores que carecen de importancia en el ensayo de laminados unidireccionales, pueden afectar seriamente el comportamiento y los resultados en laminados multidireccionales [24], tales como la secuencia de apilamiento, la simetría del laminado, la curvatura del frente de grieta, la mezcla de modos de fractura, las tensiones residuales debidas a los efectos higrotérmicos o los daños que se van produciendo durante el avance de la grieta, como la rotura de fibras o los puentes de fibra que se forman.

Nicholls et al. [98] investigaron el valor crítico de G en polímeros reforzados con fibra de carbono, constatando que la grieta se puede trasladar por diferentes intercaras. De

hecho, identificaron en el avance de grieta los cuatro tipos diferentes de morfologías que se describen a continuación:

- En el primer caso, la grieta avanza entre láminas de la misma dirección que forman el plano medio sin trasladarse a otras intercaras y sin existencia de rotura de fibras. Únicamente observaron este comportamiento en laminados unidireccionales.
- En el segundo tipo, similarmente al anterior, no existe salto interlaminar en el avance de grieta, pero las láminas centrales tienen diferente dirección. Al observar la superficie creada tras el crecimiento de grieta, ésta es mucho más rugosa que en el caso anterior, debido a una mayor deformación de la resina. También es posible observar alguna rotura de fibra.
- En el tercer caso, la grieta parece avanzar simultáneamente por dos planos diferentes. Existe una cantidad importante de rotura de fibras y deformación de la resina, lo que causa un fuerte crecimiento de G en comparación con casos anteriores.
- En el último caso, se forma una sucesión de picos y valles paralelos, ya que la grieta avanza por dos caras adyacentes cambiando continuamente de una a otra.

Estas formas de avance no son exclusivas, y en la misma probeta se pueden observar más de un tipo. Con el objetivo de evitar el salto de la grieta a otras interláminas, Robinson et al. [99] modificaron la probeta convencional DCB disminuyendo la anchura del frente de grieta mediante la inclusión de teflón en los bordes de la probeta durante el proceso de fabricación. Se consiguió evitar la rotura intralaminar y no se observaron puentes de fibra. Posteriores trabajos con esta probeta modificada no consiguieron evitar el salto intralaminar de la grieta [100], además de constatar la dificultad que existe en la determinación visual del frente de grieta [97].

Teniendo en cuenta los factores anteriores, además del hecho de que el valor inicial es el más conservador, parece razonable que en el caso de laminados multidireccionales se tomen en cuenta únicamente los valores de iniciación que se obtienen del ensayo DCB para la resistencia.

Algunos estudios concluyen que el valor de iniciación G_{Ic} de laminados multidireccionales es prácticamente independiente de la orientación de las láminas que

forman el plano de deslaminación [97, 101], mientras que otros concluyen lo contrario [99, 100].

La mayoría de los trabajos que se realizan con laminados multidireccionales se aplican, en general, a secuencias de apilamiento que evitan los acoplamientos flexión-torsión debido a las dificultades relacionadas con las curvaturas de torsión. Estos trabajos, además, no suelen tener en cuenta las tensiones residuales relacionadas con los efectos higrotérmicos.

Nairn [102] estudió la tasa de liberación de energía en un material compuesto arbitrario en presencia de tensiones residuales, aplicando la solución a diversos problemas concretos, entre ellos el ensayo DCB. Redujo el problema a encontrar el efecto del daño producido en las propiedades efectivas del material.

Yokzeki et al. [103] estudiaron la influencia de los efectos higrotérmicos en los ensayos DCB, ENF y MMB mediante la formulación de Nairn, presentando un factor de corrección a la resistencia aparente.

La mayoría de los estudios coinciden en que se deben tener en cuenta las tensiones residuales térmicas en la determinación de la resistencia de laminados para obtener buenos resultados, ya que éstas disminuyen considerablemente sus propiedades. Parlevliet et al. [104], en su revisión sobre la literatura publicada acerca de los efectos de las tensiones residuales en materiales compuestos, establece que este efecto puede ser muy significativo sobre la tenacidad de fractura de modo I, generando un error de hasta el 76%.

En su trabajo sobre la tasa de liberación de energía entre un adhesivo y un laminado teniendo en cuenta las tensiones residuales, Nairn [105] concluyó que el error cometido al no tener en cuenta dichos efectos puede ser elevado, sobre todo en el caso en el que los brazos del laminado sean no simétricos.

En este capítulo se analiza la tasa de liberación de energía de laminados angulares por medio del ensayo DCB. Para ello, se va a utilizar una aproximación analítica basada en la energía complementaria del laminado incluyendo los efectos de las tensiones residuales.

Se van a estudiar dos configuraciones de apilamiento diferentes. Por un lado, probetas simétricas con brazos anti-simétricos y por otro lado probetas anti-simétricas con brazos anti-simétricos. Las secuencias han sido elegidas debido a que a pesar de que cada uno de los semilaminados tiene las mismas propiedades, la orientación de la fibra en las láminas adyacentes al plano medio es diferente. Los laminados utilizados son:

- $\left[(\pm 45)_4 \right]_{as}$ → Laminado anti-simétrico de brazos anti-simétricos.
- $\left[(\pm 45)_4 \right]_s$ → Laminado simétrico de brazos anti-simétricos.

6.2 TEORÍA DE LAMINADOS

6.2.1 RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO EN LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS

Un laminado anti-simétrico tiene sus láminas del mismo espesor y material a ambos lados del plano medio, estando orientadas en direcciones $+\theta$ y $-\theta$. Además, si el ángulo θ que define las direcciones de las fibras es único en todo el laminado, se denomina laminado anti-simétrico angular.

La disposición de las láminas en este caso, hace que en la ecuación constitutiva (4.70) algunos de los coeficientes de flexibilidad sean nulos:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & 0 & 0 & 0 & b_{xs} \\ a_{yx} & a_{yy} & 0 & 0 & 0 & b_{ys} \\ 0 & 0 & a_{ss} & b_{sx} & b_{sy} & 0 \\ \hline 0 & 0 & b_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & b_{ys} & d_{yx} & d_{yy} & 0 \\ b_{sx} & b_{sy} & 0 & 0 & 0 & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_s^{HT} \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

6. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS

En este tipo de laminados no existe acoplamiento normal-cortadura en el comportamiento a membrana, ni acoplamiento flexión-torsión en el comportamiento de placa. Esto último, permite que la flexión y la torsión puedan ser analizadas de forma independiente. Además, teniendo en cuenta que el ángulo θ seleccionado para este trabajo es de 45° , se cumplen las siguientes relaciones entre coeficientes de flexibilidad:

$$a_{xx} = a_{yy}; \quad d_{xx} = d_{yy}; \quad b_{xs} = b_{ys} \quad (6.2)$$

Con respecto a los efectos higrotérmicos, aunque el material se encuentre temperatura ambiente, las cargas equivalentes debidas al proceso de enfriamiento desde la temperatura de fabricación deben de ser tenidas en cuenta. En una secuencia anti-simétrica, las cargas higrotérmicas equivalentes no nulas son las fuerzas N_x^{HT} y N_y^{HT} además del momento torsor M_s^{HT} . Teniendo en cuenta el valor de $\theta=45^\circ$, se cumple que $N_x^{HT} = N_y^{HT}$.

6.2.2 ENERGÍA DE DEFORMACIÓN COMPLEMENTARIA Y SUS DERIVADAS

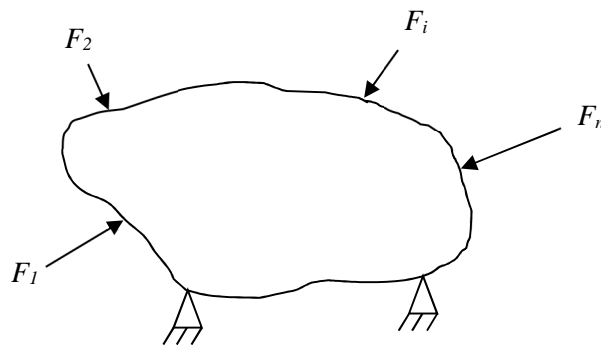


Figura 6-1 Sistema en equilibrio.

6. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS

Se analiza un sistema en equilibrio sometido a un sistema de fuerzas independientes F_i , como el que se muestra en la Figura 6-1, siendo los desplazamientos de los puntos de aplicación de las fuerzas en la propia dirección de éstas δ_i .

El trabajo correspondiente a una variación elemental de los desplazamientos viene dado por:

$$dW = F_i d\delta_i \quad (6.3)$$

Donde al utilizarse el convenio de índices mudos, la repetición del índice i indica sumatorio [79].

En un avance infinitesimal de grieta, el balance de energía viene dado por:

$$dW = dU + GdA \quad (6.4)$$

Siendo dU la energía de deformación, G la energía liberada por unidad de área, y dA el área de la nueva superficie creada. Considerando la anchura de la grieta uniforme, de magnitud b , la variación de superficie es $dA=bd a$, donde da es la longitud de avance de la grieta.

Sustituyendo la ecuación (6.3) en (6.4), la energía de deformación viene dada por:

$$dU = F_i d\delta_i - Gbda \quad (6.5)$$

Se asume que la energía de deformación es una función de estado, siendo las variables de estado los desplazamientos independientes δ_i y la longitud de grieta a . Por lo tanto, también puede expresarse como:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \delta_i} \right)_a d\delta_i + \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\delta_i} da \quad (6.6)$$

Identificando términos en las ecuaciones (6.5) y (6.6) resulta:

$$F_i = \left(\frac{\partial U}{\partial \delta_i} \right)_a \quad (6.7)$$

$$G = \frac{-1}{b} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\delta_i} \quad (6.8)$$

De las ecuaciones (6.7) y (6.8) se obtienen el primer teorema de Castigliano y la tasa de liberación de energía, respectivamente.

Por otra parte, se define la energía de deformación complementaria U^* como:

$$U^* = F_i \delta_i - U \quad (6.9)$$

Diferenciando la ecuación (6.9) y sustituyendo en el balance de energía de la ecuación (6.5) se obtiene:

$$dU^* = \delta_i dF_i + G b da \quad (6.10)$$

Asumiendo que U^* es función de las variables de estado F_i y a :

$$dU^* = \left(\frac{\partial U^*}{\partial F_i} \right)_a dF_i + \left(\frac{\partial U^*}{\partial a} \right)_{F_i} da \quad (6.11)$$

Identificando términos en las ecuaciones (6.10) y (6.11) se tiene:

$$\delta_i = \left(\frac{\partial U^*}{\partial F_i} \right)_a \quad (6.12)$$

$$G = \frac{1}{b} \left(\frac{\partial U^*}{\partial a} \right)_{F_i} \quad (6.13)$$

De las ecuaciones (6.12) y (6.13) se obtienen el primer teorema de Engesser y la tasa de liberación de energía. En sistemas elásticos lineales el teorema de Engesser se convierte en el teorema de Castigliano, por lo que se denomina a veces teorema de Engesser-Castigliano. Para utilizar este teorema U^* se debe expresar en función de las fuerzas aplicadas.

Derivando la expresión de la energía de deformación complementaria de un laminado multidireccional sometido a cargas en el plano de la ecuación (4.95) con respecto de F_i y de a , y teniendo en cuenta que los términos debidos a efectos higrotérmicos no dependen de ninguna de estas variables se obtiene:

$$\delta_i = U_{,F_i}^* = b \int_{L_x} \left(\begin{aligned} & \{N\}_{,F_i}^t [a] \{\bar{N}\} + \{N\}_{,F_i}^t [b] \{\bar{M}\} \\ & + \{M\}_{,F_i}^t [b] \{\bar{N}\} + \{M\}_{,F_i}^t [d] \{\bar{M}\} \end{aligned} \right) dx \quad (6.14)$$

$$G = \frac{1}{b} U_{,a}^* = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{1}{2} \int_{L_x} \left(\{\bar{N}\}^t [a] \{\bar{N}\} + 2 \{\bar{N}\}^t [b] \{\bar{M}\} + \{\bar{M}\}^t [d] \{\bar{M}\} \right) dx \right] \quad (6.15)$$

Es importante tener en cuenta que como en la ecuación (6.15) los límites de la integral dependen de la longitud de grieta a , a la hora de obtener la derivada con respecto de a se debe aplicar la regla de Leibniz para derivar bajo el signo de la integral. La regla establece que dada una función $f = f(x, a)$:

$$\frac{\partial}{\partial a} \int_{m(a)}^{n(a)} f(x, a) dx = \int_{m(a)}^{n(a)} \frac{\partial f(x, a)}{\partial a} dx + f[n(a), a] \frac{dn}{da} - f[m(a), a] \frac{dm}{da} \quad (6.16)$$

6.3 CARGAS APLICADAS Y REDUNDANTES

6.3.1 MOMENTO FLECTOR

Con el objetivo de calcular la tasa de liberación de energía en el ensayo de laminados multidireccionales mediante la expresión (6.15), se deben determinar las distribuciones de las cargas aplicadas en cada caso. Debido a la simetría de la probeta DCB se analiza uno de los brazos de la probeta mostrado en la Figura 5-3, sustituyendo el otro brazo por las reacciones correspondientes.

La carga predominante es el momento flector y su distribución ha sido determinada en la ecuación (5.6) de la sección 5.2.2.

Es importante recordar que las cargas distribuidas de la Figura 5-3 equilibran el efecto de la carga P aplicada, y que por tanto la fuerza y el momento en el extremo empotrado son nulas. Además, teniendo en cuenta que, en general, en el ensayo de laminados multidireccionales no existe un frente de grieta recto en la anchura de la probeta, se define a como la longitud de grieta efectiva.

Las longitudes de los tramos x_1 , x_2 y x_3 las fuerzas F_1 y F_3 se obtienen en función de las propiedades mecánicas del material, la geometría de la probeta y la carga aplicada en el ensayo. Con respecto a x_3 , aunque su valor depende de la longitud de grieta a , su variación con los valores habituales de a durante el ensayo es despreciable y se considera constante.

