

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA
INDUSTRIAL
TRABAJO FIN DE GRADO

EQUILIBRADO DE MECANISMOS

Alumno/Alumna: López, López de Lacalle, Beatriz

Director/Directora: Hernández, Frías, Alfonso

Curso: 2018-2019

Fecha: Bilbao, 21, junio, 2019

ÍNDICE DE CONTENIDOS

0	Datos básicos del proyecto	1
1	Introducción	3
2	Contexto	4
3	Objetivos y alcance	5
4	Estado del arte	6
4.1	Generalidades de mecanismos	6
4.1.1	Definición de mecanismo	6
4.1.2	Clasificación y aplicaciones de mecanismos	6
4.2	Equilibrado	9
4.2.1	Definición de equilibrado	9
4.2.2	Tipos de equilibrado	10
4.2.3	Métodos para equilibrado estático	12
4.2.4	Equilibrado estático: procedimiento general	12
4.2.5	Beneficios del equilibrado	15
4.3	Cuadrilátero articulado	15
4.3.1	Definición	15
4.3.2	Ley de Grashof	16
4.3.3	Aplicaciones	18
4.3.4	Equilibrado del cuadrilátero articulado	24
4.4	Generalidades de la impresión 3D	25
5	Planteamiento del problema	28
5.1	Características del cuadrilátero	28
5.2	Simplificaciones	34
6	Análisis	35
7	Proceso de equilibrado	39
8	Planificación del proyecto	49
8.1	Descripción de fases y tareas	49
8.2	Hitos	50
8.3	Diagrama de Gantt. Cronograma	52
9	Presupuesto económico	53
10	Conclusiones	55
11	Bibliografía	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Robot en una fábrica de automóviles.....	7
Figura 2. Leva.....	7
Figura 3. Engranaje bicicleta	8
Figura 4. Mecanismo biela-manivela en pistón	9
Figura 5. Rotor.....	11
Figura 6. Cuadrilátero articulado genérico	13
Figura 7. Cuadrilátero articulado.....	16
Figura 8. Doble manivela	17
Figura 9. Doble balancín.....	17
Figura 10. Manivela-balancín.....	17
Figura 11. Doble balancín.....	18
Figura 12. Ejemplo de mecanismos de transición	18
Figura 13. Bisagra de ventana abatible.....	18
Figura 14. Caja de costura.....	19
Figura 15. Plataforma elevadora.....	19
Figura 16. Gato tijera	20
Figura 17. Ruedas motrices de locomotora	20
Figura 18. Pantógrafo	20
Figura 19. Mecanismo de dirección de Ackermann (I)	21
Figura 20. Mecanismo de dirección de Ackermann (II)	21
Figura 21. Mecanismo directriz de Watt.....	22
Figura 22. Mecanismo directriz de Chevishev.....	22
Figura 23. Mecanismo directriz de Roberts.....	23
Figura 24. Mecanismo directriz de Peaucellier-Lipkin	23
Figura 25. Cuadrilátero articulado (equilibrado estático)	24
Figura 26. Impresora 3D Alfawise.....	26
Figura 27. Impresoras Stratasys.....	27
Figura 28. Barra 2.....	28
Figura 29. Barra 3.....	29
Figura 30. Barra 4.....	29
Figura 31. Apoyo	30
Figura 32. Apoyo definitivo	30
Figura 33. Sistema tornillo + arandelas + tuercas	31
Figura 34. Masa puntual (Simplificación del sistema tornillo + arandelas + tuerca).....	32
Figura 35. Conjunto (I).....	32
Figura 36. Conjunto (II).....	33
Figura 37. Cuadrilátero articulado desequilibrado (I).....	35
Figura 38. Cuadrilátero articulado desequilibrado (II).....	36
Figura 39. Cuadrilátero articulado desequilibrado (III).....	36
Figura 40. Cuadrilátero articulado desequilibrado (IV)	37
Figura 41. Cuadrilátero articulado equilibrado (teórico).....	39
Figura 42. Contrapeso barra 2.....	40
Figura 43. Contrapeso barra 4.....	41
Figura 44. Cuadrilátero articulado equilibrado (I)	41
Figura 45. Cuadrilátero articulado equilibrado (II)	42
Figura 46. Contrapeso definitivo barra 2 (I).....	43
Figura 47. Contrapeso definitivo barra 2 (II).....	43
Figura 48. Contrapeso definitivo barra 4 (I).....	44
Figura 49. Contrapeso definitivo barra 4 (II).....	44

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Figura 50. Barra 2 definitiva.....	45
Figura 51. Barra 4 definitiva.....	45
Figura 52. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (I)	46
Figura 53. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (II)	46
Figura 54. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (III)	47
Figura 55. Mecanismo completo tras el equilibrado (I).....	47
Figura 56. Mecanismo completo tras el equilibrado (II).....	48

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diagrama de Gantt.....	52
Tabla 2. Partida de horas internas	53
Tabla 3. Partida de amortizaciones.....	53
Tabla 4. Partida de gastos	53
Tabla 5. Presupuesto total.....	54

0 Datos básicos del proyecto

- **Alumna:** Beatriz López López de Lacalle
- **Director:** Alfonso Hernández Frías
- **Departamento:** Departamento de Ingeniería Mecánica
- **Título del trabajo:** Equilibrado de mecanismos
- **Resumen:** El siguiente documento presenta el desarrollo del proceso de equilibrado de un mecanismo, más concretamente de un cuadrilátero articulado, con el objetivo de reducir o eliminar fuerzas y momentos de inercia indeseados causantes de vibraciones e, incluso, de fallo de la máquina por fatiga. Para ello, se eliminan todos los coeficientes que dependen del tiempo en la trayectoria del centro de gravedad mediante la inclusión de unos contrapesos para que éste se mantenga fijo. Este proceso se ha llevado a cabo haciendo uso de *Solid Edge*, un programa que ha facilitado la obtención de la posición y magnitud de dichos contrapesos, desde el punto de vista teórico. Finalmente, se ha fabricado el mecanismo en cuestión mediante impresión 3D y se ha comprobado mecánicamente la veracidad de los resultados obtenidos analíticamente.
- **Laburpena:** Hurrengo agiri honetan, mekanismo baten orekatze prozesua azaltzen da, zehatzago esanda, kuadrilatero artikulatu batena. Helburua bibrazioak eta, kasurik txarrean, nekearen ondoriozko m akinaren hutsegitea eragiten dituzten inertzia indar eta momentuek murriztea edo ezabatzea da. Horretarako, grabitate zentroaren ibilbidean zehar denboraren menpeko koefiziente guztiak desagerrarazten dira kontrapisu batzuk sartuz, grabitate zentro hori finko mantentzeko. Prozesu hau *Solid Edge* programa erabiliz burutu da, aipatutako kontrapisuen posizio eta magnitudeen lorpena erraztu duelarik. Azkenik, mekanismo hori 3D inprimagailu baten bidez eraiki da eta analitikoki lortutako emaitzak egiaztatu dira mekanikoki.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

- **Abstract:** This report describes the process of the balancing of a mechanism, specifically, of a four-bar linkage. The aim is to reduce or to remove inertial forces and moments which are the cause of vibrations or, even the cause of fatigue-failure. In order to solve this issue, all the coefficients which are reliant on time in the expression of the track of the centre of gravity are eliminated by the addition of counterweights so as to maintain this centre of gravity stationary. This process is carried out using *Solid Edge*, a software which facilitates the calculation of the position and magnitude of the aforementioned counterweights. Finally, a 3D construction of the mechanism is made to verify the results obtained analytically.
- **Palabras clave:** cuadrilátero articulado, equilibrado, centro de gravedad, impresión 3D, contrapeso, fuerzas y momentos de inercia.

1 Introducción

En el presente documento se describe el Trabajo de Fin de grado denominado “Equilibrado de mecanismos” realizado para la Escuela de Ingeniería de Bilbao (EIB).

Dicho informe consiste en el análisis del proceso de equilibrado de un cuadrilátero articulado, lo que implica que el centro de gravedad del conjunto se encuentre fijo independientemente de su posición respecto a los puntos fijos, para lo que se incorporan unos contrapesos.

Como paso previo y para facilitar su comprensión, se contextualiza el proyecto y se presentan los fundamentos teóricos necesarios.

Posteriormente, se realiza el estudio de un cuadrilátero articulado genérico mediante un análisis matemático-mecánico, desarrollando un diseño a través de una aplicación CAD que permite llevar a cabo la impresión en tres dimensiones.

A continuación, mediante los cálculos necesarios, se obtiene la magnitud y posición de los contrapesos capaces de equilibrar el mecanismo, y dichos resultados se usarán para comprobar y demostrar físicamente su validez.

En el documento se incluye la planificación del proyecto, consistiendo en una descripción de tareas representadas en un diagrama de Gantt. Además, también se presenta un presupuesto económico para su realización.

Finalmente, se exponen una serie de conclusiones obtenidas del desarrollo del proceso de equilibrado.

2 Contexto

El proyecto se corresponde con el Trabajo de Fin de Grado de la titulación de Ingeniería en Tecnología Industrial de la Escuela de Ingeniería de Bilbao, y se desarrolla en el Departamento de Ingeniería Mecánica, al que corresponden los fundamentos técnicos utilizados y dispone de los medios de análisis y de fabricación aditiva.

La elección de este proyecto tiene su origen en el interés que presentan los cuadriláteros articulados como elementos básicos de los mecanismos y que tienen una gran aplicabilidad en todo tipo de dispositivos dinámicos, desde los más simples, como un sistema de apertura de una puerta, hasta los más sofisticados, como las partes de un robot.

Asimismo, este proyecto se centra en el equilibrado, proceso muy útil para mejorar el funcionamiento de mecanismos y elementos rotativos.

El equilibrado se ha convertido en un proceso sumamente importante para el óptimo funcionamiento de equipos mecánicos, hasta el punto de que ha habido empresas que han encontrado en ello una oportunidad de negocio como, por ejemplo, Lujambio S.L. y Baltech, que intervienen tanto en las fases de diseño y montaje como en las de funcionamiento propiamente dicho.

En definitiva, no se entiende hoy día un mecanismo en cualquier sistema dinámico industrial sin estar debidamente equilibrado, pues es lo que garantiza el movimiento eficiente, evita averías y alarga la vida útil del equipo.

3 Objetivos y alcance

El principal objetivo de este proyecto es:

Reducir los problemas derivados de un mecanismo articulado desequilibrado para lo que, obviamente, es imprescindible equilibrarlo.

Como objetivos secundarios o derivados del principal, se plantean:

- Conseguir, desde el punto de vista teórico, que el centro de gravedad del sistema sea estacionario.
- Reducir las reacciones en los apoyos que pueden causar vibraciones e, incluso, fallos de funcionamiento.
- Demostrar de forma práctica lo anterior, mediante la construcción de un prototipo.

4 Estado del arte

4.1 Generalidades de mecanismos

4.1.1 Definición de mecanismo

Un mecanismo podría definirse como:

“El conjunto de elementos mecánicos, uno de los cuales es fijo, en contacto unos con otros mediante uniones imperfectas de forma que puede haber movimiento relativo entre ellos, y con el objetivo de transmitir movimiento desde un elemento de entrada hasta otro de salida.” [1]

Es decir, la función de un mecanismo es transformar un movimiento desde un elemento de entrada a otro de salida.

Es importante diferenciar los conceptos de mecanismo y máquina: en el mecanismo sólo interviene el concepto de movimiento (posiciones, velocidades y aceleraciones), mientras que la máquina incluye también la transmisión de fuerzas.

4.1.2 Clasificación y aplicaciones de mecanismos

Desde la antigüedad, los mecanismos tienen una gran importancia en la vida cotidiana debido a su variedad y versatilidad.

Su utilidad industrial es manifiesta, por cuanto forman parte de la práctica totalidad de máquinas independientemente del sector: mecánico, energético, eléctrico,...

Es evidente su presencia, desde artilugios clásicos y simples, como los de elevación (grúas, polipastos, etc.), hasta sistemas muy complejos, como los robots.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos



Figura 1. Robot en una fábrica de automóviles

Los mecanismos pueden clasificarse en función de su estructura en los siguientes grupos^[1]:

- **Mecanismos de levas**

Las levas son elementos de perfil irregular que se usan para dar movimiento a otro elemento denominado seguidor a través del deslizamiento entre ellos. Se emplean en muchos tipos de aplicaciones, como por ejemplo máquinas herramienta, máquinas textiles, máquinas de empaquetar, etc.

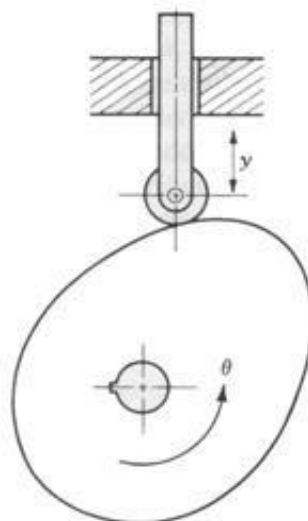


Figura 2. Leva

- **Mecanismos de engranajes**

Los engranajes permiten transmitir potencia entre dos ejes y, a su vez, un movimiento sincronizado. Los engranajes se pueden encontrar en maquinaria textil,

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

de herramienta, centrales eléctricas, etc. pero también en elementos cotidianos como el reloj, la bicicleta o un simple sacacorchos.



Figura 3. Engranaje bicicleta

- **Mecanismos de tornillo**

Se utilizan sobre todo en maquina-herramienta. Entre sus funciones, están sujetar las piezas correctamente y transformar el movimiento de rotación en movimiento de traslación.

- **Mecanismos con elementos flexibles**

Entre todos los elementos flexibles, destacan las correas, cuya función es transmitir potencia entre ejes, y los resortes, caracterizados por su capacidad de absorción de energía.

- **Mecanismos con elementos fluidos**

Su principal función es multiplicar fuerzas en máquinas de ciclos complejos.

- **Mecanismos de barras**

Consisten en un conjunto de barras unidas mediante pares cinemáticos. Son imprescindibles en los sectores de automoción, ferrocarril, maquinaria de elevación y transporte, etc. Las principales funciones de este tipo de mecanismo son, entre otros, la conversión de movimiento y la multiplicación de fuerzas. Entre ellos, se encuentra el cuadrilátero articulado, objeto principal de este proyecto, el cual se estudia profundamente en el capítulo 4.3.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Uno de los tipos de mecanismos de barras es la biela-manivela, cuyas aplicaciones son muy diversas, estando presente, por ejemplo, en los pistones o en los cigüeñales de los motores de explosión.

