Notas sobre la Combinatoria de Leibniz

Por *MIGUEL SANCHEZ-MAZAS*

I. Consideraciones generales

Vamos a ocuparnos de un problema que ocupa una posición central en la Teoría de la Ciencia formulada por el Racionalismo y está vinculado de modo muy estrecho a la cuestión de los fundamentos del saber *a priori*, preocupación dominante en la Lógica actual. Es el problema de la posibilidad, la suficiencia y las limitaciones esenciales de una Combinatoria de conceptos, tal como fué formulada por Leibniz, en tanto que sistema lógico expresivo de la estructura formal última de la verdad científica y del saber teórico.

De dos maneras puede considerarse y juzgarse una teoría: bien atendiendo a su coherencia interna, al orden racional de sus partes, al encadenamiento de sus conclusiones y a su integridad lógica, bien refiriendo sus conceptos y verdades a los objetos a que alude, o lo que es lo mismo, estudiándola en relación con la supuesta realidad que pretende expresar. Estas dos maneras corresponden a las dos principales formalidades bajo las cuales cualquier teoría científica —y también la Ciencia entera— se nos presenta: como sistema racional completo e independiente y como puente a través del cual un objeto llega o se transmite de algún modo a un sujeto, es decir, como conocimiento, en el sentido tradicional de la palabra.

Consideramos aquí la Combinatoria adoptando la perspectiva señalada en primer lugar. La juzgaremos por lo que es en sí misma, en tanto que esquema lógico coherente, con independencia de la cuestión de su conexión con la realidad de la que intenta entregarnos un aspecto. En otras palabras, nuestro estudio es, fundamentalmente, lógico, antes que epistemológico y ontológico; no nos referimos directamente al ser captado, ni al proceso y caracteres de su captación; sólo nos ocupamos de la estructura interna de la construcción que nos lo manifiesta; medimos la Combinatoria desde ella misma; comparamos su logro con el propósito de coherencia de su autor, o sea, con el arquetipo ideal que éste tenía en su espíritu. Como una obra de arte. Pero no es necesario decir hasta qué punto el aspecto lógico, el ontológico y el epistemológico de una teoría están vinculados.

Tal como fué desarrollada y empleada por Leibniz, particularmente en los ensayos de Cálculo lógico de abril de 1679, la Combinatoria aparece como un grandioso intento por precisar, simplificar y aritmetizar el mecanismo del pensamiento formal —y, al mismo tiempo, de las relaciones objetivas entre las esencias— de un modo realmente unitario y armónico. Leibniz pretende explicar la génesis lógica de los conceptos —sin preocuparse aquí de su génesis psicológica— por medio de un proceso de combinación cuyas leyes formales están tan determinadas como las de la multiplicación de enteros, y que son isomorfas, además, respecto de éstas. A cada concepto se atribuye un número, y la correspondencia lógico-matemática se prosigue después hasta donde es posible.

Esta gran idea leibniziana de atribuir a cada esencia un número característico, para deducir de las leyes de la razón una suerte de cálculo, es considerada, pese a su interés lógico directo y a las importantes consecuencias filosóficas que sugiere, como excesivamente ingenua, simple e inadecuada como base para una representación del universo inteligible, por parte de muchos lógicos escolásticos y modernos. Estos lógicos piensan que la Característica numérica y la Combinatoria fundada en ella son juegos que no aportan nada esencialmente nuevo a la Ciencia lógica, o bien introducen en esta Ciencia un matematicismo deformador, al sustituir un proceso significativo y clarividente por un proceso ciego y puramente mecánico. A esto hay que responder que Leibniz no pierde nunca de vista, a diferencia de tantos logísticos posteriores, el papel meramente instrumental de lo matemático en el tratamiento de los problemas lógicos, y que, en lugar de dejarse arrastrar por la peligrosa intuitividad de lo algebráico, contrasta continuamente, en cada escalón de su teoría, la propiedad de la correspondencia establecida. Lejos de seguir una línea única, el filósofo de Leibniz camina por dos líneas paralelas: Lógica y Matemática, significado e intuición, pensamiento y cálculo proceden a la par. Pero entonces —podrá preguntarse—, ¿en qué consiste la necesidad o utilidad de la representación matemática? En que comunica a la Lógica un rigor, una precisión y un grado de evidencia intuitiva que no podría lograr de otra manera. Y en que esta analogía formal, este paralelismo entre esferas diversas no es para Leibniz un convencionalismo ni un hecho casual, sino una expresión grandiosa de la armonía del Cosmos, entrevista y manifestada de modo primitivo por el pitagorismo.