6.3.2 LAMINADOS SIMÉTRICOS. MOMENTO TORSOR

El enfriamiento durante el proceso de fabricación provoca la existencia de tensiones residuales. En los brazos anti-simétricos, estas tensiones residuales se traducen, entre otras deformaciones, en unas rotaciones torsionales. Si el laminado total es anti-simétrico ambos brazos rotarán en el mismo sentido, como es el caso de la Figura 6-2.

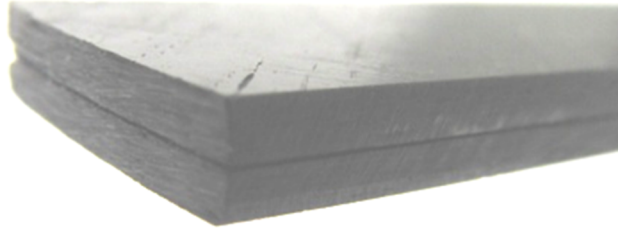


Figura 6-2 Laminado anti-simétrico de brazos anti-simétricos.

Sin embargo, como se puede observar en la Figura 6-3, en el caso de que el laminado total sea simétrico los brazos van a sufrir una rotación opuesta.

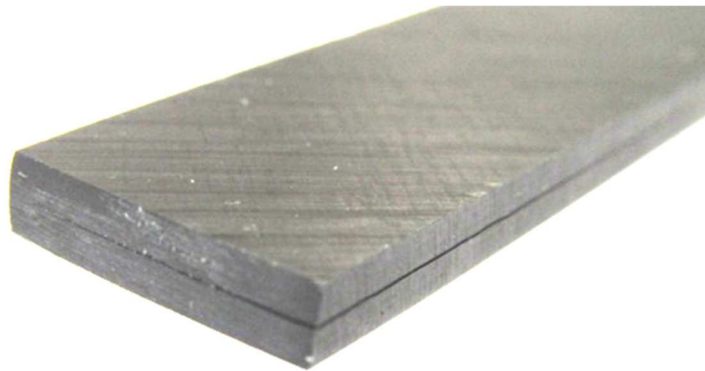


Figura 6-3 Laminado simétrico de brazos anti-simétricos.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que las bisagras mantienen los brazos de la probeta horizontales en el punto de aplicación de la carga, éstas están impidiendo la rotación mediante la aplicación de un momento torsor. De hecho, existe una distribución de carga no uniforme aplicada en las bisagras cuya fuerza resultante es la fuerza aplicada P y su momento resultante es el momento torsor m_t .

La Figura 6-4 muestra el momento torsor en el punto de aplicación de la carga y la correspondiente reacción aplicada en el frente de grieta. Esta reacción está relacionada con la distribución no uniforme en la anchura de las fuerzas distribuidas que aparecen en la Figura 5-3. Se asume que el momento reactivo está concentrado en el frente de grieta por lo que los momentos son iguales y opuestos.

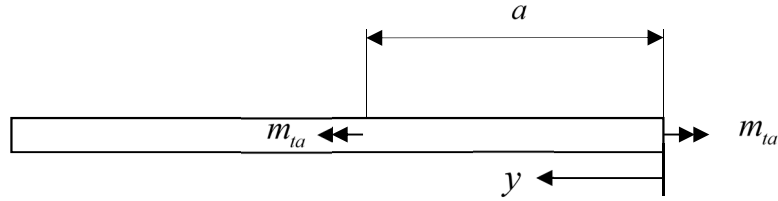


Figura 6-4 Momento torsor.

Las fuerzas y momentos resultantes vienen dados por:

$$\{\bar{N}\} = \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\{\bar{M}\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ 0 \\ M_s + M_s^{HT} \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

Se supone una distribución uniforme de M_s en el ancho. Para determinar el momento torsor aplicado por las bisagras se utiliza el teorema de Engesser-Castigliano. Al estar impedida la rotación en el punto de aplicación de la carga por las bisagras, la derivada de la energía complementaria con respecto al momento torsor aplicado en el punto de carga es cero. Sustituyendo las ecuaciones (6.17) y (6.18) en la expresión (6.14) y teniendo en cuenta las propiedades de los laminados anti-simétricos descritos en la sección 6.2.1, se obtiene:

$$U_{,X}^* = \frac{1}{2} \int_{L_x} \int_{L_y} \left((4b_{xs} N_x^{HT} + 2d_{ss} M_s^{HT}) M_{s,x} + 2d_{ss} M_s M_{s,x} \right) dx dy = 0 \quad (6.19)$$

Donde $X=m_{ta}$.

La mitad del momento torsor m_t de una sección rectangular corresponde a la distribución del momento torsor por unidad de longitud M_s , mientras que la otra mitad corresponde al momento resultante de las fuerzas cortantes fuera del plano [3].

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m_t &= \int_{L_y} M_s dy \\ \frac{1}{2}m_t &= \int_{L_y} V_r y dy\end{aligned}\quad (6.20)$$

Como se ha considerado el momento torsor constante en la parte agrietada de la probeta:

$$m_t = m_{ta} \quad 0 < y < a \quad (6.21)$$

Si se sustituye la distribución del momento torsor dada (6.20), en la expresión (6.19), se obtiene el momento aplicado.

$$m_{ta} = -2b \left(\frac{2b_{xs}}{d_{ss}} N_x^{HT} + M_s^{HT} \right) \quad (6.22)$$

De acuerdo con la expresión (6.22) m_{ta} no depende de la longitud de grieta.

6.3.3 LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS. FUERZA CORTANTE

En el caso en el que el laminado total sea anti-simétrico, las rotaciones tienen el mismo sentido en ambos brazos, como se observa en la Figura 6-2. Por tanto, la probeta permanece horizontal en el punto de aplicación de la carga. Sin embargo, se deforma libremente, provocando la existencia de un giro que aumenta con la distancia al punto de colocación de las bisagras. Esto quiere decir que la sección en la que se encuentra el frente de grieta tiene una ligera inclinación con respecto a la horizontal, como se representa en la Figura 6-5.

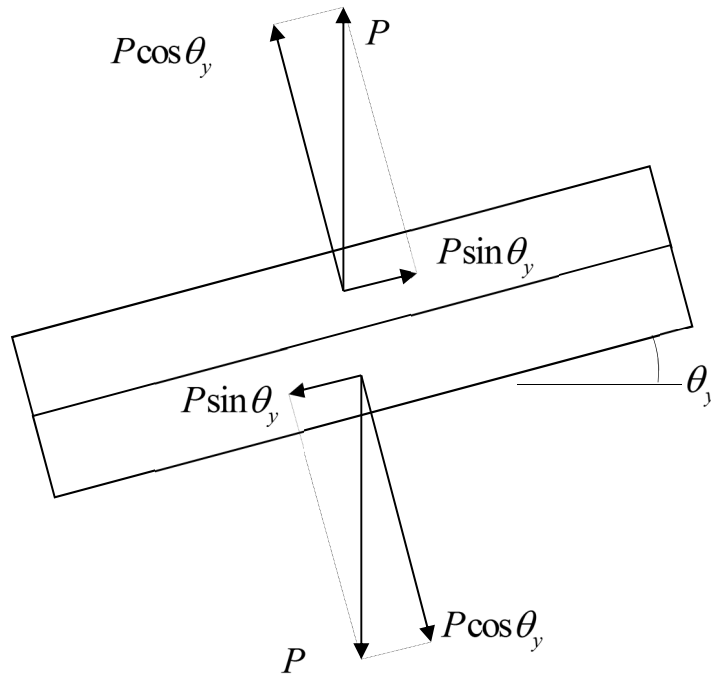


Figura 6-5 Fuerza aplicada P y sus componentes en el frente de grieta.

Como consecuencia, aparecen en cada uno de los brazos de la probeta fuerzas cortantes en el plano N_s relacionados con el modo III de fractura.

En este caso, las fuerzas y momentos resultantes son:

$$\{\bar{N}\} = \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_s \end{Bmatrix} \quad (6.23)$$

$$\{\bar{M}\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ 0 \\ M_s^{HT} \end{Bmatrix} \quad (6.24)$$

El ángulo de rotación en el frente de grieta dependerá únicamente de los efectos higrotérmicos, ya que en este caso el momento torsor aplicado es nulo. Puede ser obtenido mediante la expresión [107]:

$$\theta_y = \frac{\kappa_s^{HT}}{2} a \quad (6.25)$$

Donde κ_s^{HT} es la curvatura de torsión del laminado debida a las tensiones residuales.

Asumiendo que el ángulo girado por el frente de grieta θ_y es muy pequeño, $\text{sen } \theta_y = \theta_y$, y por tanto la distribución de la fuerza cortante por unidad de longitud se puede expresar como:

$$N_s = \frac{\kappa_s^{HT} P}{2b} y \quad 0 < y < a \quad (6.26)$$

6.4 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

6.4.1 LAMINADOS SIMÉTRICO

Con la finalidad de obtener una expresión de la energía complementaria en función de la longitud de grieta, se sustituyen los coeficientes de flexibilidad de (6.1) y las cargas aplicadas de (6.17) y (6.18) en la ecuación (6.15).

$$G = \frac{2}{b} \int_{L_x} \int_{L_y} \left(d_{xx} M_x M_{x,a} + (2b_{xs} N_x^{HT} + d_{ss} M_s^{HT}) M_{s,a} + d_{ss} M_s M_{s,a} \right) dx dy \quad (6.27)$$

Cabe señalar que los términos de la ecuación (6.15) que no estén afectados por alguna de las cargas aplicadas, se integran a lo largo de toda la longitud de la probeta L , y que por tanto no van a ser dependientes de la longitud de grieta a . Como consecuencia, las derivadas con respecto a a de estos términos es nula.

El término afectados por el coeficiente d_{xx} en la expresión (6.27) se puede considerar como la parte de la tasa de liberación de energía debida a la flexión, mientras que el resto de términos se corresponden con la contribución de los efectos higrotérmicos.

Sustituyendo las expresiones de la distribución de momentos flectores de la ecuación (5.6) y la ecuación de la distribución del momento torsor para este tipo de laminados (6.22) en la ecuación (6.27), se obtiene:

$$G_I(\text{Flexión}) = \frac{P^2 d_{xx}}{b^2} (\varphi_0 + \varphi_1 a + a^2) \quad (6.28)$$

$$G_I(\text{Efectos higrotérmicos}) = -d_{ss} \left(\frac{2b_{xs}}{d_{ss}} N_x^{HT} + M_s^{HT} \right)^2 \quad (6.29)$$

Donde los factores φ_0 y φ_1 dependen únicamente de las dimensiones x_1 , x_2 y x_3 y se definen en la ecuación (6.30).

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{x_3(20x_1^4 + 120x_1^3x_2 + 300x_1^2x_2^2 + 330x_1x_2^3 + 132x_2^4 + 105x_1^3x_3 + 525x_1^2x_2x_3)}{210(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + 2x_3)^2} + \\ &+ \frac{x_3(840x_1x_2^2x_3 + 420x_2^3x_3 + 216x_1^2x_3^2 + 648x_1x_2x_3^2 + 432x_2^2x_3^2 + 144x_1x_3^3 + 144x_2x_3^3)}{210(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + 2x_3)^2} \\ \varphi_1 &= \frac{10x_1^4 + 60x_1^3x_2 + 150x_1^2x_2^2 + 165x_1x_2^3 + 66x_2^4 + 70x_1^3x_3 + 350x_1^2x_2x_3}{35(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + 2x_3)^2} + \\ &+ \frac{560x_1x_2^2x_3 + 280x_2^3x_3 + 175x_1^2x_3^2 + 525x_1x_2x_3^2 + 350x_2^2x_3^2 + 136x_1x_3^3 + 136x_2x_3^3}{35(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + 2x_3)^2} \end{aligned} \right. \quad (6.30)$$

El significado físico del signo negativo de la energía debida a los efectos higrotérmicos se relaciona con el hecho de que éstos provocan momentos torsores opuestos que originan una apertura de grieta no uniforme en el ancho sin que exista ningún tipo de carga aplicada, como se observa en la Figura 6-3. Consecuentemente, cuando comienza

la aplicación de la carga, la energía total necesaria para el avance de grieta es menor que la que se necesitaría en caso de no existir este fenómeno. Sin embargo, el total de la energía es positivo.

6.4.2 LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICO

Un proceso similar al seguido en el anterior punto lleva a determinar G para este tipo de laminados. En este caso las fuerzas y momentos a sustituir en la expresión (6.15) son las que aparecen en (6.23) y (6.24) respectivamente, obteniendo:

$$G = \frac{2}{b} \int_{L_x} \int_{L_y} (d_{xx} M_x M_{x,a} + 2b_{xs} M_x N_{s,a} + a_{ss} N_s N_{s,a}) dx dy \quad (6.31)$$

Se observa que el término relacionados con la flexión, precedido por d_{xx} , es el mismo del caso anterior. Sin embargo, la energía debida a los términos relacionados con los efectos higrotérmicos son diferentes, además de que en este caso se corresponden al modo III de fractura.

Sustituyendo las distribuciones de momentos flectores la ecuación (5.6) y fuerzas cortantes (6.26) en la expresión (6.31):

$$G_I(\text{Flexión}) = \frac{P^2 d_{xx}}{b^2} (\varphi_0 + \varphi_1 a + a^2) \quad (6.32)$$

$$G_{III}(\text{Efectos higrotérmicos}) = \frac{\kappa_s^{HT} P^2 a^2}{b^2} \left(\frac{a_{ss} \kappa_s^{HT}}{4} + b_{xs} \right) \quad (6.33)$$

En este caso el término debido a los efectos higrotérmicos no es constante, dependiendo de la longitud de grieta a . Esto es debido a que según la ecuación (6.25) el ángulo aumenta proporcionalmente a la longitud de grieta.

6.5 EXPERIMENTAL

6.5.1 MATERIAL Y APARATOS

El material usado en este apartado es el T6T/F593, cuyas principales características mecánicas y térmicas se encuentran en la Tabla 3-1.

