

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA
INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

***DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE UN
JUEGO DE ALETAS PARA UN COHETE
HÍBRIDO EN SU VUELO SUPERSÓNICO***

Alumno/Alumna: Cordero Aranguren, Borja

Director/Directora (1): Esteban Alcalá, Gustavo Adolfo

Curso: 2018-2019

Fecha: Viernes, 21, junio, 2019

Resumen trilingüe

Castellano:

El objetivo de este trabajo ha sido diseñar una geometría de unas aletas capaces de garantizar la estabilidad de un cohete supersónico durante todo el vuelo. Para lograr este objetivo se ha definido el tipo de flujo y se han realizado numerosos análisis aerodinámicos y estructurales. Se han utilizado varios módulos de un mismo programa, a saber: un módulo CAD para crear las geometrías que iban a ser analizadas; un módulo de CFD para obtener los resultados de la interacción del fluido con el cuerpo; y un módulo de FEM para obtener resultados relacionados con tensiones y deformaciones del cuerpo debido a las fuerzas aerodinámicas. Todos estos resultados han sido evaluados con el fin de seleccionar la mejor solución final posible.

English:

The aim of this project is to design a fin geometry able to guarantee the stability along the whole flight of a supersonic rocket and minimize the drag force. To achieve this goal the type of flux has been defined; and aerodynamic and structural analysis have taken place. Various modules o a program have been used; actually, a CAD module to create the different geometries, a module of CFD to obtain results from the interaction between the fluid and the solid, plotting the data in various graphs, and a module of FEM to obtain the results related with the stresses and strain of the body due to the aerodynamic forces. All these data were evaluated in order to select the final solution.

Euskara:

Lan honen helburu nagusia suziri supersoniko baten hegalen geometria diseinatzea da, kontuan izanda suziria egonkor mantendu behar dela hegaldi osoan zehar. Horretarako, fluxu mota zehaztu da, zenbait azterketa aerodinamiko eta egiturazko beste azterketa batzuk egiteaz gain. Aurretik aipatutakoa burutzeko, programa bereko modulu desberdinak erabili dira; halaber: CAD-aren modulu bat, aztertuak izango diren geometriak sortzeko; CFD-aren modulu bat, jariakinaren eta gorputzaren arteko elkarrekintzaren emaitzak lortzeko; eta bukatzeko, FEM-aren modulu bat, indar aerodinamikoaren eraginez gorputzak jasandako tentsioak eta bertan agertutako deformazioak lortzeko. Azkenik, aurretik aipatutako emaitza guztiak ebaluatu egin dira, horietatik egokiena aukeratu ahal izateko.

Palabras clave

- Cohete, Rocket, Suziri.
- Fuerza de arrastre, Drag force, Arraste indarra.
- Fuerza normal, Nomal force, Indarra normala.
- Coeficiente de arrastre, Drag coefficient, Arraste koefizientea.
- Centro de presión, Centre of pressure, Presio zentroa.
- Estabilidad, Stability, Egonkorra.

Acrónimos

CFD: Computational fluid dynamics.

FEM: Finite element method.

CP: Centro de presión.

Cd: Coeficiente de arrastre.

M: Número de Mach.

Índice

1	Memoria	1
1.1	Introducción	1
1.2	Contexto	2
1.3	Objetivos y alcance	6
1.3.1	Objetivos	6
1.3.2	Alcance	6
1.4	Beneficios que aporta el trabajo	7
1.5	Análisis del estado del arte	7
1.5.1	Flujo compresible	7
1.5.1.1	Propiedades de estancamiento	7
1.5.1.2	Velocidad del sonido y número de Mach	10
1.5.1.3	Ondas de choque	12
1.5.1.3.1	Introducción	12
1.5.1.3.2	Ondas de choque normales	13
1.5.1.3.3	Ondas de choque oblicuas	19
1.5.1.3.4	Ondas de expansión de Prandtl-Meyer	24
1.5.2	Fuerzas y momentos aerodinámicos	27
1.5.2.1	Definición de las fuerzas y los momentos aerodinámicos	27
1.5.2.2	Coeficientes de fuerzas y momentos	29
1.5.3	Capa límite	30
1.5.3.1	Propiedades de la capa límite	31
1.5.3.2	Flujo compresible sobre una placa plana	32
1.5.3.3	Efecto de la compresibilidad sobre las fuerzas aerodinámicas	33
1.5.4	Experimentos realizados por la NASA	34

1.5.5	Dinámica de Fluidos Computacional	35
1.5.5.1	Introducción.....	35
1.5.5.2	Modelos de flujo	35
1.5.5.2.1	Modelo de volumen de control.....	36
1.5.5.2.2	Modelo de elemento diferencial de fluido	36
1.5.5.2.3	Modelo molecular	36
1.5.5.3	Conservación de la masa.....	36
1.5.5.4	Ecuación de la cantidad de movimiento	37
1.5.5.5	Ecuación de la energía	38
1.5.5.6	Modelo de turbulencia Spalart-Allmaras.....	38
1.5.5.6.1	Términos de producción.....	39
1.5.5.6.2	Términos de difusión.....	39
1.5.5.6.3	Términos de destrucción	39
1.5.5.6.4	Calibración del modelo	40
1.5.5.7	Cómo funciona un código de CFD	40
1.5.5.8	El método de los volúmenes finitos	41
1.5.5.9	Star-CCM+ y ANSYS Fluent	43
1.5.5.9.1	ANSYS Fluent	43
1.5.5.9.2	Star-CCM+.....	45
1.5.5.9.3	Métodos de resolución.....	47
1.5.6	El método de los elementos finitos	48
1.6	Análisis de alternativas.....	49
1.7	Análisis de riesgos	54
1.8	Descripción de la solución propuesta	56
1.8.1	Geometría.....	57
1.8.2	Resultados aerodinámicos.....	57
1.8.3	Análisis estructural	59

1.8.4	Análisis modal	60
2	Metodología seguida en el desarrollo del trabajo	61
2.1	Descripción de tareas	61
2.2	Diagrama de Gantt	63
2.3	Primeros cálculos y configuración del programa.....	64
2.3.1	Definición de la geometría base.....	64
2.3.1.1	Ángulo delantero.....	64
2.3.1.2	Envergadura (Span) de las aletas	67
2.3.1.3	Longitud de unión al fuselaje.....	68
2.3.2	Centro de gravedad, centro de presión y estabilidad.....	68
2.3.2.1	Centro de presión	69
2.3.2.2	El método de Barrowman	71
2.3.3	Análisis mediante CFD	75
2.3.3.1	Configuración de las simulaciones del cohete completo	75
2.3.3.1.1	Geometría.....	75
2.3.3.1.2	Mallado	77
2.3.3.1.3	Ansys Fluent.....	79
2.3.3.2	Configuración de las simulaciones de la aleta suelta.....	81
2.3.3.2.1	Geometría.....	81
2.3.3.2.2	Mallado	82
2.3.3.2.3	ANSYS Fluent	83
2.3.3.3	Análisis estructural y modal	85
2.3.3.3.1	Análisis estructural	86
2.3.3.3.1.1	Geometría	86
2.3.3.3.1.2	Mallado	86
2.3.3.3.1.3	Condiciones de contorno	87
2.3.3.3.2	Análisis modal	87

2.4	Descripción de los resultados y las modificaciones	89
2.4.1	Tipo de flujo.....	89
2.4.1.1	Mach 0,6.....	89
2.4.1.2	Mach 0,8.....	91
2.4.1.3	Mach 1.....	93
2.4.1.4	Mach 1,2.....	96
2.4.1.5	Mach 1,5.....	99
2.4.1.6	Mach 2.....	102
2.4.2	Obtención de la geometría de aleta base	106
2.4.3	Cambios sobre la geometría base	110
2.4.4	Resultados de las modificaciones	112
2.4.5	Comparación de resultados con la geometría base.....	113
2.4.6	Momento de rotación generado	119
2.4.7	Comparación con los resultados obtenidos con otro programa.....	120
2.4.8	Análisis estructural	121
2.4.8.1	Ángulo de ataque nulo	122
2.4.8.2	Ángulo de ataque	123
2.4.8.3	Un comentario sobre los resultados obtenidos	124
2.4.9	Análisis modal	125
3	Aspectos económicos.....	126
3.1	Descripción del presupuesto.....	126
4	Conclusiones.....	127
5	Bibliografía.....	129
ANEXOS.....		A
ANEXO I. Planos		B
ANEXO II. Tablas y Gráficos		C
Gráficos del tipo de flujo.....		C

Mach 0,6	C
Mach 0,8	E
Mach 1	G
Mach 1,2	J
Mach 1,5	M
Mach 2	O
Comparación de las geometrías	R
Modos de vibración	X

Tablas, imágenes y gráficas

Imagen 1: Logo de BiSkyTeam.....	2
Imagen 2: Gráfico con el número de lanzamientos a lo largo de los años.....	2
Imagen 3: Luís Norberto López de Lacalle (UPV/EHU) junto al ministro de ciencia, innovación y universidades (y astronauta) Pedro Duque presentando el proyecto BiSkyTeam en el CFAA..	4
Imagen 4: Línea de Karman.	5
Imagen 5: Velocidad del sonido, frente de onda	10
Imagen 6: Condensación del vapor de agua en un caza.....	13
Imagen 7: Concorde.....	16
Imagen 8: escudo térmico cerámico de un transbordador espacial.....	18
Imagen 9: imagen tomada por los astronautas de la ISS durante una reentrada.....	19
Imagen 10: Ondas de choque y expansión sobre una maqueta de un transbordador espacial..	19
Imagen 11: Separación de ondas de choque.	23
Imagen 12: Fotografía de ondas de choque tomada por la NASA.....	24
Imagen 13: Ondas de expansión en la zona de unión del cono con el cilindro.	26

Imagen 14: Prueba en túnel de viento.....	30
Imagen 15: Capa límite y sus regiones.....	31
Imagen 16: Representación de la capa límite. Velocidad y temperatura.	32
Imagen 17: Ejemplo de gráficos con resultados obtenidos en túneles de viento.	34
Imagen 18: Ejemplo de caso unidimensional.	41
Imagen 19: Notación utilizada en el método de los volúmenes finitos.	42
Imagen 20: Subdivisión del dominio.	42
Imagen 21: Menú de ANSYS Fluent.....	43
Imagen 22: Menú de Star-CCM+.....	46
Imagen 23: Regiones en Star-CCM+.....	47
Imagen 24: Geometría base.....	51
Imagen 25: Geometría modificada.....	51
Imagen 26: Forma de la geometría elegida.....	57
Imagen 27: Tensiones de Von Mises sobre la aleta con ángulo de ataque nulo.	59
Imagen 28: Contorno de números de Mach para un ángulo de deflexión de 23 grados.....	66
Imagen 29: Contorno de números de Mach para una geometría con un ángulo de deflexión mayor que 23 grados.....	67
Imagen 30: Distintos sistemas de fuerzas equivalentes.	69
Imagen 31: Concepto de margen estático.....	70
Imagen 32: Fuerza normal aplicada en centro de presión.	71
Imagen 33: Cotas a tener en cuenta en el método Barrowman.....	73
Imagen 34: Plano de simetría.....	76
Imagen 35: Mallado "Adaptive".....	77
Imagen 36: Capas prismáticas sobre superficie del cuerpo.....	78
Imagen 37: detalle de las capas prismáticas de la operación de inflation.	79
Imagen 38: Plano de simetría del dominio analizado.....	82
Imagen 39: Mallado del dominio.	83

Imagen 40: Geometría analizada.....	86
Imagen 41: Mallado de la aleta.....	87
Imagen 42: Geometría base.....	106
Imagen 43: Aleta con el ángulo trasero inclinado.....	111
Imagen 44: Segunda alternativa variando el ángulo trasero.....	112
Imagen 45: Vista inferior de una aleta inclinada con respecto al eje principal del fuselaje.....	119
Imagen 46: Capas prismáticas en Star-CCM+.....	121
Gráfico 1: Líneas de Fanno y Rayleigh.....	15
Gráfico 2: Número de Mach después del choque.....	17
Gráfico 3: Esquema de una onda de choque oblicua.....	20
Gráfico 4: Componentes de velocidad antes y después del choque.....	21
Gráfico 5: Choque oblicuo situado en posición vertical.....	22
Gráfico 6: Ángulo de deflexión en función del ángulo de choque y número de Mach.....	23
Gráfico 7: Onda de choque y abanico de ondas de expansión.....	25
Gráfico 8: Esquema de fuerzas y momentos aerodinámicos.....	27
Gráfico 9: Descomposición de fuerzas aerodinámicas.....	28
Gráfico 10: Comparación de la posición del centro de presión.....	52
Gráfico 11: Fuerza de arrastre para las dos geometrías.....	53
Gráfico 12: Coeficientes de arrastre para las dos geometrías.....	53
Gráfico 13: Fuerza de arrastre para la solución elegida (cohete completo).....	58
Gráfico 14: Coeficiente de arrastre para la solución elegida (cohete completo).....	58
Gráfico 15: Centro de presión para la geometría elegida.....	59
Gráfico 16: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 3 grados.....	60
Gráfico 17: Valores de y^+	85
Gráfico 18: Fuerza aplicada sobre un ala.....	88
Gráfico 19: Fuerza aplicada sobre un ala flexionada.....	88

Gráfico 20: Contorno de presiones a Mach 0,6.....	90
Gráfico 21: Contorno de números de Mach a Mach 0,6.....	91
Gráfico 22: Contorno de presiones a Mach 0,8.....	92
Gráfico 23: Contorno de números de Mach a Mach 0,8.....	93
Gráfico 24: Contorno de presiones a Mach 1.....	94
Gráfico 25: Contorno de números de Mach a Mach 1.....	95
Gráfico 26: Diagrama de vectores a Mach 1.....	95
Gráfico 27: Contorno de presión a Mach 1,2.....	97
Gráfico 28: Contorno de números de Mach a Mach 1,2.....	98
Gráfico 29: Diagrama de vectores a Mach 1,2.....	99
Gráfico 30: Contorno de presión a Mach 1,5.....	100
Gráfico 31: Contorno de números de Mach a Mach 1,5.....	101
Gráfico 32: Diagrama de vectores a Mach 1,5.....	102
Gráfico 33: Contorno de presión para Mach 2.....	103
Gráfico 34: Contorno de números de Mach a Mach 2.....	104
Gráfico 35: Diagrama de vectores a Mach 2.....	105
Gráfico 36: Centros de presión para distintos ángulos de ataque y números de Mach.....	108
Gráfico 37: Posición del centro de presión a ángulo de ataque nulo.....	108
Gráfico 38: Fuerza de arrastre en función del número de Mach.....	109
Gráfico 39: Coeficiente de arrastre en función del número de Mach.....	110
Gráfico 40: Fuerzas de arrastre para las dos variantes.....	112
Gráfico 41: Coeficientes de arrastre para las dos variantes.....	113
Gráfico 42: Centro de presión para la geometría modificada para distintos ángulos de ataque y números de Mach.....	114
Gráfico 43: Posición del centro de presión a ángulo de ataque nulo para la segunda geometría.....	114
Gráfico 44: Comparación de la posición del centro de presión.....	115
Gráfico 45: Comparación de la posición del centro de presión a distintos ángulos de ataque.....	116

Gráfico 46: Fuerza de arrastre para geometría modificada.....	117
Gráfico 47: Coeficiente de arrastre para geometría modificada.....	117
Gráfico 48: Comparación de fuerzas de arrastre.....	118
Gráfico 49: Comparación de coeficientes de arrastre.....	118
Gráfico 50: Contorno de presión sobre la aleta.....	120
Gráfico 51: Tensiones de Von Mises para ángulo de ataque nulo.....	122
Gráfico 52: Deformaciones para un ángulo de ataque nulo.....	122
Gráfico 53: Coeficiente de seguridad para ángulo de ataque nulo.....	122
Gráfico 54: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 3 grados.....	123
Gráfico 55: Deformaciones para un ángulo de ataque de 3 grados.....	123
Gráfico 56: Coeficiente de seguridad para un ángulo de ataque de 3 grados.....	124
Gráfico 57: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 6 grados.....	124
Gráfico 58: Presión.....	C
Gráfico 59: Temperatura.....	D
Gráfico 60: Densidad.....	D
Gráfico 61: Número de Mach.....	E
Gráfico 62: Presión.....	E
Gráfico 63: Temperatura.....	F
Gráfico 64: Densidad.....	F
Gráfico 65: Número de Mach.....	G
Gráfico 66: Presión.....	G
Gráfico 67: Temperatura.....	H
Gráfico 68: Densidad.....	H
Gráfico 69: Número de Mach.....	I
Gráfico 70: Diagrama de vectores.....	I
Gráfico 71: Presión.....	J
Gráfico 72: Temperatura.....	J

Gráfico 73: Densidad.....	K
Gráfico 74: Número de Mach.....	K
Gráfico 75: Vectores de flujo.....	L
Gráfico 76: Presión.....	M
Gráfico 77: Temperatura.....	M
Gráfico 78: Densidad.....	N
Gráfico 79: Número de Mach.....	N
Gráfico 80: Diagrama de vectores.....	O
Gráfico 81: Presión.....	O
Gráfico 82: Temperatura.....	P
Gráfico 83: Densidad.....	P
Gráfico 84: Número de Mach.....	Q
Gráfico 85: Vectores de flujo.....	Q
Gráfico 86: Comparación. Fuerza de arrastre.....	S
Gráfico 87: Comparación. Coeficiente de arrastre.....	S
Gráfico 88: Comparación. Centro de presión a Mach 1.....	U
Gráfico 89: Comparación. Centro de presión a Mach 1,2.....	U
Gráfico 90: Comparación. Centro de presión a Mach 1,5.....	V
Gráfico 91: Resultados Geometría Base.....	V
Gráfico 92: Resultados Geometría Modificada.....	W
Gráfico 93: Comparación. Centro de presión.....	W
Gráfico 94: Modo de vibración a 35,021 Hz.....	X
Gráfico 95: Modo de vibración a 89,091 Hz.....	X
Gráfico 96: Modo de vibración a 175,54 Hz.....	Y
Gráfico 97: Modo de vibración a 236,56 Hz.....	Y
Gráfico 98: Modo de vibración a 306,55 Hz.....	Z

Tabla 1: valores del número de Mach antes y después de una onda de choque	17
Tabla 2: Propiedades del aluminio	49
Tabla 3: Propiedades de la fibra de carbono	50
Tabla 4: Alternativas. Materiales	50
Tabla 5: Cotas de la geometría base	51
Tabla 6: Alternativas. Geometría	54
Tabla 7: Matriz de riesgos.....	56
Tabla 8: Dimensiones principales de la geometría elegida	57
Tabla 10: Frecuencias naturales	60
Tabla 11: Configuración del programa.....	65
Tabla 12: Fuerzas de arrastre según tipo de onda	67
Tabla 13: Medidas del dominio	76
Tabla 14: Parámetros de mallado.....	78
Tabla 15: Número de elementos y nodos.....	79
Tabla 16: Número de elementos, nodos y caras poliédricas.....	79
Tabla 17: Condiciones de contorno	80
Tabla 18: Modelos elegidos.....	80
Tabla 19: Medidas del dominio	81
Tabla 20: Parámetros de mallado.....	82
Tabla 21: Número de elementos y nodos (II).....	83
Tabla 22: Número de elementos, nodos y caras de la malla poliédrica (II)	83
Tabla 23: Condiciones de contorno	84
Tabla 24: Modelos elegidos.....	84
Tabla 25: Criterios de parada.....	85
Tabla 26: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 0,6	89
Tabla 27: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 0,6.....	89
Tabla 28: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 0,8.	91

Tabla 29: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 0,8.....	92
Tabla 30: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 1.....	93
Tabla 31: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 1.....	94
Tabla 32: Propiedades después del choque (ecuaciones).....	96
Tabla 33: Propiedades después del choque (CFD).....	96
Tabla 34: Propiedades después del choque (ecuaciones) a Mach 1,5.....	99
Tabla 35: Propiedades después del choque (CFD) a Mach 1,5.....	100
Tabla 36: Propiedades después del choque (ecuaciones) a Mach 2.....	102
Tabla 37: Propiedades después del choque (CFD) a Mach 2.....	103
Tabla 38: Cotas de la geometría base.....	106
Tabla 39: Centro de presión y número de calibres.....	106
Tabla 40: Cotas de la segunda geometría base.....	107
Tabla 41: Centro de presión y número de calibres (II).....	107
Tabla 42: Comparación de momentos recuperadores y fuerzas normales.....	115
Tabla 43: Fuerza axial, normal y momento para una desalineación.....	120
Tabla 44: Comparación de resultados.....	121
Tabla 45: Fuerzas para distintos ángulos de ataque.....	121
Tabla 46: Frecuencias naturales.....	125
Tabla 47: Presupuesto del proyecto.....	126
Tabla 48: Resultados geometría base.....	R
Tabla 49: Resultados geometría modificada.....	R
Tabla 50: Resultados numéricos para ángulos de ataque.....	T



BILBOKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA
DE INGENIERÍA
DE BILBAO

1 Memoria

1.1 Introducción

En esta introducción se pretende ofrecer un resumen del contenido de cada apartado de este trabajo. Comenzando por el contexto, en el que se explica la situación actual del sector aeroespacial, incluyendo datos económicos; el uso de programas de cálculo y la importancia de este sector en la comunidad del País Vasco.

En los objetivos, se muestran los criterios que debe cumplir la solución propuesta; y en el alcance hasta qué punto se tratan distintos aspectos en este trabajo. Estos dos apartados van seguidos de una serie de beneficios, que a pesar de no reflejarse económicamente, o en forma de beneficio social, también son de interés.

Culminados los primeros apartados, da comienzo el análisis del estado del arte. Es uno de los apartados más extensos donde se presentan los conceptos teóricos básicos necesarios para llevar a cabo un trabajo de este tipo. Se pueden encontrar explicaciones sobre mecánica de fluidos, aerodinámica y el uso de programas de resolución numérica; no obstante, en la bibliografía quedan reflejados todas las obras y artículos consultados, en caso de que se desee una mayor profundización en el temario.

Los siguientes apartados consisten en presentar las alternativas estudiadas, sus riesgos y la solución finalmente adoptada. En ellos no se ofrece una explicación amplia de los resultados obtenidos ya que ésta se encuentra en la parte correspondiente a la metodología seguida.

En la segunda parte del trabajo, se explican los cálculos realizados para obtener los resultados con los que se ha tomado la decisión final. En estos apartados se encuentra la información necesaria para comprender la metodología seguida en la obtención de resultados así como una descripción de estos. También se muestran las tareas realizadas y su duración en el tiempo a lo largo del cual se ha realizado este trabajo, incluyendo un diagrama de Gantt.

Finalmente se ofrecen unas conclusiones como consecuencia de los resultados obtenidos; unos anexos en los que se incluyen planos de la geometría final, y gráficos y tablas no mostrados en otros apartados para no interrumpir la lectura; y la bibliografía utilizada en la recaudación de información sobre el tema que se trata en este trabajo.

1.2 Contexto

A lo largo de los últimos años, el número de lanzamientos de cohetes por empresas privadas ha aumentado considerablemente, llegando a representar la mayoría de estos lanzamientos que se producen anualmente.

Este hecho no ha hecho nada más que despertar el interés alrededor de la ciencia del espacio y las ingenierías aeronáuticas y aeroespaciales. En el año 2018, y como consecuencia de lo expuesto anteriormente surge el equipo BiSkyTeam; compuesto por alumnos y guiados por distintos profesores de la Universidad del País Vasco (UPV/EHU).



Imagen 1: Logo de BiSkyTeam.

El objetivo principal de este equipo (que internamente está estructurado siguiendo el ejemplo de sus compañeros del Formula Student) es alcanzar la denominada línea Karman, situada a 100Km de altura y a partir de la cual se considera que se ha alcanzado el espacio, abandonando por tanto la atmósfera terrestre.

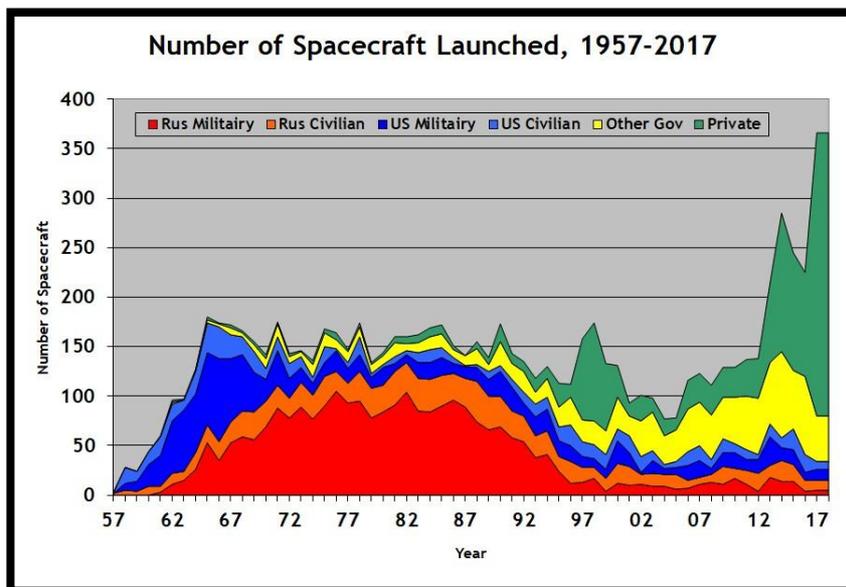


Imagen 2: Gráfico con el número de lanzamientos a lo largo de los años.

El plan a corto plazo del equipo es consolidar un grupo de estudiantes que se sientan atraídos por la ciencia del espacio y las ingenierías aeronáuticas y aeroespaciales, buscar ayuda en empresas que les sirvan de patrocinadores, y, diseñar y efectuar el lanzamiento de un primer grupo de cohetes.

A largo plazo, sus objetivos son poder realizar experimentos en micro-gravedad que puedan ser de interés para distintos departamentos de la Escuela de Ingeniería de Bilbao, usando sus propios cohetes como vehículos para llegar a esas condiciones, y la creación de una competición con otras universidades europeas.

Este tipo de proyectos, sin duda alguna, sirve como vía para el desarrollo de competencias transversales. Tal y como dice la NASA (“National Aeronautics and Space Administration” de los Estados Unidos) *Space is hard*, lo que sugiere que todo componente de cualquier departamento que se dedique a desarrollar algo en particular, sin saberlo, esté desarrollando competencias y adquiriendo conocimientos de otras áreas en las que tal vez no estaba especializado.

Dentro del equipo BiSkyTeam, ejemplos que corroboran esto último son fácilmente localizables. Se da el caso de estudiantes de Física en la facultad de Ciencias de la Universidad del País Vasco que trabajan en el diseño de componente mecánicos de distintas partes de los cohetes, o estudiantes de la Escuela de Ingeniería de Bilbao, actualmente realizando pre-intensificación en ingeniería mecánica que han estudiado los conceptos básicos de la aerodinámica y mecánica de fluidos para diseñar las distintas partes del fuselaje de los vehículos.

A nivel empresarial, esta iniciativa por parte de los estudiantes ha despertado gran interés en distintas empresas del sector de la fabricación y la tecnología, muy presentes en la industria vasca, que no han dudado en prestar ayuda, bien económicamente o en forma de especie al joven equipo. Entre estas empresas se encuentran algunas con experiencia en el ámbito aeroespacial como SENER, y otras cuyo día a día tal vez no esté dedicado al espacio, pero que sí han tomado parte en proyectos relacionados con misiones espaciales, como Metal Estalki, cuyos recubrimientos fueron implementados en la sonda de la misión “Solar Orbiter”.

No sólo las empresas están presentes, en cuanto a fabricación se ha encontrado ayuda de distintos centros de formación profesional como Otxarkoaga, además del centro de la UPV/EHU CFAA (Centro de Fabricación Avanzada Aeronáutica) inaugurado hace pocos años.



Imagen 3: Luís Norberto López de Lacalle (UPV/EHU) junto al ministro de ciencia, innovación y universidades (y astronauta) Pedro Duque presentando el proyecto BiSkyTeam en el CFAA.

Finalizando con la presentación del equipo BiSkyTeam, en este último mes de mayo recibieron una invitación de la ESA ("European Space Agency") para acudir al Reino Unido en septiembre, y presentar su proyecto.

Académicamente, la Universidad del País Vasco ha actualizado sus másteres propios en tecnología aeronáutica y máquina herramienta con el fin de ofrecer una mejor formación en dichas disciplinas. También encontramos en la Escuela de Ingeniería de Bilbao el Aula Espacio Gela, donde se ofrecen estudios sobre la ciencia del espacio, además de ofrecer charlas anualmente sobre misiones espaciales, invitando a miembros de la propia NASA.

En el ámbito profesional, las agencias espaciales buscan continuamente métodos con los que viajar al espacio que supongan el menor coste posible, y que puedan ser reutilizables, como ya sucedió en las misiones espaciales llevadas a cabo por la NASA y sus transbordadores espaciales.

En cuanto al coste cabe destacar el precio de varias misiones o transportes espaciales, como lo son:

- Ariane V de la ESA: 178 millones de dólares estadounidenses.
- Falcon 9 de SpaceX: 61,2 millones de dólares estadounidenses.
- Presupuesto de la NASA (2016): 19.285 millones de dólares estadounidenses.
- Alunizaje del Apollo XI: 19.000 millones de dólares estadounidenses (coste actualizado al valor actual del dólar).

Dichas cifras no hacen más que confirmar la gran inversión que hay que realizar para llevar a cabo una misión espacial, y en ellas se basa la necesidad de intentar reducir estos costes mediante diferentes medios o colaboraciones.

En lo que respecta a la investigación y la tecnología, como antes se ha mencionado existe una misión denominada "Solar Orbiter", la cual tiene como objetivo enviar una sonda y que orbite próxima al Sol. También es digno de mencionar el trabajo realizado por SpaceX, y su colaboración con la NASA en distintas misiones de reabastecimiento de la Estación Espacial Internacional (siendo ISS su acrónimo en inglés), así como sus novedosos métodos de aterrizaje mediante re-ignición de los motores.



Imagen 4: Línea de Karman.

El diseño de los transportes utilizados para las mencionadas misiones, así como su equipamiento requieren de un cuidado excepcional. Desde finales del siglo XX y habiendo experimentado un avance extraordinario, se ha hecho popular el uso de métodos computacionales para la resolución de ecuaciones diferenciales y simular el comportamiento de los distintos componentes. Es el caso de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) para el estudio de comportamiento de fluidos y del Método de los Elementos Finitos (FEM) para la evaluación de piezas mecánicas. De alguna manera, estas herramientas computacionales sirven como medio de diseño preliminar, para una posterior comprobación mediante experimentos en túneles de viento o ensayos mecánicos.

El uso de los programas de resolución numérica requiere de equipos potentes, lo que lleva al desarrollo de ordenadores cada día más competentes. No obstante, el precio de las licencias de dichos programas puede ser elevado, lo que lleva a las empresas a desarrollar algoritmos propios con el fin de ahorrar ese dinero.

1.3 Objetivos y alcance

1.3.1 Objetivos

El principal objetivo de este proyecto es diseñar un juego de aletas para un cohete capaz de alcanzar velocidades supersónicas, asegurando su estabilidad. Además, se buscará aquella geometría que reduzca al máximo la fuerza de arrastre, cumpliendo (obviamente) con el criterio de estabilidad.

Un criterio de estabilidad recomendado es el siguiente: centro de presión por detrás del centro de gravedad del cohete, obteniendo un margen estático mínimo (expresado en calibres) de 2.

Siguiendo el ejemplo de otros equipos que han presentado sus modelos este mismo año 2019, se ha decidido sobredimensionar las aletas. Los márgenes estáticos válidos serán aquellos situados entre valores de 4 y 6 calibres. La elección de este criterio es perjudicial para el rendimiento del cohete en cuanto a la altura del apogeo, pero está del lado de la seguridad, al implicar mayor estabilidad.

Definir una geometría base sobre la que se realicen modificaciones. Esta geometría y las posteriores modificaciones cumplirán con el criterio de estabilidad impuesto; para ello, sobre éstas se realizarán análisis mediante CFD para la obtención de fuerzas aerodinámicas, y se comprobarán con los resultados obtenidos mediante métodos manuales.

Seleccionar aquella geometría que ofrezca un mejor comportamiento, entendiendo por esto a aquella que proporcione mayor estabilidad, y una fuerza de arrastre menor.

Para la geometría seleccionada, se estudiará la transmisión de esfuerzos que produce la interacción del fluido con el sólido, y se valorará desde el punto de vista de la resistencia de materiales su posible implementación.

El criterio de resistencia que debe cumplirse es una tensión media (nominal) por debajo de la tensión de fluencia del material seleccionado, aplicando un coeficiente de seguridad de 1,15. Para el aluminio, esta tensión de fluencia tiene un valor de 280 MPa.

1.3.2 Alcance

En cuanto al alcance de este proyecto, se diseñarán las geometrías mediante una herramienta CAD, tomando como base de partida diseños utilizados por agencias espaciales como la NASA ("National Aeronautics and Space Administration") de los Estados Unidos.

Con ayuda de la herramienta CAD se tomarán las medidas que son necesarias para el cálculo de la posición del centro de presión mediante las ecuaciones de Barrowman (método manual). Dichas ecuaciones han sido programadas en una hoja Excel para facilitar la obtención de los resultados.

La geometría que cumplan con el criterio de estabilidad será exportada a un programa con módulo de CFD para la obtención de las fuerzas aerodinámicas. Dichos resultados se guardarán en otra hoja Excel de donde se obtendrán las gráficas pertinentes.

Una vez obtenidos los esfuerzos aerodinámicos se procederá a evaluar la resistencia estructural en otro módulo mediante FEM.

Finalmente, se obtendrán los planos constructivos de la geometría seleccionada.

1.4 Beneficios que aporta el trabajo

Aunque el objetivo de este trabajo no sea el diseño de un producto que genere beneficios económicos o sociales directamente, existe una serie de beneficios indirectos que aporta.

El primero de ellos es la aportación de un diseño óptimo a uno de los proyectos en activo de BiSkyTeam, ayudando de esta manera a lograr sus objetivos a medio-largo plazo. Relacionado con proyectos próximos, como puede ser el cohete del curso 2019-2020, la metodología seguida en este trabajo (con las exigencias que se impongan en el nuevo proyecto) sirve como guía a seguir.

Relacionado con el beneficio anterior, según pasen los años la plantilla del equipo se irá renovando, y los nuevos miembros encontrarán en este trabajo una línea de diseño a seguir, así como explicaciones de conceptos básicos relacionados con la mecánica de fluidos, aerodinámica y funcionamiento de programas de resolución numérica.

Así mismo, en la bibliografía de este trabajo se encuentran una serie de obras y artículos de gran interés, donde se encuentran explicaciones detalladas de los términos explicados, desarrollos matemáticos, modelos físicos...etc que sirven de ayuda para entender mejor el temario.

En cuanto a la relación del grupo BiSkyTeam con sus patrocinadores, este trabajo sirve como muestra de que se realizan avances, y en caso de que su implementación resulte satisfactoria puede llamar la atención de otros patrocinadores potenciales.

1.5 Análisis del estado del arte

En este apartado se pretende presentar los conceptos teóricos más relevantes a la hora de estudiar un flujo supersónico y las fuerzas aerodinámicas sobre un cuerpo, así como el funcionamiento de los programas de computación. Toda la información está extraída de obras reflejadas en la bibliografía.

1.5.1 Flujo compresible^[1]

1.5.1.1 Propiedades de estancamiento

Analizando volúmenes de control es muy habitual y conveniente combinar la energía interna y la energía de flujo en un solo término denominado entalpía, y que se representa como:

$$h = u + P/\rho \quad (1)$$

Sus unidades, por unidad de masa, son J/kg .

Normalmente la entalpía representa la energía total de un flujo puesto que las energías potencial y cinética son despreciables; no es el caso de los flujos a altas velocidades, como los

que fluyen a través de un motor de propulsión o una tobera. En estos casos, se combinan la entalpía y la energía cinética en un solo término denominado entalpía de estancamiento o entalpía total, definida por unidad de masa como:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (2)$$

Sus unidades son kJ/kg y representa la energía total de un flujo de fluido por unidad de masa.

Considerando un flujo estacionario, sin cambios de elevación que afecten a la energía potencial, adiabático y sobre el cual no se realiza ningún tipo de trabajo, el balance de energía entre la entrada y la salida queda como:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (3)$$

Pudiéndose expresar en términos de entalpía de estancamiento como:

$$h_{01} = h_{02} \quad (4)$$

De esta manera, en ausencia de cualquier fuente de calor o trabajo, la entalpía de estancamiento permanece constante durante un proceso de flujo estacionario.

Si el flujo se llevase al reposo, su energía cinética sería transformada en su totalidad en entalpía. Por lo tanto, la entalpía de estancamiento es la entalpía de un fluido cuando se lleva al reposo adiabáticamente:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 = h_{02} \quad (5)$$

Este aumento de la entalpía se traduce en aumento de la temperatura y de la presión. Las propiedades de un fluido en estado de estancamiento se llaman propiedades de estancamiento.

Cuando el proceso de estancamiento es reversible y adiabático, es decir, isentrópico, la entalpía de estancamiento permanece constante. No obstante, los procesos reales son irreversibles, y la entropía aumenta debido a la fricción del fluido, lo que se traduce en una disminución de la presión de estancamiento.

Aproximando el fluido como un gas ideal con calores específicos constantes, la entalpía es $h = c_p T$, pudiendo expresar la entalpía de estancamiento como:

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{V^2}{2} \quad (6)$$

Y despejando:

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \quad (7)$$

Esta temperatura T_0 se denomina temperatura de estancamiento o total, y representa la temperatura que alcanza un gas ideal cuando se lleva al reposo adiabáticamente. El término $\frac{V^2}{2c_p}$ corresponde al incremento de temperatura del fluido y se denomina temperatura dinámica. Como puede observarse, el incremento de temperatura aumenta de manera cuadrática con la velocidad (suponiendo calores específicos constantes); por ello, las sondas en reposo colocadas en flujos a altas velocidades pueden medir temperaturas mucho mayores a la temperatura estática del fluido.

Cuando se lleva un fluido isentrópicamente al reposo se alcanza la presión de estancamiento, que para un gas ideal con calores específicos constantes, puede relacionarse con la presión del fluido de la siguiente manera:

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{k/(k-1)} \quad (8)$$

Teniendo en cuenta que $\rho = 1/v$ y la relación isentrópica $Pv^k = P_0 v_0^k$ se puede expresar el cociente entre densidad de estancamiento y densidad estática del fluido como:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/(k-1)} \quad (9)$$

1.5.1.2 Velocidad del sonido y número de Mach

Un parámetro de gran importancia en el estudio de flujo compresible es la velocidad del sonido, que es la velocidad a la cual una onda de presión infinitesimalmente pequeña viaja a través de un medio. Esta onda puede ser generada por un pequeño disturbio, que provoca un aumento de la presión local.

La expresión de la velocidad de sonido es obtenida partiendo de un conducto lleno de fluido en reposo. Un émbolo colocado en el conducto se mueve hacia la derecha con una velocidad infinitesimal constante dV y crea una onda sónica.

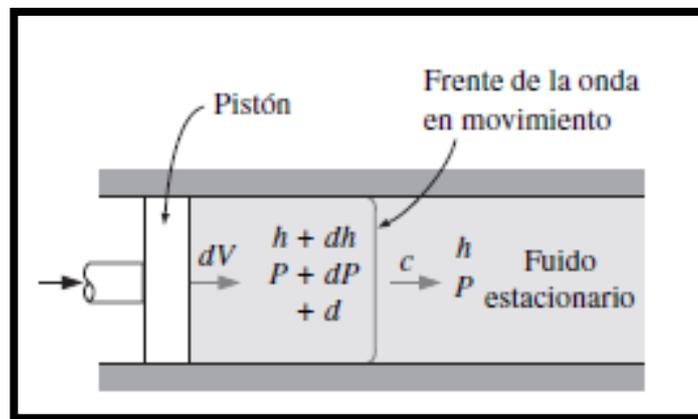


Imagen 5: Velocidad del sonido, frente de onda [1]

El frente de esta onda se mueve hacia la derecha a través del fluido a la velocidad del sonido c y separa el fluido adyacente al pistón que ya está en movimiento del fluido que todavía está en reposo. El fluido situado a la izquierda del frente de onda experimenta un cambio infinitesimal de sus propiedades termodinámicas, mientras que el fluido a la derecha del frente de onda mantiene sus propiedades originales.

Se considera ahora un volumen de control que encierra el frente de onda y que se mueve con él (sistema de referencia no inercial). Para un observador que viaja con el frente de onda, el fluido a la derecha le parece que viene hacia él a una velocidad c , mientras que el fluido de la izquierda se aleja a una velocidad $c - dV$. Al viajar con el frente de onda, al observador le parecerá que el flujo es estacionario, estando él en reposo. El balance masa queda por lo tanto como:

$$\dot{m}_{der} = \dot{m}_{izq} \quad (10)$$

Teniendo en cuenta que el fluido a la derecha mantiene sus propiedades termodinámicas, y que las del fluido de la izquierda cambian:

$$\rho A c = (\rho + d\rho) A (c - dV) \quad (11)$$

Llegado este punto, se cancelan las áreas y se pueden despreciar los términos diferenciales de segundo orden:

$$c d\rho - \rho dV = 0 \quad (12)$$

El balance de energía para un proceso estacionario, al que no se le aplica energía en forma de calor o trabajo, y cuya energía potencial es despreciable, queda como:

$$h + \frac{c^2}{2} = h + dh + \frac{(c - dV)^2}{2} \quad (13)$$

Dando como resultado (despreciando términos diferenciales de segundo orden):

$$dh - c dV = 0 \quad (14)$$

La amplitud de la onda es muy pequeña y no se generan cambios de presión y temperatura apreciables. Por eso, la propagación de una onda sónica además de adiabática, se puede considerar isentrópica.

Teniendo en cuenta esto último y la relación termodinámica

$$T ds = dh - dP/\rho \quad (15)$$

Se obtiene la siguiente expresión:

$$dh = \frac{dP}{\rho} \quad (16)$$

Combinando las ecuaciones (12) (14) (16) se obtiene la expresión de la velocidad del sonido a entropía constante:

$$c^2 = \frac{dP}{d\rho} \quad (17)$$

Haciendo uso de relaciones entre propiedades termodinámicas y aplicando la hipótesis de gas ideal se llega a:

$$c^2 = k \left[\frac{\delta(\rho RT)}{\delta\rho} \right]_T = kRT \quad (18)$$

Donde k es la razón de calores específicos del fluido $k = c_p/c_v$.

La constante R del gas tiene un valor fijo para un gas ideal en particular ($R = c_p - c_v$) y los calores específicos de un gas dependen, a lo sumo, de la temperatura; por lo tanto, la velocidad del sonido en un gas ideal dado es una función de la temperatura.

El siguiente parámetro de gran importancia es el número de Mach, denotado por Ma (llamado así en honor al físico austriaco Ernts Mach). Es el cociente entre la velocidad real del fluido (o de un objeto que se mueve a gran velocidad por él, como puede ser un avión o un cohete), y la velocidad del sonido en el mismo fluido, en el mismo estado:

$$M = \frac{V}{c} \quad (19)$$

Por lo tanto, un objeto que viaja a una velocidad constante por el aire, puede hacerlo a un número de Mach variable, ya que este último depende de la velocidad del sonido, que a su vez depende de la temperatura. Por ejemplo, un caza volando a 320 m/s en aire a una temperatura de 300 K le corresponderá un número de Mach igual a 0,92; mientras que al mismo caza volando a la misma velocidad pero en aire a 200 K de temperatura le corresponde un número de Mach de 1,13.

Para finalizar este apartado, se indican los distintos regímenes que se pueden encontrar dependiendo del valor del número de Mach: sónico si $M = 1$; subsónico si $M < 1$; supersónico si $M > 1$; hipersónico si $M \gg 1$ y por último, transónico si $M \cong 1$.

1.5.1.3 Ondas de choque

1.5.1.3.1 Introducción

Las ondas de propagación de sonido se deben a cambios de presión infinitesimalmente pequeños, y éstas viajan a través del medio a la velocidad de sonido. No obstante, para algunos valores de presión ocurren cambios abruptos en las propiedades del fluido. En el caso de las toberas convergentes-divergentes, ocurren en una sección muy delgada de éstas y crean una

onda de choque. Estos choques también ocurren en aeronaves supersónicas, creando ondas oblicuas que también se explican en un apartado posterior.



Imagen 6: Condensación del vapor de agua en un caza.

1.5.1.3.2 *Ondas de choque normales*

En primer lugar, se consideran las ondas de choque normales, las cuales ocurren en un plano normal a la dirección del flujo. El proceso es muy irreversible y no puede aproximarse como un proceso isentrópico.

A continuación se harán uso de las ecuaciones de la conservación de la masa, energía y cantidad de movimiento con el fin de obtener la relación entre las propiedades antes y después de la onda choque. Se considera que no hay variación de la energía potencial, y que no hay intercambio de calor alguno ni aportación de trabajo. De esta manera se tiene:

Conservación de la masa:

$$\rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 \quad (20)$$

Conservación de la energía

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (21)$$

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$A \cdot (P_1 - P_2) = m \cdot (V_2 - V_1) \quad (22)$$

Ecuación obtenida de la Segunda Ley de Newton, la cual dice que el sumatorio de fuerzas actuante sobre un cuerpo es igual a variación de cantidad de movimiento de dicho cuerpo. En este caso, el cuerpo es el fluido, y las fuerzas actuantes sobre él son las distintas presiones multiplicadas por el área donde están aplicadas.

Como se trata de un proceso irreversible, habrá un cambio en la entropía del fluido.

$$S_2 - S_1 \geq 0 \quad (23)$$

La combinación de las ecuaciones de conservación de la energía (21) y masa (20) dan lugar en un diagrama h-s (entalpía-entropía por unidad de masa) a una curva denominada línea de Fanno. En dicha curva se encuentran todos los puntos de entalpía de estancamiento de mismo valor y mismo flujo de masa por unidad de área.

Del mismo modo, combinando las ecuaciones de conservación de la masa (20) y la cantidad de movimiento (22) y llevando la relación al diagrama h-s obtenemos una nueva curva llamada línea de Rayleigh. Ambas curvas intersecan en dos puntos, los únicos en los que se satisfacen las tres ecuaciones de conservación. Los puntos situados por encima de los puntos a y b son estados subsónicos, mientras que los estados por debajo de ellas son supersónicos. Los puntos de máxima entropía corresponden a un número de Mach igual a 1.

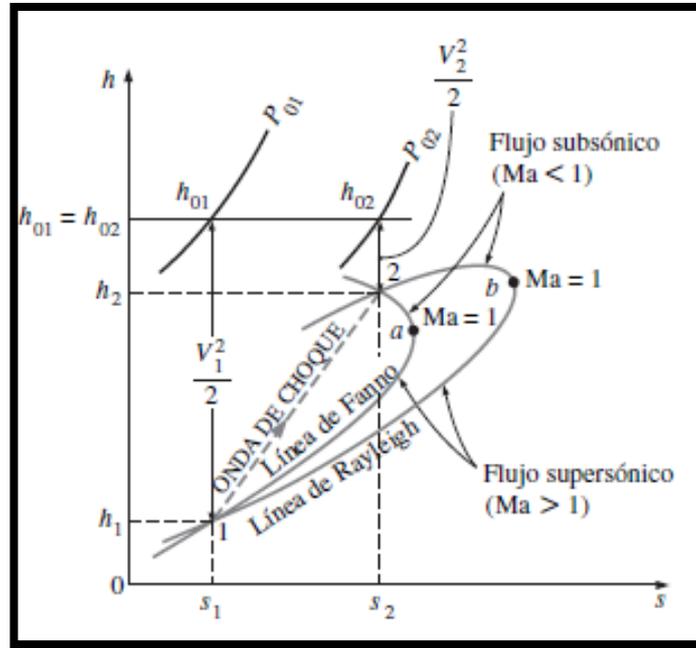


Gráfico 1: Líneas de Fanno y Rayleigh [1]

El estado 1, corresponde a aquel antes de la onda de choque y el estado 2 al posterior. Se observa que antes de la onda de choque el flujo es supersónico, mientras que después de ésta el flujo es subsónico. Por lo tanto, un flujo cambia de régimen supersónico a subsónico a través de una onda de choque, y cuanto mayor sea el número de Mach corriente arriba mayor será el choque. En el caso límite en el que el número de Mach es igual a 1, la onda de choque se convierte en una onda de propagación de sonido.

El principio de conservación de la energía exige que la entalpía de estancamiento permanezca constante durante la onda de choque, y así ocurre en los puntos 1 y 2 del diagrama (antes y después del choque); para un gas ideal, la entalpía es una función de la temperatura, por lo que la temperatura de estancamiento antes y después del choque permanecerá constante. No obstante, debido a las irreversibilidades, la presión de estancamiento disminuye a lo largo del choque.

A continuación, se podre a mostrar el resultado de realizar distintas relaciones entre varias propiedades antes y después del choque para un gas ideal con calores específicos constantes.

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^2 = \frac{1 + M_1^2 \cdot (k - 1)/2}{1 + M_2^2 \cdot (k - 1)/2} \quad (24)$$

Esta relación se ha obtenido combinando las ecuaciones de conservación de la energía y la conservación de la masa, y según se ha comentado anteriormente dicha combinación da lugar a la línea de Fanno para gases ideales con calores específicos constantes.

A continuación, se procede a combinar las ecuaciones de conservación de la masa y cantidad de movimiento, combinación con la cual se obtendrá la línea de Rayleigh:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \quad (25)$$

Finalmente, igualando las relaciones entre presiones obtenidas para cada caso se obtiene una expresión que representa la intersección entre la línea de Fanno y la línea de Rayleigh, que son los puntos en los que se cumplen las ecuaciones de conservación de la energía, conservación de la masa y cantidad de movimiento.

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + 2/(k - 1)}{\frac{2M_1^2 k}{k - 1} - 1} \quad (26)$$

Con esta expresión se puede obtener el número de Mach corriente abajo, después del choque, a partir del número de mach corriente arriba.

Como se ha mencionado anteriormente, las ondas de choque se pueden dar en aviones supersónicos, o en explosiones, donde las ondas de choque que se propagan pueden ser muy destructivas. Este aspecto destructor de las ondas de choque fue un gran condicionante durante la época en la que se plantearon los vuelos comerciales supersónicos, siendo sólo posibles aquellos transatlánticos, llevados a cabo por el famoso Concorde.



Imagen 7: Concorde.

En el caso del aire, considerando calores específicos constantes, siendo su relación $k = 1,4$; se puede observar que el número de Mach después del choque es siempre menor que 1, es decir,

subsónico, y que cuanto mayor es el número de Mach corriente arriba, menor lo es aquel corriente abajo (después del choque).

Tabla 1: valores del número de Mach antes y después de una onda de choque.

Número de Mach antes del choque	Número de Mach después del choque
1,0	1,00
1,1	0,91
1,2	0,84
1,3	0,79
1,4	0,74
1,5	0,70
1,6	0,67
1,7	0,64
1,8	0,62
1,9	0,60
2,0	0,58

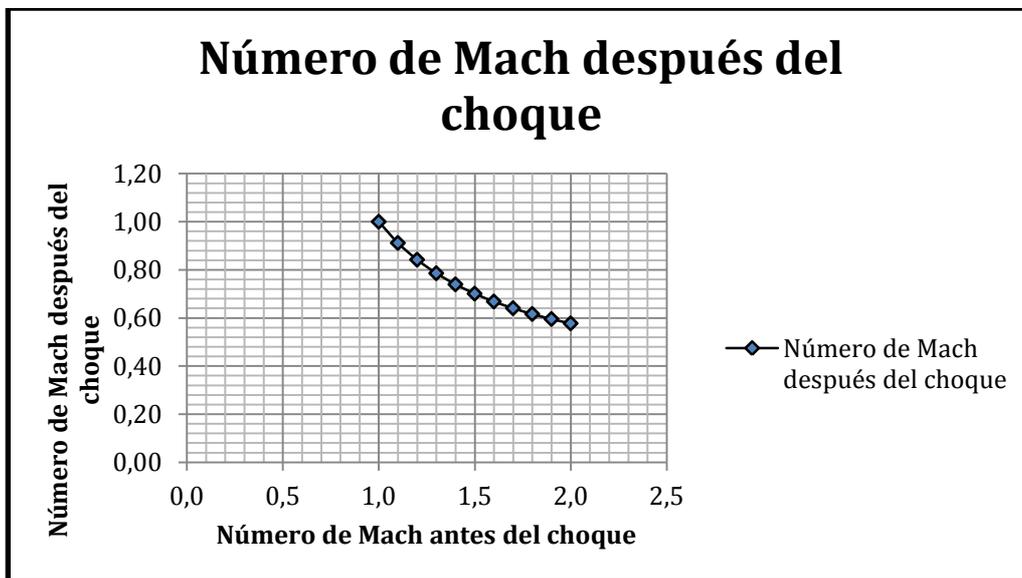


Gráfico 2: Número de Mach después del choque.

