

*IRAKASKUNTZA MATERIALA*

*ENPRESARI APLIKATUTAKO ESTADISTIKA*

*Erantzunkizun social eta etikoarekin loturiko*  
*estatistikako ariketak*

Koordinazioa: Asier Arcos Alonso



Egileak:

Asier Arcos Alonso, Iraide Abad, Iera Angulo, Uxue Arregui, Daniel Vivas, Joseba Martín, Josu Calvo eta Oihane Cerezo.

# *“Enpresari aplikatutako estatistika”*

## *Erantzunkizun social eta etikoarekin loturiko estatistikako ariketak*

### **EDUKIA:**

<b>IRAKASKUNTZA MATERIALA .....</b>	<b>1</b>
<b>ENPRESARI APLIKATUTAKO ESTADISTIKA .....</b>	<b>1</b>
<b><i>Erantzunkizun social eta etikoarekin loturiko estatistikako ariketak.....</i></b>	<b>1</b>
<b><i>“Enpresari aplikatutako estatistika” .....</i></b>	<b>2</b>
<b><i>Erantzunkizun social eta etikoarekin loturiko estatistikako ariketak.....</i></b>	<b>2</b>
<b>1. Aurkezpena .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Gaitasunak .....</b>	<b>4</b>
<b>3. Irakaskuntza Helburuak .....</b>	<b>4</b>
<b>4. Edukiak .....</b>	<b>5</b>
<b>5. Ariketak eta ebazpenak .....</b>	<b>6</b>
<b>6. Bibliografia eta informazio iturriak.....</b>	<b>23</b>

- *Titulazioa: Enpresa kudeaketa .*
- *orduak: 120*
- *Hikuntza: castellano / euskera*
- *Koordinatzailea: Irakaslea*

Koordinazioa: Asier Arcos Alonso

Egileak:

Asier Arcos Alonso, Iraide Abad, Iera Angulo, Uxue Arregui, Daniel Vivas, Joseba Martín, Josu Calvo eta Oihane Cerezo.

# 1. Aurkezpena

Irakasgai honen helburua ikasleak Inferentzia Estatistikoaren oinarrizko elementuak eta horiek enpresen analisisian nola aplikatzen diren ezagutzea da.

Irakasgai hau oro har praktikoa da, oinarrizko azalpen teorikoak eta ariketen ebazpenak konbinatzen dituelarik, irakasgaiaren edukiak aurrera doazen heinean.

Irakasgai honek sakondu egiten ditu Estatistika eta datuen analisisa deritzon bigarren kurtso honetako lehen lauhilekoan eskuraturiko gaitasunak.

Era berean, bere garapenerako beharrezkoa da Matematika I eta II irakasgaietan garatutako edukiak eta prozedurak menperatzea.

Irakasgaia enpresa fakultateko 2garren mailako ikasleriari zuzenduta dago. Azaltzen den ariketa sorta Erantzunkizun Sozial eta Etikoa den zeharkako gaitasuna lantzeko zuzenduta dago.

1. Gaia: Sarrera. Estatistikaren erabilpena enpresako erabakietan
2. Gaia: Binomial eta Poisson-en banaketak
3. Gaia: Normal, Gamma, Chi-karratu, Snedecor-en F eta Student t banaketak.
4. Gaia: Parametroen estimazioa. Estimatzailen propietateak.

Honela, ariketetan zeharkako balio eta kontzeptu batzuk landu dira, hala nola, elkartasuna, elkarkidetzak, partekatzea, sostengarritasun medioambientala, eta genero ekitatea.

25 ariketa azaltzen dira irakaskuntza material honen barnean, 1 eta 2 gaiei buruzko 9 ariketa eta 3 eta 4 gaiei buruzko beste 16.

## 2. Gaitasunak

Irakasgaiaren gaitasun zehatzak honakoak dira:

i) C1: probabilitate-banaketa eredu ezberdinak eta parametroak estimatzeko modu ezberdinak ezagutu, bai eta parametroen estimazioaren teoria eta praktika;

ii) C2: Hipotesien kontrasteen diseinuetan, estatistika metodologia egokia aplikatzea; eta

iii) C3: Laginketa-teknika ezberdinak ezagutu. Orokorrean ikasketa planean dauden kompetentzia transbersalak landuko dira. Nolanahi ere, enfasia egingo da honako kompetentzia transbersaletan:

I. CT1: Informazioaren bilaketa eta kudeaketa

II. CT2: Analisirako eta sintesirako gaitasuna

III. CT10: Erantzunkizun sozial eta etikoa

Azaltzen den ariketa sorta, espreski CT-10 gaitasuna lantzeko prestatuta dago.

## 3. Irakaskuntza Helburuak

Honako irakaskuntza helburuak lortuko dira:

1. Inferentzia estatistikoaren oinarri nagusiak interpretatzea.
2. Tresna estatistiko ezberdinak interpretatu eta erabili era egokian.
3. Irakasgaiko kontzeptu eta tresna ezberdinak erlazionatu.
4. Erantzunkizun Sozial eta Etikoa interpretatu eta estatistikarekin erlazionatu .

## 4. Edukiak

Edukiak honakoak dira:

### 1 Modulua: Inferentzia estatistikorako trsna eta baliabideak. Banaketak eta parametroen estimazioa.

- 1. Gaia: Sarrera. Estatistikaren erabilpena enpresako erabakietan
- 2. Gaia: Binomial eta Poisson-en banaketak
  - 2.1. Banaketa binomiala eta bitar banaketa
  - 2.2. Poisson banaketaren definizioa eta propietateak
- 3. Gaia: Normal, Gamma, Chi-karratu, Snedecor-en F eta Student t banaketak.
  - 3.1. Banaketa normala. Banaketa binomialaren konbergentzia Normal banaketara. Poisson-en banaketaren konbergentzia Normal banaketara.
  - 3.2. Gamma banaketa eta banaketa esponenziala.
  - 3.3. Pearson-en  $\chi^2$  banaketa.
  - 3.4. Snedecor-en F banaketa.
  - 3.5. Student-en t banaketa
- 4. Gaia: Parametroen estimazioa. Estimatzaileen propietateak.
  - 4.1. Sarrera.
  - 4.2. Lagina, estimatzailea, estimazioa eta laginketako banaketa
  - 4.3. Parametroen estimazioa.
  - 4.4. Puntuzko estimazioa:
    - 4.4.1. Egiantz Handieneko estimatzailea.
    - 4.4.2. Momentuen bidezko estimatzailea.
  - 4.5. Konfiantza-tartezko estimazioa.
  - 4.6. Estimatzaileen propietateak.