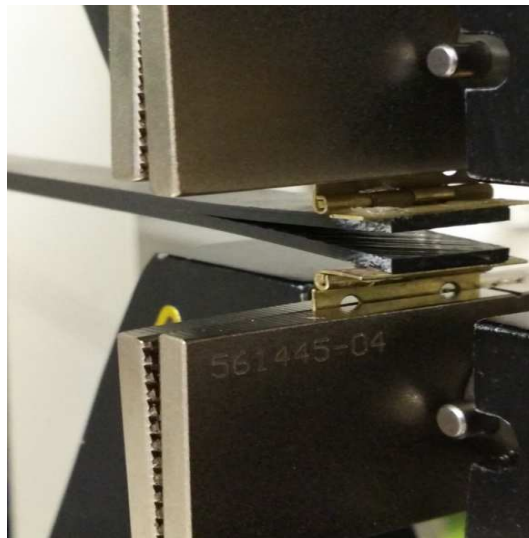


Figura 6-6 Ensayo DCB. Detalle de las bisagras.

La temperatura de procesado es de 180° (Figura 3-3), siendo a esta temperatura aproximadamente donde el laminado adquiere su consistencia sólida tras la vitrificación. Por lo tanto, el salto térmico a la temperatura ambiente a la cual se han realizado los ensayos es de -155°C .

Se han fabricado cinco probetas de cada una de las dos secuencias de apilamiento analizadas en la sección anterior, con una lámina de teflón en el plano medio para crear la grieta inicial. Las probetas de anchura y espesor nominal de 15mm y 3mm , respectivamente han sido cortadas mediante una sierra diamantada. Para el ensayo, como se aprecia en la Figura 6-6, se han adherido bisagras mediante un adhesivo de contacto y se ha utilizado una máquina universal de ensayos MTS-Insight 10 con una célula de carga de 250 N .

6. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS

Previamente a los ensayos DCB, se ha medido el módulo de flexión de cada probeta mediante ensayos de flexión de tres puntos [76], obteniendo valores muy similares para ambas configuraciones estudiadas, como se puede observar en la Tabla 6-1.

Configuración	E_f (MPa)
$[(\pm 45)_4]_s$	14571 ± 157
$[(\pm 45)_4]_{as}$	14318 ± 299

Tabla 6-1 Módulos de flexión.

6.5.2 CURVAS CARGA-DESPLAZAMIENTO

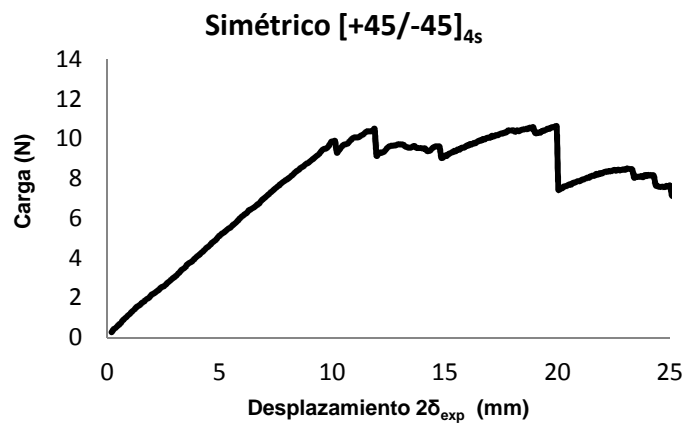


Figura 6-7 Laminado simétrico. Curva carga-desplazamiento.

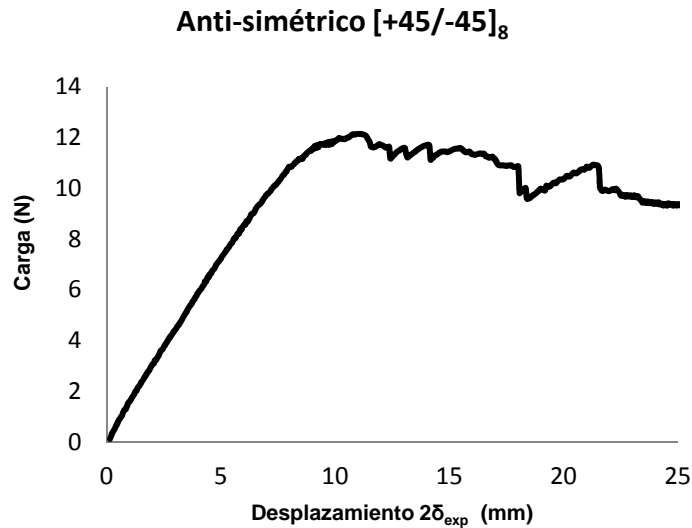


Figura 6-8 Laminado anti-simétrico. Curva carga-desplazamiento.

La Figura 6-7 y la Figura 6-8 muestran la curva carga-desplazamiento de una probeta de cada tipo de las secuencias estudiadas. Como se puede observar, no es sencillo determinar el punto crítico en el cual la grieta comienza a propagarse. Es por ello que las normas [13, 14] proponen tres formas de determinar el punto de inicio del crecimiento de grieta en laminados unidireccionales. Estos puntos son el punto de desviación de linealidad (NL), el punto de incremento de la flexibilidad en un 5% (5% offset) y el determinado visualmente (VIS).

En el caso de laminados multidireccionales, el hecho de que el frente de grieta no sea recto hace que la determinación visual de este punto no tenga mucho sentido. El punto NL es, a veces, ambiguo ya que el comportamiento no lineal puede ser debido a factores diferentes al avance de grieta y el punto 5% offset, aunque es menos disperso que el de no linealidad, lleva a valores más altos que los reales [108]. En el presente trabajo se ha decidido utilizar el punto de no linealidad.

6.5.3 PROPAGACIÓN DE LA GRIETA

Se observa una pronunciada forma curvada del frente de grieta durante la deslaminación. Es el efecto de la curvatura en el eje y , que provoca una deformación máxima en el punto medio del frente de grieta [109].

Se han observado dos morfologías diferentes en la propagación de la grieta durante los ensayos, tanto exclusivamente como combinadas.



Figura 6-9 Superficies de propagación de grieta en laminados anti-simétricos.

En cuanto a los ensayos con probetas anti-simétricas, la grieta comienza su crecimiento a través del plano medio en toda su anchura, como se aprecia en la Figura 6-9. Sin embargo, inmediatamente después del comienzo de la propagación, en uno de los lados la grieta cruza una de las láminas propagándose también en el plano adyacente al de propagación inicial. Este último frente de grieta se extiende linealmente hasta ocupar la anchura completa, tras un avance equivalente a la anchura de la probeta. Mientras tanto, el frente de grieta inicial se acorta en la misma medida que se extiende el otro, comenzando de nuevo el proceso con un nuevo salto intralaminar. Por tanto, a pesar de que la probeta inicialmente tiene dos brazos del mismo espesor, conforme la grieta se

va propagando la diferencia de espesor entre los brazos va aumentando. Este modo de propagación se encuentra descrito en el trabajo de Laksimi et al. [101].



Figura 6-10 Superficies de propagación de grieta en laminados simétricos.

En los laminados simétricos, sin embargo, se han observado dos tipos de morfología en el avance de grieta. Por un lado, se puede apreciar el mismo tipo de avance que en el caso de los laminados anti-simétricos, como se puede ver en la primera imagen de la Figura 6-10. Por otro lado, en la segunda imagen se observa cómo la grieta avanza entre dos planos con un patrón tipo zigzag. La grieta crece simultáneamente en el plano medio y en uno de los planos adyacentes, moviéndose continuamente entre estos dos planos. Se observa un comportamiento similar principalmente en laminados cruzados [96].

El primer comportamiento descrito provoca una asimetría entre los brazos de la probeta. De esta forma, como se observa en la Figura 6-11, la probeta sufre durante el ensayo una rotación similar a la que se puede observar en los ensayos tipo asymmetric double cantilever beam (ADCDB) relacionados con el modo mixto I/II de fractura.

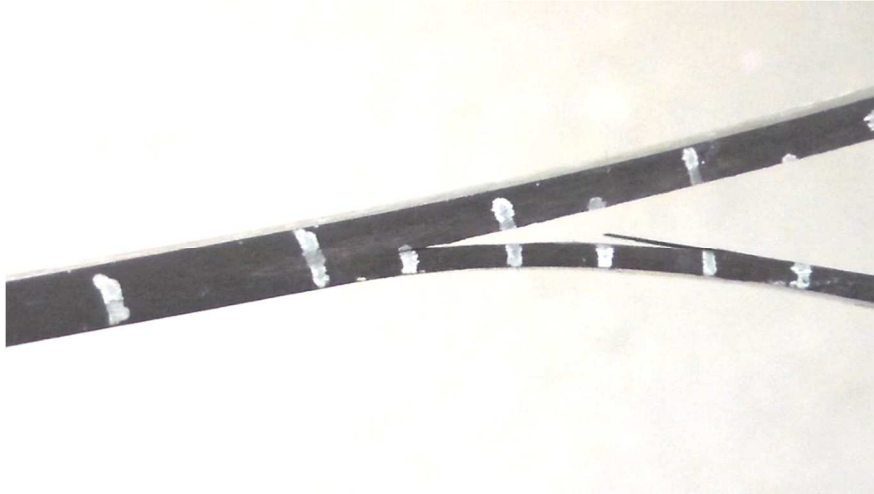


Figura 6-11 Rotación debido a diferencia de espesor de los brazos.

La complejidad de esta combinación de modos puede ser analizada mediante el modelado de la probeta usando el método de los elementos finitos en tres dimensiones y la técnica VCCT o el TSEM.

A la vista de lo que se ha expuesto, el uso de valores de longitud de grieta durante la propagación, medidos visualmente, debe ser cuestionado. En este trabajo experimental se ha utilizado el método descrito en el capítulo 5 para la determinación de la grieta efectiva. A pesar de que en los ensayos del presente capítulo se analiza la influencia de las tensiones residuales, el modo I debido a la flexión es claramente predominante y por ello se considera que la grieta efectiva calculada por el procedimiento descrito sigue siendo válida.

6.5.4 TASA CRÍTICA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

Teniendo en cuenta el comportamiento observado durante la propagación y de acuerdo con otros autores [97], únicamente se van a considerar los valores de iniciación de grieta para calcular las propiedades interlaminares. Con la intención de comparar los resultados obtenidos con el modelo presentado, la tasa de liberación de energía crítica va a ser también determinada por medio del método de la teoría de la viga modificada

con corrección de la longitud de grieta (MBT) propuesto por Williams [17] además de por medio del método de las áreas. El método desarrollado por Williams, ha sido utilizado por numerosos autores para el cálculo de G_{Ic} en laminados multidireccionales [101, 110, 111] y además, de acuerdo a Shokrieh [32], este método permite lograr buenos resultados en ensayos DCB con laminados angulares. Otros métodos habitualmente utilizados para calcular G_{Ic} tal como la teoría corregida de vigas, el método de la calibración de la flexibilidad de Berry o el método de la calibración corregida de la flexibilidad no van a ser considerados, ya que requieren datos de propagación de grieta y, como se ha dicho con anterioridad, no resultan fiables.

En cuanto al método de las áreas, es importante constatar que los valores obtenidos mediante este método no se asocian directamente con un valor particular de la grieta, ya que tiene que ver con un valor medio en un incremento de grieta, es decir, entre dos valores de longitud de grieta. Sin embargo, ya que el método utilizado para determinar el crecimiento de la grieta permite su cálculo para cada pareja de valores carga-desplazamiento, se va a considerar un incremento de grieta efectiva muy pequeño, del orden de $1mm$. Por tanto, no se van a tomar valores de propagación más allá del milímetro y se va a asociar el valor a la longitud de grieta inicial.

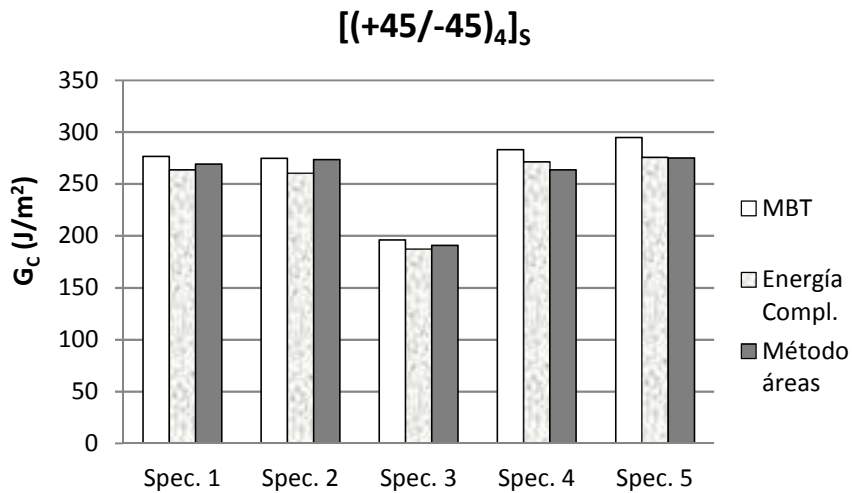


Figura 6-12 G_c de cinco probetas simétricas.

La Figura 6-12 muestra la tasa de liberación de energía crítica obtenida para cinco probetas simétricas mediante los tres métodos descritos. Los resultados obtenidos mediante el método de Williams o MBT, son en general ligeramente superiores al resto. Esto puede ser debido a que este método no tiene en cuenta los efectos higrotérmicos que, como se ha visto en la sección 6.4.1, suponen un término negativo. El valor de este término, y por tanto la parte de la tasa de liberación de energía debida a los efectos higrotérmicos es constante en las probetas ensayadas, y es G_I (*Efectos higrotérmicos*) = $-8,7 \text{ J/m}^2$.