En cuanto a las propiedades del fluido, tanto la presión estática como la temperatura y la densidad aumentan, mientras que la presión de estancamiento se ve reducida debido a las irreversibilidades. Teniendo en cuenta el cambio de entropía para un gas ideal:

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (27)$$

Y atendiendo a la segunda ley de la termodinámica, puesto que el flujo a través de una onda de choque es un proceso adiabático e irreversible, éste deberá aumentar su entropía. Es por ello que para flujos adiabáticos no puede existir una onda de choque para un valor del número de Mach menor que la unidad.

Se ha mencionado anteriormente que a través de una onda de choque la velocidad y presión de estancamiento disminuyen, mientras que la presión, temperatura y densidad aumentan. Este hecho es de gran importancia en la ingeniería dedicada al diseño de aeronaves, ya que los cambios de presión se traducen en fuerzas sobre los cuerpos y el aumento de la temperatura en problemas de transferencia de calor. Por ello, no es extraño ver vehículos de reentrada atmosférica que parecen estar ardiendo (como se diría coloquialmente) y como puede verse en una imagen posterior; o catástrofes como la del transbordador espacial Columbia, que se desintegró en su reentrada en febrero de 2003, debido a un orificio en su escudo térmico.



Imagen 8: escudo térmico cerámico de un transbordador espacial.



Imagen 9: imagen tomada por los astronautas de la ISS durante una reentrada.

1.5.1.3.3 Ondas de choque oblicuas

No todas las ondas de choque son normales, en dirección perpendicular al flujo. Cuando un cuerpo viaja a altas velocidades por la atmósfera se generan patrones complicados de ondas de choque inclinadas, denominadas ondas de choque oblicuas, siendo algunas de las partes de estas ondas rectas y otras curvas.

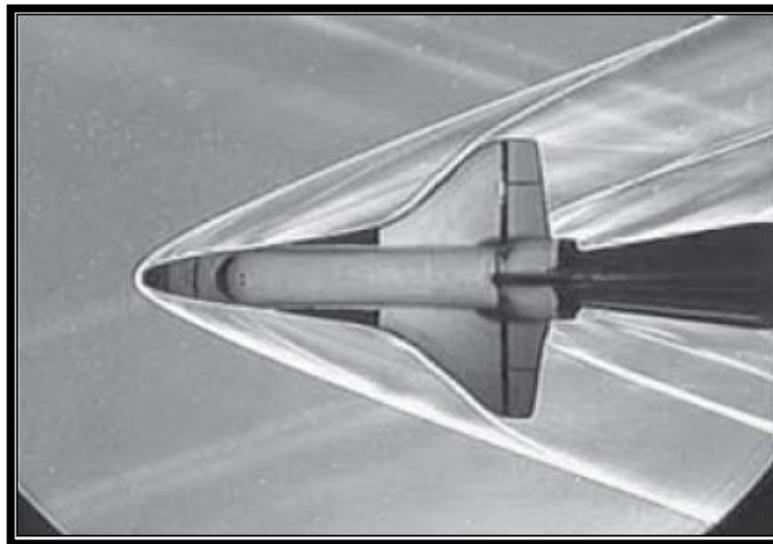


Imagen 10: Ondas de choque y expansión sobre una maqueta de un transbordador espacial [1].

Se consideran en primer lugar las ondas de choque oblicuas y rectas, como las que se producen cuando un flujo supersónico incide en una cuña bidimensional de semiángulo δ . El fluido no puede atravesar la cuña y cambia de dirección repentinamente girando un ángulo de viraje,

giro o deflexión θ . El resultado es una onda de choque oblicua que forma un ángulo β , medido con respecto a la dirección en la que el fluido incide en la cuña.

Despreciando los efectos de la capa límite (ésta es muy delgada) se considera que el ángulo de deflexión coincide con el semiángulo δ de la cuña.

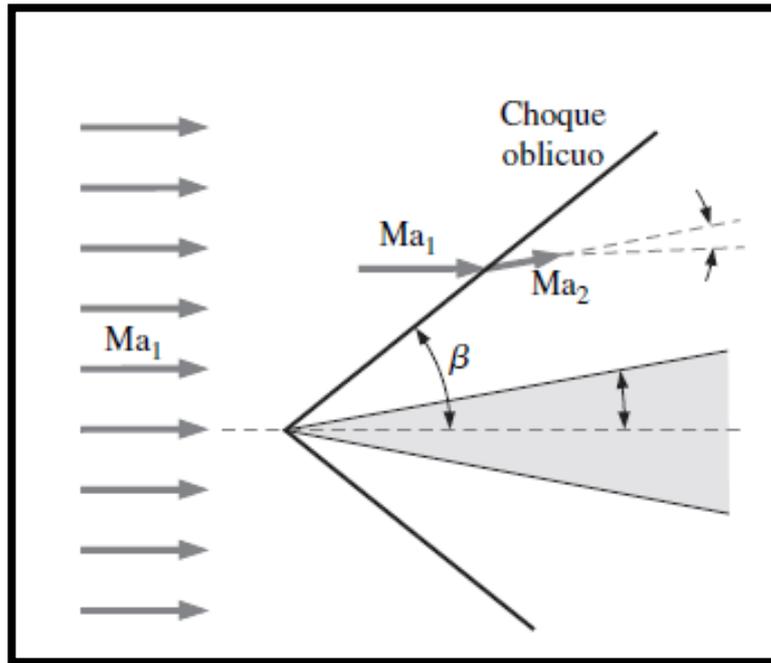


Gráfico 3: Esquema de una onda de choque oblicua [1].

Tal y como ocurre con las ondas de choque normales, los choques oblicuos son sólo posibles cuando el número de Mach corriente arriba es mayor que 1, disminuyendo a través del choque. No obstante, en el caso de choques oblicuos el número de Mach corriente abajo puede ser menor que 1; 1; o mayor que 1; es decir, aunque es cierto que el número de Mach disminuye, existe la posibilidad de que no llegue a disminuir hasta valores de flujo subsónico. Este fenómeno depende del número de Mach corriente arriba y del ángulo de deflexión.

El siguiente desarrollo tiene como fin explicar este fenómeno. Tomando un volumen de control alrededor de la onda y separando en componentes normales y tangenciales a la onda las velocidades corriente arriba y abajo, se llega a la conclusión de que las componentes tangenciales son iguales y la conservación de la masa se reduce a:

$$\rho_1 V_{1,n} = \rho_2 V_{2,n} \quad (28)$$

Donde se han denotado con el subíndice "n" a las componentes normales de la velocidad.

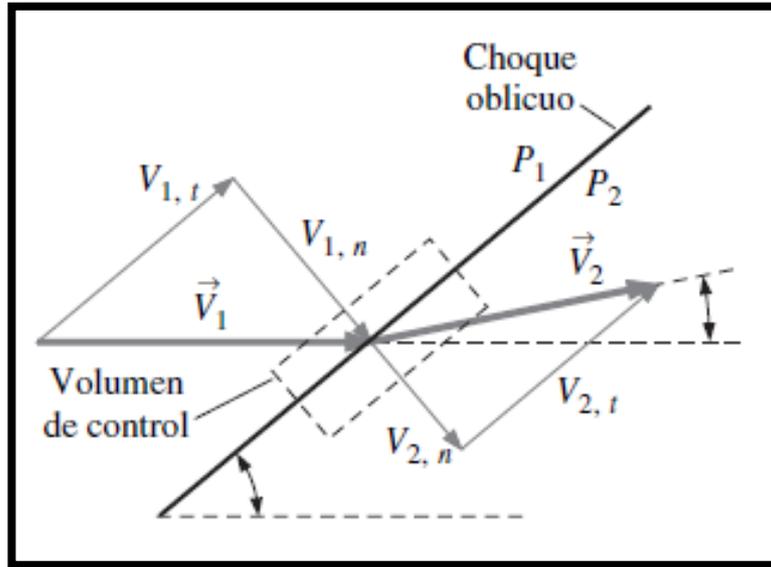


Gráfico 4: Componentes de velocidad antes y después del choque [1].

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento a las componentes normales y teniendo en cuenta que las únicas fuerzas que actúan son debidas a la presión:

$$P_1 - P_2 = \rho_2 V_{2,n}^2 - \rho_1 V_{1,n}^2 \quad (29)$$

Mismo razonamiento que se aplica a la conservación de la energía, donde solamente se tienen en cuenta las componentes normales de velocidad en el término de la energía cinética, ya que las componentes tangenciales aportan la misma cantidad de energía.

$$h_1 + \frac{1}{2} V_{1,n}^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_{2,n}^2 \quad (30)$$

Comparando con los choques normales, se llega a la conclusión de que para un choque oblicuo las expresiones de conservación de la masa, energía y cantidad de movimiento son idénticas a las obtenidas para una onda de choque normal, pero escritas en términos de las componentes normales. De hecho, se puede afirmar que un choque normal es un caso particular de un choque oblicuo para un ángulo de choque $\beta = 90^\circ$. También se observa que es la componente normal del número de Mach la que se ve reducida a valores subsónicos:

$$M_{1,n} = M_1 \sin\beta \quad Y \quad M_{2,n} = M_2 \sin(\beta - \theta) \quad (31)$$

Con estas dos últimas expresiones se podría obtener la componente normal del número de Mach corriente arriba a partir del número de Mach antes del choque; con la componente normal y aplicando las expresiones obtenidas para las ondas de choque normales, se obtendría el valor de la componente normal de número de Mach después del choque, y aplicando la segunda de las ecuaciones, se acabaría por obtener el número de Mach corriente abajo. No obstante, lo normal es no conocer ambos ángulos.

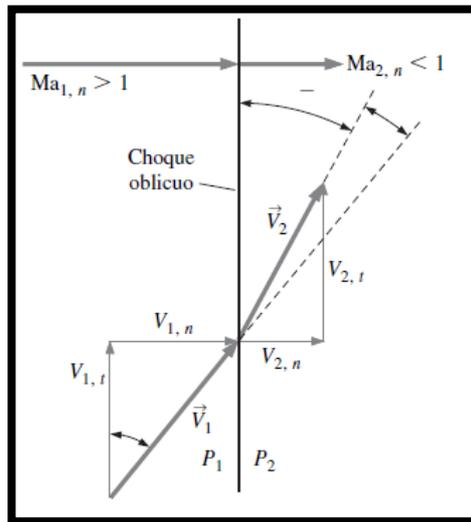


Gráfico 5: Choque oblicuo situado en posición vertical. [1]

Después de realizar sucesivos pasos algebraicos y haciendo uso de las relaciones obtenidas para los choques normales obtenemos la relación entre θ - β - M :

$$\tan \theta = \frac{2 \cot \beta (M_1^2 \sin^2 \beta - 1)}{M_1^2 (k + \cos 2\beta) + 2} \quad (32)$$

Esta expresión proporciona el ángulo de deflexión como función del ángulo de choque y el número de Mach, además de la relación de calores específicos k , si bien es cierto que lo interesante es obtener el ángulo de onda a partir de un ángulo de deflexión conocido, como es en el caso de perfiles aerodinámicos.

Representando gráficamente las soluciones para determinados números de Mach y barriendo el ángulo de onda desde 0 hasta 90 grados se obtienen una serie de curvas.

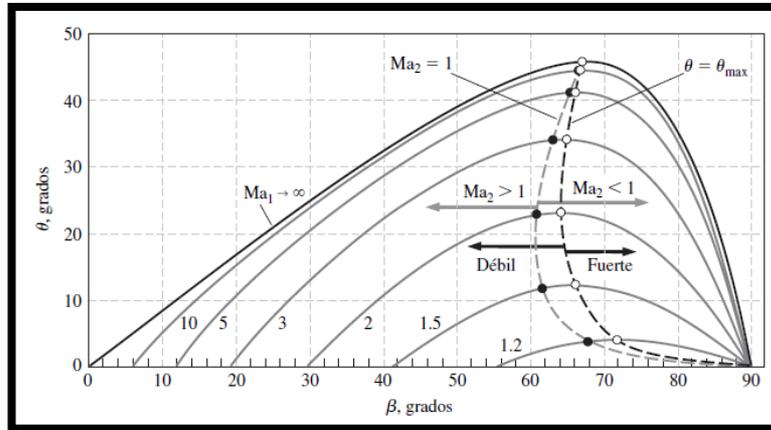


Gráfico 6: Ángulo de deflexión en función del ángulo de choque y número de Mach. [1]

A modo de conclusión de este apartado, se puede destacar que los choques oblicuos rectos sólo pueden existir para valores de θ y β por debajo de la curva correspondiente a un número de Mach concreto. Por ejemplo, para Mach igual a 2 el ángulo de deflexión no puede ser superior a 23 grados y el ángulo de choque variará entre 30 y 90 grados. En caso de que no se cumpla esta condición, por ejemplo, teniendo un ángulo de deflexión de 45 grados, se crearán las llamadas ondas de proa, u ondas separadas cuyo ángulo de choque es 90° y que se van curvando en la dirección del flujo corriente abajo, como se puede ver en la siguiente imagen.

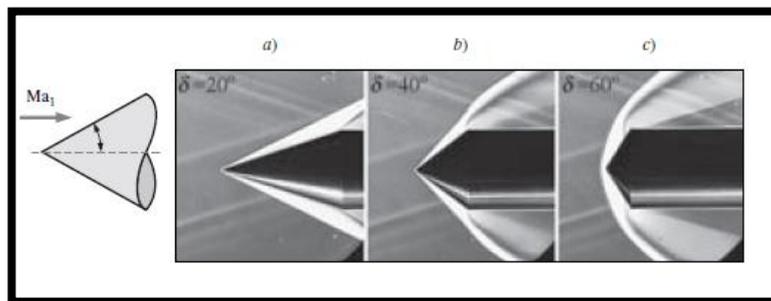


Imagen 11: Separación de ondas de choque. [1]

Como consecuencia de esto último, cuando un flujo supersónico incide sobre un cuerpo sin punta afilada, el semiángulo δ de la punta es 90° y no puede existir un choque oblicuo no separado de la superficie del cuerpo, generando una onda de proa.

Observando el gráfico, existen dos posibles valores de β para un valor de θ . En el gráfico se observa una línea punteada que une los valores de máximos de θ para cada número de Mach y para los cuales no se separa la onda de choque. Los valores a la izquierda de esta línea se corresponden con choques débiles y los valores a la derecha con choques fuertes. En principio, es más fácil que se dé un choque débil, a no ser que las condiciones de presión corriente abajo sean tan drásticas que permitan la creación de un choque fuerte.

Existe también un valor de θ para el cual el valor del número de Mach corriente abajo es 1. Los distintos valores correspondientes a distintos números de Mach corriente arriba están unidos mediante una línea punteada gris.

Por último, existen dos valores de β para los cuales no hay cambio de dirección en el flujo. El valor máximo es 90 grados y se corresponde con un choque normal, y el otro valor β_{min} corresponde a la onda de choque oblicua más débil posible y que recibe el nombre de Onda de Mach. Dichas ondas tienen un ángulo de choque que se denota por μ , y son provocadas por irregularidades muy pequeñas en la superficie del cuerpo. El valor de este ángulo se obtiene utilizando la ecuación (32) antes expuesta, e igualando θ a cero. Se resuelve para $\beta=\mu$ y se escoge la raíz más pequeña.

$$\mu = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{M_1}\right) \quad (33)$$

Como puede observarse este ángulo es independiente de la relación de calores específicos k , por lo tanto puede estimarse el número de Mach de cualquier flujo supersónico con simplemente medir en ángulo de las ondas de Mach.

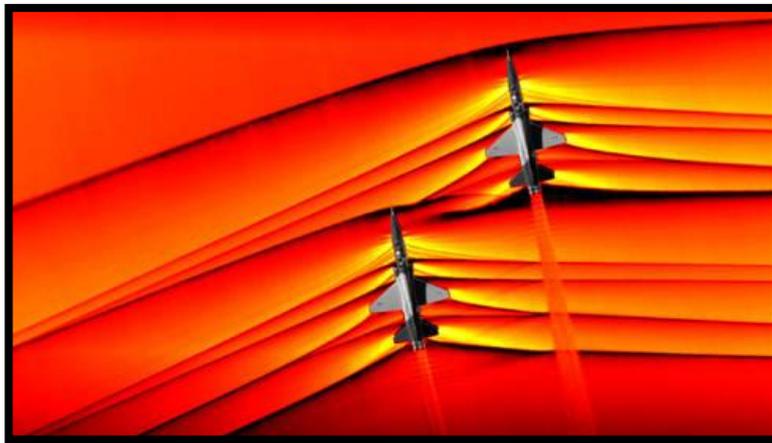


Imagen 12: Fotografía de ondas de choque tomada por la NASA.

1.5.1.3.4 Ondas de expansión de Prandtl-Meyer

Por último se analiza la situación en la que el fluido gira en la dirección contraria a como lo hacía en el caso de las ondas de choque. Esta situación se da cuando el ángulo de ataque de una cuña bidimensional es mayor que su propio semiángulo δ o en la unión de un cono con un cilindro, por ejemplo. A este tipo de flujo se le denomina flujo de expansión mientras que al flujo a través de una onda de choque se le denomina flujo de compresión.

La principal diferencia con el flujo de compresión es que es flujo de expansión no cambia repentinamente al atravesar un choque, sino que lo hace al atravesar un abanico de infinitas ondas de Mach llamadas ondas de Prandtl-Meyer. Cada onda hace cambiar de dirección al flujo una cantidad infinitesimal.

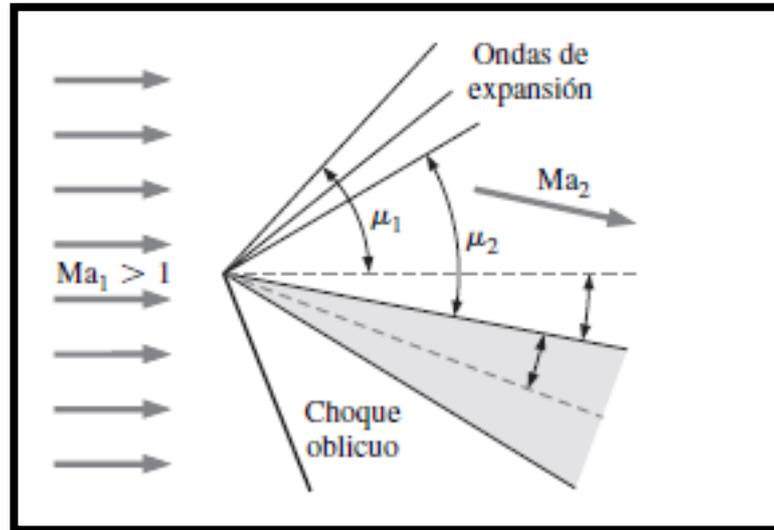


Gráfico 7: Onda de choque y abanico de ondas de expansión. [1]

El ángulo de inclinación de las ondas de expansión es el ángulo de Mach local μ . El ángulo de la primera onda se determina mediante la expresión del ángulo de Mach presentada en el apartado anterior para el valor de M corriente arriba; y, el ángulo de la última onda se calcula haciendo lo propio para el valor de M corriente abajo, teniendo en cuenta la nueva dirección del fluido.

Sin embargo, obtener el valor del número de Mach corriente abajo no es simple, y requiere de una integración a través del abanico de ondas. El resultado de esta integración es:

$$\theta = v(M_2) - v(M_1) \quad (34)$$

Donde $v(M)$ es un ángulo llamado función de Prandtl-Meyer:

$$v(M) = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (M^2 - 1) \right) - \tan^{-1} (\sqrt{M^2 - 1}) \quad (35)$$

Conociendo el número de Mach corriente arriba, θ y k , obtenemos $v(M_1)$; con la expresión anterior obtenemos $v(M_2)$ y de ahí el valor del número de Mach corriente abajo (la ecuación es implícita).

Como se ha mencionado anteriormente, los abanicos de expansión también ocurren en flujos supersónicos axialmente simétricos, como ocurre en la combinación de un cono con un cilindro, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

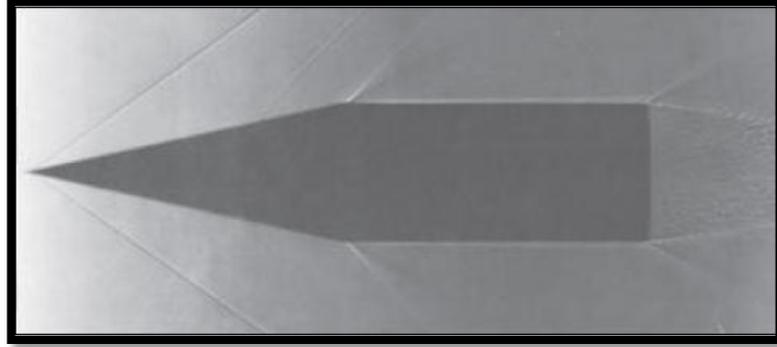


Imagen 13: Ondas de expansión en la zona de unión del cono con el cilindro. [1]

1.5.2 Fuerzas y momentos aerodinámicos ^[2]

1.5.2.1 Definición de las fuerzas y los momentos aerodinámicos

Existen dos fuentes básicas de fuerzas aerodinámicas sobre los cuerpos que viajan a través de un fluido:

- Distribución de presión sobre los cuerpos.
- Distribución de la tensión cortante sobre los cuerpos.

Tanto la presión como la tensión tienen unidades de fuerza entre unidad de área. La presión actúa de forma normal (perpendicular) a la superficie, y la tensión cortante de forma tangencial. La tensión tangencial es debida a la fricción del cuerpo con el fluido. La integración de la presión y de la tensión cortante a lo largo de toda la superficie da como resultado una fuerza (denotada como R) y un momento (denotado como M).

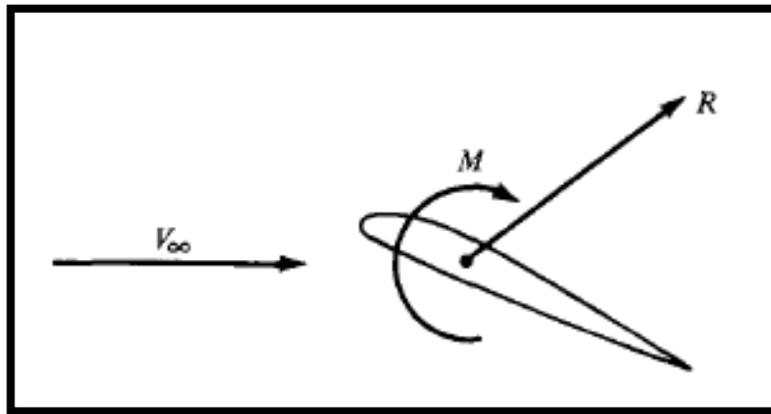


Gráfico 8: Esquema de fuerzas y momentos aerodinámicos. [2]

La resultante de esta fuerza aerodinámica puede descomponerse de distintas maneras. La descomposición más habitual, utilizada sobre todo en aplicaciones de aviación, consiste en definir una componente paralela y otra perpendicular al flujo libre de fluido. La componente paralela recibe el nombre de fuerza de arrastre (“drag force” en inglés) y la componente perpendicular recibe el nombre de fuerza de sustentación (“lift force” en inglés).

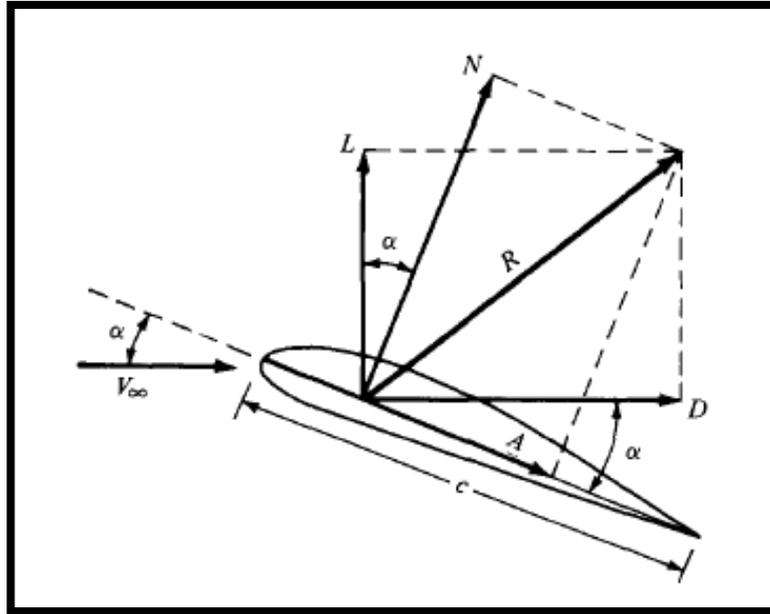


Gráfico 9: Descomposición de fuerzas aerodinámicas. [2]

La otra descomposición mencionada consiste en definir componentes en las direcciones paralela y perpendicular al cuerpo que viaja por el fluido. La componente paralela se denomina fuerza axial (axial force en inglés) y la componente perpendicular se denomina fuerza normal, o correctora (normal force en inglés).

Conociendo el ángulo de ataque α se pueden obtener unas componentes conociendo las otras dos, ya que están relacionadas.

$$D = N \sin(\alpha) + A \cos(\alpha) \quad (36)$$

$$L = N \cos(\alpha) - A \sin(\alpha) \quad (37)$$

En la imagen anterior se puede observar una distancia c , que es la distancia lineal entre el eje delantero y trasero ("leading and trailing edges" en inglés). El ángulo de ataque se define como el ángulo que forman esta línea y la corriente libre de flujo. También, las condiciones de perpendicularidad y paralelismo de las distintas componentes mencionadas son en base esta cuerda c ("chord" en inglés).

1.5.2.2 Coefficientes de fuerzas y momentos

Existen unas magnitudes con las que se suele trabajar, en vez de las fuerzas aerodinámicas; se trata de los coeficientes de fuerza y momentos que son adimensionales. Para obtener estos coeficientes se precisa conocer la presión dinámica de la corriente libre $\frac{1}{2}\rho V^2$; la fuerza actuante sobre el cuerpo F y considerar un área de referencia S . De esta manera, se define el coeficiente de una fuerza como:

$$C_f = \frac{F}{S * \frac{1}{2} \rho V^2} \quad (38)$$

Del mismo modo, se definen unos coeficientes de momentos. Para obtener estos, además de los términos utilizados en los coeficientes de fuerzas (momento M en este caso) es preciso añadir una longitud de referencia l . Así, se define el coeficiente de un momento como:

$$C_m = \frac{M}{S * \frac{1}{2} \rho V^2 * l} \quad (39)$$

Por último, se definen otros dos coeficientes de gran uso: el coeficiente de presión y el coeficiente de fricción. El coeficiente de presión se define como la diferencia entre la presión en un punto menos la presión estática de la corriente de aire entre la presión dinámica. El coeficiente de fricción se define como la tensión cortante debida a la fricción entre la presión dinámica.

Al igual que se puede relacionar las fuerzas de arrastre y sustentación con las fuerzas normales y axiales también se pueden relacionar sendos coeficientes.

El interés de estos coeficientes no es únicamente obtener una forma más de valorar las fuerzas y momentos actuantes sobre un cuerpo, sino en su validez a la hora de utilizar maquetas a escala. En el caso de trabajo, una aplicación directa es el uso de túneles de viento. Mediante la realización de experimentos se obtienen unas fuerzas y unos momentos sobre un cuerpo a escala. Si las condiciones del experimento son correctas, aunque el valor de la fuerza obtenida sea mucho menor a la que en la realidad va a soportar el cuerpo (normalmente se usan maquetas de menor tamaño a los cuerpos reales) los distintos coeficientes de fuerzas y momentos son los mismos que se obtendrían en la situación real.

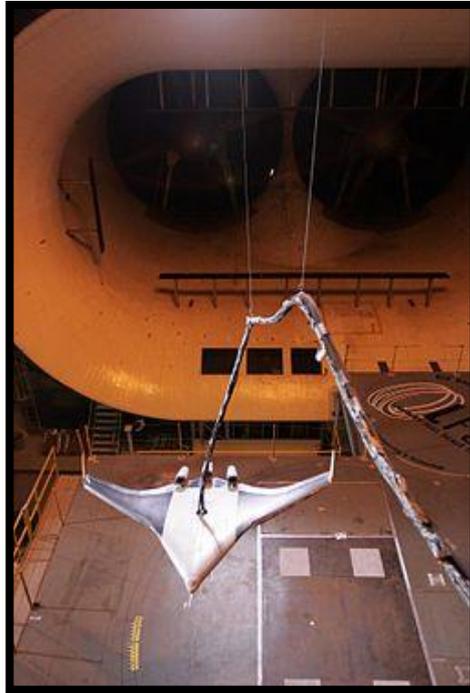


Imagen 14: Prueba en túnel de viento.

La validez de estos coeficientes es demostrada en la teoría del análisis dimensional y similitud recomendada en la bibliografía, de la cual se obtiene que un coeficiente de fuerza obtenido a partir de la fuerza actuante sobre una maqueta es igual al coeficiente de la fuerza actuante sobre el cuerpo real si los números de Reynolds y Mach son iguales.

$$Re = \frac{v \cdot l}{\mu} \text{ Y } M = \frac{v}{c} \quad (40)$$

Donde μ es la viscosidad dinámica del fluido y c la velocidad del sonido.

1.5.3 Capa límite ^[2]

La capa límite es una fina región de fluido adyacente a una superficie donde el flujo es frenado debido a la influencia de la fricción entre el fluido y un sólido. Mediante la técnica óptica denominada *shadowgraph* se pueden obtener imágenes en las que la magnitud de la capa límite es comparada con el tamaño del cuerpo.

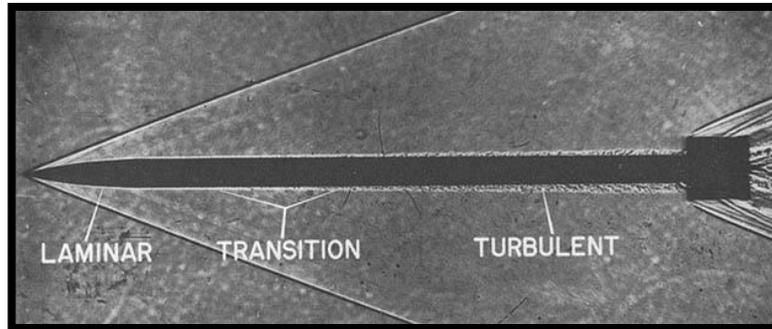


Imagen 15: Capa límite y sus regiones.

Como se puede apreciar, el tamaño de esta capa es pequeño en comparación con el resto del cuerpo. No obstante, los efectos que tiene sobre las fuerzas de arrastre y la transferencia de calor son realmente importantes. Es por ello, que desde el siglo pasado se ha buscado una manera de solucionar el problema de la capa límite obteniendo resultados válidos.

Concretamente, fue en 1904, cuando Ludwig Prandtl en el tercer Congreso de Matemáticos en Heidelberg (Alemania) presentó el concepto de capa límite, revolucionando el análisis del flujo viscoso y permitiendo el cálculo práctico de fuerzas de arrastre y separación del flujo sobre cuerpos aerodinámicos. Anteriormente, ya se conocían las ecuaciones de Navier-Stokes pero su resolución para problemas ingenieriles acababa en intentos frustrados.

Una vez conocido el concepto de capa límite de Prandtl, las ecuaciones de Navier-Stokes pueden adaptarse a una forma más tratable denominada Ecuaciones de Capa Límite. Estas ecuaciones pueden ser resueltas con el fin de obtener las tensiones cortantes en la superficie del cuerpo y la transferencia de calor entre el flujo y el sólido.

En las últimas décadas, y gracias al desarrollo de las herramientas de dinámica de fluidos computacional, las ecuaciones de Navier-Stokes anteriormente expuestas han podido ser resueltas obteniendo buenos resultados para el problema de la capa límite. Las ecuaciones que deben ser resueltas son las de continuidad, cantidad de movimiento (Navier-Stokes), y energía; todas ellas escritas de una manera especial aplicable al flujo en regiones finas adyacentes a una superficie.

1.5.3.1 Propiedades de la capa límite

Considerando el flujo viscoso sobre una superficie plana, los efectos de éste están contenidos en una región adyacente a la superficie, exagerada en la imagen. En la superficie del sólido la velocidad del fluido es nula, atendiendo a la condición “no-slip”. Además, la temperatura del fluido inmediatamente sobre la superficie es igual a la temperatura de ésta, denominada temperatura de pared T_w (de wall temperatura en inglés). Por encima de la superficie, la velocidad del flujo aumenta hasta alcanzar la velocidad de la corriente libre; la altura a la cual se da esta condición se denota como δ . A ésta velocidad, se le denomina velocidad del eje externo de la capa límite. La distancia δ es variable a lo largo del eje longitudinal de la superficie, es decir, que el espesor de la capa límite es variable. De la misma forma se puede

obtener una distancia δ_T a la cual la temperatura del flujo viscoso es la temperatura de la corriente libre.

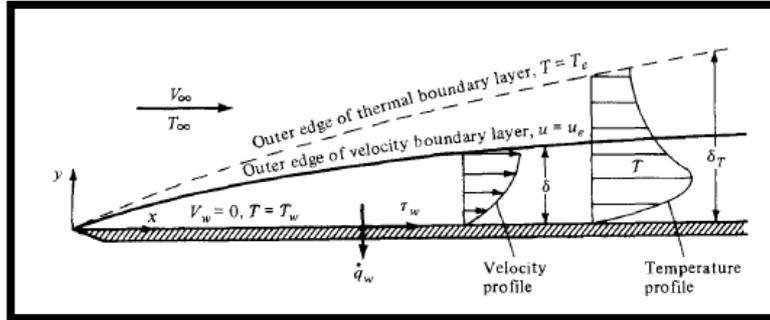


Imagen 16: Representación de la capa límite. Velocidad y temperatura. [2]

δ y δ_T son, respectivamente, los espesores de velocidad y temperatura de la capa límite, siendo entre la superficie y esas distancias la velocidad y temperatura funciones de la altura $V = V(y)$ y $T = T(y)$ definiendo los perfiles de velocidad y temperaturas. Como se aprecia en la imagen, los espesores de la capa límite de velocidad y temperatura no tienen por qué coincidir, siendo generalmente distintos.

La consecuencia de tener gradientes de velocidad y temperatura en las proximidades de una superficie es la generación de tensión cortante y de transferencia de calor, que siguen las leyes de Newton y de Fourier respectivamente:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_w \quad \text{y} \quad q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (41)$$

Uno de los objetivos de la teoría de la capa límite es obtener esos valores de tensión y transferencia de calor. La resolución de las ecuaciones de la capa límite es compleja, y si la forma del objeto no es sencilla es habitual recurrir a herramientas como la Dinámica de Fluidos Computacional.

1.5.3.2 Flujo compresible sobre una placa plana

En este apartado simplemente se mencionan las diferencias existentes entre una capa límite de flujo compresible y otra incompresible. Los desarrollos matemáticos se pueden encontrar en la bibliografía recomendada.

Básicamente, se trata de determinar cuáles son los efectos de la compresibilidad del fluido sobre la capa límite, teniendo en cuenta que a números de Mach altos la densidad, viscosidad y los calores específicos dejan de ser constantes, y que la ecuación de la energía debe ser incluida.

Los efectos de la compresibilidad tienen una notable importancia en la variación de las fuerzas aerodinámicas con la velocidad, tal y como se describe en el próximo apartado.

1.5.3.3 Efecto de la compresibilidad sobre las fuerzas aerodinámicas

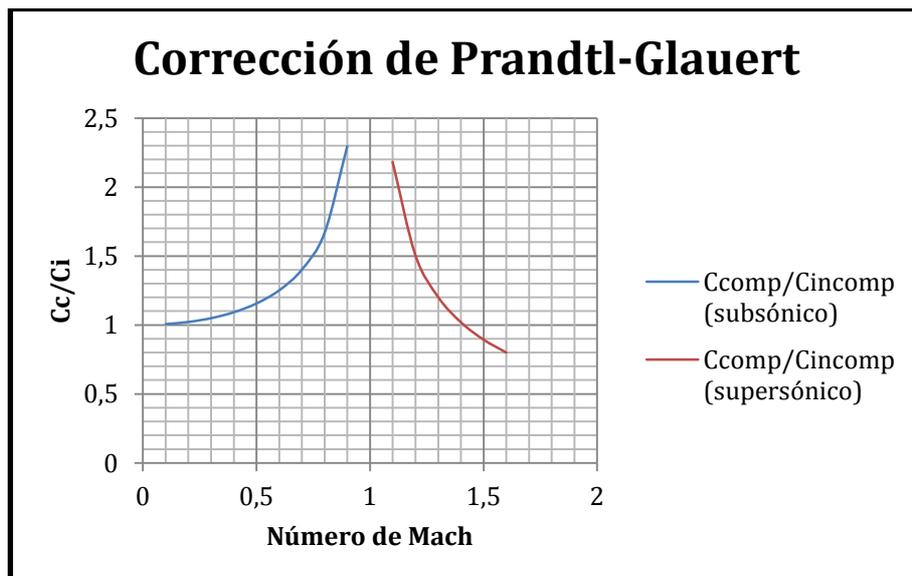
En un apartado anterior, se analizaron las fuerzas aerodinámicas sobre un cuerpo, llegando a obtener que dichas fuerzas son proporcionales al cuadrado de la velocidad de dicho cuerpo. Esto quiere decir que los distintos coeficientes de arrastre C_d , sustentación C_l , normal C_n y axial C_a son independientes del valor de la velocidad. No obstante, según la teoría de análisis dimensional y similitud, estos coeficientes son función del número de Reynolds y el número de Mach. En el caso de suponer un fluido no viscoso e incompresible los números de Reynolds y Mach tienden a infinito y cero (respectivamente), resultado que no es así en el caso de tener en cuenta la viscosidad y la compresibilidad.

Es por ello que la fuerza aerodinámica sobre un cuerpo no sea exactamente proporcional al cuadrado de la velocidad, ya que los valores de los distintos coeficientes no son constantes, y ya no dependen únicamente de la forma y el ángulo de ataque del cuerpo.

Es posible obtener una aproximación de la variación de los coeficientes a partir de su valor para un flujo incompresible. Dicha aproximación consiste en aplicar al valor del coeficiente obtenido una corrección, denominada corrección de Prandtl-Glauert, en la que se tiene en cuenta el número de Mach. El desarrollo matemático para la obtención de la expresión final se puede encontrar en la bibliografía recomendada.

$$C_{comp} = \frac{C_{incomp}}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (42)$$

La representación gráfica de ésta expresión toma la siguiente forma:



1.5.4 Experimentos realizados por la NASA

La NASA dispone de un portal en la red en el cual se pueden encontrar artículos de distintas categorías, sobre estudios realizados por sus investigadores. Centrando la atención en los artículos relacionados con el diseño de cohetes o misiles, se pueden encontrar una gran variedad de experimentos y redacciones, que van desde la búsqueda de expresiones que relacionen resultados experimentales en función de una o varias propiedades o parámetros, como puede ser el despliegue de un paracaídas; hasta la muestra de resultados fruto de campañas de experimentos en túneles de viento.

Muchos de estos artículos datan de los años setenta y ochenta, cuando el cálculo por ordenador aún se encontraba en fase de crecimiento, lo que sugiere que hace décadas la mejor forma de obtener resultados relacionados con el comportamiento de un flujo ante una geometría compleja (como puede ser un cohete) era recurrir al terreno experimental.

Hoy en día es innegable que los resultados experimentales tienen un valor importante en el diseño aerodinámico, pero el número de experimentos que se necesitan es menor, ya que muchos de los casos pueden plantearse mediante el uso de programas de CFD, validando posteriormente los resultados en túneles de viento con maquetas.

A continuación, se muestran unos gráficos extraídos de estos artículos en el que se puede observar la cantidad de experimentos necesarios para obtener una noción del comportamiento de un cuerpo bajo la acción de fuerzas aerodinámicas.

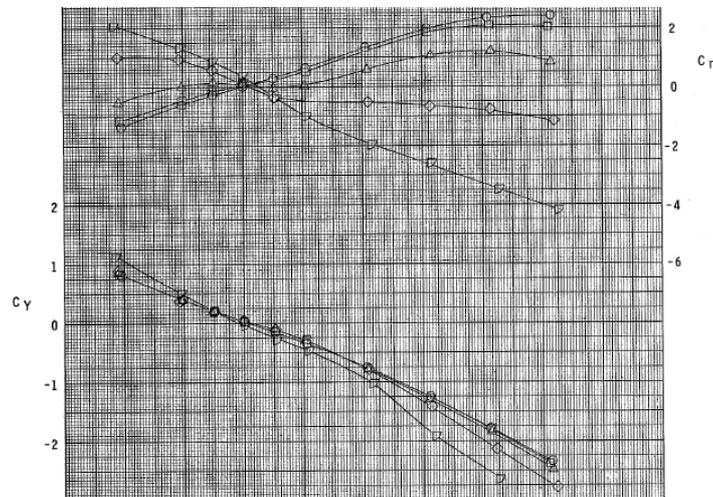


Imagen 17: Ejemplo de gráficos con resultados obtenidos en túneles de viento. [5]

La Dinámica de Fluidos Computacional, permite entre otras cosas conseguir resultados muy similares a la realidad sin la necesidad de fabricar maquetas o realizar tantos ensayos.

1.5.5 Dinámica de Fluidos Computacional ^[12]

1.5.5.1 Introducción

Se debe tener en cuenta que los fundamentos físicos de cualquier fluido están gobernados por las ecuaciones de conservación de la masa, la segunda ley de Newton y la conservación de la energía.

Estos principios físicos pueden ser expresados matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales o integrales. La Dinámica de Fluidos Computacional, convertirá estas ecuaciones y sus formas diferenciales, en otras de forma algebraica, de manera que se consiguen resultados discretos en cada punto del espacio (y tiempo) de un medio continuo. De alguna manera, lo que se consigue con esta herramienta es discretizar el medio continuo.

Por supuesto, el instrumento que ha permitido el desarrollo del CFD ha sido el ordenador, ya que se requiere una manipulación de miles o incluso millones de datos en forma de números. Por ello, el avance y el desarrollo del CFD está ligado al desarrollo de la tecnología de los ordenadores, pudiendo obtener resultados más precisos o realizar simulaciones que aproximan con mayor precisión la realidad gracias a ordenadores más potentes.

Una demostración de que el avance de la tecnología de los ordenadores es de crucial importancia en el desarrollo de herramientas de cálculo de CFD es el coste computacional. Según menciona Anderson en su obra "Computational Fluid Dynamics, the basics and applications" el coste computacional relativo se redujo a razón de 0,1 anualmente entre los años 1950 y 1985.

1.5.5.2 Modelos de flujo

Toda la Dinámica de Fluidos Computacional está basada en las ecuaciones de gobierno fundamentales de la dinámica de fluidos. Estas son: la conservación de la masa, conservación de la energía y la segunda ley de Newton (fuerza igual a masa por aceleración).

Para poder aplicar estos tres principios se debe escoger un modelo razonable para el fluido, y finalmente, aplicar los principios a ese modelo para obtener ecuaciones que describan el comportamiento de cualquier flujo aerodinámico.

La pregunta más importante es ¿cómo se modeliza el fluido para poder aplicar las ecuaciones?

La respuesta no es única ya que se han usado tres modelos distintos obteniendo resultados satisfactorios con todos ellos. Estos modelos son:

- Modelo de volumen de control.
- Modelo de elemento diferencial de fluido.
- Modelo molecular.

1.5.5.2.1 Modelo de volumen de control

Se trata de un volumen encerrado en una región finita del fluido. Este volumen define un volumen de control y una superficie de control. Las partículas de fluido encerradas en el volumen de control permanecen en él a lo largo del tiempo mientras el volumen de control se desplaza con el fluido.

También puede considerarse que el volumen de control permanece fijo y el fluido pasa a través de él. Con este modelo se centra la atención en el fluido que atraviesa el volumen de control y no en el flujo total.

1.5.5.2.2 Modelo de elemento diferencial de fluido

Consiste en un volumen de fluido, con un tamaño tan pequeño como para aplicar el cálculo diferencial, pero lo suficientemente grande como para albergar en su interior un gran número de moléculas de manera que se puede ver como un medio continuo. El elemento puede considerarse fijo en el espacio o puede desplazarse con la velocidad del fluido en cada punto. De nuevo, los principios son aplicados a cada elemento y no al flujo total.

1.5.5.2.3 Modelo molecular

Se centra en el movimiento de átomos y moléculas.

El uso de un modelo u otro tiene su relevancia en la forma diferencial de las distintas ecuaciones. No obstante, las ecuaciones obtenidas no son más que distintas formas de expresar un mismo principio, y mediante manipulaciones matemáticas se acaba obteniendo las ecuaciones diferenciales que serán resueltas mediante métodos numéricos por la herramienta de CFD.

Según el modelo utilizado, se obtendrán las distintas formas integrales o diferenciales de los principios físicos. Si el modelo elegido está fijo y el flujo pasa a través de él, se dirá que (por definición) es la forma de conservación; en cambio, si el modelo se mueve con la velocidad del fluido se dirá que se ha obtenido la forma de no conservación. El paso de la forma de conservación a la de no conservación se logra manipulando matemáticamente las ecuaciones obtenidas.

Los términos matemáticos utilizados para el desarrollo de las expresiones, así como la forma en la que se llega a las ecuaciones diferenciales finales se encuentran en la bibliografía recomendada, mostrándose en este documento los resultados finales.

1.5.5.3 Conservación de la masa

Para cada elemento de fluido se debe cumplir que el incremento de masa en su interior es igual al flujo neto de masa sobre el elemento. En forma diferencial esta igual queda como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (43)$$

El primer término hace referencia al cambio de densidad con respecto al tiempo, mientras que los otros tres términos representan la derivada convectiva de la densidad (cambio en la densidad debido a la velocidad), siendo u , v y w las componentes de la velocidad en los ejes x , y , z respectivamente.

1.5.5.4 Ecuación de la cantidad de movimiento

La segunda ley de Newton afirma que la variación en la cantidad de movimiento de una partícula es igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre dicha partícula. La variación de cantidad de movimiento para cada dimensión se denota como:

- En x : $\rho \frac{Du}{Dt}$
- En y : $\rho \frac{Dv}{Dt}$
- En z : $\rho \frac{Dw}{Dt}$

Agrupando los términos correspondientes a las fuerzas actuantes en cada dimensión, se obtienen las siguientes expresiones para la cantidad de movimiento:

- En x :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (44)$$

- En y :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z} + S_{My} \quad (45)$$

- En z :

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + S_{Mz} \quad (46)$$

Donde p representa la presión, τ_{ij} la tensión cortante perpendicular a i y en la dirección j ; y S_M el término correspondientes a fuerzas exteriores, ya sean gravitacionales, magnéticas... etc.

1.5.5.5 Ecuación de la energía

La ecuación de la energía es obtenida aplicando la primera ley de la termodinámica, la cual dice que la tasa de variación de energía en una partícula de fluido es igual a la tasa de calor añadido más la tasa de trabajo realizado sobre la partícula.

El trabajo realizado sobre una partícula de fluido por una fuerza superficial es igual al producto de la fuerza por la velocidad en la dirección de la fuerza (es un producto escalar de dos vectores). Las fuerzas a tener en cuenta son aquellas relacionadas con la presión y las tensiones cortantes.

Si se considera transferencia de calor mediante conducción, un nuevo término debe ser añadido.

Para obtener la expresión final de la ecuación de la energía se tiene en cuenta que ésta es definida como la suma de energía interna, más energía cinética, más energía potencial gravitatoria. Considerando la energía potencial gravitatoria como fuente externa de energía, la ecuación de conservación de la energía queda:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(p\mathbf{u}) + \left[\frac{\partial u\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial u\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial u\tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial v\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial v\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial v\tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial w\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial w\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial w\tau_{zz}}{\partial z} \right] + \text{div}(k \text{ grad } T) + S_E \quad (47)$$

Donde $E = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$ siendo i la energía interna de la partícula y τ_{ij} las diferentes tensiones cortantes. La aportación de calor está representada mediante el término $\text{div}(k \text{ grad } T)$ y surge de la aplicación de la ley de Fourier de transferencia de calor mediante conducción.

Teniendo en cuenta la ley de Newton para fluidos viscosos, las tensiones cortantes pueden escribirse en función de la viscosidad dinámica μ y de la variación de velocidad. No obstante, este desarrollo se encuentra mejor explicado en la bibliografía.

Conociendo las ecuaciones básicas y asumiendo la hipótesis de gas ideal, en la que la presión, densidad y temperatura están relacionadas, y la energía interna es función de la temperatura, se puede proceder al siguiente apartado, en el cual se describe cómo funcionan los programas de Dinámica de Fluidos Computacional.

1.5.5.6 Modelo de turbulencia Spalart-Allmaras^[16]

A la hora de usar un programa de CFD, una de las opciones que deben seleccionarse es el modelo de turbulencia. Existen varios tipos, pero el utilizado a lo largo del desarrollo de este trabajo fue el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras, utilizado para aplicaciones aeroespaciales.

Las simulaciones con CFD se basan en la simulación de 'Reynolds-Averaged Navier-Stokes' o RANS. Estas simulaciones parten de la descomposición que hizo Reynolds de las variables del flujo en valores medios y fluctuantes, que más tarde se introducen en las ecuaciones de Navier-Stokes. Después de promediar éstas ecuaciones, se llega a un nuevo término desconocido, el tensor de tensiones de Reynolds, necesario para la resolución del problema.

El modelo de turbulencia Spalart-Allmaras se caracteriza por tener una sola ecuación, y por estar diseñado expresamente para aplicaciones aeroespaciales. Su ecuación característica es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\mu + \rho\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right\} + C_{b2}\rho\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (48)$$

1.5.5.6.1 Términos de producción

El término debido a la producción se expresa con la siguiente ecuación:

$$G_\nu = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \quad (49)$$

Esta ecuación hace referencia a la opción ‘Vorticity based’ de los programas de cálculo; sin embargo, más tarde se supo que había que tener en cuenta la tensión media en la producción de turbulencias; que se corresponde con la opción más precisa de ‘Strain-Vorticity based’, que reduce la “Eddy viscosity” en las zonas en las que el valor de la vorticidad supere al de la tasa de tensión.

1.5.5.6.2 Términos de difusión

El modelo de Spalart-Allmaras modeliza este término teniendo en cuenta la divergencia de ν según:

$$\frac{1}{\sigma}\left[\nabla \cdot (\mathbf{v}_t \nabla \mathbf{v}_t)\right] = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\mu + \rho\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right\}\right] \quad (50)$$

Donde σ es el número de Prandtl para flujo viscoso.

Después, con el fin de conseguir modelizar el comportamiento de difusión orientado según el flujo aerodinámico, se añade un término no conservativo, que viene dado por:

$$\frac{1}{\sigma}\left[C_{b2}(\nabla \mathbf{v}_t)^2\right] = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}}\left[C_{b2}\rho\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right] \quad (51)$$

1.5.5.6.3 Términos de destrucción

Estos términos solo aparecen en las zonas en las que hay tensiones presentes y en las que, por lo tanto, los efectos de la viscosidad son muy elevados. Estos términos se modelizan mediante la siguiente ecuación:

$$Y_\nu = C_{w1}\rho f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \quad (52)$$

1.5.5.6.4 Calibración del modelo

En las distintas ecuaciones del modelo se pueden ver una serie de constantes. Estas constantes tienen unos valores que deben obtenerse realizando un proceso de calibración. En los programas de cálculo estas constantes vienen definidas por defecto, ahorrando la tarea de calibración al usuario.

1.5.5.7 Cómo funciona un código de CFD

En este apartado se explican cómo están estructurados los códigos de CFD. Estos son capaces de resolver problemas relacionados con flujos de fluidos. La estructura básica consiste en un pre-procesador, un procesador (“solver” en inglés) y un post-procesador.

En el pre-procesador se define la geometría de la región que va a ser estudiada, definiéndose por lo tanto el dominio de fluido. Para ese dominio se genera un malla de elementos de fluido, es decir, se divide el dominio en pequeños subdominios; en este paso se discretiza un medio continuo, como lo es la región de fluido. Se seleccionan los fenómenos físicos y químicos que necesitan ser modelizados, las propiedades del fluido y por último, las condiciones de contorno.

La solución al problema está definida en los nodos, dentro de cada celda o volumen de control, de modo que cuanto mayor sea el número de celdas el resultado obtenido será más preciso. No obstante, un gran número de celdas implica a su vez un coste computacional elevado, llegándose a necesitar en ocasiones ordenadores muy potentes con super-procesadores.

En cuanto al procesador, se pueden distinguir distintos métodos de resolución numérica. Centrando la atención en el método de los volúmenes finitos el algoritmo numérico se puede dividir en tres etapas:

- Integración de las ecuaciones de gobierno de todos los elementos de fluido en el dominio.
- Discretización: consiste en convertir las formas integrales de las ecuaciones en sistemas de ecuaciones algebraicas.
- Resolución de las ecuaciones algébricas mediante algún método iterativo.