Nuestra tesis está, pues, de acuerdo con lo que decía David García Bacca —el único español, que sepamos, que ha trabajado con intensidad y aportado resultados originales a la Lógica Matemática—, o sea, que es un error interpretar la Lógica de Leibniz en un sentido puramente formalista. Hay que tener siempre en cuenta —advierte— «el horizonte de ideas metafísicas en que se mueve Leibniz». En otras palabras, los juegos de relaciones que alcanzan tan sencilla expresión matemática en la Combinatoria no lo logran en virtud de un artificio sin fundamento real, sino porque la Matemática está hecha por Dios precisamente para captar el modo en que se despliegan las esencias insertas en lo real. Si para el gran Galileo la Matemática es la lengua en que está escrito el libro del Universo abierto ante nuestros ojos, en cuanto que lo que se nos muestra con certeza tras de la apariencia cualitativa y llena de color del mundo físico siempre son figuras y medidas; si para Descartes y Pascal el método que consiste en no errar es el que procede por intuiciones ciertas y deducciones infalibles, esto es, el método matemático, Leibniz dará un paso más audaz: la estructura misma del mundo conceptual, las conexiones de que tratan las Ciencias del espíritu pueden someterse al número, cuyo carácter cualitativo, claramente intuíble en la teoría de la divisibilidad y en los números primos, es puesto de manifiesto por Leibniz, en oposición a una consideración puramente cuantitativa de la Matemática. Y así, nuestro filósofo señalará cómo en el Universo hay cosas y aspectos que no pueden ser pesados o medidos; pero no hay nada que no admita, de un modo o de otro, algún tratamiento numérico; no hay nada que no soporte el número: «Nihil est quod numerum non patiatur».

Evidentemente, ésta es una tesis metafísica, y no lógica, puesto que consiste en una aseveración acerca de la estructura del Cosmos —y por ende, del Ser—, aseveración que también podría formularse así: el Cosmos tiene una estructura numérica. Así el número es entendido por Leibniz como una verdadera categoría o figura metafísica: «Numerus quaedam figura metaphysica est» —dice—.

Esta creencia da sentido a la Combinatoria y explica el intento leibniziano de aritmetizar la Lógica, no en su aspecto de mera teoría de la consecuencia formal, sino en tanto que concepción total de la verdad. Sabido es que la verdad tiene una vertiente metafísica y otra vertiente lógica: en la primera se presenta como propiedad del ser, en la segunda como propiedad de un juicio. Pues bien, en Leibniz no son claramente separables estas dos vertientes. Su interpretación de la verdad afecta tanto al juicio como al ser. De este modo quedan unidas Lógica y Metafísica en una teoría única, y es a esta teoría a la que se aplica el esquema matemático. Debe hablarse, por consiguiente, de algo más que de una Lógica matemática en Leibniz: lo que hay es una Filosofía matemática general, que abarca la Metafísica y la Lógica. Esto suele ser olvidado con gran frecuencia por los logísticos modernos, que han seguido al Maestro sólo en lo que respecta a una teoría de la consecuencia formal, cayendo así en el nominalismo y el convencionalismo formalista.

Toda la Filosofía de Leibniz aparece así pendiente de su concepción de la verdad: si la verdad posee una estructura matemática, toda su Filosofía la tendrá también. Ahora bien, como define nuestro filósofo la verdad? «Veritas est —dirá— praedicatum inesse subjecto.» La verdad consiste siempre en la inclusión del predicado en el sujeto. Esta definición está aquí formulada en términos lógicos, pero tiene también una versión metafísica: Un ser no es sino la reunión o convergencia de distintos predicados. Así, en la noción perfecta de una sustancia están presentes todos sus predicados pasados, presentes y futuros, dice en el Opúsculo «Primae Veritates»: «Omnis substantia singularis in perfecta notione sua involvit totum universum, omniaque in eo existentia praeterita, praesentia et futura.»

Ahora bien: toda la Filosofía matemática de Leibniz se deriva de haber entendido la relación de inclusión del predicado en el sujeto, no sólo en su aspecto significativo, sino, además, en su aspecto intuitivo y matemático. Leibniz entiende «incluir» en el sentido de «contener»; «estar incluído» en el de «ser interior»; es decir, de un modo geométrico o topológico. Cuando ve que esta forma de intuición es válida para el punto de vista de la extensión, pero no así para el de la comprehensión, pasa a otra intuición distinta, la aritmética. «Incluir» será ahora analógo a «ser divisible» y «estar incluído» será semejante a «ser factor».

En este camino, Leibniz obtiene grandes resultados y ha de ser considerado, sin ningún género de dudas, como el fundador de la Lógica matemática. Sus hallazgos personales y, sobre todo, sus sugerencias, son tan importantes y profundas que, sin ellas, no hubiera sido posible el actual esplendor de los estudios de Lógica Formal, que, reanudados por Boole y De Morgan a mediados del siglo pasado, han alcanzado en los últimos años una intensidad extraordinaria, especialmente por obra de la Escuela Polaca y la Escuela Americana, convirtiéndose en la espina dorsal del pensamiento teórico moderno.