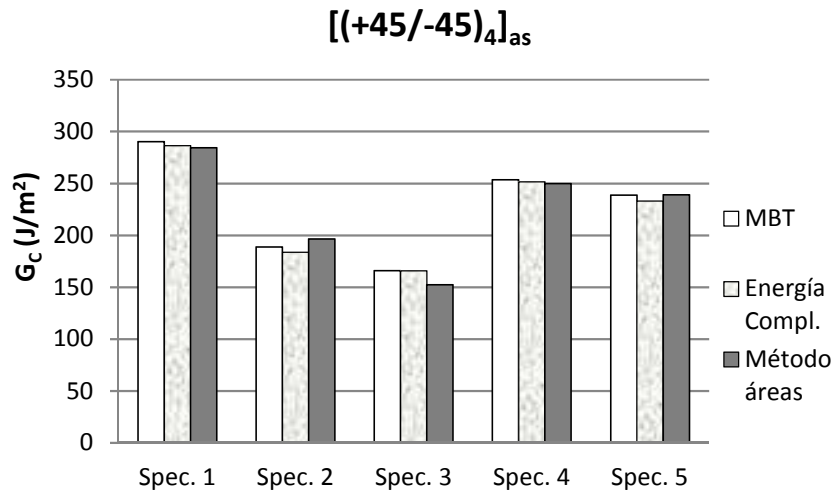


Figura 6-13 G_c de cinco probetas anti-simétricas.

En el caso de laminados anti-simétricos, como se ve en la Figura 6-13, los resultados para diferentes probetas varían considerablemente. Sin embargo, los valores obtenidos para cada probeta por medio de los tres métodos son muy similares. Para esta configuración, el término que incluye los efectos higrotérmicos depende de la carga y la longitud de grieta, pero en las probetas ensayadas ha sido como máximo G_I (*Efectos higrotérmicos*) = $-9,2 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$.

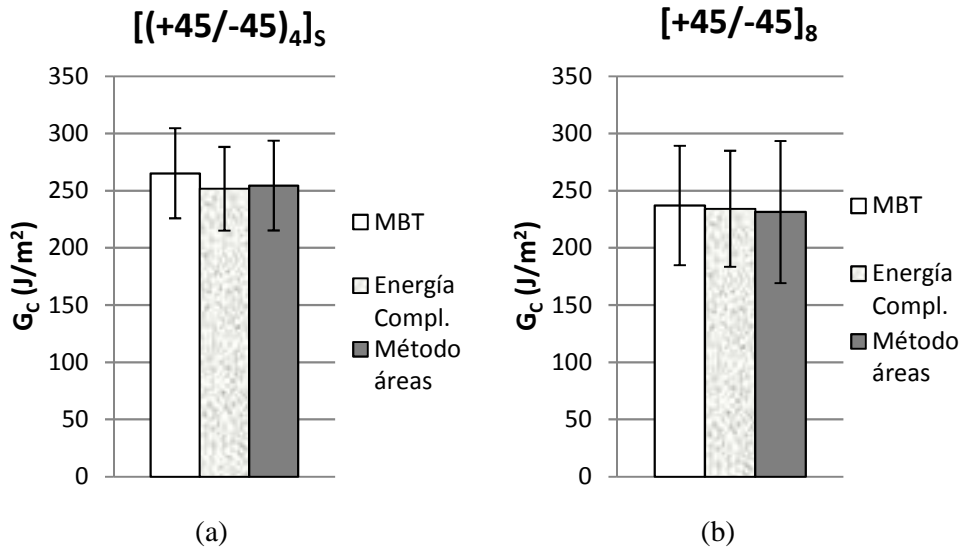


Figura 6-14 Valores medios de G_c (a) Laminado simétrico y (b) Laminado anti-simétrico

La Figura 6-14 muestra los valores medios de la tasa crítica de liberación de energía obtenida para las configuraciones estudiadas.

6.6 CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis del ensayo DCB de laminados angulares simétricos y anti-simétricos con brazos anti-simétricos. El hecho de que los brazos sean anti-simétricos, provoca la existencia de cargas higrotérmicas debidas al enfriamiento del material durante el proceso de fabricación.

En el caso del laminado total anti-simétrico, los brazos de la probeta presentan una rotación que será del mismo sentido en ambos. La sección del punto de carga permanece horizontal debido a las bisagras, mientras que la sección del frente de grieta se encuentra girada cierto ángulo. En el caso de un laminado total simétrico, las rotaciones debidas a los efectos higrotérmicos son opuestas, pero al estar impedida la rotación por las bisagras, éstas están aplicando un momento torsor.

6. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS

En ambos casos, se ha obtenido una expresión para la determinación de la tasa de liberación de energía incluyendo los efectos de las tensiones residuales. La contribución de estos efectos a la energía total es negativa.

En los ensayos experimentales se han observado dos modos de propagación, ambos con avance intralaminar. Uno en forma de dientes de sierra, avanzando simultáneamente en el plano medio y en una de las intercaras adyacentes. En el otro modo de propagación, el avance de grieta va saltando de lámina, alejándose cada vez más del plano medio. En este último caso, la asimetría entre los dos brazos provoca un giro y por tanto la probeta no permanece horizontal. Por ello, sólo se han tenido en cuenta valores de avance de grieta iniciales.

Los resultados se han comparado con los obtenidos mediante el método de las áreas y el método de la teoría de vigas corregido, obteniendo resultados similares mediante los tres métodos para cada probeta. La consideración de los efectos higrotérmicos en el material estudiado supone una reducción de aproximadamente el 3% de la tasa de liberación de energía en el caso de laminados simétricos, mientras que en los laminados anti-simétricos el efecto es menor al 1%.

ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS SIMÉTRICOS

7.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se ha analizado el ensayo DCB de laminados angulares con brazos anti-simétricos, determinando la influencia de las tensiones higrotérmicas en la tasa de liberación de energía. Sin embargo, éste no es el único factor que afecta a las condiciones del ensayo [24]. La curvatura y falta de simetría del frente de grieta, la mezcla de modos, la rotura de fibras o el salto de intercara de la grieta durante su propagación pueden provocar errores en los resultados del ensayo.

Choi et al. [100] y Morais [112] estudiaron la idoneidad del ensayo DCB en laminados multidireccionales concluyendo que puede ser válido si se evitan las desviaciones de la grieta respecto al plano medio, es decir evitando la fractura intralaminar. Sin embargo, esto no siempre es posible ya que la industria, tratando de optimizar las propiedades del material en función de su aplicación, utiliza un amplio rango de secuencias de apilamiento en las cuales pueden aparecer fenómenos de acoplamiento y tensiones residuales, responsables de varios de los efectos que se han descrito.

La secuencia de apilamiento está relacionada con la forma del frente de grieta, ya que los acoplamientos de flexión-flexión y flexión-torsión contribuyen a la curvatura y a la

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

no simetría, respectivamente, de dicho frente. Davidson [113] y Davidson et al. [109, 114] estudiaron la curvatura del frente de grieta debido a los acoplamientos, mostrando que la curvatura es proporcional al parámetro $D_c = D_{12}^2 / (D_{11}D_{22})$, donde D_{ij} son los coeficientes de rigidez de cada brazo de la probeta. Por otro lado también se puede producir una falta de simetría en el frente de grieta, proporcional a $B_i = D_{16} / D_{11}$, también dependiente de los coeficientes de rigidez del material.

La curvatura del frente de grieta hace que la determinación visual de la longitud de grieta sea más dificultosa que en otros casos. En este capítulo, se utiliza el método de determinación de la longitud de grieta efectiva propuesto en el capítulo 5 del presente trabajo.

Sebaey et al. [115] estudiaron mediante un modelo de elementos finitos la probabilidad de que ocurra fractura intralaminar durante la propagación de grieta en el ensayo DCB. Concluyeron que cuanto mayor es la rigidez del material menor es la tendencia a la fractura intralaminar y que las tensiones residuales, aunque no tienen efecto en la curva carga-desplazamiento, si tienen influencia la tendencia de la grieta a propagarse por otros planos.

En el presente capítulo se incluye el efecto del acoplamiento flexión-torsión en el análisis del ensayo DCB. Se analizan dos configuraciones, laminados angulares simétricos con brazos simétricos y laminados angulares anti-simétricos con brazos simétricos, de manera que las tensiones residuales sean mínimas y se puedan aislar los acoplamientos. Las secuencias son las siguientes:

- $[(\pm 45_2)_s]_{as}$ → Laminado anti-simétrico de brazos simétricos.
- $[(\pm 45_2)_s]_s$ → Laminado simétrico de brazos simétricos.

Los brazos tienen las mismas propiedades, pero el comportamiento es diferente, ya que la orientación de la fibra en las láminas adyacentes al plano medio por donde avanza la grieta en el ensayo es diferente.

Al ser en ambos casos los brazos laminados simétricos, la existencia del acoplamiento flexión-torsión se traduce en que al aplicar un momento flector por medio de las

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

bisagras se provoca una rotación de torsión en cada uno de los brazos de la probeta. En el caso del laminado anti-simétrico, esta rotación tiene el mismo sentido en ambos brazos mientras que en el caso del laminado simétrico la rotación será opuesta, como puede verse en la Figura 7-1.

En cuanto a los efectos higrotérmicos, los brazos al ser simétricos no sufren rotaciones. En el caso del laminado anti-simétrico se genera una rotación en la parte no agrietada debido al momento torsor higrotérmico, pero su efecto se considera despreciable con respecto a los derivados del acoplamiento flexión-torsión.

Por tanto, existe una rotación de sólido rígido en la parte no agrietada de la probeta anti-simétrica, mientras que en la probeta simétrica hay una distribución de carga no uniforme por parte de las bisagras, cuya resultante y momento resultante serán la carga aplicada P y un momento torsor desconocido m_t , evitando la rotación de sólido rígido en la parte no agrietada.

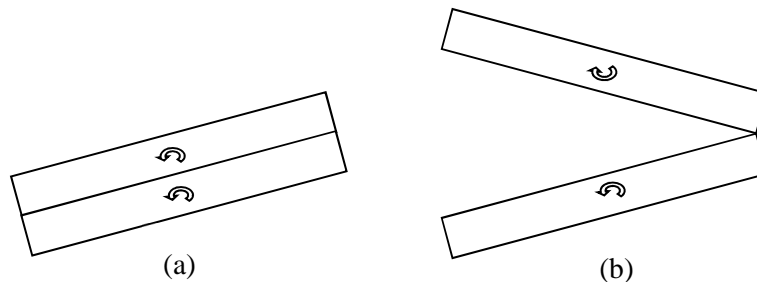


Figura 7-1 Rotaciones en el frente de grieta: (a) Laminado anti-simétrico y (b) Laminado simétrico

7.2 TEORÍA DE LAMINADOS MODIFICADA

7.2.1 CAMPOS DE DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES

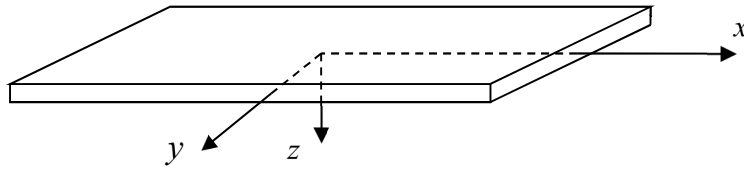


Figura 7-2 Geometría de la probeta y sistema de referencia adoptado.

Con el objetivo de modelar las probetas, se adopta una geometría tipo banda, con los ejes tal y como aparecen en la Figura 7-2. Se asume que el campo de desplazamientos es el siguiente [107]:

$$\begin{aligned}
 u &= u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \\
 v &= v_0(x, y) + z\theta_y(x, y) \\
 w &= w_0(x, y) = w_0(x) - y\theta_y(x)
 \end{aligned}
 \tag{7.1}$$

Donde u_0 , v_0 y w_0 , funciones de x e y , son los desplazamientos del plano medio en las direcciones x , y y z , respectivamente, mientras que θ_x y θ_y son los ángulos de flexión y torsión respectivamente. Este campo de desplazamientos tiene en cuenta tanto la flexión como la torsión. Las deformaciones asociadas a este campo se obtienen derivando los desplazamientos, siendo:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= u_{,x} = \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\
 \varepsilon_y &= v_{,y} = \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\
 \varepsilon_z &= 0 \\
 \gamma_s &= \gamma_s = u_{,y} + v_{,x} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \\
 \gamma_r &= 0 = u_{,z} + w_{,x} = \theta_x + w_{0,x} - y\theta'_y \\
 \gamma_q &= 0 = v_{,z} + w_{,y} = \theta_y - \theta'_y = 0
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Siendo ε_x^0 , ε_y^0 y γ_s^0 las deformaciones del plano medio, y κ_x , κ_y y κ_s las curvaturas del plano medio. Se definen como:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= u_{0,x}; \quad \varepsilon_y^0 = v_{0,y}; \quad \gamma_s^0 = u_{0,y} + v_{0,x} \\
 \kappa_x &= \theta_{x,x}; \quad \kappa_y = \theta_{y,y} = 0; \quad \kappa_{xy} = \kappa_s = \theta_{x,y} + \theta_{y,x} = \theta_{x,y} + \theta'_y
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

7.2.2 RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO EN LAMINADOS SIMÉTRICOS

Un laminado simétrico está formado por pares de láminas iguales y orientadas en la misma dirección a ambos lados del plano medio. Si además todas las láminas están orientadas en direcciones $+\theta$ y $-\theta$ será un laminado simétrico angular.

La ecuación constitutiva (4.39) en este caso viene dada por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{yx} & a_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ 0 & 0 & 0 & d_{yx} & d_{yy} & d_{ys} \\ 0 & 0 & 0 & d_{sx} & d_{sy} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{7.4}$$

Como las matrices de flexibilidad $[b]$ y $[c]$ son nulas, no existe acoplamiento entre fuerzas de membrana y curvaturas del laminado ni entre momentos y deformaciones de membrana. Por otro lado, los coeficientes de acoplamiento flexión-torsión no son nulos.

Dado que el ángulo utilizado en las probetas que se ensayan en este trabajo es $\theta=45^\circ$ resulta que:

$$a_{xx} = a_{yy}; \quad d_{xx} = d_{yy} \quad (7.5)$$

En cuanto a los efectos higrotérmicos, para esta secuencia de apilamiento las únicas cargas equivalentes que aparecen una vez el material se ha enfriado hasta la temperatura ambiente son las fuerzas N_x^{HT} y N_y^{HT} , que además son iguales debido al ángulo de 45° .