Para finalizar, en el post-procesador se pueden observar los resultados de las simulaciones realizadas en forma de contornos de presión y otras propiedades, campos vectoriales, líneas de flujo...etc.

En el siguiente apartado se procede a describir con mayor detalle la manera en la que funciona el método de los volúmenes finitos, pudiendo encontrar más información detallada en la bibliografía recomendada.

1.5.5.8 El método de los volúmenes finitos

Este método consiste en plantear y resolver una serie de ecuaciones algebraicas, obtenidas a partir de la aplicación de la ecuación general de transporte de una propiedad en los numerosos volúmenes finitos. El balance de una propiedad puede expresarse como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de variación} \\ \text{de la propiedad} \\ \text{con respecto} \\ \text{al tiempo} \\ \text{en el volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Incremento} \\ \text{de la propiedad} \\ \text{en el volumen} \\ \text{de control} \\ \text{debido a la} \\ \text{convección} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Incremento} \\ \text{de la propiedad} \\ \text{en el volumen} \\ \text{de control} \\ \text{debido a la} \\ \text{difusión} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Incremento} \\ \text{de la propiedad} \\ \text{en el volumen} \\ \text{de control} \\ \text{debido a la} \\ \text{creación} \end{array} \right]$$

La ecuación de transporte para una propiedad en la que se representa el balance anterior es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi + \oint_A \rho \mathbf{V} \phi d\mathbf{A} = \oint_A \Gamma \nabla \phi d\mathbf{A} + \int_V S_\phi dV \quad (53)$$

Tomando el siguiente caso unidimensional:

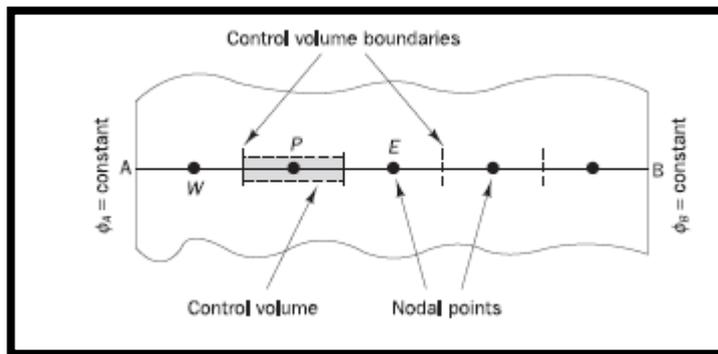


Imagen 18: Ejemplo de caso unidimensional. [12]

Donde los valores de la propiedad son conocidos en los puntos A y B, el primer paso consiste en generar una malla que divida el dominio en subdominios entre los puntos A y B en la que se coloquen una serie de nodos. Las paredes de los volúmenes de control se sitúan entre dos nodos adyacentes.

Con el fin de utilizar una notación válida para todos los casos, en CFD se suele optar por la siguiente:

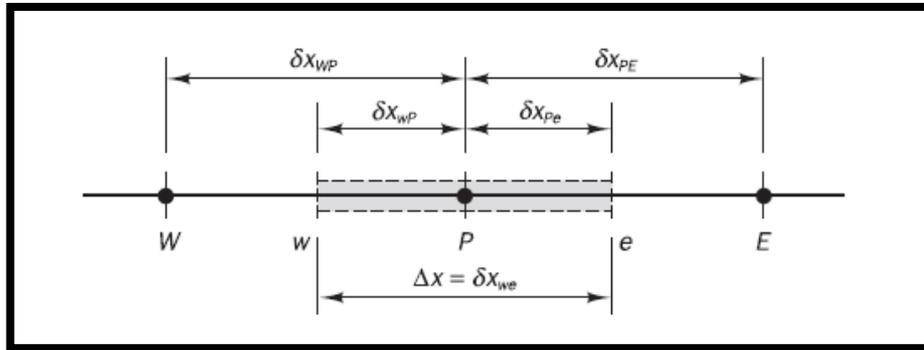


Imagen 19: Notación utilizada en el método de los volúmenes finitos. [12]

En ella, un nodo en general se denota por P y sus nodos vecinos en una geometría de una dimensión, al este y oeste del nodo P , como E y W respectivamente. Las caras del volumen de control al este y oeste del nodo genérico se denotan de la misma manera, pero con la letra en minúscula. Las distintas distancias entre nodos, nodos y caras y dimensión del volumen de control se muestran también en la imagen.

El primer paso, una vez descrito el problema es su discretización. Los valores de la propiedad y de los coeficientes de difusión son evaluados en cada nodo. De esta manera, la forma más sencilla de calcular gradientes, y por lo tanto flujo, en las caras del volumen de control se basa en una distribución nodal de las propiedades entre los nodos utilizados. Una manera sencilla de aproximar los valores es la lineal, relacionando valores nodales y distancias entre nodos.

Realizando este tipo de relaciones entre nodos se obtienen una serie de ecuaciones algebraicas que deberán ser resueltas aplicando una gran variedad de métodos disponibles (matriciales la mayoría de ellos).

Continuando con el ejemplo unidimensional, la división y distancias entre nodos serían de la siguiente forma:

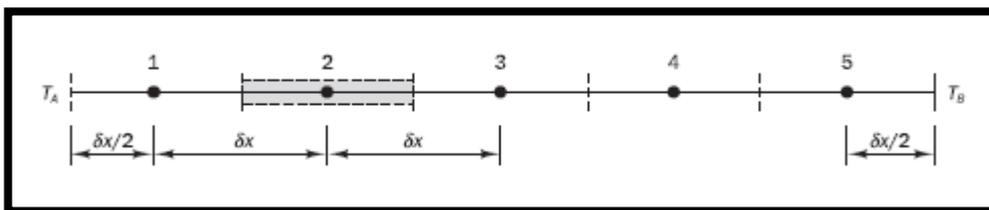


Imagen 20: Subdivisión del dominio. [12]

Para cada uno de los nodos centrales (2,3,4) se pueden relaciones aplicando las ecuaciones de transporte, donde las integrales volumétricas son aproximadas con el volumen de pequeño tamaño y las integrales de superficie con el área de las caras de los volúmenes finitos.

Para los nodos 1 y 5, la expresiones son las mismas, teniendo en cuenta que la distancia a los límites del dominio son distintas a las distancias entre nodos (la mitad exactamente) y que los valores de las propiedades en los puntos A y B son conocidos (para este caso).

Para una propiedad, realizando el proceso para todos los nodos el sistema final de ecuaciones algebraicas a resolver consistiría en uno con 5 incógnitas (la temperatura, por ejemplo, en cada nodo numerado) y 5 ecuaciones (las planteadas para cada nodo numerado).

Para casos bidimensionales o tridimensionales, la metodología explicada puede extenderse, considerando no sólo las caras situadas al este y oeste de cada nodo, sino también las situadas al norte y sur (bidimensional) y arriba y abajo (tridimensional).

Para casos en los que exista generación, se tiene que tener en cuenta la creación dentro de cada volumen de control, lo que se suele denominar términos fuente.

1.5.5.9 Star-CCM+ y ANSYS Fluent

En este apartado se pretende mostrar las distintas opciones que ofrecen dos de los programas más utilizados para realizar simulaciones y resolver problemas de flujo. En concreto, el programa Star-CCM+ se utilizó al comienzo del proyecto, cuando aún no se disponía de una licencia oficial de ANSYS. No obstante, tras recibir dicha licencia, no sólo se pudo usar el programa completo con el resto de módulos que ofrece (estructural, modal...) sino que se dio la oportunidad de realizar una comparación entre los dos programas.

1.5.5.9.1 ANSYS Fluent ^[10]

En la siguiente imagen se puede observar el árbol del menú de ANSYS Fluent.

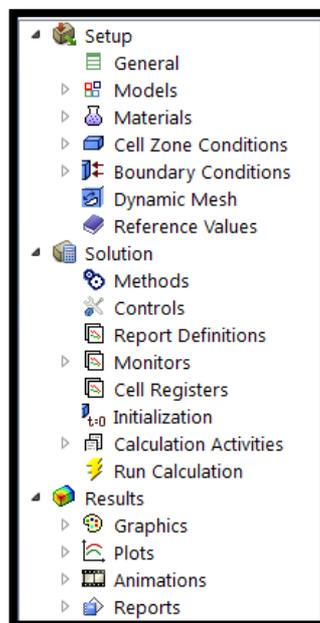


Imagen 21: Menú de ANSYS Fluent.

A continuación se procede a explicar qué opciones se pueden seleccionar dentro de cada pestaña.

- General: aquí se puede elegir la manera de solucionar el problema propuesto, eligiendo entre dos tipos: “pressure-based” y “density-based”; y seleccionando la dependencia con el tiempo, si se trata de un problema en régimen permanente o transitorio. Las formas en las que se resuelven las ecuaciones se explican más adelante.
- Models: aquí se seleccionan los distintos modelos que se consideran necesarios para realizar una buena simulación. En este apartado, por ejemplo, se da la opción de activar la ecuación de la energía (necesaria para resolver problemas de flujo compresible) o elegir entre diversos modelos de turbulencia. En concreto, para realizar las simulaciones se seleccionó el modelo Spalart-Allmaras, cuyas ecuaciones se muestran posteriormente.
- Materials: en esta pestaña se pueden seleccionar los materiales de los que están conformados los sólidos que interactúan con el fluido (para simular transferencia de calor, por ejemplo) así como el fluido. En este caso, todas las simulaciones están realizadas con aire, seleccionando el comportamiento de gas ideal, adecuado para estudiar los efectos de compresibilidad.
- Cell zone conditions: se trata de un apartado en el que se selecciona de qué tipo son las distintas zonas, si son sólidas, o fluidos.
- Boundary conditions: uno de los apartados que más dedicación requiere, ya que en él se seleccionan las condiciones de contorno del problema. Se pueden elegir entre diversas opciones, aunque las más utilizadas en las simulaciones realizadas fueron: pressure-far-field, para simular un flujo externo a una presión y número de Mach conocidos; pressure-outlet, definiendo una presión de Gauge para la salida del fluido del dominio; wall, aplicando la condición de “no-slip” para las paredes del dominio que representan las distintas superficies de los cuerpos que se encuentran en interacción con el fluido; symmetry, en caso de que se definiesen planos de simetría con el fin de ahorrar coste computacional, esta opción impone un flujo nulo sobre los planos seleccionados.
- Reference values: aquí se introducen datos como longitud y área de referencia, temperatura, presión, viscosidad, densidad... con los que se computan valores de coeficientes posteriormente (por ejemplo) basándose en la solución de la simulación.

En cuanto a la solución, es necesario elegir dentro de los apartados de “Methods” y “controls” varias opciones.

- Methods: se ofrece la oportunidad de seleccionar el tipo de acoplamiento entre las ecuaciones, en el caso de haber seleccionado un tipo “pressure-based”; y tipos de tratamiento de gradientes, ya sea mediante mínimos cuadrados o algún otro método numérico.
- Controls: en este apartado cabe destacar la presencia de un número: el número de Courant. Este número representa la relación entre un intervalo de tiempo y el tiempo de residencia dentro del volumen finito, cuando se resuelven derivadas parciales. Para casos de flujo supersónico se recomienda que el valor de este número sea pequeño, entre 1 y 2, para que los resultados obtenidos sean fiables.

- Report definitions: en este apartado y en el siguiente (monitors) se seleccionan los resultados de los que quiere obtenerse un informe de la solución y los criterios de convergencia. Suele ser habitual seleccionar variables como la fuerza de arrastre, de manera que en el panel se puede ver el comportamiento del resultado evaluado, tal y como ocurre con los residuos de la solución, pudiendo observar en un gráfico su comportamiento a medida que se van realizando iteraciones.
- Initialization: donde se inicia la resolución, introduciendo las condiciones iniciales, como velocidad, presión y temperatura.
- Run calculation: se seleccionan el número de iteraciones a realizar, es el último paso antes de comenzar a calcular la solución.

Durante la resolución se pueden observar en el monitor las curvas de residuos y de las variables que se hayan seleccionado en "Monitors". Una vez finalizada la resolución, normalmente por alcanzar los criterios de convergencia se pueden obtener los resultados de los siguientes apartados, lo que corresponde a la parte de post-procesado.

- Graphics: se pueden obtener contornos de presión, temperatura, vectores de velocidad, líneas de flujo... de manera que pueden observarse fenómenos como ondas de choque, capa límite...etc.
- Plots: se representan en un grafico XY las variables que se deseen. Por ejemplo, se puede representar el valor de la presión a lo largo de una de las dimensiones del dominio.
- Animations: es un apartado en el cual se pueden crear animaciones en las que se muestre la evolución, por ejemplo, de un contorno de temperaturas a lo largo de la solución; o, tal vez con mayor utilidad, cuando se resuelven problemas dependientes del tiempo obtener una escena con las soluciones obtenidas para cada intervalo de tiempo, utilizadas como fotogramas.
- Reports: este sub-menú es de gran utilidad ya que de él se obtienen los resultados numéricos que se deseen. Por ejemplo, la fuerza de arrastre se define en una única dirección y sentido, pero pueden obtenerse las fuerzas en cualquier dirección y sentido que se deseen introduciendo dicha dirección mediante sus cosenos directores sobre el sistema de coordenadas original.

1.5.5.9.2 Star-CCM+ ^[11]

En la siguiente imagen se muestra el menú principal del programa.

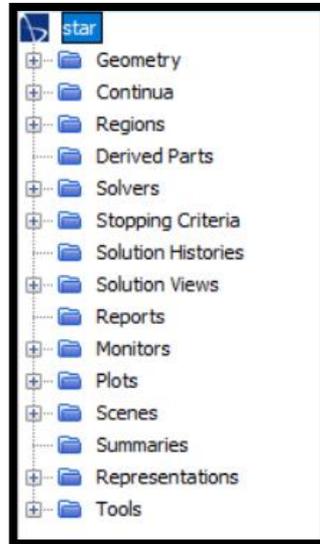


Imagen 22: Menú de Star-CCM+

La diferencia principal con el programa ANSYS Fluent, es que la geometría puede ser creada dentro del propio programa, pudiendo también ser importada, sin la necesidad de un módulo externo (como ocurre en Fluent). Con el mallado ocurre algo parecido, en Star-CCM+ la malla se genera dentro del propio programa, si así se deseara, pudiendo importarse una generada en un programa ajeno. En cada rama del árbol se pueden seleccionar una serie de opciones:

- Geometry: en caso de no importar una geometría, en este apartado se puede crear una, abriéndose una ventana para el diseño CAD.
- Continua: en este apartado se define el medio físico. La selección de los modelos es rápida y sencilla, ya que según se van seleccionando las distintas opciones el programa automáticamente actualiza la ventana de selección. En este apartado se define si se va a realizar un análisis en 2 o 3 dimensiones, si se trata de un estudio con dependencia temporal, el tipo de material (gas, líquido) y el tipo de resolución que quiere llevarse a cabo.

En cuanto a la resolución, se da la opción de resolver el sistema de forma segregada o acoplada; para los análisis de flujo compresible a altas velocidades es más adecuado utilizar la opción acoplada. Las diferencias entre las dos opciones se explica más adelante.

La siguiente opción a seleccionar es cómo modelizar el gas, normalmente se selecciona la opción de gas ideal, ya que permite la variación de la densidad.

Dependiendo del tipo de estudio que se realice, se selecciona un tipo laminar o turbulento. Para el segundo caso, existen varios modelos que pueden usarse, siendo el Spalart-Allmaras el elegido para este trabajo, por su aplicación en problemas aeroespaciales.

Una vez elegidos los modelos se introducen los valores de referencia y las condiciones iniciales del problema. Los valores a introducir son presión, temperatura, y velocidad (normalmente).

- Regions: en este apartado se indican de qué tipo son las distintas regiones de la geometría utilizada.

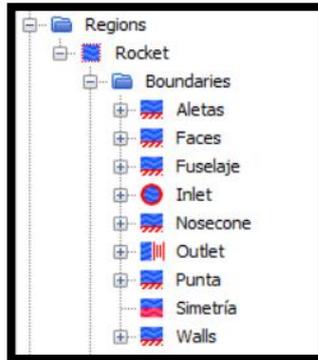


Imagen 23: Regiones en Star-CCM+

Se pueden definir condiciones de contorno de diferentes tipos, siendo las más habituales:

- o Free stream: para representar una corriente de aire libre.
- o Pressure outlet: para indicar por donde abandona el fluido el dominio.
- o Walls: pudiendo distinguir entre aquellas paredes que tengan la condición de “no-slip” y las que no se comporten como tal.
- Derived parts: en este apartado aparecen aquellas partes derivadas de la aplicación de algún volumetric control con el que seleccionar un tamaño de celda diferente.
- Stopping criteria: es donde se seleccionan el número de iteraciones a realizar y el criterio de convergencia de los residuos.
- Reports: aquí se pueden definir variables de las que se quiere obtener un informe en la pantalla. Es habitual para casos de estudio de aeronaves obtener fuerzas de arrastre y sustentación, así como sus coeficientes.
- Monitors: los reports que se han definido pueden incluirse en el monitor, pudiendo verse la variación del resultado con el paso de las iteraciones.
- Plots: en caso de que se desee un diagrama XY en que el que se represente una variable en cada eje, debe definirse en este apartado.
- Scenes: otra de las grandes diferencias con otros programas es la opción que permite Star-CCM+ de crear unas escenas en las que se define una variable y se observa sobre la geometría como varía dicha variable en cada celda, viendo un mapa de colores que va cambiando con el paso de las iteraciones.

1.5.5.9.3 Métodos de resolución

Se han mencionado hasta ahora varios métodos de resolución, en los que se menciona el acoplamiento entre ecuaciones. En este apartado, se muestra un resumen de cuál es la metodología seguida por las distintas estrategias a la hora de resolver problemas de flujo.

- Algoritmo segregado: es el método más simple y consiste en resolver en primer lugar las componentes de velocidad. Posteriormente se resuelve la ecuación de la continuidad y se actualiza el flujo de masa, presión y velocidad. En un último paso se

resuelve la ecuación de la energía y otras funciones escalares. Una vez obtenidos todos los resultados numéricos se comprueba si la solución ha convergido, y en caso negativo se realiza otra iteración al problema.

- Algoritmo acoplado: la principal diferencia con el algoritmo anterior es que con este método se resuelven simultáneamente las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad. Posteriormente se actualiza el flujo másico y finalmente se resuelven las ecuaciones de energía, turbulencia y otras variables escalares.
- Algoritmo “density-based” o totalmente acoplado: se caracteriza por resolver simultáneamente las ecuaciones de cantidad de movimiento, continuidad y energía, antes de resolver las ecuaciones de turbulencia y otras variables escalares.

1.5.6 El método de los elementos finitos ^[13]

El MEF como concepto existe desde el siglo XIX, ya que su fundamento es el mismo que el empleado en el cálculo matricial de celosías (conjuntos de barras articuladas). Se trata de resolver la ecuación:

$$F = K x \quad (54)$$

Donde F es la fuerza que actúa sobre la celosía, K su rigidez y x la deformación resultante. Para poder averiguar la deformación de un conjunto de barras es preciso conocer la rigidez del sistema, a priori desconocida. No obstante, la rigidez de una única barra es conocida:

$$K = EA/L \quad (55)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, A su área transversal y L su longitud. De esta manera, en el cálculo de celosías se discretiza un medio continuo de rigidez desconocida en un conjunto de barras cuya rigidez es conocida. Combinando la rigidez de cada una de las barras se obtiene una matriz de rigidez del sistema, luego conociendo las fuerzas que actúan sobre el sistema puede resolverse la ecuación característica y obtener la solución del problema.

El primer paso, por lo tanto, consiste en discretizar el sistema, en este caso en elementos barra de rigidez conocida. Los puntos de unión se denominan nodos y dependiendo de la naturaleza del problema (número de dimensiones) cada nodo tendrá una serie de grados de libertad. La matriz de rigidez obtenida relaciona la rigidez de cada barra con los grados de libertad del sistema, y el vector de fuerzas representa la fuerza aplicada en cada grado de libertad que tenga cada nodo. El sistema matricial a resolver es:

$$\{F\} = [K]\{X\} \quad (56)$$

El procedimiento del MEF es exactamente igual. Se discretiza el medio continuo en elementos de propiedades conocidas. Cada punto de unión entre elementos se denomina nodo, y tendrá un determinado número de grados de libertad. El tamaño de la matriz a resolver dependerá del número de nodos utilizado.

De la resolución del sistema matricial se pueden obtener las reacciones en los apoyos y las deformaciones del sistema. Como se ha mencionado, las propiedades de los distintos elementos utilizados son conocidas, y los desarrollos necesarios para su obtención (funciones de interpolación, coordenadas naturales y teorema de trabajos virtuales) están explicados en la bibliografía recomendada.

De las reacciones y desplazamientos obtenidos, aplicando la teoría de la resistencia de materiales se pueden obtener las tensiones a las que está sometida una estructura, y evaluar si corre peligro de fallar.

1.6 Análisis de alternativas

En este apartado se muestran las valoraciones realizadas a la hora de seleccionar la solución final. En primer lugar se evalúa el tipo de material a utilizar teniendo en cuenta una serie de factores.

Los materiales estudiados fueron el aluminio (aleación sin determinar) y la fibra de carbono. La principal diferencia entre ellos es que el aluminio es un isótropo, es decir, que tiene las mismas propiedades en todas las direcciones. La fibra de carbono, al contrario, se trata de un material compuesto y sus propiedades no son iguales en todas las direcciones, siendo un material anisótropo. En las siguientes tablas se muestran las propiedades de ambos materiales.

Tabla 2: Propiedades del aluminio.

Aluminio	
Densidad (g/cm ³)	2,7
Coefficiente de expansión térmica	2,30E-05
Módulo de Young (GPa)	71
Coefficiente de Poisson	0,33
Módulo de Cizalladura (GPa)	26,69
Tensión de fluencia (MPa)	280
Tensión última (MPa)	310

Tabla 3: Propiedades de la fibra de carbono.

Fibra de carbono	
Densidad (g/cm ³)	1,8
Módulo de Young (GPa) (dirección principal)	230
Módulo de Young (GPa) (direcciones ortogonales a principal)	23
Coefficiente de poisson	0,2
Módulo de cizalladura (GPa)	9
Tensión ultima (GPa)	3,5

Tabla 4: Alternativas. Materiales.

Materiales					
	Disponibilidad (2)	Resistencia (3)	Fabricación (2)	Reutilizable (3)	Total
Fibra de carbono	5	10	4	3	57
Aluminio	7	7	7	6	67

La valoración de cada alternativa para cada apartado es sobre 10 puntos, y la ponderación de los aspectos analizados suma en total 10. Describiendo cada aspecto analizado:

- Disponibilidad: se trata de valorar la posibilidad de obtener material vía patrocinador, sin concretar las cantidades (ese apartado se estudia en los riesgos del proyecto). Por el momento, BiSkyTeam sólo tiene patrocinadores capaces de trabajar con aluminio, mientras que la fibra se tendría que comprar.
- Resistencia: aunque ambos materiales sean suficientemente resistentes para esta aplicación se realiza una valoración entre ellos.
- Fabricación: una vez disponible el material, en la fabricación se pueden encontrar distintos problemas, en concreto en la elaboración de la fibra de carbono.
- Reutilizable: en caso de impacto (lo más seguro al aterrizar, amenizar) es probable que se originen daños estructurales. Para los materiales estudiados, el aluminio podría volverse a manda a fundición para luego volver a fabricar la pieza, mientras que la fibra es muy difícil de someter a este tipo de procesos de reutilización en caso de fractura.

En cuanto a las geometrías analizadas, se presentan unas imágenes donde se aprecian las principales diferencias entre ellas, así como unas tablas con las principales cotas.

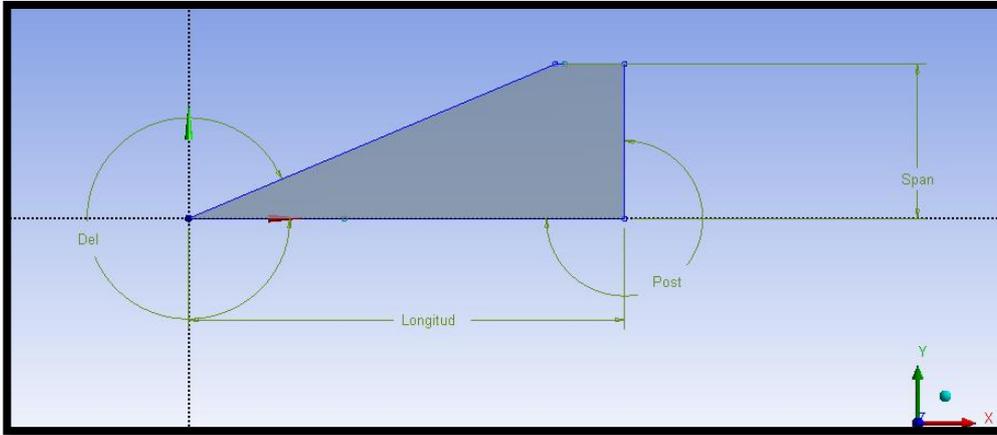


Imagen 24: Geometría base.

Y las dimensiones:

Tabla 5: Cotas de la geometría base.

Cota	Valor	Unidad
Longitud	700	mm
Envergadura	250	mm
Ángulo delantero	23	Grados
Ángulo trasero	90	Grados
Espesor	5	mm

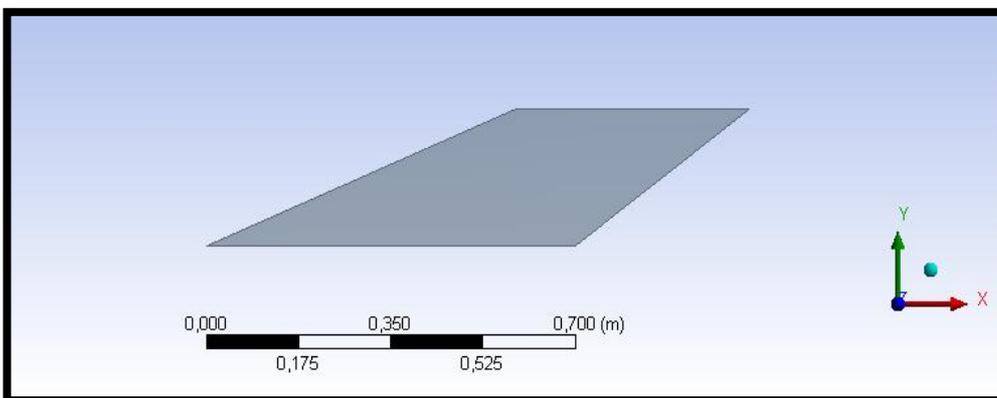


Imagen 25: Geometría modificada.

Y las dimensiones:

Cota	Valor	Unidad
Longitud	700	mm
Envergadura	250	mm
Ángulo delantero	23	Grados
Ángulo trasero	36	Grados
Espesor	5	mm

Los principales resultados aerodinámicos evaluados fueron los siguientes:

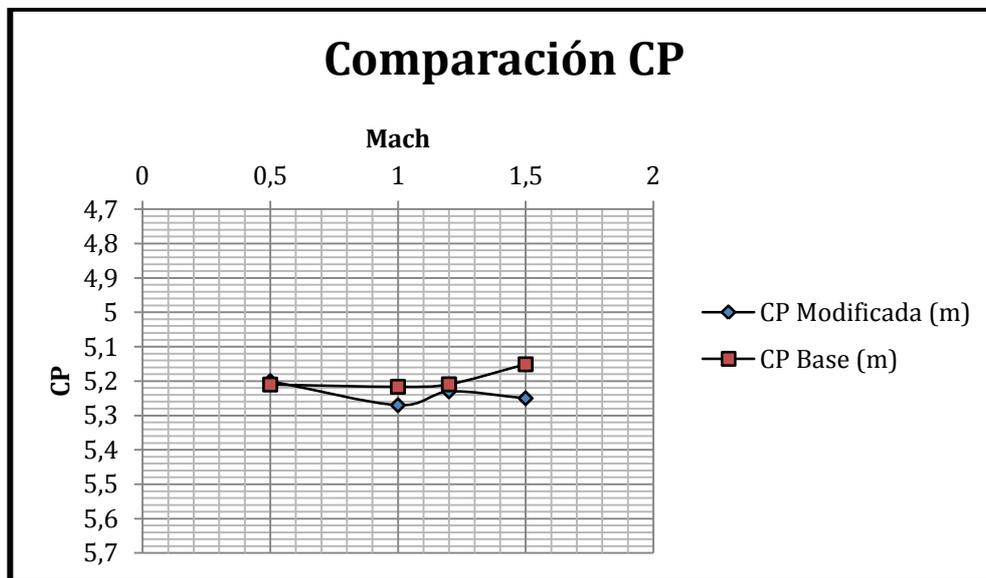


Gráfico 10: Comparación de la posición del centro de presión.

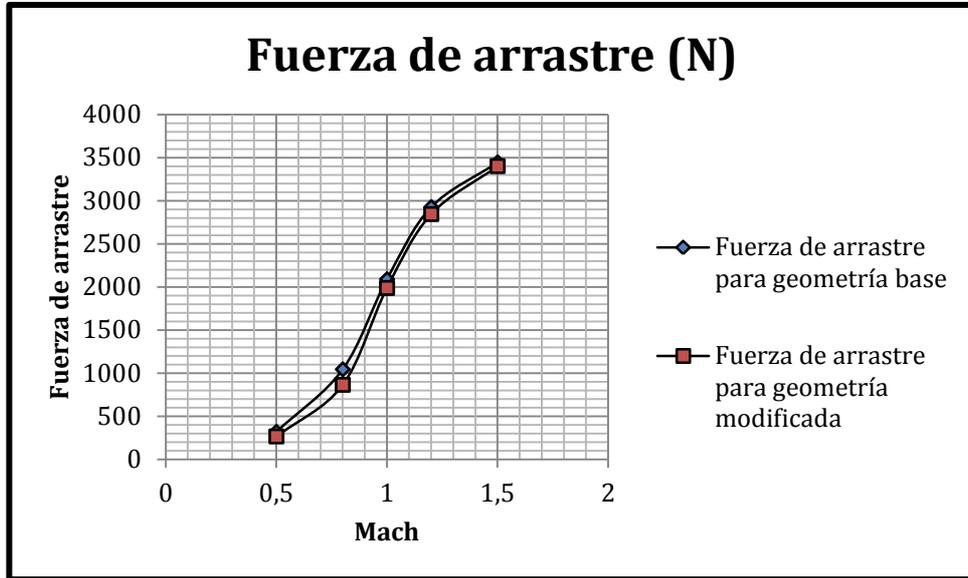


Gráfico 11: Fuerza de arrastre para las dos geometrías.

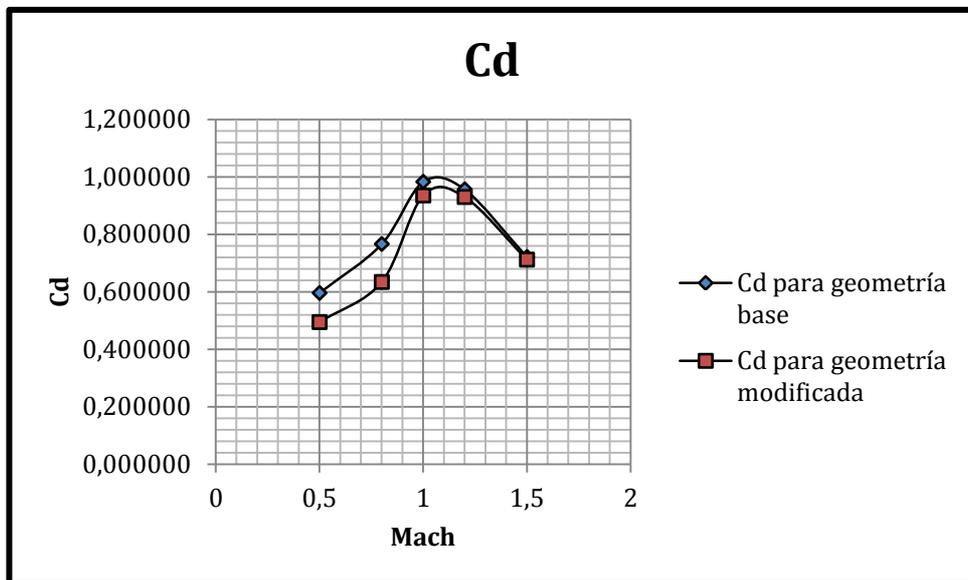


Gráfico 12: Coeficientes de arrastre para las dos geometrías.

En la siguiente tabla se muestran las características evaluadas y su ponderación, teniendo en cuenta su importancia. La valoración de cada apartado se hizo comparando los valores anteriormente mostrados.

Tabla 6: Alternativas. Geometría.

Geometría				
	Fuerza de arrastre (4)	Estabilidad (5)	Complejidad (1)	Total
Base	7	7	7	70
Modificada	9	9	5	86

Igual que en la valoración anterior, la suma de los valores de ponderación es de 10 puntos, y cada apartado está valorado sobre 10. Los aspectos analizados son los siguientes:

- Fuerza de arrastre: la minimización de este valor es uno de los objetivos principales de este trabajo, por lo que su valor es alto.
- Estabilidad: junto con la minimización de la fuerza de arrastre, asegurar la estabilidad es el objetivo más importante y su ponderación es elevada por ello.
- Complejidad: relacionada con la fabricación, aunque no se trata de geometrías complejas, algunas cotas pueden sufrir imperfecciones y unas tolerancias muy estrictas disparan el precio del producto final.

1.7 Análisis de riesgos

En este apartado se procede a mencionar y describir los riesgos que tienen lugar relacionados con el diseño de las aletas de un cohete. Así mismo, se propone un plan de contingencia, con el fin de minimizar al máximo posible el impacto de estos riesgos y la probabilidad de que ocurran, en caso de que sea improbable evitarlos.

Los primeros riesgos que se describen están relacionados con el diseño, que será enviado a un taller para su posterior fabricación.

- A: Error en los resultados obtenidos mediante computación: el diseño de las aletas se ha llevado a cabo utilizando programas de computación, que requieren una configuración de las distintas herramientas que ofertan para realizar los cálculos. Una mala programación puede dar resultados no muy cercanos a la realidad. Otro factor a considerar es que estos programas utilizan modelos físicos para resolver las distintas ecuaciones. Estos modelos no representan en su totalidad a la realidad, como ocurre con el modelo de gas ideal o los modelos de viscosidad en la Dinámica de Fluidos Computacional, o el comportamiento elasto-plástico de un sólido deformable sometido a esfuerzos.

Además, aunque se haya realizado una estimación de las frecuencias naturales de la estructura, no se ha analizado que frecuencias se pueden llegar a alcanzar en la fase de despegue o en la interacción con los remolinos generados.

- B: Incertidumbre en las dimensiones: los planos constructivos de cualquier elemento que lleguen a un taller o centro de fabricación tienen unas cotas determinadas, así como

unas tolerancias que deben ser respetadas. A modo de ejemplo, la longitud de una aleta que fue diseñada con una herramienta de CAD era de 700 mm, y al salir del taller la misma longitud tiene un valor de 700,5 mm. El mismo tipo de error (normal en los procesos de fabricación) se da en cualquier cota funcional del diseño. El riesgo por lo tanto es definir cotas difíciles de lograr.

Los siguientes riesgos que se describen están relacionados con el uso de los programas en los ordenadores:

- C: Avería del equipo utilizado: es posible que durante el desarrollo de las tareas el equipo en el cual están instalados los programas sufra algún daño, no pudiendo utilizarlo durante un tiempo.
- D: Espera en el uso de supercomputadores: es posible dejar en la cola de supercomputadores alguna simulación que requiera mayor coste computacional, con el riesgo de que en ese momento la demanda de uso sea grande, tardando los resultados más de lo esperado en llegar.

En cuanto a decisiones tomadas sobre el material que va a utilizarse se pueden encontrar los siguientes riesgos:

- E: Imposibilidad de encontrar tal cantidad de material: puede darse el caso en el que la cantidad de material necesario para la fabricación de los componentes sea demasiado elevada y no pueda conseguirse; este tipo de problema puede surgir en caso de elegir materiales de alto valor o cuando se diseñan piezas con materiales compuestos.
- F: Imposibilidad de llevar a cabo la fabricación: este riesgo es fruto del tipo de geometría que se manda reproducir. Puede ocurrir que las máquinas encargadas de llevar a cabo las distintas tareas de fabricación no fueran capaces de hacerlo a partir de ciertas dimensiones.

Con el fin de proponer una solución a estos riesgos (bien para minimizar su probabilidad de ocurrir o su impacto, o para evitarlos por completo) se propone el siguiente plan de contingencia:

- Errores en los cálculos: una vez finalizado el diseño, se propone realizar una serie de ensayos con maquetas a escala en túneles de viento, y en caso de que no fuese posible, implementar el mismo concepto de diseño en futuros lanzamientos. De las dos opciones pensadas, la segunda de ellas parece ser la más realista, ya que por ahora no se dispone de túnel de viento alguno capaz de reproducir las condiciones de vuelo supersónico. En lo que respecta a las frecuencias naturales y los modos de vibración, se propone un ensayo de una ignición del motor para evaluar cómo afecta el ruido generado.
- Incertidumbre en el dimensionamiento: en lo que respecta a este riesgo, lo único que puede realizarse es un seguimiento de las tareas de fabricación, una vez terminado el diseño.
- Avería del equipo utilizado: este riesgo es inevitable, pero su impacto puede verse reducido disponiendo de otro equipo. En este caso se dispone de un ordenador en el aula de I+D del departamento de Ingeniería Química y del Medio Ambiente con una licencia activada.

- Espera en el uso de supercomputadores: en este trabajo no estaba pensada su utilización, por lo que la probabilidad de que ocurriese era mínima; pero en el caso de darse este riesgo su impacto hubiese sido inevitable.
- Imposibilidad de encontrar la cantidad de material necesaria: la solución más rápida es cambiar el material pensado por otro cuya disponibilidad sea mayor. En este caso, el material que se ha seleccionado es el aluminio, y la dificultad de encontrar la cantidad de material puede encontrarse en la serie deseada.
- Imposibilidad de llevar a cabo la fabricación: si se diese esta situación, el impacto sería inevitable. No obstante, el hecho de que se produjese sería fruto de una mala información sobre los recursos disponibles y que debería haber sido tomada en cuenta en la fase de diseño.

Tabla 7: Matriz de riesgos.

		Impacto			
		0,2	0,4	0,6	0,8
Probabilidad	0,8	0,16	0,32	0,48	0,64
	0,5	0,1	0,2	0,3	0,4
	0,3	0,06 B	0,12 A	0,18 E	0,24 F
	0,1	0,02	0,04	0,06 C	0,08 D

1.8 Descripción de la solución propuesta

Después de realizar una comparación de los resultados obtenidos para las dos alternativas, y de evaluar los aspectos mencionados en un apartado anterior (1.6 Análisis de alternativas) se seleccionó la geometría que se describe a continuación.

Los gráficos aparecen titulados con el nombre de “geometría modificada” ya que la solución final fue el resultado de modificar la geometría base concebida con anterioridad.

1.8.1 Geometría

La solución finalmente elegida fue una aleta con la siguiente forma:

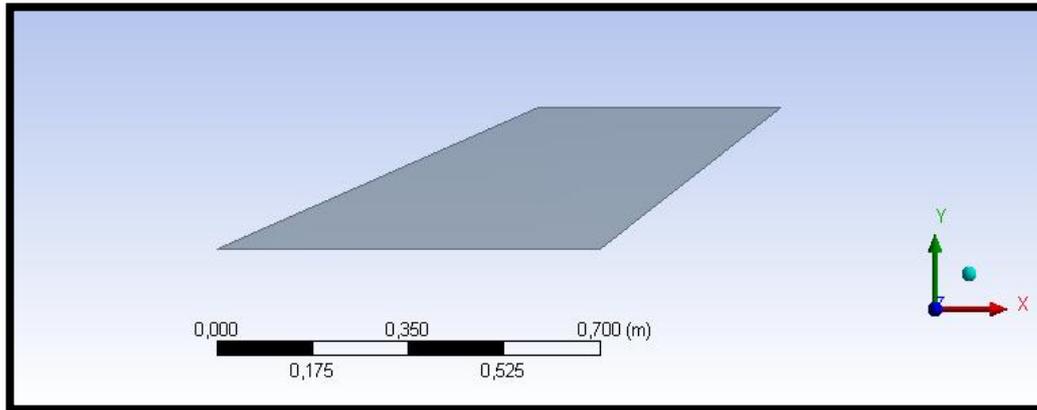


Imagen 26: Forma de la geometría elegida.

Las dimensiones principales son las siguientes, pudiéndose encontrar los planos constructivos en el ANEXO I. Planos.

Tabla 8: Dimensiones principales de la geometría elegida.

Cota	Valor	Unidad
Longitud	700	mm
Envergadura	250	mm
Ángulo delantero	23	Grados
Ángulo trasero	36	Grados
Espesor	5	mm

1.8.2 Resultados aerodinámicos

En cuanto a su comportamiento aerodinámico, en la siguientes gráficas se muestran los resultados de analizar para distintos números de Mach la geometría acoplada al fuselaje (cohete completo).

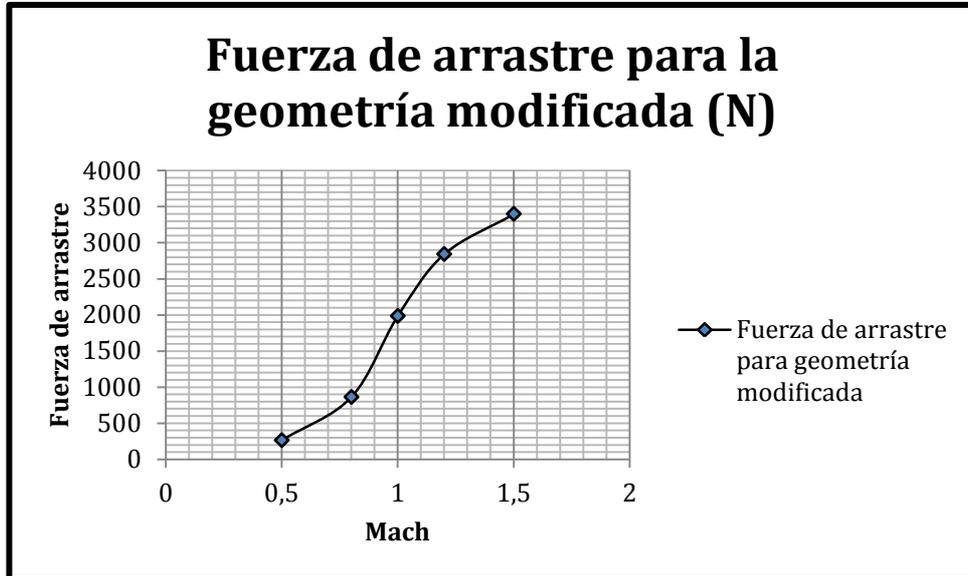


Gráfico 13: Fuerza de arrastre para la solución elegida (cohete completo)

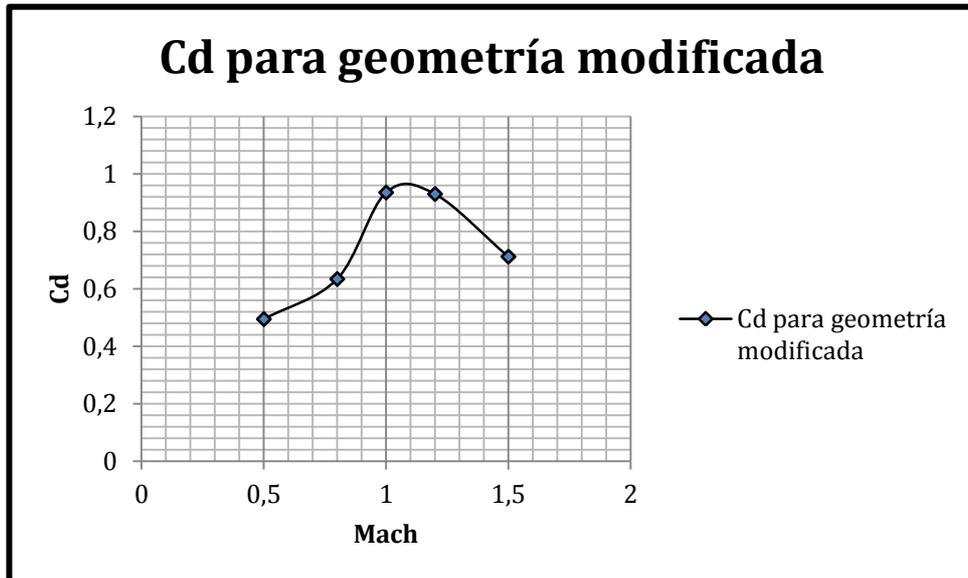


Gráfico 14: Coeficiente de arrastre para la solución elegida (cohete completo)

Observando el gráfico de los coeficientes de arrastre se puede ver como éste aumenta hasta alcanzar su máximo cerca del valor de Mach 1.

Los resultados del análisis de estabilidad son los siguientes, incluyendo tanto la zona subsónica como la transónica.

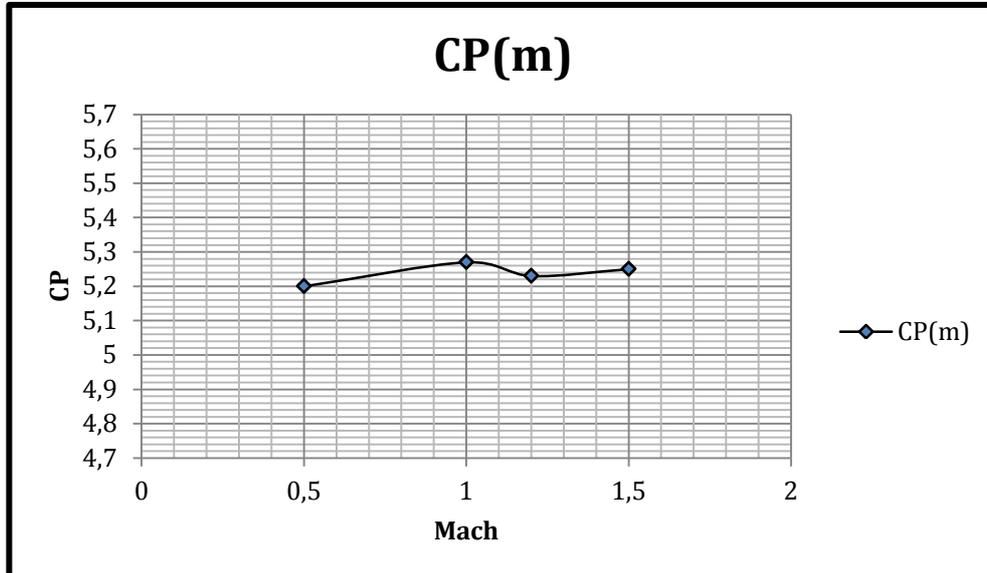


Gráfico 15: Centro de presión para la geometría elegida.

Con estos resultados se cumple el criterio de estabilidad impuesto, que consiste en obtener un margen estático de 4 calibres como mínimo, obteniéndose valores alrededor de 6 calibres para una posición del centro de gravedad de 4 metros desde la punta de la ojiva, y un diámetro máximo de 20cm.

1.8.3 Análisis estructural

Los análisis resistentes se realizaron para la situación de trabajo normal (ángulo de ataque nulo) y para ángulos de ataque pequeños, todas ellas en la situación de máxima presión dinámica ("max q", a Mach 2).

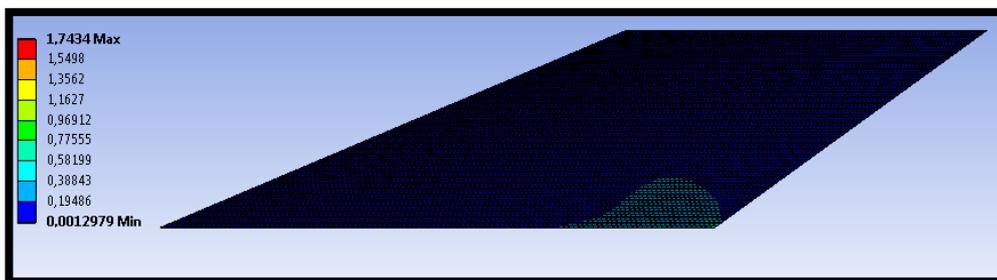


Imagen 27: Tensiones de Von Mises sobre la aleta con ángulo de ataque nulo.

Para esta situación no existen tensiones lo suficientemente grandes como para comprometer la integridad estructural de la aleta.

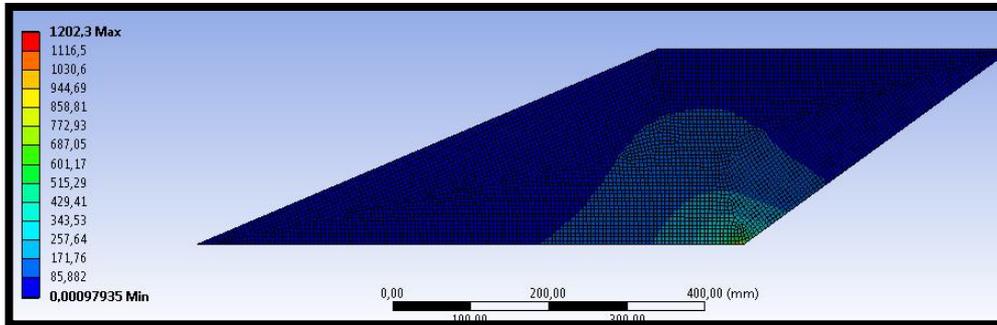


Gráfico 16: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 3 grados.

Para ese caso ya se pueden apreciar tensiones que superan la tensión de fluencia del aluminio en zonas muy concretas, las llamadas concentraciones de tensiones (esquina inferior derecha).

Para ángulos de ataque superiores, las tensiones elevadas se extienden por gran parte de la aleta, no siendo recomendable encontrarse en dicha situación.

El resto de análisis, así como una información más detallada de los resultados se encuentra en el apartado 2.4.8 Análisis estructural.

1.8.4 Análisis modal

Las frecuencias naturales para los primeros cinco modos de vibración, obtenidas mediante computación fueron:

Tabla 9: Frecuencias naturales.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	35,021
2	89,091
3	175,54
4	236,56
5	306,55

Los modos de vibración se encuentran en el ANEXO II. Tablas y Gráficos.

Estas frecuencias naturales deberán ser comprobadas con las frecuencias de las fuerzas actuantes en las situaciones de arranque del motor y ángulo de ataque.

2 Metodología seguida en el desarrollo del trabajo

2.1 Descripción de tareas

Las distintas tareas de este trabajo han sido concebidas de manera que la obtención de los resultados finales y de la solución finalmente adoptada se haya podido realizar de la mejor manera posible. El desarrollo del trabajo comenzó en el mes de octubre.

Las primeras tareas consistieron en la búsqueda de información sobre el tema que se trataba, a saber: flujo compresible, y aerodinámica básica. Las principales fuentes están reflejadas en la bibliografía.

Fue importante asentar los conceptos utilizados en temas relacionados con flujos compresibles (mecánica de fluidos en general) y termodinámica, ya que muchos de los artículos que posteriormente se encontraron usaban dichos conceptos en explicaciones sobre distintos fenómenos estudiados.

Así, se podrían resumir estas primeras tareas en:

- Estudio de flujo compresible: mediante libros recomendados.
- Estudio de aerodinámica básica: mediante libros, y búsquedas web con videos explicativos.

La duración de estas dos tareas fue de un mes.

El siguiente paso fue comprender la estabilidad de un cohete, qué factores se deben tener en cuenta, y cómo influyen en la dinámica de vuelo estando ya asentados los conceptos básicos de la aerodinámica. Esta tercera tarea podría titularse:

- Estudio de la estabilidad en cohetes.

La duración de esta tarea fue de una semana.

Las siguientes tareas se realizaron en paralelo, una vez comenzadas las tareas más teóricas (las citadas anteriormente). Estas tareas consistieron en la familiarización con los programas de cálculo de CFD y de FEM así como en la búsqueda de diferentes artículos sobre aerodinámica de cohetes (mísiles la mayoría de ellos), obtenidos principalmente del portal web de la NASA, en el que se pueden encontrar no sólo artículos técnicos sino también otros relacionados con otras ramas de la ciencia como puede ser la biología en condiciones de microgravedad.

Estas tareas se llevaron a cabo durante un mes aproximadamente. La duración exacta no se puede estimar, ya que posteriormente se siguieron encontrando artículos de interés. Las dos tareas podrían llamarse de la siguiente manera:

- Familiarización con programas de CFD y FEM.
- Búsqueda de artículos sobre aerodinámica de cohetes.

En lo que respecta al uso de los programas, se realizaron diversos tutoriales proporcionados por la guía de usuario y pruebas importando geometrías propias, que sirvieron también para la obtención de datos para un simulador preliminar desarrollado por otros miembros del equipo.