Las investigaciones lógico-matemáticas de Leibniz rebasan, naturalmente, la Combinatoria y los Cálculos lógicos derivados de ella. Pero, salvo las basadas en consideraciones geométricas, cuyo alcance lógico —por otra parte— es limitado, por tener vedado el acceso al aspecto comprehensivo de los conceptos, ninguna de ellas está orientada de un modo tan directo y preciso a la matematización de aquello que constituye la entraña misma de la Lógica: esto es, a una Teoría general de la verdad, del concepto, del juicio y de la demostración.

Es así la Combinatoria, entre todas las investigaciones de este tipo, la que posee un interés lógico permanente. Sin embargo, pese a sus grandes méritos, hay que reconocer que este método de explicación y representación de los términos y las relaciones lógicas constituye un sistema incompleto. Queremos decir con esto que la Combinatoria, cuyos fundamentos son tan claros y ciertos, no fué elaborada y desarrollada por Leibniz de un modo suficiente y adecuado para constituir un esquema completo de Lógica Formal; explicado y representado aritméticamente el concepto, la definición, el aspecto o contenido formal de la verdad de un juicio, en general, la relación de inclusión y sus propiedades formales, las proposiciones universales afirmativas y los silogismos en Barbara, quedan, sin embargo, muchas cuestiones que, si bien intuídas y entrevistas por el filósofo, no fueron por él incorporadas de un modo satisfactorio a su sistema lógico general y, menos aún, a su método de representación aritmética, en el cual encontramos la señal que nos indica siempre en qué medida se ha logrado incorporar un concepto o relación lógica a la Combinatoria.

A nuestro juicio, las deficiencias del sistema leibniziano se muestran, principalmente, en los siguientes puntos:

1. En lo que se refiere a la negación y a los conceptos primitivos, que no se representan en modo alguno en los primeros Ensayos y son representados de forma inadecuada en los últimos, complicando el sistema de los números característicos que pasa de una equivalencia simple concepto-número a una equivalencia concepto-par de números, con lo que la expresión de las relaciones lógicas por medio de ecuaciones pierde la sencillez que antes tenía.

2. En un insuficiente desarrollo del concepto de incompatibilidad y de sus propiedades formales, cuestión fundamental en una Teoría del juicio basada en el aspecto de la comprehensión.

3. En una expresión complicada e imperfecta —en algún lugar, incluso errónea— de las proposiciones particulares afirmativas.

4. En la relativo a la representación aritmética de la noción de una sustancia individual y de las proposiciones contingentes, para lo cual había, sin embargo, suficientes elementos implícitos en su concepción lógica general.

5. En la ausencia de una teoría unitaria de la extensión, la comprehensión y el universo del discurso, acomodada a los caracteres de la Combinatoria.

6. Finalmente, y este es un problema fundamental, en la falta de unos criterios que decidan del modo de incorporación o determinación lógica de los conceptos simples.

Como hemos dicho, la Combinatoria de Leibniz ha sugerido multitud de sistemas lógico-matemáticos, y sus diversos elementos han sido empleados por los lógicos modernos en nuevos Cálculos. No conocemos, sin embargo, ningún trabajo encaminado a completar y perfeccionar el sistema leibniziano, según la misma perspectiva originaria. Esta tarea sería importante, en nuestra opinión, por las siguientes razones:

1. Porque la Combinatoria es, entre todos los esquemas lógico-matemáticos, el más apto para sistematizar el pensamiento lógico clásico. Sus fundamentos arrancan de la Lógica aristotélica, su orientación general se basa en una concepción metafísica y realista, en contraste con el punto de vista dominante en la Lógica moderna, en que el formalismo matemático no parte de ningún supuesto ni significación lógica previa.

2. Porque, dentro de la orientación tradicional adopta la perspectiva que consiste en dar prioridad al aspecto comprehensivo del concepto, a diferencia también de la mayor parte de los sistemas actuales que toman la extensión como lo propiamente determinativo del concepto, y edifican todas las relaciones sobre este aspecto.

3. Por su gran simplicidad, ya que todas las relaciones lógicas se reducen, en definitiva, a la inclusión, relación principal que basta para explicar todo el universo lógico.

Queremos señalar, pues, aquí, la posibilidad de un sistema combinatorio suficiente y coherente como Teoría de la Ciencia Formal.