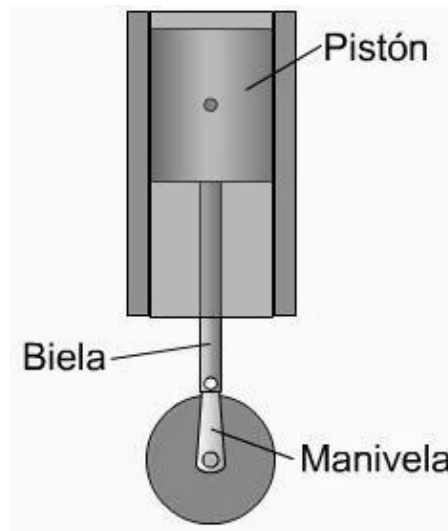


Figura 4. Mecanismo biela-manivela en pistón

4.2 Equilibrado

4.2.1 Definición de equilibrado

Como indica el libro 'Dinámica de Máquinas' [2], El equilibrado se refiere al proceso de evaluación y corrección de un desequilibrio, es decir, consiste en eliminar fuerzas o momentos que generan inestabilidad en los apoyos de uno o varios elementos rotativos (vibración, desgaste e, incluso, fallo por fatiga).

Además, en el caso de rotores, las fuerzas centrífugas son directamente proporcionales al cuadrado de la velocidad, por lo que a medida que crece la velocidad de giro, el equilibrado tendrá que ser aún más necesario y preciso porque las consecuencias son mayores.

Con el fin de abordar este problema, se hace uso de las ecuaciones de la dinámica del sólido rígido, obteniéndose así reacciones en los apoyos. Cuanto mayores sean éstas, mayor será el desequilibrio y la vibración y, por consiguiente, el desgaste de los elementos de apoyo.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Por tanto, un mecanismo se encontrará totalmente equilibrado cuando las reacciones en los apoyos sean de magnitud y dirección constante, o nulas si no se tiene en cuenta el peso propio. Además, dichas reacciones no dependerán de la ley de movimiento ya que su valor coincidirá con el correspondiente al estado de reposo.

Tal y como se ha indicado anteriormente, el equilibrado completo (estático y dinámico) se conseguirá cuando la resultante de las fuerzas de inercia y el momento de dichas fuerzas respecto de un punto O cualquiera sean nulos:

$$R = \sum_{j=2}^N m_j \cdot a_{G_j} = 0 \quad (1)$$

$$M_O = \sum_{j=2}^N \left(-I_{G_j} \cdot \alpha_j - OG_j \cdot m_j \cdot a_{G_j} \right) = 0 \quad (2)$$

N, número de elementos;

m_j , masa del elemento j;

a_{G_j} , aceleración del centro de gravedad del elemento j;

I_{G_j} , momento de inercia respecto del centro de gravedad del elemento j;

α_j , aceleración angular del elemento j;

OG_j , vector de posición del centro de gravedad del elemento j;

4.2.2 Tipos de equilibrado

El concepto de equilibrado explicado hasta ahora es la suma del equilibrado estático y dinámico.

Para explicar lo que conlleva cada uno de ellos, se hará referencia a un rotor.

Se considera el rotor de la figura 5, que gira en torno al eje Z con una velocidad angular ω :

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

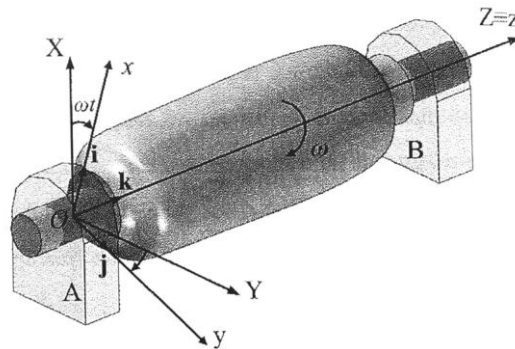


Figura 5. Rotor

El equilibrado estático establece que el centro de gravedad se encuentra en el eje de rotación:

$$x_G = 0 \quad (3)$$

$$y_G = 0 \quad (4)$$

Por otro lado, el equilibrado dinámico impone la condición de que el eje de rotación sea eje principal de inercia del sólido:

$$C_x = 0 \quad (5)$$

$$C_y = 0 \quad (6)$$

Observando la figura 5, la condición de equilibrado dinámico se conseguirá fácilmente si el cuerpo es homogéneo y simétrico respecto al plano OXY.

Sin embargo, si se considera un movimiento exclusivamente estacionario, es suficiente con alcanzar el equilibrado estático (1), que se da cuando el centro de gravedad del mecanismo permanece fijo a lo largo del tiempo ^[3].

4.2.3 Métodos para equilibrado estático

Los investigadores Lowen y Berkhof propusieron 5 métodos para llevar a cabo el equilibrado estático de un mecanismo ^[4]:

- **Método de equilibrado estático**
Se sustituyen las masas concentradas por masas estáticamente equivalentes.
- **Método de los vectores principales**
Se basa en la manipulación de la expresión del centro de gravedad para modificar su trayectoria.
- **Método de los vectores linealmente independientes**
Se eliminan todos los coeficientes dependientes del tiempo en la trayectoria del centro de masas para que éste sea estacionario.
- **Uso de masas impulsadas por levas**
Su objetivo es fijar el centro de masas.
- **Adición de un mecanismo duplicado axialmente**
Proceso en el que el nuevo centro de masas total es estacionario.

4.2.4 Equilibrado estático: procedimiento general

En este capítulo, se desarrolla el procedimiento general de equilibrado estático que, en este caso, se aplica a un cuadrilátero articulado formado por elementos de forma geométrica cualquiera, para lo que se sigue el método de vectores linealmente independientes propuesto por Lowen y Berkhof ^[2].

Se considera el cuadrilátero articulado genérico de la figura 6. La nomenclatura a utilizar es la siguiente:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

l_i , longitud de las barras;

r_i y θ_i , distancias y ángulos que definen la posición los centros de gravedad de los elementos i del cuadrilátero articulado;

G_i , centros de gravedad de los elementos i ;

φ_i , orientación absoluta de las barras;

u_i , vectores unitarios solidarios a las barras.

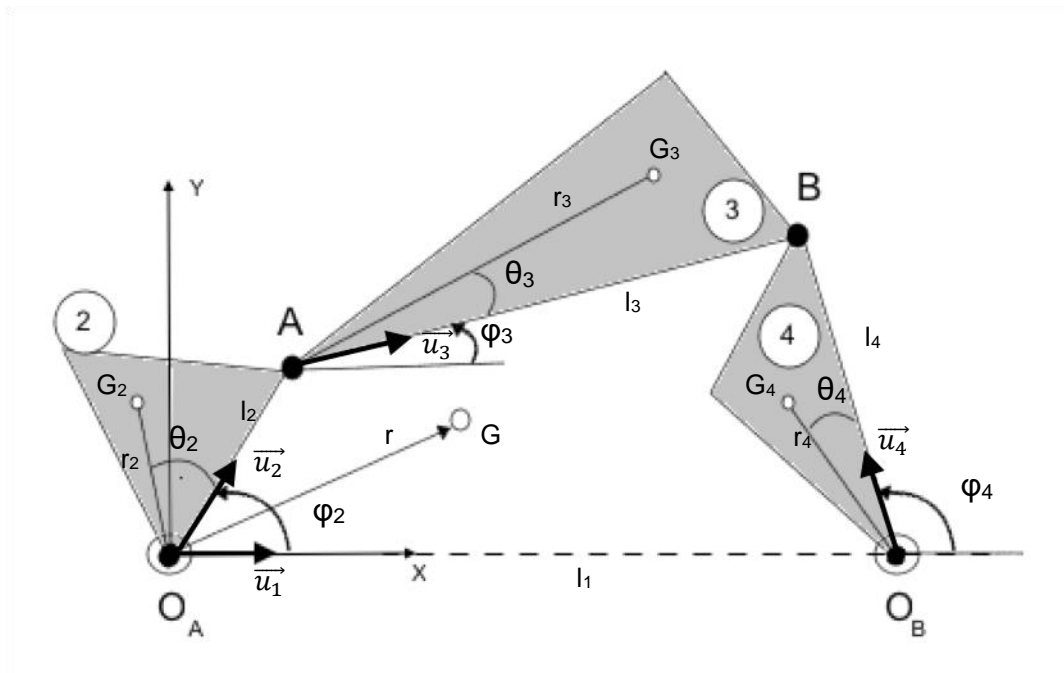


Figura 6. Cuadrilátero articulado genérico

Primero, se expresará la posición del centro de gravedad del mecanismo completo en función de las variables de posición de cada elemento:

$$r = \frac{1}{m_2+m_3+m_4} (m_2 O_A G_2 + m_3 O_A G_3 + m_4 O_A G_4) \quad (7)$$

La posición del centro de gravedad de cada uno de los elementos del cuadrilátero se define de la siguiente manera:

$$O_A G_2 = r_2 e^{i(\varphi_2+\theta_2)} = r_2 e^{i\theta_2} e^{i\varphi_2} = r_2 e^{i\theta_2} \vec{u}_2 \quad (8)$$

$$O_A G_3 = l_2 \vec{u}_2 + r_3 e^{i(\varphi_3+\theta_3)} = l_2 \vec{u}_2 + r_3 e^{i\theta_3} \vec{u}_3 \quad (9)$$

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

$$O_A G_4 = l_1 \vec{u}_1 + r_4 e^{i(\varphi_4 + \theta_4)} = l_1 \vec{u}_1 + r_4 e^{i\theta_4} \vec{u}_4 \quad (10)$$

Por tanto, sustituyendo en la expresión (7), ésta queda:

$$(m_2 + m_3 + m_4)r = m_4 l_1 \vec{u}_1 + (m_2 r_2 e^{i\theta_2} + m_3 l_2) \vec{u}_2 + m_3 r_3 e^{i\theta_3} \vec{u}_3 + m_4 r_4 e^{i\theta_4} \vec{u}_4 \quad (11)$$

En (11), hay términos dependientes del tiempo que tendrán que anularse para que el centro de gravedad total sea estacionario. Para ello, consideraremos la ecuación de lazo del cuadrilátero en cuestión:

$$l_2 \vec{u}_2 + l_3 \vec{u}_3 - l_1 \vec{u}_1 - l_4 \vec{u}_4 = 0 \quad (12)$$

Despejando u_3 y sustituyéndolo en (11), se llega a la siguiente expresión:

$$(m_2 + m_3 + m_4)r = (m_4 l_1 + \frac{l_1}{l_3} m_3 r_3 e^{i\theta_3}) \vec{u}_1 + (m_2 r_2 e^{i\theta_2} + m_3 l_2 - \frac{l_2}{l_3} m_3 r_3 e^{i\theta_3}) \vec{u}_2 + (m_4 r_4 e^{i\theta_4} + \frac{l_4}{l_3} m_3 r_3 e^{i\theta_3}) \vec{u}_4 \quad (13)$$

Teniendo en cuenta que el vector unitario u_1 es constante, la posición del centro de gravedad es estacionaria si se anulan los términos que multiplican u_2 y u_4 :

$$m_2 r_2 e^{i\theta_2} + m_3 l_2 - \frac{l_2}{l_3} m_3 r_3 e^{i\theta_3} = 0 \quad (14)$$

$$m_4 r_4 e^{i\theta_4} + \frac{l_4}{l_3} m_3 r_3 e^{i\theta_3} = 0 \quad (15)$$

Las expresiones (14) y (15) se utilizarán para obtener el peso y posición de los contrapesos para equilibrar el mecanismo. Por tanto, una vez equilibrado el sistema, cada una de las barras tendrá una masa de valor:

$$m_j^e = m_j + m_j^* \quad (16)$$

m_j^e , masa de la barra j equilibrada;

m_j , masa de la barra j ;

m_j^* , masa del contrapeso correspondiente de la barra j ;

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Para el cálculo de la posición de dichos contrapesos hay que tener en cuenta que el momento generado por la masa de cada barra equilibrada respecto de su propia referencia u_j es el siguiente:

$$m_j^e r_j^e e^{i\theta_j^e} = m_j r_j e^{i\theta_j} + m_j^* r_j^* e^{i\theta_j^*} \quad (17)$$

4.2.5 Beneficios del equilibrado

Tal y como se ha mencionado previamente, al equilibrar tanto un mecanismo como un rotor, quedan corregidas las fuerzas o momentos de inercia indeseados. De esta manera, en un ciclo de operación, se minimizarían las vibraciones ocasionadas por dichos esfuerzos en los apoyos y, por tanto, se evitarían fallos en el mecanismo, como por ejemplo, el aflojamiento de tornillos o la aparición de holguras.

Si no se asegura el equilibrado y si dichas vibraciones en los cojinetes son muy repetidas, éstos pueden llegar a romperse produciendo el fallo por fatiga de la máquina. Además, el desequilibrio puede ocasionar una disminución de la eficiencia.

Por tanto, llevar a cabo un correcto proceso de equilibrado alarga la vida útil de la máquina, evita vibraciones y ruidos desagradables, y minimiza las pérdidas de energía y las tensiones mecánicas.

4.3 Cuadrilátero articulado

4.3.1 Definición

El cuadrilátero articulado consiste en un conjunto de cuatro barras, tres de ellas móviles y una fija (por ejemplo, el suelo), unidas mediante articulaciones.

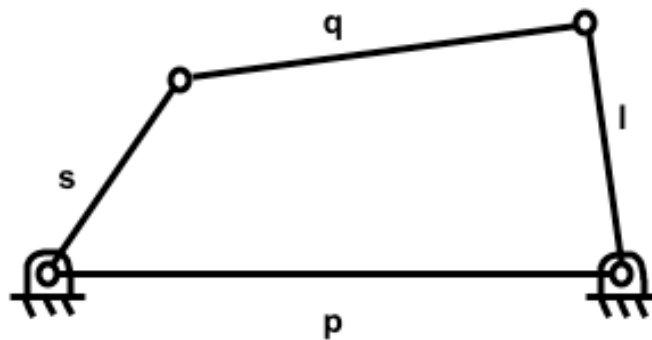


Figura 7. Cuadrilátero articulado

Siendo:

barra s , el elemento de entrada;

barra q , el acoplador;

barra l , el elemento de salida;

barra p , el bastidor (real o imaginario), representa el sistema de referencia fijo;

4.3.2 Ley de Grashof

Para comprobar que existe movimiento continuo en un cuadrilátero articulado, se hace imprescindible recurrir a la ley de Grashof, que establece lo siguiente:

“Solo la barra más corta de un cuadrilátero articulado puede dar vueltas completas respecto a todas las demás (y viceversa), si se verifica que la suma de las longitudes de la barra más corta y más larga, es menor que la suma de las otras dos.” [1]

La misma ley distingue tres casos [1]:

- Cuando se verifica la ley de Grashof

Se distinguen tres posibilidades según la función de la barra más corta:

1. Si la barra más corta es el elemento fijo, se trata de un cuadrilátero articulado del tipo doble manivela.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

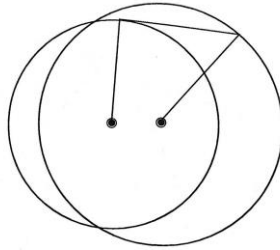


Figura 8. Doble manivela

2. Si la barra más corta es el elemento opuesto al fijo, se trata del doble balancín.

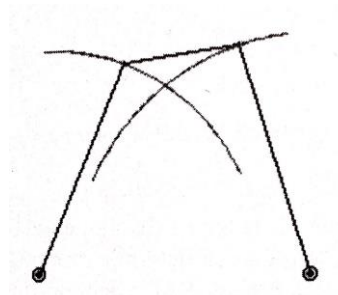


Figura 9. Doble balancín

3. Si la barra más corta es el elemento adyacente al fijo, el cuadrilátero articulado funciona como un sistema de manivela-balancín.