## 5. Ariketak eta ebazpenak

### 1 eta 2 gaiak:

#### 1 Ariketa

Accion Hambre ONG-ak hilero Africara janariz betetako hegazkinak bidaltzan ditu, hegazkin horiek 2500 kg janari izateko probabilitatea %3-koa da. Hilero 200 hegazkin bidaltzen dituztela dakigu baita ere.

A- Zein da hilabete batean kantitate hori eramaten dituzten hegazkinen zenbatekoa 8 izateko?

B- Zein probabilitate dago hilabete batean hegazkin batek ez eramateko esandako zenbatekoa?

$X \sim B(200, 0.03)$  Daukagun Binomialaren  $N \geq 30$  denez eta daukagun  $P \leq 0.1$  denez konbergentzia erabiliko dugu probabilitateak kalkulatu ahal izateko. Binomialetik Poisson-era aldatu egingo dugu.

$$X \sim B(200, 0.03) \rightarrow X \sim P(200 * 0.03) = X \sim P(6)$$

Behin aldaketa eginda orain bai probabilitateak kalkulatu ahal izango ditugu.

$$A- P(X=8) = F(8) - F(7) = 0.8472 - 0.7440 = 0.1032$$

$$B- P(X=0) = 0.0025$$

#### 2 Ariketa

ONG-ak Latinoamerikan egiten duen lanaren inguruko ikerketa bat egin da. Gure ONG-ak ikastola berri bat ezarri du Latinoamerikako umeei irakurtzen eta idazten erakusteko. Eskola horretan 15 ume daude eta irakurtzen eta idazten EZ dakiten portzentaia %70-koa da herriko umeen artean.

A- Zein da 4 ikasle edo gutxiagok irakurtzen eta idazten Ez jakiteko probabilitatea?

$$X = \text{"Irakurtzen eta idazten EZ"} \rightarrow X \sim B(15, 0.7)$$

Gutxienez 4 ume EZ jakiteko probailitatea  $P(X \leq 4)$

Binomialen taulan bilatu ahal izateko gure banaketaren portzentaia  $< 0.5$  izan behar da beraz, banaketari vuelta eman behar diogu.

$$Y = \text{"Irakurtzen eta idazten BAI"} \rightarrow Y \sim B(15, 0.3)$$

Orain bilatu behar dugun zenbatekoa  $P(Y \geq 6)$  izango da.

$$P(Y \geq 6) = 1 - P(Y \leq 5) = 1 - (0.0047 + 0.0305 + 0.0916 + 0.1700 + 0.2186 + 0.2061) = 1 - 0.7215 = 0.2785$$

### 3 Ariketa

Bizkaiko Gurutze Gorria Bilboko supermerkatu guztietan janari bilketa kanpaina batzuei ekin dio, lortutako produktuak Siriako biztanleriari bidaltzeko ideiarri jarraituz. Boluntarioek bilketa bakoitzeko "n" produktu aztertzen dituzte, kontuan hartuz kutxako produktu bat dataz kanpo baldin badagoela, kutxa osoa baztertu egiten dela. Gutxienez zenbat produktu janari aztertu behar dira, dataz kanpoko janari proportzioa %5ekoa duen Kutxa baztertzeko probabilitatea 0.80 baino handiagoa izan dadin.

Ariketaren ebazpena  $x$  barne  $b(n, 0.05)$

Banaketa honen bidez kalkulatu dugu zer nolako tamaina eduki behar duen lagina dataz kanpoko produktuen proportzioa %5ekoa duen janari Kutxa bat %80ko probabilitatearekin baztertua egoteko arriskua dagoela kontuan hartuz.

➤  $n?$  →  $P(\text{baztertu } \%5\text{ekoa duen janari kutxa lotea}) > \%80$

$n?$  →  $P(x > 0) > \%80$

$1 - P(x=0) > 0.8$  →  $1 - 0.8 > P(x=0)$  →  $0.2 > P(x=0)$

➤  $0.2 > \frac{n!}{(n-k)!k!} \times p^k \times q^{n-k} = \frac{n!}{(n-0)!0!} \times p^0 \times q^{n-0} = \frac{n!}{n!} \times (0.05)^0 \times$

$(0.95)^n = 0.95^n$

➤  $0.2 > 0.95^n$  →  $\ln 0.2 > \ln (0.95)^n$  →  $\ln 0.2 > n \times \ln 0.95$  →

$(-1.609437) > n \times (-0.0512932)$  →  $\frac{-1.609437}{-0.0512932} < n$  →  $n > 31.37$  →  $n \geq 31$

➤ Emaizta: Gutxienez 31 produktu janari aztertu behar dira

### 5 Ariketa

Euskal Herriko "Save the Children" GKEk Camboyako umeei buruzko ikerketa batean murgilduta dago. Izan ere, haien ikerketen arabera, Indotxinako herrialde honetan ume bat gaixorik egoteko probabilitatea 0.5ekoa da. A) Kalkulatu 5 ume talde batean 4 ume gaixorik egoteko probabilitatea.

B) 10 umeen artean 6 ume edo gehiago egoteko probabilitatea

C) 10 umeen artean 3 ume baino gutxiago gaixorik egoteko probabilitatea

$P=0.75$  ; Pertsona bakarra gaixo egoteko probabilitatea

$X$  → pertsona gaixoen zenbatekoa

$x \sim N(5, 0.5)$

a)  $P(x=4) = \frac{5!}{(5-4)! \times 4!} \times 0.5^4 \times (1 - 0.5)^{5-4} = 0.15625$

b)  $P(x \leq 6) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) =$   
 $0.0010 + 0.0098 + 0.0439 + 0.1172 + 0.2051 + 0.2461 + 0.2051 = 0.8282$

c)  $P(x > 3) = 1 - P(3) - P(2) - P(1) - P(0) = 1 - 0.1172 - 0.0439 - 0.0098 - 0.0010 = 0.8281$

## 6 Ariketa

ANAR erakundeak, minutu bakoitzean 3 dei jasotzen ditu, dei hauek umeak edo emakumeek egin dituzten batez ere, haien arazoengatik hitz egiteko. Kalkulatu hurrengo probabilitateak: A) Minutu batean deirik ez egotea. B) Minutuan 3 de baino gehiago. C) Lau minutuan lau dei baino gehiago.