Debe intentarse perfeccionar y completar la Combinatoria de Leibniz, respetando la perspectiva originaria en que su autor se colocó. Muchas críticas se han hecho al sistema lógico leibniziano. Unas son generales y afectan a los principios mismos. Otras son particulares y se refieren a su carácter incompleto y a las eventuales faltas de unidad y coherencia interna. Entre las más importantes de esta clase se encuentra la de Couturat, el gran estudioso francés de la Lógica leibniziana. En lo que se refiere al problema de integridad o de completicidad de la Combinatoria, la crítica de Couturat es esta: La multiplicación lógica no es la sola operación importante; falta la representación matemática de la alternativa o suma lógica, así como de la negación. En la falta de estas representaciones cifra Couturat en gran parte los defectos del sistema. A ésto contestaremos que, por lo que hace a la negación su crítica es certera; pero respecto de la alternativa hay que objetar que la perspectiva adoptada por Leibniz en su sistema se funda en el intento de representar matemáticamente, ante todo, los caracteres formales de la génesis objetiva —valga la palabra— de los conceptos, para derivar luego de ellos todas las relaciones lógicas. Ahora bien: un producto o combinación de dos conceptos —como, por ejemplo, *polígono regular*— es un verdadero concepto nuevo, mientras que una alternativa —tal como *hombre o piedra*— no siempre lo es, según Leibniz, quien admite toda génesis comprehensiva no contradictoria, pero no cualquiera extensiva. Esta es una muestra del anti-nominalismo leibniziano.

Hace también Couturat una objeción general o de principio, que consiste, precisamente, en rechazar el punto de vista de la comprehensión, como inadecuado para un tratamiento matemático. En efecto, ¿cómo expresar el hecho de la incompatibilidad de dos esencias —pongamos un ejemplo: corporeidad y simplicidad— suerte de repulsión metafísica —dice— tan distinta de la mera exterioridad mutua de dos conjuntos de objetos, a que se reduce la negación universal formulada en términos de extensión? Hemos criticado detenidamente, en un estudio, la objeción del investigador francés, demostrando que extensión y comprehensión son puntos de vista estructuralmente idénticos en un cierto nivel estructural, aunque distintos en un nivel correspondiente a un análisis más fino. Aquí nos limitaremos a rechazar la perspectiva general de Couturat y de otros lógicos, como Marcel Boll, que extremando la actitud extensivista, hacen caer la Ciencia en un nominalismo radical y reducen el saber a un pura, convencional creación del hombre en lugar de considerarlo, a pesar de la crisis de un racionalismo realista absoluto, como una expresión —más o menos perfecta— de la realidad, según testimonia el íntimo convencimiento de la mayoría de los sabios.

Nos parece conveniente —y lo estamos intentando— deducir un perfeccionamiento y simplificación de la Combinatoria, como una consecuencia implícita en las tesis fundamentales de Leibniz. Así lo creemos posible, salvo en lo que se refiere a la solución del problema fundamental de los conceptos simples, para la cual habría que hacer intervenir la idea esencial de la Axiomática de Hilbert: La definición implícita de los conceptos. En ésta puede encontrarse respuesta a una cuestión que decide de la suficiencia racional de la Combinatoria como esquema científico, y es ésta: cómo pueden determinarse racionalmente conceptos simples, sin emplear las definiciones clásicas, que los convertirían en compuestos. Pero la Axiomática nos dirá también cómo la integridad de la Combinatoria en tanto que sistema eficaz en la Ciencia supone su reducción a cierto género de conceptos: los que llamaremos conceptos estructurales puros, o simplemente estructurales.

Se llegaría, de este modo, a una síntesis de dos importants métodos de la Ciencia racionalista, sin duda los más claros y originales que se han inventado para sistematizar con rigor matemático los conceptos.

Distanciados dos siglos en el tiempo, estos dos métodos se hallan, no obstante, extraordinariamente próximos en el propósito, y vienen a completarse mutuamente. Obra de dos matemáticos, Leibniz y Hilbert, deben ambos la ocasión de su nacimiento científico al intento de lograr un perfecto orden lógico en la Geometría: sobre ambos se proyecta, por lo tanto, la inmensa sugestión secular de los «Elementos» de Euclides.

II. Situación y valor de la Combinatoria dentro del programa racionalista leibniziano

La idea de la unidad racional del saber se formula, en los comienzos de la Edad Moderna, bajo el signo de la «Matemática Universal» de Descartes. Este ideal se elabora de nuevo en la mente de Leibniz, con la participación de los elementos que hemos visto, y se concreta entonces en un programa tan vasto y ambicioso, que difícilmente hallará parangón en toda la Historia de la Filosofía.