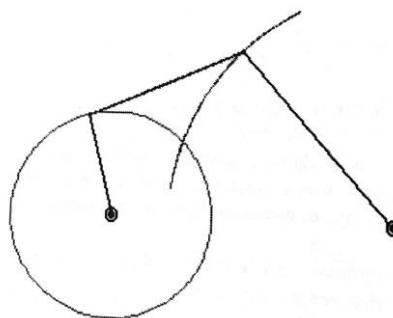


Figura 10. Manivela-balancín

- Cuando no se verifica la ley de Grashof

El mecanismo es un doble balancín:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

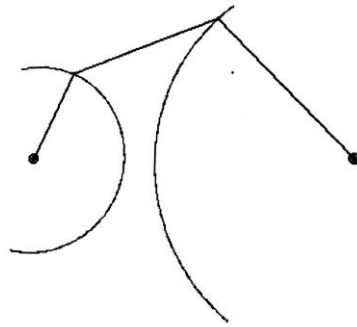


Figura 11. Doble balancín

- Cuando la ley de Grashof se cumple en el límite

Esto ocurre cuando la suma de las longitudes de la barra más larga y la más corta es igual a la suma de las otras dos. A este tipo de mecanismos se le denomina mecanismos de transición.

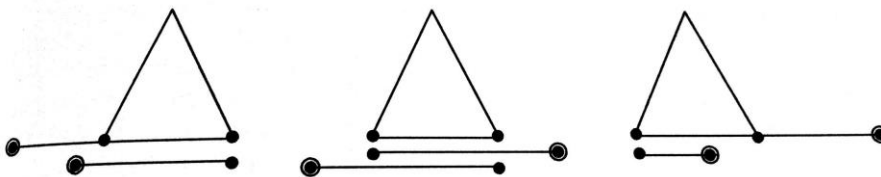


Figura 12. Ejemplo de mecanismos de transición

4.3.3 Aplicaciones

El cuadrilátero articulado es probablemente el mecanismo de barras más utilizado ya que permite, de una manera sencilla, transmitir movimiento.

Se puede encontrar en numerosos tipos de máquinas, como por ejemplo, excavadoras, máquinas de coser, vehículos, etc. e incluso en elementos simples como las ventana abatibles.



Figura 13. Bisagra de ventana abatible

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

A continuación, se presentan algunos ejemplos propuestos por J.L. Oliver ^[5], como los paralelogramos articulados y los trapecios isósceles articulados, si bien el presente trabajo se centrará posteriormente en un cuadrilátero articulado más general.

4.3.3.1 Paralelogramo articulado

La forma más habitual de encontrar un cuadrilátero articulado es la del paralelogramo articulado, el cual tiene los pares de lados opuestos iguales, es decir, determinadas piezas se mantienen paralelas en cualquier fase del movimiento. Así es como están diseñadas, por ejemplo, las cajas de costura o de herramientas, cuyos cajones se mantienen horizontales independientemente de su posición.



Figura 14. Caja de costura

Lo mismo ocurre con máquinas de obra como las plataformas elevadoras de obra o con el gato tijera, ambos utilizados para elevar cargas pesadas.



Figura 15. Plataforma elevadora

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos



Figura 16. Gato tijera

Asimismo, las ruedas motrices de las locomotoras están conectadas mediante bielas formando así un paralelogramo para que giren a la vez y el movimiento sea coordinado.



Figura 17. Ruedas motrices de locomotora

Por último, cabe mencionar la presencia del paralelogramo articulado en el pantógrafo, instrumento que sirve para copiar dibujos a mayor o menor escala.



Figura 18. Pantógrafo

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

4.3.3.2 Trapecio isósceles articulado

Hay múltiples ejemplos de trapecios isósceles articulados:

- **Mecanismo de dirección de Ackermann**

Este mecanismo se creó inicialmente para el guiado de coches de caballos, y hoy en día sigue estando presente en los vehículos de ruedas.

Cuando el vehículo va a girar, las ruedas traseras apuntan hacia delante. Para que rueden sin estar sometidos a un empuje lateral, es necesario que el centro O del arco de giro se encuentre sobre la recta definida por el eje de las ruedas traseras, tal y como se observa en la figura 19. Además, para evitar el empuje lateral en las ruedas delanteras éstas tendrán que tener una dirección perpendicular a las rectas OI y OD , formando entre ellas un ángulo θ que varía en función del radio de giro.

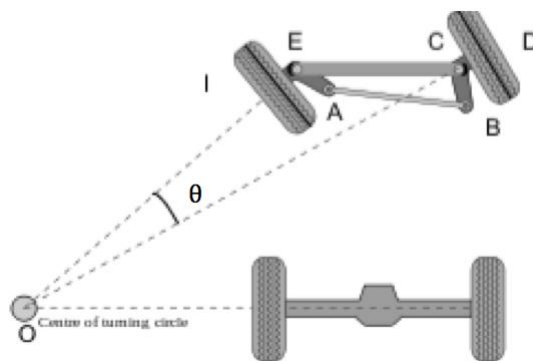


Figura 19. Mecanismo de dirección de Ackermann (I)

Para conseguirlo, Ackermann propuso un trapecio isósceles articulado ABCE, controlando la orientación de las ruedas en el pivotamiento mediante las barras AE y CD :

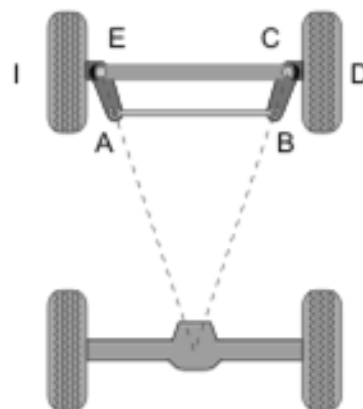


Figura 20. Mecanismo de dirección de Ackermann (II)

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

- **Mecanismos directrices de Watt, Chevishev, Roberts y Peaucellier-Lipkin**

Hasta el siglo XVII, se realizaron muchos estudios de cómo transformar movimiento de rotación en movimiento rectilíneo. En aquel entonces, se utilizaba una biela para el guiado de un pistón de los motores de vapor. Sin embargo, en 1784, James Watt ideó un trapecio isósceles articulado formado por dos barras largas AD y BC y una más corta AB, con dos puntos fijos C y D, garantizando que la trayectoria del punto P fuese rectilínea.

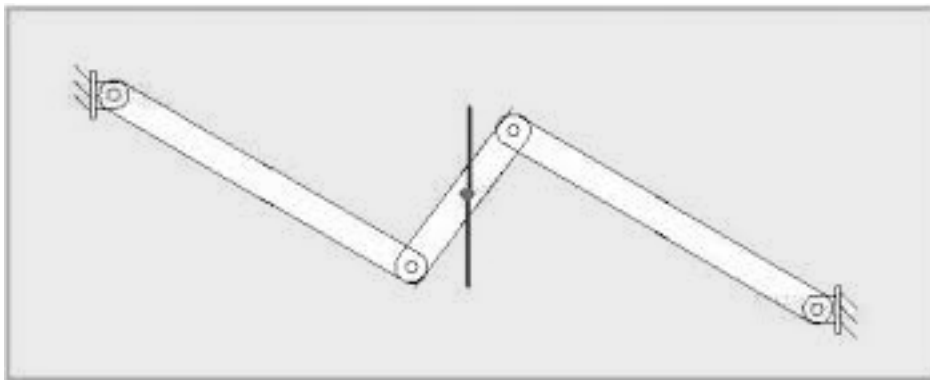


Figura 21. Mecanismo directriz de Watt

Años después, en 1850, Chevishev propuso un trapecio isósceles articulado formado por barras cruzadas iguales. Al igual que el de mecanismo de Watt, éste conseguía también que el punto P tuviese una movimiento rectilíneo.

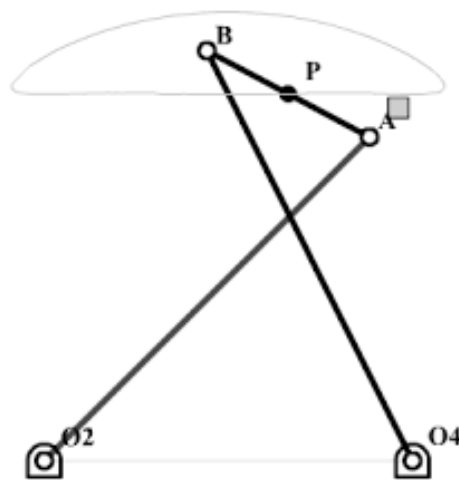


Figura 22. Mecanismo directriz de Chevishev

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Posteriormente, en 1860, Richard Roberts ofrece otra alternativa más para convertir movimiento de rotación en movimiento rectilíneo. En este caso, la barra AB es sustituida por un triángulo isósceles. Este tipo de mecanismos está presente en algunos modelos de alicates y llaves de paso.

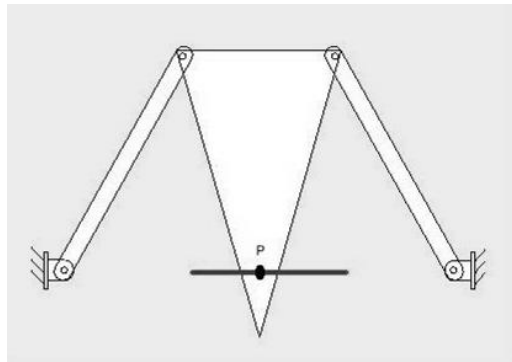


Figura 23. Mecanismo directriz de Roberts

Finalmente, cabe mencionar un último mecanismo del mismo tipo, el mecanismo de Peaucellier-Lipkin, probablemente el más preciso en transformar el movimiento de giro en movimiento rectilíneo. Está formado por un rombo articulado a dos brazos iguales en A y B, los cuales se unen en un punto fijo O.

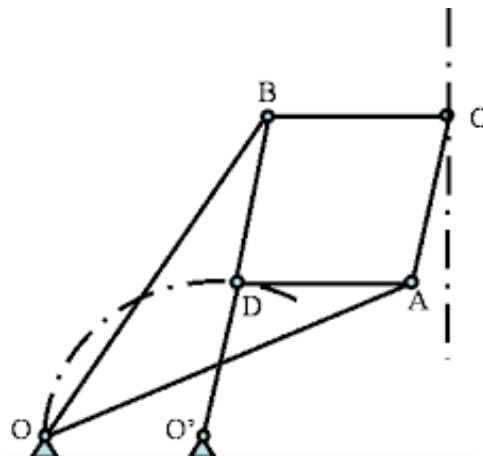


Figura 24. Mecanismo directriz de Peaucellier-Lipkin

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

4.3.4 Equilibrado del cuadrilátero articulado

Se procede a equilibrar un cuadrilátero articulado, tal y como propone el libro ‘Dinámica de máquinas’ [3], a partir del método general propuesto en el apartado 4.2.4:

Se define el cuadrilátero articulado de la figura 25. Sean G_2 , G_3 y G_4 los centros de gravedad de las barras 2,3 y 4, respectivamente, definidos por las distancias a_2 , a_3 y a_4 . El objetivo es hacer coincidir el centro de gravedad total del sistema con un punto fijo. Para ello, se introducirán dos masas puntuales, m_1^* y m_2^* , a unas distancias desconocidas r_2 y r_4 de O_A y O_B , respectivamente.

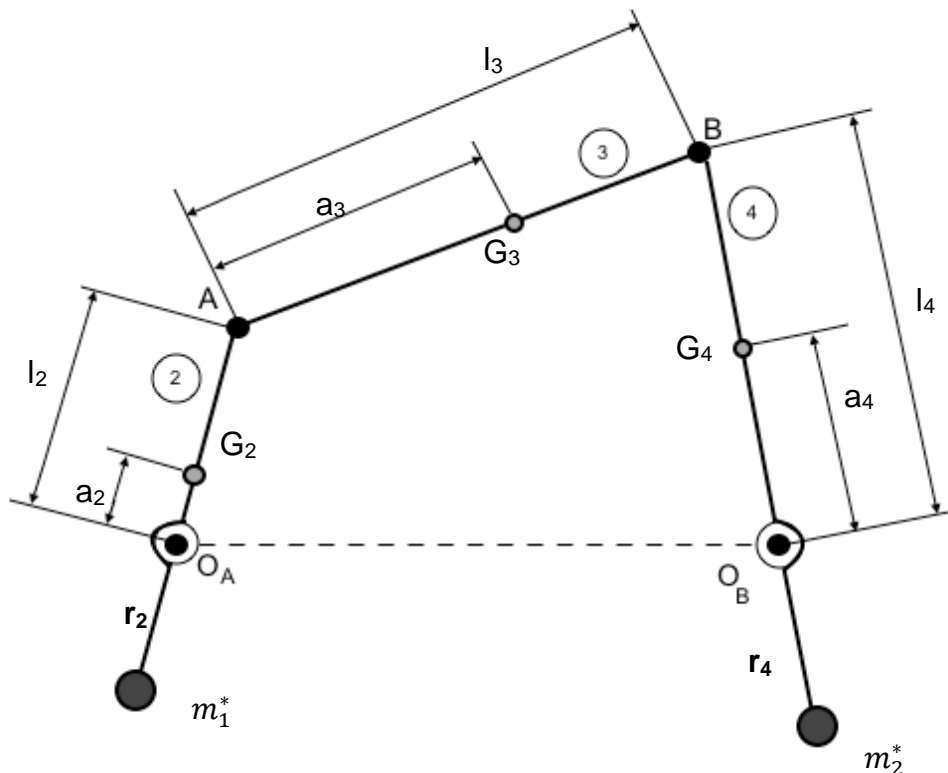


Figura 25. Cuadrilátero articulado (equilibrado estático)

El primer paso consiste en sustituir la masa lineal de la barra 3 por dos masas puntuales m_A y m_B , en las articulaciones A y B, por equivalencia estática:

$$m_A = m_3 \frac{l_3 - a_3}{l_3} \quad (18)$$

$$m_B = m_3 \frac{a_3}{l_3} \quad (19)$$

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

A continuación, se equilibran las barras 2 y 4, haciendo coincidir sus centros de gravedad con O_A y O_B , respectivamente, añadiendo dos masas puntuales (contrapesos), m_1^* y m_2^* :

$$m_A l_2 + m_2 a_2 = m_1^* r_2 \quad (20)$$

$$m_B l_4 + m_4 a_4 = m_2^* r_4 \quad (21)$$

Por tanto, la magnitud de las masas equilibradoras m_1^* y m_2^* son las siguientes:

$$m_1^* = m_3 \frac{l_3 - a_3}{l_3} \frac{l_2}{r_2} + m_2 \frac{a_2}{r_2} \quad (22)$$

$$m_2^* = m_3 \frac{a_3}{l_3} \frac{l_4}{r_4} + m_4 \frac{a_4}{r_4} \quad (23)$$

Una vez equilibrado el cuadrilátero, se concluye que el centro de gravedad está fijo en un punto de la recta que une O_A y O_B .