Como continuación a la tarea de familiarización con los programas, se hizo una búsqueda sobre simulaciones en programas de CFD con flujo externo, en concreto técnicas de mallado, modelos de turbulencia...etc. En la bibliografía se pueden encontrar algunos de estos.

Aunque la duración no fue exacta, para finales del mes de diciembre se concluyó la tarea:

- Búsqueda sobre simulaciones con flujo compresible externo.

A partir de este punto, las tareas empezaron a ser más específicas, centrándose en el diseño de un juego de aletas que proporcionase la estabilidad necesaria en vuelo supersónico sin penalizar las prestaciones debido a la fuerza de arrastre.

La primera de las tareas de este nuevo bloque fue determinar una geometría base, que cumpliese con un criterio de estabilidad, y sobre la que se pudiesen realizar modificaciones. Estas tareas fueron cortas, y se pueden denominar:

- Establecimiento de un criterio de estabilidad.
- Determinación de una geometría base.
- Comprobación de estabilidad.

Al finalizar estas tareas se disponía ya de una geometría sobre la cual comenzaría un análisis más profundo, mediante una campaña de simulaciones:

- Simulaciones sobre geometría base.

Como resultado de estas simulaciones se obtuvieron datos sobre fuerzas de arrastre, coeficientes, momentos... que se utilizarían como datos base sobre los que realizar comparaciones, a medida que las modificaciones sobre la geometría tuviesen lugar. Las siguientes tareas, por lo tanto, fueron:

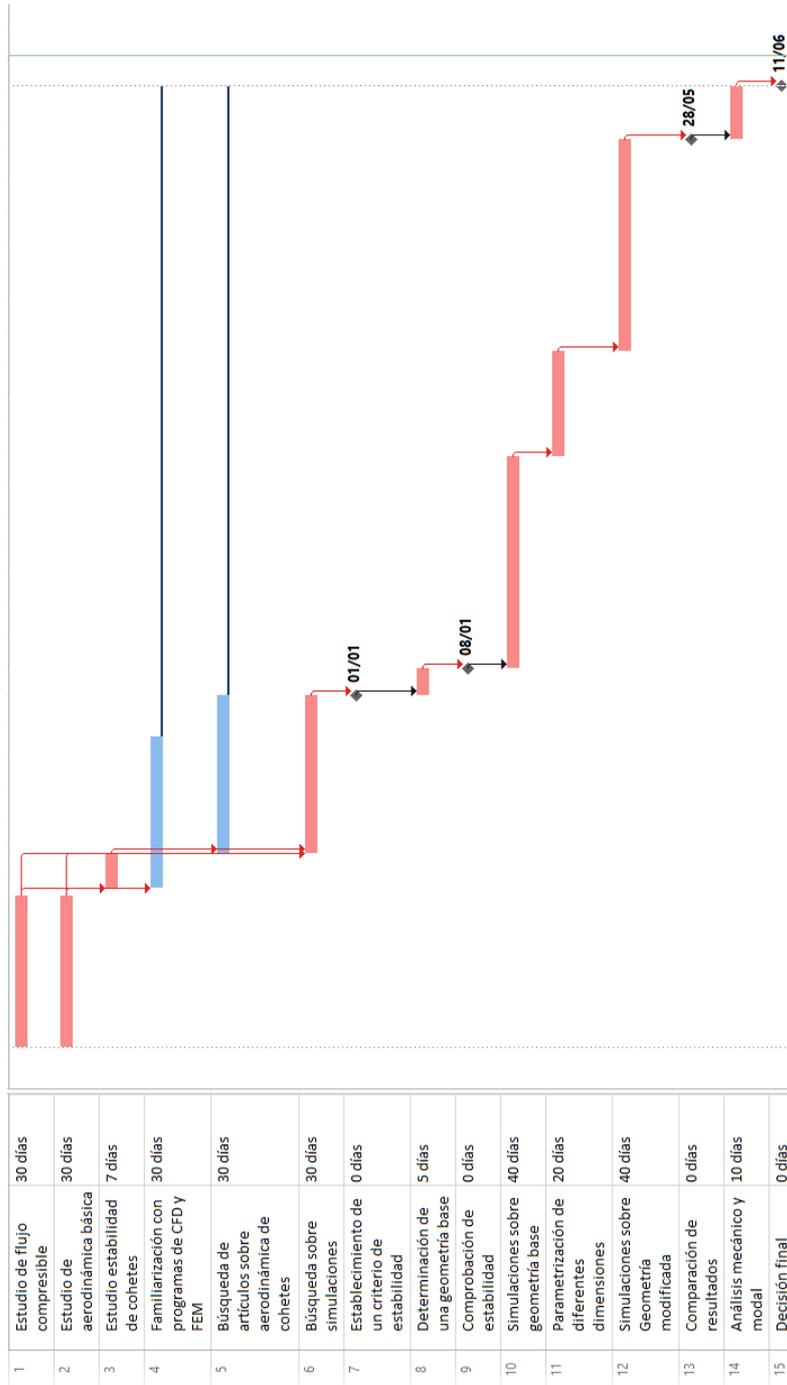
- Parametrización de diferentes dimensiones.
- Simulaciones sobre geometrías modificadas.
- Comparación de resultados.

Una vez obtenida la geometría que mejores resultados aerodinámicos proporcionaba se procedió a evaluarla mecánicamente, utilizando para ello las fuerzas obtenidas mediante CFD.

- Análisis mecánico y modal.

Finalmente, llegó el momento de evaluar las diferentes alternativas, y tomar una decisión final sobre el diseño que será implementado. Con el fin de entender mejor la estructuración de las tareas realizadas en el siguiente apartado se puede encontrar un diagrama de Gantt.

2.2 Diagrama de Gantt.



2.3 Primeros cálculos y configuración del programa.

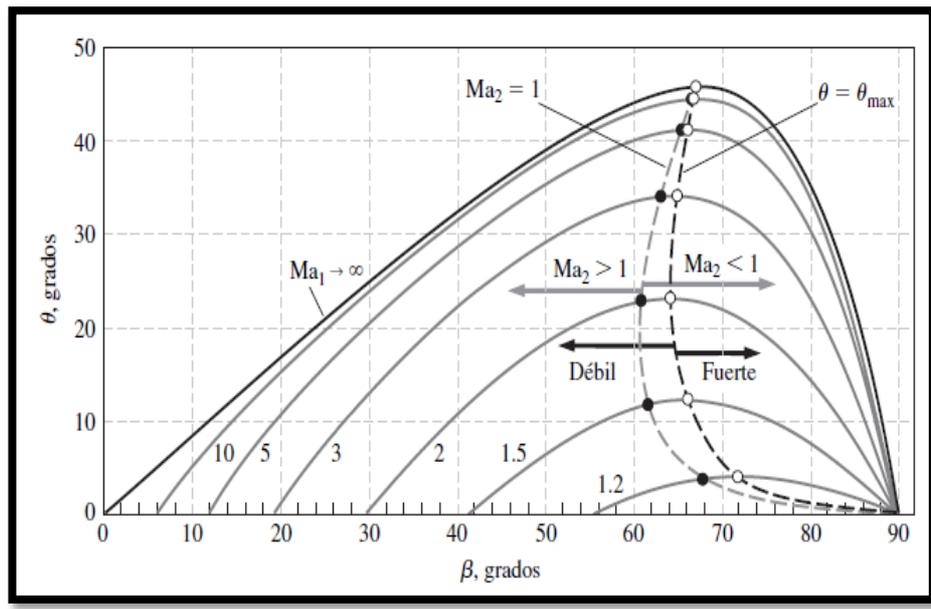
2.3.1 Definición de la geometría base

En este apartado se procede a describir los sucesivos pasos que se siguieron para la obtención de una geometría base sobre la cual se pudiesen realizar modificaciones posteriormente. Se tuvo en cuenta para su concepción que el cohete que llevará estas aletas está previsto que tenga las siguientes dimensiones:

- Longitud: 6m
- Diámetro máximo: 200mm

2.3.1.1 Ángulo delantero

Las primeras dimensiones en ser definidas fueron el ángulo delantero de las aletas y la longitud de la cuerda de unión al fuselaje. El ángulo delantero se obtuvo mediante el uso de la siguiente gráfica, en la que se muestran los valores de los ángulos de onda y deflexión para distintos números de Mach. Gráfico 6: Ángulo de deflexión en función del ángulo de choque y número de Mach.



En este gráfico se puede observar que para una velocidad de Mach 2 (velocidad máxima estimada para el cohete) el ángulo límite a partir del cual el choque pasa de ser débil a fuerte, generando una separación de la onda es de unos 23 grados.

Se tomó como adecuado este valor, ya que para valores menores de número de Mach los ángulos límite entre choque fuerte y débil son demasiado pequeños, pudiendo sacrificar las prestaciones en el apartado de estabilidad, aunque mejorando notablemente el comportamiento en el paso de régimen subsónico a supersónico (transónico). De hecho, es cierto que los mejores comportamientos en esa región, los llevan a cabo geometrías en las que

la variación de área no es excesiva, sin ser geometrías con cambios exagerados en sus distintas partes, como podría ser el comienzo de las alas de un caza, o las aletas de un cohete.

Según este gráfico la onda de choque que se genera debería tener un ángulo cercano a 60 grados. Con el fin de comprobar la teoría, se realizó una simulación utilizando una geometría en dos dimensiones.

En la siguiente tabla se muestra la configuración del programa elegida para realizar la simulación. El software utilizado fue ANSYS Fluent.

Tabla 10: Configuración del programa.

General		
Solver		
Type	Density-based	
Time	Steady	
Models		
Energy	ON	
Viscous	Spalart-Allmaras	
Materials		
Fluid	Ideal-Gas	
Boundary Conditions		
Inlet	Pressure Far Field	Mach 2
Outlet	Pressure Outlet	Gauge Pressure 0
Exterior	Pressure Far Field	Mach 2
Contact	Wall "No Slip"	
Operating Conditions		
Temperature	300 K	
Pressure	101300 Pa	

En la siguiente imagen se muestra el contorno números de Mach que resultó de la realización de dicha simulación; en ella se puede comprobar cómo, efectivamente, el ángulo de onda se aproxima a los 60 grados sexagesimales.

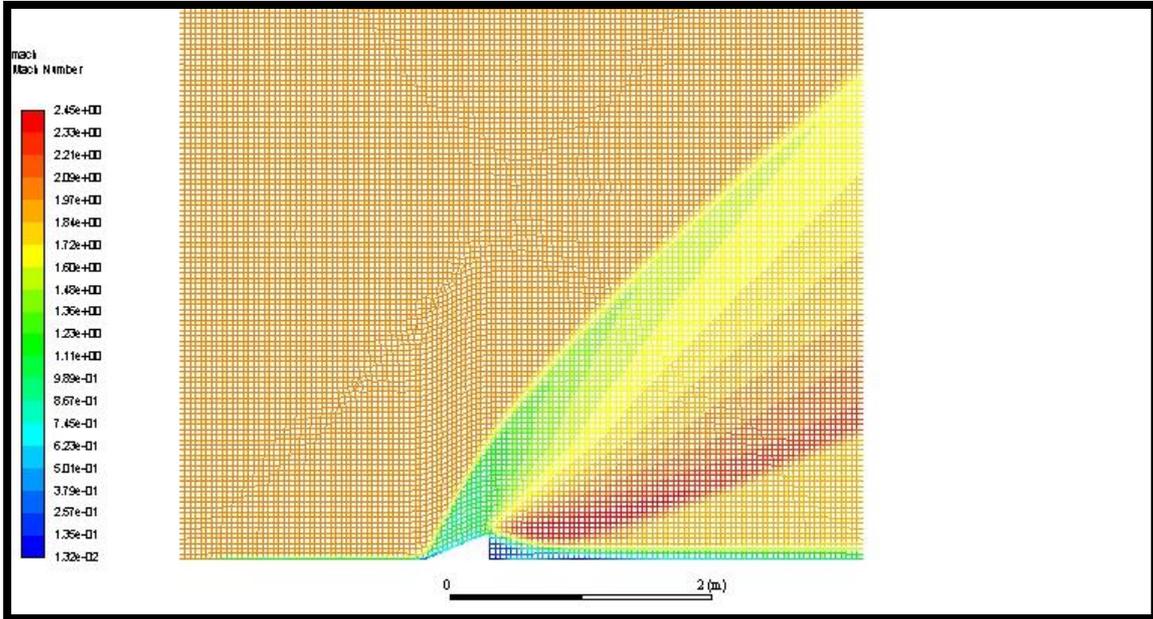


Imagen 28: Contorno de números de Mach para un ángulo de deflexión de 23 grados.

No sólo comprobamos que el choque tiene un ángulo de 60 grados; también que la velocidad después de éste es cercana a Mach 1 como dice el gráfico. Relacionado con las ondas, también se puede observar el abanico de ondas de expansión en la parte exterior de la aleta. Para este ángulo, la velocidad después del abanico de ondas de expansión debería estar cerca de $M=1.9$ como se puede apreciar (tonos más rojizos).

Las ventajas de este diseño, son básicamente las que se han ido mencionando anteriormente. Poseemos una geometría que no genera ondas de proa ni choques fuertes, y que permite al flujo mantener una velocidad supersónica. En cuanto al apartado mecánico, el hecho de que el ángulo de deflexión sea 23 grados obliga a la geometría a ser más larga en la dirección del fuselaje que en la dirección perpendicular a éste, beneficiando la resistencia a flexión en esa dimensión.

En cuanto a las desventajas, estamos hablando de un diseño que implica tener unas aletas que por cada 30 cm de largo en dirección del fuselaje tiene 10 cm en dirección perpendicular a éste. Es decir, si se quiere que la interacción de las aletas con el medio sea mayor (área en planta más grande) se necesitaría una longitud en dirección el fuselaje mayor.

Examinando una geometría con un ángulo de deflexión mayor que 23 grados, para una velocidad correspondiente a un número de Mach igual a 2, se puede observar que la onda se separa del comienzo de la deflexión, generando una onda de choque fuerte.

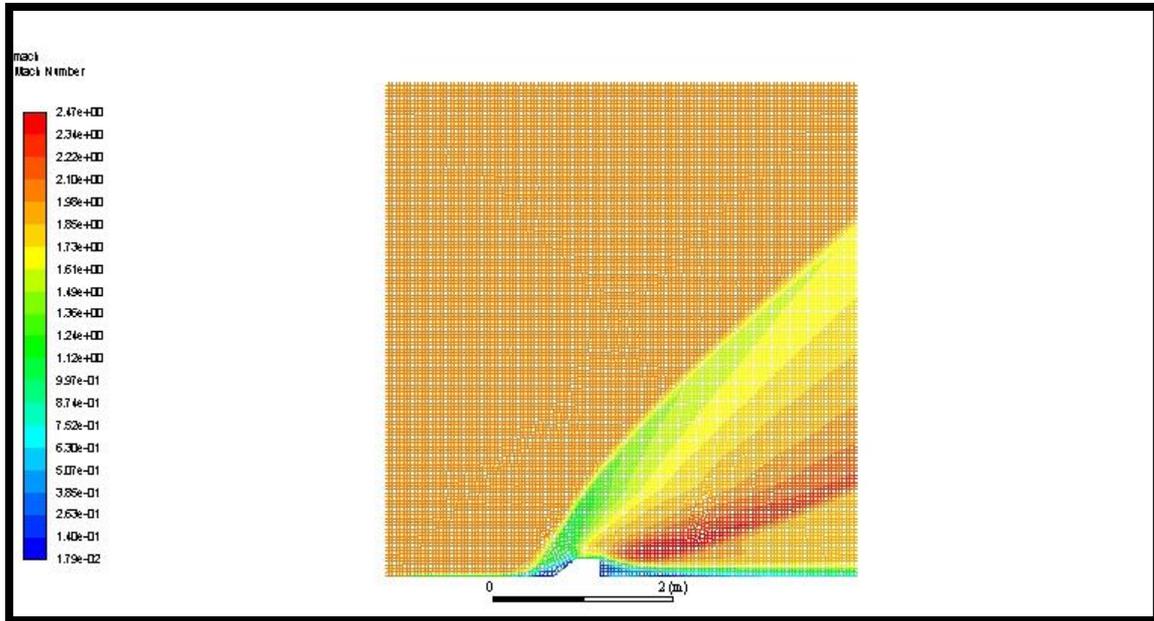


Imagen 29: Contorno de números de Mach para una geometría con un ángulo de deflexión mayor que 23 grados.

También se observa el abanico de ondas de expansión, en el que el número de Mach va aumentando según se avanza por el abanico.

Comparando las fuerzas de arrastre sobre estas geometrías, se puede ver como una separación de una onda de choque lleva consigo un aumento de la resistencia que ofrece el fluido al cuerpo que viaja por él.

Tabla 11: Fuerzas de arrastre según tipo de onda.

Fuerza de arrastre (N)	
Onda no desprendida	61,301
Onda desprendida	75,86

2.3.1.2 Envergadura (“Span”) de las aletas

La determinación de esta dimensión tiene una gran importancia. En vuelos supersónicos, las fuerzas de arrastre tienden a frenar más a los cuerpos ligeros y grandes (que ocupan un mayor espacio) que a otros más compactos. Existe un coeficiente balístico que relaciona las fuerzas de inercia de un cuerpo con las fuerzas de arrastre, su expresión y denotación es la siguiente:

$$\beta = \frac{M}{C_d A} \quad (57)$$

Donde M es la masa del cuerpo, C_d el coeficiente de arrastre, y A el área de la superficie del cuerpo.

A mayor valor de coeficiente balístico, mayor es el apogeo. Por lo tanto, un cohete que tenga su masa concentrada en una estructura que no ocupe una gran superficie tendrá un coeficiente balístico mayor, logrando mayor altura en su vuelo.

Teniendo en cuenta este término, la envergadura de las aletas en su primera iteración no fue demasiado grande, comenzando por un valor de 200mm, igual al diámetro máximo del fuselaje^[6]. Con esta cota y con el ángulo delantero se procedió a obtener una longitud de unión al fuselaje.

2.3.1.3 Longitud de unión al fuselaje

Como se ha mencionado anteriormente, antes de proceder a la definición de esta cota se obtuvo un ángulo delantero para las aletas de 23 grados, y se estimó una envergadura de 200mm. Con estos dos datos, en caso de considerar una aleta triangular se obtendría una longitud de:

$$\frac{200 \text{ mm}}{\text{tg}(23)} = 471,17 \text{ mm}$$

Con el fin de aumentar el área de la aleta, perjudicial en cuanto a coeficiente balístico, pero beneficioso en cuanto a interacción con el fluido y estabilidad, se aumentó dicha cota hasta los 500mm de longitud. La geometría base de la primera iteración tuvo, por lo tanto, estas dimensiones:

- Longitud de unión al fuselaje: 500mm
- Envergadura: 200mm
- Ángulo delantero: 23 grados.
- Ángulo trasero: 90 grados.
- Espesor: 5mm.

Sobre esta geometría se realizó una comprobación de la estabilidad que aportaría al cohete.

2.3.2 Centro de gravedad, centro de presión y estabilidad

La posición del centro de gravedad de un cohete no es constante con el tiempo ya que la cantidad de combustible disponible disminuye durante el ascenso. Lo importante es tener en cuenta que para que el comportamiento del cohete sea estable el centro de presión del conjunto debe estar por debajo del centro de gravedad de éste. Para ello se considerará que el cohete tiene el centro de gravedad situado a un tercio de la altura, tomando como referencia la parte trasera (desde la tobera). No es una hipótesis del todo inadecuada, ya que normalmente se tiende a acumular el peso de los instrumentos en la parte superior con el fin de elevar el

centro de gravedad, y el combustible, junto con el motor y la tobera serían los elementos que hacen que ese punto se encuentre en una posición inferior.

Antes de explicar por qué el centro de presión debe estar por detrás del centro de gravedad, se procede a explicar qué se entiende por centro de presión.

2.3.2.1 Centro de presión

Por definición, el centro de presión es el punto de aplicación de las fuerzas aerodinámicas. Concretamente, se trata de un punto de aplicación de un sistema de fuerzas equivalente.

Las fuerzas debidas a la distribución de presión y tensión cortante generan un momento respecto al eje frontal ("leading edge"). La fuerza resultante R debe colocarse como una fuerza puntual de manera que los efectos sean los mismos que los provocados por las distribuciones antes mencionadas (1.5.2 Fuerzas y momentos aerodinámicos). Colocando a la componente axial en la cuerda del ala o aleta, debemos situar la fuerza normal de tal manera que el momento respecto del eje frontal sea el mismo que provocan las distribuciones de presión y tensión.

Se toman como positivos los momentos que tiendan a aumentar el ángulo de ataque. Hay distintas formas de expresar las fuerzas puntuales resultantes de unas distribuciones de presión pero las típicas son las siguientes:

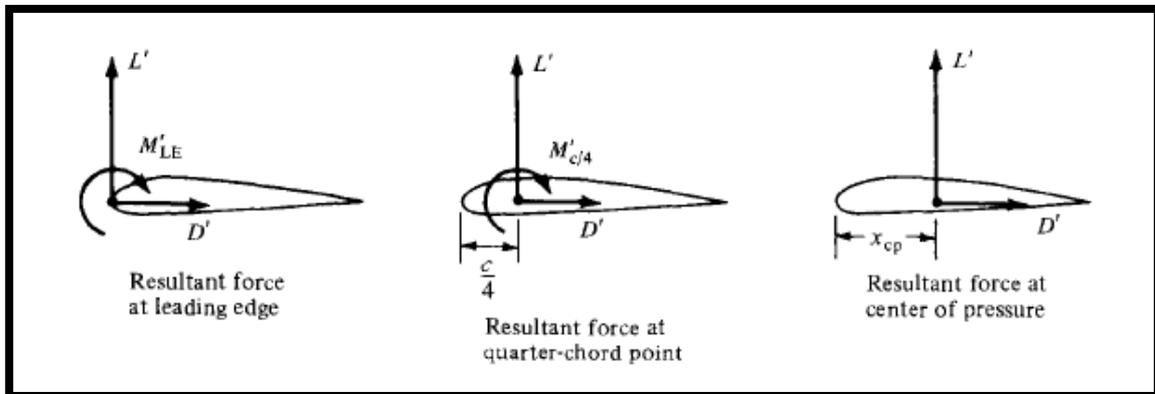


Imagen 30: Distintos sistemas de fuerzas equivalentes.

Las ecuaciones que surgen de igualar el momento respecto al eje frontal con el generado por las fuerzas puntuales son las siguientes:

$$M'_{LE} = -(x_{cp})N' \quad (58)$$

$$x_{cp} = -\frac{M'_{LE}}{N'} \quad (59)$$

La posición del centro de presión es variable con la velocidad, y este hecho se tiene en cuenta, por ejemplo, en el diseño de las rampas de lanzamiento, diseñadas de tal manera que el cohete sale del raíl a una velocidad a la que el comportamiento esperado sea estable. A la distancia entre ambos centros se le denomina margen estático.

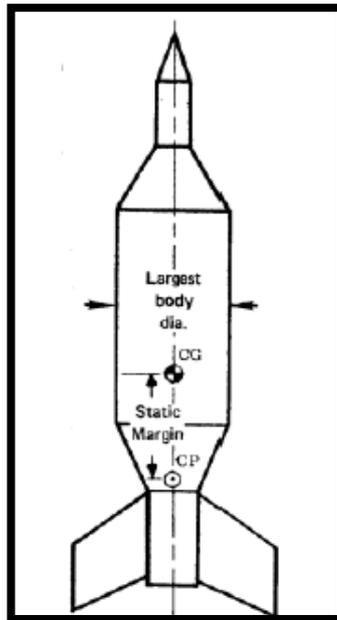


Imagen 31: Concepto de margen estático.

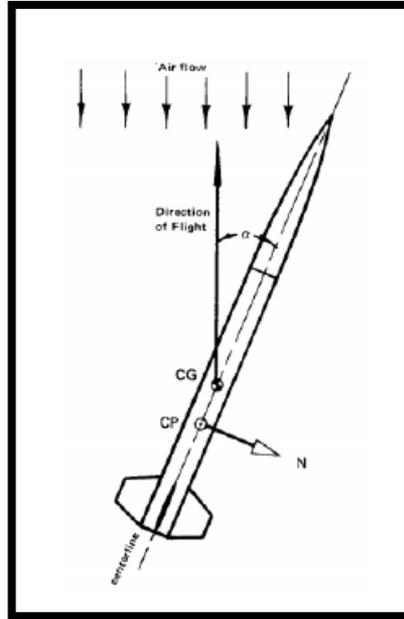


Imagen 32: Fuerza normal aplicada en centro de presión.

A la hora de realizar un diseño aerodinámico, el primer objetivo que se debe cumplir es el de asegurar la estabilidad del vehículo. El criterio que se adopta para el caso de cohetes es cumplir un valor mínimo de calibres. Estos calibres se definen como la distancia entre el centro de gravedad del cohete y el centro de presión (margen estático), todo ello dividido entre el diámetro máximo del cuerpo (Imagen 31: Concepto de margen estático.). Existen ciertas recomendaciones sobre el valor que debe tener este calibre, pero la condición necesaria para que exista estabilidad es que el centro de presión del cohete se encuentre por detrás del centro de gravedad de éste, en el sentido del flujo de aire.

Normalmente se considera suficiente obtener un valor de calibre igual a la unidad, y se recomienda que sea de dos para asegurar un buen comportamiento. No obstante, como se trata del primer diseño propio dentro del equipo BiSkyTeam, el criterio de estabilidad se ha establecido en un valor de 5 calibres mínimo.

En el siguiente apartado se explica la forma en la que se obtuvieron estimaciones del centro de presión, con las que se comprobaron la estabilidad de la primera iteración de la geometría base.

2.3.2.2 El método de Barrowman ^[14]

Los programas de computación actuales permiten realizar increíbles aproximaciones de la realidad, pero hay veces que sus resultados no son del todo correctos y se debe saber cuándo se dan esas situaciones.

En este caso, ANSYS Fluent calcula el centro de presión según su definición: aquel punto en el que el momento resultante es cero. En teoría, ese punto podría ser utilizado como punto de

aplicación de las fuerzas aerodinámicas (lo que en mecánica se suele llamar “reducción de un sistema de fuerzas”) ya que se estaría suponiendo que la resultante de una fuerza producida por presión (distribución de fuerza) es en realidad una fuerza puntual.

No obstante, debido a distintos motivos, Fluent no realiza en algunos casos una estimación correcta de la posición del centro de presión. Otros programas como Star-CCM+ directamente no da la opción de obtener el centro de presión mediante un “report”, obligando a calcularlo “a mano” con el momento y las fuerzas obtenidas. Es por ello que se ha buscado una alternativa, por la que comenzar a estimar el centro de presión de un cohete para distintas geometrías.

Las fuentes de este error en la obtención del centro de presión con ANSYS Fluent no están confirmadas pero lo más probable es que se trate de un error asociado a los métodos numéricos de cálculo que usa el programa. En concreto del error de 0.

Este error se da, ya que para una persona una cifra de 10^{-11} es cero, pero para el programa no. A lo largo de la simulación ese error se acumula, y si hablamos de la resultante de una fuerza, se puede llegar a obtener un valor de 2N (por ejemplo) que genera un momento cuando en realidad para un ángulo de ataque 0 éste debería ser nulo.

Haciendo uso de otros programas de computación como Star-CCM+, se observa que no se tiene la opción de obtener un “report” de centro de presiones. En este caso, el programa nos obliga a calcularlo “a mano”, utilizando el momento y la fuerza normal, que para un ángulo de ataque 0 deberían ser nulos.

Vistos estos dos problemas: error en las soluciones y problema de obtener momentos y fuerzas normales para ángulo de ataque nulo; se buscó una alternativa para la obtención del centro de presión. Se encontraron dos, una aplicable utilizando programas de computación, siguiendo un método ya utilizado por investigadores de la NASA (artículo disponible en la bibliografía); y otro que no precisa de programas especiales, sino de una simple hoja Excel. Este método es el denominado método de Barrowman.

El rango de aplicación de este método se limita a las siguientes características:

- Aletas de pequeño espesor.
- Vuelos subsónicos.

Aunque el vuelo del cohete sea supersónico, la idea de usar este método no es obtener una posición definitiva del centro de presión, sino obtener una estimación sobre dicha posición cuando el régimen de vuelo es todavía subsónico y realizar modificaciones para que se cumpla el criterio de estabilidad determinado.

A continuación se muestra una figura con las dimensiones que toman parte en los distintos términos de las ecuaciones de Barrowman, y dichas ecuaciones.

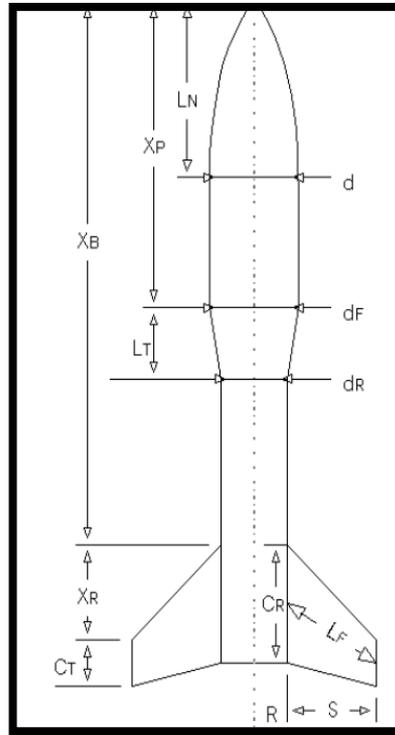


Imagen 33: Cotas a tener en cuenta en el método Barrowman.

Las distintas cotas son las siguientes:

- L_N : longitud de la ojiva.
- d : diámetro en la base de la ojiva.
- d_F : diámetro en el comienzo de la zona de transición.
- d_R : diámetro al final de la superficie de transición.
- L_T : longitud de transición.
- X_P : distancia desde la punta de la ojiva hasta el inicio de la superficie de transición.
- C_R : longitud de unión de la aleta al fuselaje.
- C_T : longitud del eje exterior de la aleta.
- S : envergadura de las aletas.
- L_F : longitud de la cuerda media de la aleta.
- R : radio del cohete en la parte trasera.
- X_R : distancia entre el punto de unión del eje delantero con el fuselaje y la intersección del eje delantero con el paralelo al fuselaje.
- X_S : distancia desde la punta de la ojiva hasta el punto de unión del eje delantero de las aletas con el fuselaje.
- N : número de aletas.

Las ecuaciones asociadas a las distintas partes del cohete son las siguientes:

- Términos de la ojiva:

$$(C_N)_N = 2 \quad (60)$$

$$X_N = 0,666L_N \text{ (para conos)} \quad (61)$$

$$X_N = 0,466L_N \text{ (para forma ojival)} \quad (62)$$

- Términos de la zona de transición:

$$(C_N)_T = 2 \left[\left(\frac{d_R}{d} \right)^2 - \left(\frac{d_F}{d} \right)^2 \right] \quad (63)$$

$$X_T = X_P + \frac{L_T}{3} \left[1 + \frac{1 - \frac{d_F}{d_R}}{1 - \left(\frac{d_F}{d_R} \right)^2} \right] \quad (64)$$

- Términos de las aletas:

$$(C_N)_F = \left[1 + \frac{R}{S + R} \right] \left[\frac{4N \left(\frac{S}{d} \right)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L_F}{C_R + C_T} \right)^2}} \right] \quad (65)$$

$$X_F = X_S + \frac{X_R (C_R + 2C_T)}{3 (C_R + C_T)} + \frac{1}{6} \left[(C_R + C_T) - \frac{(C_R C_T)}{(C_R + C_T)} \right] \quad (66)$$

- Obtención del centro de presión:

$$(C_N)_R = (C_N)_N + (C_N)_T + (C_N)_F \quad (67)$$

$$X = \frac{(C_N)_N X_N + (C_N)_T X_T + (C_N)_F X_F}{(C_N)_R} \quad (68)$$

La posición X obtenida es respecto a la punta de la ojiva. Todas estas expresiones fueron programadas en una hoja Excel con el fin de facilitar la obtención de los resultados.

2.3.3 Análisis mediante CFD

En este apartado se describe la metodología seguida, geometrías CAD, parámetros de mallado y opciones elegidas en los programas utilizados durante los análisis realizados. Se pueden distinguir dos grupos.

El primero de ellos consiste en analizar un cohete completo, con el fin de obtener momentos y fuerzas recuperadoras para distintos ángulos de ataque, así como fuerzas y coeficientes de arrastre, y analizar el tipo de flujo que se da para distintas condiciones de vuelo.

El segundo grupo corresponde al análisis de las aletas por separado. En estas simulaciones se pretendía obtener resultados para pequeñas modificaciones sobre la geometría de las aletas, y una vez optimizadas las distintas dimensiones implementarlas a la geometría del cohete completo para un análisis general. Por lo tanto, se trata de un proceso iterativo entre ambos grupos.

La razón por la cual no se usa una única configuración tiene que ver con la cantidad de celdas y nodos que es posible implementar en cada caso. Así, para evaluar el comportamiento de una pequeña variación en la geometría de una aleta es mejor disponer de una malla con tamaño de celda pequeño en las proximidades de la geometría, algo que se puede lograr mucho mejor con un dominio en el cual sólo esté la geometría a analizar.

2.3.3.1 Configuración de las simulaciones del cohete completo

2.3.3.1.1 Geometría

La geometría CAD se creó en el módulo de diseño DesignModeler de ANSYS. La estructura del cohete tenía únicamente como parámetros variables aquellos correspondientes a las aletas. El cilindro del fuselaje y la ojiva (cono) permanecieron iguales para todas las simulaciones. Tampoco se modificó de una simulación a otra el tamaño del dominio de fluido (“enclosure”) cuyas medidas se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 12: Medidas del dominio.

	Medida	Unidad
Radio	6	m
x+	11	m
x-	5	m
Origen en punta de la ojiva		

La razón por la cual no se modificaron ninguno de los parámetros que no estuviesen relacionados con las aletas es que los responsables de los diferentes resultados fueran únicamente los cambios realizados sobre la geometría de las aletas.

En lo que respecta al tamaño del dominio, suele ser habitual mantener una distancia de aproximadamente 10 veces la mayor medida del cuerpo entre éste y las paredes del dominio. Debido al poco poder computacional disponible respetar esta norma es prácticamente imposible, siendo necesario crear un dominio más pequeño.

Con el fin de ahorrar costes computacionales, se realizó un corte por un plano de simetría. Este plano se eligió de tal manera que a la hora de introducir un ángulo de ataque al cohete hubiese interacción del fluido con el sólido tanto por la parte inferior como por la superior, tal y como se puede observar en la siguiente imagen. Además, para los casos en los que el cohete no disponía de ángulo de ataque, como eran aquellos correspondientes a la obtención de fuerzas y coeficientes de arrastre, se realizó otro corte por un plano perpendicular al primer plano de simetría, dejando únicamente un cuarto de la geometría original.

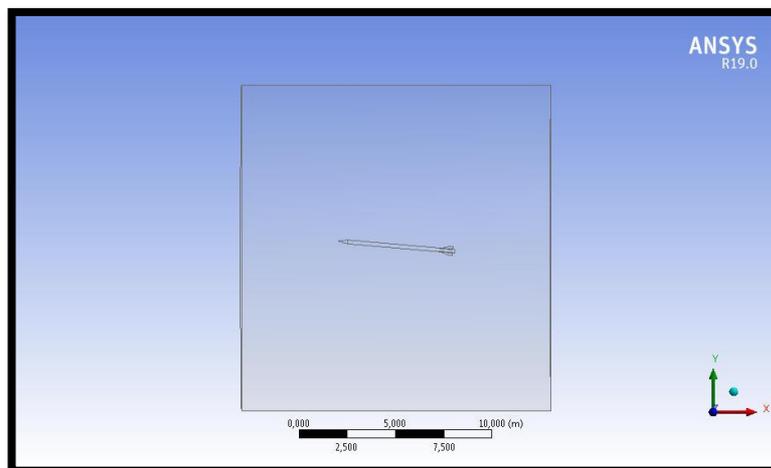


Imagen 34: Plano de simetría.

En cuanto a la introducción de un ángulo de ataque, mencionar que se puede realizar de dos maneras diferentes: la primera consiste en girar la geometría el ángulo deseado y la segunda en indicar mediante componentes la dirección del flujo. La segunda opción es más ventajosa ya que no se precisa mallar de nuevo una geometría, como sí ocurre aplicando la primera opción.

2.3.3.1.2 *Mallado*

El mallado del dominio se realizó en una serie de pasos. El primer paso consistió en introducir los parámetros para un mallado general del dominio. En ANSYS Fluent cabe destacar la opción “Adaptive” que genera una malla partiendo de un tamaño de elemento que introduce el usuario y que se va reduciendo a medida que se aproxima al cuerpo en el interior del “enclosure”, sin generar cambios de tamaño muy grandes. En la siguiente imagen se puede apreciar un ejemplo de esta estrategia de mallado.

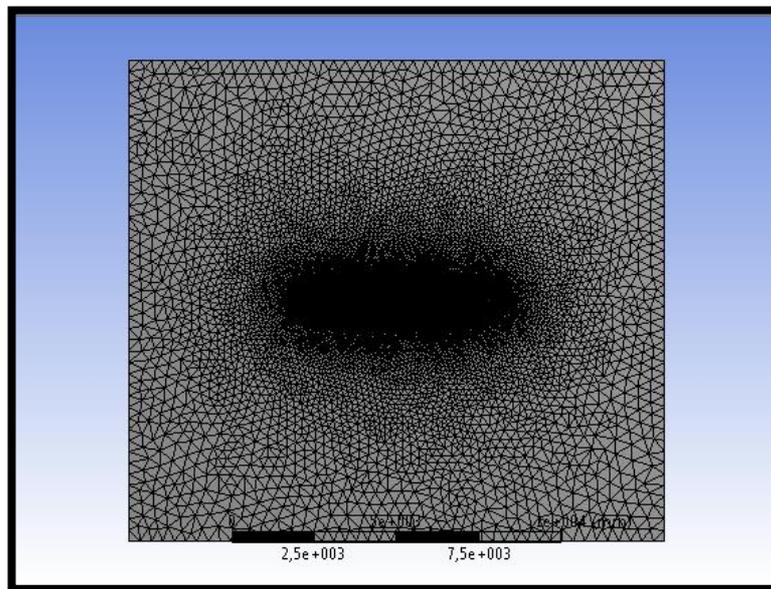


Imagen 35: Mallado “Adaptive”.

En otros programas como Star-CCM+, se puede definir un volumen dentro del cual el tamaño de elemento puede ser menor (“volumetric controls” en inglés), se parte del tamaño base indicado por el usuario y se indica para el volumen de control un porcentaje sobre ese tamaño base para definir el tamaño de las nuevas celdas.

Dentro del menú “Mesh”, se seleccionó la opción “insert sizing”, gracias a la cual se pueden seleccionar las caras o zonas sobre las cuales quiere aplicarse un tamaño de celda distinto. En concreto, se optó por definir celdas con un tamaño de 1cm sobre todas las caras del cohete.

En las zonas de contacto con el cohete surge la capa límite, cuya importancia en la determinación de las fuerzas de arrastre y calentamiento de la superficie es grande. Los cambios en esta capa son más relevantes en la dirección perpendicular a la superficie que en la dirección longitudinal, por lo tanto se necesitan celdas con un espesor pequeño. La opción “inflation” permite crear una capa de elementos prismáticos definiendo el máximo espesor de

la capa y el número de elementos que quieren apilarse en esa capa. Las opciones elegidas fueron 5 capas de elementos con un total de medio centímetro de espesor, ya que en régimen supersónico la capa límite no llega a desarrollarse demasiado.

Resumiendo en la siguiente tabla:

Tabla 13: Parámetros de mallado.

Tipo	Medida	Unidad
Sizing general	20	cm
Face sizing	1	cm
Inflation (5 capas)	5	mm

Ampliando la imagen se puede observar la capa de elementos prismáticos en comparación con el tamaño de otras celdas.

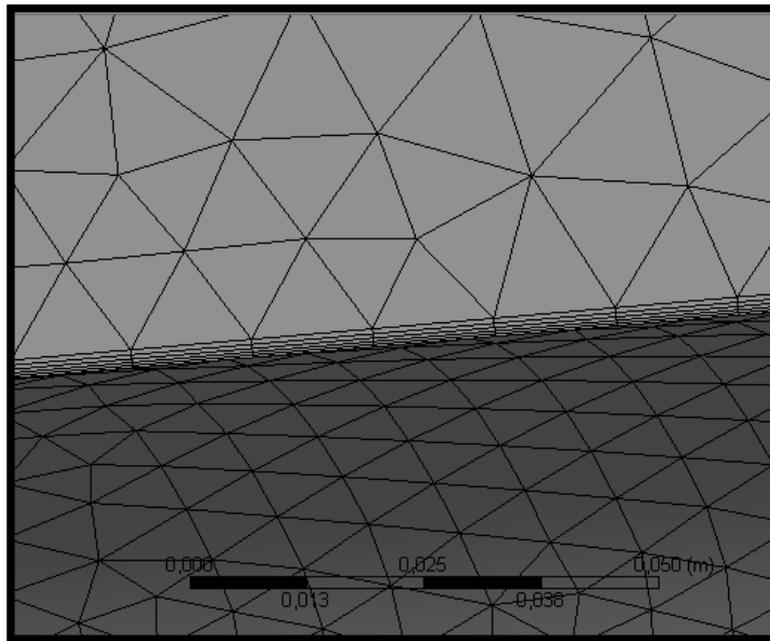


Imagen 36: Capas prismáticas sobre superficie del cuerpo.

Los resultados en cuanto a número de elementos y nodos son los siguientes:

Tabla 14: Número de elementos y nodos.

Elementos	1.566.287
Nodos	368.847

Una vez terminado el mallado se procedió a importar la malla a la aplicación ANSYS Fluent.

2.3.3.1.3 *Ansys Fluent*

Una vez importada la malla, la primera tarea que se realizó es la de cambiar el tipo de elementos que conforman la malla. La modificación que se realiza es de elementos tetraédricos a poliédricos, obteniendo como resultado una reducción en el número de elementos, pero un aumento en el número de caras y de nodos, a través de los cuales se obtiene la información del flujo. En la siguiente tabla se muestran los resultados del número de elementos poliédricos y el número de nodos y caras.

Tabla 15: Número de elementos, nodos y caras poliédricas.

Elementos	472.822
Nodos	1.822.787
Caras	2.516.482

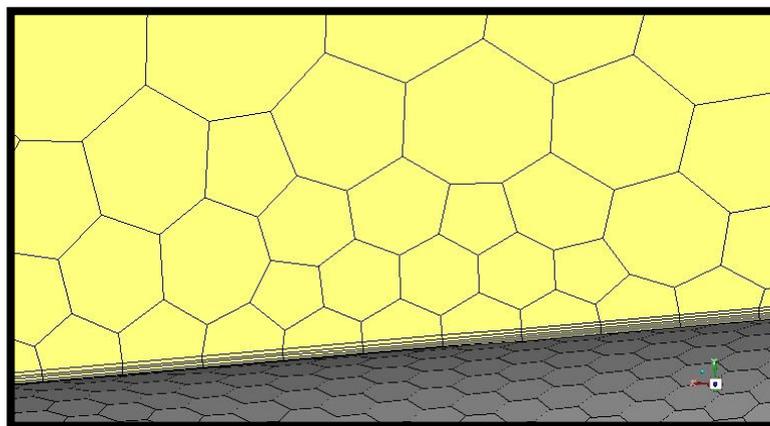


Imagen 37: detalle de las capas prismáticas de la operación de inflation.

El siguiente paso fue definir las condiciones de contorno del modelo. Recordando que se trata de un dominio cilíndrico dividido por un plano de simetría, las condiciones de contorno elegidas fueron las siguientes.

Tabla 16: Condiciones de contorno.

Nombre	Tipo	Valor	Unidad
Inlet	Pressure far field	Variable	Mach
Exterior	Pressure far field	Variable	Mach
Outlet	Pressure outlet	0	Gauge pressure
Rocket	Wall	No Slip	-
Presión de operación	101300 Pa		
Temperatura	300 K		

En cuanto a los métodos de resolución, en la siguiente tabla se recogen las opciones elegidas:

Tabla 17: Modelos elegidos.

Tipo	Density based; Implicit
Ecuación de la energía	Activada
Modelo viscoso	Spalart-Almaras Strain-Vorticity based

En el apartado 1.5.5.9 Star-CCM+ y ANSYS Fluent se detallaron las diferencias entre las distintas opciones de solución. En concreto la opción "Density-Based" resolvía todas las variables simultáneamente en un sistema acoplado, por iteración.

2.3.3.2 Configuración de las simulaciones de la aleta suelta

El objetivo de estas simulaciones era obtener resultados sobre las modificaciones que se fueron realizando sobre la geometría base. En concreto se realizaron simulaciones cambiando el ángulo trasero de la aleta, aunque también se aprovechó el dominio para realizar simulaciones en la obtención de momentos generados por una mala alineación de la aleta con el eje principal del fuselaje.

2.3.3.2.1 Geometría

En este caso, y de una manera similar a la anterior, se realizó la geometría CAD en el propio módulo de ANSYS DesignModeler. La aleta se colocó en una de las paredes del dominio para simular la unión al fuselaje. Las únicas diferencias entre una simulación y otras posteriores se encontraban en la geometría de la aleta, permaneciendo constantes el resto de parámetros. Las dimensiones del dominio en el que se introdujo la aleta son las siguientes.

Tabla 18: Medidas del dominio.

	Medida	Unidad
x+	5	m
x-	1	m
y+	5	m
y-	0	m
z+	3	m
z-	3	m

Como en el caso anterior, los únicos parámetros que sufrieron algún cambio fueron aquellos relacionados con la geometría de la aleta analizada y no con el tamaño del dominio. Para aquellas simulaciones realizadas sobre geometrías sin ángulo de ataque alguno se cortó al dominio por un plano de simetría de manera que se conservó medio espesor de la aleta analizada, con el fin de ahorrar coste computacional.

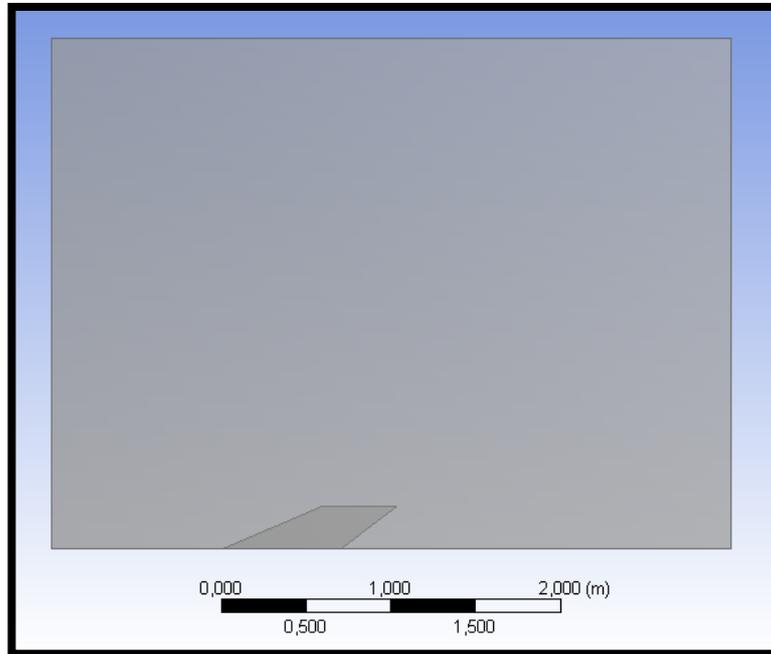


Imagen 38: Plano de simetría del dominio analizado.

2.3.3.2.2 *Mallado*

Para definir los parámetros de mallado de esta geometría se siguieron los mismos pasos que se realizaron anteriormente para el mallado del cohete completo, destacando el uso de la estrategia de mallado “adaptive”. Se seleccionó un tamaño de celda menor para las caras de la aleta, y se introdujeron capas de elementos prismáticos para simular la capa límite.

Tabla 19: Parámetros de mallado.

Tipo	Medida	Unidad
Sizing general	6	cm
Face sizing	1	cm
Inflation (5 capas)	5	mm

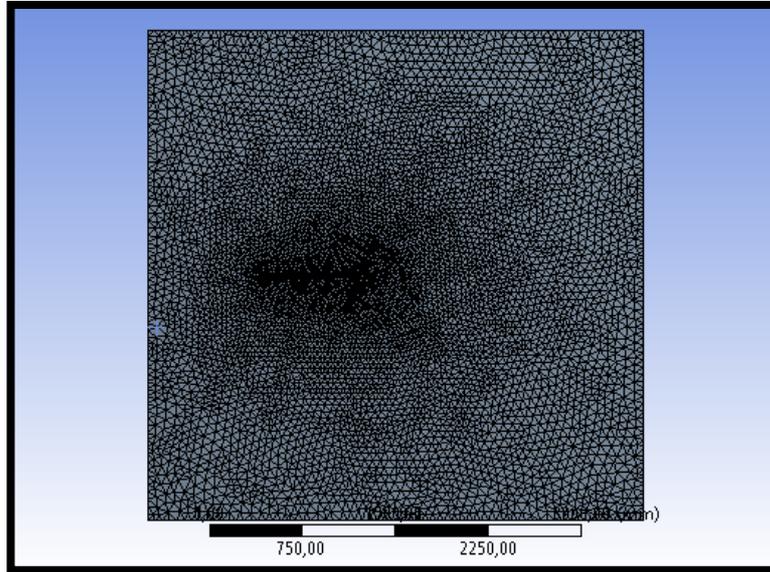


Imagen 39: Mallado del dominio.

El número de elementos y nodos obtenido para esta malla fue el siguiente:

Tabla 20: Número de elementos y nodos (II)

Elementos	422.423
Nodos	84.591

2.3.3.2.3 ANSYS Fluent

La primera operación que se realizó al importar la malla a la aplicación ANSYS Fluent fue cambiar el tipo de elementos utilizados, cambiando de elementos tetraédricos a poliédricos, obteniendo un número mayor de nodos y caras. En nuevo número de elementos, nodos y caras fue el siguiente:

Tabla 21: Número de elementos, nodos y caras de la malla poliédrica (II)

Elementos	92.442
Nodos	475.073
Caras	585.569

Finalmente, se procedió a definir las condiciones de contorno y del modelo físico:

Tabla 22: Condiciones de contorno

Nombre	Tipo	Valor	Unidad
Inlet	Pressure far field	Variable	Mach
Exterior	Pressure far field	Variable	Mach
Outlet	Pressure outlet	0	Gauge pressure
Aleta	Wall	No Slip	-
Presión de operación	101300 Pa		
Temperatura	300 K		

Tabla 23: Modelos elegidos

Tipo	Density based; Implicit
Ecuación de la energía	Activada
Modelo viscoso	Spalart-Almaras Strain-Vorticity based

Para todas las simulaciones se eligió el modelo de gas ideal, ya que de otra forma el modelo viscoso no es capaz de resolver el problema.

Como comprobación de la calidad de la malla se obtuvieron gráficos XY del parámetro y^+ . Este parámetro es adimensional y se define como:

$$y^+ = \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} y}{\nu} \quad (69)$$

Donde τ_w es la tensión cortante en la pared, ρ es la densidad del fluido en la pared, y es la distancia a la pared (distancia desde el centro de la celda adyacente a la pared hasta esta) y ν es la viscosidad cinemática local del fluido.

Las recomendaciones para este número adimensional, con los que comprobar si la malla es buena, indican que se deben obtener valores muy cercanos a 1, o superiores a 30.

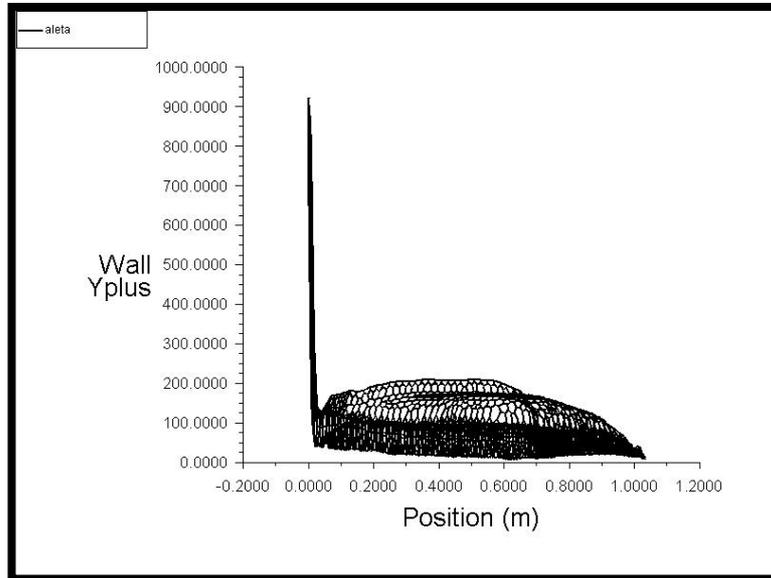


Gráfico 17: Valores de y^+ .