El programa abarca, como etapas distintas, cuatro propósitos fundamentales, que se simbolizan en los nombres de la *Encyclopedia*, la *Combinatoria*, la *Characteristica* y el *Cálculo lógico.*

Cada uno de estos propósitos parciales sólo adquiere su pleno sentido, dentro de la concepción leibniziana, cuando se le relaciona con los demás. Cada uno de ellos supone, en sus comienzos, que alguno de los restantes ha sido logrado por completo. Y es precisamente esta circunstancia, expresión circular de la limitación del entendimiento humano, la que explica el fracaso de la gigantesca empresa.

Puede considerarse el saber como constituído por todas las posibles proposiciones verdaderas. Esas proposiciones forman, para el Racionalismo realista, un sistema en sí mismo bien determinado, aunque conocido sólo en parte por una inteligencia humana concreta. Explicaremos el intento de Leibniz diciendo que está basado en le pretensión fundamental de *reducir por entero dicho sistema —el sistema de la Ciencia— a las consecuencias que pueden deducirse de un corto número de definiciones.* Cada definición presenta el análisis de un concepto, en virtud del cual se le resuelve en las notas —o conceptos simples— que componen su comprehensión. Leibniz supone que una tal descomposición es, para cada concepto, única, con lo cual se debe llegar a una colección bien definida de nociones primitivas, a la que puede darse el nombre de «alfabeto de los pensamientos humanos».

La tarea preliminar en el gran problema de la racionalización del saber se presenta, así, como una tarea de análisis, cuyo resultado final es la *Encyclopedia,* o catálogo de las definiciones básicas, en virtud de las cuales los conceptos se resuelven en otros más simples, y éstos en otros, hasta quedar fundado todo el edificio conceptual de la ciencia en algunas nociones indefinibles, o absolutamente simples, que no admiten ulterior reducción. Nuestro filósofo supuso, en un principio, que dichos conceptos simples serían muy pocos. Después, declara, en varios textos, que su número es infinito.

Tenemos ejemplos interesantes del intento leibniziano de una *Encyclopedia.* El más extenso y valioso es una tabla de definiciones, compuesta en los años 1702-1704, de la cual existen dos copias en la Biblioteca Real de Hannover, una de mano de Leibniz y otra de mano de Hodann, secretario del filósofo en aquella sazón, la cual ha sido editada por Couturat entre los opúsculos. Esta tabla contiene definiciones de los más variados conceptos, casificados con arreglo a una concepción jerárquica: están incluídas las principales nociones de la Matemática y de la Física, así como las relativas al mundo orgánico, a las facultades humanas, a las percepciones, colores, sabores y todo género de accidentes. Mas, a pesar de sus esfuerzos, Leibniz se vió desbordado —como era de esperar— por la riqueza del mundo conceptual y la complejidad de las relaciones entre las ideas. De este modo, la *Encyclopedia* quedó sin terminar.

Por otra parte, la idea de un sistema completo de definiciones, basadas en conceptos simples, encuentra dificultades bastante más profundas que las de orden práctico que se derivan, en definitiva, de la finitud e imperfección de la vida humana. En efecto, hay, ante todo, dificultades de orden teórico que consisten, principalmente, en la necesidad de resolver los siguientes problemas:

1. Si hay conceptos simples en sí mismos o si, por el contrario, la simplicidad es siempre un carácter relativo a la perspectiva en que el entendimiento se coloca, en cada caso. En otras palabras: si la división de los conceptos en simples y compuestos está fundada en algún criterio objetivo o es una división convencional; pues, en este caso, la elección de los conceptos simples deberá hacerse, en cada materia científica, con arreglo a una consideración distinta de conveniencia y no habrá una razón definida para establecer un cierto sistema de conceptos simples, con preferencia a otro, como sistema ideal para la ciencia entera. Esta consideración hace variar, por completo, el valor filosófico y práctico de la *Encyclopedia*.

2. En todo caso, ¿puede admitirse la idea de un número finito de conceptos simples, o bien, por depender éstos de una facultad creadora del entendimiento humano, en lugar de estar ya determinados, como sucede en una concepción realista platónica, es imposible poner un límite fijo a su multitud? Si aceptamos esta segunda solución, la enumeración completa de todos los conceptos simples no podrá hacerse y el «alfabeto de los pensamientos humanos» será irrealizable, no sólo en la práctica, sino aún en la teoría; con lo cual la *Encyclopedia* carecerá de una base definitiva.

3. Aun no teniendo en cuenta las dificultades anteriores y supuesto determinado y finito el sistema de los conceptos simples, ¿no presupondría su conocimiento por el hombre la posesión previa de la Ciencia entera? Porque, hasta que la última proposición científica no hubiera sido analizada, no podría asegurarse, en rigor, que todos los conceptos simples habían sido considerados; ya que, en el movimiento del conocer, en cualquier instante puede aparecer ante la mente un concepto nuevo. La experiencia es, en efecto, una fuente inagotable de nuevas cualidades. En este caso, aquello que, en el esquema de Leibniz, debía ser lo primero resulta, de hecho, lo último. Si para iniciar el desarrollo racional de la Ciencia hubiera que esperar a tener previamente el cuadro completo de sus conceptos simples estaríamos aún en la prehistoria del pensamiento científico.