4.4 Generalidades de la impresión 3D

La impresión 3D es un proceso de fabricación de objetos muy utilizado en la actualidad por ser rápido, barato y fácil de usar. Se basa en la adición de material en capas siguiendo un modelo digital. Todos los procesos de impresión 3D requieren que el software, hardware y los materiales trabajen de forma conjunta.

Este proceso de fabricación es capaz de crear piezas de todo tipo a partir de un prototipo. Entre las principales aplicaciones de la impresión 3D destaca el sector médico, más concretamente la construcción de prótesis así como el trasplante de órganos, ya que es capaz de replicar el tejido humano con alta precisión.

Además, este método de fabricación también es protagonista en sectores industriales como el automovilístico y el aeronáutico.

Existen múltiples procesos de impresión 3D, como por ejemplo ^[6]:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

- **De sinterización láser**, basado en la deposición de capas de polvo de un material y en la posterior fundición de cada capa a través de un láser.
- **Impresora 3D de tinta**, que utiliza un polvo compositivo como la escayola y una tinta aglomerante para asegurar una buena compactación. Sin embargo, a pesar de ser un método rápido y económico, produce piezas bastante frágiles.
- **Impresora 3D láser**, en la que un láser transfiere energía al polvo para que se polimerice. Después, se sumerge en un líquido para su solidificación.
- **Impresora de inyección de polímeros**, cuya función se basa en la fundición de plástico para crear finas capas que forman el objeto. Este proceso crea piezas más resistentes pero, a su vez, es más caro y lleva más tiempo.

Para poder hacer uso de la impresión en tres dimensiones es necesario realizar un diseño de piezas a través de un Software CAD (diseño asistido por computadora), como por ejemplo, Solid Edge, SolidWorks, AutoCAD...



Figura 26. Impresora 3D Alfawise

En la Escuela de Ingeniería de Bilbao existen dos modelos diferentes de impresoras que se pueden utilizar para este proyecto: Stratasys 1200es y Stratasys SST768, ambas del tipo de inyección de polímeros. El material que se usa en estas impresoras es Acrilonitrilo butadieno estireno (ABS).

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos



Figura 27. Impresoras Stratasys

5 Planteamiento del problema

5.1 Características del cuadrilátero

Tal y como se ha mencionado, el mecanismo que se va a analizar es un cuadrilátero articulado, inicialmente desequilibrado. Se ha hecho un diseño a través de la aplicación *Solid Edge*, ya que es de gran ayuda para los cálculos.

Dicho cuadrilátero articulado está formado por tres barras. Además, se hace uso de unos apoyos en sus extremos de manera que el conjunto se sostenga verticalmente apoyándose sobre una superficie plana.

(Nota: Todas las cotas que aparecen en las distintas figuras vienen dadas en milímetros.)

- **BARRAS**

Se utilizarán tres barras para la construcción del cuadrilátero. Éstas en sus extremos tienen dos agujeros (de diámetro 4,5 mm) para unirlos entre sí a través de articulaciones.

Además, se han diseñado las barras de tal manera que sus longitudes permitan un movimiento considerable del mecanismo completo.

NOTA: la barra 1 representa el sistema de referencia fijo.

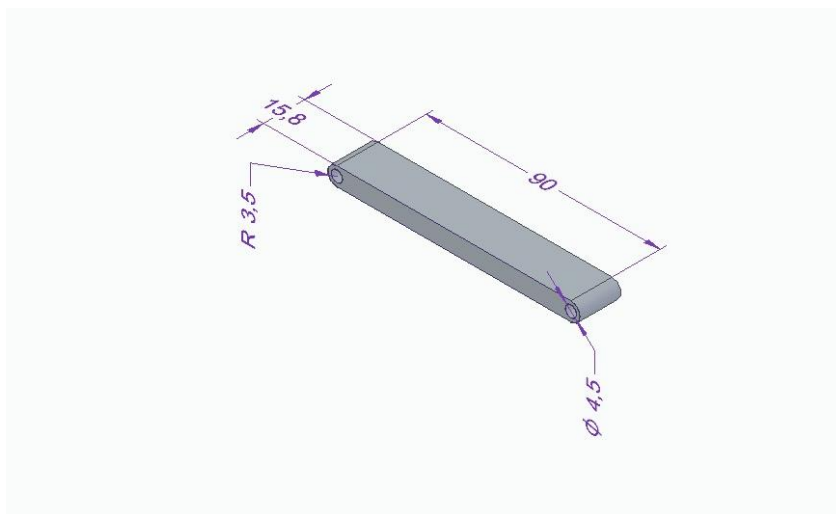


Figura 28. Barra 2

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

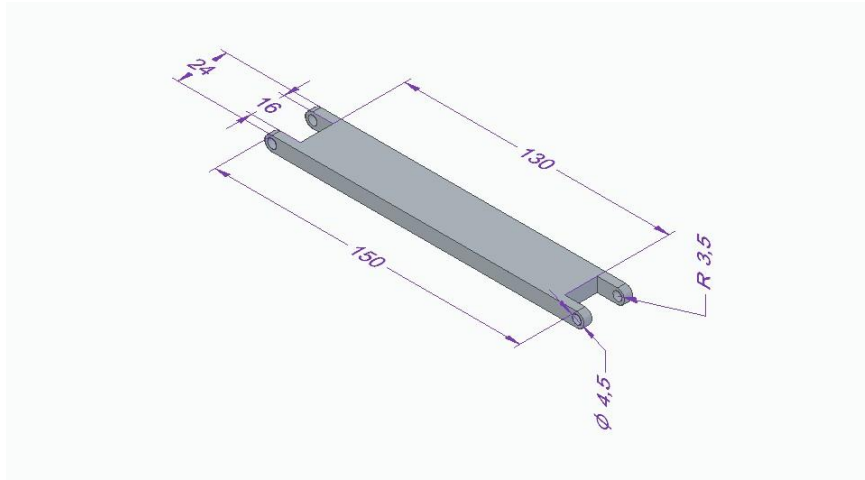


Figura 29. Barra 3

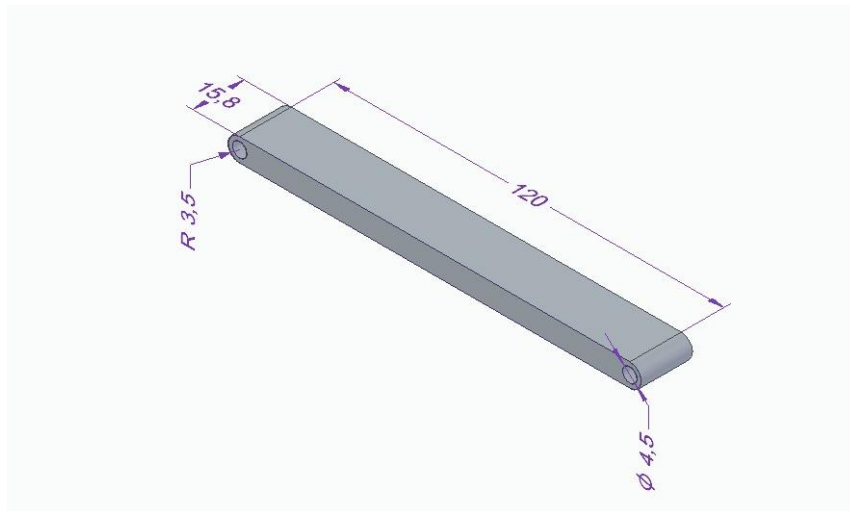


Figura 30. Barra 4

- **APOYOS**

Inicialmente, se había planteado la construcción de los apoyos con la siguiente geometría:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

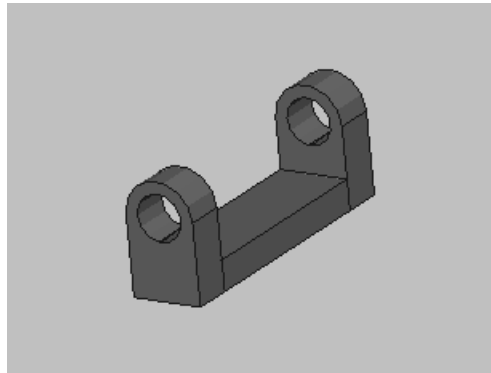


Figura 31. Apoyo

Sin embargo, este tipo de apoyo dificulta la colocación de los contrapesos por lo que se decide separarlo en dos partes iguales dejando hueco en la parte central.

Por tanto, el cuadrilátero se sostiene por la presencia de unos apoyos como los de la figura 32, dispuestos simétricamente a las barras 2 y 4, para asegurar una correcta sujeción.

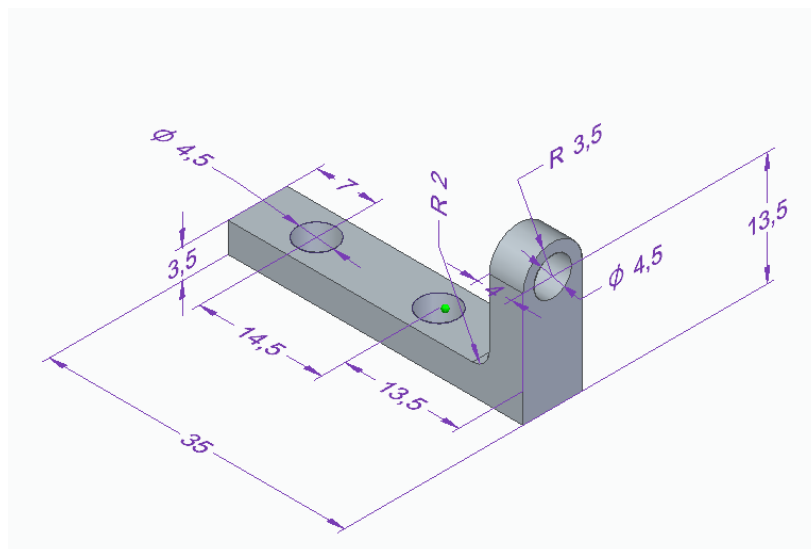


Figura 32. Apoyo definitivo

Los apoyos irán atornillados a una superficie plana de madera para asegurar que no se muevan, y estarán separados una distancia de 120 mm.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

- **ARTICULACIONES**

Para la unión barra-barra, barra-apoyo y apoyo-superficie de madera se han valorado dos opciones diferentes: imprimir unos pasadores/tornillos en 3D o usar un sistema de tornillo-tuerca de metal normalizado.

La primera opción facilita los cálculos ya que la densidad de las barras/apoyos y uniones es la misma.

Finalmente, se ha optado por utilizar tornillos y tuercas normalizados de manera que la impresión de las barras se ejecute por separado minimizando así la pérdida de material, y por ser más resistentes.

Los tornillos que se han elegido son Allen de cabeza cilíndrica con hueco hexagonal de métrica 4, acompañados de dos arandelas y una tuerca, por lo que no hace falta el roscado interior en los agujeros de las barras ni de los apoyos.



Figura 33. Sistema tornillo + arandelas + tuercas

El peso del sistema completo de unión (tornillo + arandelas + tuerca) es de $m_u = 4,665$ g. Para facilitar el proceso, en el diseño en CAD se ha sustituido dicho conjunto por un masa puntual (cilindro de diámetro 4 mm) de la misma masa y misma posición de su centro de gravedad.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos



Figura 34. Masa puntual (Simplificación del sistema tornillo + arandelas + tuerca)

- **CONJUNTO COMPLETO**

Las siguientes figuras muestran el conjunto total.

Nota: la superficie de apoyo es una placa horizontal de madera que no se va a imprimir.

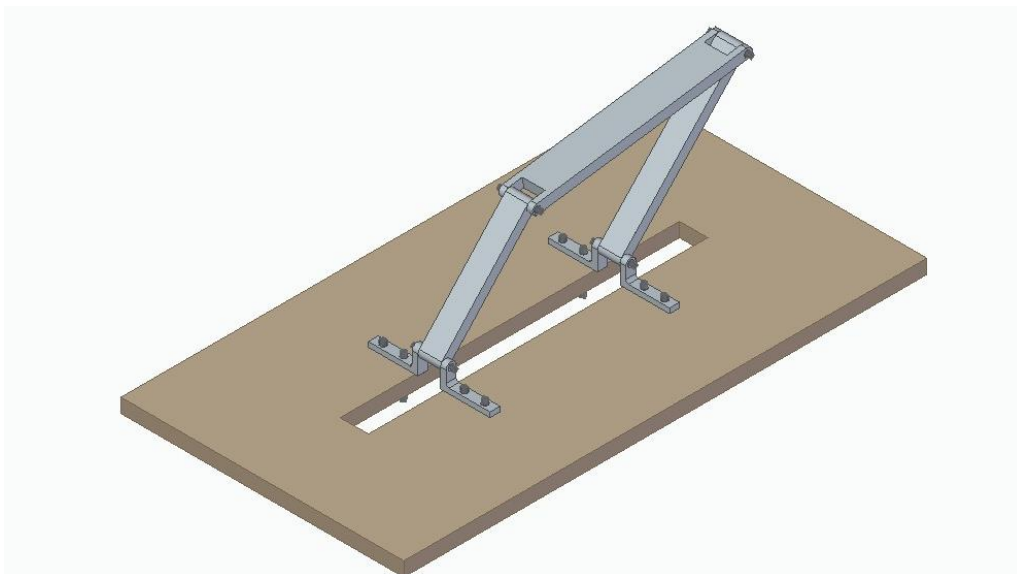


Figura 35. Conjunto (I)

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

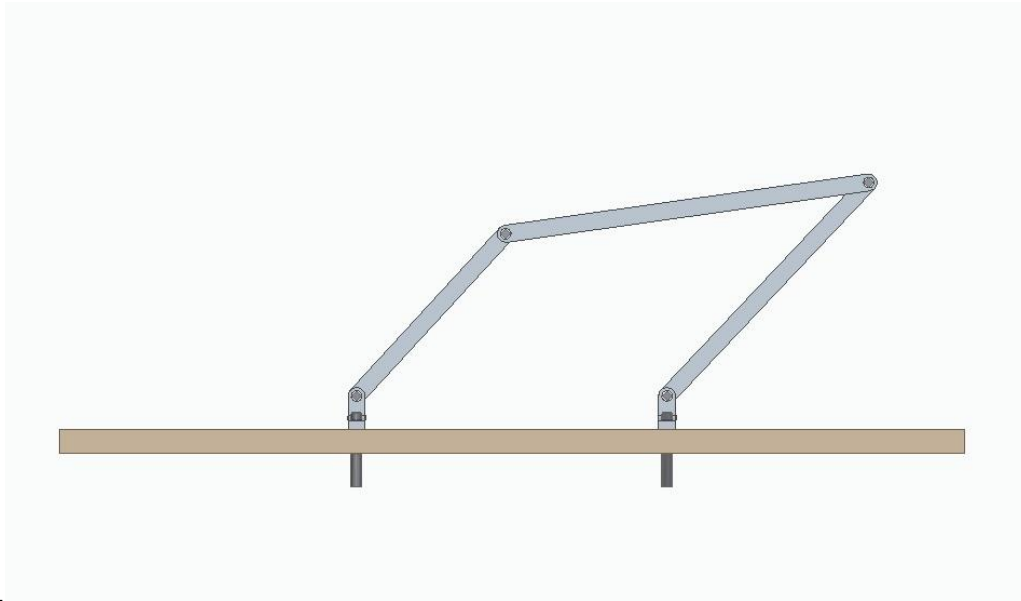


Figura 36. Conjunto (II)

- **MATERIAL**

El material a utilizar en la impresión es el acrilonitrilo butadieno estireno plus (ABS plus), con una densidad de 1040 kg/m^3 . Se caracteriza por su alta resistencia mecánica, por su estabilidad lo largo del tiempo y por la eliminación de su soporte soluble sin necesidad de intervenir manualmente.