A)  $P(X=0) = \text{Poisson-en taulan begiratu} = 0.0498$  izango da probabilitatea minutu batean deirik ez jasotzeko.

B)  $P(X>3) = 1 - F(3) = 1 - 0.6472 = 0.3528$  izango da probabilitatea, minutu batean 3 dei baino gehiago egiteko.

C)  $P(\lambda=3 \times 3=9) \rightarrow P(\lambda=9)$

$P(X<4) = P(X \leq 3) = F(3) = 0.0212$  izango da probabilitatea 3 minututan lau dei baino gehiago jasotzeko.

## 7 Ariketa

UNHAS-ek (Servicio de Aviación Humanitaria de la ONU) ONU-ren adar bat da, bereziki hegazkinez egindako operazioak egiten dituena. Operazio hauek horniketa paketeen garraioa, bidaiarien garraioa eta ebakuazio zerbitzuak izan daitezke. Izan ere, UNHAS-ek kontraestruturarik gabeko eta gatazkatsuak diren lekuetan jarduten du. Berez, erakunde honek erabiltzen dituen hegazkinak ez ditu haren jabetzan, baizik eta veste enpresa edo entitateek uzten dizkiote. 2010-ean, UNHAS-ek 350.000 bidaiari eta 14.000 hornikuntzen tona garraiatu zituen 19 herrialde desberdinetan. Azkenik, entitate honek Asian (hala nola, Iraken) eta Afrikan (Libian eta Tanzanian adibidez) aireko zerbitzuak burutzen ditu.

Ariketa honetan Somalian egindako horniketa zerbitzuei buruz izango da: Somalian 400 horniketa pakete botatzen dituzte egun batean. Horniketa paketearen jausgailua apurtzeko probabilitatea 0,005 da.  $P(\lambda = n \times p) \rightarrow P(\lambda = 400 \times 0,005) \rightarrow P(\lambda = 2)$

a) Zein da probabilitatea egun batean pakete baten jausgailua apurtzeko?  $P(x=1) = F(1) - F(0) = 0,4060 - 0,1353 = 0,2707$

b) Zein da probabilitatea aste batean 10 paketeen jausgailua apurtzeko?  $\lambda = n \times p = (400 \times 0,005) \times 7 = 14$   $P(x=10) = F(10) - F(9) = 0,1757 - 0,1094 = 0,0663$

c) Gaur, klima dela eta, 100 pakete botatzen dira UNHAS-en Boeing 747-tik eta horniketa paketearen jausgailua apurtzeko probabilitatea 0,01 da. Zein da 5 jausgailu edo gutxiago apurtzeko probabilitatea?

$$\lambda = 100 \times 0,01 = 1$$

$$P(x \leq 5) = F(5) = 0,999$$



## 8 Ariketa:

UNICEF-ek Iraken eraikitako ospitale batean, beste ekintza batzuen artean, umeei txertoak jartzen zaizkie. Izan ere, bertan umeen heriotzen eragile nagusietako bat elgorria da eta horregatik, txertoen bidez hau ekiditeko lan egiten du UNICEF-ek. Hala ere, jartzen diren diren txerto guztiek ez dute eragina, txertoa jasotzen duten bost umeen artean bik eragina daukate eta elgorria saihesten dute.

Gainera, bertako ospitaleko txertoen hornidura ezaren ondorioz, aldi bakoitzean 20 txerto jartzen dituzte. Txertoekin gertatzen dena gertaera independenteak direla suposatuz, kalkula ezazu:

$$p = 0,2 \quad x = p \times n = 0,2 \times 20 = 4$$

$$q = 0,8 \quad \text{Var} = p \times n \times q = 0,2 \times 20 \times 0,8 = 3,2$$

$$n = 20 \quad x \in N(4; 3,2)$$

a) Jarritako txerto guztiek eragina izatea

$$P(x=20) = P(20) = 0,0000$$

b) Umeen erdiak elgorria hartzeko probabilitatea

$$P(x=10) = P(10) = 0,0020$$

c) 5 txertok edo gutxiagok eragina izatea

$$P(x \leq 5) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 0,0115 + 0,0576 + 0,1369 + 0,2054 + 0,2182 + 0,1746 = 0,8042$$

## 9 Ariketa:

ACHALAY Madrilen kokatzen den 2002an eratutako irabazi asmorik gabeko

erakunde bat da. Erakunde honen helburu nagusia gizartetik baztertua dagoen jendea laguntzea eta gizartearen parte egitea da. Horretaz gain, diru ekarpenak jasotzen dituzte laguntza behar duten familien artean banatzeko.

Erakundearen urteurrena ospatzeko, egun batean 20 telefono dei zoriz egingo dizkiete, 20 pertsona desberdinei. Pertsona hauek 5€-ko diru-ekarpena egitearen eta ez egitearen artean erabaki beharko dute.

Beste NGE batzuek horrelako jarduera egiterakoan jasotako emaitzetan oinarrituz, 8 deietatik 4k dirua ekarriko dutela aurreikusi dute.

$$\text{Diru ekarpena egiteko: } p = 4/8 = 0,5$$

$$q = 4/8 = 0,5$$

$$n = 20$$

a) Guztira gutxienez 65€ lortzen ez badituzte hurrengo urtean jarduera errepikatuko ez dutela jakinik, zein da errepikatzeko probabilitatea? 65€ lortu behar → Konbergentzia (5€ dei bakoitzak) →  $65/5 = 13$  20 deietatik 13k gutxienez dirua ekartzea erabaki behar dute, beraz:

$$P(x \geq 13) = P(13) + P(14) + P(15) + P(16) + P(17) + P(18) + P(19) + P(20) = 0,0739 + 0,0370 + 0,0148 + 0,0046 + 0,0011 + 0,0002 + 0 + 0 = 0,1316$$

b) Zein da 4 pertsonak gutxienez 5€-ak emateko erabakia hartzearen probabilitatea?

$$P(x \geq 4) = 1 - P(x < 4) = 1 - F(3) = 1 - P(0) - P(1) - P(2) - P(3) = 1 - 0 - 0 - 0,0002 - 0,0011 = 0,9987$$

### 3 eta 4 gaiak:

#### 1 Ariketa:

Gasteizko Gurtutze Gorriak gabonetan urtero egiten duen moduan arropa bilketa bat hasi du. Arropa hori aurrera eraman ahal izateko supermerkatuen ateetan poltsa batzuk jarri ditu eta betetzen dituzunean zuk nahi duzun pisurarte, Gurutze Gorriak daukan lehiatileran eramam ahal duzu. Poltsen pisuak parámetro ezezaguneko banaketa normala jarraitzen du. Zoriz hautatutako poltsa baten pisua 1,5 kg baino txikiagoa izateko probabilitatea 0.7734 dela jakinik ( 1kg baino gehiago pisatzeko probabilitatea berdina izanik); Zein da batez besteko pisua eta desbideratze tipikoa?