7.2.3 COMPORTAMIENTO DEL LAMINADO FUERA DEL PLANO

En esta sección se va a utilizar la notación de Daniel e Ishai [79], siendo los subíndices $yz = q$ y $zx = r$. La relación constitutiva correspondiente a las componentes de deformación cortante fuera del plano, γ_q y γ_r es independiente de la relación en el plano, y viene dada por:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_q \\ \gamma_r \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} S_{qq} & S_{qr} \\ S_{qr} & S_{rr} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \tau_q \\ \tau_r \end{Bmatrix}_k \quad (7.6)$$

De acuerdo a (7.2), γ_q y γ_r son independientes de z y por tanto la ecuación (7.6) puede expresarse en términos de los valores medios de las deformaciones en el espesor:

$$\begin{Bmatrix} \bar{\gamma}_q \\ \bar{\gamma}_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \bar{S}_{qq} & \bar{S}_{qr} \\ \bar{S}_{qr} & \bar{S}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_q \\ V_r \end{Bmatrix} \quad (7.7)$$

Donde V_q y V_r son las resultantes de los esfuerzos cortantes por unidad de longitud y h es el espesor del laminado. Los coeficientes de flexibilidad equivalentes \bar{S}_{ij} corresponden al valor medio de todo el laminado [107]. Dado que en los laminados

estudiados en este capítulo todas las láminas están orientadas a $\theta=45^\circ$ y $\theta=-45^\circ$, los valores absolutos de S_{ij} con $i, j = q, r$ son iguales.

7.2.4 DISTRIBUCIÓN DE M_s Y V_r EN LAMINADOS SIMÉTRICOS

En el caso de un laminado sometido a momentos flectores y momentos torsores, la ecuación de equilibrio aplicable es la siguiente [116].

$$M_{x,x} + M_{s,y} - V_r = 0 \quad (7.8)$$

Se asume que la fuerza cortante V_r se puede descomponer en una parte relacionada con la flexión V_r^b y otra relacionada con la torsión V_r^t , la ecuación (7.8) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} M_{x,x} &= V_r^b \\ M_{s,y} &= V_r^t \end{aligned} \quad (7.9)$$

De acuerdo con (7.2), $\bar{\gamma}_q = 0$, por lo que la ecuación (7.7) resulta en:

$$\bar{\gamma}_r = \frac{V_r}{h} \left(\bar{S}_{rr} - \frac{\bar{S}_{qr}^2}{\bar{S}_{qq}} \right) \quad (7.10)$$

De acuerdo a la ecuación (7.4), y teniendo en cuenta que las únicas cargas por unidad de longitud aplicadas en este caso son M_x y M_s , la curvatura de torsión puede expresarse como:

$$\kappa_s = d_{xs} M_x + d_{ss} M_s \quad (7.11)$$

Suponiendo que la distribución del momento flector en la anchura es uniforme, derivando la ecuación (7.11) con respecto de y :

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

$$M_{s,y} = d_{ss}^{-1} \kappa_{s,y} \quad (7.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (7.10) y (7.12) en (7.9) resulta:

$$d_{ss}^{-1} \kappa_{s,y} - h \left(\bar{S}_{rr} - \frac{\bar{S}_{qr}^2}{\bar{S}_{qq}} \right)^{-1} \bar{\gamma}_r' = 0 \quad (7.13)$$

De las ecuaciones (7.2) y (7.3), se pueden obtener las siguientes expresiones de la curvatura de torsión y de su derivada respecto de y :

$$\begin{aligned} \kappa_s &= \bar{\gamma}_{r,y} + 2\theta_y' \\ \kappa_{s,y} &= \bar{\gamma}_{r,yy} \end{aligned} \quad (7.14)$$

Sustituyendo (7.14) en (7.13) y reorganizando la expresión se obtiene:

$$\bar{\gamma}_{r,yy} - k^2 \bar{\gamma}_r' = 0 \quad (7.15)$$

Donde:

$$k^2 = \frac{hd_{ss}}{\bar{S}_{rr} - \frac{\bar{S}_{qr}^2}{\bar{S}_{qq}}} \quad (7.16)$$

La solución general de la ecuación diferencial (7.15) es:

$$\bar{\gamma}_r'(y) = C_1 \sinh ky + C_2 \cosh ky \quad (7.17)$$

Derivando la solución general dada en (7.17) y sustituyendo el resultado en (7.14) se obtiene la curvatura de torsión, que a su vez se puede sustituir en la ecuación (7.11) obteniendo:

$$M_s = d_{ss}^{-1} \left[k (C_1 \cosh ky + C_2 \sinh ky) + 2\theta_y' - d_{xs} M_x \right] \quad (7.18)$$

Las constantes de integración C_1 y C_2 se pueden obtener imponiendo en la ecuación (7.18) las condiciones de contorno, que en el presente caso son $M_s=0$ en el caso de $y = \pm \frac{1}{2}b$:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{d_{xs}M_x - 2\theta'_y}{k \cosh \lambda} \\ C_2 &= 0 \end{aligned} \quad (7.19)$$

Donde $\lambda = \frac{1}{2}kb$.

Sustituyendo el valor de las constantes de integración en la expresión (7.18), se determina la distribución del momento torsor por unidad de longitud:

$$M_s = \frac{d_{xs}M_x - 2\theta'_y}{d_{ss}} \left(\frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} - 1 \right) \quad (7.20)$$

Por otro lado, si se sustituyen las constantes de integración dadas en la ecuación (7.19) en la expresión (7.17), resulta:

$$\bar{\gamma}_r^t = \frac{d_{xs}M_x - 2\theta'_y}{k \cosh \lambda} \sinh ky \quad (7.21)$$

7.3 CARGAS APLICADAS Y REDUNDANTES

7.3.1 MOMENTO FLECTOR

El procedimiento que se va a seguir es similar al que se ha utilizado en el capítulo anterior. En primer lugar se van a determinar las cargas aplicadas y redundantes que actúan sobre el brazo inferior de la probeta, para después hallar la tasa de liberación de energía mediante la expresión (6.15).

La distribución del momento flector por unidad de longitud es la definida en la ecuación (5.6) de la sección 5.2.2 para los cuatro tramos de la Figura 5-3

7.3.2 LAMINADOS SIMÉTRICOS. MOMENTO TORSOR

En el caso de que los brazos del laminado sean simétricos, no existe rotación torsional debida a tensiones residuales. Sin embargo, el hecho de que en este caso exista un acoplamiento entre la flexión y la torsión lleva a que los brazos del laminado sufran una torsión dependiente de la carga P aplicada durante el ensayo. Esta curvatura tendrá sentido opuesto en cada uno de los brazos del laminado si el laminado total es simétrico, y el mismo sentido en el caso de que el laminado total sea anti-simétrico.

Por lo tanto, en el caso de laminados simétricos, al estar la rotación en el punto de aplicación de la carga impedida por las bisagras, se está aplicando un momento torsor que induce un momento reactivo, el cual se va a suponer concentrado en el frente de grieta.

De la ecuación (7.20) la distribución del momento torsor por unidad de longitud es:

$$M_s = \frac{d_{xs} M_{x_a} - 2\theta'_y}{d_{ss}} \left(\frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} - 1 \right) \quad (7.22)$$

Donde M_{x_a} es el momento flector por unidad de longitud en el frente de grieta.

Como se ha visto en el capítulo anterior, la mitad del momento torsor de una sección rectangular corresponde a M_s y la otra mitad corresponde a la resultante de la fuerza cortante fuera del plano V_r' [3], por lo que:

$$m_t = \int_{L_y} M_s dy + \int_{L_y} V_r' y dy \quad (7.23)$$

Y, por tanto:

$$m_t = 2 \int_{L_y} M_s dy = \frac{2(d_{xs} M_{x_a} - 2\theta'_y)}{d_{ss}} b(\xi - 1) \quad (7.24)$$

Donde:

$$\xi = \frac{1}{\lambda} \tanh \lambda \quad (7.25)$$

De la expresión (7.22) y (7.24), la relación entre M_s y m_t es:

$$M_s = \frac{1}{2b(\xi - 1)} \left(\frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} - 1 \right) m_t \quad (7.26)$$

Los momentos resultantes vienen dados por:

$$\{\bar{M}\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ 0 \\ M_s \end{Bmatrix} \quad (7.27)$$

Sabiendo que la rotación en la sección de aplicación de la carga es nula, se aplica el teorema de Engesser-Castigliano con el objetivo de determinar el momento torsor aplicado por las bisagras. Sustituyendo (7.27) en la expresión (6.14) y teniendo en cuenta las propiedades de los coeficientes de flexibilidad de los laminados simétricos descritos con anterioridad se obtiene:

$$U_{,m_a}^* = \int_{L_x} \int_{L_y} \left(d_{xs} M_x M_{s,m_a} + d_{ss} M_s M_{s,m_a} \right) dx dy = 0 \quad (7.28)$$

Resolviendo la ecuación (7.28) se obtiene la siguiente expresión de M_s :

$$M_s = \frac{d_{xs}}{d_{ss}} \frac{\xi - 1}{3(1 - \xi) - \lambda^2 \xi^2} \left(\frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} - 1 \right) \frac{Pa}{b} \quad (7.29)$$

Sustituyendo la distribución obtenida en (7.29), en la ecuación (7.26), el momento torsor aplicado por las bisagras es:

$$m_{t_a} = \frac{d_{xs}}{d_{ss}} \frac{2(\xi-1)^2}{3(1-\xi) - \lambda^2 \xi^2} Pa \quad (7.30)$$

La Figura 7-3 muestra la distribución en el ancho para diferentes anchuras ($b = 10, 15$ y 20mm) del momento torsor, M_s y de la fuerza cortante V_r , normalizado respecto a la carga aplicada, para el material y secuencia utilizada cuando la longitud de grieta es $a = 50\text{mm}$.

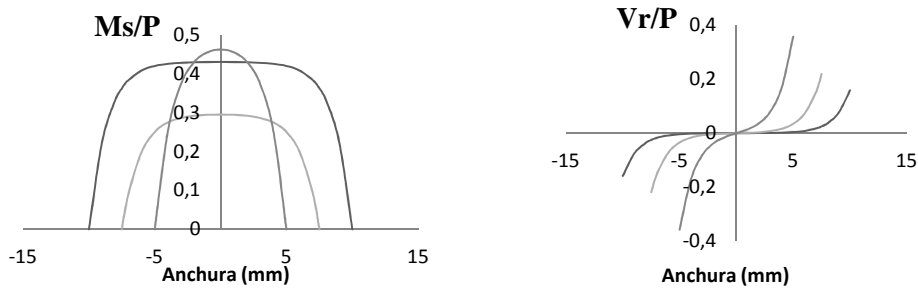


Figura 7-3 Distribución del momento torsor y de la fuerza cortante en el ancho.

7.3.3 LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS. FUERZA CORTANTE

En el caso de laminados anti-simétricos, en ausencia de carga, los brazos de la parte agrietada permanecen horizontales desde el punto de aplicación de carga hasta el frente de grieta. En la parte no agrietada, sin embargo, el momento de torsión higrotérmico genera rotaciones. Este efecto se considera despreciable con respecto a los derivados del acoplamiento flexión-torsión en los brazos de grieta durante el ensayo.

Cuando la carga se va incrementando, el acoplamiento genera una rotación del mismo sentido en ambos brazos de la probeta. Teniendo en cuenta que ésta permanece horizontal en el punto de aplicación de la carga, el frente de grieta se encuentra girado un ángulo θ , como se aprecia en la Figura 7-4. Por tanto, aparecen fuerzas por unidad de longitud N_s , opuestas en cada brazo, relacionadas con el modo III de fractura.

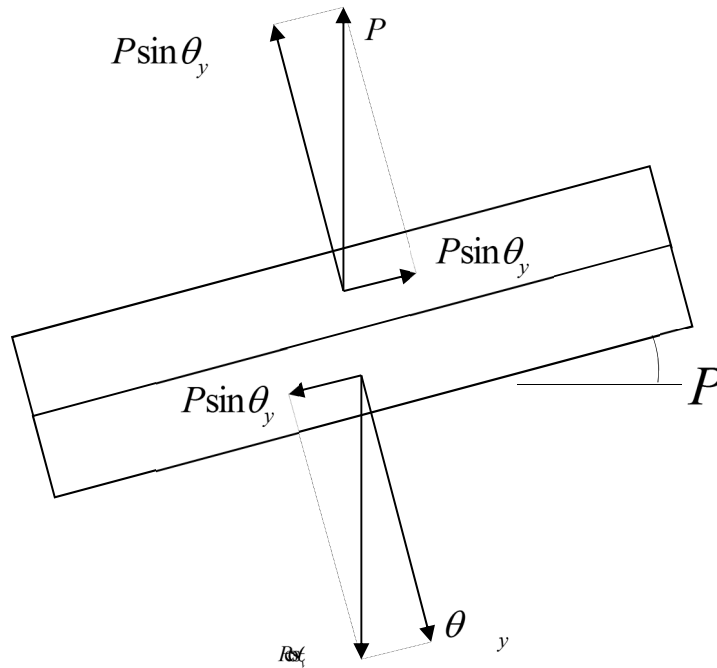


Figura 7-4 Fuerza aplicada P y sus componentes en el frente de grieta.