De esta manera, las masas de las barras, obtenidas a partir del producto de densidad y volumen, son las siguientes:

Masa barra 2= 10,46 g

Masa barra 3= 23,93 g

Masa barra 4= 13,91 g

5.2 Simplificaciones

Se han realizado una serie de simplificaciones para facilitar el proceso de cálculo.

En primer lugar, se ha considerado que las barras van a ser totalmente homogéneas de modo que su peso pueda aplicarse en el centro de ellas. Así el cálculo los momentos debidos a las masas se simplifica. Sin embargo, en la impresión en 3D, a pesar de elegirse la versión mas sólida posible, las piezas no son totalmente uniformes en cuanto a la distribución del material y puede que la masa calculada en el apartado anterior difiera de la de los elementos impresos pero, en cualquier caso, se va a suponer despreciable.

En segundo lugar, los rozamientos van a considerarse irrelevantes. Para ello, se deja una holgura de 0,1 mm entre piezas para que sea posible el giro de las barras sin que haya fricción.

Por razones constructivas, determinadas aristas cóncavas se han redondeado.

Por último, no es necesario conocer las masas de los apoyos ni de la superficie de madera ya que no afectan al equilibrado; únicamente las piezas que se muevan, influyen, es decir, las tres barras y las uniones entre las barras 2 y 3, y entre las barras 3 y 4. Por tanto, solo se estudia la posición del centro de gravedad de ese conjunto de piezas.

6 Análisis

A continuación, se va a estudiar si el cuadrilátero diseñado en el apartado 5.1 está equilibrado. Para ello, tendremos que tener en cuenta únicamente las 3 barras y los sistemas de unión entre las barras 2 y 3, y entre las barras 3 y 4, como se ha dicho en el apartado 5.2.

En definitiva, si el centro de gravedad es estacionario, estará equilibrado. Para saberlo, se van a mover las barras y comprobar donde está el centro de masas (punto verde) para distintas posiciones:

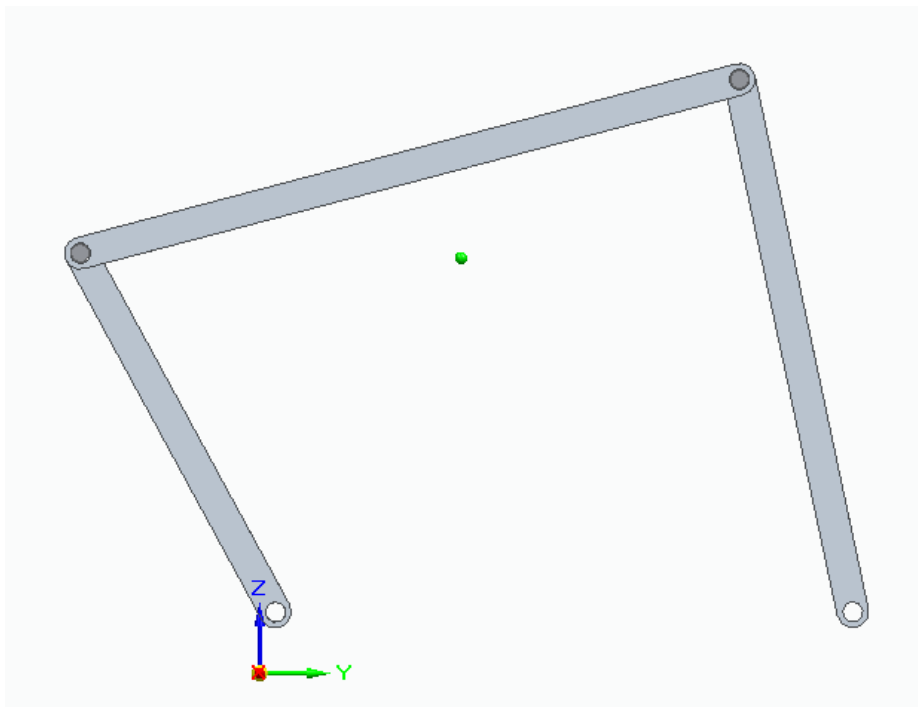


Figura 37. Cuadrilátero articulado desequilibrado (I)

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

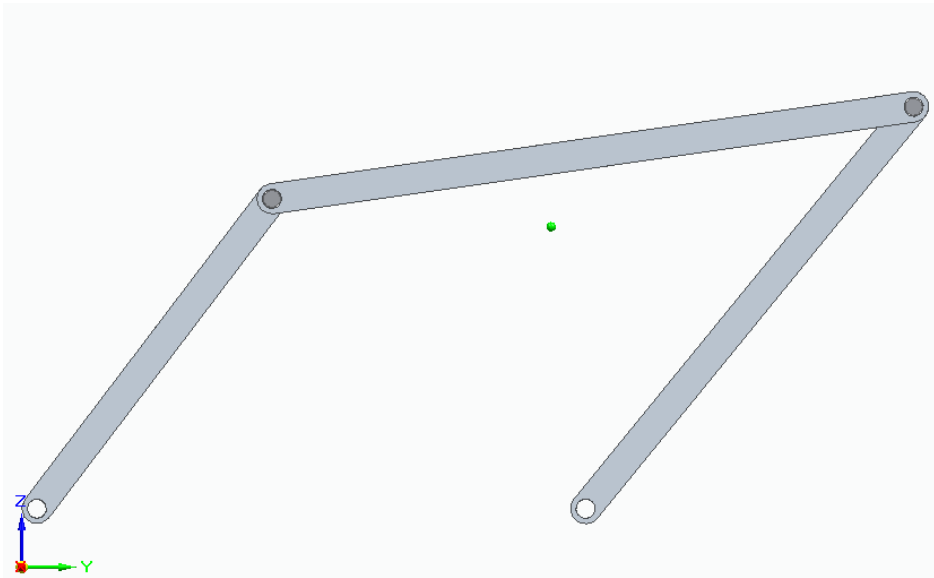


Figura 38. Cuadrilátero articulado desequilibrado (II)

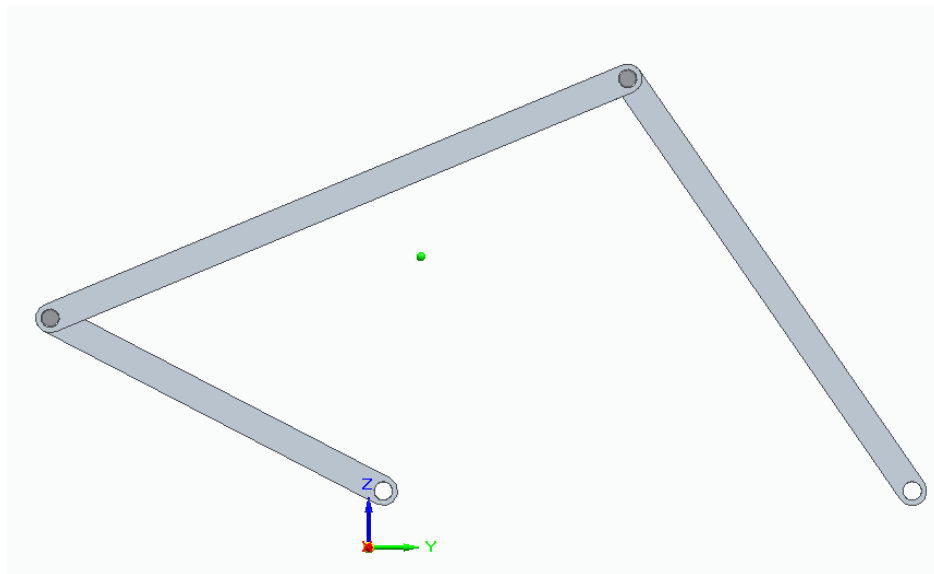


Figura 39. Cuadrilátero articulado desequilibrado (III)

Se observa que para posiciones diferentes, el centro de gravedad del conjunto se desplaza, por lo que se puede deducir que el sistema no está equilibrado. Esto también se puede demostrar analíticamente, a través del método explicado en el apartado 4.2.4 particularizándolo a un sistema de barras articuladas.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

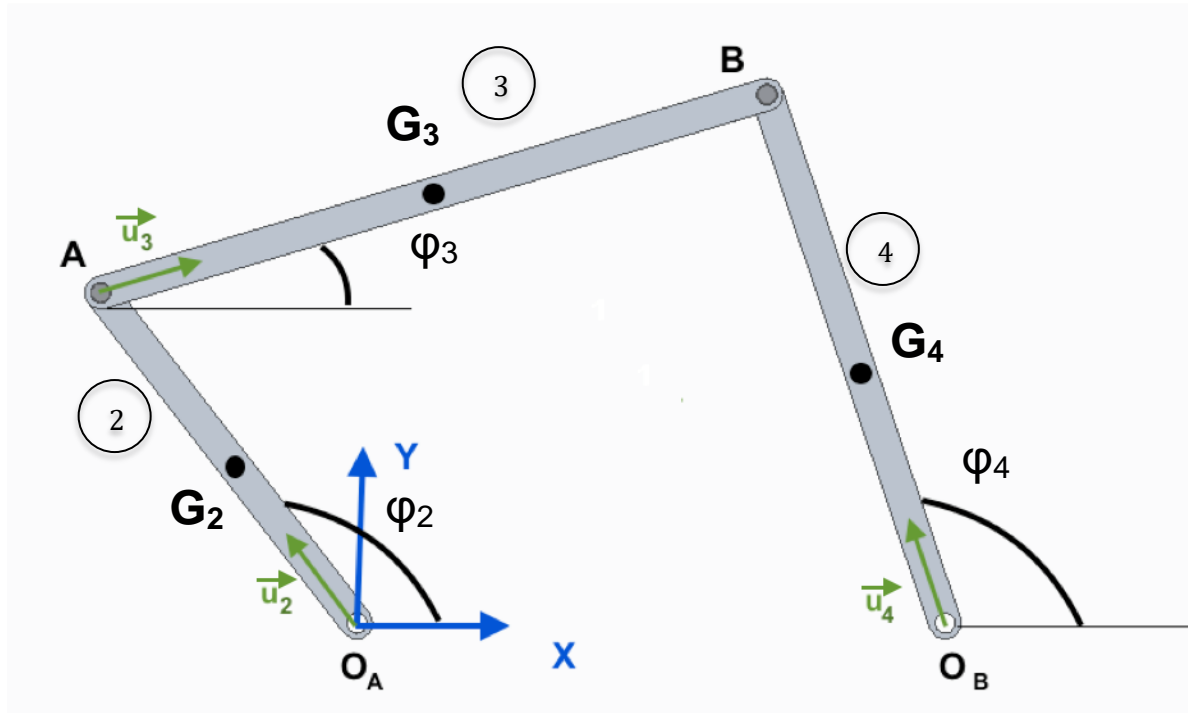


Figura 40. Cuadrilátero articulado desequilibrado (IV)

$$r = \frac{1}{m_2+m_3+m_4+m_u+m_u} (m_2 O_A G_2 + m_3 O_A G_3 + m_4 O_A G_4 + m_A O_A A + m_B O_A B) \quad (24)$$

Siendo r el vector de posición del centro de gravedad del sistema, m_2, m_3 y m_4 las masas de las barras 2,3 y 4, respectivamente, y m_u , la masa de los conjuntos de uniones equivalentes a masas puntuales en A y B. Las longitudes de las barras 2, 3 y 4 son l_2, l_3 y l_4 , respectivamente.

Los expresiones de los centros de gravedad de cada una de las piezas son las siguientes:

$$O_A G_2 = r_2 e^{i\varphi_2} = \frac{l_2}{2} \vec{u}_2 \quad (25)$$

$$O_A G_3 = l_2 \vec{u}_2 + r_3 e^{i\varphi_3} = l_2 \vec{u}_2 + \frac{l_3}{2} \vec{u}_3 \quad (26)$$

$$O_A G_4 = l_1 \vec{u}_1 + r_4 e^{i\varphi_4} = l_1 \vec{u}_1 + \frac{l_4}{2} \vec{u}_4 \quad (27)$$

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

$$O_A A = l_2 e^{i\varphi_2} = l_2 \vec{u}_2 \quad (28)$$

$$O_A B = l_1 \vec{u}_1 + l_4 e^{i\varphi_4} = l_1 \vec{u}_1 + l_4 \vec{u}_4 \quad (29)$$

Sustituyéndolas en la expresión (24):

$$\begin{aligned}
 (m_2 + m_3 + m_4 + m_u + m_u)r &= (m_4 l_1 + m_u l_1) \vec{u}_1 + (m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 l_2 + m_u l_2) \vec{u}_2 + m_3 \frac{l_3}{2} \vec{u}_3 + \\
 &\quad (m_4 \frac{l_4}{2} + m_u l_4) \vec{u}_4 \quad (30)
 \end{aligned}$$

Por otro la ecuación de lazo del cuadrilátero es:

$$l_2 \vec{u}_2 + l_3 \vec{u}_3 - l_1 \vec{u}_1 - l_4 \vec{u}_4 = 0 \quad (31)$$

Despejando el vector unitario u_3 y sustituyéndolo en (30), se llega a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 (m_2 + m_3 + m_4 + m_u + m_u)r &= (m_4 l_1 + m_u l_1 + \frac{l_1}{l_3} m_3 \frac{l_3}{2}) \vec{u}_1 + (m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 l_2 + m_u l_2 - \\
 &\quad \frac{l_2}{l_3} m_3 \frac{l_3}{2}) \vec{u}_2 + (m_4 \frac{l_4}{2} + m_u l_4 + \frac{l_4}{l_3} m_3 \frac{l_3}{2}) \vec{u}_4 \quad (32)
 \end{aligned}$$

Se sabe que el vector u_1 es constante, y que la posición del centro de gravedad total es estacionaria si se anulan los términos que multiplican u_2 y u_4 :

$$\begin{aligned}
 m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 l_2 + m_u l_2 - \frac{l_2}{l_3} m_3 \frac{l_3}{2} &= 10,462 \text{ g} \cdot \frac{90 \text{ mm}}{2} + 23,934 \text{ g} \cdot 90 \text{ mm} + 4,665 \text{ g} \cdot 90 \text{ mm} - \\
 \frac{23,934 \text{ g}}{2} \cdot 90 \text{ mm} &= 1967,67 \text{ g} \cdot \text{mm} \neq 0 \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_4 \frac{l_4}{2} + m_u l_4 + \frac{l_4}{l_3} m_3 \frac{l_3}{2} &= 13,913 \text{ g} \cdot \frac{120 \text{ mm}}{2} + 4,665 \text{ g} \cdot 120 \text{ mm} + \frac{23,934 \text{ g}}{2} \cdot 120 \text{ mm} = \\
 2830,62 \text{ g} \cdot \text{mm} &\neq 0 \quad (34)
 \end{aligned}$$

Al no anularse dichas expresiones, se concluye que el mecanismo no está equilibrado.