Como se aprecia en este último gráfico, hay cierta cantidad de valores por debajo de ese valor de 30, pero la mayoría se encuentran por encima. La zona en la que dispara el valor coincide con el comienzo del cuerpo que está interaccionando con el fluido, y donde se producen ondas de choque.

En cuanto a los criterios de parada, en la siguiente tabla se pueden ver los utilizados:

Tabla 24: Criterios de parada.

Residuo	Valor
Continuity	10^{-5}
x-momentum	10^{-5}
y-momentum	10^{-5}
z-momentum	10^{-5}
Energy	10^{-6}
SA-nut	10^{-5}

2.3.3.3 Análisis estructural y modal

Una vez obtenidos los datos de las simulaciones CFD, se procedió a realizar un análisis estructural de la geometría, con el fin de verificar su resistencia. También se realizó un análisis modal, con el objetivo de hallar las frecuencias naturales del sistema, ya que durante el vuelo y el propio arranque se producen vibraciones que pueden hacer al sistema entrar en resonancia, lo que suele suponer el colapso de la estructura.

2.3.3.3.1 Análisis estructural

El procedimiento para realizar un análisis mediante elementos finitos es muy similar al de un análisis de CFD, ya que se precisa una geometría que debe ser mallada, unas condiciones de contorno y unos modelos para discretizar el medio continuo.

2.3.3.3.1.1 Geometría

La geometría introducida para realizar los análisis estructuras es la misma que se introdujo para definir “el negativo” en el dominio analizado mediante CFD. En la siguiente imagen se muestra la geometría.

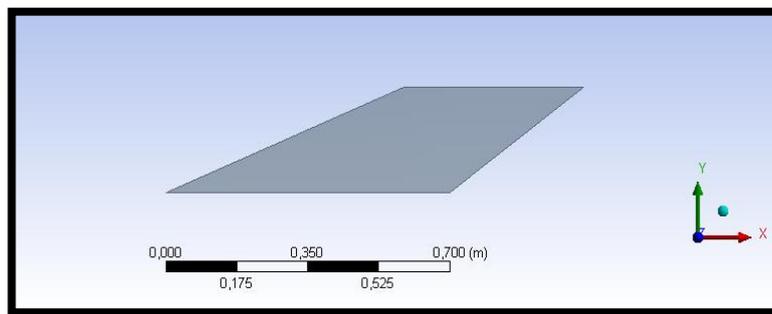


Imagen 40: Geometría analizada.

Cabe destacar que la única geometría utilizada para estos análisis fue la elegida en base a los resultados obtenidos mediante CFD.

2.3.3.3.1.2 Mallado

El mallado de la geometría se realizó con elementos cáscara, un tipo de elementos que ofrecen buenos resultados cuando la estructura es sometida a flexión (como en este caso) ya que otro tipo de elementos, como los hexaedros sólo registran las tensiones y desplazamientos en sus nodos, y para un espesor pequeño serían necesarios varios elementos de este tipo, aumentando en gran medida el número global de elementos y el coste computacional.

Para este tipo de análisis, los elementos tridimensionales se utilizan cuando la pieza no va a soportar esfuerzos fuera de su plano, situación que se da cuando el ángulo de ataque es nulo. Resumiendo, se usaron elementos tridimensionales para evaluar una situación de ángulo de ataque nulo, y elementos de tipo cáscara para los análisis en los que sí había ángulo de ataque.

En la siguiente imagen se muestra la malla finalmente aplicada.

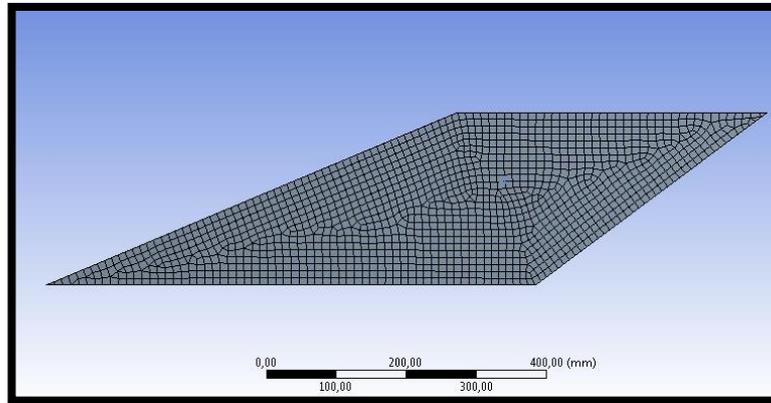


Imagen 41: Mallado de la aleta.

2.3.3.3.1.3 Condiciones de contorno

La restricción al movimiento elegida fue un apoyo fijo, empotrado, de la unión de la aleta con el fuselaje, dejando el resto de la geometría libre. De esta manera, no se dispone de ningún grado de libertad y el problema se resuelve sin dar error alguno.

En cuanto a las fuerzas, se aplicó una fuerza remota sobre toda la superficie igual al valor de la fuerza ejercida por el fluido obtenida de las simulaciones CFD.

2.3.3.3.2 Análisis modal

Este tipo de análisis es importante ya que para ciertas frecuencias la estructura puede entrar en resonancia, provocando grandes deformaciones y el colapso de ésta, y grandes oscilaciones que pueden alterar su trayectoria o hacer que se someta a fuerzas aerodinámicas demasiado fuertes debido a un serpenteo muy pronunciado por la aparición de ráfagas de viento. La otra situación crítica es el arranque del motor, ya que los gases expulsados por la tobera y las ondas sonoras rebotan contra el suelo induciendo vibraciones en el sistema.

La razón por la que produce este fenómeno es la aeroelasticidad. Cuando un cuerpo es sometido a esfuerzos aerodinámicos, sufre pequeñas deformaciones, como ocurre ante cualquier esfuerzo (tratándose de un material más o menos dúctil).

Imaginando el caso de un perfil alar, la fuerza resultante que actúa sobre el ala hace que ésta se deforme, flexionándola en dirección vertical y reduciendo el área proyectada sobre la que actúa esta fuerza, que se verá disminuida, devolviendo al ala a su forma original, recuperando el área proyectada original y por lo tanto, haciendo que la fuerza vuelva a aumentar.

La repetición de este proceso una y otra vez a una determinada frecuencia es la que provoca las grandes deformaciones, en caso de que dicha frecuencia coincida con alguna de las frecuencias naturales de la estructura. Se recuerda, que las frecuencias naturales son una característica propia de la estructura y no dependen de la carga a la que este siendo sometida, sino de la rigidez y la masa del sistema, siendo su expresión la siguiente:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (70)$$

Donde K es la rigidez del sistema y M su masa.

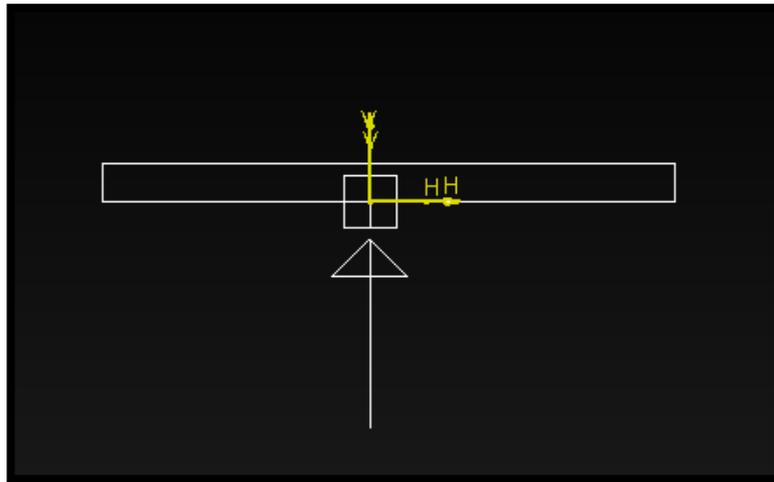


Gráfico 18: Fuerza aplicada sobre un ala.

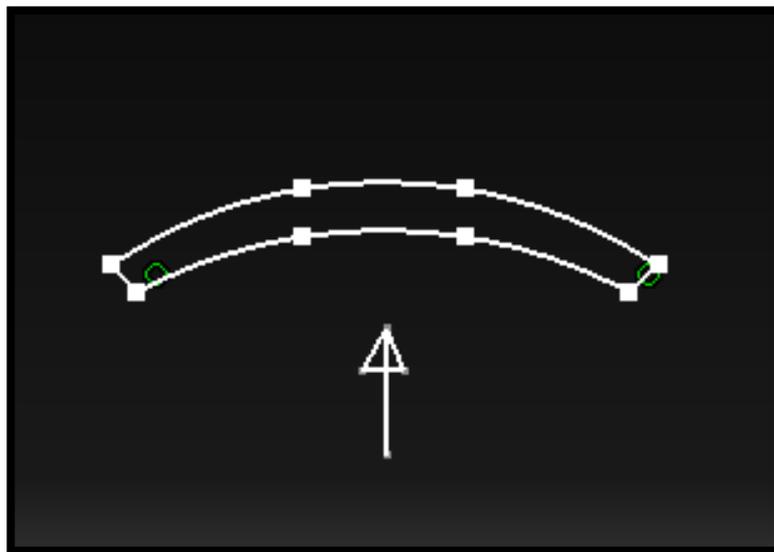


Gráfico 19: Fuerza aplicada sobre un ala flexionada.

2.4 Descripción de los resultados y las modificaciones

Una vez descritos los métodos de cálculo utilizados, y habiendo obtenido algunas de las cotas, se procede a presentar los resultados obtenidos y las modificaciones realizadas.

2.4.1 Tipo de flujo

Primero, se muestran imágenes en las que se puede observar el tipo de flujo que un cohete se encuentra cuando vuela en régimen transónico y supersónico, pudiendo apreciarse fenómenos como ondas de choque, ondas de expansión o la barrera del sonido que tanto compromete estructuralmente al sistema.

Con el fin de no alargar demasiado este apartado se ha optado por mostrar un par de gráficos por caso, pudiendo encontrar otros adicionales en el ANEXO II. Tablas y Gráficos.

2.4.1.1 Mach 0,6

Para este número de Mach, los efectos de compresibilidad ya son apreciables, aunque no se formen las ondas de choque. Para este caso, y los dos posteriores, se realiza una comparación entre los valores de temperatura, presión y densidad máximas, obtenidas mediante expresiones manualmente y mediante CFD. Dichos valores se calcularon aplicando las expresiones de las propiedades de estancamiento (ecuaciones 7, 8 y 9); y mediante CFD se obtuvieron los valores de la zona delantera del cohete, donde el fluido es detenido.

Tabla 25: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 0,6.

Propiedad	Valor	Unidad
Temperatura	320,70	K
Presión	127.953,63	Pa
Densidad	1,3823	Kg/m ³

Comparando con los valores obtenidos por computación:

Tabla 26: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 0,6.

Propiedad	Valor	Unidad	Error (%)
Temperatura	317,58	K	1,016436803
Presión	117.870	Pa	8,677573836
Densidad	1,3064	Kg/m ³	5,905746949

La diferencia entre los valores obtenidos no es muy elevada, pudiendo ser debida a la forma en la que obtienen los valores de la simulación, teniendo que pinchar sobre el contorno, y recibiendo un rango de valores al cual pertenece el color seleccionado (rojo en este caso).

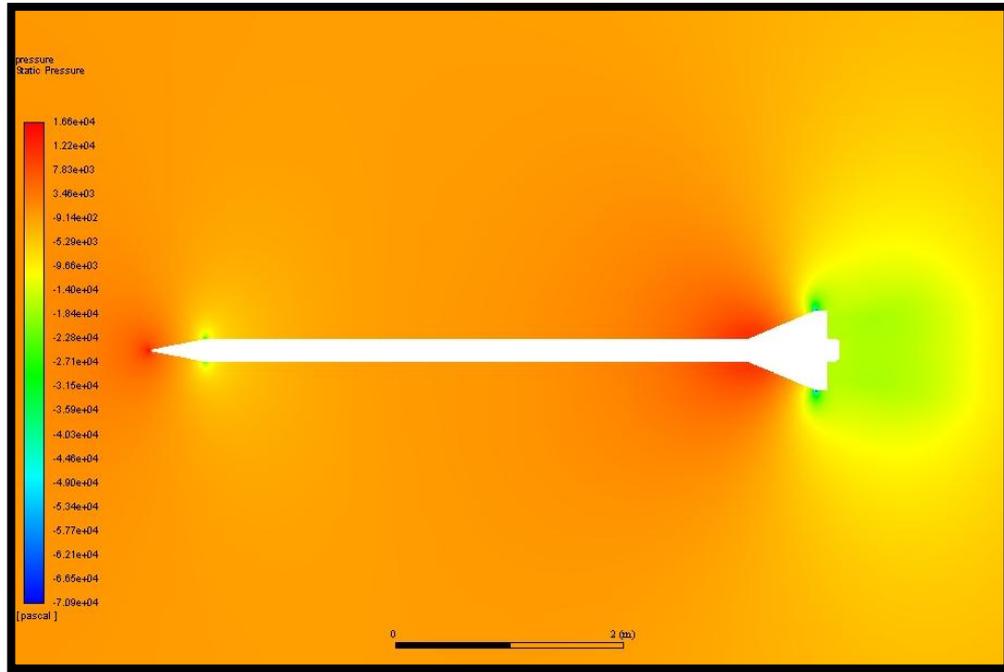


Gráfico 20: Contorno de presiones a Mach 0,6

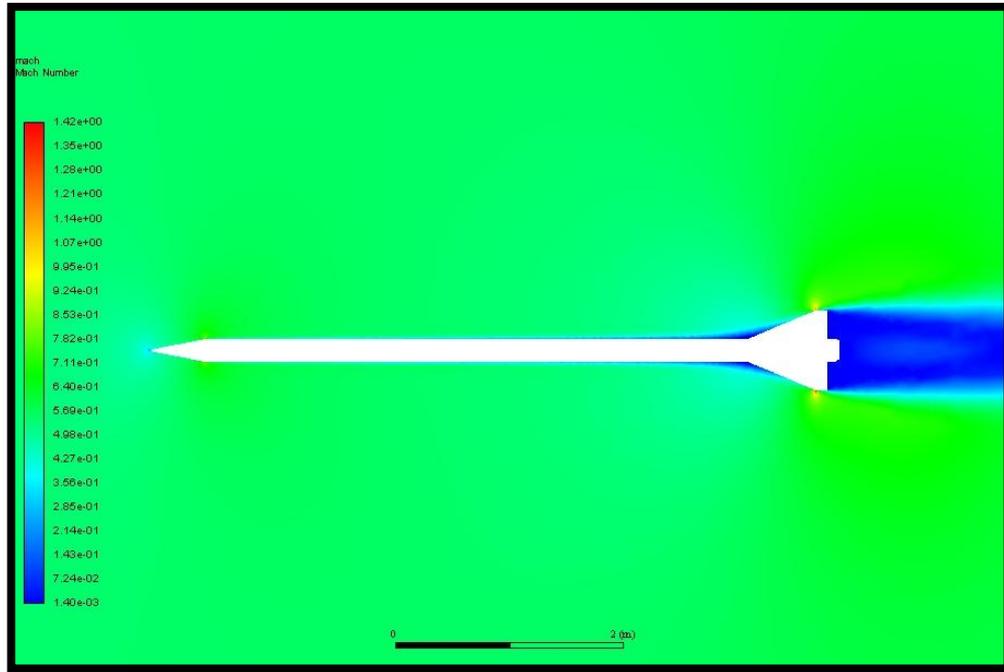


Gráfico 21: Contorno de números de Mach a Mach 0,6

El valor máximo del número de Mach registrado es de 1,42; es decir, hay zonas con valores de número de Mach supersónico; no obstante, estos valores se encuentran en zonas muy pequeñas situadas en las aletas, donde si es verdad que el fluido se acelera, y en la zona de unión del cono con el cilindro.

2.4.1.2 Mach 0,8.

A partir de este número de Mach se considera que comienza el régimen transónico, por lo que se pueden empezar a apreciar la formación de zonas de compresión del fluido, y zonas en las que el flujo es supersónico. Comparando los valores teóricos con los obtenidos experimentalmente:

Tabla 27: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 0,8.

Propiedad	Valor	Unidad
Temperatura	338,55	K
Presión	154.651,41	Pa
Densidad	1,5828	Kg/m ³

Tabla 28: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 0,8.

Propiedad	Valor	Unidad	Error (%)
Temperatura	337,87	K	0,200532098
Presión	142.672	Pa	8,396463452
Densidad	1,4810	Kg/m ³	6,875169229

De nuevo, estos valores fueron obtenidos de la parte delantera del cohete, donde la temperatura, presión y densidad son máximas.

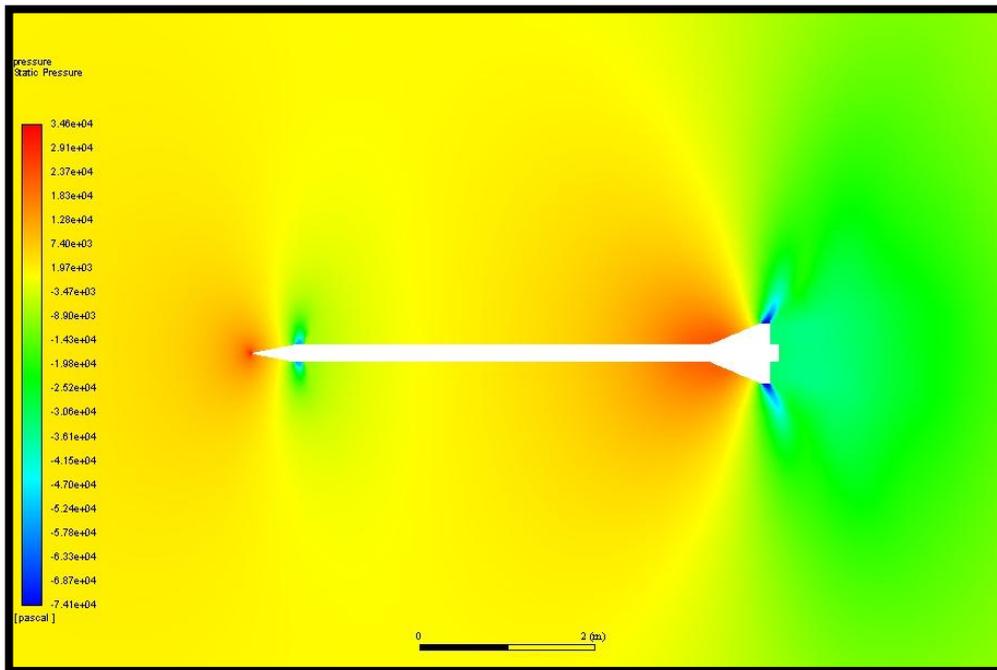


Gráfico 22: Contorno de presiones a Mach 0,8.

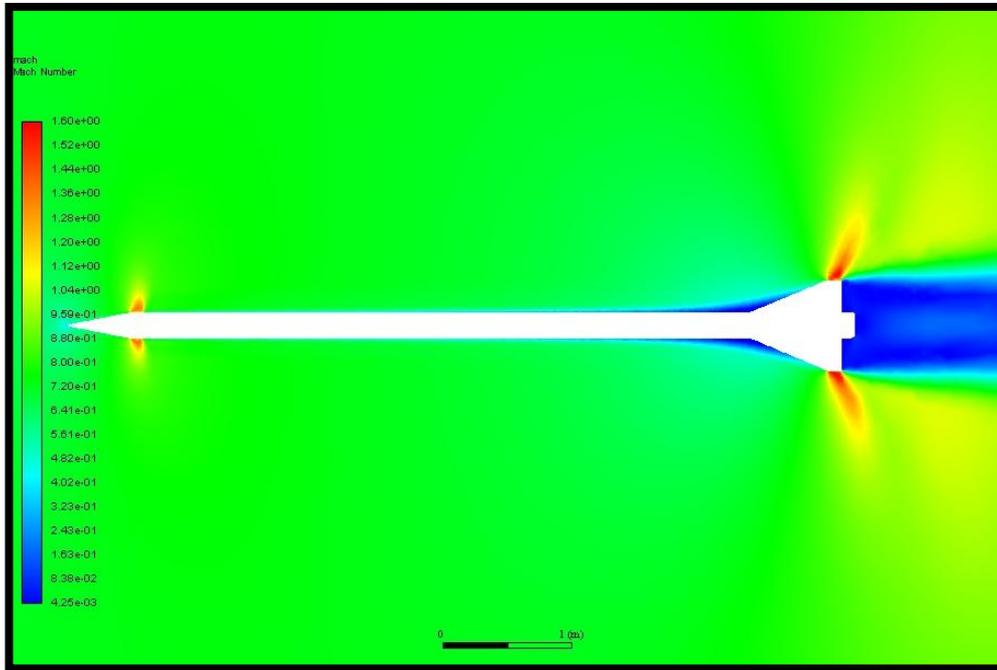


Gráfico 23: Contorno de números de Mach a Mach 0,8.

El número de Mach máximo registrado es 1,52 y se observa que dicho valor se da en las zonas de unión entre cono y cilindro, y vértice trasero de las aletas. Comparando con la situación anterior, las zonas en las que el fluido alcanza el régimen supersónico están mucho mejor definidas.

2.4.1.3 Mach 1.

A partir de este número de Mach la presencia de ondas de choque está ya garantizada, se generan zonas de grandes cambios en las propiedades del fluido y alrededor de este valor se puede apreciar la presencia de la famosa barrera del sonido. Además de los contornos de presión y número de Mach se añaden gráficos con vectores, de manera que pueden apreciarse los cambios de dirección que sufre el fluido al atravesar una onda de choque o un abanico de ondas de expansión.

Para este caso en particular, el cohete viaja a la velocidad del sonido, y las ondas todavía no se consideran choques como tal, sino ondas de propagación de sonido.

Tabla 29: Propiedades de estancamiento (ecuaciones) a Mach 1.

Propiedad	Valor	Unidad
Temperatura	357,80	K
Presión	187.683,56	Pa
Densidad	1,8175	Kg/m ³

Tabla 30: Propiedades de estancamiento (CFD) a Mach 1.

Propiedad	Valor	Unidad	Error (%)
Temperatura	359,24	K	0,40084623
Presión	174.842	Pa	7,3444808
Densidad	1,7218	Kg/m ³	5,55502631

Una vez más, las propiedades fueron obtenidas en la parte delantera.

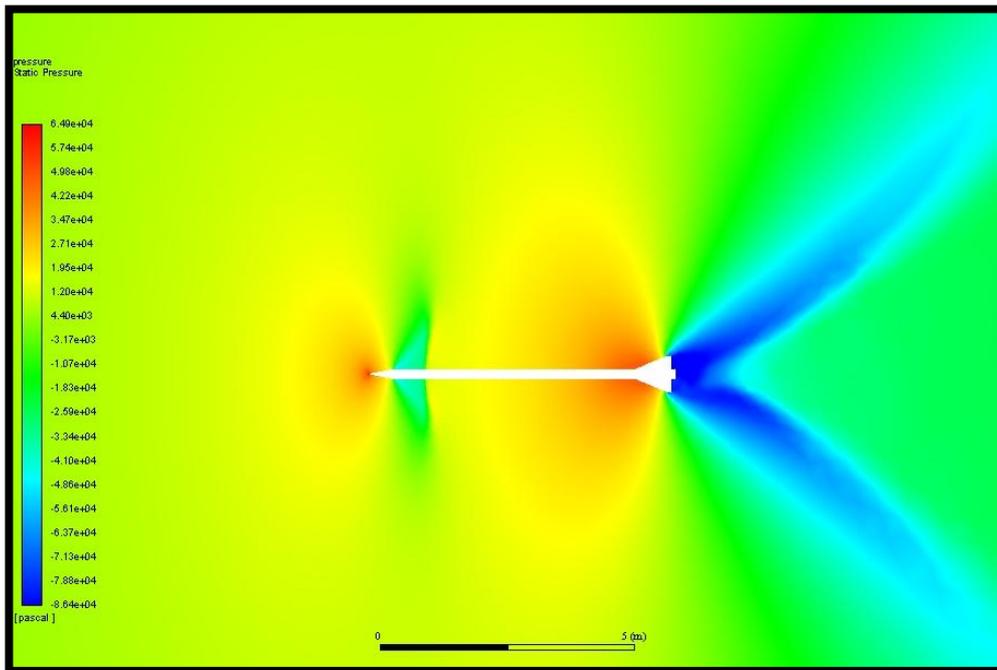


Gráfico 24: Contorno de presiones a Mach 1.

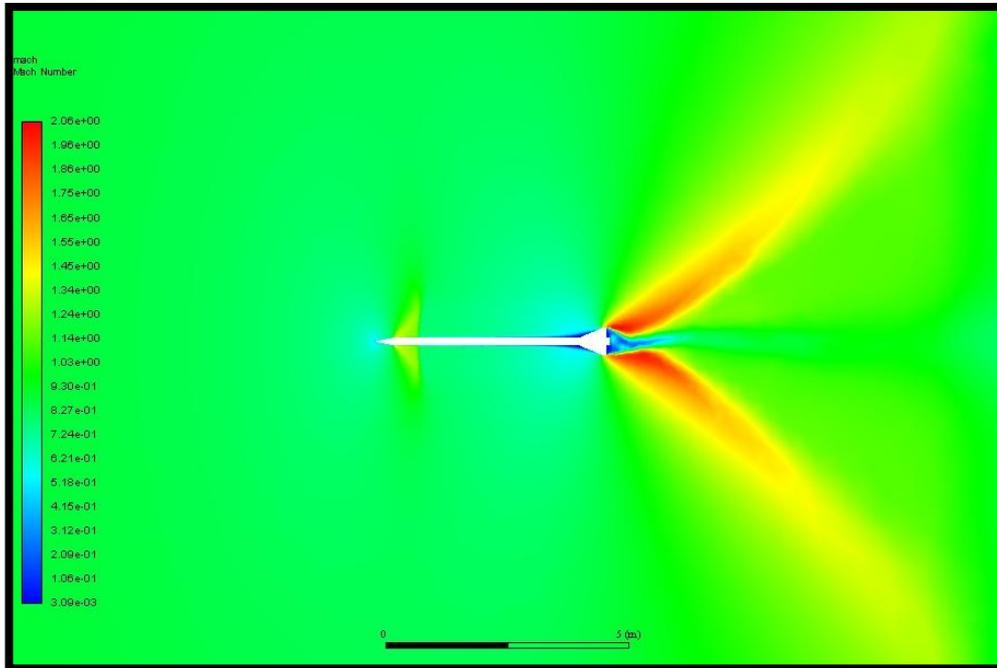


Gráfico 25: Contorno de números de Mach a Mach 1.

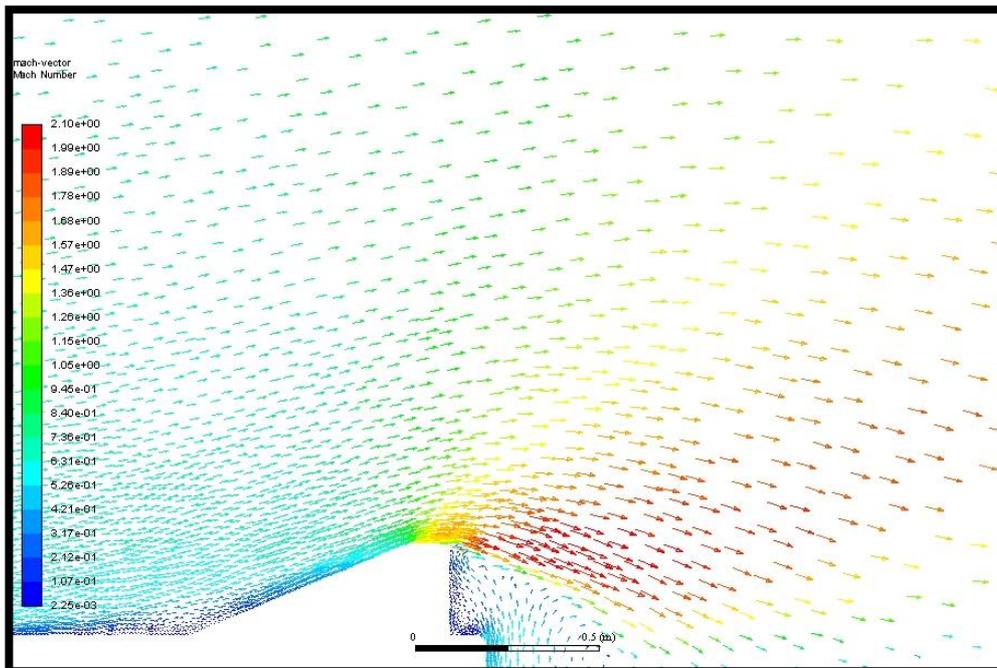


Gráfico 26: Diagrama de vectores a Mach 1.

Tal y como se puede observar en los gráficos, existe una región de alta presión que envuelve al cohete. Dicha región coloquialmente se denomina barrera del sonido, y surge cuando un cuerpo alcanza velocidades cercanas a Mach 1. Normalmente, esa presión hace que el vapor de agua en el aire se condense alrededor del vehículo, dejando imágenes impresionantes.

Además, durante el siglo pasado fueron comunes las hipótesis que afirmaban que era imposible atravesar dicha barrera, ya que hasta que se consiguió, los vehículos que lo intentaron acababan colapsando debido a la actuación de las presiones sobre el fuselaje.

En cuanto a los valores de las propiedades, los máximos se dan en las zonas de contacto del fluido con el cohete, aunque ya se empieza a observar en la parte delantera la formación de una onda de choque, igual que en la parte trasera, cerca de las aletas. En estas zonas las propiedades sufren un cambio como consecuencia de la compresión del flujo. Los valores mínimos se registran en las zonas de expansión del fluido, en concreto en la unión del cilindro con el cono y en el vértice trasero de las aletas.

Sobre la dirección del fluido, se puede ver que no sólo se produce un cambio en esta en el fluido cercano al cuerpo, sino que parte del fluido alejado de la zona de contacto también experimenta un cambio en su dirección debido a la influencia de la onda.

2.4.1.4 Mach 1,2.

Para números de Mach mayores se considera que ya se ha acabado la zona de régimen transónico y que el régimen es ya supersónico. Como ocurría ya a Mach 1, se pueden apreciar zonas en las que el fluido sufre una compresión, e incluso se puede seguir observando que una gran zona del cohete sigue envuelta en un fluido a alta presión.

A partir de este caso, se realiza la comparación entre las propiedades antes y después de una onda de choque, obtenidas manualmente mediante las expresiones (26), (25) y (31), y mediante CFD.

Tabla 31: Propiedades después del choque (ecuaciones).

Propiedades después del choque	Valor
Número de Mach	0,84217
Presión	153.300,66
Temperatura	338,398

Tabla 32: Propiedades después del choque (CFD).

Propiedades después del choque (CFD)	Valor
Número de Mach	0,82135
Presión	155.692
Temperatura	341,621

Los valores fueron tomados de la onda generada en la parte delantera. Se ve que para el ángulo del cono la onda se separa, obteniéndose los valores en esa zona. La diferencia entre los resultados no es muy alta, siendo interesante cómo es posible comprobar valores teóricos mediante los programas.

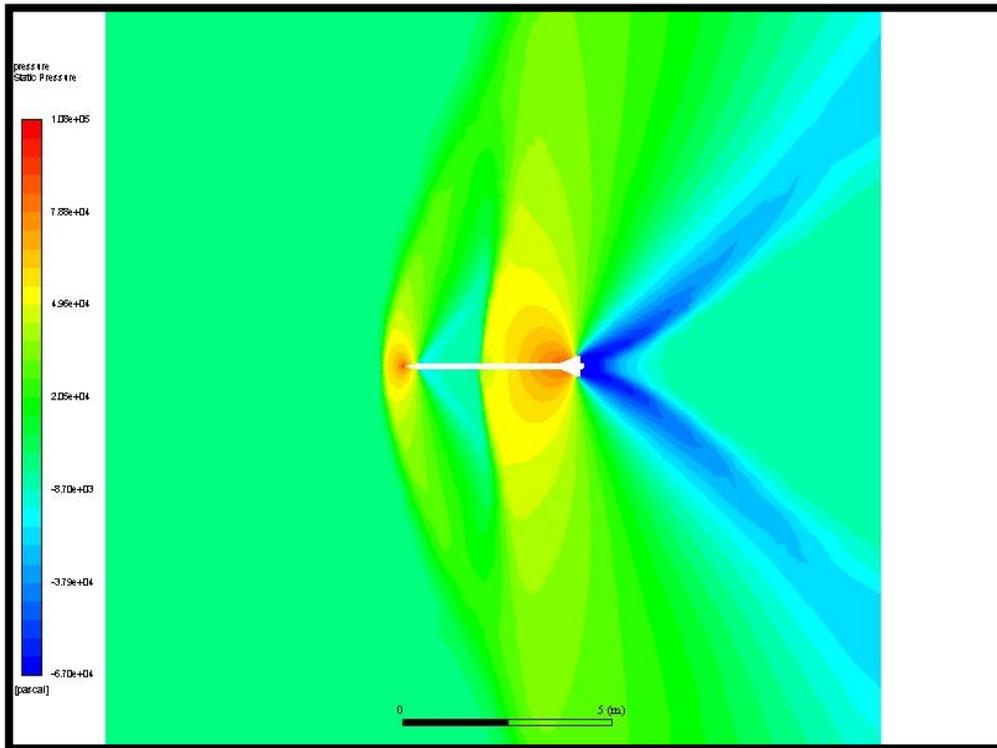


Gráfico 27: Contorno de presión a Mach 1,2.

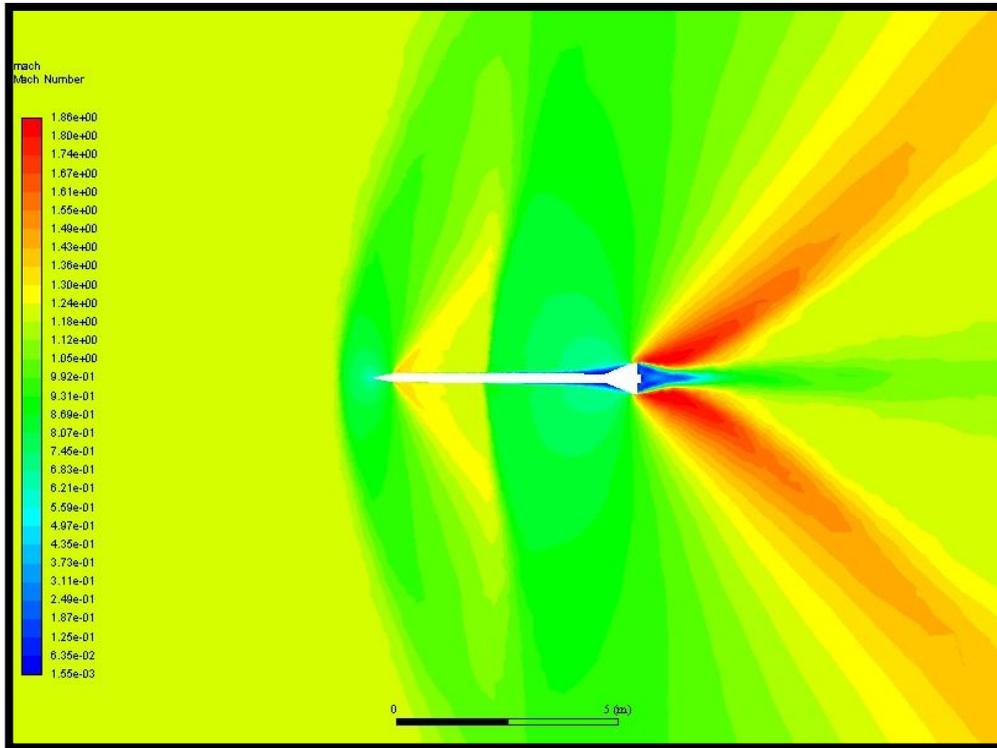


Gráfico 28: Contorno de números de Mach a Mach 1,2.

A través de la onda la presión aumenta (valores de presión de Gauge) y el número de Mach disminuye, hasta alcanzar valores subsónicos. Por otro lado, en la zona de unión entre el cilindro y el cono se puede observar una disminución de la presión y un aumento de la velocidad por la presencia de ondas de expansión. El efecto de estas ondas es todavía más apreciable en la parte trasera del cohete, donde se puede ver en color rojo las zonas donde se alcanza el valor máximo del número de Mach, registrado en 1,86.

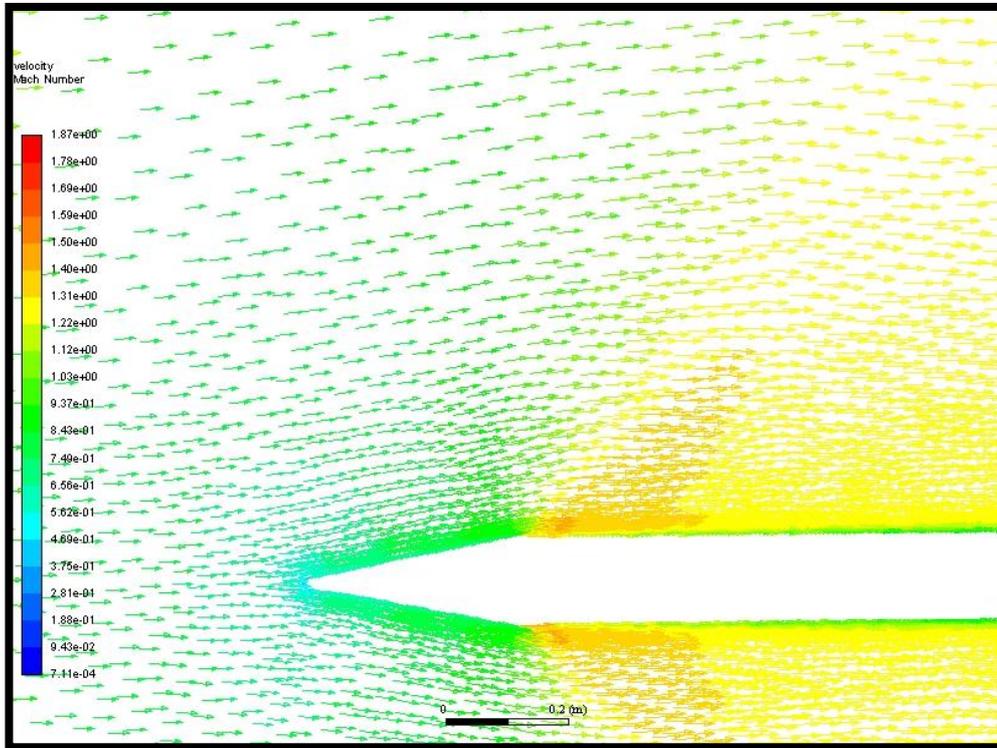


Gráfico 29: Diagrama de vectores a Mach 1,2.

Acercando la vista a la punta del cohete se puede ver como la dirección del fluido cambia cuando este llega al cono, y también como más adelante vuelve a cambiar de dirección, aumentando su velocidad a través de las ondas de expansión. Para números de Mach más elevados (como se verá) el cambio de dirección es todavía más elevado, y coincide prácticamente con el ángulo de deflexión del cono.

2.4.1.5 Mach 1,5

Para este valor de número de Mach el cohete se encuentra ya en régimen supersónico, la zona de alta presión en la que se encontraba envuelto hasta ahora ya no se aprecia y se pueden ver con mayor definición las ondas de choque generadas. Comparando las propiedades después de la onda de choque:

Tabla 33: Propiedades después del choque (ecuaciones) a Mach 1,5.

Propiedades después del choque	Valor
Número de Mach	1,174
Presión	195.828,29
Temperatura	365,174

Tabla 34: Propiedades después del choque (CFD) a Mach 1,5.

Propiedades después del choque(CFD)	Valor
Número de Mach	1,047
Presión	188.472,91
Temperatura	362,620

La diferencia entre los valores es pequeña, como en el caso anterior, a pesar de la incertidumbre que existe a la hora de obtener los datos de la simulación pinchando sobre una zona del contorno.

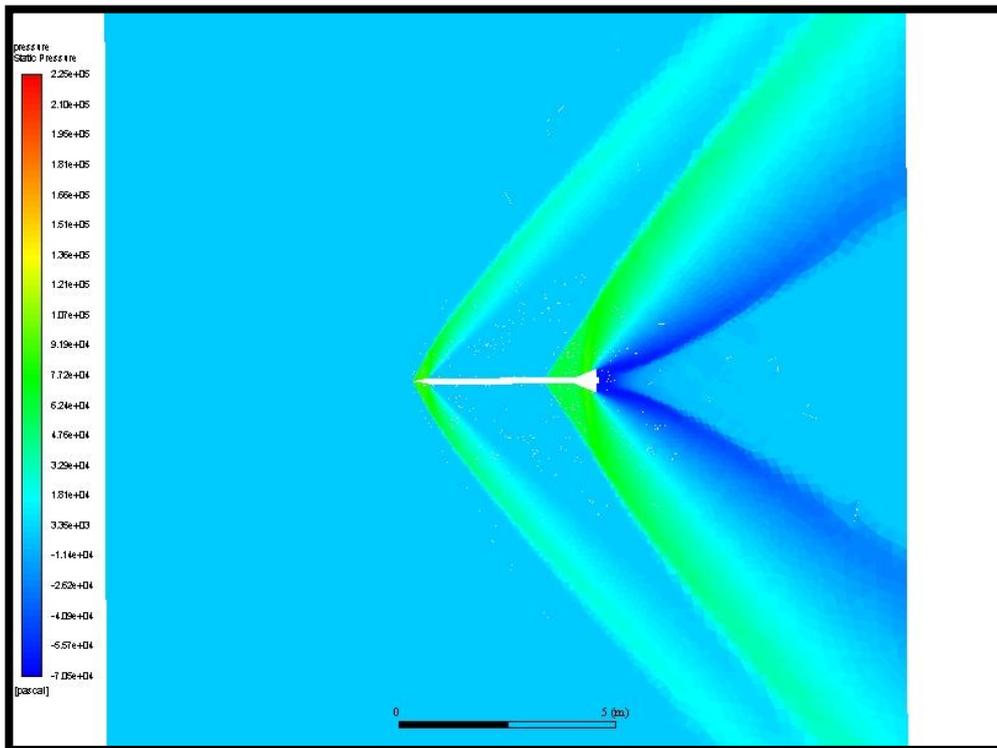


Gráfico 30: Contorno de presión a Mach 1,5.

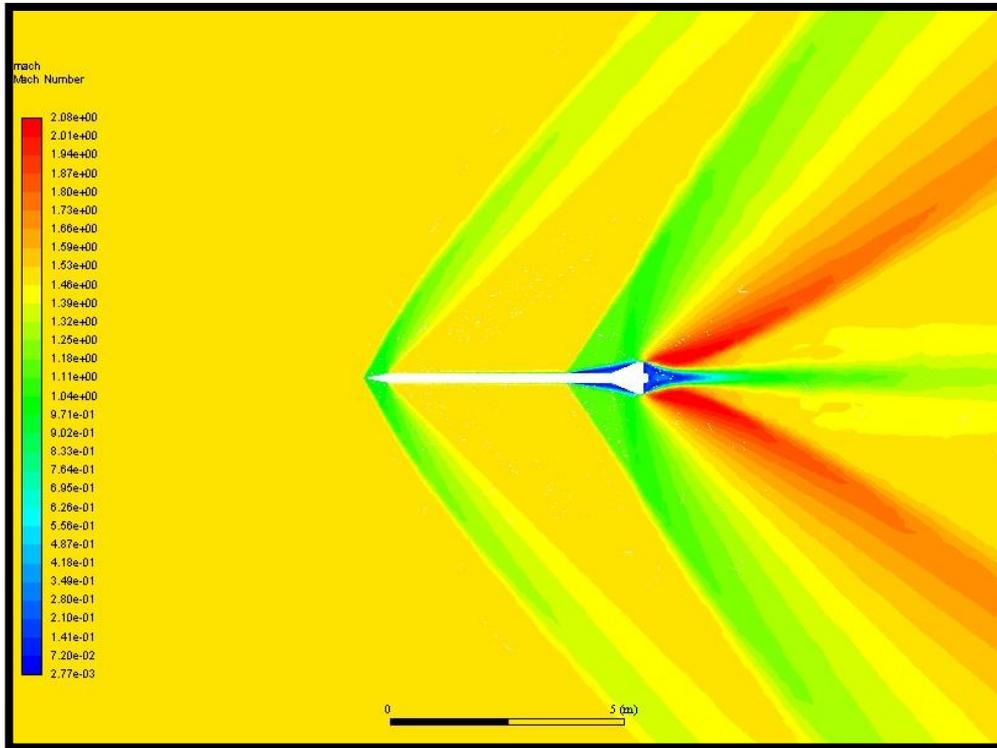


Gráfico 31: Contorno de números de Mach a Mach 1,5.

En estos contornos se puede ver que se han generado dos ondas de choque: una en la parte delantera, y otra en la trasera antes de llegar a la zona de las aletas. En ambos casos la onda está separada del comienzo de la geometría que debería cambiar la dirección del fluido, debido a que el ángulo de cuña es mayor que el máximo para que no ocurra este fenómeno, como se explicó en el apartado 1.5.1.3.3 Ondas de choque oblicuas.

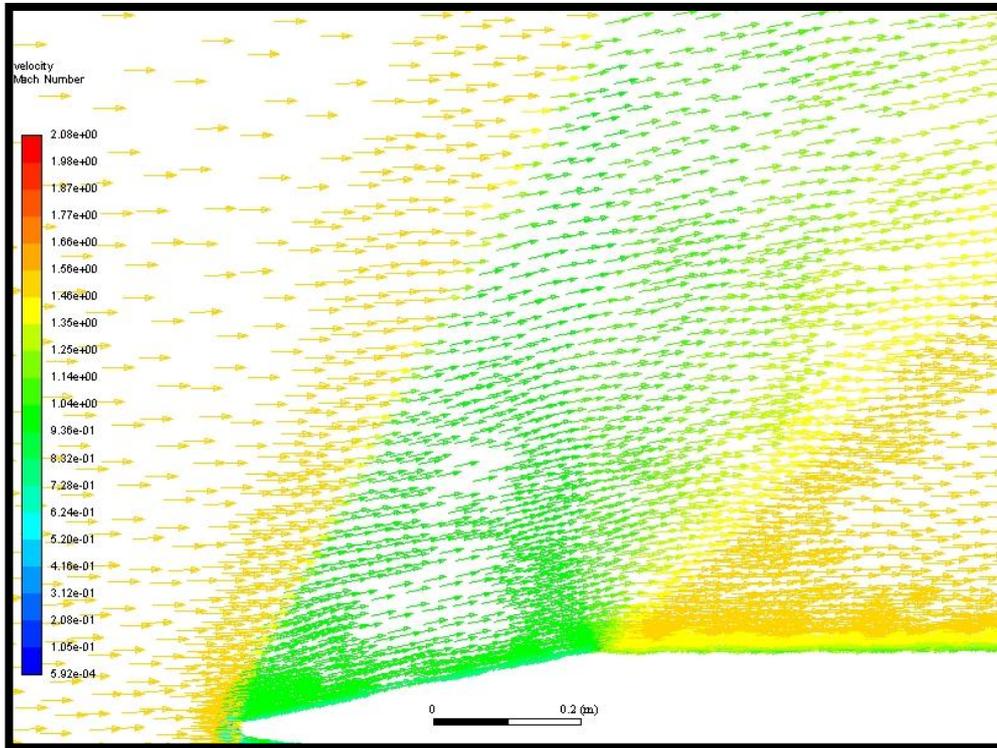


Gráfico 32: Diagrama de vectores a Mach 1,5.

En cuanto a los cambios de dirección del fluido al atravesar una onda de choque o un abanico de ondas de expansión, se puede observar como el cambio coincide prácticamente con el ángulo del cono, acompañado de un decremento de la velocidad del fluido, pero sin llegar al régimen subsónico, debido a que en el caso de ondas oblicuas la componente que disminuye su valor hasta alcanzar el régimen subsónico es la normal a la onda, permaneciendo la tangencial constante.

En el abanico de ondas de expansión, por el contrario, el cambio de dirección a lo largo de las sucesivas ondas va acompañado de un incremento de la velocidad, volviendo a alcanzar valores supersónicos.

2.4.1.6 Mach 2

Para concluir este apartado, se muestra el flujo cuando un cohete viaja a Mach 2. La elección de este número no es aleatoria, y es que el cohete para el cual están diseñadas las aletas se espera que alcance esa velocidad en su punto de máxima presión dinámica (“max q” en inglés).

Tabla 35: Propiedades después del choque (ecuaciones) a Mach 2

Propiedades después del choque	Valor
Número de Mach	1,623
Presión	219.483,33
Temperatura	379,166

Tabla 36: Propiedades después del choque (CFD) a Mach 2.

Propiedades después del choque	Valor
Número de Mach	1,698
Presión	198.719,21
Temperatura	376,14

En esta situación, aunque también en las anteriores, se puede ver como la temperatura aumenta con respecto a la del ambiente (considerada 300 Kelvin) casi 80 grados; y como la presión aumenta casi una atmósfera.

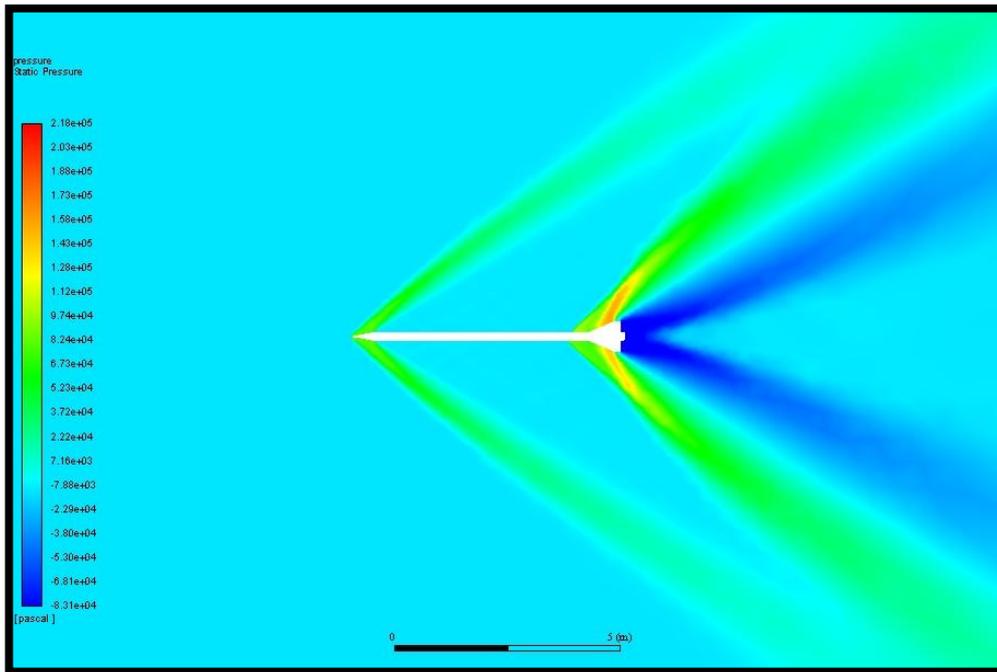


Gráfico 33: Contorno de presión para Mach 2.

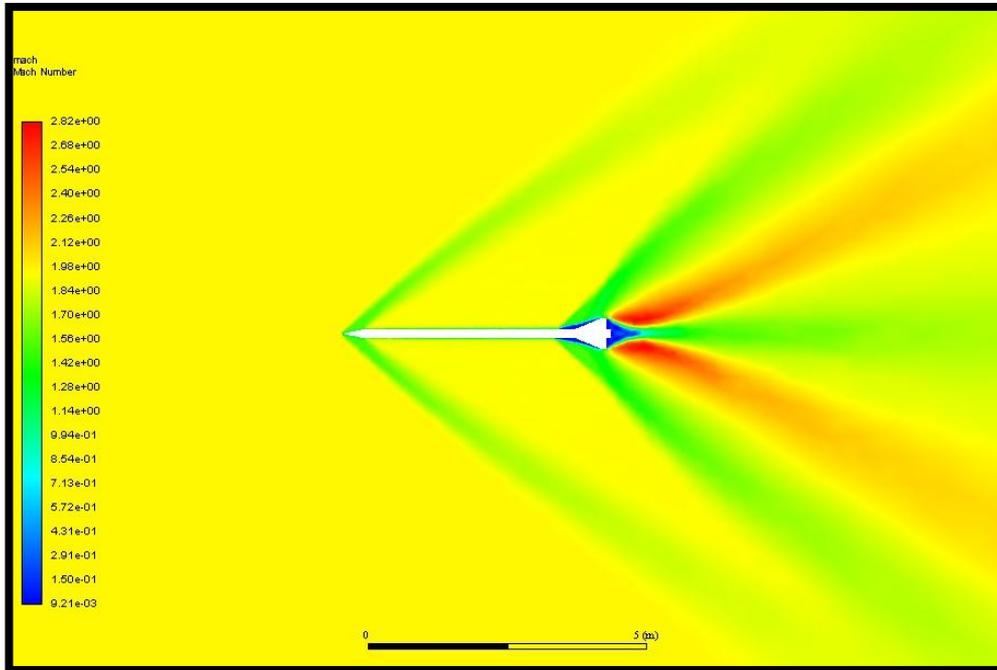


Gráfico 34: Contorno de números de Mach a Mach 2.