A pesar de estas dificultades que debieron aparecer claras ante la mente de Leibniz, el filósofo de Leipzig manifestó siempre, a lo que parece, una ingenua confianza en los presupuestos filosóficos implicados en su ideal de una *Encyclopedia* que resolviese todas las nociones en nociones absolutamente simples. En lo que debía ser el prefacio a tan gigantesco y utópico proyecto, fragmento cuya fecha, desgraciadamente, se ignora, encontramos las siguientes palabras:

«Constat non tantum Veritates in rerum natura et mente Autoris DEI omnium conscii esse determinatas, sed etiam *determinatum esse quid a nobis ex notitiis quas habemus colligi possit,* sive absoluta certitudine, sive máxima quae ex datis haberi possit probabilitate.»

Establecida la concepción leibniziana de la definición como análisis del concepto en sus elementos simples, interesa ahora explicar de qué modo toda forma racional de conocimiento se apoya, según Leibniz, sobre esa base. En primer lugar, la demostración se reduce siempre, en su pensamiento, a una cadena de definiciones: «Ego semper putavi —dice en una carta dirigida a Conring en 1678— Demonstrationem nihil aliud esse quam catenam definitionum, vel, pro definitionibus, propositionum jam ante ex definitionibus demonstratarum aut certe assumtarum. Analysis autem nihil aliud est quam resolutio definiti in definitionem, aut propositionis in suam demonstrationem...» Demostrar una verdad consiste, por lo tanto, para nuestro filósofo, en analizar sus términos mediante definiciones y los términos resultantes en virtud de definiciones nuevas, hasta llegar a un punto en que aparezca la inclusión del predicado de la verdad dada en su respectivo sujeto. Ejemplo claro y sencillísimo de esta idea es la demostración, por nosotros estudiada y criticada en un trabajo (*) publicado en el número 2 de THEORIA, que en el libro IV de los «Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano» da Teófilo de la verdad matemática $2 + 2 = 4$, basándose exclusivamente sobre definiciones.

No obstante, la demostración no supone siempre un análisis de la verdad en cuestión hasta llegar a los elementos simples: la inclusión del predicado en el sujeto puede, por el contrario, manifestarse antes de llegar a ese punto: «Es muy difícil llegar al término del análisis de las cosas —dice Leibniz—, pero no es tan difícil terminar el análisis de las verdades de que se precise. Porque el análisis de una verdad está acabado cuando se ha encontrado su demostración, y no es siempre necesario terminar el análisis del sujeto o predicado para hallar la demostración de la proposición. Lo más frecuente es que el comienzo del análisis de la cosa sea suficiente para el análisis o conocimiento perfecto de la verdad que se conoce de la cosa.»

Con esta observación, el filósofo responde, según señala Couturat, a la dificultad de Pascal en su tratado *De l'esprit géometrique,* relativa a la demostración, la cual consistía en negar que pudiera demostrarse algo «absolutamente», pues

(*) *Los juicios de la Metemática y el modo de existencia de sus objetos,* THEORIA, núm. 2, págs. 60-70.

habría que remontarse de modo indefinido de principio en principio sin encontrar nunca el principio primero.

Hemos considerado con ésto brevísimamente el papel fundamental del análisis en el esquema general leibniziano del saber. Consideremos ahora en qué consiste para Leibniz la síntesis. Como es sabido, estas dos operaciones del espíritu significan para la mentalidad racionalista los dos sentidos, opuestos y complementarios, del proceso del conocimiento: resolución de lo complejo en lo simple y recomposición, a partir de los elementos simples, de lo complejo. En el *Discurso del método*. Descartes enuncia, referidas al pensamiento, en general, las dos reglas del análisis y de la síntesis —que son, respectivamente, la segunda y la tercera de las cuatro reglas fundamentales—, como sigue:

«La segunda dividir cada una de las dificultades examinadas en tantas partes como se pudiere, lo cual sería un requisito para conocerlas mejor.»

«La tercera dirigir ordenadamente mis pensamientos comenzando por los objetos más simples y más fáciles de conocer, para remontarme poco a poco, como por escalones, hasta el conocimiento de los más compuestos, suponiendo hasta un orden entre aquecos que no se preceden de ningún modo, naturalmente, unos a otros.»