Bataz bestekoa eta desbideratzea lortu ahal izateko tipifikazioa erabili egingo dugu. Ditugun kg-en desbiderapena egingo dugu eta probabilitateak Normalaren taulan bilatuko ditugu.

$$P(X \leq 1.5) = 0.7734 \quad \Phi\left(\frac{1.5 - \mu}{\sigma}\right) = 0.7734; \quad \left(\frac{1.5 - \mu}{\sigma}\right) = 0.75$$

$$P(X > 1) = 0.7734 \quad X = N(\mu, \sigma^2)$$

$$1 - F(1) = 0.7734; \quad 0.2266 = F(1); \quad \Phi\left(\frac{1 - \mu}{\sigma}\right); \quad 0.2266 = \Phi(-Z);$$

$$0.2266 = 1 - \Phi(Z); \quad \Phi(Z) = 1 - 0.2266; \quad \Phi(Z) = 0.7734; \quad Z = 0.75;$$

$$-Z = -0.75; \quad \left(\frac{1 - \mu}{\sigma}\right) = -0.75;$$

Orain lortu berri dugun ekuazioarekin eta lehen 1.5 zenbakiarekin geneukan ekuazioa berdindu egingo ditugu eta honela 2 ekuazio eta bi ezezagun izango ditugu eta ezezagunak lortu ahal izango ditugu.

$$1-\mu=-0.75\sigma; \quad 1+0.75\sigma=\mu;$$

$$\frac{1.5-(1+0.75\sigma)}{\sigma} = \frac{1.5-1-0.75\sigma}{\sigma} = -0.75; \quad 1.5-1-0.75\sigma=0.75\sigma;$$

$$0.5=1.5\sigma; \quad \sigma=\frac{0.5}{1.5}=0.333$$

Hau izango da banaketa Normal horren desbideratze tipikoa. Balio hau ordezkatzuz batazbestekoa lortu.

$$1+0.75\sigma=\mu; \quad 1+(0.75*0.333)=\mu \quad \mu=1.25$$

$$X=N(1.25, 0.333^2)$$

## 2 Ariketa:

Save The Children ONG-ak donatiboen bidezko laguntza ematen die arazo larriak dituzten munduko umeei. Jendeak egiten dituen donatibo horiek honako banaketa normala jarraitzen du (milioi euroetan)  $N(12,5)$  eta gero ONG-ak umeei behar dituzten gauzak hala nola, arropa, janaria edo edonolakoak erosten ditu, gastu hauen zenbatekoa ere normal banaketa bat jarraitzen du (milioi euroetan)  $N(7,2)$ .

Soberan geratzen zaien zenbatekoaren gain gobernua %30-ko zerga bat ezarri die. Zein probabilitate dago ordaindu beharreko zerga 0.9 milioi euro edo gutxiagokoa izateko?

Donatiboak  $N(12, 5^2)$

Kostuak  $N(7, 2^2)$

Zerga %30

Lehenik eta behin donatiboen eta kostuen kenketa egin behar izan dugu eta geroago daukan zerga tasa aplikatu egin beharko diogu.

(Donatiboak-Kostuak)  $N(12-7, (2^2+5^2))$

(Donatiboak-Zerga)\*0.3  $N(0.3*(12), 0.3^2*(4+25))=N(3.6, 2.61)$

Behin kenketa eginda eta zerga tasa sartuta behar dugun normala eraikita egongo da eta orain bakarrik behar dugun balio tipifikatu eta normalaren taulan bilatuko dugu.

$$P(Z \leq 0.9) = P(0.9) = \Phi\left(\frac{0.9-3.6}{\sqrt{2.61}}\right) = \Phi(-0.37) = 1 - \Phi(0.37) = 1 - \frac{(0.6806+0.6880)}{2} = 1 - 0.6443 = 0.3557$$

### 3 Ariketa:

Euskal Herriko Unicef-eko batzordeak, Bilbon eta Donostian delegazioak dituen, erabaki du arropaz beteriko poltsak biltzea, gero, hauek errefuxiatuen artean banatzeko, haien egoera kezkarria eta jasanezina kontuan hartuta. Arropa poltsa bakoitzaren pisua distribuzio normal bat jarraitzen du, non bataz bestekoa 600 gr diren eta bariantzari begira, 400. Poltsa bat onartua izango da baldin eta 550 gr baino gehiago pisatzen badu.

Kalkulatu poltsa onartua izatearen probabilitatea:

Ariketaren ebazpena

Banaketa normalaren bidez kalkulatu dugu zer nolako pisua behar duen poltsatxo batek baztertua ez izateko

$$X \sim N(600, 20^2)$$

Bariantza 400 denez, modu honetan azalduko zaigu,  $20^2$ .

X= Arropa poltsa baten pisua

- $P(X > 550) = 1 - P(X \leq 550)$
- $1 - P\left(Z \leq \frac{550 - 600}{20}\right) = 1 - (1 - \Phi(2,5))$
- $1 - (1 - 0.9938) = 0.9938$

Emaitza= Arropa poltsa bat onartu izatearen probabilitatea pisua kontuan hartuz 0.9938-koa da.

### 4 Ariketa:

Dei telefoniko bat, Unicef-eko zentralera ailegatu zen denbora zehatz batean, segundo batetik minutu bateko tartean. Minutu horretan zehar, zentrala okupatuta egon zen 15 segundotan, azken finean, NGE honek milaka dei jasotzen ditu egun batean. Kalkulatu probabilitatea, dei hori zentrala okupatuta ez zegoenean ailegatzeko UNICEF-era.

$$T = X \quad [0 ; 1] \quad [0; 0, 25] \text{ min}$$

A= Zentrala libre egotea.

B= Zentrala okupatuta egotea.

$$P(A) = 1 - P(B)$$

$$P(B) = \int_0^{0,25} \frac{1}{1-x} dx$$

$$P(B) = 0,25 - 0 = 0,25$$

$P(A) = 1 - 0,25 = 0,75$  izango da probabilitatea zentrala libre egoteko.