Comparando estos contornos con los correspondientes a una velocidad de Mach 1,5 apenas se pueden apreciar diferencias. El cohete vuela en régimen supersónico, y las diferencias más apreciables en este tipo de régimen están relacionadas con los ángulos de onda de choque, fuerzas generadas y propiedades de estancamiento.

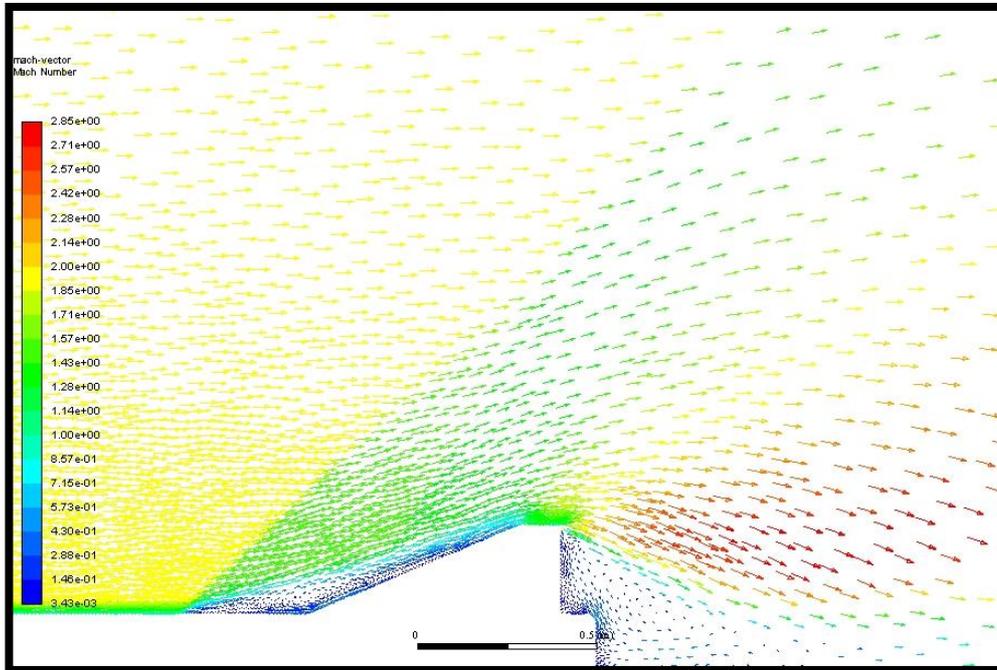


Gráfico 35: Diagrama de vectores a Mach 2.

Con este último gráfico se muestra el gran cambio de dirección que sufre el fluido debido a la influencia de la onda de choque; también se puede observar como desciende la velocidad al atravesar la onda, lo que produce un aumento de la temperatura y presión.

En cuanto al abanico de ondas de expansión, se puede apreciar, como en casos anteriores, que a medida que cambia de dirección el fluido aumenta la velocidad de éste, aunque el efecto de la onda de choque no le hiciera alcanzar el régimen subsónico. Para el caso estudiado, el número de Mach más elevado registrado fue de 2,92.

Una vez visto el tipo de flujo que un cohete se encuentra cuando viaja a altas velocidades se procede a exponer los resultados obtenidos en el análisis de las geometrías de aletas.

2.4.2 Obtención de la geometría de aleta base

En el apartado 2.3 Primeros cálculos y configuración del programa. se indicó la manera en la que se obtuvo una primera geometría sobre la que realizar unos cálculos preliminares. La geometría tenía la siguiente forma:

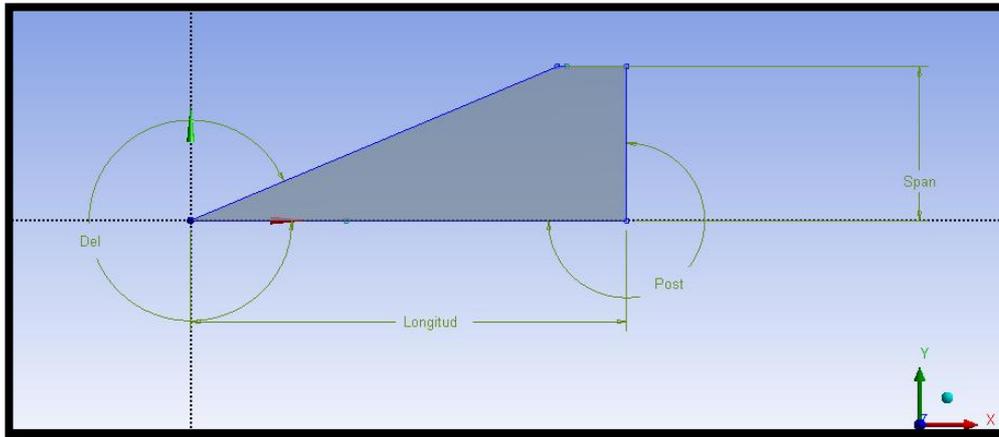


Imagen 42: Geometría base.

Las medidas de las distintas cotas reflejadas en la imagen fueron:

Tabla 37: Cotas de la geometría base.

Cota	Valor	Unidad
Longitud	500	mm
Envergadura	200	mm
Ángulo delantero	23	Grados
Ángulo trasero	90	Grados
Espesor	5	mm

Esta geometría se acopló a un cilindro de 20cm de diámetro y 5,5m de longitud, dejando una longitud de 10cm entre el final de la aleta y el final del cilindro que se usó como fuselaje del cohete. Se usaron 4 aletas. Con estas medidas y haciendo uso de las ecuaciones presentadas en 2.3.2.2 El método de Barrowman se obtuvo el siguiente resultado para la posición del centro de presión:

Tabla 38: Centro de presión y número de calibres.

CP	4,68106
Calibres	3,40533

El número de calibres se obtuvo como la división de la distancia del centro de presión y del centro de gravedad (estimado a 4 metros de distancia de la punta del cono) entre el diámetro máximo del cohete, 20cm en este caso.

El valor del número de calibres indica que el cohete sería estable para esta geometría de aletas. No obstante, debido a los criterios de estabilidad adoptados, este valor no era suficiente y se optó por aumentar el tamaño de la geometría hasta los siguientes valores.

Tabla 39: Cotas de la segunda geometría base.

Cota	Valor	Unidad
Longitud	700	mm
Envergadura	250	mm
Ángulo delantero	23	Grados
Ángulo trasero	90	Grados
Espesor	5	mm

Como puede observarse, los valores de los ángulos siguen siendo iguales que en el caso anterior y las únicas cotas que varían su valor son la longitud y la envergadura.

Realizando el mismo procedimiento, los valores obtenidos para el centro de presión y el margen estático fueron:

Tabla 40: Centro de presión y número de calibres (II).

CP	5,200049
Calibres	6,000247

Estos valores sí cumplen con el criterio de estabilidad impuesto y sobre esta geometría se realizaron los análisis mediante CFD con los que se obtuvieron:

- Centro de presión a distintos ángulos de ataque y números de Mach; obtenidos dividiendo el momento generado entre la fuerza normal, y extrapolando los resultados hasta un ángulo de ataque nulo.
- Curvas Fuerza de arrastre-Mach y Coeficiente de arrastre-Mach.

Los resultados numéricos se incluyen en el ANEXO II. Tablas y Gráficos mientras que en este apartado se muestran las gráficas obtenidas a partir de dichos resultados.

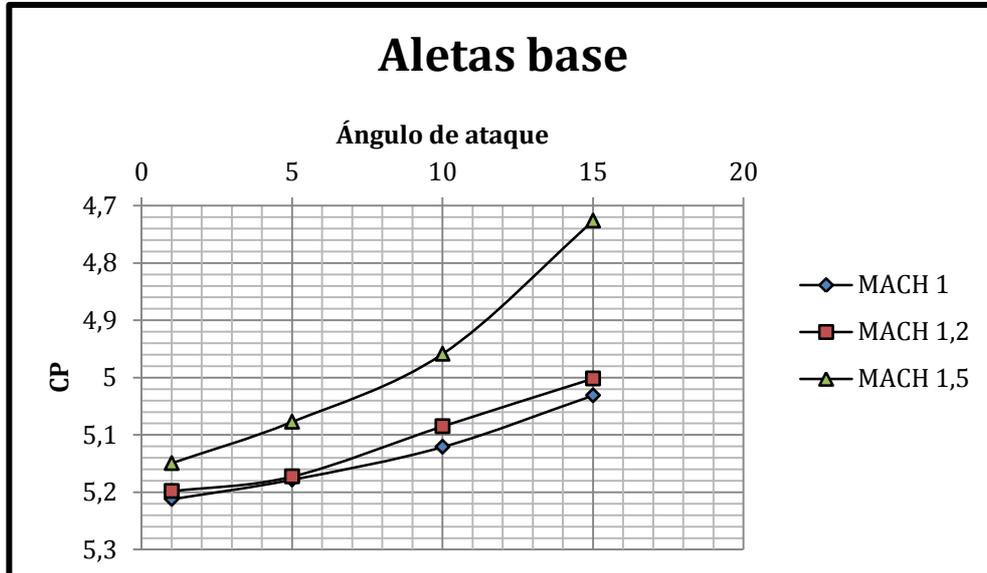


Gráfico 36: Centros de presión para distintos ángulos de ataque y números de Mach.

Extrapolando los datos obtenidos hasta un ángulo de ataque nulo y añadiendo el valor obtenido mediante las ecuaciones de Barrowman se obtiene la siguiente curva (la extrapolación se realizó mediante un polinomio de grado 2, ya que se ajustaba correctamente a la forma de las curvas):

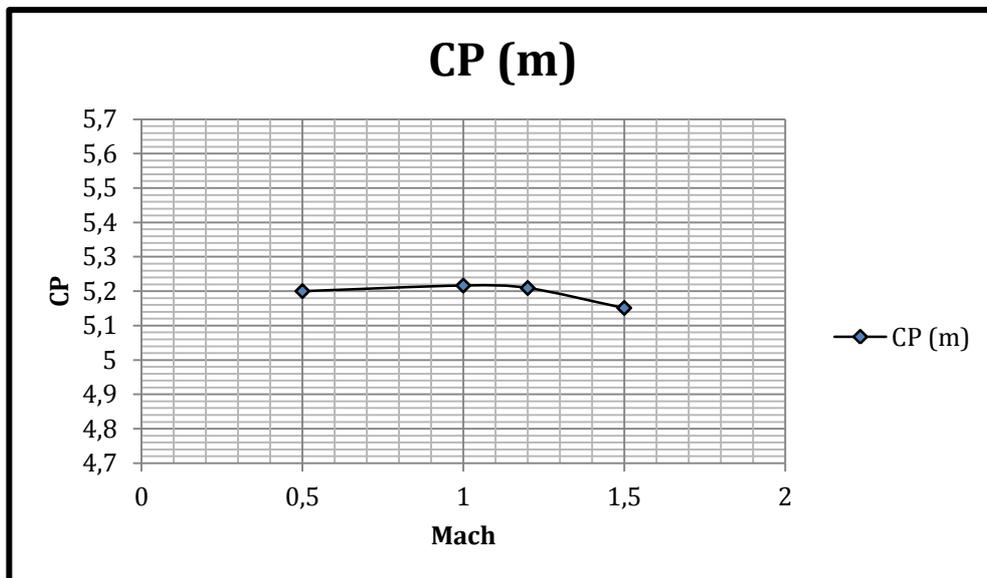


Gráfico 37: Posición del centro de presión a ángulo de ataque nulo.

Viendo los resultados, se puede concluir que la metodología seguida para obtener el centro de presión mediante computación proporciona valores similares a los obtenidos utilizando las

ecuaciones de Barrowman; y por lo tanto, este último es de gran utilidad para estimar la posición de dicho centro y realizar una primera evaluación sobre la geometría.

A continuación se muestran las curvas obtenidas al representar la fuerza de arrastre y el coeficiente de arrastre en función del número de Mach.

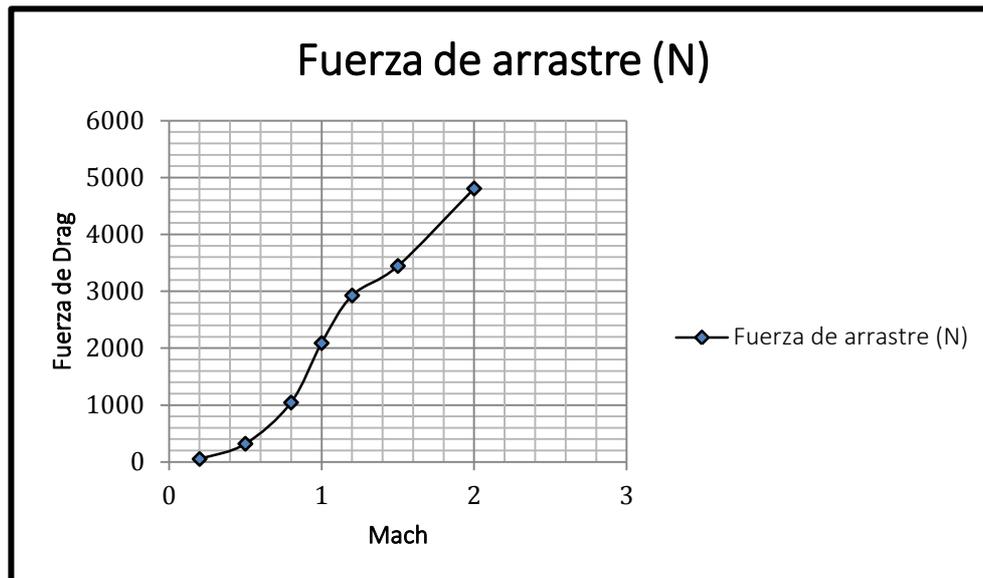


Gráfico 38: Fuerza de arrastre en función del número de Mach.

Se puede apreciar un cambio en la pendiente alrededor de un número de Mach de 1-1,2. Como se pudo ver en imágenes anteriores (2.4.1 Tipo de flujo), a Mach 1 y 1,2 se observaba la denominada barrera del sonido, que envuelve a todo el cohete en una región de fluido en la que la temperatura y la presión son elevadas, aumentando por lo tanto la fuerza ejercida sobre el cuerpo, lo que provoca unas fuerzas de arrastre mayores (en inglés se suele llamar "Wave Drag" a este fenómeno), lo que justifica esa variación apreciable en la gráfica.

En la siguiente gráfica, en la cual se representa el coeficiente de arrastre en función del número de Mach se puede apreciar mucho mejor el efecto de la compresibilidad.

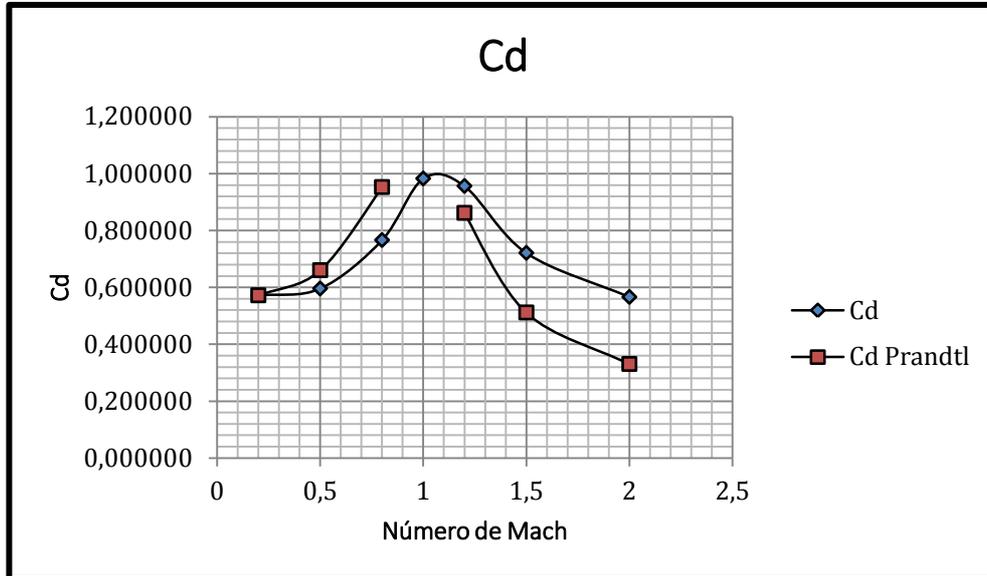


Gráfico 39: Coeficiente de arrastre en función del número de Mach.

En la misma gráfica se ha incluido la curva del coeficiente de arrastre si se hubiese obtenido a partir del coeficiente de arrastre para un flujo incompresible y la corrección de Prandtl-Glauert (1.5.3.3 Efecto de la compresibilidad sobre las fuerzas aerodinámicas). Se puede apreciar que, a pesar de no coincidir, la tendencia de ambas curvas es la misma, alcanzando un máximo para Mach 1 (en el caso de la corrección, para ese valor ocurre una singularidad). Como área de referencia, para este caso y para los siguientes se tomó el área frontal proyectada.

2.4.3 Cambios sobre la geometría base

Sobre la geometría base presentada anteriormente y sobre la que se realizaron los análisis mediante CFD, se realizaron una serie de cambios. En concreto, se varió el ángulo posterior.

Tomando un contorno de presiones de aquellos expuestos con anterioridad, se puede observar que en la parte trasera de las aletas existe una región en la que la presión es negativa (el signo negativo es el resultado de introducir una presión de Gauge igual a 0). Como consecuencia de la geometría, esa presión se distribuye por el eje trasero, generando una fuerza perpendicular a él. Se podría pensar que si esa fuerza es perpendicular al eje, como éste es perpendicular al flujo, ayudará a reducir la fuerza de arrastre.

Efectivamente, la fuerza resultante de la distribución de presión es perpendicular al eje, pero no es contraria al sentido del flujo (lo que reduciría la fuerza de arrastre) sino al revés, debido a su signo negativo. Por lo tanto, la fuerza originada no empuja a la aleta en el sentido del vuelo, sino que tira de ella, aumentando la fuerza de arrastre.

Con el fin de reducir esta fuerza, se procede a inclinar el eje trasero, manteniendo la longitud de la cuerda de unión al fuselaje constante. De esta manera, lo que se obtiene es una distribución de presión perpendicular a un eje inclinado, y por lo tanto sólo la componente axial de esa fuerza perpendicular al eje es la que aporta al total de la fuerza de arrastre. La otra componente tenderá a separar la aleta del resto del fuselaje.

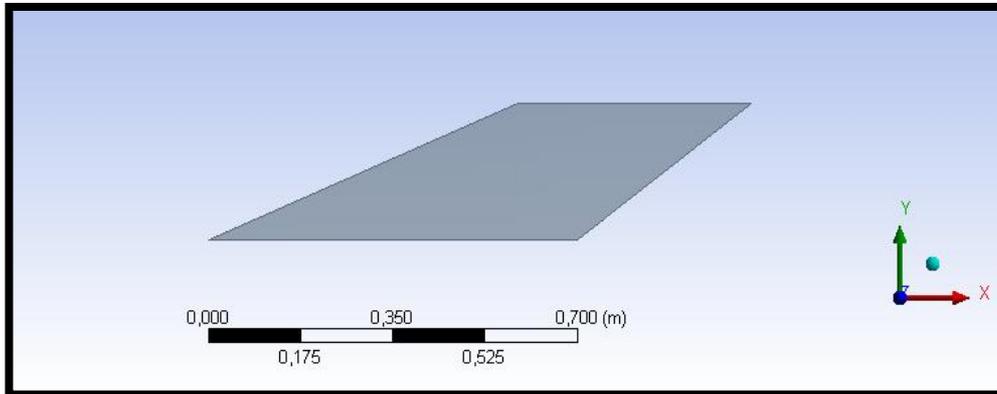


Imagen 43: Aleta con el ángulo trasero inclinado.

Tomando como ángulo cero la posición del eje horizontal, las componentes de fuerza seguirán las siguientes expresiones, siendo F la fuerza total resultante de la distribución de presión:

$$F_x = F \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (71)$$

$$F_y = F \cdot \text{cos}(\alpha) \quad (72)$$

Las simulaciones realizadas tuvieron como objetivo encontrar la posición del ángulo trasero en la cual la fuerza de arrastre alcanzaba un mínimo antes de volver a aumentar. La razón por la cual esta fuerza no disminuye indefinidamente está relacionada con el tamaño de la aleta. A medida que se inclina el eje trasero, el tamaño de la aleta aumenta, ya que el resto de dimensiones permanecen constantes. Al ser un cuerpo más grande la fuerza de arrastre por rozamiento aumenta, aunque aumentando en ángulo de inclinación la componente axial disminuya.

La otra variante que se ha estudiado es mantener constante la longitud de la cuerda exterior y modificar el ángulo trasero en el otro sentido de giro, obteniendo unas aletas mucho más grandes que las que surgen de la modificación anterior. Este tipo de geometría se puede ver en otros modelos de cohete, diseñados por otros equipos.

El objetivo sigue siendo el mismo, disminuir la fuerza de arrastre generada por las aletas; no obstante, aunque una aleta de mayor tamaño puede suponer un beneficio en estabilidad (por ejemplo), inclinar el eje trasero de esa manera manteniendo el resto de dimensiones constantes trae consigo la desventaja de ser un elemento que seguramente supere el metro de

longitud (longitud de la cuerda que se acopla al fuselaje) con las dificultades en fabricación que pueda suponer.

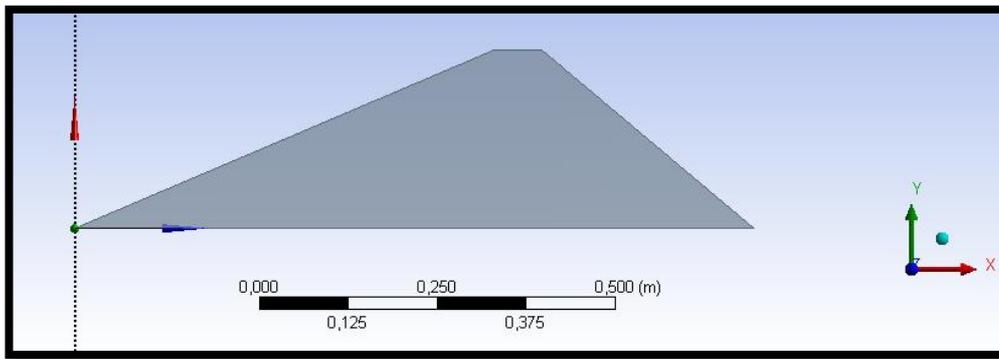


Imagen 44: Segunda alternativa variando el ángulo trasero.

2.4.4 Resultados de las modificaciones

El siguiente gráfico recoge los resultados de las simulaciones realizadas. Esta vez, las simulaciones se han llevado a cabo siguiendo la metodología explicada en 2.3.3.2 Configuración de las simulaciones de la aleta suelta

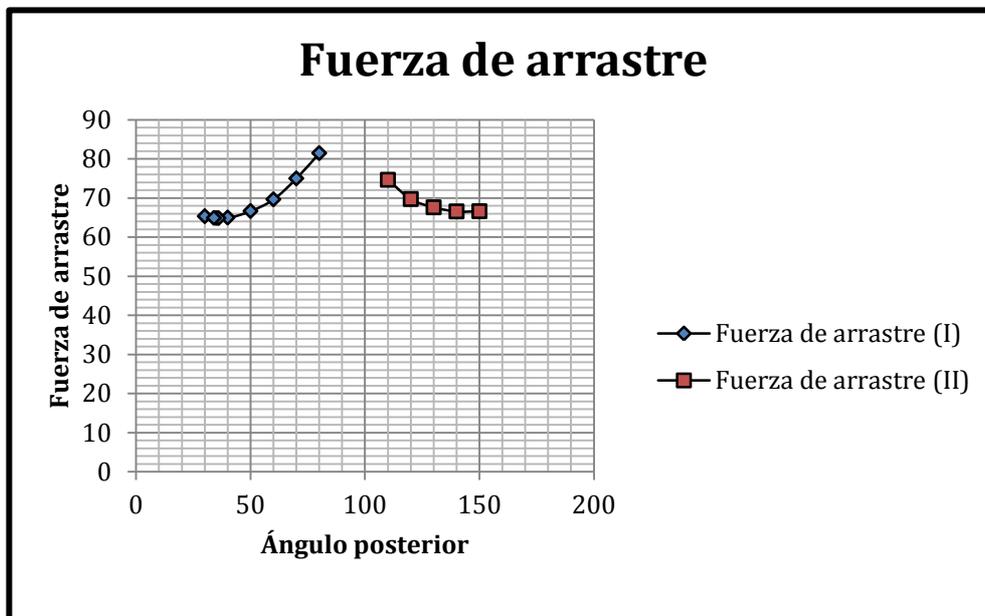


Gráfico 40: Fuerzas de arrastre para las dos variantes.

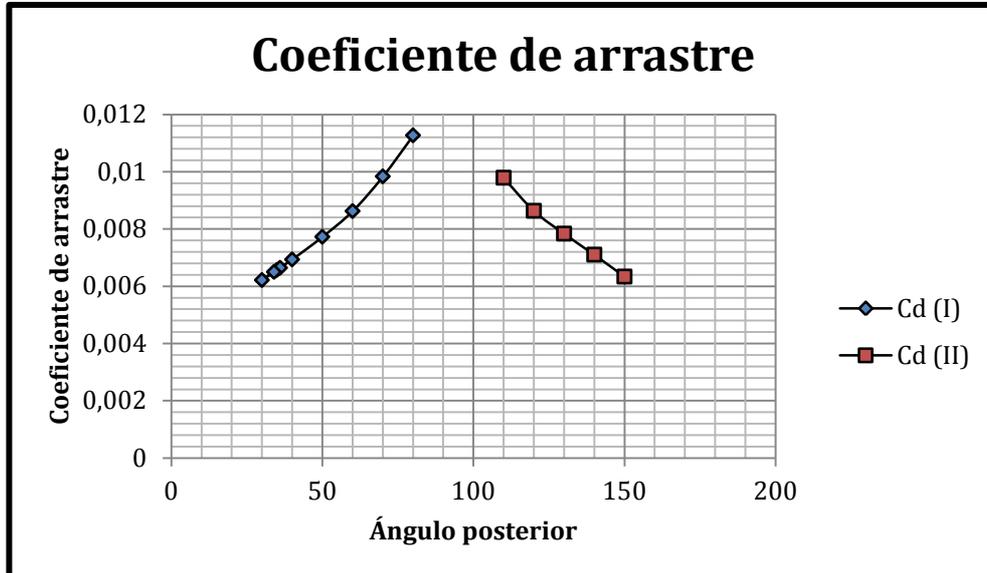


Gráfico 41: Coeficientes de arrastre para las dos variantes.

Como se ha mencionado anteriormente, la segunda de las alternativas tiene la desventaja de aumentar excesivamente la longitud de la unión de la aleta con el fuselaje, por lo que queda descartada.

En la gráfica donde se representa la fuerza en función del ángulo posterior se puede observar que para un ángulo superior a 36 grados, la fuerza por rozamiento supera a la ventaja de inclinar en ángulo posterior. Es por ello que el resto de análisis comparativos se realizaron utilizando una geometría con ese ángulo posterior.

2.4.5 Comparación de resultados con la geometría base

En las siguientes gráficas se muestran los resultados obtenidos para la primera de las variantes mencionadas, y su comparación con los resultados obtenidos para la geometría de las aletas base. Aunque se hayan obtenido resultados para ángulos de ataque elevados, estos sólo son válidos para la obtención de la posición del centro de presión, ya que a altas velocidades unos ángulos de ataque tan elevados lo más seguro es que provoquen el colapso de la estructura, si llegan a alcanzarse antes de que la fuerza recuperadora devuelva al cohete a la posición de equilibrio.

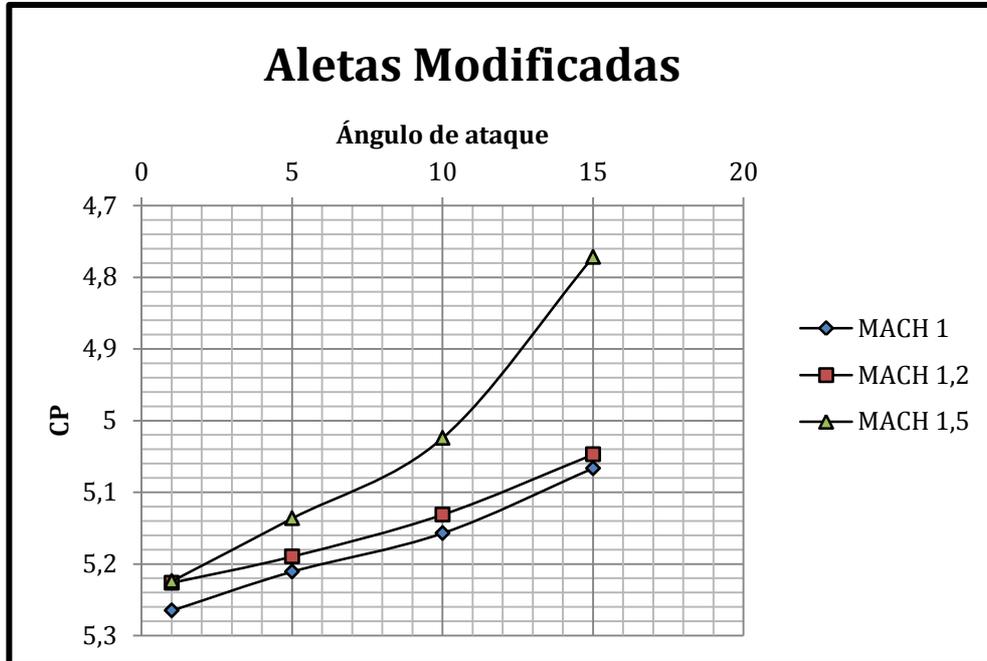


Gráfico 42: Centro de presión para la geometría modificada para distintos ángulos de ataque y números de Mach.

Extrapolando los resultados hasta el valor de ángulo de ataque nulo se puede obtener la posición del centro de presión para dicha situación. La obtención del valor se realizó ajustando las distintas curvas mediante polinomios de grado 2.

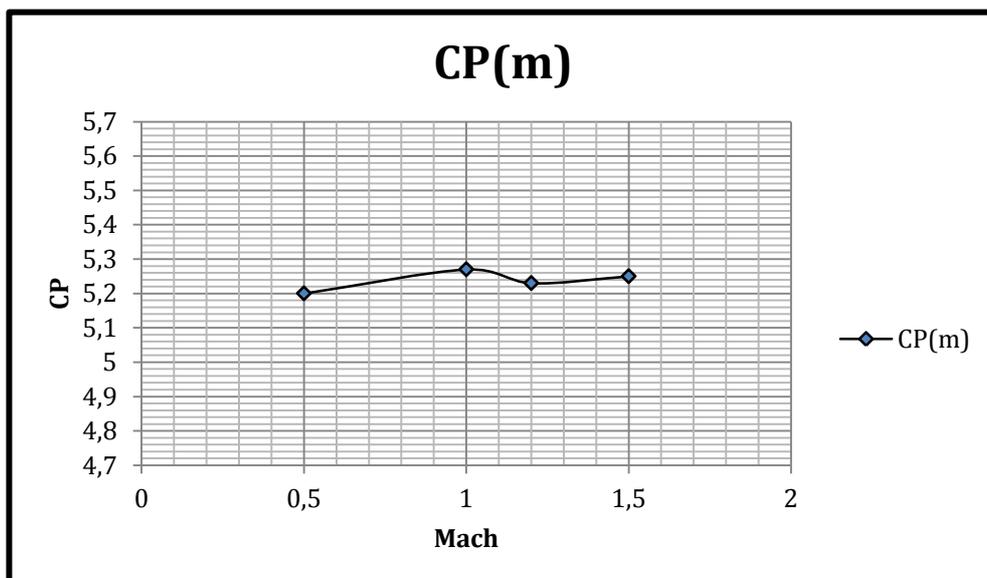


Gráfico 43: Posición del centro de presión a ángulo de ataque nulo para la segunda geometría.

Comparando con los resultados obtenidos para la geometría base.

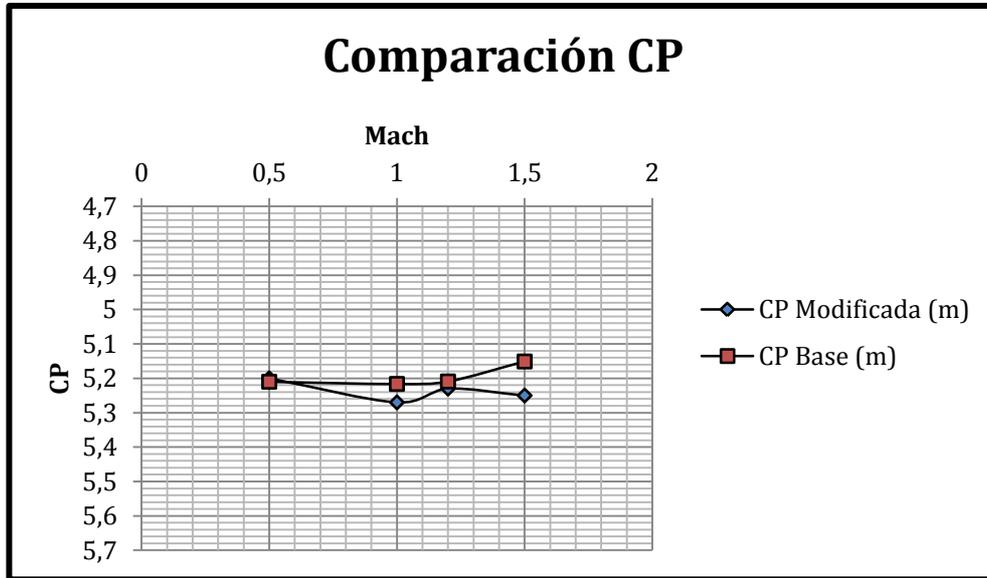


Gráfico 44: Comparación de la posición del centro de presión.

Como puede observarse, la posición del centro de presión para la segunda geometría estudiada está, para los casos analizados, más alejada de la punta del cohete que la posición correspondiente a la geometría base. Esto último puede parecer confuso, ya que la segunda geometría ofrece un menor arrastre, por lo que la fuerza aerodinámica es menor; no obstante, la segunda geometría dispone de mayor área, factor a tener en cuenta cuando el cohete sufre una inclinación originando un ángulo de ataque. Al ser el área mayor la fuerza ejercida sobre las aletas es mayor, de manera que la fuerza normal total quedaría aplicada en una posición más cercana a las aletas, aumentando esa distancia con respecto a la punta de la ojiva.

De hecho, aunque el resto de valores estén reflejados en el ANEXO II. Tablas y Gráficos se muestra una comparación entre las fuerzas normales totales y los momentos recuperadores para cada geometría.

Tabla 41: Comparación de momentos recuperadores y fuerzas normales.

	Geometría Base	Geometría Modificada
Momento recuperador	11.658,68	12.721,9792
Fuerza normal	2.236,82	2.416,2736

Los datos reflejados en la tabla son los resultados obtenidos para un ángulo de ataque de 15 grados a una velocidad de Mach 1. Como puede apreciarse, el momento y la fuerza generados por la segunda geometría son mayores.

Por último se muestra una comparación de la posición del centro de presión para diferentes ángulos de ataque a un número de Mach concreto, encontrándose el resto de casos en el ANEXO II. Tablas y Gráficos.

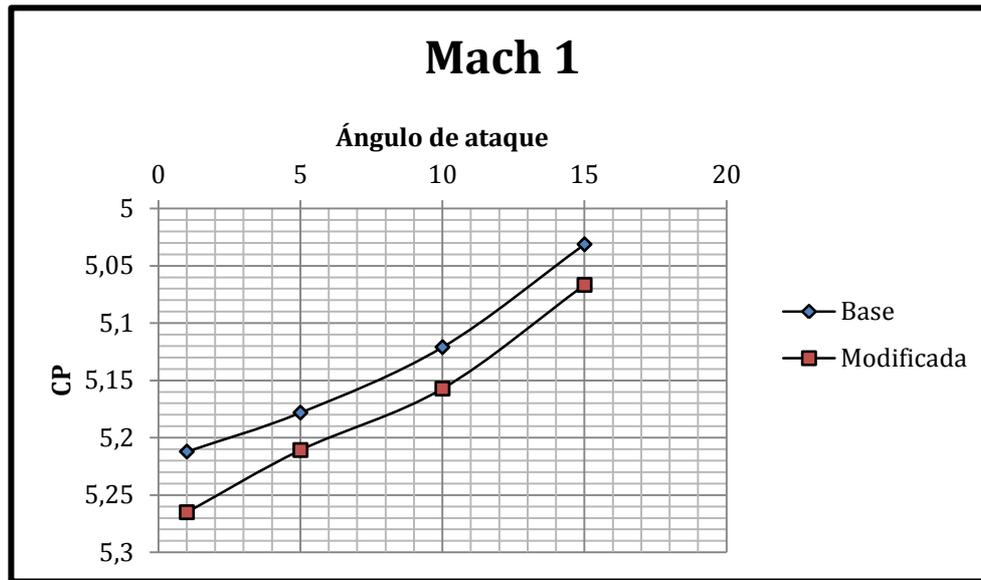


Gráfico 45: Comparación de la posición del centro de presión a distintos ángulos de ataque.

Una de las conclusiones que pueden sacarse de estos resultados, es que al mínimo ángulo de ataque que presente el cohete, la fuerza recuperadora que genera la segunda geometría de aletas es más estabilizante que la generada por la geometría base.

Los resultados relativos a la fuerza de arrastre total generada cuando el cohete lleva incluidas las aletas modificadas se muestran a continuación, así como uno gráficos en los que se comparan dichos resultados con los obtenidos con la geometría base.

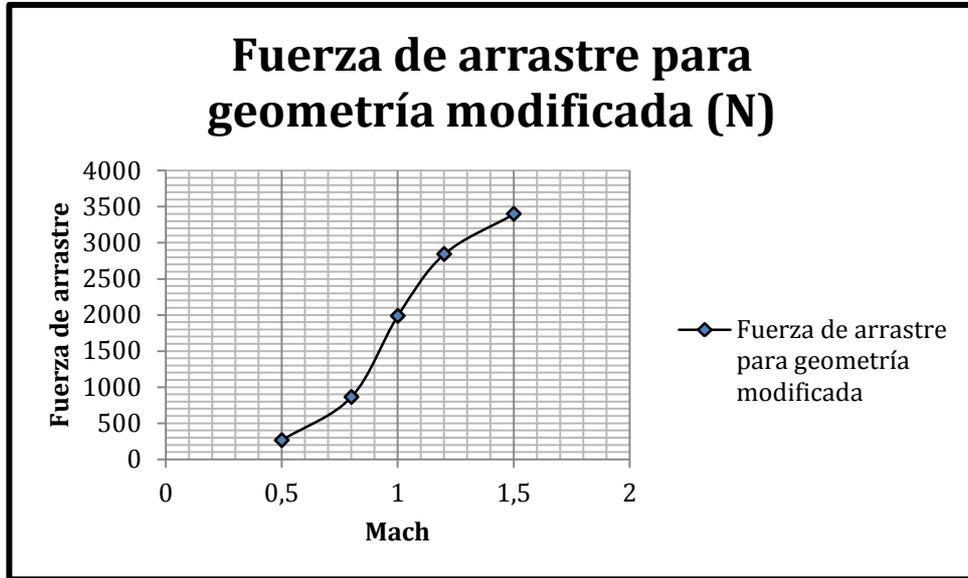


Gráfico 46: Fuerza de arrastre para geometría modificada.

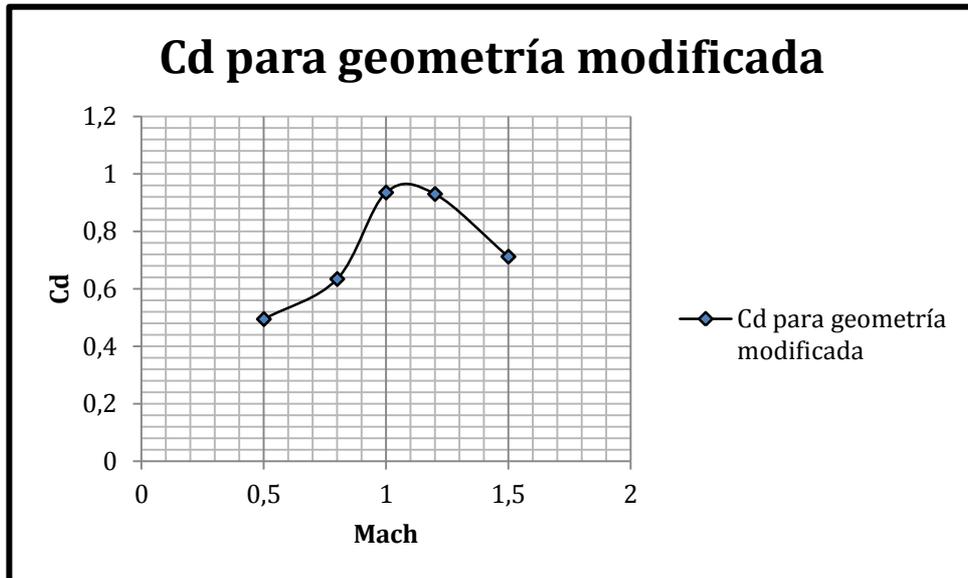


Gráfico 47: Coeficiente de arrastre para geometría modificada.

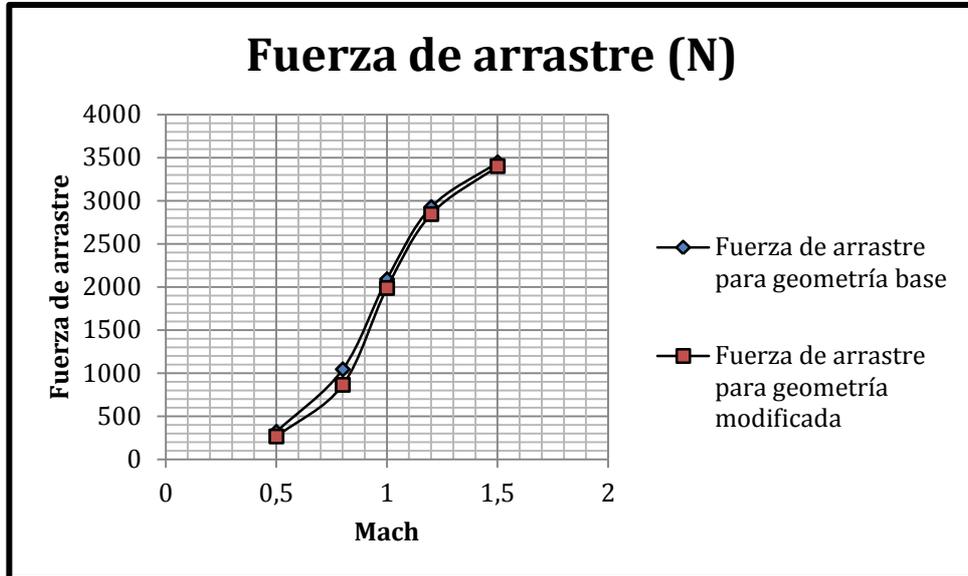


Gráfico 48: Comparación de fuerzas de arrastre.

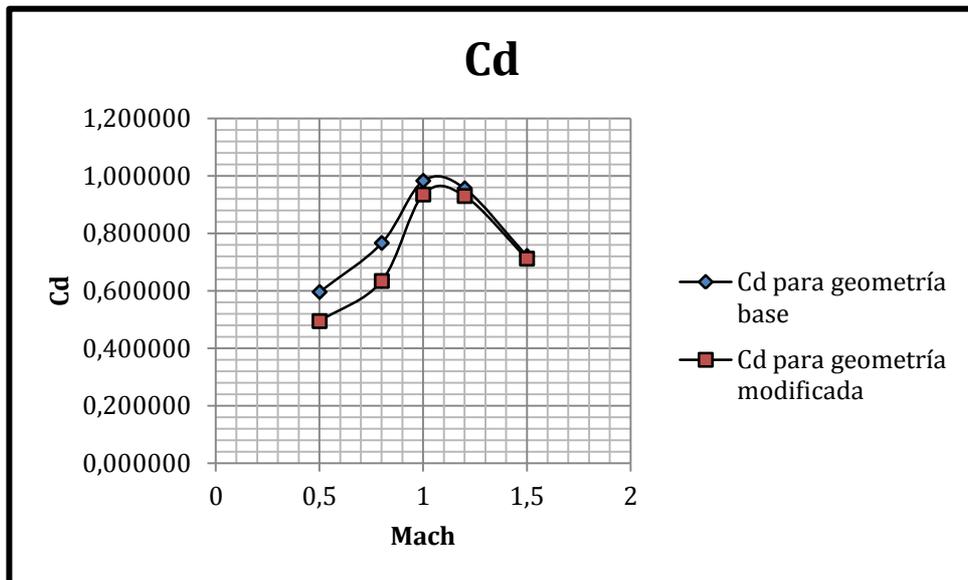


Gráfico 49: Comparación de coeficientes de arrastre.

Como puede apreciarse, los valores son similares, aunque para la geometría modificada se obtienen unos valores menores de fuerza de arrastre, si se realiza la comparación observando los coeficientes de arrastre, queda claro que la segunda geometría ofrece menos resistencia que la geometría base, aunque los efectos de la compresibilidad hagan aumentar de forma parecida a dichos valores.

Por lo tanto, viendo los resultados de las simulaciones aerodinámicas principales, para los análisis estructurales y el estudio del momento de rotación generado se tomó únicamente la segunda geometría.

2.4.6 Momento de rotación generado

Una vez realizados los análisis aerodinámicos principales, se procedió a realizar una simulación en la cual la aleta se encontraba girada respecto al flujo. El ángulo girado fue de 1 grado, representando una mala alineación de la aleta con el eje principal del fuselaje. De esta simulación se pretendía obtener una fuerza generada en la aleta, que provocaría la rotación del cohete sobre sí mismo.

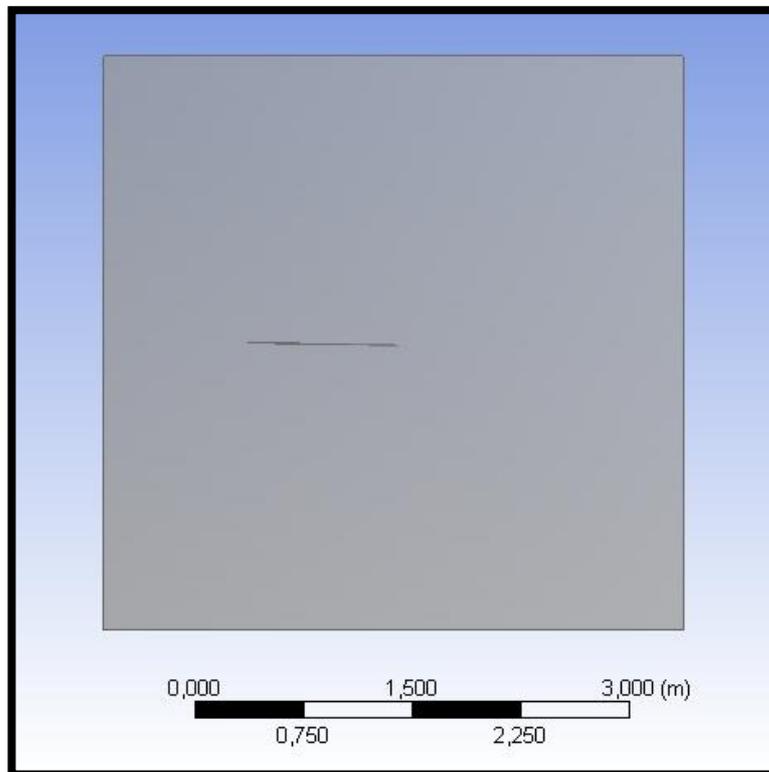


Imagen 45: Vista inferior de una aleta inclinada con respecto al eje principal del fuselaje.

Es importante recalcar que no todas las aletas pueden estar mal alineadas, por lo que para el cálculo del momento generado se consideró el peor de los casos posible: que las cuatro aletas estuviesen mal alineadas en el mismo sentido. La simulación se realizó siguiendo la metodología descrita en 2.3.3.2 Configuración de las simulaciones de la aleta suelta.

Como resultados de la simulación se obtuvieron las fuerzas axial y normal a la aleta, y el momento generado sobre el eje para lelo a la dirección del fluido.

Tabla 42: Fuerza axial, normal y momento para una desalineación.

Momento de Roll			
Desalineación	Fuerza Normal (N)	Fuerza axial (N)	Momento Eje longitudinal Cohete (Nm)
1 grado	959,08	301,65	121,05

En el caso de que todas aletas estuviesen mal alineadas la misma magnitud el momento total se multiplicaría por cuatro. Para obtener la aceleración angular del cohete sería necesario conocer la inercia del sistema en el eje de rotación, valor que por ahora se desconoce ya que depende de otras partes como la ojiva o el cilindro principal.

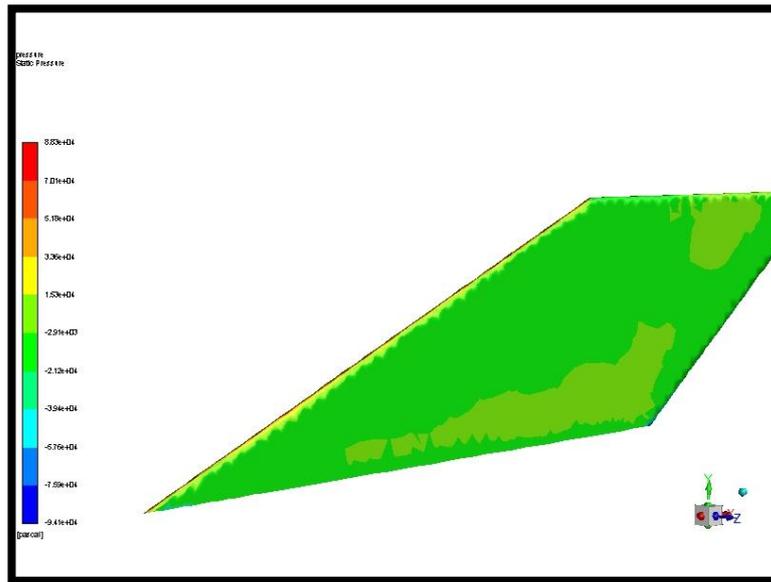


Gráfico 50: Contorno de presión sobre la aleta.

En este último gráfico se pueden ver como las zonas con máximas presiones se corresponden con los filos de la aleta, mientras en el resto de la superficie los valores son menores.

2.4.7 Comparación con los resultados obtenidos con otro programa

Haciendo uso de la misma malla y de las mismas condiciones de contorno se procedió a realizar una simulación en el programa Star-CCM+. La simulación realizada fue sobre un cuarto de cohete a un número de Mach de 0,5.

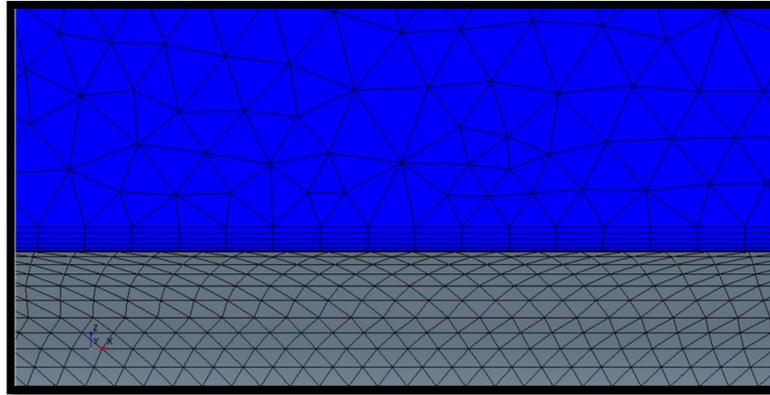


Imagen 46: Capas prismáticas en Star-CCM+.

Para esa geometría los resultados de la fuerza de arrastre fueron los siguientes:

Tabla 43: Comparación de resultados.

	Fluent	Star-CCM+
Fuerza de arrastre (N)	65,528	63,864

Como se puede apreciar, la principal diferencia no es el valor final, que es muy parecido; en cambio, el tiempo necesario para realizar la simulación fue superior en el programa Star-CCM+, seguramente por el tipo de resolución numérica que use.