Estos conceptos generales de Descartes, que el filósofo francés no concretó nunca en una mecánica rígida del pensamiento, alcanzan, sin embargo, en Leibniz un grado de verdadera precisión matemática. El análisis de los conceptos se establece como una operación exacta, de resultado único, análoga a la descomposición de un número en sus factores primos. La síntesis aparece también de una manera enteramente nueva y original: la *Combinatoria*.

La idea de una *Combinatoria Universal* de conceptos representa una aplicación del dinamismo creador de la Matemática a la Filosofía, y constituye una renovación de la Lógica, reducida por el aristotelismo —y aun por el cartesianismo— a una consideración estática de las relaciones entre los términos. El papel fundamental de la *Combinatoria*, dentro del sistema de la Ciencia, consiste, en un principio, para Leibniz en la resolución de estas dos cuestiones:

1.º Dado un sujeto, ¿cómo hallar, ordenadamente, todos sus predicados posibles?

2.º Dado un predicado, ¿cómo hallar, con el mismo orden, todos sus sujetos posibles?

El solo planteamiento de estos problemas indica ya que el arte que ha de resolverlos no puede ser un arte de meras comprobaciones o constataciones, como es, en su mayor parte, la Lógica clásica aristotélica, sino, por el contrario, ha de ser un arte de progresión hacia verdades nuevas, antes no conocidas ni intuidas. En el lenguaje de Leibniz, la *Combinatoria* no se limitará a ser un «ars judicandi» —arte de juzgar— sino que será un «ars inveniendi» —arte de encontrar, de descubrir, de inventar—. «Est ars quaedam condendi theoremata» —dice en un escrito sobre el método combinatorio, de alrededor de 1680—. «*Combinatoria* non semper demonstrativa est sed saepe agit variis divinationibus et tentamentis.»

Pero veamos de qué modo puede la *Combinatoria* abordar las dos cuestiones propuestas. Como punto de partida supone establecidas las definiciones de todos los conceptos o lo que es lo mismo, realizada su descomposición en conceptos simples, objeto, como hemos dicho, de la *Encyclopedia*. Supongamos un concepto en el papel de sujeto del cual queremos hallar todos los predicados posibles. Llamemos a este concepto A y sean las notas simples en que se resuelve su comprensión A_1, A_2...,A_k (en total, un número k de notas). Pensemos que cualquier predicado que convenga al sujeto A debe estar, necesariamente, según la tesis de Leibniz, incluído en su comprehensión. Ahora bien, un predicado cualquiera o es un concepto simple o es un concepto compuesto. Si es simple debe ser uno de los A_1, A_2..., A_k, puesto que estos son los únicos conceptos simples incluídos en la comprehensión de A, ya que el modo de la descomposición es único. Si es compuesto, estará formado por conceptos simples incluídos en la comprehensión de A, pues si contuviera alguno exterior a A, él mismo ya no convendría como predicado a dicho A: en consecuencia debe ser una combinación de los A_1, A_2..., A_k. En resumen, todo predicado de A será o una de sus k notas simples o una combinación de dos, tres... (k-1) de ellas El total de estos predicados será, pues, el número de las combinaciones sin repetición que puedan hacerse con k elementos tomados de uno en uno, de dos en dos, hasta de (k-1) en (k-1). En total: 2^k-1.

La segunda cuestión se plantea de un modo enteramente análogo. La única diferencia consiste en que aquí es necesario tener en cuenta el número total de concepto simples que figuran en nuestro sistema de la ciencia. Designemos este número por n. (Aquí tenemos ya una dificultad grave si el número de conceptos simples es infinito).) Sea ahora un predicado B, cuya comprehensión esté constituída por las notas simples B_1, B_2..., B_k. Cualquiera de sus sujetos posible le incluirá comprehensivamente y, como consecuencia, incluirá también sus k notas: todas las combinaciones que incluyan comprehensivamente esas k notas serán, recíprocamente, sujetos de B. ¿Cuáles son esas combinaciones?: todas las que puedan formarse con los k elementos B_1, B_2..., B_k fijos y los n-k restantes de la ciencia tomados de uno en uno, de dos en dos, etcétera. Supuesto que la parte fija no altera el resultado, dichas combinaciones son tantas como pueden hacerse con n-k elementos, tomados de uno en uno, de dos en dos..., etc. En total: 2^{n-k}—1. Se supone aquí que todos los conceptos simples son compatibles entre sí, cosa no cierta si se admite —como hace Leibniz en diversos textos— los conceptos negativos.

Vemos cómo la *Combinatoria* se basa, por un lado, en la descomposición previa de los conceptos en sus elementos simples, o sea, en el análisis. Digamos ahora que, por otro lado, también se basa en la *Characteristica*. Lo explicaremos brevemente.