Las fuerzas y momentos resultantes en este caso son:

$$\{\bar{N}\} = \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_s \end{Bmatrix} \quad (7.31)$$

$$\{\bar{M}\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.32)$$

El ángulo de rotación por unidad de longitud en el frente de grieta puede obtenerse por medio de la expresión (7.20):

$$2\theta'_y = d_{xs} M_x - \frac{d_{ss} M_s}{\frac{\cosh ky}{\cosh \lambda} - 1} \quad (7.33)$$

Teniendo en cuenta que $M_s = 0$ y que en la parte agrietada $M_x = \frac{1}{b} Px$, integrando la ecuación (7.33) se obtiene:

$$\theta_y = \frac{d_{xs}}{4b} Px^2 \quad (7.34)$$

Suponiendo que el ángulo girado por el frente de grieta es muy pequeño, se toma $\text{sen } \theta_y = \theta_y$. Por tanto, la distribución de la fuerza cortante por unidad de longitud se puede expresar como:

$$N_s = \frac{d_{xs}}{4b^2} P^2 x^2 \quad 0 < x < a \quad (7.35)$$

7.4 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

7.4.1 LAMINADOS SIMÉTRICOS

Sustituyendo las cargas aplicadas de la expresión (7.27) en la ecuación (6.15) y teniendo en cuenta las relaciones entre coeficientes de flexibilidad de los laminados simétricos, se obtiene la siguiente expresión de G :

$$G = \frac{2}{b} \int_{L_x} \int_{L_y} (d_{xx} M_x M_{x,a} + d_{xs} M_s M_{x,a} + d_{xs} M_x M_{s,a} + d_{ss} M_s M_{s,a}) dx dy + \frac{1}{b} \int_{L_y} d_{ss} M_s^2 dy \quad (7.36)$$

El término precedido por d_{xx} está directamente relacionado con el momento flector aplicado y por tanto corresponde a la parte predominante de la tasa de liberación de energía debida al modo I de fractura. Los términos con coeficiente d_{xs} están relacionados con el acoplamiento flexión-torsión. Por último, los términos que contienen el coeficiente d_{ss} están relacionados con la torsión. El último sumando corresponde a la regla de Leibniz.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, si se sustituyen en la ecuación (7.36) las expresiones de las distribuciones de los momentos flectores y torsores dados en (5.6) y en (7.29) respectivamente, se obtiene:

$$G_I(\text{flexión}) = \frac{P^2 d_{xx}}{b^2} (\varphi_0 + \varphi_1 a + a^2) - \frac{d_{xs}^2}{d_{ss}} \frac{(\xi-1)^2}{3(1-\xi) - \lambda^2 \xi^2} \left(\frac{Pa}{b} \right)^2 \quad (7.37)$$

$$G_I(\text{torsión}) = -\frac{1}{2} \frac{d_{xs}^2}{d_{ss}} \frac{(\xi-1)^2}{3(1-\xi) - \lambda^2 \xi^2} \left(\frac{Pa}{b} \right)^2 \quad (7.38)$$

Los factores φ_0 y φ_1 son los definidos en la sección 6.4.1.

El signo negativo es debido a que el momento torsor es inducido por el momento flector facilitando el crecimiento de grieta. El momento torsor provoca que la distribución de las tensiones normales en el frente de grieta no sea uniforme, con la consecuente apertura lateral.

7.4.2 LAMINADOS ANTI-SIMÉTRICOS

De manera similar a como se ha realizado en el apartado anterior, sustituyendo en la expresión (6.15) las matrices de flexibilidad de laminados simétricos dadas en (7.4) y las cargas existentes en este caso, ecuaciones (7.31) y (7.32), se obtiene:

$$G = \frac{2}{b} \int_{L_x} \int_{L_y} (d_{xx} M_x M_{x,a} + a_{ss} N_s N_{s,a}) dx dy + \frac{1}{b} \int_{L_y} a_{ss} N_{s,a}^2 dy \quad (7.39)$$

En este caso, como no existen acoplamientos flexión-membrana, las contribuciones a diferentes modos de fractura están separadas. Mientras el primer término, con el coeficiente d_{xx} está relacionado con el modo I de fractura, el resto de términos, que contienen el coeficiente a_{ss} , corresponden al modo III.

Sustituyendo en (7.39) las distribuciones de momentos flectores y fuerza cortante dadas en (5.6) y (7.35) respectivamente, se obtiene:

$$G_I = \frac{d_{xx} P^2}{b^2} (\varphi_0 + \varphi_1 a + a^2) \quad (7.40)$$

$$G_{III} = \frac{a_{ss} d_{xs}^2 P^4}{16b^2} a^4 \quad (7.41)$$

7.4.3 DESPLAZAMIENTO DEL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA CARGA EN LAMINADOS SIMÉTRICOS

Para la obtención de los valores de longitud de grieta usados en la determinación de G se va a utilizar el método presentado en el capítulo 5 del presente trabajo. El procedimiento consiste en igualar la flexibilidad experimental de la probeta ensayada con la obtenida analíticamente. Sin embargo, como el procedimiento ha sido desarrollado para laminados unidireccionales, se deben añadir términos relacionados con el acoplamiento flexión-torsión para su utilización con laminados angulares.

Estos términos son consecuencia de las curvaturas de flexión generadas por los momentos torsores y por tanto aplicables en el caso de laminados simétricos. En el caso de laminados anti-simétricos, las curvaturas de flexión generadas por los momentos torsores, no hacen variar el desplazamiento vertical del centro de la probeta.

Sustituyendo las matrices de flexibilidad dadas en (7.4) y las cargas aplicadas dadas en (7.27), en la ecuación (6.14):

$$\delta = \int_{L_x} \int_{L_y} (d_{xx} M_x M_{x,P} + d_{xy} M_s M_{x,P} + d_{yx} M_x M_{s,P} + d_{yy} M_s M_{s,P}) dx dy \quad (7.42)$$

Resolviendo la integral con las expresiones de momentos de flexión y torsión dados en (5.6) y en (7.29) respectivamente, de la ecuación (7.42) se obtiene:

$$\delta = d_{xx} \frac{P}{b} \left(\frac{1}{3} a^3 + \frac{\beta_1}{4} a^2 + \frac{\beta_2}{12} a + \frac{\beta_3}{60} \right) - \frac{1}{2} \frac{d_{xy}^2}{d_{yy}} \frac{(\xi-1)^2}{3(1-\xi) - \lambda^2 \xi^2} \frac{P}{b} a^3 \quad (7.43)$$

Donde los parámetros β_1 , β_2 y β_3 son los definidos en (5.17).

7.5 EXPERIMENTAL

7.5.1 CONSIDERACIONES DEL ENSAYO

Se han fabricado laminados de material T6T/F593 con las dos configuraciones estudiadas en este capítulo. Previamente a los ensayos DCB, se ha medido el módulo de flexión de cada una de las cuatro probetas de cada secuencia mediante ensayos de flexión de tres puntos [76], obteniendo los valores mostrados en la Tabla 7-1.

Configuración	E_f (MPa)
$[(\pm 45 / \pm 45)_s]_s$	14118 ± 266
$[(\pm 45 / \pm 45)_s]_{as}$	14282 ± 274

Tabla 7-1 Módulos de flexión.

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

Los resultados obtenidos con el método presentado se han comparado con los obtenidos por medio tanto del método de Williams (MBT) y con el método de las áreas.

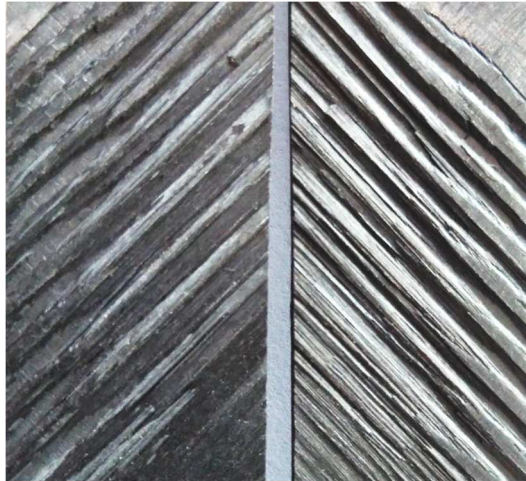


Figura 7-5 Superficie de propagación de grieta.



Figura 7-6 Fase de propagación de grieta.

Se han ensayado varias probetas de cada una de las secuencias estudiadas, variando la longitud inicial entre 40 y 60mm. En este caso únicamente se ha observado una de las

morfologías de propagación de grieta. Concretamente, como se observa en la Figura 7-5, la grieta ha avanzado simultáneamente en el plano medio y en uno de los adyacentes, en forma de zigzag, sin propagación intralaminar como ocurría en algunos casos del anterior capítulo. En este caso, las probetas han permanecido horizontales durante la fase de crecimiento de grieta y por lo tanto sin combinación de modo I/II, como se refleja en la Figura 7-6.

7.5.2 TASA CRÍTICA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

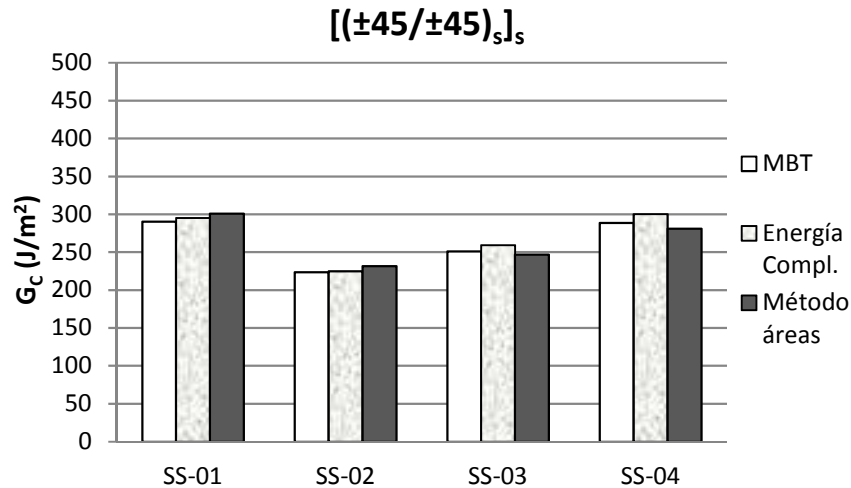


Figura 7-7 Tasa crítica de liberación de energía de cuatro probetas simétricas.

Se han determinado las propiedades interlaminares únicamente en la iniciación del crecimiento de grieta. La Figura 7-7 muestra la comparación de los valores de G_c obtenidos para cuatro probetas simétricas. Como se puede observar, aunque los resultados para diferentes probetas varían significativamente, los valores son similares para cada una de ellas mediante los tres métodos de reducción de datos utilizados. El máximo valor del efecto de acoplamiento flexión-torsión obtenido ha sido $G_l(acoplamiento) = -2,3 J / m^2$. Este valor incluye los términos con coeficiente d_{xs} en las ecuaciones (7.37) y (7.38).

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

Los resultados obtenidos para laminados anti-simétricos se muestran en la Figura 7-8 y, al igual que en el caso de laminados simétricos, mientras que los valores varían de una probeta a otra, para cada una de ellas los tres métodos proporcionan valores similares. Para esta configuración, el término negativo que incluye la rotación en el frente de grieta proporciona un máximo de $G_{III} = -1,2 \cdot 10^{-6} J / m^2$.

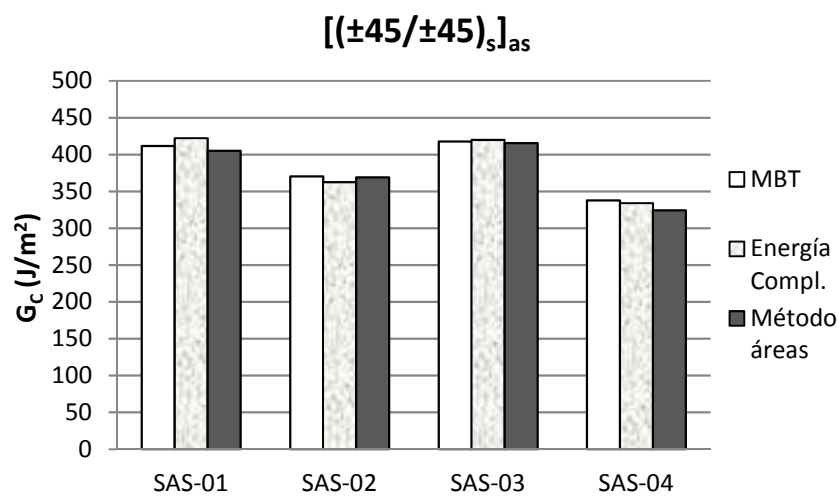


Figura 7-8 Tasa crítica de liberación de energía de cuatro probetas anti-simétricas.

La Figura 7-9 muestra los valores medios de la tasa de liberación de energía determinada para ambas configuraciones estudiadas. Los valores medios y desviaciones estándar obtenidas por medio de la energía complementaria son:

Laminado simétrico: $G_c = 270 \pm 35 J/m^2$

Laminado anti-simétrico: $G_c = 385 \pm 44 J/m^2$

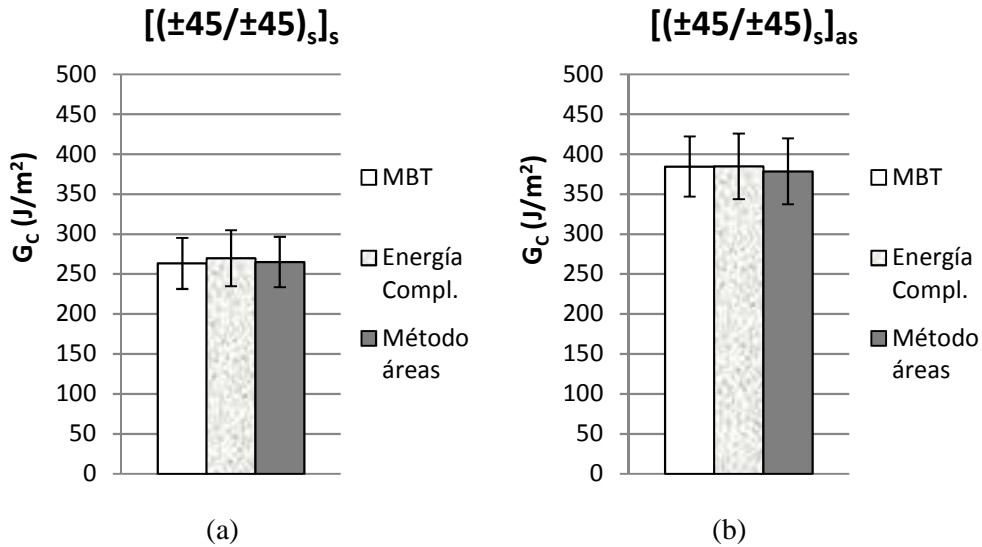


Figura 7-9 Valores medios de G_c (a) Laminados simétricos y (b) Laminados anti-simétricos.