2.4.8 Análisis estructural

Siguiendo la misma metodología utilizada para la obtención del momento de rotación, se realizó una serie de simulaciones con una aleta con un ángulo de ataque variable.

El objetivo de estas simulaciones era obtener los esfuerzos que debe resistir la aleta en la situación de máxima presión dinámica en una situación de ángulo de ataque nulo, y para ángulos de ataque pequeños, provocados por ráfagas repentinas de vientos u otras perturbaciones.

Tabla 44: Fuerzas para distintos ángulos de ataque.

Ángulo de ataque	Fuerza axial	Fuerza normal
0	284,318	0
3	292,280	2.950,670
6	301,266	6.239,605

Los análisis realizados con el módulo "Static Structural" de ANSYS sirvieron también para determinar lo peligroso que puede a ser encontrarse una situación de ángulo de ataque.

2.4.8.1 Ángulo de ataque nulo.

Esta situación es la idónea ya que en ella las fuerzas aerodinámicas ejercidas no son muy grandes. Los siguientes gráficos muestran las tensiones equivalentes de Von Mises, las deformaciones y el coeficiente de seguridad.

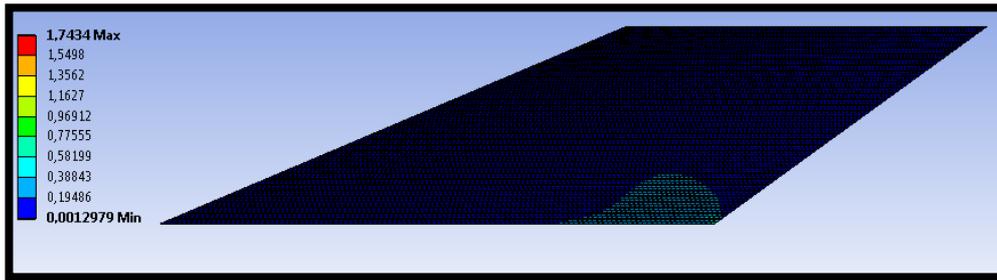


Gráfico 51: Tensiones de Von Mises para ángulo de ataque nulo.

Como puede verse, las tensiones alcanzadas son muy pequeñas si se tiene en cuenta que el aluminio es un material con una tensión de fluencia de 280 MPa y 320 MPa de rotura. La zona donde se da la tensión máxima es la esquina inferior derecha de la aleta, siendo ésta una zona de concentración de tensiones.

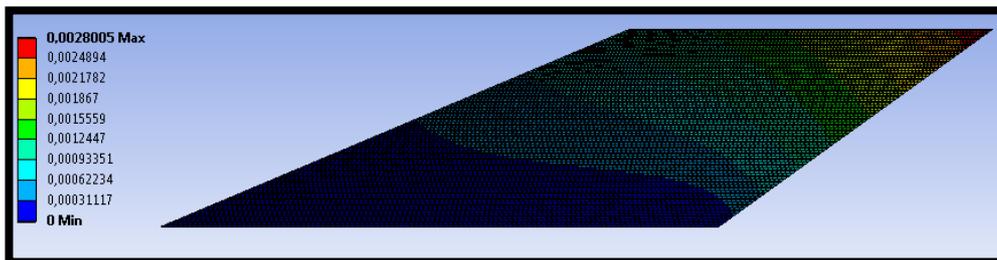


Gráfico 52: Deformaciones para un ángulo de ataque nulo.

Las deformaciones sufridas para este caso no serían apreciables al ojo humano ya que apenas llegan a las dos milésimas de milímetro.

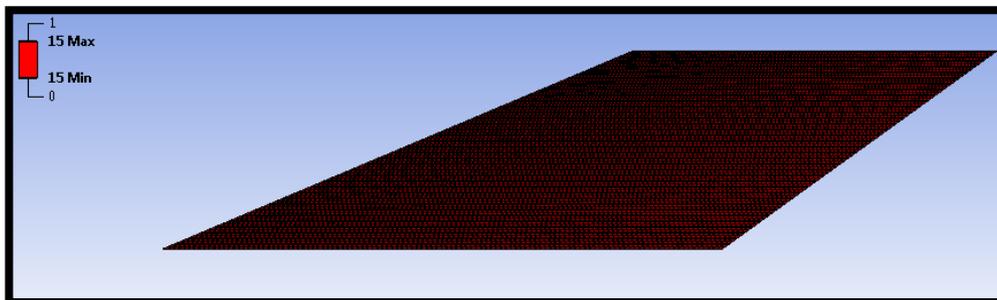


Gráfico 53: Coeficiente de seguridad para ángulo de ataque nulo.

En cuanto al coeficiente de seguridad, se puede ver como no hay riesgo alguno de que la estructura colapse.

A pesar de estos resultados, en los que parece ser que la integridad estructural de la aleta no está comprometida para la situación de máxima presión dinámica, es realmente preocupante una situación de ángulo de ataque, tal y como se muestra en el siguiente apartado.

2.4.8.2 Ángulo de ataque

Los siguientes gráficos muestran los resultados obtenidos al aplicar las fuerzas obtenidas del análisis CFD mostradas en la Tabla 44 para los ángulos de ataque de 3 y 6 grados respectivamente.

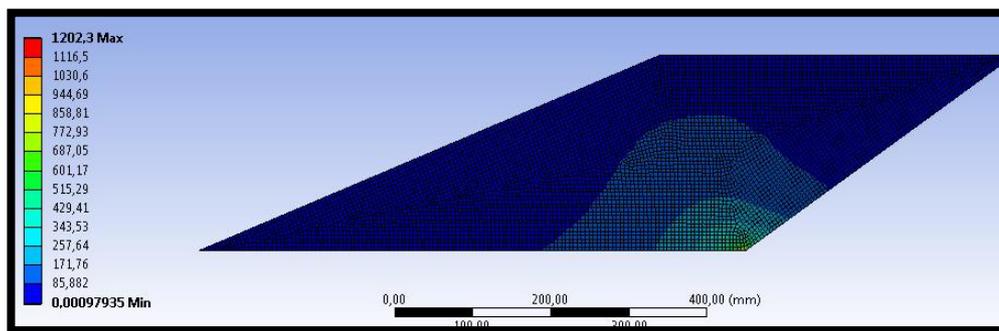


Gráfico 54: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 3 grados.

La tensión máxima registrada es de 1.202 MPa, es decir, en el punto donde se da (esquina inferior derecha) el material hubiese fallado. Es verdad que habría que tener en cuenta el efecto de las no linealidades que surgen cuando un material plastifica, pero a pesar de ello en ese punto la tensión sería muy elevada. No obstante, el hecho de que en esa zona la tensión sea muy grande no quiere decir que la aleta por completo falle; de hecho, se puede ver como en el resto de la aleta las tensiones no son tan elevadas.

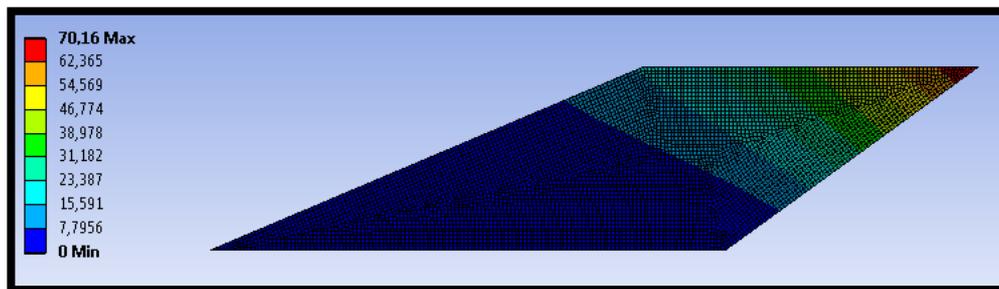


Gráfico 55: Deformaciones para un ángulo de ataque de 3 grados.

Las deformaciones en este caso sí que son apreciables, siendo el máximo, correspondiente al extremo libre de la aleta, de unos 70mm. El peligro de esta deformación, es la variación que puede provocar en las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre la aleta, tal y como se explico en el apartado 2.3.3.3.2 Análisis modal.

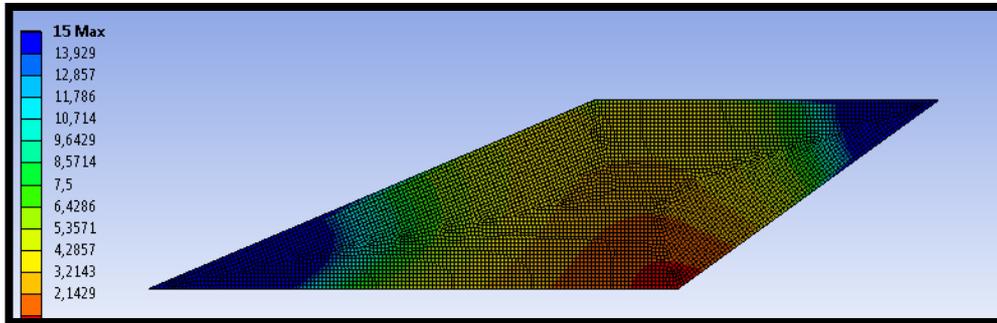


Gráfico 56: Coeficiente de seguridad para un ángulo de ataque de 3 grados.

Observando el coeficiente de seguridad al que trabaja la pieza, se puede afirmar que un ángulo de ataque obliga a trabajar a la aleta por encima de sus posibilidades en ciertas zonas. Para este caso, la zona afectada es pequeña, pero para el siguiente no será así, ya que las fuerzas que actúan sobre la aleta aumentan peligrosamente.

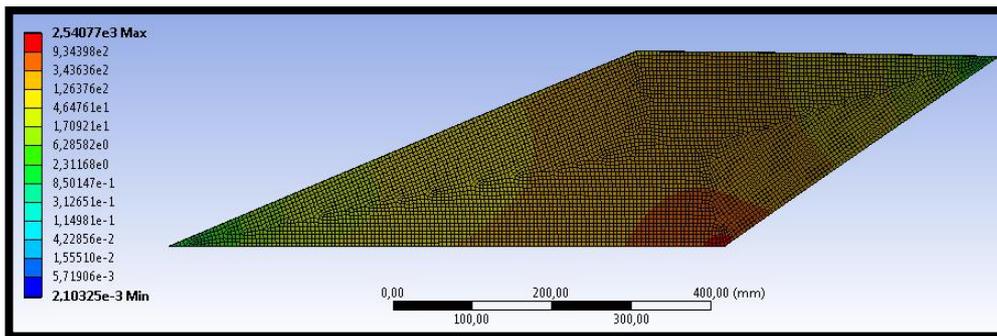


Gráfico 57: Tensiones de Von Mises para un ángulo de ataque de 6 grados.

Tal y como se puede apreciar, prácticamente la aleta entera se encuentra bajo esfuerzos superiores al valor de la tensión de fluencia del material. En estos casos, primero se da un fenómeno de plastificación del material, no pudiendo recuperar la forma original una vez la fuerza ha dejado de actuar.

Como conclusión de estos análisis, se puede decir que una situación de ángulo de ataque a unas velocidades tan elevadas y con unas piezas tan delgadas es muy peligrosa. De hecho, la idea de tener una buena estabilidad es evitar este tipo de situaciones extremas, alcanzando únicamente valores pequeños para el ángulo de ataque, recuperando rápidamente la posición de equilibrio gracias a la fuerza y momentos recuperadores.

2.4.8.3 Un comentario sobre los resultados obtenidos

Cabe destacar que las tensiones han sido calculadas a partir de valores de fuerzas para condiciones atmosféricas a nivel del mar, donde la densidad es máxima. La velocidad máxima no se da a esta altura, sino a una mucho mayor, donde la temperatura de la atmósfera y la densidad del aire son menores, dando lugar a fuerzas aerodinámicas menores.

El fin de utilizar las fuerzas obtenidas con condiciones a nivel del mar es obtener los valores más desfavorables posibles, de manera que los análisis están realizados del lado de la seguridad. Además, a medida que se asciende y disminuye la temperatura de la atmósfera las propiedades del aluminio se ven menos afectadas e incluso pueden mejorar, ya que es un material con un buen comportamiento en situaciones criogénicas (no se alcanzan temperaturas tan bajas, pero es un indicativo de su buen comportamiento si las temperaturas son bajas).

Como simple curiosidad, en los lanzamientos de vehículos tripulados se puede observar como hasta que no se alcanza una cierta altura sobre el nivel del mar la velocidad no aumenta considerablemente. Una de las razones (además del propio peso del vehículo) puede ser lo comentado anteriormente.

2.4.9 Análisis modal

El objetivo de realizar un análisis modal es comprobar que las frecuencias naturales (o de activación) de un sistema están alejadas de las frecuencias de las fuerzas excitadoras. En este caso, no se disponen de esas frecuencias, pero como las frecuencias naturales no dependen de la fuerza actuante se obtuvieron igualmente.

Las situaciones en las que se pueden dar unas vibraciones peligrosas son las siguientes:

- Encendido del motor.
- Variación del ángulo de ataque.
- Influencia de remolinos generados por la propia estructura.

De entre ellas, tal vez la más habitual sea la primera. Al encender el motor, las ondas sonoras rebotan contra el suelo induciendo unas vibraciones (además del calor de los gases).

Los resultados para las frecuencias naturales de los primeros 5 modos de vibración son los siguientes.

Tabla 45: Frecuencias naturales.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	35,02
2	89,09
3	175,54
4	236,56
5	306,55

De los valores anteriores, pueden resultar especialmente peligrosos los dos primeros, ya que para el resto resultaría realmente complicado estar bajo unas acciones variables con tal frecuencia.

En cuanto a los modos de vibración, en el ANEXO II. Tablas y Gráficos se incluyen imágenes.

3 Aspectos económicos

En este apartado se presenta el presupuesto del proyecto. En primer lugar se muestra la tabla con los distintos conceptos y su importe, y más adelante se describen las distintas partes con el fin de entender el importe final.

Tabla 46: Presupuesto del proyecto.

Presupuesto			
Concepto	Precio/h	Horas	Total
Horas internas			
Ingeniero Jr.	15,00 €	150,00	2.250,00 €
Ingeniero Superior	60,00 €	10,00	600,00 €
Amortizaciones			
Licencia ANSYS	10,00 €	350,00	3.500,00 €
Ordenador	0,20 €	400,00	80,00 €
Gastos			
Licencia Star-CCM+			250,00 €
Material de oficina			20,00 €
Subtotal			6.700,00 €
Gastos indirectos	7%		469,00 €
Subtotal 2			7.169,00 €
Imprevistos	10%		716,90 €
Total			7.885,90 €

3.1 Descripción del presupuesto

El presupuesto se puede dividir en los siguientes conceptos:

- Horas internas: aquí quedan reflejadas las horas de trabajo del ingeniero, aun sin graduar, y de su tutor. El número de horas de trabajo del alumno son 150 horas correspondientes a 6 créditos (ECTS), valorando la hora de trabajo a 15€. Las horas de trabajo del tutor se corresponden con las sucesivas tutorizaciones realizadas a lo largo del curso; considerando una media de una hora al mes en dos sesiones de media hora y valoradas en 60€ se obtiene el importe total.
- Amortizaciones: en este concepto se incluyen la licencia de ANSYS que ha sido utilizada y el ordenador en el que se han llevado a cabo los cálculos, redacciones, búsquedas...etc. El método de cálculo del precio por hora de dichos productos fue el siguiente:

$$\frac{\text{€}}{h} = \frac{\text{Precio (€)}}{\text{Vida útil (h)}} \quad (73)$$

- Gastos: en este apartado se incluyen aquellos gastos de material que no pueden volver a ser utilizados para un futuro proyecto. En ellos se incluye la licencia corporativa de Star-CCM+, ya que tiene por caducidad el final del curso académico 2018/2019 y por lo tanto, aunque no se consuman sus 1000 horas de uso, no puede aprovecharse por otro usuario en un futuro. En el material de oficina utilizado se incluye todo lo relativo a material de escritura, cuadernos, marcadores...
- Gastos indirectos: con los conceptos anteriores se obtiene un primer subtotal. No obstante, el gasto de electricidad, agua, transporte... debe quedar reflejado de alguna manera. Es por ello que se añaden unos gastos indirectos, valorados en un 7% del subtotal del proyecto.
- Imprevistos: se trata de una cantidad asociada con los riesgos del proyecto, averías...etc. Valorada en un 10% del total de los gastos, permite disponer de fondos con los que afrontar los citados imprevistos.

Para finalizar, señalar que estos gastos en principio no son recuperables, ya que no se trata de un producto que vaya a salir al mercado, y los beneficios económicos que pueda aportar serán indirectos en forma de atracción de patrocinadores, menciones o actos publicitarios.

4 Conclusiones

Finalmente, en este apartado se muestran las conclusiones obtenidas en la realización de este trabajo.

Las primeras están relacionadas con la comparación entre resultados obtenido manualmente, y los obtenidos mediante programas de resolución numérica:

- Los resultados obtenidos para la posición del centro de presión mediante CFD y con el método de Barrowman son coherentes. Por lo tanto, el uso de éste último como método preliminar es válido.
- Las propiedades de estancamiento obtenidas mediante ecuaciones y CFD tienen valores similares, siendo ésta última una herramienta muy útil para comprobar los resultados teóricos.
- Mediante simulaciones sencillas en CFD se puede comprobar la magnitud de los ángulos de onda de choque, así como el cambio de dirección que sufre el fluido debido a la interacción con el sólido y las propiedades después de la onda. También se puede comprobar a partir de qué ángulo de deflexión se producen ondas de choque separadas o de proa.

En cuanto a los resultados sobre las geometrías analizadas:

- La hipótesis de variar el ángulo trasero de la aleta para reducir la fuerza de arrastre ha sido comprobada, así como su limitación, encontrándose el límite a partir del cual la

fuerza por rozamiento aumenta de tal manera que se anula la ventaja obtenida en relación a la fuerza por presión.

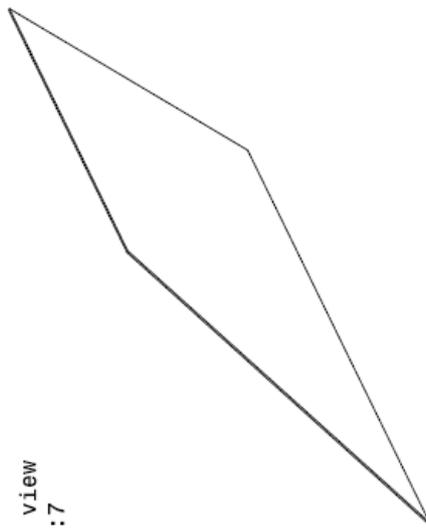
- Para situaciones de ángulo de ataque, la estabilidad proporcionada por la geometría seleccionada es mayor que la examinada en primer lugar, dando otra razón de peso para su selección. No obstante, es peligroso sobrepasar cierto ángulo de ataque, ya que las fuerzas ejercidas sobre las aletas son muy grandes, comprometiendo su integridad estructural.
- Los resultados obtenidos con programas de computación distintos sobre una misma geometría, con el mismo mallado y condiciones de contorno son similares.

5 Bibliografía

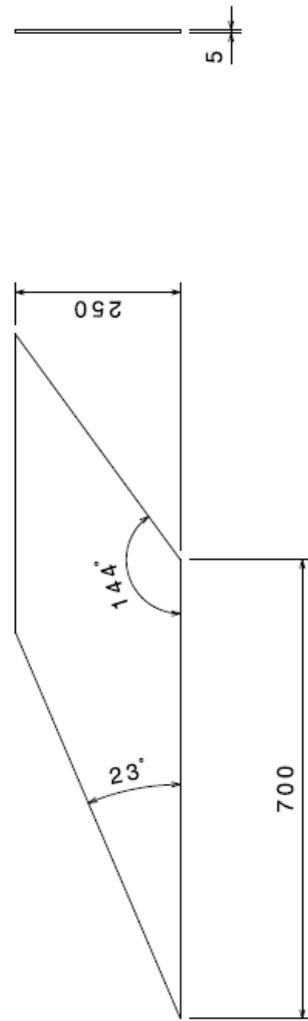
- [1]Çengel, Y. A., & Cimbala, J. (2006). *Mecánica de fluidos, fundamentos y aplicaciones*. McGraw-Hill.
- [2]Anderson Jr, J. D. (1991). *Fundamental of aerodynamics*. McGraw-Hill.
- [3]Gerhart, P. M., & Gross, R. (1985). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. Addison Wesley Publishing Company.
- [4]Yuska, J. A. (1966). *Static aerodynamic characteristics of a rocket vehicle with wedge fins and sweptback leading and trailing edges*. NASA Langley Research Center.
- [5]Kenneth, P. (1962). *Preliminary investigation of interference effects of multicoplanar fins on a two-stage rocket launch vehicle with winged spacecraft at transonic speeds*. NASA Langley Research Center.
- [6]Fuller, E. (1968). *Effects of nose shape and fin geometry on static stability of a high-fineness-ratio sounding rocket*. NASA Langley Research.
- [7]Bird, J. (1954). *Wind-tunnel experiments concerning the dynamic behavior of a low-speed slowly spinning fin-stabilized rocket*. NASA Langley Research.
- [8]Keyton, R. (1961). *Static longitudinal stability of a rocket vehicle having a rear-facing step ahead of the stabilizing fins*. NASA Langley Research Center.
- [9]Heavey, K. (2013). *Parallel CFD computations of projectile aerodynamics with a flow control mechanism*. US Army Research Laboratory.
- [10]Inc, A. (2013). *ANSYS Fluent Tutorial Guide*.
- [11]Adapco, C. (2016). *Star-CCM+*.
- [12]Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method*. Pearson Education.
- [13]Abasolo, M., Aguirrebeitia, J., Coria, I., & Heras, I. (2017). *Guía práctica de elementos finitos en estática*. Paraninfo.
- [14]Anderson, J. J. (1995). *Computational Fluid Dynamics: The basics with applications*. McGraw-Hill.
- [15]Culp, R. (24 de junio de 2019). *RocketMime*. Obtenido de <http://www.rocketmime.com/rockets/Barrowman.html>
- [16]Kostić, Č. (24 de junio de 2019). Obtenido de <http://www.vti.mod.gov.rs/ntp/rad2015/1-2015/6/6.pdf>

ANEXOS

ANEXO I. Planos



Isometric view
Scale: 1:7



Front view
Scale: 1:7

Left view
Scale: 1:7

ANEXO II. Tablas y Gráficos

Gráficos del tipo de flujo.

Mach 0,6

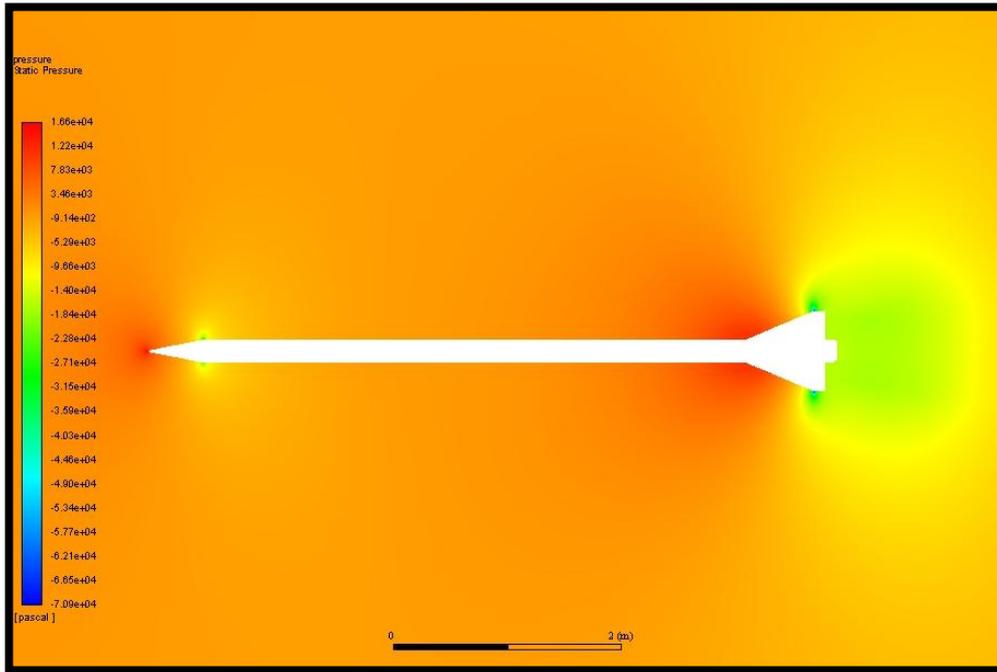


Gráfico 58: Presión.

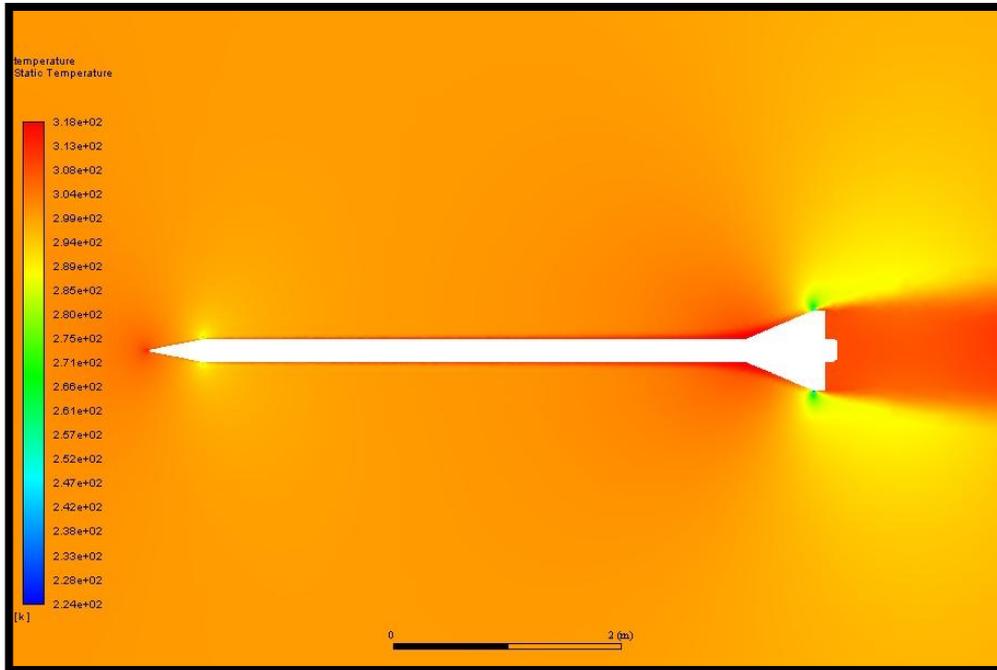


Gráfico 59: Temperatura.

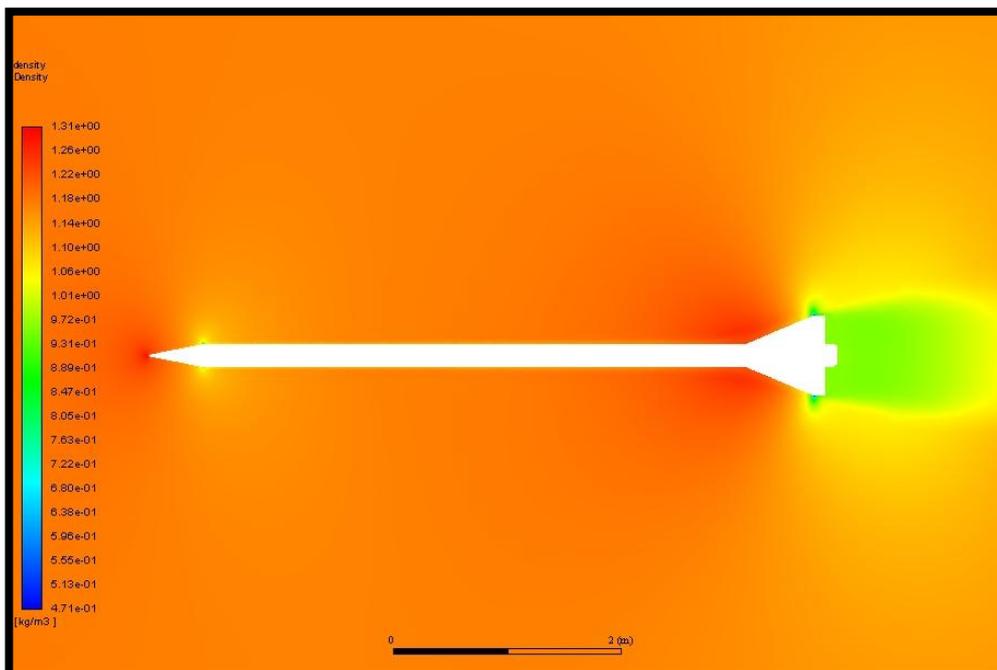


Gráfico 60: Densidad.

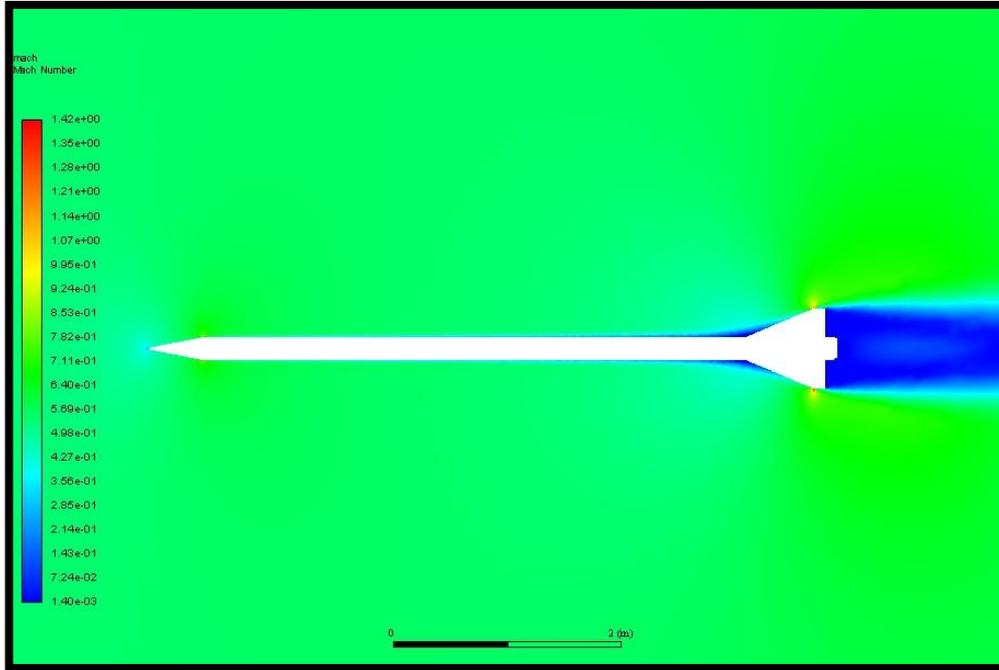


Gráfico 61: Número de Mach.

Mach 0,8

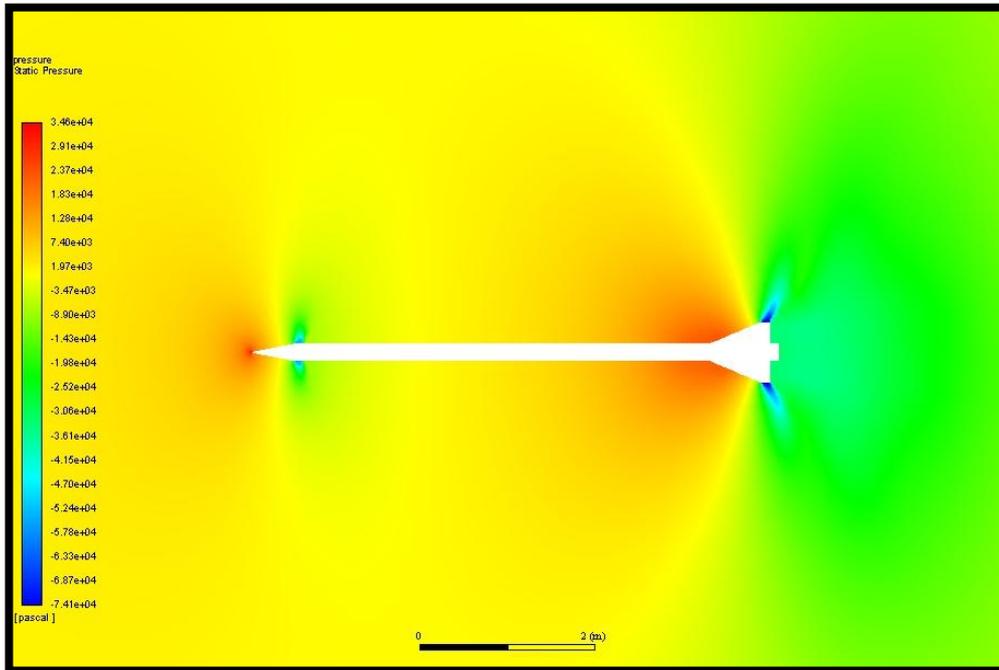


Gráfico 62: Presión.

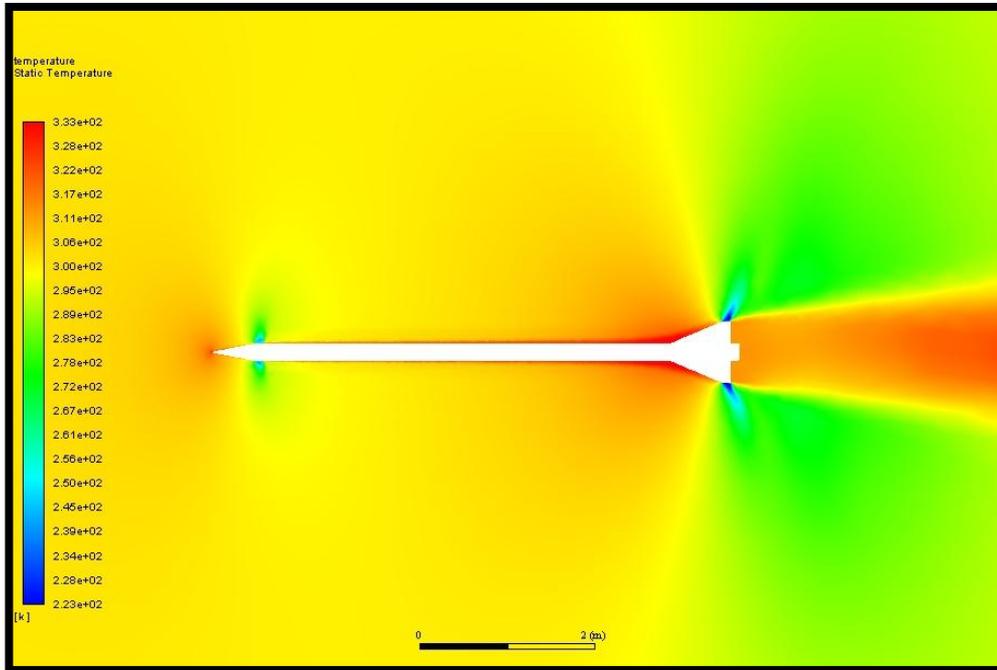


Gráfico 63: Temperatura.

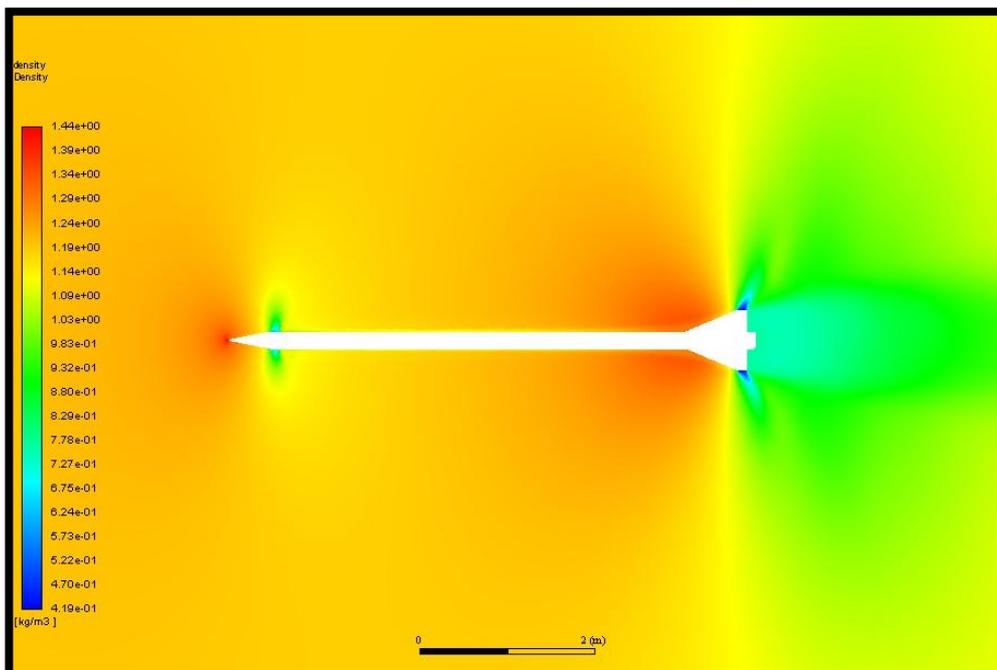


Gráfico 64: Densidad.

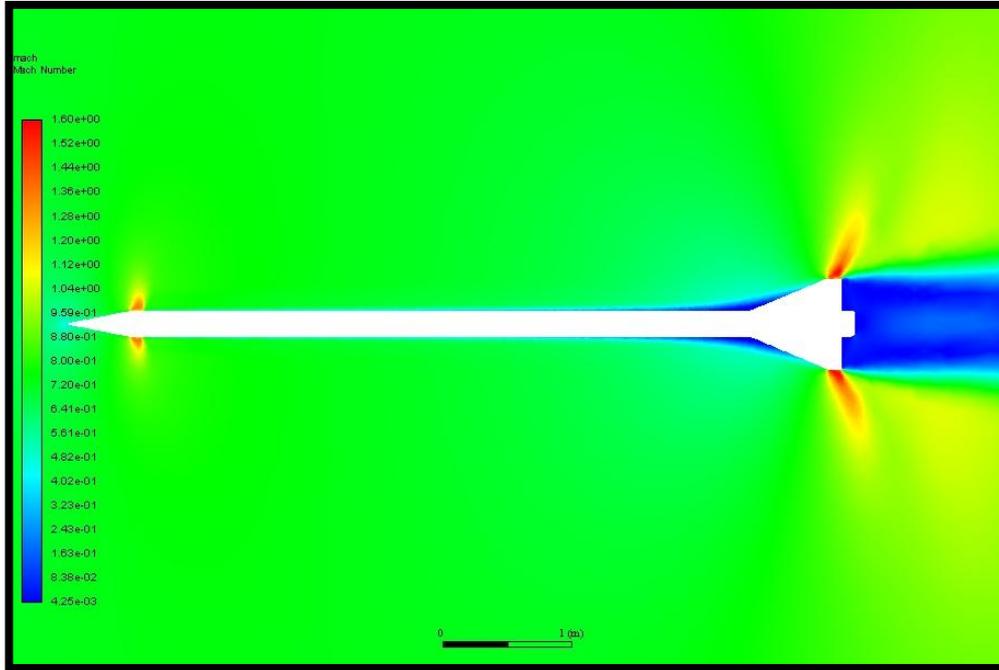


Gráfico 65: Número de Mach

Mach 1

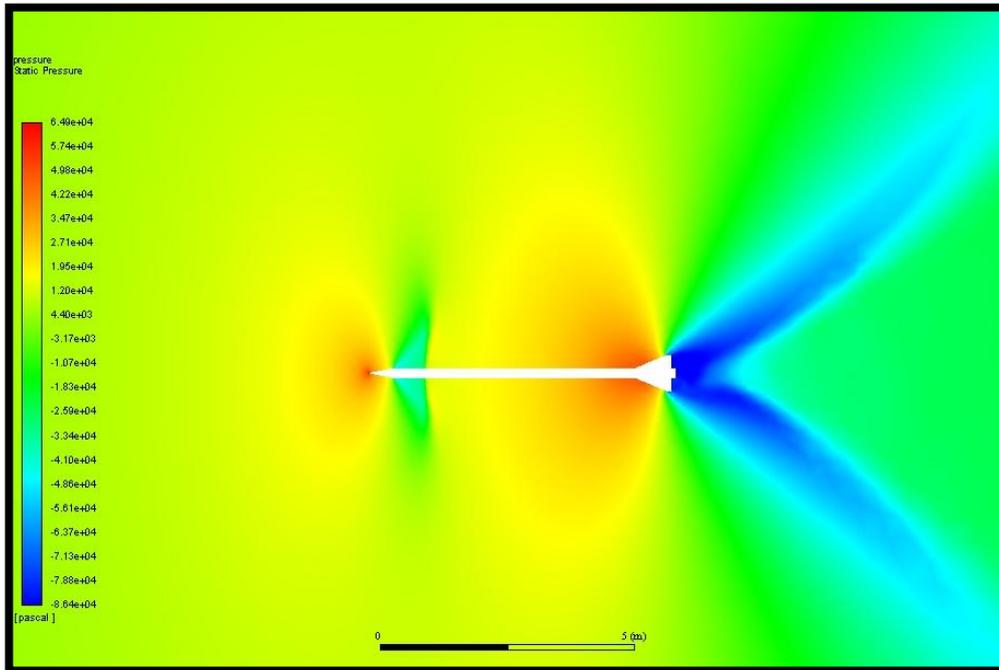


Gráfico 66: Presión.

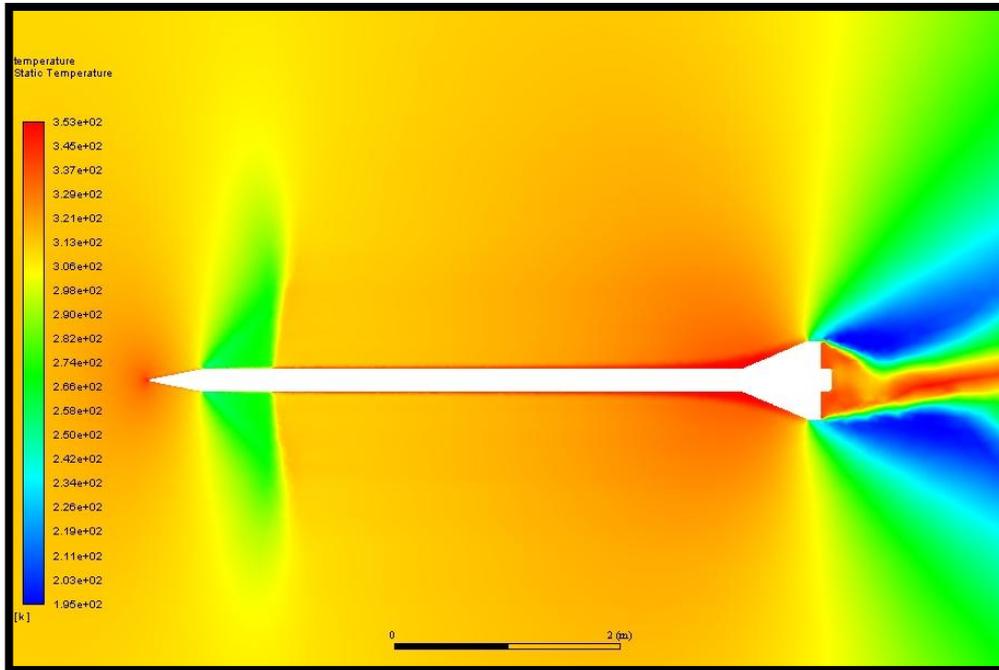


Gráfico 67: Temperatura.

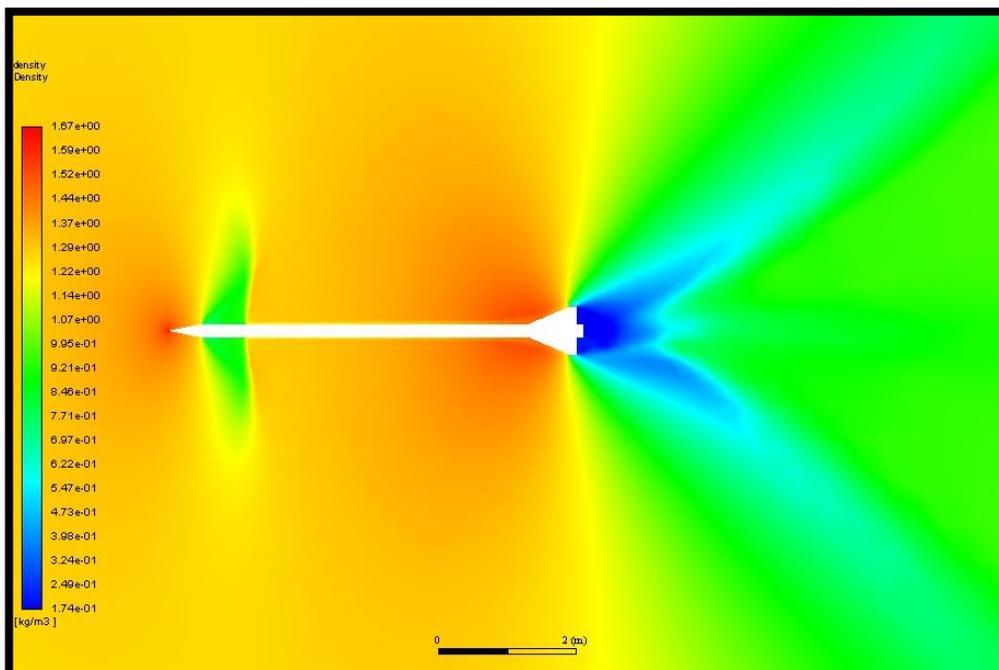


Gráfico 68: Densidad.

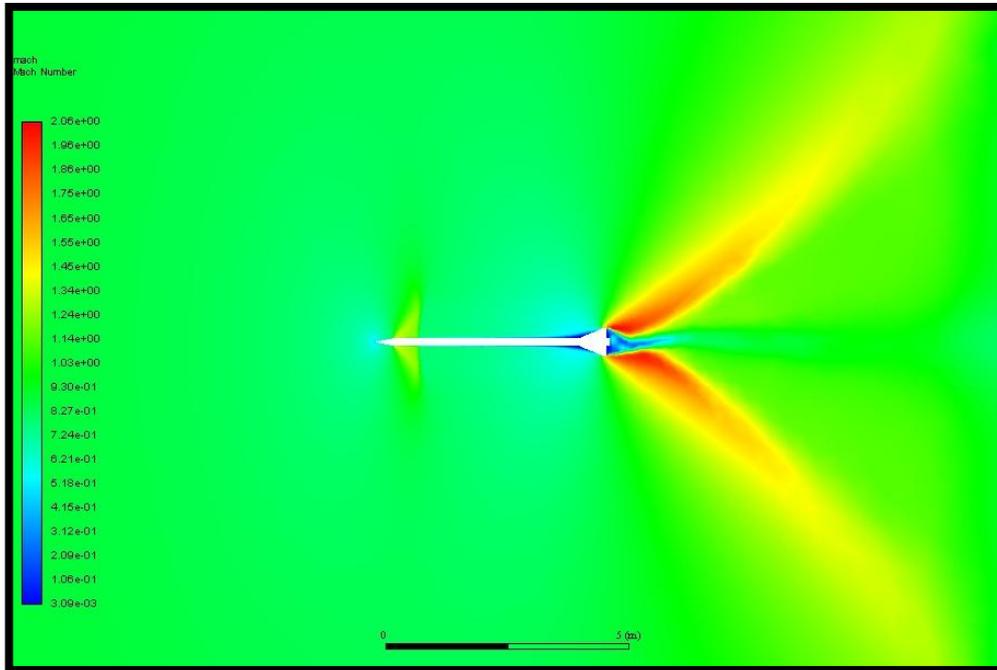


Gráfico 69: Número de Mach.

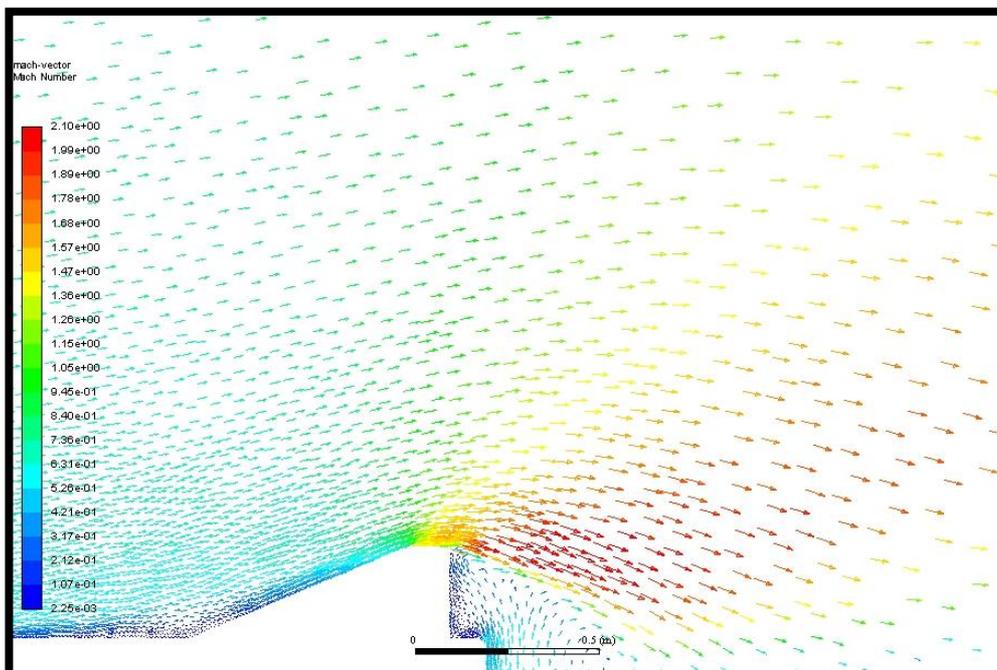


Gráfico 70: Diagrama de vectores.

Mach 1,2

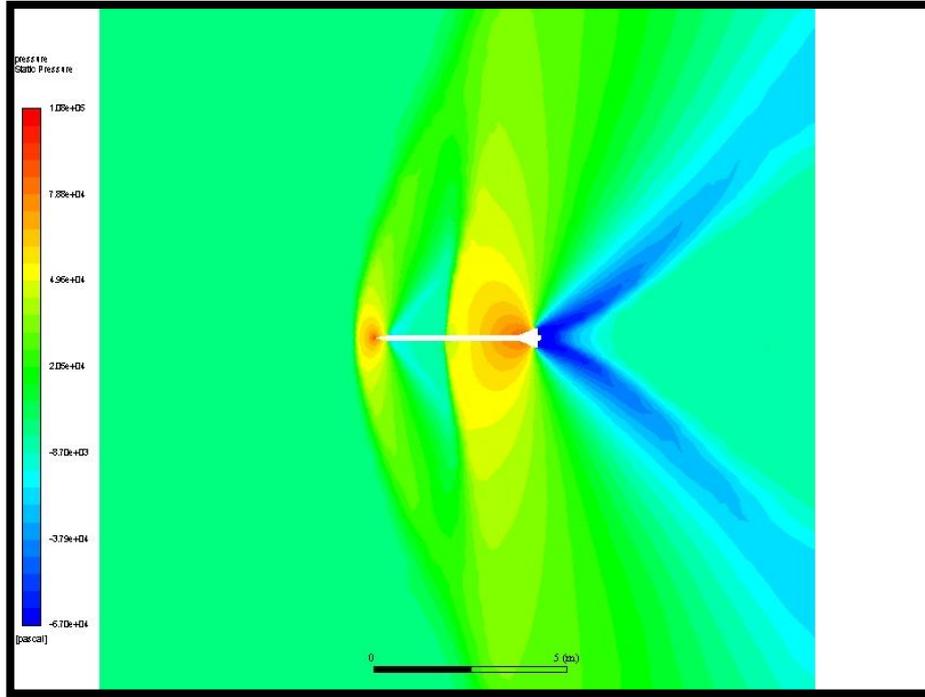


Gráfico 71: Presión.