## 5 Ariketa:

ACNUR erakundeak, egun batan sartzeko eskaerak batez beste 9 pertsona dira. Poisson banaketa jarraitze duelarik. Erakunde honek, eskaerak kontrolatzeko pertsona bat kontratatu du, egunero gehienez 16 pertsona sartzen uzten baditu. Kalkulatu.

A) Egun batean pertsona bat baino gehiago sartu gabe geratzeko probabilitatea.

$P(X > 16) = 1 - P(X \leq 16) = 1 - F(16) = 1 - 0.9884 = 0.0111$  izango da probabilitatea egun batean pertsona bat baino gehiago sartu gabe geratzeko.

B) Bi egunetan, zehazki 2 pertsona sartu gabe geratzeko probabilitatea.

$$\text{Lambda} = 9 \times 2 = 18$$

N (18,18) (Lambda  $\geq 18$  -> KONBERGENTZIA).

2 egunetan gehienez  $16 + 16 = 32$

$$P(X = 34) = F(34,5) \text{ (YATES)} - F(33,5) = 1 - \frac{0.9999 + 0.9999}{2} = 0.0001$$

## 6 Ariketa.

Medicos sin Fronteras ONG-ak munduan zehar laguntzen duen ONG bat da. Medikuak beharrezkoak diren lekuetara eramaten ditu hango bizi kalitatea eta medikuntza hobetzeko asmoz. Ikerketa bat egiten hasi dire eta horretarako hiru estimatzaile erabiliko dituzte Asiakoa (A1), Afrikakoa (A2) eta Latinoamerikakoa (A3). Lau aldagaia aleatorio (a.a.) ere erabiliko dituzte  $x_1, x_2, x_3$  eta  $x_4$ . Amaitzeko, badakite baita ere  $E(X)=\mu$  eta  $\text{Var}(X)=\sigma^2$ .

$$A1 = \frac{3x_1 + 2x_2}{6} \quad A2 = \frac{2x_2 + 2x_3 + 2x_4}{6} \quad A3 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4}{5}$$

Alboragabeak dira? Alboragabeen artean zein da efizienteena?

$$A1 = E1 = E\left(\frac{3x_1 + 2x_2}{6}\right) = \frac{1}{6} E(3x_1 + 2x_2) = \frac{1}{6} (3E(x_1) + 2E(x_2)) = \frac{1}{6} (3\mu + 2\mu) = \frac{5\mu}{6}$$

ezberdin  $\mu$  Alboratua izango da estimatzaile hau

$$A2 = E2 = E\left(\frac{2x_2 + 2x_3 + 2x_4}{6}\right) = \frac{1}{6} E(2x_2 + 2x_3 + 2x_4) = \frac{1}{6} (2E(x_2) + 2E(x_3) + 2E(x_4)) = \frac{1}{6} (2\mu + 2\mu + 2\mu) = \frac{6\mu}{6} = \mu$$

Alboragabea izango da estimatzaile hau

$$A3 = E3 = E\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4}{5}\right) = \frac{1}{5} E(x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4) = \frac{1}{5} (E(x_1) + E(x_2) + E(x_3) + 2E(x_4)) = \frac{1}{5} (\mu + \mu + \mu + 2\mu) = \frac{5\mu}{5} = \mu$$

Alboragabea izango da estimatzaile hau

Afrikako eta Latinoamerikako estimatzaileak dire alboragabeak.

$$A2 = \text{Var}2 = \text{Var}\left(\frac{2x_2 + 2x_3 + 2x_4}{6}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \text{Var}(2^2\sigma^2 + 2^2\sigma^2 + 2^2\sigma^2) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 * 12\sigma^2 = \frac{12}{36}\sigma^2 = \frac{1}{3}\sigma^2$$

$$A3 = \text{Var}3 = \text{Var}\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{Var}(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2 + 2^2\sigma^2) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 * 5\sigma^2 = \frac{5}{25}\sigma^2 = \frac{1}{5}\sigma^2$$

Behin bariantzen formulak aurrera eramaten ditugunean biak konparatu behar ditugu eta efizienteena bilatu ahal izateko bietako txikiena hautatu behar izango dugu.

$\text{Var}3 < \text{Var}2$  beraz amaitu dezakegu esanez Latinoamerikako estimatzailea izango dela efizienteena txikiena delako.

## 7 Ariketa:

Badakigu X-en probabilitate banaketa, egun batean Acnur-eko partaideak izan nahi diren pertsonen kopurua, hurrengo dela:

$$P(2)=\frac{5-k}{5} \quad P(4)=\frac{3-k}{5} \quad P(1)=\frac{4+k}{5}$$

Zoriz aukeratuta, kontabilizatu egiten dira 5 egunetan, Acnur-eko partaideak izateko eskaerak, hurrengo emaitzak lortuz: bi egunetan partaide izateko 2 dei jaso dira, hurrengo egunean dei bakarra eta azkeneko bi egunetan 6 dei bakoitzeko.

Kalkulatu K parametroa momentuen metodoa erabiliz.

Ariketaren ebazpena

- $$E(x) = 3 \times \left(\frac{5-k}{5}\right) + 4 \times \left(\frac{3-k}{5}\right) + 1 \times \left(\frac{4+k}{5}\right) = \frac{15-3k}{5} + \frac{12-4k}{5} + \frac{4+k}{5} = \frac{31-6k}{5}$$
- $$a_1 = \bar{x} = \frac{2+2+1+6+6}{5} = \frac{17}{5}$$
- $$\frac{31-6k}{5} = \frac{17}{5}; 5 \times (31-6K) = 5 \times 17; 31-6k = 17; -6k = 17-31;$$
  
$$-6k = 14; k = \frac{7}{3}$$

Emaitza: K parametroaren balioa Momentuen metodoaren arabera  $\frac{7}{3}$ koa da

## 8 Ariketa:

"Calcuta ondoan" deituriko GKE batek Calcutari buruzko ikerketa bat egite ari dago. Herrialde honi buruzko datuak honakoak dira; media "m" eta bariantza  $\sigma^2$  dira. "M" parametroa kalkulatzeko 5 tamainako lagin bat hartzen da ( $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ ). Estimazio hau aurrera eramateko hurrengo bi estimatzaileak proposatzen dira:

$$T_1 = \frac{x_1+x_2+6x_3+2x_4}{a} \quad T_2 = \frac{2x_1+2x_2+x_3+x_4}{b}$$

A eta b kalkulatu alboragabeak izateko. Zein da efizienteagoa?