7 Proceso de equilibrado

Tal y como se ha demostrado en el capítulo anterior, el mecanismo no está equilibrado. Esto se va a realizar a continuación, siguiendo el procedimiento del capítulo 4.3.4.

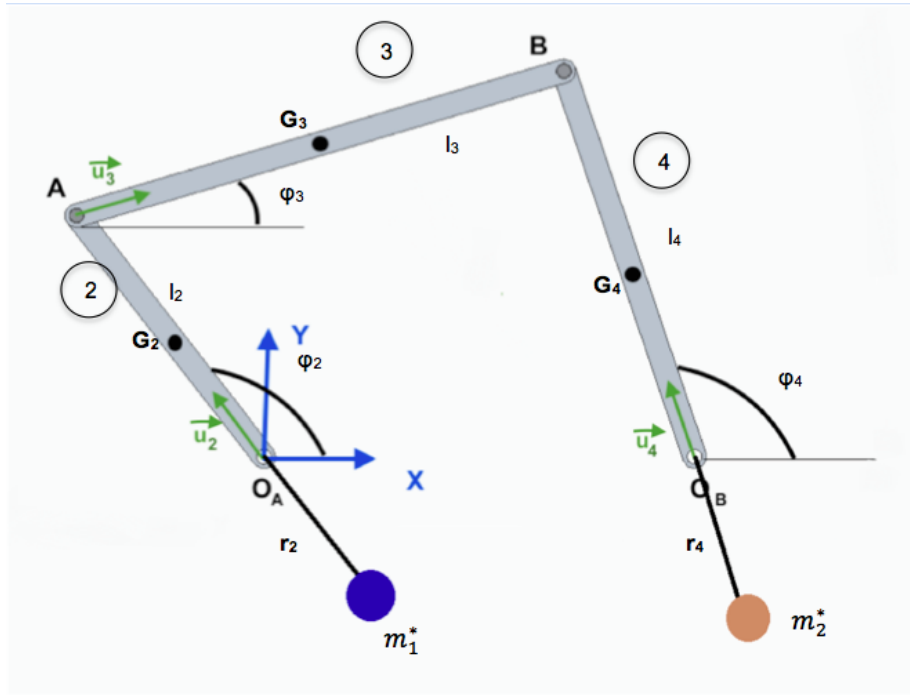


Figura 41. Cuadrilátero articulado equilibrado (teórico)

El primer paso es sustituir la masa 3 por dos masas puntuales iguales en A y B, ya que se asume que el peso actúa en el centro de la barra:

$$m_A = m_B = \frac{m_3}{2} \quad (35)$$

Ahora se procede a equilibrar las barras 2 y 4, de manera que sus respectivos centros de gravedad se encuentren en O_A y O_B , respectivamente, con la adición de unas masas puntuales, m_1^* y m_2^* , a unas distancias r_2 y r_4 de O_A y O_B , respectivamente:

$$\begin{aligned}
 m_A l_2 + m_2 \frac{l_2}{2} + m_u l_2 = m_1^* r_2 &\Leftrightarrow \frac{23,934 \text{ g}}{2} \cdot 90 \text{ mm} + 10,462 \text{ g} \cdot \frac{90 \text{ mm}}{2} + 4,665 \text{ g} \cdot 90 \text{ mm} = \\
 m_1^* r_2 &\Leftrightarrow m_1^* r_2 = 1967,67 \text{ g} \cdot \text{mm} \quad (36)
 \end{aligned}$$

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

$$\begin{aligned}
 m_B l_4 + m_4 \frac{l_4}{2} + m_u l_4 = m_2^* r_4 &\Leftrightarrow \frac{23,934 \text{ g}}{2} \cdot 120 \text{ mm} + 13,913 \text{ g} \cdot \frac{120 \text{ mm}}{2} + 4,665 \text{ g} \cdot 120 \text{ mm} = \\
 m_2^* r_4 &\Leftrightarrow m_2^* r_4 = \mathbf{2830,62 \text{ g} \cdot \text{mm}} \quad (37)
 \end{aligned}$$

Se obtienen dos ecuaciones (36) y (37) que coinciden, obviamente, con los resultados obtenidos en el apartado anterior.

Sin embargo, en la realidad los tramos r_2 y r_4 tendrán una masa. Por tanto, se trata de conseguir un sistema de contrapesos equivalente que consistirá en la prolongación de las respectivas barras 2 y 4.

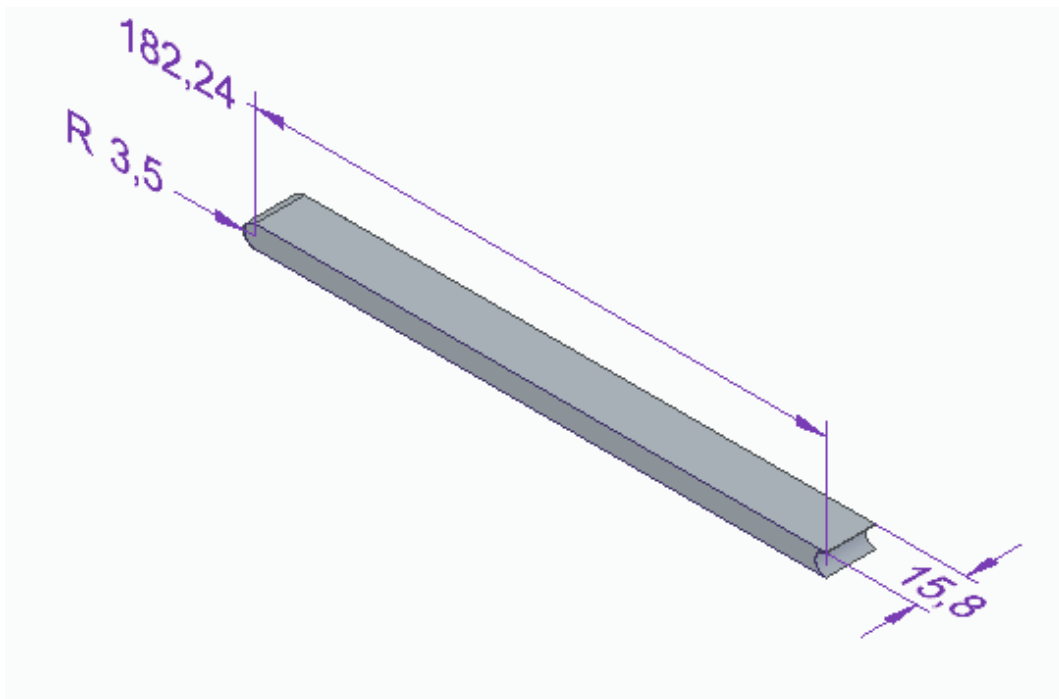


Figura 42. Contrapeso barra 2

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

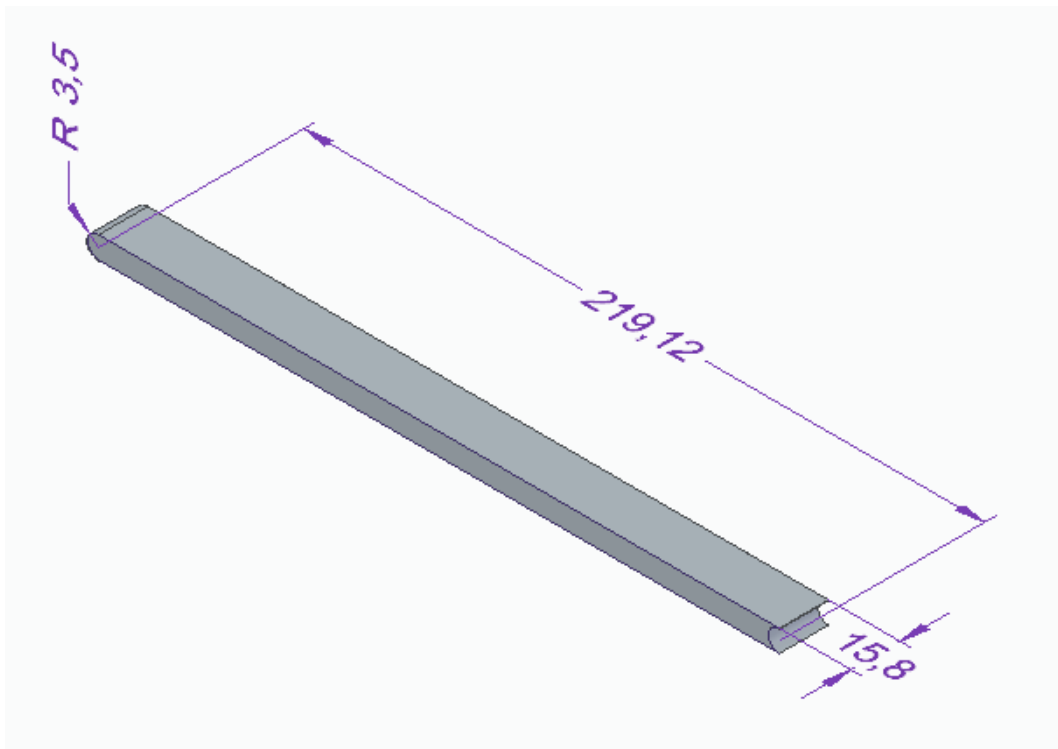


Figura 43. Contrapeso barra 4

Montados los contrapesos, el mecanismo completo móvil queda de la siguiente manera:

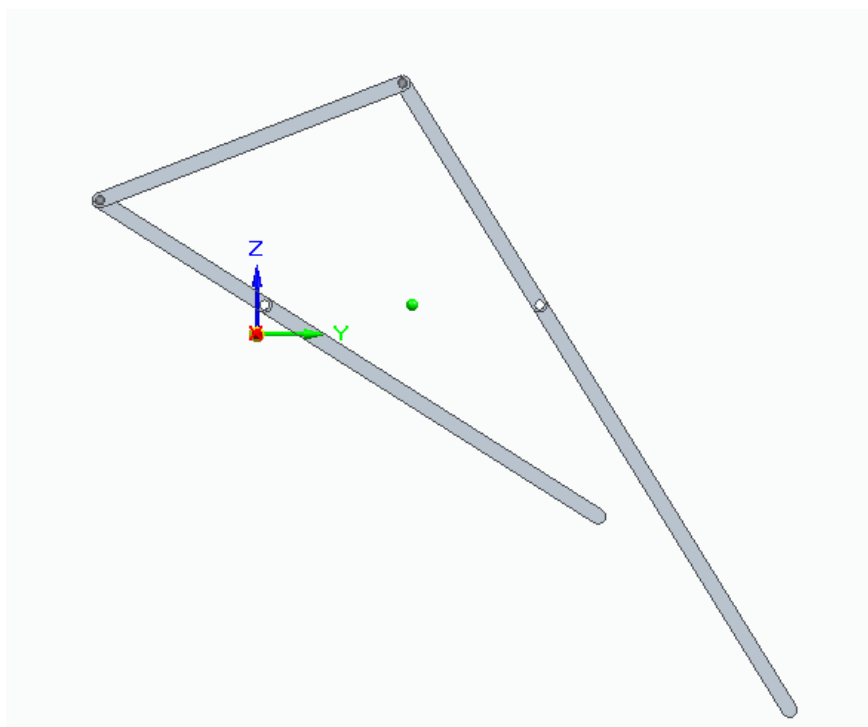


Figura 44. Cuadrilátero articulado equilibrado (I)

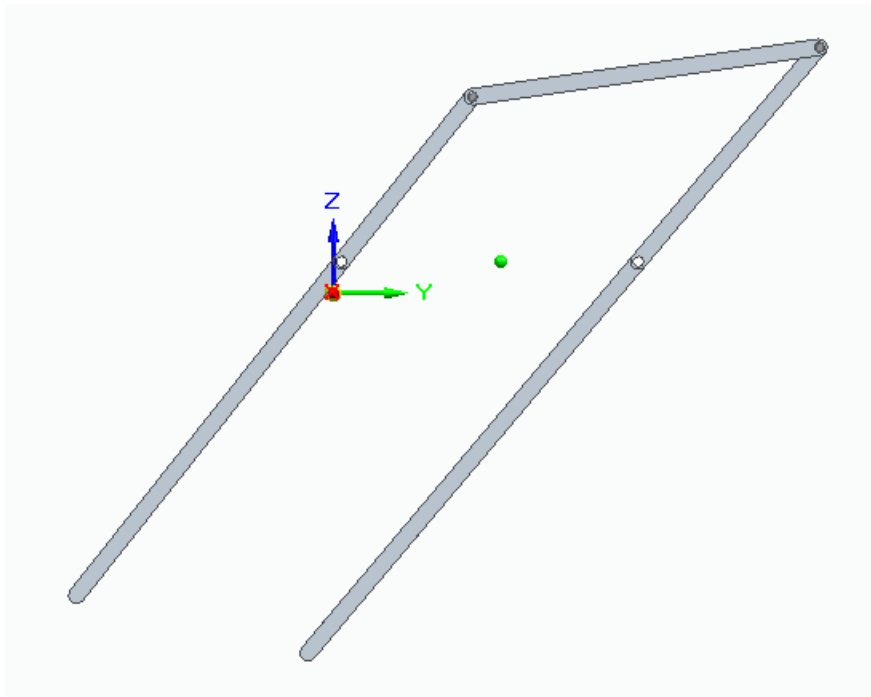


Figura 45. Cuadrilátero articulado equilibrado (II)

Tal y como se puede observar en las figuras 44 y 45, para distintas posiciones del cuadrilátero, el centro de gravedad (punto verde) permanece estacionario.