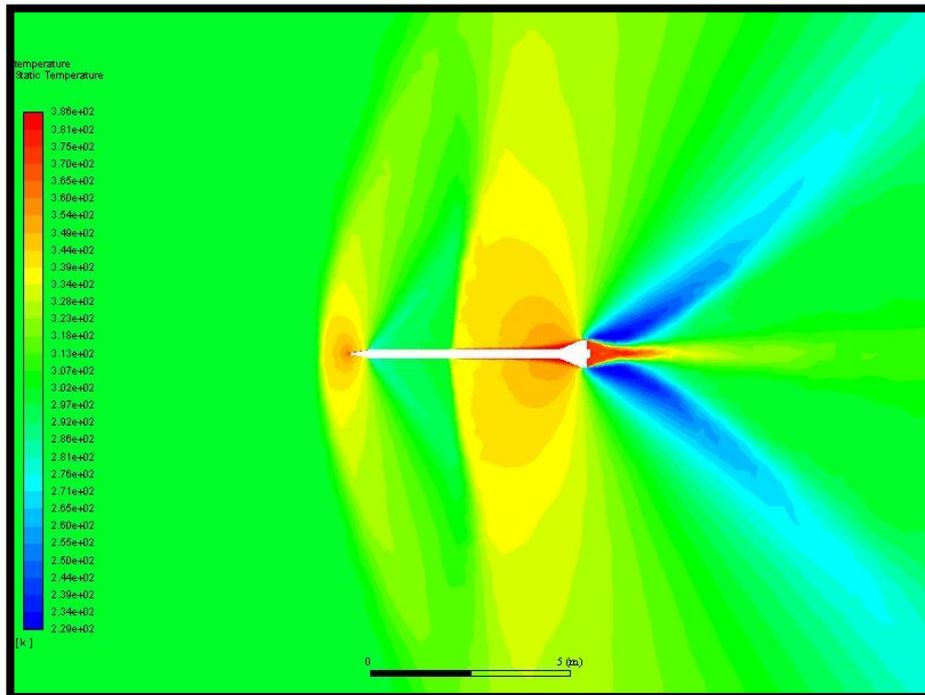


Gráfico 72: Temperatura.

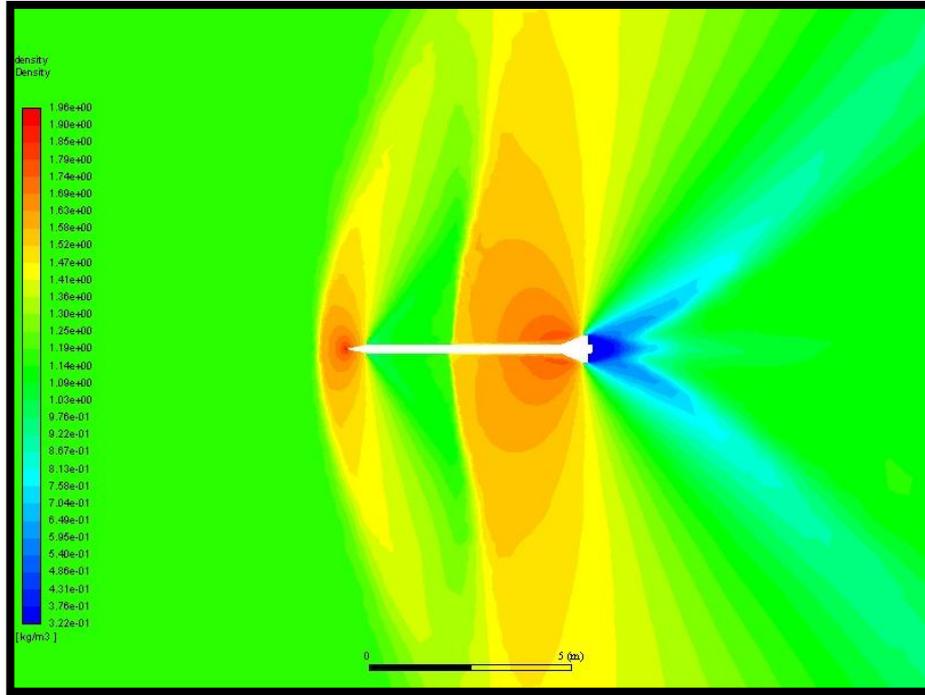


Gráfico 73: Densidad.

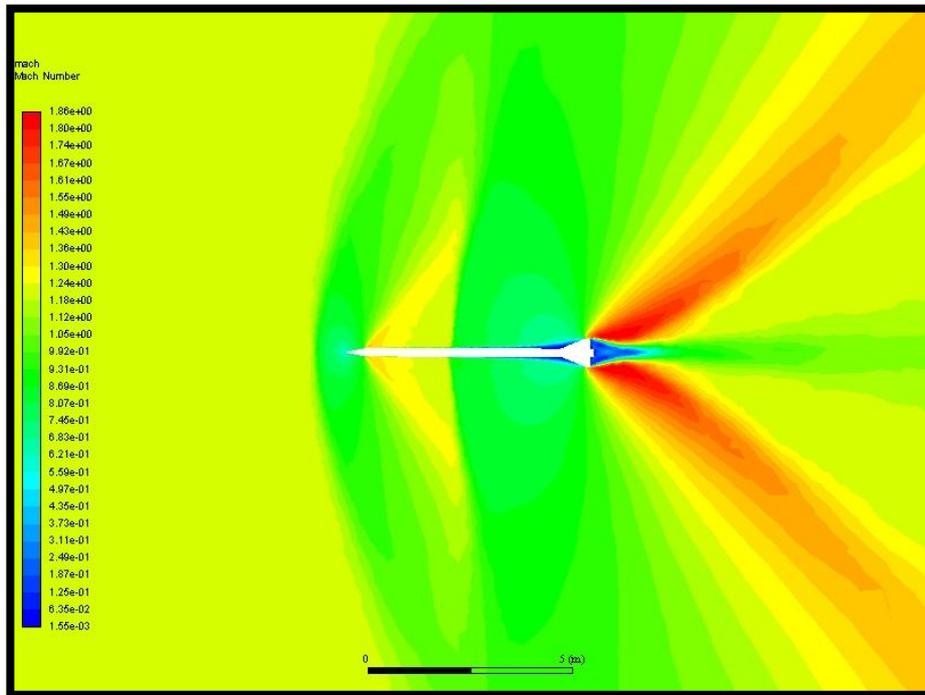


Gráfico 74: Número de Mach.

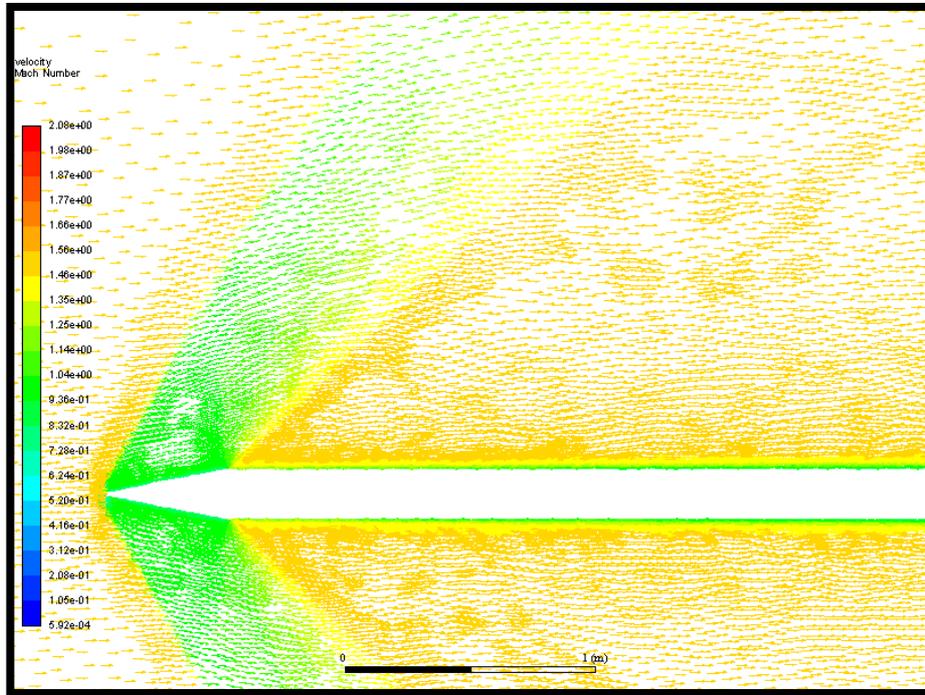


Gráfico 75: Vectores de flujo.

Mach 1,5

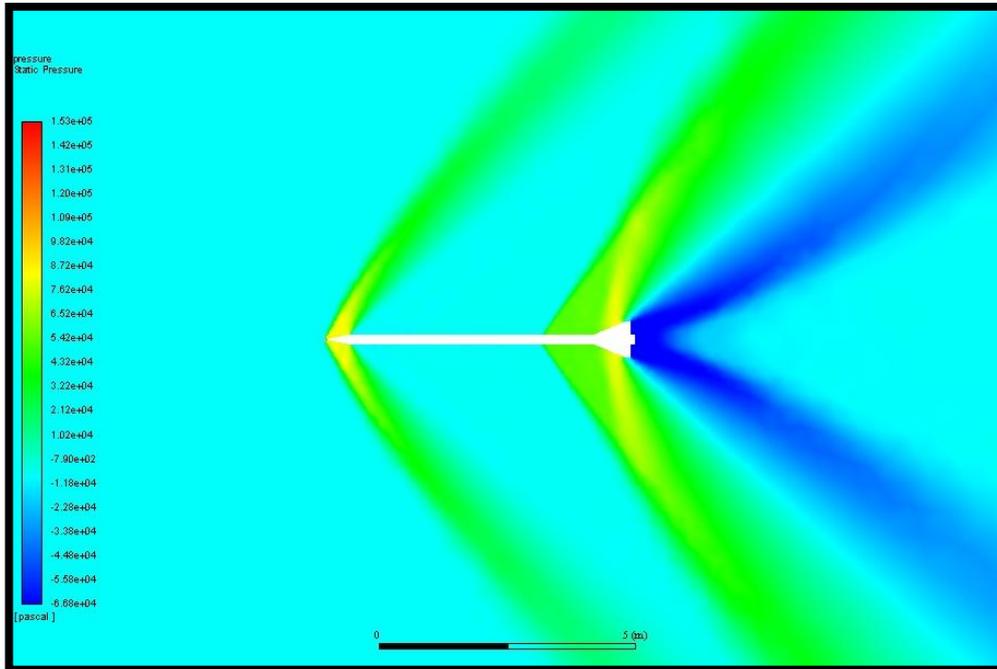


Gráfico 76: Presión.

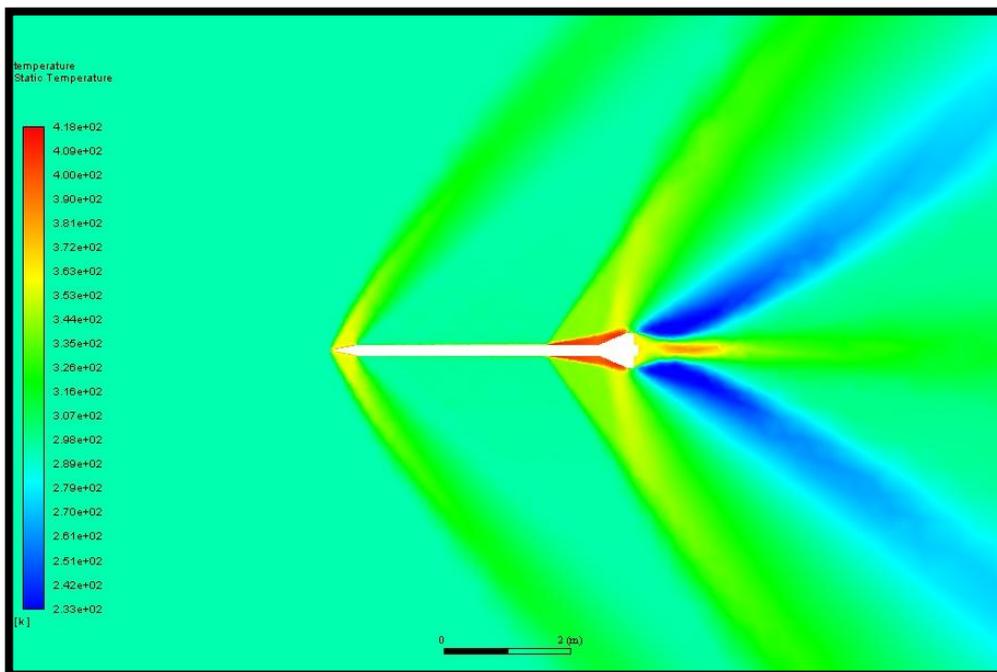


Gráfico 77: Temperatura.

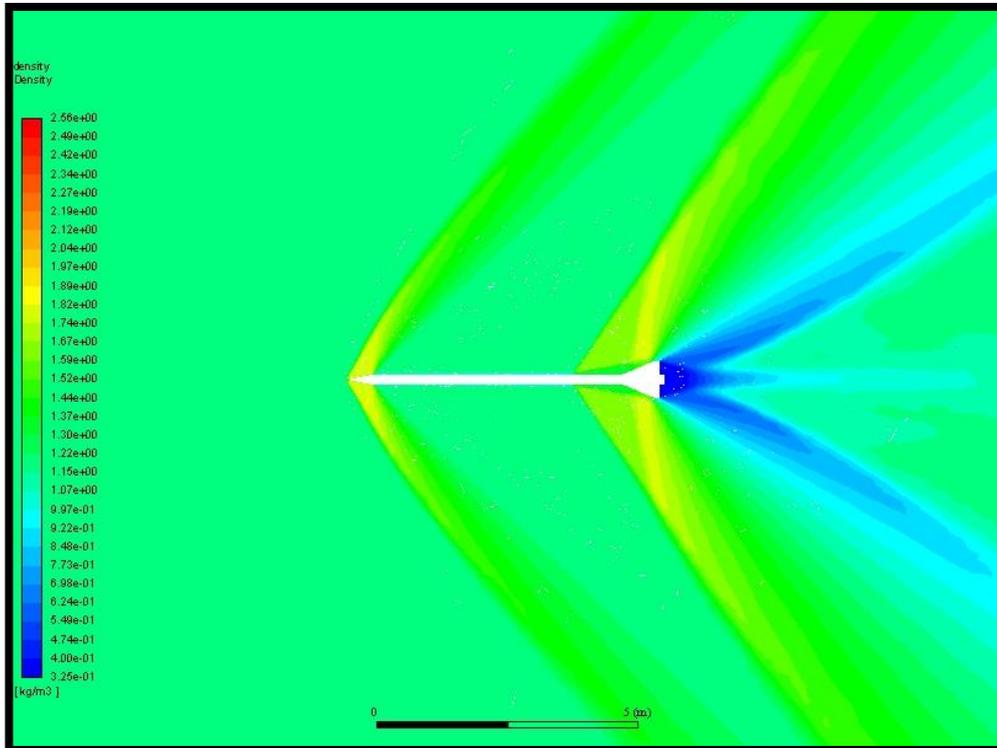


Gráfico 78: Densidad.

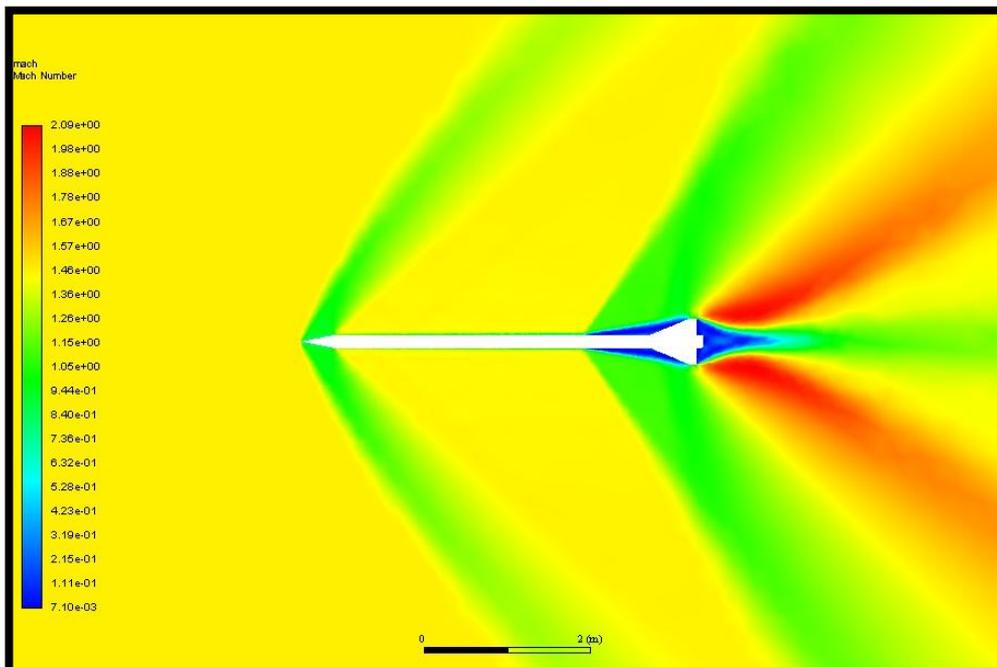


Gráfico 79: Número de Mach.

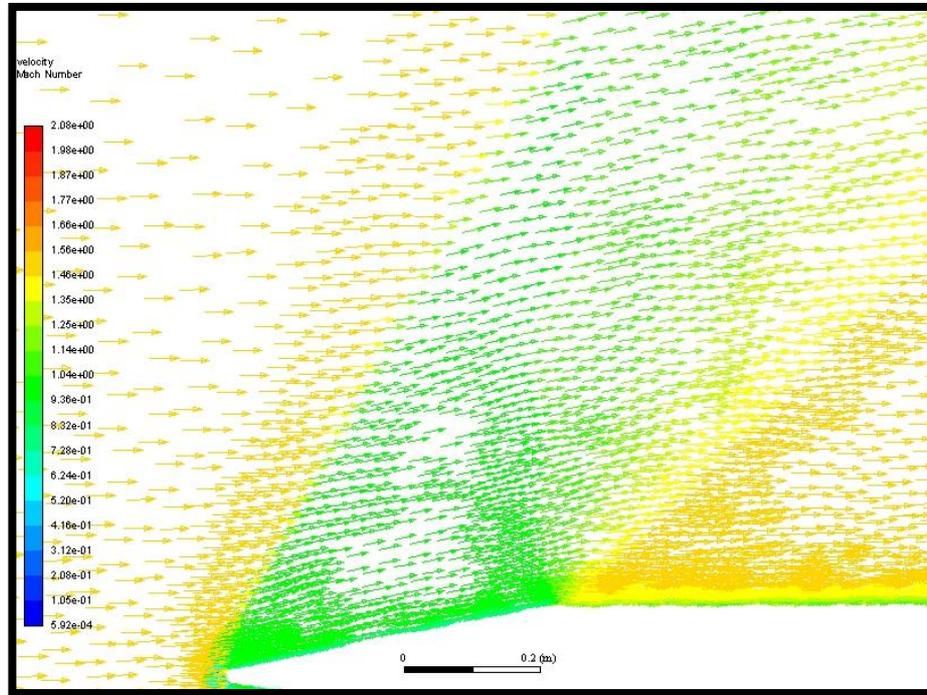


Gráfico 80: Diagrama de vectores.

Mach 2

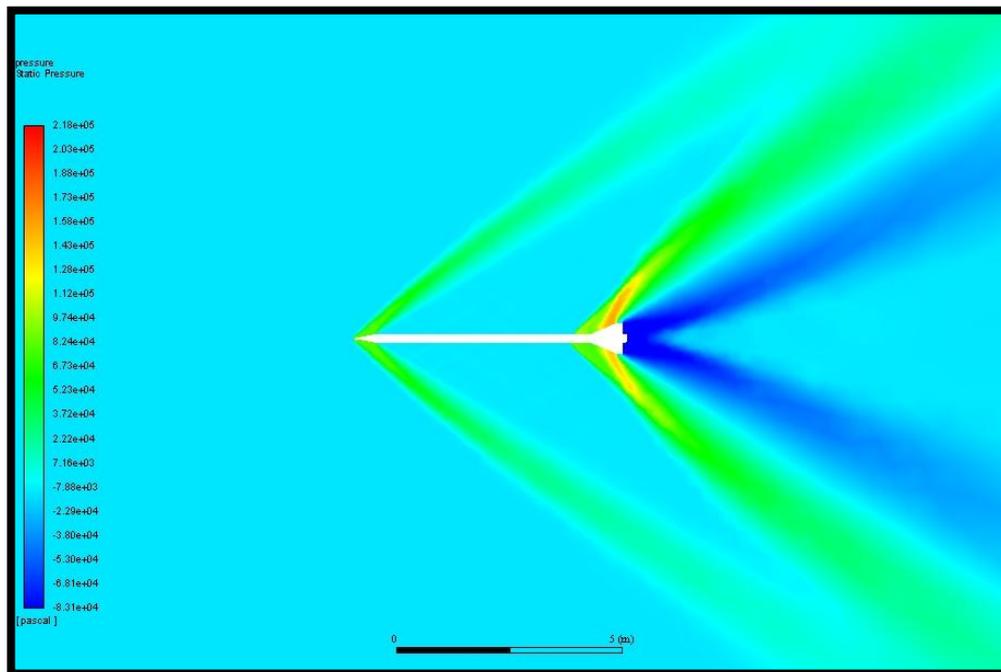


Gráfico 81: Presión.

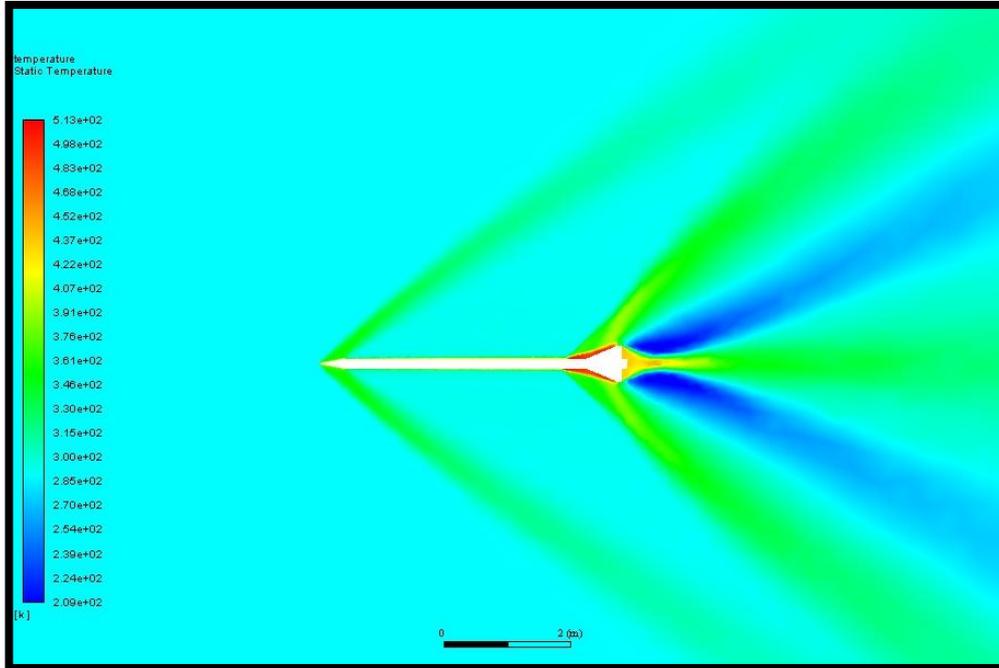


Gráfico 82: Temperatura.

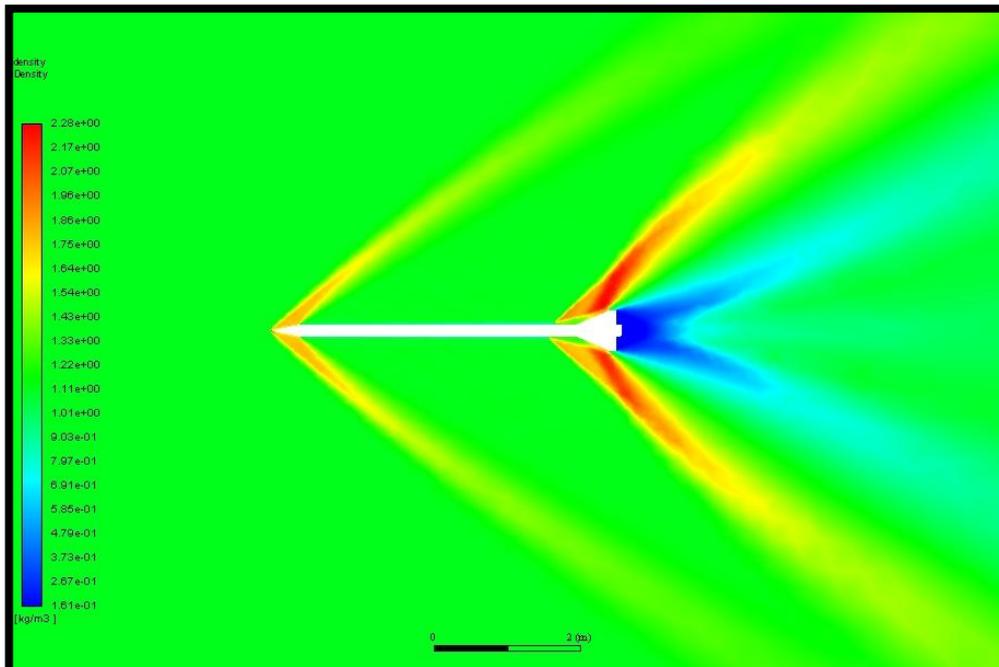


Gráfico 83: Densidad.

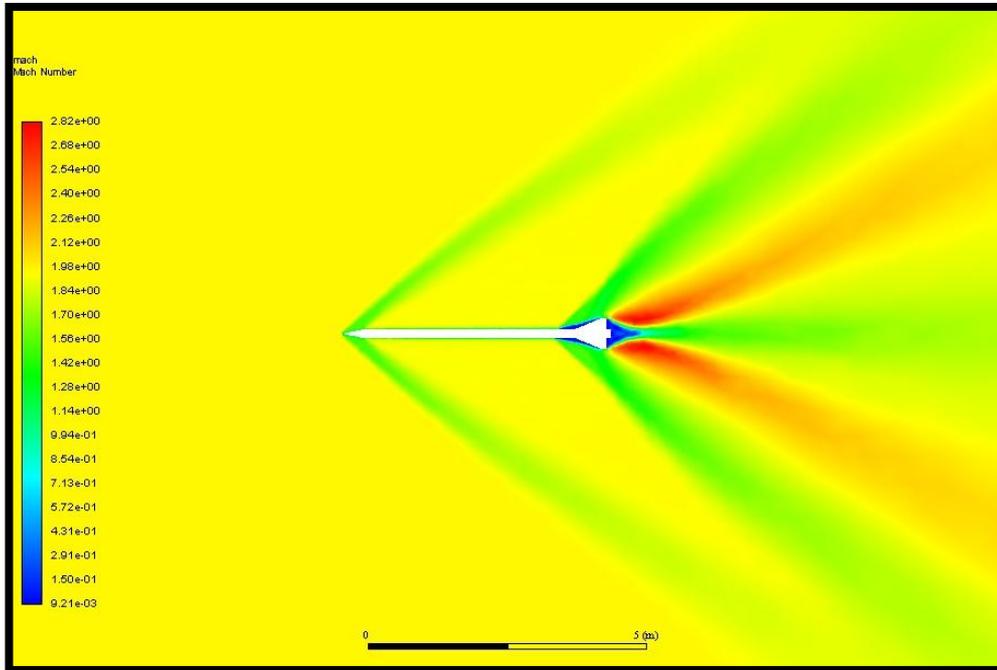


Gráfico 84: Número de Mach.

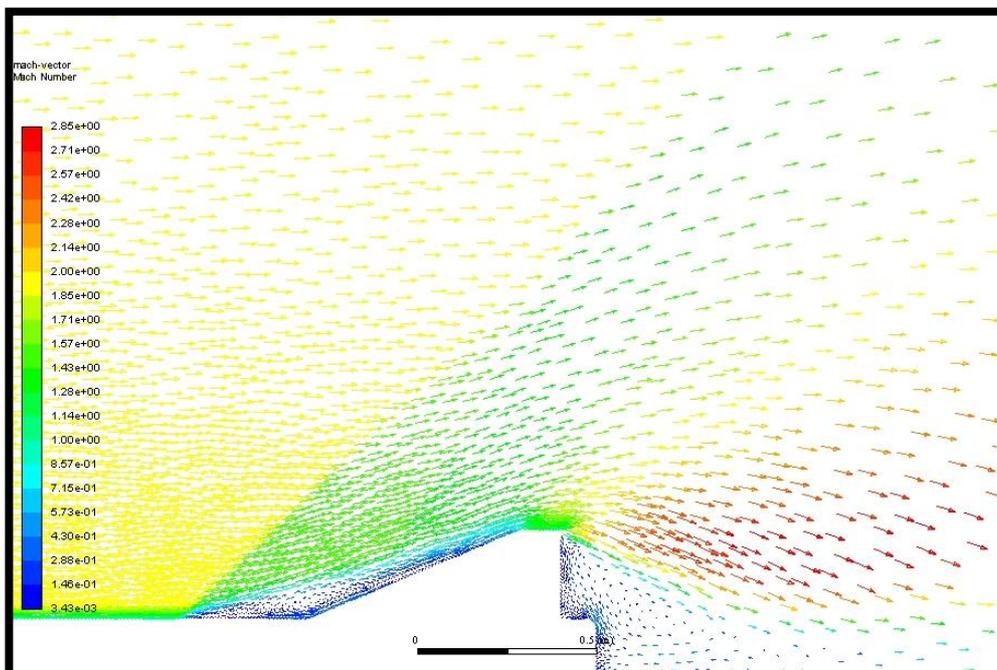


Gráfico 85: Vectores de flujo.

Comparación de las geometrías

Tabla 47: Resultados geometría base.

Geometría Base					
Mach	Fuerza de arrastre (N)		Cd	Cd Prandtl	Error %
0,2	48,52		0,571238	0,571238	0%
0,5	316		0,595256	0,659609	11%
0,8	1040,611		0,765711	0,952064	24%
1	2085,35		0,982055		100%
1,2	2922,717		0,955831	0,861174	10%
1,5	3442,48		0,720519	0,510931	29%
2	4803,8		0,565564	0,329805	42%

Tabla 48: Resultados geometría modificada.

Geometría modificada	
Fuerza de arrastre (N)	Cd(m ²)
262,112	0,49374595
860,72	0,63334241
1984,04	0,93434459
2841,12	0,92914552
3397,52	0,71110897

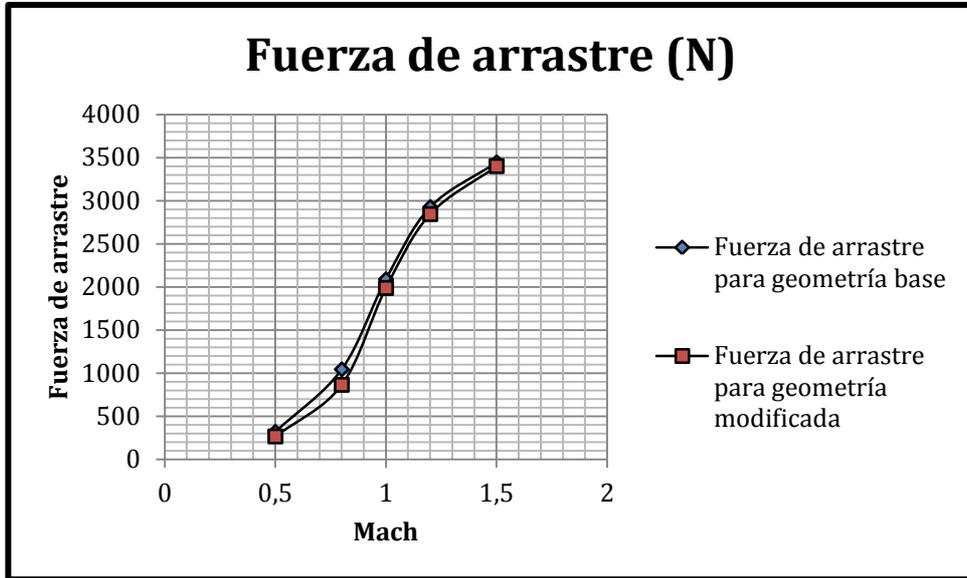


Gráfico 86: Comparación. Fuerza de arrastre.

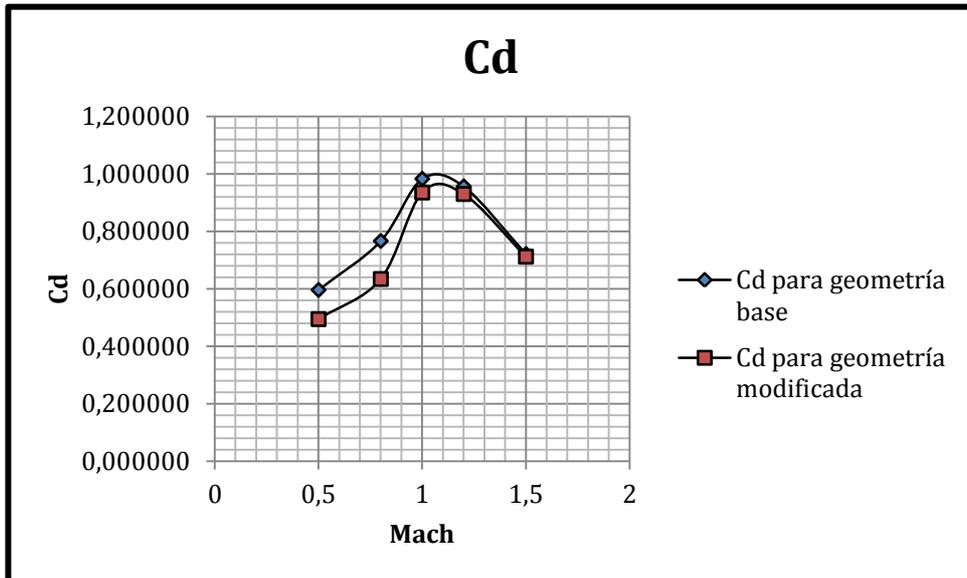


Gráfico 87: Comparación. Coeficiente de arrastre.

Tabla 49: Resultados numéricos para ángulos de ataque.

Ángulo de ataque 1 grado			Ángulo de ataque 5 grados		
MACH 1	Base	Modificada	MACH 1	Base	Modificada
momento	11658,682	12721,9792	momento	29743,028	32413,63311
normal	2236,82	2416,2736	normal	5743,9	6220,422
CP	5,212168167	5,265123618	CP	5,17819391	5,2108415
MACH 1,2	Base	Modificada	MACH 1,2	Base	Modificada
momento	16780,662	18325,548	momento	41945,72	46237,638
normal	3228,118	3506,1972	normal	8109	8909,302
CP	5,198280236	5,226616461	CP	5,172736466	5,189815992
MACH 1,5	Base	Modificada	MACH 1,5	Base	Modificada
momento	22897,578	25141,508	momento	57011,754	65750,676
normal	4446,508	4812,636	normal	11228,4	12800,768
CP	5,149564107	5,224061824	CP	5,07746019	5,136463375
Ángulo de ataque 10 grados			Ángulo de ataque 15 grados		
MACH 1	Base	Modificada	MACH 1	Base	Modificada
momento	62076,1	70861,49	momento	97309,458	111079,12
normal	12121,68	13740,192	normal	19340,8138	21923,238
CP	5,121080576	5,157241616	CP	5,031301113	5,06672965
MACH 1,2	Base	Modificada	MACH 1,2	Base	Modificada
momento	86154,796	101247,29	momento	134697,712	158293,894
normal	16942,102	19731,246	normal	26929,068	31362,34
CP	5,085248336	5,131317607	CP	5,001944813	5,047260313
MACH 1,5	Base	Modificada	MACH 1,5	Base	Modificada
momento	116700,084	142519,698	momento	178322,136	110887,74
normal	23533,8	28365,686	normal	37728,578	23237,967
CP	4,958828748	5,024369867	CP	4,72644731	4,771834817

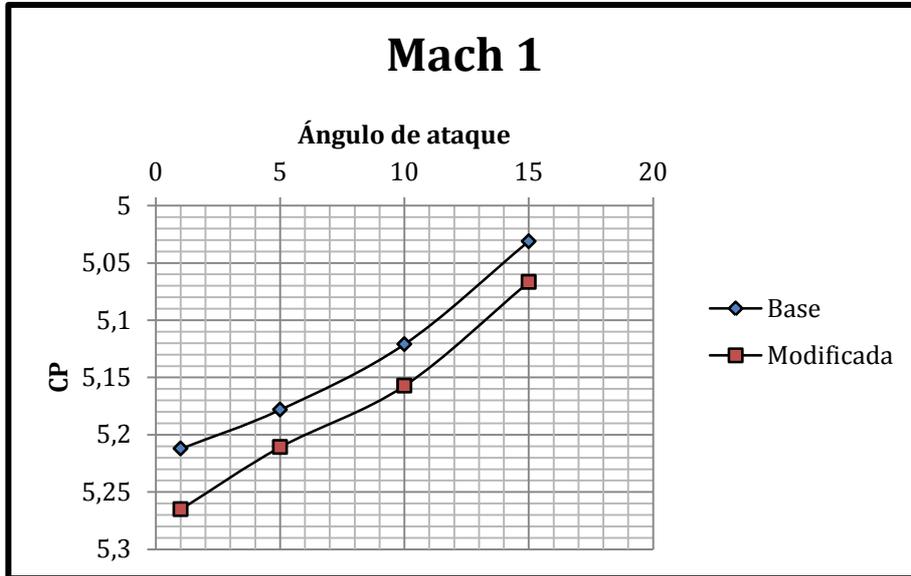


Gráfico 88: Comparación. Centro de presión a Mach 1.

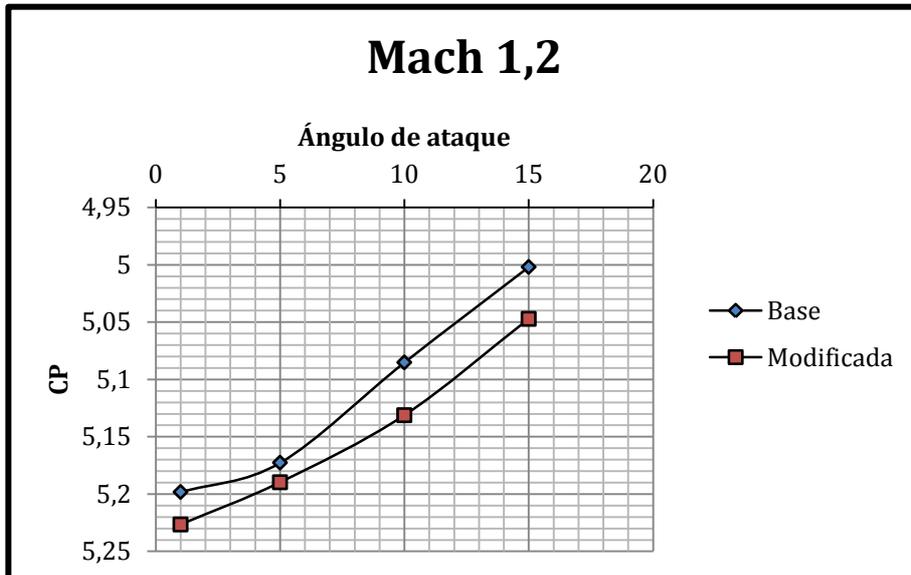


Gráfico 89: Comparación. Centro de presión a Mach 1,2.

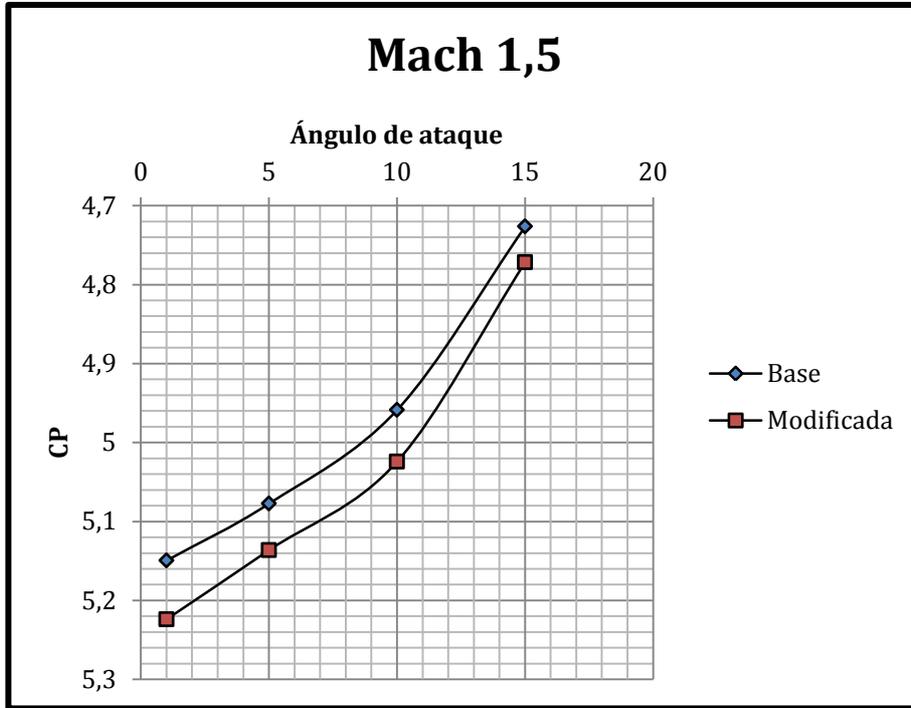


Gráfico 90: Comparación. Centro de presión a Mach 1,5.

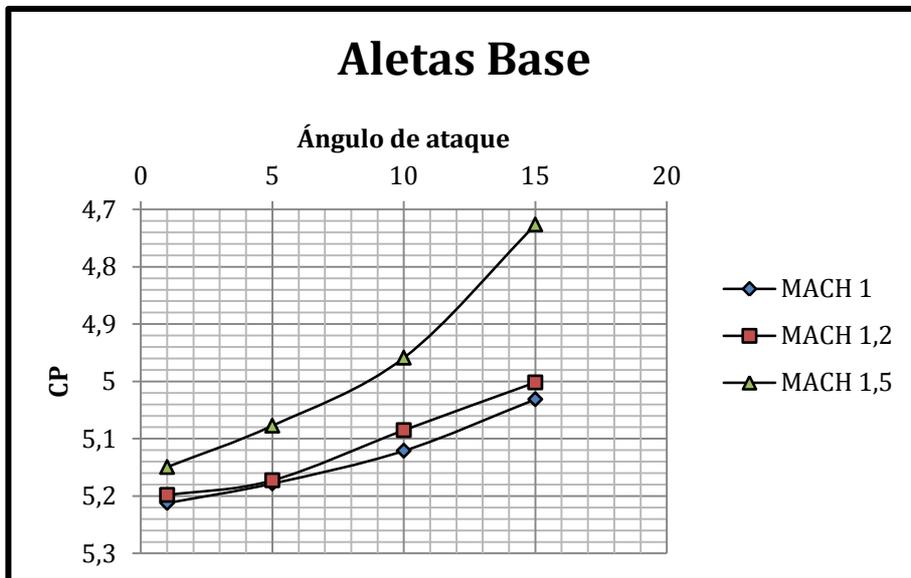


Gráfico 91: Resultados Geometría Base.

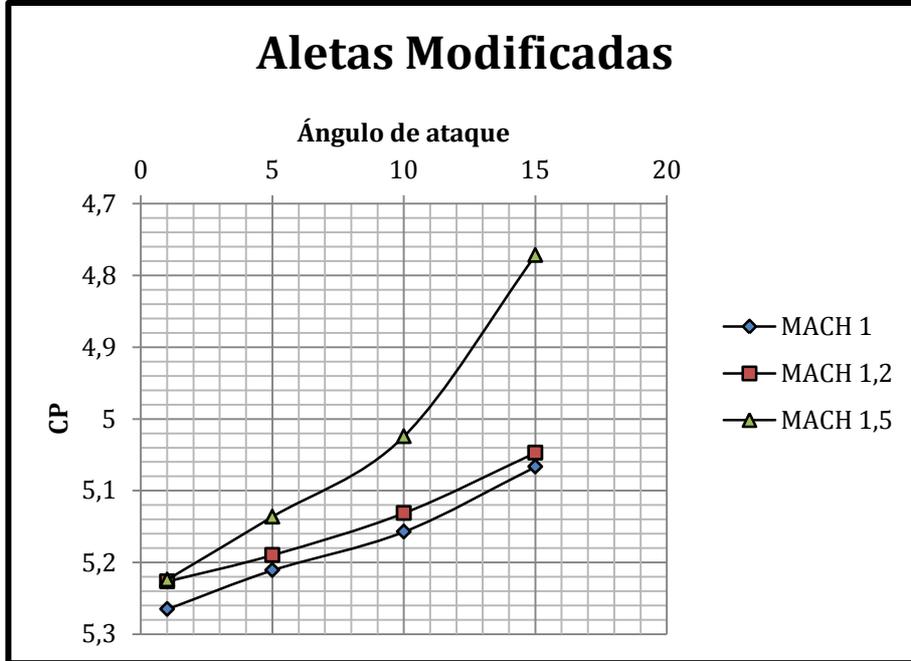


Gráfico 92: Resultados Geometría Modificada.

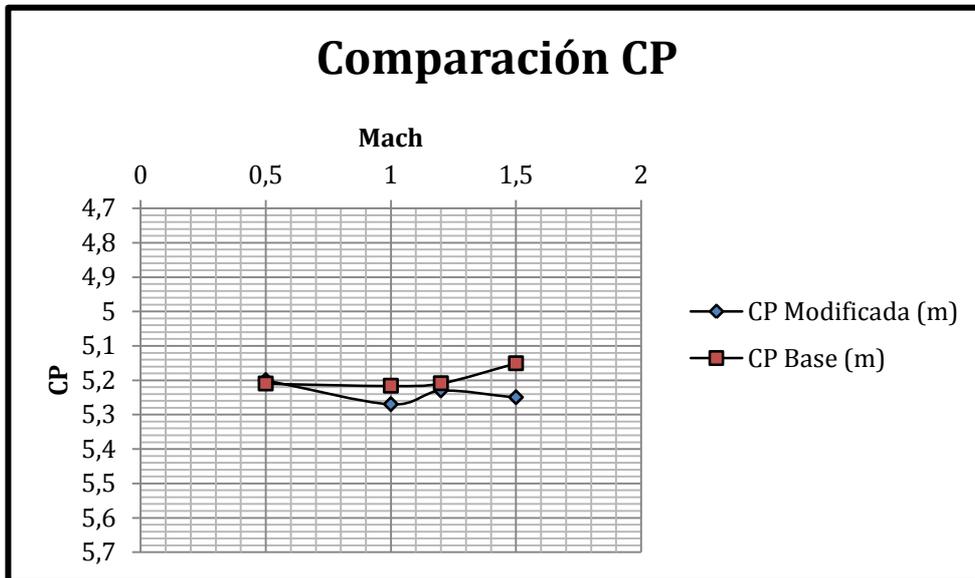


Gráfico 93: Comparación. Centro de presión.

Modos de vibración

Las imágenes están tomadas viendo a la aleta desde el eje de unión al fuselaje.

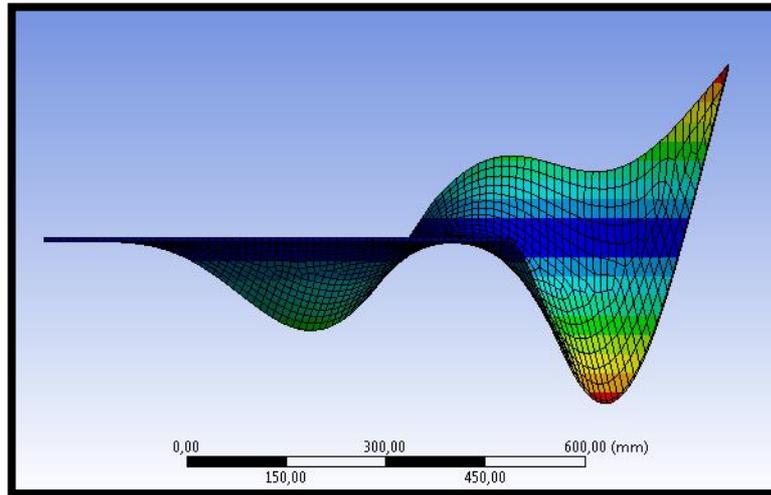


Gráfico 94: Modo de vibración a 35,021 Hz.

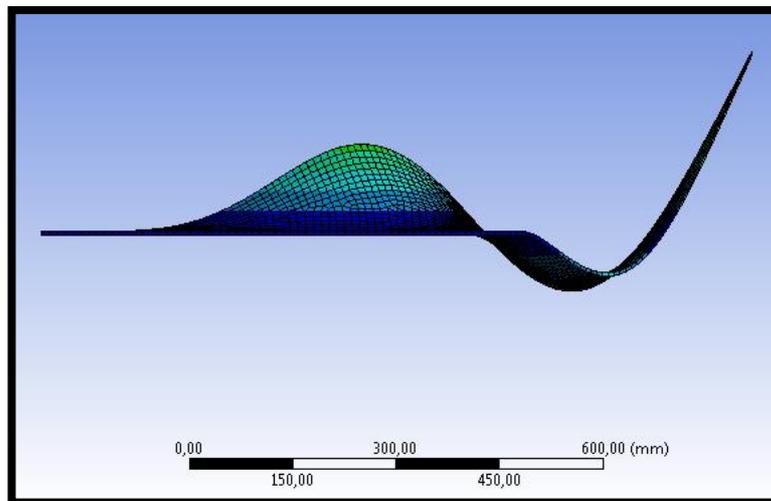


Gráfico 95: Modo de vibración a 89,091 Hz.

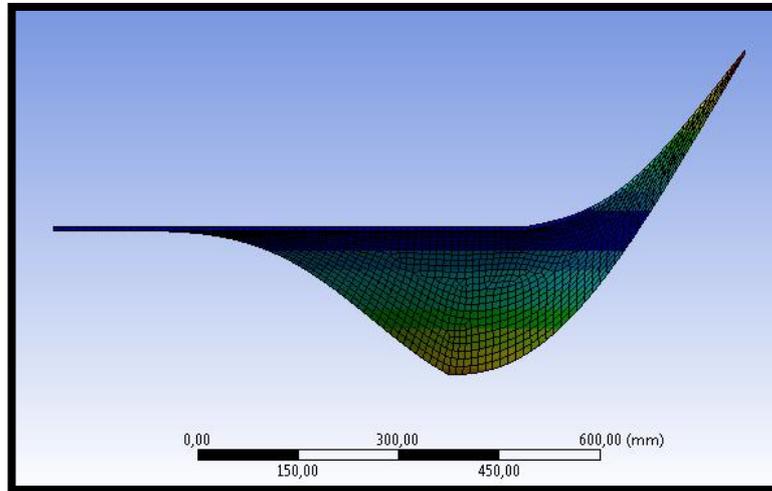


Gráfico 96: Modo de vibración a 175,54 Hz.

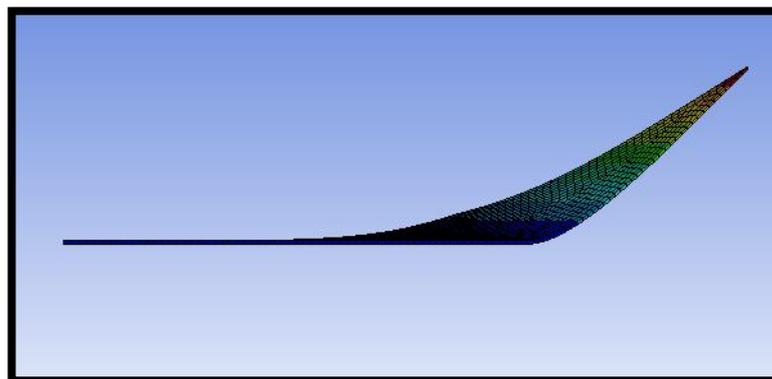


Gráfico 97: Modo de vibración a 236,56 Hz.

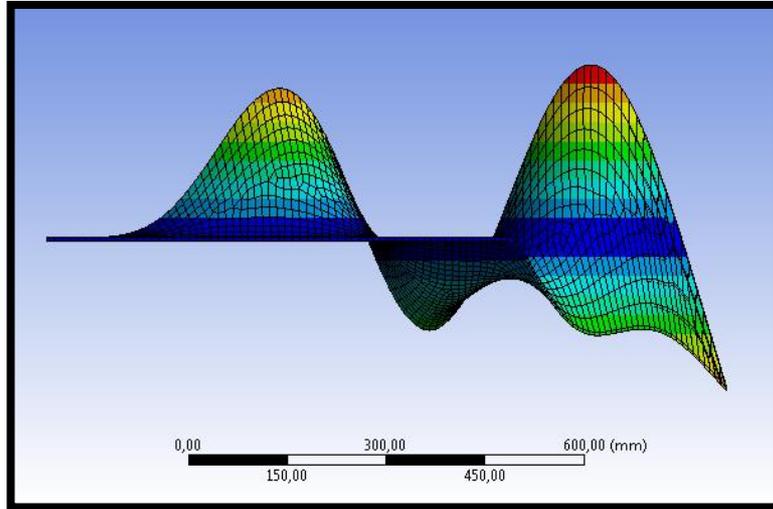


Gráfico 98: Modo de vibración a 306,55 Hz.