Ariketaren ebazpena

$$x \sim N(m, \sigma^2)$$

$$E(T_1) = E \left( \frac{X_1+X_2+6X_3+2X_4}{a} \right) = \frac{1}{a} \times [E(x_1) + E(x_2) + 6E(x_3) + 2E(x_4)] = \frac{1}{a} \times (m + m + 6m + 2m) = \frac{1}{a} \times 10m = \frac{10m}{a} = m; \quad a=10$$

$$E(T2) = E \left( \frac{2X1+2X2+X3+X4}{b} \right) = \frac{1}{b} \times [ 2E(x1) + 2E(x2) + E(x3) + E(x4) ] = \frac{1}{a} \times [ 2m + 2m + m + m ] = \frac{1}{b} \times 6m ; \frac{6m}{b} = m; a=6$$

$$\text{Var}(T1) = \text{Var} \left( \frac{X1+X2+6X3+2X4}{10} \right) = \frac{1}{10^2} \times [ \text{Var}(x1) + \text{Var}(x2) + 6^2 \text{Var}(x3) + 2^2 \text{Var}(x4) ] = \frac{1}{100} \times ( \sigma^2 + \sigma^2 + 36 \sigma^2 + 4 \sigma^2 ) = \frac{1}{100} \times (42 \sigma^2) = \frac{42 \sigma^2}{100}$$

$$\text{Var}(T2) = \text{Var} \left( \frac{2X1+2X2+X3+X4}{6} \right) = \frac{1}{6^2} \times [ 2^2 \text{Var}(x1) + 2^2 \text{Var}(x2) + \text{Var}(x3) + \text{Var}(x4) ] = \frac{1}{36} \times ( 4 \sigma^2 + 4 \sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2 ) = \frac{1}{36} \times 10 \sigma^2 = \frac{10 \sigma^2}{36}$$

Emaitza= T2 efizienteagoa da, izan ere, balioa txikiagoa da T1 duen balioarekin alderatuz.

### 9 Ariketa:

Azken bolada honetan, asko entzun da Caritas-en inguruan. Azken finean krisialdi garaian, gutxiago dutenentzat laguntza ematea ezinbestekoa da. Suposa ezazu erakunde honek, Poisson- en banaketa jarraitzen duela, Lambda ezezagunarekin. Frogatu laginek batez besteko Lambdaren estimatzailea alboragabea dela.

Poisson batean  $E(X)=\text{Lambda}$  izango da. Hori kontuan hartuz  $P(\text{Lambda}=?)$

$$E(X) = E \left( \frac{X1+X2+X3+\dots+XN}{N} \right) = \frac{1}{N} E (X1 + X2 + X3 + \dots + XN) = \frac{1}{N} N E (Xi) = \frac{N \times L}{N} = \text{Lambda}$$

Ondorioz,  $E(X)=\text{Lambda}$  denez, alboragabea dela frogatu daiteke.



## 10 Ariketa:

Harresiak apurtuz NGEk populazio nahiko handia dauka haien bazkideen artean. Populazio honek  $m$  batez bestekoa eta  $\sigma^2$  bariantza jarraitzen du.

Estimatzaileak:

$$T1 = \frac{x1+4x2+x3+x4}{a} \quad T2 = \frac{x1+2x2+2x3+x4}{b}$$

Kalkulatu  $a$  eta  $b$ , Harresiak apurtuz erakundearen estimatzaileak alboragabeak izan daitezzen.

$$E(T1) = m$$

$$E(T2) = m$$

Hau bete behar da alboragabeak izateko.

$$E(T1) = E\left(\frac{X1+4X2+X3+X4}{A}\right) = m; \frac{1}{a} E(x1) + E(4X2) + E(X3) + E(X4) = m; \\ \frac{1}{a} E(m + 4m + m + m) = m; \frac{1}{a} E(7m) = m; \frac{7m}{a} = m; a = 7$$

$$E(T2) = E\left(\frac{X1+2X2+2X3+X4}{B}\right) = m; \frac{1}{b} E(X1 + 2X2 + 2X3 + X4) = \\ m; \frac{1}{b} E(m + 2m + 2m + m) = m; \frac{1}{b} E(6m) = m; \frac{6m}{b} = m; b = 6$$

$A=7$  eta  $B=6$  izan behar dira Harresiak Apurtuz erakundearen estimatzaileak alboragabeak izateko.

## 11 Ariketa

Greenpeacek ozeano eta itsasoetako zabor eta plastiko kutsadura murrizteko helburuarekin "Break Free From Plastic" kanpaina parte hartzen du. Izan ere, urtero 12 milioi tona botatzen ditugu itsasora, ingurumena kutsatzeaz gain, itsas-ekosistemak kaltetzen dituena. Horregatik, Greenpeacek honen inguruan biztanleria kontzientziazatzen eta enpresen plastiko-jaurtiketak mugatzeko legedia errebindikatzen du.

Gainera, erakunde honek zuzenean itsasotik plastikoak jasotzen ditu. Hain zuzen ere, Mediterraneoko kostaldean astero jasotzen duen plastiko kopurua uniformeki banatzen da, bere batez bestekoa 147 mila kilo eta bariantza 48 mila kilo direlarik. Zein da zoriz aukeratuko aste batean jasotzen den plastiko kopurua 150 mila kilo baino gehiago izateko probabilitatea?

$$\bar{x} = 147$$

$$\text{Var} = 48$$

$$\frac{a+b}{2} = 147 \rightarrow a+b = 147 \times 2 \rightarrow b = 294 - a$$

$$\frac{(b-a)^2}{12} = 48 \rightarrow \frac{(294-a-a)^2}{12} = 48 \rightarrow a = 135$$

$$b = 294 - 135 = 159$$

$$\text{Funtzioa} \Rightarrow \frac{1}{b-a} = \frac{1}{159-135} = \frac{1}{24}$$

$$\int_{150}^{159} \frac{1}{24} dx = \left[ \frac{x}{24} \right]_{150}^{159} = \frac{159}{24} - \frac{150}{24} = 0.375$$

## 12 Ariketa

Animal Rescue Empordà erakundeak, Gironako edozein motatako animaliei laguntzen saiatzen dira. Urtero 137.000 animali baino gehiago izaten dira babesgabetuak Espainian, horregatik erakunde honek helburutzat dauka jendea kontzientziatzen saiatzea animalien babesgabetzeak murrizteko. Ez daukate animalientzako berezko aterperik; horregatik behar dituzte animalia horiek enparatu nahi dituzten etxeak lortzea edo etxerik ez dutenentzat ordaindu beharreko bizilekuak erabiltzen dituzte.