Sin embargo, aunque mecánicamente funcione, es poco practicable debido a las longitudes que alcanzan las nuevas barras, por lo que se plantea una alternativa equivalente más fácilmente manejable.

Es obvio que, si se pretende acortar los contrapesos, es necesario aumentar su masa y, como el material va a ser el mismo, crecer su volumen en la misma proporción.

Además, como en el cálculo se han supuesto algunas simplificaciones (por ejemplo, considerar las articulaciones móviles como unas masas concentradas en un punto) es posible que el comportamiento real difiera del teórico. Para corregir estas situaciones, se han incluido unos elementos móviles como parte de los contrapesos que permitirán alcanzar el equilibrio.

De este modo, se obtienen los siguientes contrapesos:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

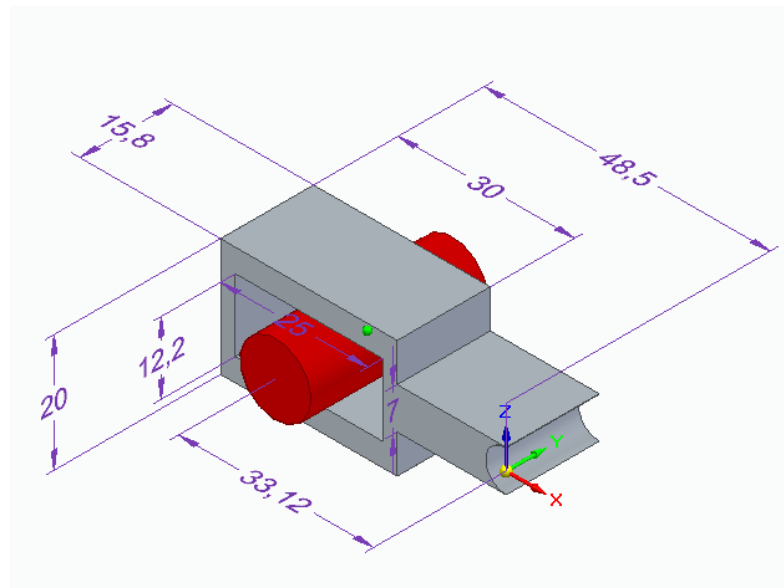


Figura 46. Contrapeso definitivo barra 2 (I)

El elemento móvil (en color rojo) consistirá en un tornillo (en la figura 46 falta por representar la cabeza y la tuerca), con una masa total de 54 g, que se fijará longitudinalmente mediante el apriete de la tuerca correspondiente.

Se comprueba a continuación que el contrapeso completo cumple la ecuación (36), sabiendo que su peso total es 60,46 g y su centro de gravedad se encuentra a 32,48 mm de O_A :

$$m_1^* \cdot r_2 = 60,46 \text{ g} \cdot 32,48 \text{ mm} = 1963,74 \text{ g} \cdot \text{mm} \approx 1967,67 \text{ mm} \cdot \text{g} \quad (38)$$

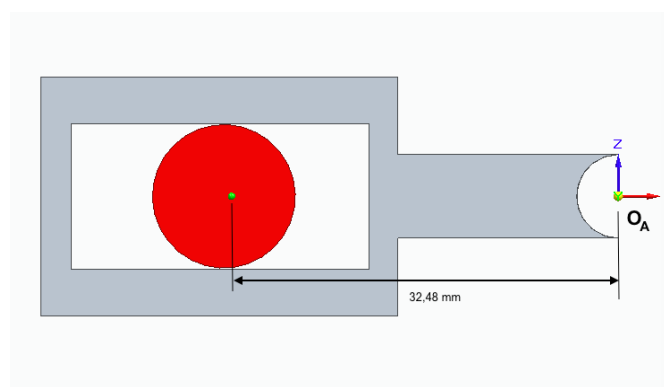


Figura 47. Contrapeso definitivo barra 2 (II)

Se sigue el mismo procedimiento para el contrapeso de la barra 4.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

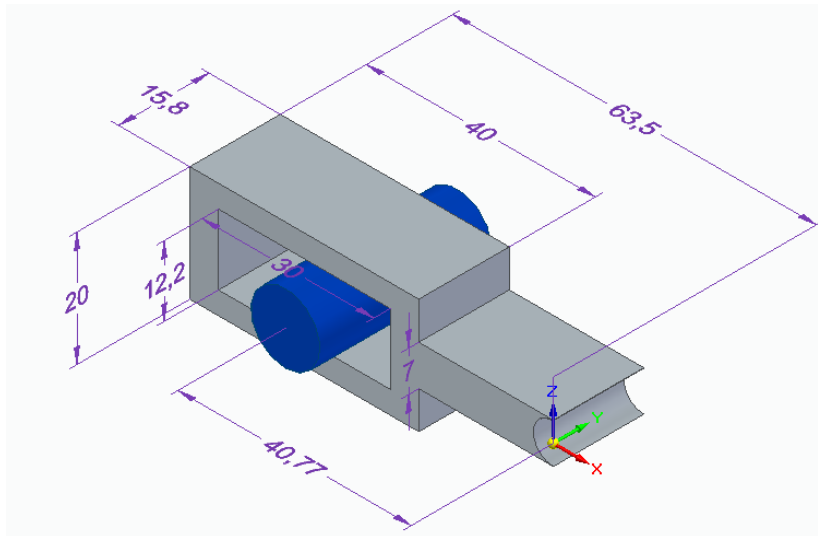


Figura 48. Contrapeso definitivo barra 4 (I)

En este caso el elemento móvil (en color azul) será también un tornillo y su tuerca, con una masa total de 61 g.

A continuación, se comprueba que el contrapeso completo verifica la ecuación (37), sabiendo que su peso total es 70,49 g y su centro de gravedad se encuentra a 40,11 mm de O_B :

$$m_2^* \cdot r_4 = 70,49 \text{ g} \cdot 40,11 \text{ mm} = 2827,35 \text{ g} \cdot \text{mm} \approx 2830,62 \text{ g} \cdot \text{mm} \quad (39)$$

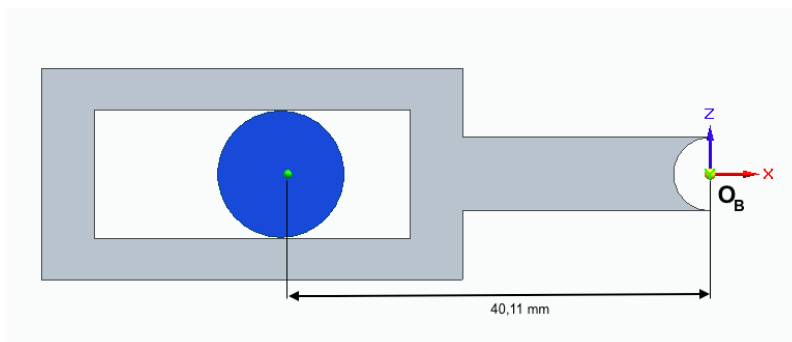


Figura 49. Contrapeso definitivo barra 4 (II)

NOTA: Se han presentado las prolongaciones de las barras 2 y 4, pero realmente se va a construir la barra y el alargamiento conjuntamente dando lugar al mismo resultado.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Por tanto, las barras 2 y 4, una vez equilibradas, tendrán la siguiente geometría:

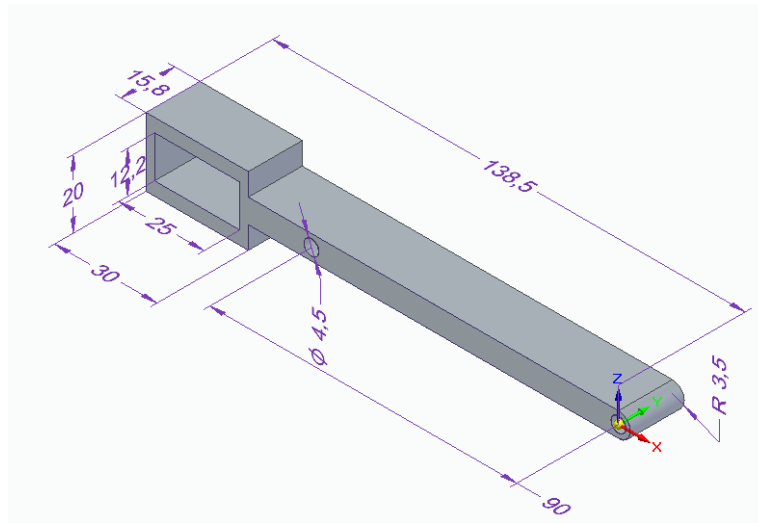


Figura 50. Barra 2 definitiva

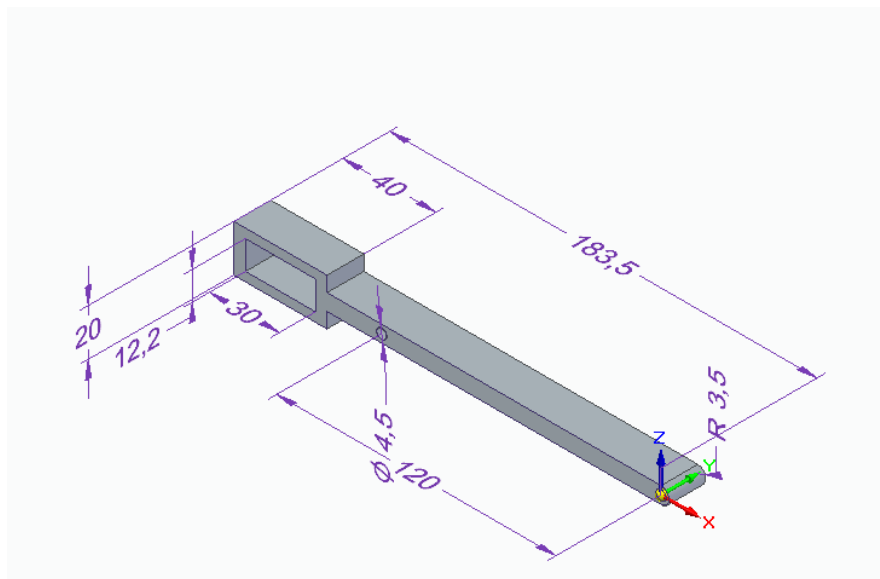


Figura 51. Barra 4 definitiva

Se demuestra visualmente que dichos contrapesos son válidos observando que, para distintas posiciones del mecanismo, el centro de masas (punto verde) permanece inmóvil:

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

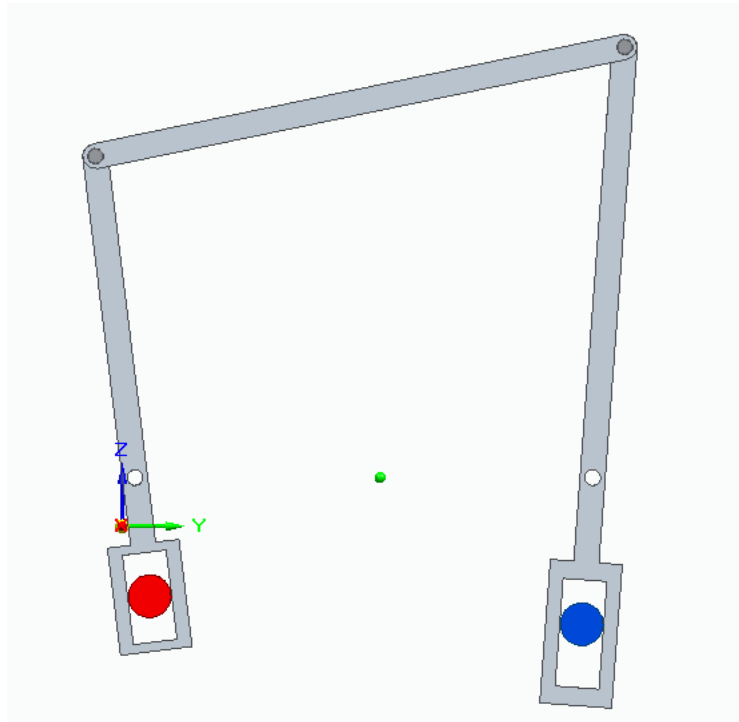


Figura 52. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (I)

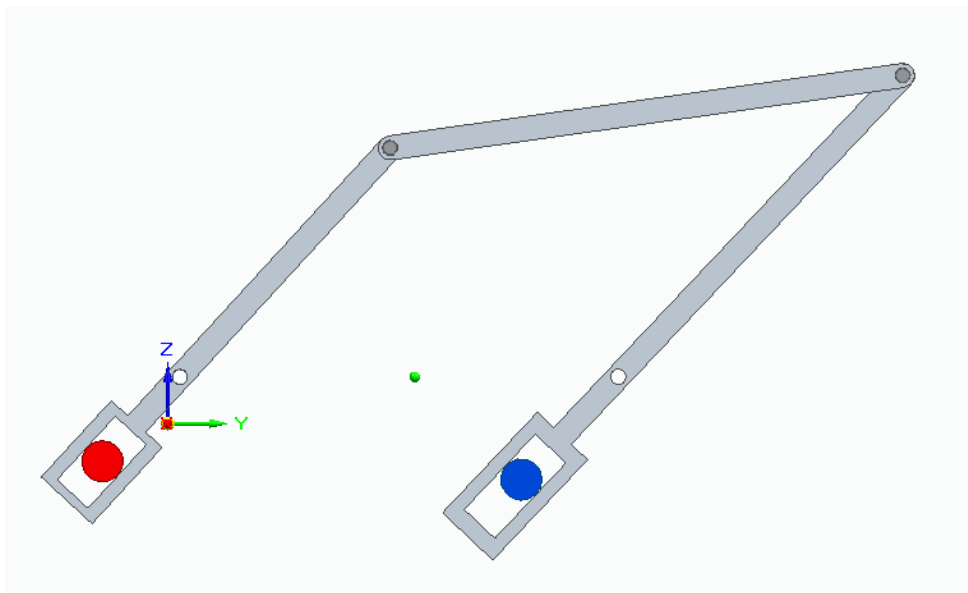


Figura 53. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (II)