El menor valor obtenido en el caso de los laminados simétricos se atribuye a la apertura adicional en modo I relacionada con el acoplamiento flexión-torsión. De hecho, la distribución de tensiones normales en la intercara no es uniforme. Este hecho ha sido tenido en cuenta sustituyendo esta distribución no uniforme por el momento flector resultante y el momento torsor resultante en la anchura. Los valores de las tensiones normales son mayores en lado abierto de la Figura 7-1, en el caso de laminados simétricos. Otro factor que puede influir en la diferencia de valores entre las dos configuraciones estudiadas es el hecho de que las láminas que forman la intercara en el plano medio tienen la misma orientación en el caso de laminados simétricos.

7.6 CONCLUSIONES

Se han analizado probetas DCB de laminados angulares simétricos y anti-simétricos, ambos con brazos simétricos, obteniendo una solución analítica de la tasa de liberación de energía. En los brazos no existen deformaciones iniciales debidas a efectos higrotérmicos. Sin embargo, el acoplamiento flexión-torsión provoca rotaciones de

7. ENSAYO DCB EN LAMINADOS ANGULARES CON BRAZOS ANTISIMÉTRICOS

torsión, que son del mismo sentido en el caso de que el laminado total sea anti-simétrico y de sentido contrario en laminados simétricos.

En el caso de que el laminado total sea simétrico, el acoplamiento flexión-torsión tiene influencia en el desplazamiento del punto de aplicación de la carga. Esta influencia se ha determinado y se ha incluido en los cálculos. Además, en este caso se ha considerado una distribución del momento torsor por unidad de longitud no uniforme en la anchura de la probeta.

Los resultados experimentales de cada probeta son similares a los obtenidos por medio del método de las áreas y por el de la teoría de vigas modificado. Sin embargo, los valores obtenidos en las probetas simétricas son significativamente menores a los valores de las probetas anti-simétricas. Esta diferencia se atribuye a la apertura adicional en modo I debido a los efectos de acoplamiento, y a la diferencia de orientación de las caras en el plano de avance de grieta.

El hecho de que en las probetas ensayadas en este capítulo la grieta se ha propagado prácticamente por el plano medio, abre la posibilidad de obtener la curva de resistencia punto a punto de la misma manera que se ha hecho con los laminados unidireccionales.

CONCLUSIONES GENERALES

En el presente trabajo se ha propuesto un nuevo método para el análisis del ensayo DCB. El método permite determinar la curva de resistencia del material de manera continua en el caso de laminados unidireccionales, obteniendo un valor de G para cada par de datos carga-desplazamiento proporcionados por la máquina de ensayos.

Siendo la determinación de la longitud de grieta un aspecto fundamental que puede afectar a los resultados del ensayo DCB, se ha propuesto un nuevo procedimiento que permite calcular la longitud de grieta a través de la comparación de la flexibilidad experimental obtenida de los datos de la máquina de ensayo y la flexibilidad calculada analíticamente. Para su obtención, el procedimiento presentado necesita, además de los datos de carga-desplazamiento, las propiedades elásticas del material.

Se ha presentado un nuevo modelo analítico para la obtención de la flexibilidad de la probeta DCB en función de la longitud de grieta. Para ello se ha incluido la flexibilidad del sistema además del efecto del cortante. El resultado es un polinomio de tercer grado cuyos coeficientes dependen de parámetros de la geometría de la probeta y de sus propiedades elásticas.

Para incluir el efecto de los grandes desplazamientos se ha propuesto una nueva aproximación trigonométrica basada en la configuración deformada del ensayo. Se ha observado una influencia de hasta un 3% en la longitud de grieta para valores altos de ésta.

La validación experimental del método se ha realizado mediante el ensayo de probetas unidireccionales de carbono/epoxi y la comparación de los resultados con el método BTBR. En todos los casos, los resultados obtenidos mediante ambos métodos han coincidido.

Se ha analizado también el ensayo DCB de laminados angulares, basándose en la energía elástica complementaria de una viga laminada, incluyendo los efectos de las tensiones residuales. El estudio ha abarcado casos en los que los brazos de la probeta son laminados anti-simétricos y casos en los que cada brazo es un laminado simétrico.

En el primer caso, el hecho de que los brazos sean anti-simétricos, provoca la existencia cargas higrotérmicas debidas al enfriamiento del material durante el proceso de fabricación. El resultado es que los brazos de la probeta presentan una rotación que será del mismo sentido en el caso de que el laminado total sea anti-simétrico y de sentido contrario si el laminado total es simétrico. Se ha obtenido una expresión para la tasa de liberación de energía que incluye los efectos higrotérmicos. En ambos casos la contribución de estos efectos a la energía es de signo negativo, que se interpreta por la apertura parcial existente en ausencia de carga aplicada.

En cuanto al caso en que los brazos de las probetas sean simétricos, no existen deformaciones iniciales debidas a efectos higrotérmicos. Sin embargo, el acoplamiento flexión-torsión provoca rotaciones de torsión que, como en el caso anterior, son del mismo sentido en el caso de que el laminado total sea anti-simétrico y de sentido contrario en laminados simétricos. Un análisis similar al caso anterior lleva a obtener una expresión de la tasa de liberación de energía incluyendo los efectos de acoplamiento.

Las expresiones obtenidas se han validado experimentalmente, comparando los resultados con los obtenidos por medio del método de las áreas y por el de la teoría de vigas modificada. Se observa que, en los materiales ensayados, la influencia de los nuevos términos obtenidos no es mayor del 3%. Teniendo en cuenta la dispersión de los resultados del ensayo DCB, principalmente en laminados multidireccionales, la influencia puede considerarse despreciable.

CONCLUSIONES GENERALES

En los ensayos experimentales se han observado dos modos de propagación, ambos con avance intralaminar. Uno en forma de dientes de sierra, avanzando simultáneamente en el plano medio y en una de las intercaras adyacentes. En el otro modo de propagación, el avance de grieta va cambiando de lámina, alejándose cada vez más del plano medio. En este último caso, la asimetría entre los dos brazos provoca un giro y por tanto la probeta no permanece horizontal. En los laminados con brazos anti-simétricos se han observado ambos tipos de propagación de grieta, mientras que en los laminados con brazos simétricos sólo se ha observado avance en forma de dientes de sierra.



LÍNEAS FUTURAS

Los análisis del presente trabajo se han aplicado únicamente al ensayo de laminados angulares, sin embargo, es posible su generalización a cualquier configuración multidireccional. Se puede, por lo tanto, ampliar los modelos presentados a configuraciones de laminado cuasi-isótropas y comprobar experimentalmente su validez con otros materiales.

Los modelos analíticos obtenidos en este trabajo se pueden comparar mediante modelos numéricos, pudiéndose comprobar también la contribución de cada modo de fractura al total de la tasa de liberación de energía.

Por otro lado, el hecho de que en el ensayo de laminados multidireccionales se haya observado fractura intralaminar ha hecho que sólo se consideren los datos de iniciación de fractura. Sin embargo, en las probetas con brazos simétricos la grieta se ha propagado prácticamente por el plano medio. En estos casos, se puede estudiar la posibilidad de obtener la curva de resistencia punto a punto de laminados angulares de la misma manera que se ha hecho con los laminados unidireccionales.

También es interesante estudiar la posibilidad de ampliar el análisis a ensayos mixtos de fractura en modo I/II y en particular a ensayos ADCB con laminados multidireccionales.



BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. K. Kaw. *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis Group, Boca Ratón. 2006.
- [2] L. P. Kollár y G. S. Springer. *Mechanics of Composite Structures*. Cambridge University Press, New York. 2003.
- [3] V. V. Vasilev y E. V. Morozov. *Mechanics And Analysis Of Composite Materials*. ElsevierScience Limited, Oxford. 2001.
- [4] M. Knops. *Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York. 2008.
- [5] C. Inglis. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Transaction of the Institute of Naval Architects*, vol. 55, pp. 219-241, 1913.
- [6] A. Griffith. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, vol. 221, pp. 163-198, 1921.
- [7] G. Irwin . Fracture Dynamics. *Fracturing of Metals, American Society for Metals*, pp. 147-166, 1948.
- [8] E. Orowan. Fracture and strength of solids. *Report of progress in Physics. Physical Society of London*, vol. 12, pp. 185-233, 1949.
- [9] G. Irwin. Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminium Alloys. *SagamoreResearch Conference Proceedings*, vol. 2, pp. 289-305, 1956.
- [10] J. Roesler, H. Harders y M. Baeker, *Mechanical behaviour of engineering material*, New York: Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [11] T. Anderson, *Fracture Mechanics-Fundamentals and Applications* 3rd edn., Taylor & Francis Group, 2005.
- [12] A. Szekrényes. Crack stability of fracture specimens used to test unidirectional fiber reinforced material. *Experimental Mechanics*, vol. 50, pp. 473-482, 2010.
- [13] ASTM. Standard D5528-94a, Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Continuous Fiber Reinforced Polymer Matrix Composites. Philadelphia, 1994.

-
- [14] ISO. 15024, Fiber-reinforced Plastic Composites – Determination of Mode I Interlaminar Fracture Toughness, G_{Ic} , for Unidirectionally Reinforced Materials. 2001.
- [15] S. Hashemi, A. J. Kinloch y J. G. Williams. Corrections needed in double-cantilever beam tests for assessing the interlaminar failure of fibre-composites. *Journal of Materials Science Letters*, vol. 8, pp. 125-129, 1989.
- [16] J. G. Williams, "Fracture Mechanics of Anisotropic Materials," in *Composite Materials Series, sixth volume: Application of Fracture Mechanics to Composite Materials*, Elsevier Science Publishers, 1989, pp. 3-38.
- [17] J. G. Williams. End corrections for orthotropic DCB specimens. *Compos Sci Technol*, vol. 35, n° 4, pp. 367-376, 1989.
- [18] M. F. Kanninen. A dynamic analysis of unstable crack propagation and arrest in the DCB test specimen. *International Journal of Fracture.*, vol. 10, n° 3, pp. 415-430, 1974.
- [19] M. F. Kanninen. An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest. *International Journal of Fracture*, vol. 9, n° 1, p. 83.92, 1971.
- [20] J. M. Whitney. Stress analysis of the double cantilever beam specimen. *Compos Sci Technol*, vol. 23, p. 201–219, 1985.
- [21] R. Olsson. A simplified improved beam analysis of the DCB specimen. *Compos Sci Technol*, vol. 43, p. 329–338, 1992.
- [22] F. Ozdil y L. Carlsson. Beam analysis of angle-ply laminate DCB specimens. *Composites Science and Technology*, vol. 59, pp. 305-315, 1999.
- [23] K. Kondo. Analysis of double cantilever beam specimen. *Advanced Composite Materials*, vol. 4, n° 4, pp. 355-366, 1995.
- [24] M. M. Shokrieh, M. Heidari-Rarani y M. R. Ayatollahi. Calculation of G_I for a multidirectional composite double cantilever beam on two-parametric elastic foundation. *Areospace Science and Technology*, vol. 15, pp. 534-543, 2011.
- [25] P. Qiao y J. Wang. Mechanics and fracture of crack tip deformable bi-material interface. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, pp. 7423-7444, 2004.

-
- [26] P. Qiao y J. Wang. Novel joint deformation models and their application to delamination fracture analysis. *Composites Science and Technology*, vol. 65, pp. 1826-1839, 2005.
- [27] A. Szekrényes. Improved analysis of unidirectional composite delamination specimens. *Mechanics of Materials*, vol. 39, pp. 953-974, 2007.
- [28] M. Hamed, A. Nosier y G. Farrahi. Separation of delamination modes in composite beams with symmetric delaminations. *Materials and Design*, vol. 27, pp. 900-910, 2006.
- [29] D. V. T. G. Pavan Kumar y B. K. Raghu Prasad. Analysis of unidirectional (0°) fiber-reinforced laminated composite double cantilever beam specimen using higher order beam theories. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, pp. 2156-2174, 2008.
- [30] M. M. Shokrieh, M. Heidari-Rarani y M. R. Ayatollahi. Interlaminar fracture toughness of unidirectional DCB specimens: A novel theoretical approach. *Polymer Testing*, vol. 31, p. 68-75, 2012.
- [31] R. Olsson. On improper foundation models for the DCB. de *16th International Conference on Composite Materials*, 2007.
- [32] M. M. Shokrieh y M. Heidari-Rarani. A comparative study for beams on elastic foundation models to analysis of mode-I delaminations in DCB specimens. *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 37, n° 2, pp. 149-162, 2011.
- [33] J. R. Weatherby. *Evaluation of energy release rates in unidirectional double cantilevered beam fracture specimens*. MSc Thesis: Texas A&M University, 1982.
- [34] R. Nageswara y R. Acharya. Evaluation of fracture energy GIC using a double cantilever beam fibre composite specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 51, n° 2, pp. 317-322, 1995.
- [35] V. A. Franklin y T. Christopher. Fracture Energy Estimation of DCB Specimens Made of GlassEpoxy, An Experimental Study. *Advances in Materials Science and Engineering*, vol. 2013, p. 7, 2013.
- [36] V. A. Franklin y T. Christopher. Generation and validation of crack growth resistance curve from DCB specimens: an experimental study. *Strength of Materials*, vol. 45, n° 6, pp. 674-683, 2013.