Espainiako 3 eremuetan saiatzen dira animalia hauei egunero etxebizitza bilatzen.

Egunero zenbat animaliak etxe bat aurkitzen duten, Poisson-en banaketa jarraitzen du eta elkarrekiko independenteak dira. Egunero, Lleidan, Bartzelonan eta Tarragonan animaliak enparatuak izaten dira; hurrenez hurreneko batez bestekoak 50,100 eta 180 jarraitzen dituzte. Datu hauek kontuan hartuz, kalkulatu:

a) Egunean 3 eremu hauetan enparatuak izaten diren guztizko kopuruaren banaketa.

$$\lambda = 50 + 100 + 180 = 330$$

b) 3 hilabeteetan (hilabete bakoitzak 30 egun izanik) animalien enparatu kopurua  
30.000 baino handiagoa izateko probabilitatea.

$$\lambda = 330 \times 90 = 29700$$

$$P(X > 30000) = 1 - P\left(Z < \frac{30000-29700}{\sqrt{29700}}\right) = 1 - \Phi(1,74) = 1 - 0,9591 = 0,0409$$

### 13 Ariketa:

“Medicus Mundi Álava” Gasteizen xede duen Nazioz Gaindiko Erakundea da. Bertan, pertsona guztiek osasunaren gaineko eskubidea izan dezaten lan egiten dute, bidezkoagoa den Mundu bat lortzeko asmoz. Horretarako, herrialde txiroenak haien garapenerako bidean laguntzen dituzte eta osasuna hurbiltzen diete bolondres moduan medikuak hara eramanez eta medikamentuak bidaliz beste gauza askoren artean.

Aurten, “Medicus Mundi Álava” proiektu batean murgildurik dago. Proiektu honetan, Kamerun-era han behar dituzten medikamentuak bidaliko dituzte edukiera ezberdineko kutxatxoetan banaturik. Kutxatxo bakoitzean dauden medikamentu kopuruak banaketa normal bat jarraitzen du batez bestekoa 8 eta desbideratze tipikoa 1 izanik. 1.500 kutxatxo bidaliko dituztela jakinik, zein da Kamerunera 11.800 medikamentu baino gehiago iristeko probabilitatea?

$\mu=8$     $\delta=1 \rightarrow \text{Var}=1$    Banaketa:  $x_i \rightarrow (8,1)$   $x_i$ =Kutxa bakarreko edukiera

$Y = \sum 1500x_i =$  Bidaliko diren kutxak

$n=1500 > 30$  denez, banaketa normalarekin egingo dugu eragiketa:

$\rightarrow N(8 \times 1500, 1 \times 1500) = N(12.000, 1500) = y$

Orain, 11.800 medikamentu baino gehiago iristeko probabilitatea kalkulatu dugu:

$$P(y > 11.800) = 1 - P(y < 11.800) = 1 - \left( z < \frac{11.800 - 12.000}{\sqrt{1500}} \right) = 1 - \Phi \left( \frac{11.800 - 12.000}{\sqrt{1500}} \right) = 1 - \Phi$$

$$(-5,16) = 1 - (1 - \Phi(5,16)) = 1 - (1 - 1) = 1$$

### 14 Ariketa:

“Fundacion Vicente Ferrer” elkarteak, umeen apadrinamenduaz arduratzen da.

Erakunde honek 20 urte baino gehiago daramatza apadrinamenduen bidez familiei laguntzen, erabateko pobreziaarekin amaitzen saiatzeko. Laguntza hauek jasotzen dituzten umeei, hezkuntza eta osasun zerbitzuak jasotzen dituzte. Umearen hezkuntza ezin da isolatua izan, familiaren eta komunitatearen bilakaeran oinarrituta egon behar baita.

Apadrinamenduak dira laguntza metodorik eraginkorrenak, laguntza hauek komunitate osoan zehar banatzen dira, familia askori lagunduz, etxebizitza, hezkuntza eta osasun duin bat bermatuz. Laguntza hauek dira umeei bermatzen zaizkienak: eskolako materiala, 18 urterarte osasun zerbitzuak eta hezkuntzan laguntza bermatua bere ikasketekin jarraitu nahi duten momentura arte, 18 edo 23 urterarte izan daitekeena.

Erakunde honek gehien bat Indian laguntzen du, herrialde handi bat denez ume asko daudelako baina aldi berean ere Nepalen laguntzen du, herrialde txikiagoa denez proportzio txikiagoan. Bi herrialde hauek ditugula kontuan hartuz; apadrinatzen diren umeak Indiakoak eta Nepalekoak dira eta Indiarren proportzioa  $p$  izanik. Populazio hau estimatzeko  $n=3$  tamainako I.a.b. bat lortzen dugu (I, I, N) umeak lortuz. Kalkula ezazu parametroaren egiantz handiko estimazioa.

$$n = 3 (I, I, N)$$

a) Kalkulatu p parametroaren Egiantz Handieneko estimazioa

$$1.- \lambda(p) = P(I, I, N) = P(I) \times P(I) \times P(N) = p \times p \times (1 - p) = p^2 \times (1 - p)$$

$$2.- \ln \lambda(p) = \ln [p^2 \times (1 - p)] \rightarrow \ln \lambda(p) = \ln p^2 + \ln (1 - p)$$

$$\ln \lambda(p) = 2 \ln p + \ln(1 - p)$$

$$3.- \frac{d \ln \lambda(p)}{dp} = 2 \times \frac{1}{p} + \frac{(-1)}{1-p} = \frac{2}{p} - \frac{1}{1-p}$$

$$4.- \frac{2}{p} - \frac{1}{1-p} = 0 \rightarrow 2(1-p) = p \rightarrow 2 - 2p = p \rightarrow 2 = 3p \rightarrow p_{EM}^{\wedge} = \frac{2}{3}$$