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

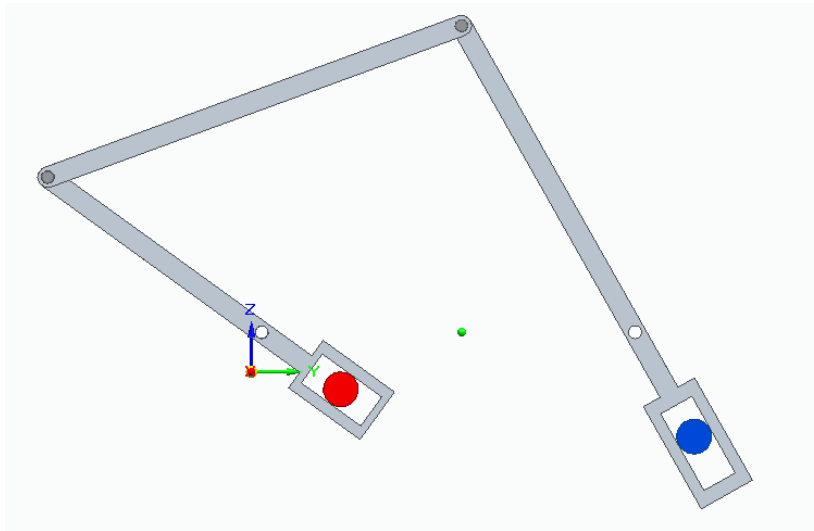


Figura 54. Cuadrilátero articulado equilibrado definitivo (III)

En definitiva, la vista global del mecanismo completo equilibrado apoyado sobre la superficie de madera es la siguiente:

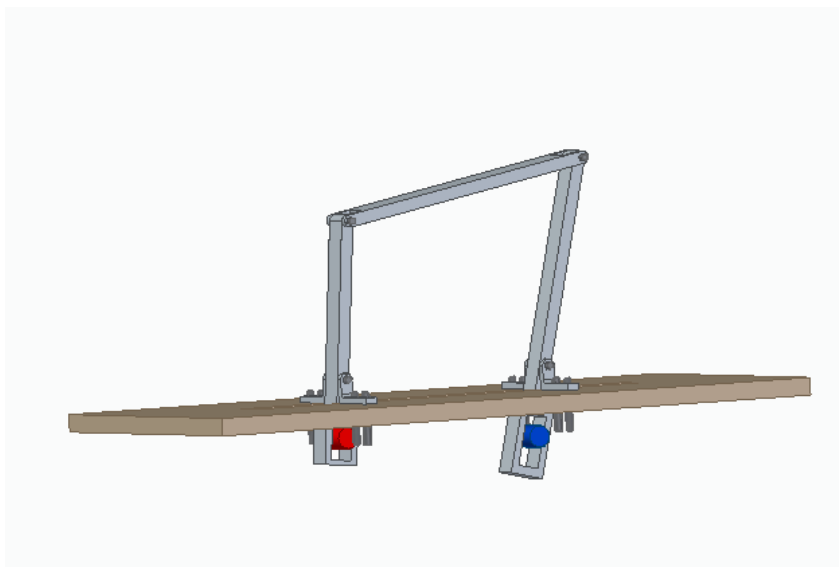


Figura 55. Mecanismo completo tras el equilibrado (I)

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

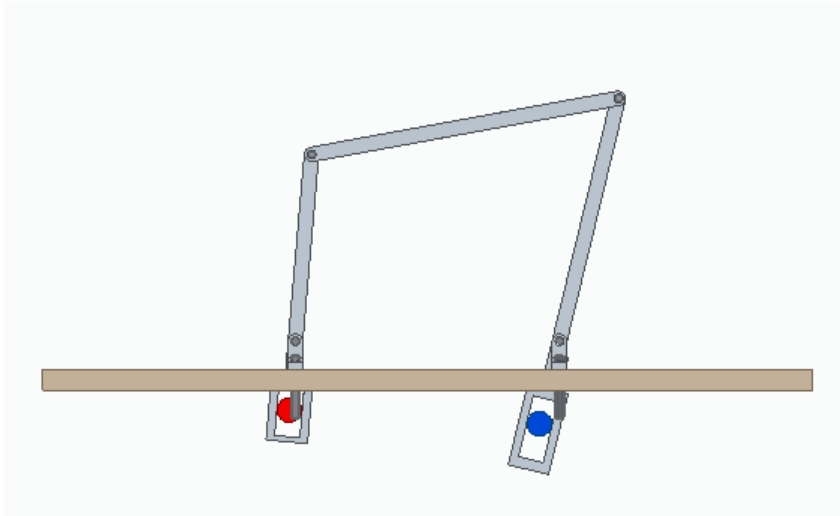


Figura 56. Mecanismo completo tras el equilibrado (II)

8 Planificación del proyecto

8.1 Descripción de fases y tareas

El proyecto es asignado a la alumna el 28 de enero de 2019 y es finalizado el 25 de junio de ese mismo año.

A continuación, se detallan las fases y tareas que se han llevado a cabo durante la realización del proyecto.

- **FASE 1: INICIO DEL PROYECTO**

El objetivo principal es definir el proyecto a partir una idea inicial. Se establecen los objetivos y tareas a realizar, y se define un índice de contenidos para estructurar claramente el proyecto.

Tareas:

- Definición de objetivos
- Definición de tareas
- Definición del índice de contenidos

Duración: 3 semanas

- **FASE 2: BÚSQUEDA DE INFORMACIÓN**

Se basa en el análisis y recopilación de documentación útil para la redacción del estado del arte. Además, se investiga el funcionamiento del programa *Solid Edge* para el diseño del mecanismo, y el método más eficaz para llevar a cabo el equilibrado.

Tareas:

- Estado del arte
- Funcionamiento de *Solid Edge*
- Proceso de equilibrado

Duración: 4 semanas

- **FASE 3: CÁLCULOS MATEMÁTICOS**

Se realizan los cálculos necesarios para obtener la masa y posición de contrapesos que equilibran el mecanismo.

Duración: 2 semanas

- **FASE 4: DISEÑO MECANISMO EN SOLID EDGE**

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Comienza al finalizar los cálculos matemáticos. Se realiza un diseño preliminar que es analizado en una reunión con el director del proyecto. En dicha reunión se concretan una serie de modificaciones a partir de las cuales se obtiene el diseño definitivo del mecanismo.

Tareas:

- Diseño inicial
- Modificaciones

Duración: 2 semanas

- **FASE 5: REDACCIÓN TFG**

La redacción del proyecto es la fase más larga del trabajo en la que hay que plasmar de forma clara toda la información, tanto los conceptos teóricos como la planificación, los cálculos, el proceso de ejecución y los resultados obtenidos en el proceso.

Duración: 4 semanas

- **FASE 6: ELABORACIÓN DE LA MAQUETA 3D**

Una vez finalizado el diseño definitivo en formato digital, éste se imprime en tres dimensiones y se lleva a cabo el montaje.

Tareas:

- Impresión en 3D
- Montaje del mecanismo

Duración: 1 semana

8.2 Hitos

Para asegurar el cumplimiento de objetivos y tareas, se definen 4 hitos a lo largo de la realización del proyecto. Además, la aprobación del director es necesaria para poder avanzar.

- **HITO 1: PROYECTO DEFINIDO.**

Se corresponde con el final de la fase 1. El proyecto está definido cuando se concretan los principales objetivos y estructura.

- **HITO 2: REVISIÓN DEL DISEÑO INICIAL.**

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Este hito se encuentra situado dentro de la fase 4. A partir del diseño inicial, se analiza su funcionamiento y su equilibrado, identificándose los desajustes producidos.

- **HITO 3: FIN DEL DISEÑO.**

Al finalizar la fase 4, se aplican las modificaciones acordadas entre alumno y director, se obtiene el diseño definitivo y se procede a la impresión en 3D.

- **HITO 4: FIN DEL PROYECTO.**

Se finaliza el trabajo de fin de grado.

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

8.3 Diagrama de Gantt. Cronograma

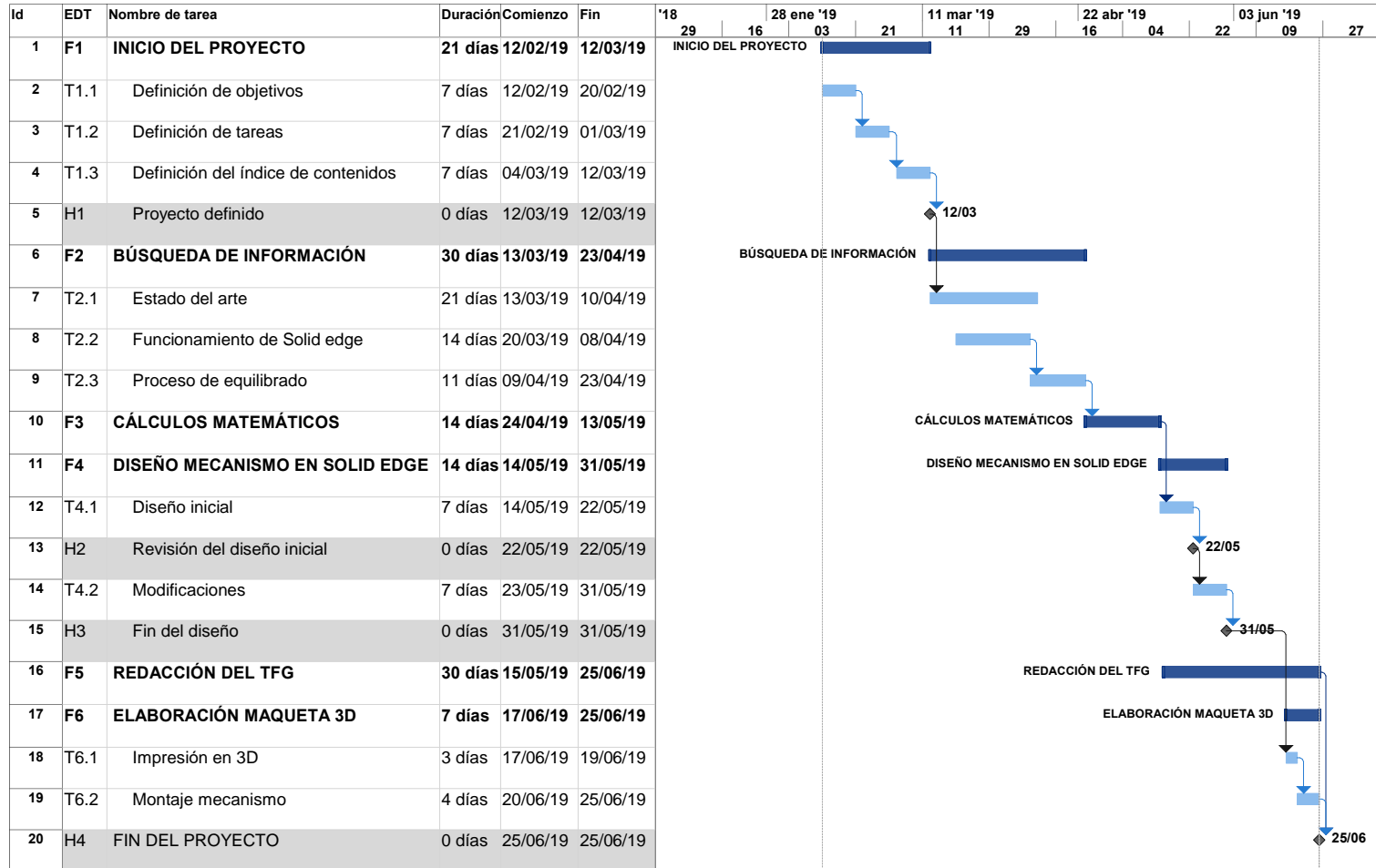


Tabla 1. Diagrama de Gantt

9 Presupuesto económico

A continuación, se presenta una estimación económica de todos los recursos necesarios para el desarrollo de este proyecto.

- HORAS INTERNAS**

Recursos	Coste unitario (€/hora)	Tiempo en el proyecto (horas)	Coste Total (€)
Ingeniero junior	25	150	3750
Ingeniero sénior	65	20	1300
Técnico de laboratorio	40	40	1600
		SUBTOTAL	6650

Tabla 2. Partida de horas internas

- AMORTIZACIONES**

Recursos	Coste (€)	Vida útil (años)	Coste unitario (€/hora)	Uso en el proyecto (horas)	Coste total (€)
Ordenador	700	5	0,02	130	2,08
Impresora 3D	15000	10	0,17	20	3,42
Licencia <i>Solid Edge</i>	1224	1	0,14	60	8,38
Licencia Office	149	1	0,02	100	1,70
				SUBTOTAL	15,59

Tabla 3. Partida de amortizaciones

- GASTOS**

Recursos	Coste Total (€)
Material ABS	40
Tornillos	15
Superficie de madera	20
SUBTOTAL	75

Tabla 4. Partida de gastos

Para finalizar, se presenta el presupuesto total, teniendo en cuenta los costes indirectos (5%) y, posteriormente, el IVA (21%).

Trabajo Fin de Grado: Equilibrado de mecanismos

Concepto	Coste Total (€)
Horas internas	6650
Amortizaciones	15,59
Gastos	75
SUBTOTAL	6740,59
Costes indirectos (5%)	337,03
TOTAL (SIN IVA)	7077,62
IVA (21%)	1486,30
TOTAL	8563,92

Tabla 5. Presupuesto total

10 Conclusiones

Tras este trabajo, se concluye que:

1. Desde un punto de vista teórico, es posible el equilibrado estático de un cuadrilátero articulado.
2. Se comprueba que el centro de masas del conjunto de elementos móviles del cuadrilátero articulado es fijo y se sitúa en la línea que une las articulaciones fijas.
3. Desde el punto de vista práctico, también es posible el equilibrado, pero es preciso tener en cuenta cierta que la correspondencia con el cálculo teórico no es total por cuanto en este último se consideran ciertas simplificaciones.
4. Una primera propuesta de equilibrado se ha basado en la mera prolongación de las barras, lo que es posible teóricamente, pero poco práctico desde el punto de vista constructivo por sus dimensiones.
5. Para alcanzar el equilibrado real, ha habido que incluir un sistema basado en unos contrapesos móviles (tornillos) que corrige aceptablemente las imprecisiones debidas a las simplificaciones.

11 Bibliografía

[1] Hernández, A. (2011). *Cinemática de mecanismos. Análisis y diseño*. Editorial Síntesis.

[2] Hernández, A.; Agirrebeitia, J.; Pinto, C.; Petuya, V. (2019). *Dinámica de máquinas*, Editorial Síntesis

[3] Bilbao, A.; Amezua, E.; Altuzarra, Ó. (2008). *Mecánica Aplicada: Dinámica*, Editorial Síntesis

[4] Departamento de Ingeniería Mecánica, Energética y Materiales de la Universidad pública de Navarra. (s.f.). *Elementos de Máquinas y vibraciones: Equilibrado de máquinas y mecanismos*. Obtenido de http://www.imac.unavarra.es/web_imac/pages/docencia/asignaturas/emyv/pdfdoc/elemaq/em_equilibrado.pdf

[5] Oliver, J. L. (2014). *Creación Virtual de Mecanismos Planos en Máquinas*. Obtenido de <http://www.upv.es/vltmodels/v2016/02-Cuadrilateros.pdf>

[6] Wikipedia. (s.f.). *Impresión 3D*. Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Impresora_3D