-
- [37] ASTM. D7905/D7905M-14 Standard Test Method for Determination of the Mode II. 2014.
- [38] A. Russell y K. Street. Moisture and temperature effects on the mixed-mode delamination fracture of unidirectional graphite/epoxy. *ASTM STP*, vol. 876, pp. 349-370, 1985.
- [39] L. Carlsson, J. Gillespie y R. Pipes. On the Analysis and Design of the End Notched Flexure (ENF) Specimen for Mode II Testing. *Journal of Composite Materials*, vol. 20, pp. 594-604, 1986.
- [40] P. Davies, B. Blackman y A. Brunner. Standard Test Methods for Delamination Resistance of Composite Materials: Current Status. *Applied Composite Materials*, vol. 5, pp. 345-364, 1998.
- [41] A. Arrese, N. Carbajal, G. Vargas y F. Mujika. A new method for determining mode II R-curve by the End-Notched Flexure test. *Eng. Fract. Mech*, vol. 77, n° 1, pp. 51-70, 2010.
- [42] R. H. Martin y B. D. Davidson. Mode II fracture toughness evaluation using four point bend, end notched flexure test. *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 28, n° 8, pp. 401-406, 1999.
- [43] C. Schuecker y B. D. Davidson. Evaluation of the accuracy of the four-point bed end-notched flexure test mode II delamination toughness determination. *Composites Science and Technology*, vol. 60, pp. 2137-2146, 2000.
- [44] C. Schuecker y B. D. Davidson. Effects of friction on the perceived mode II delamination toughness from three- and four-point bend end notched flexure test. de *Composite structures Theory and Practice, ASTM STP 1383, American Society for testing and Materials*, Grant PE, Rousseau CQ; editors, 2000, pp. 334-344.
- [45] ASTM. D6671-01, Standard test method for mixed mode I-mode II interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites. 2006.
- [46] J. Crews y J. Reeder. Redesign of the Mixed-Mode Bending Delamination Test to Reduce Nonlinear Effects. *Journal of Composites, Technology and Research*, vol. 14, n° 1, pp. 12-19, 1992.

-
- [47] J. Reeder y J. Crews. Mixed-mode bending method for delamination testing. *AIAA Journal*, vol. 28, n° 7, pp. 1270-1276, 1990.
- [48] S. Yoon y C. Hong. Modified end notched flexure specimen for mixed mode interlaminar fracture in laminated composites. *International Journal of Fracture*, vol. 43, n° 1, pp. R3-R9, 1990.
- [49] A. Szekrényes y J. Uj. Over-leg bending test for mixed-mode I/II interlaminar fracture in composite laminates. *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 16, pp. 5-33, 2007.
- [50] A. Boyano, V. Mollón, J. Bonhomme, J. de Gracia, A. Arrese y F. Mujika. Analytical and numerical approach of an End Notched Flexure test configuration with an inserted roller for promoting mixed mode I/II. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 143, pp. 63-79, 2015.
- [51] S. L. Donaldson. Mode III Interlaminar Fracture Characterization of Composite Materials. *Composites Science and Technology*, vol. 32, pp. 225-249, 1988.
- [52] F. Sharif, M. T. Kortschot y R. H. Martin. Mode III Delamination Using a Split Cantilever Beam. de *5th Symposium of Composite Materials: Fatigue and Fracture.*, 1993.
- [53] P. Robinson y D. Q. Song. A New Mode III Delamination Test For Composites. *Ah Comp. Letfers*, vol. 1, n° 5, pp. 160-164, 1992.
- [54] A. Szekrényes. Improved analysis of the modified split-cantilever beam for mode III fracture. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 51, pp. 682-693, 2009.
- [55] S. M. Lee. An Edge Crack Torsion Method for Mode III Delamination Fracture Testing. *Journal of Composites Technology and Resemch*, vol. 15, n° 3, pp. 193-201, 1993.
- [56] A. Bunner, B. Blackman y P. Davies. A status report on delamination resistance testing of polymer-matrix composites. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, p. 2779-2794, 2008.
- [57] G. Becht y J. W. Gillespie. Design and analysis of the crack rail shear specimen for mode III interlaminar fracture. *Composites Science and Technology*, vol. 31, n° 2, pp. 143-157, 1988.

-
- [58] B. D. Davidson y F. O. Sediles. Mixed-mode I–II–III delamination toughness determination via a shear–torsion–bending test. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 42, n° 6, pp. 589-603, 2011.
- [59] A. L. Johnston, B. D. Davidson y K. K. Simon. Assessment of split-beam-type tests for mode III delamination toughness determination. *International Journal of Fracture*, vol. 185, pp. 31-48, 2014.
- [60] G. Browning, L. A. Carlsson y J. G. Ratcliffe. Modification of the edge crack torsion specimen for mode III delamination testing. Part II – experimental study. *Journal of Composite Materials*, vol. 45, n° 25, pp. 2633-2640, 2011.
- [61] F. A. Mehrabadi y M. Khoshnavan. Mode III interlaminar fracture and damage characterization in woven fabric-reinforced glass/epoxy composite laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 47, pp. 1583-1592, 2013.
- [62] A. B. Pereira, A. B. De Morais y M. F. S. F. De Moura. Design and analysis of a new six-point edge crack torsion (6ect) specimen for mode III interlaminar fracture characterization. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 42, pp. 131-139, 2011.
- [63] A. L. Johnston y B. D. Davidson. Intrinsic coupling of near-tip matrix crack formation to mode III delamination advance in laminated polymeric matrix composites. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, pp. 2360-2369, 2014.
- [64] A. López-Menéndez, J. Viña, A. Argüelles, S. Rubiera y V. Mollón. A new method for testing composite materials under mode III fracture. *Journal of Composite Materials*, vol. 50, n° 28, pp. 3973-3980, 2016.
- [65] R. Krueger. Virtual crack closure technique: History, approach, and applications. *Applied Mechanics Reviews*, vol. 57, pp. 109-143, 2004.
- [66] R. Krueger, K. Shivakumar y S. R. Ivaturu. Fracture Mechanics Analyses for Interface Crack Problems - A Review. de *54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Boston, Massachusetts, 2013.
- [67] J. Bonhomme, A. Argüelles, J. Viña y I. Viña. Numerical and experimental validation of computational models for mode I composite fracture failure. *Computational Materials Science*, vol. 45, pp. 993-998, 2009.

-
- [68] J. Bonhomme, A. Argüelles, M. Castrillo y J. Viña. Computational models for mode I composite fracture failure: the virtual crack closure technique versus the two-step extension method. *Meccanica*, vol. 45, pp. 297-304, 2010.
- [69] D. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, n° 2, pp. 100-104, 1960.
- [70] G. Barenblatt. The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. *Advances in Applied Mechanics*, vol. 7, pp. 55-129, 1962.
- [71] J. Williams y H. Hadavinia. Analytical solutions for cohesive zone models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, n° 4, pp. 809-825, 2002.
- [72] A. De Morais. Mode I cohesive zone model for delamination in composite beams. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 109, pp. 236-245, 2013.
- [73] www.hexcel.com
- [74] www.torayca.com
- [75] E. C. f. S. Standardization. Structural materials handbook -Part 1: Overview and material properties and applications. ESA Requirements and Standards Division, Noordwijk, The Netherlands, 2011.
- [76] F. Mujika. On the effect of shear and local deformation in three-point bending tests. *Polym Test*, vol. 26, pp. 869-877, 2007.
- [77] A. Arrese y F. Mujika. Influence of bending rotations on three and four-point bend end notched flexure tests. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, n° 14, pp. 4234-4246, 2008.
- [78] F. Mujika Garitano, *Mecánica de laminados Composites*, Bilbao, 2011.
- [79] I. Daniel y O. Ishai. *Engineering mechanics of composite materials*. Oxford university press, New York. 2006.
- [80] F. Mujika. A novel approach for the three point flexure test of multidirectional laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 46, n° 3, pp. 259-274, 2011.
- [81] D. Gross y T. Seelig. *Fracture Mechanics: With an Introduction to Micromechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York. 2011.
- [82] H. Yoshihara. Simple estimation of critical stress intensity factors of wood by test with double catilever beam and three-point end-notched flexure. *Holzforschung*, vol. 61, pp. 182-189, 2007.

-
- [83] M. F. S. F. De Moura, J. J. L. Morais y N. Dourado. A new data reduction scheme for mode I wood fracture characterization using the double cantilever beam test. *Engineering fracture mechanics*, vol. 75, pp. 3852-3865, 2008.
- [84] A. Szehrényes. Prestressed fracture specimen for delamination testing of composites. *International Journal of Fracture*, n° 139, pp. 213-237, 2006.
- [85] H. Yoshihara y T. Kawamura. Mode I fracture toughness estimation of wood by DCB test. *Composites: Part A*, vol. 37, p. 2105-2113, 2006.
- [86] J. D. Gunderson, J. F. Brueck y A. J. Paris. Alternative test method for interlaminar fracture toughness of composites. *Int J Fract*, p. 273-276, 2007.
- [87] K. Arawaka y K. Takahashi. Interlaminar fracture analysis of composite DCB specimens. *International Journal of Fracture*, vol. 74, pp. 277-287, 1995.
- [88] F. Arawaka y F. Takahashi. An analysis of mode I interlaminar deformation ahead of crack front in composite DCB specimens. *International Journal of Fracture*, vol. 77, pp. 41-50, 1996.
- [89] M. F. S. F. De Moura, R. D. S. G. Campilho y J. P. M. Gonçalves. Crack equivalent concept applied to the fracture characterization of bonded joints under pure mode I loading. *Composites Science and Technology*, vol. 68, p. 2224-2230, 2008.
- [90] M. F. S. F. De Moura, R. D. S. G. Campilho, A. M. Amaro y P. N. B. Reis. Interlaminar and intralaminar fracture characterization of composites. *Composite Structures*, vol. 92, p. 144-149, 2010.
- [91] J. J. L. Morais, M. F. S. F. De Moura, F. A. M. Pereira, J. Xavier, N. Dourado, D. M. I. R y J. M. T. Azevedo. The double cantilever beam test applied to mode I fracture characterization of cortical bone tissue. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 3, pp. 446-453, 2010.
- [92] D. Bruno y F. Greco. Mixed mode delamination in plates: a refined approach. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, pp. 9149-9177, 2001.
- [93] J. G. Williams. Large displacement and end block effects in the "DCB" interlaminar test in modes I and II. *Journal of Composite Materials*, vol. 21, pp. 330-347, 1987.

-
- [94] M. Hojo, K. Kageyama y K. Tanaka. Prestandardization study on mode I interlaminar fracture toughness test for CFRP in Japan. *Composites*, vol. 26, nº 4, pp. 243-255, 1995.
- [95] M. J. Hiley. Delamination between multi-directional ply interfaces in carbon-epoxy composites under static and fatigue loading. *European Structural Integrity Society*, vol. 27, pp. 61-72, 2000.
- [96] A. B. De Morais, M. F. de Moura, A. T. Marques y P. T. de Castro. Mode-I interlaminar fracture of carbon/epoxy cross-ply composites. *Composites Science and Technology*, vol. 62, p. 679-686, 2002.
- [97] A. B. Pereira y A. B. de Morais. Mode I interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates. *Composites Science & Technology*, vol. 64, pp. 2261-2270, 2004.
- [98] D. Nicholls y J. Gallaguer. Determination of GIC in Angle Ply Composites Using a Cantilever Beam Test Method. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 2, pp. 2-17, 1983.
- [99] P. Robinson y D. Q. Song. Robinson, Song. A Modified DCB Specimen for Mode I Testing of Multidirectional Laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 26, nº 11, pp. 1554-1577, 1992.
- [100] N. S. Choi, A. J. Kinloch y J. G. Williams. Delamination Fracture of Multidirectional Carbon-Fiber/Epoxy Composites under Mode I, Mode II and Mixed Mode I/II Loading. *Journal of Composite Materials*, vol. 33, nº 1, pp. 73-100, 1999.
- [101] A. Laksimi, A. Ahmed Benyahia, M. L. Benzeggagh y X. L. Gong. Initiation and bifurcation mechanisms of cracks in multi-directional laminates. *Composites Science and Technology*, vol. 60, pp. 597-604, 2000.
- [102] J. A. Nairn. Fracture Mechanics of Composites with Residual Thermal Stresses. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 64, nº 4, pp. 804-810, 1997.
- [103] T. Yokozeki, T. Ogasawara y T. Aoki. Correction method for evaluation of interfacial fracture toughness of DCB, ENF and MMB specimens with residual thermal stresses. *Composites Science and Technology*, vol. 68, pp. 760-767, 2008.

-
- [104] P. P. Parlevliet, H. E. Bersee y A. Beukers. Residual stresses in thermoplastic composites – a study of the literature. Part III: Effects of thermal residual stresses. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, nº 6, pp. 1581-1596, 2007.
- [105] J. A. Nairn. Energy release rate analysis for adhesive and laminate double cantilever beam specimens emphasizing the effect of residual stresses. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, vol. 20, pp. 59-70, 2000.
- [106] J. Romera, M. Cantera, I. Adarraga y F. Mujika. A top-down analytic approach for the analysis of edge effects of angle-ply symmetric laminates. *Composite Structures*, vol. 104, pp. 60-70, 2013.
- [107] X. J. Gong, A. Hurez y G. Verchery. On the determination of delamination toughness by using multidirectional DCB specimens. *Polymer Testing*, vol. 29, pp. 658-666, 2010.
- [108] B. Davidson, R. Krüger y M. König. Effect of stacking sequence on energy release rate distributions in multidirectional dcb and enf specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 55, nº 4, pp. 557-569, 1996.
- [109] A. De Morais. A new fibre bridging based analysis of the Double Cantilever Beam (DCB) test. *Composites: Part A*, vol. 42, p. 1361–1368, 2011.
- [110] P. Qiao y F. Chen. On the Compliance and Energy Release Rate of Generically-unified Beam-type Fracture Specimens. *Journal of Composite Materials*, vol. 45, pp. 65-101, 2011.
- [111] A. B. De Morais. Double cantilever beam testing of multidirectional laminates. *Composites: Part A*, vol. 34, nº 12, p. 1135–1142, 2003.
- [112] B. Davidson. An Analytical Investigation of Delamination Front Curvature in Double Cantilever Beam Specimens. *Journal of Composite Materials*, vol. 24, pp. 1124-1137, 1990.
- [113] B. D. Davidson y R. A. Schapery. Effect of finite width on deflection and energy release rate of an orthotropic. *Journal of Composite Materials*, vol. 22, pp. 640-656, 1988.
- [114] T. A. Sebaey, N. Blanco, C. S. Lopes y J. Costa. Numerical investigation to prevent crack jumping in Double Cantilever Beam tests of multidirectional

BIBLIOGRAFÍA

composite laminates. *Composites Science and Technology*, vol. 71, pp. 1587-1592, 2011.

[115] J.-M. Berthelot. *Matériaux composites*. 5th ed. Tec&>Doc Lavoisier, Paris. 2012.