### 15 Ariketa:

WWF-ek (World Wildlife Fund) munduko erakunde kontserbatzaile independente handiena da eta haren helburu nagusia ingurumenaren hondamena murriztea da, gizakiaren eta ingurumenaren artean harreman sendo eta osasuntsu bat eraikiz. Horretarako, WWF-ek dibertsitatea zaintzen ahalegintzen da, errekurtso naturalen erabilera efizientea bultzatzen duelarik eta aldi berean, kutsadurak dakartzan arazoaren biztanleriaren kontzientziak lantzen duelarik. Organizazio honek 5 milioi kide ditu eta hainbat adarretan zatitzen da munduan zehar, bere egoitza Suitzan dagoelarik. WWF-ko ikertzaileek beroketa globalaren inpaktua animalien aurrekusten saiatu dira eta gradu batzuk igotzean (X), 7500 animalia espezie desagertzeko arriskuan egongo direla ondorioztatu dute. Ikerketa honek aldagai aleatorio bat jarraitzen du, X zenbat gradu igotzen diren izanik eta P(x) 7500 espezie desagertzeko probabilitatea:

<b>X</b>	1	3
----------	---	---

<b>P(x)</b>	1/4	1
<b>f(xi)</b>	1/4	3/4

a) Populazioaren bariantza eta esperantza kalkula ezazu.

$$E(x) = \sum xi \times P(xi) = 1 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$$

$$Var(x) = \sum (xi - \mu)^2 \times P(xi) = 1^2 \times \frac{1}{4} + 3^2 \times \frac{3}{4} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

b) Kalkulatu laginaren proportzioaren banaketa laginetan (laginak, f-ren balioak, probabilitateak, batez besteko balioa eta bariantza) n=2 tamainako lagina hartuz.

Konbinaketa	Maiztasun binomial	Probabilitatea
(1,1)	(1+1)/2=1	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 1/16$
(1,3)	(1+3)/2=2	$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 3/16$
(3,1)	(3+1)/2=2	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 3/16$
(3,3)	(3+3)/2=3	$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 9/16$

Ondorioz,

f	P(f)
1	1/16
2	6/16
3	9/16
	16/16

$$E(f) = 1 \times \frac{1}{16} + 2 \times \frac{6}{16} + 3 \times \frac{9}{16} = \frac{5}{2}$$

$$Var(f) = 1^2 \times \frac{1}{16} + 2^2 \times \frac{6}{16} + 3^2 \times \frac{9}{16} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

## 16 Ariketa:

Ana Bella fundazioa genero-indarkeriarik gabeko gizarte baten alde borrokatzen duen erakundea da. Izan ere, tratu txarrak jasan dituzten emakumeei laguntza eskaintzeaz gain, prebentzio kanpainak aurrera eramaten dituzte hainbat herrialdeetan mundu mailan, haien artean Espainia. Horretarako hainbat programa dituzte genero-indarkeriaren biktimei komunikabideetan ikusgaitasuna emateko eta emakumeen ahalduntzea bermatzeko, hala nola AMIGA programa.

Erakundeak, ikerketa bat egin berri du Sevillako 7 emakumeri deituz eta hainbat galdera eginez. Jasotako erantzunak aztertu eta taldekatu ostean, ikerketan lortu diren emaitzak honakoak izan dira:

- Haietako batzuk, genero-indarkeriako biolentzia jasoko balute laguntza segituan eskatuko luketela esan dute.
- Beste batzuk, ordea, mota honetako biolentzia jasoko balute, laguntza soilik hirugarren batek aholkatzen badie eskatuko luketela adierazi dute.
- Gelditzen direnek, laguntza eskatzeko inolaz ere ez lirakekeela ausartuko esan dute.

Lehen taldean egoteko probabilitatea P(1) da, bigarrenean P(2) eta hirugarrenean P(3).

Probabilitate banaketa honen zenbatasuneko funtzioa hurrengoa da:

$$P(1) = \frac{3-\lambda}{5} \quad P(2) = \frac{4-\lambda}{5} \quad P(3) = \frac{2-\lambda}{5}$$

Estimatu ezazu lamba parametroa momentuen bidezko metodoa jarraituz, 7 emakumez osatutako lagin aleatorio batetik lortutako balioak hurrengoak izan direla jakinda: 2,3,1,3,2,1,3.

$$n=7$$

$$K=1 \rightarrow \lambda \text{ estimatu}$$

$$a_1 = a_1$$

$$a_1 = \mu = \frac{1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 3}{7} = \frac{15}{7}$$

$$a_1 = E(x) = 1 \times \left(\frac{3-\lambda}{5}\right) + 2 \times \left(\frac{4-\lambda}{5}\right) + 3 \times \left(\frac{2-\lambda}{5}\right)$$

$$a_1 = a_1$$

$$\frac{3-1\lambda+8-2\lambda+6-3\lambda}{5} = \frac{15}{7} \rightarrow \frac{17-6\lambda}{5} = \frac{15}{7}$$

$$7 \times (17 - 6\lambda) = 15 \times 5 \rightarrow 119 - 42\lambda = 75 \rightarrow \lambda = \frac{22}{21}$$

$$P(1) = \frac{3-\lambda}{5} \quad P(2) = \frac{4-\lambda}{5} \quad P(3) = \frac{2-\lambda}{5}$$

$$P(1) = \frac{(3-\frac{22}{21})}{5} \rightarrow \frac{41}{105}$$

$$P(2) = \frac{(4-\frac{22}{21})}{5} \rightarrow \frac{62}{105}$$

$$P(3) = \frac{(2-\frac{22}{21})}{5} \rightarrow \frac{4}{21}$$

## 6. Bibliografia eta informazio iturriak

Oinarrizko bibliografia:

1,2,3 eta 4 gaiak

- Arteche, Josu et al. (2000): Ejercicios de Estadística II: Estadística Empresarial y para Economistas. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea, Bilbao
- Fernández de Troconiz, Antonio (1993): Probabilidades, Estadística, Muestreo. Ed. Tebar Flores. García del Valle, Teresa y Martínez, Alberto (1996): Problemas de Estadística. Ed. UPV-EHU.
- Montiel, Ana María et al (2002): Elementos Básicos de Estadística Económica y Empresarial. Ed. Prentice Hall.
- Martín Pliego, F. Javier y Ruíz Maya, Luis. (2004): Estadística I: Probabilidad, 2ª Edición. AC, Madrid
- Montiel, Ana María et al (2002): Elementos Básicos de Estadística Económica y Empresarial. Ed. Prentice Hall.
- Pérez, César (2005): Muestreo Estadístico. Conceptos y problemas resueltos. Pearson Educación, Madrid.
- Ruíz Maya, Luis y Martín Pliego, F. Javier (2005): Fundamentos de Inferencia Estadística, 3ª Edición. AC, Madrid.