Hemos afirmado que el ideal de una «Mathesis Universalis» sufre una transformación importante al pasar de Descartes a Leibniz. Una de las perspectivas en que es posible colocarse para juzgar de la diferencia de actitud intelectual entre los dos filósofos es la siguiente: Descartes toma, de modo principal, de las Matemáticas, el método que procede por evidencias y deducciones; el método que establece postulados indudables y, fundándose en ellos, demuestra lógicamente los teoremas. Pero esto no constituye toda la esencia de la Ciencia Matemática. Queda otro elemento importantísimo que contribuye de modo sustancial a la certeza de ese saber: dicho elemento es el empleo de símbolos, los que hacen del razonamiento matemático un movimiento que es algo más que deductivo: que es mecánico. Vano sería, sin tal soporte material imaginativo, intentar el logro de un automatismo semejante en certeza a aquel que concluye acerca de la igualdad de dos figuras —de dos segmentos, por ejemplo— apoyándose en una construcción gráfica, con regla y compás, en virtud de la cual una medida determinada se translada, podríamos decir, permaneciendo igual a sí misma: o acerca de la identidad de dos expresiones algebraicas apoyándose en el paso legítimo de un término de un miembro a otro. Aquí no se da el asentimiento a una verdad gracias a unas leyes lógicas solamente, sino también —y, a veces, de modo exclusivo— gracias a unas leyes de la intuición, de la imaginación, aunque se trate de una imaginación tan abstracta como es la imaginación algebráica.

Precisamente esta consideración de la Matemática se halla en primera línea en el pensamiento de Leibniz. También sobre el valor de la imaginación en el razonamiento —lo admitimos— había hablado Descartes: pero, en primer lugar, *sus consideraciones se habían limitado siempre a la extensión y a las figuras*. Esto aparece claro en las reglas de la segunda parte de su tratado «Regulae ad directionem ingenii»; así, la regla XIV dice: «La misma cuestión debe ser referida a la extensión real de los cuerpos y representada totalmente a la imaginación por puras figuras; pues así será percibida por el entendimiento con mucha mayor distinción.»

Más adelante añade: «Pero si queremos imaginar también entonces alguna cosa, y servirnos, no del entendimiento puro sino del entendimiento ayudado por las imágenes dibujadas en la fantasía, se debe notar finalmente que nada se dice de las magnitudes en general que no pueda referirse también a cualquiera en especial. De donde es fácil concluir que no aprovechará poco translasdar lo que veamos que se dice de las magnitudes en general a aquella especie de magnitud que se grabe en nuestra imaginación con más facilidad y distinción que todas las otras; ahora bien, que esta magnitud es la extensión real de los cuerpos, abstracta de todo, excepto de que es figurada, consta por lo dicho en la regla XII, donde vimos que la imaginación misma con las ideas en ella existentes no es otra cosa que un verdadero cuerpo real extenso y figurado.» Finalmente, la importancia atribuída por Descartes a las figuraciones extensivas puede deducirse del siguiente pasaje: «Por lo que toca a las figuras, ya se manifestó más arriba cómo por medio de ellas solas pueden formarse las ideas de todas las cosas, y queda por advetir en este lugar que de sus innumerables especies diferentes sólo utilizaremos aquí aquellas con las que se expresan muy fácilmente todas las diferencias de las relaciones o proporciones.»

En segundo lugar, *Descartes sólo alude a la imaginación de carácter matemático como «auxiliar» del pensamiento*: pero no la introduce como parte integrante del pensamiento lógico mismo, ni aplica directamente el instrumento matemático, en lo que tiene de cálculo mecánico, a la resolución de problemas de la Lógica o la Filosofía.

En ambos puntos es enteramente distinta la actitud de Leibniz. Este filósofo reconoce plenamente la importancia de los esquemas intuitivos de la Matemática, de cualquier clase que sean: no sólo de los geométricos, por consiguiente, sino también, y de modo muy particular, de los aritméticos y algebraicos. Por otra parte, los aplica a la Lógica y a la Filosofía no meramente como auxiliares sino también como vehículos del pensamiento aunque sin dejar de contrastar los resultados por este camino obtenidos buscando una evidencia significativa y lógica.

Leibniz define la Matemática en diversas ocasiones como Ciencia de la imaginación. Así, en una nota de hacia 1683, se expresa acerca de las principales Ciencias del siguiente modo:

«Lógica est scientia generalis.

Mathesis est scientia rerum imaginabilium.

Metaphysica est scientia rerum intellectualium.

Moralis est scientia affectuum.»

En otro fragmento, titulado «Elementa nova matheseos universalis» define la Matemática universal como sigue:

«Mathesis universalis tradere debet Methodum aliquid exacte determinandi per ea quae sub imaginationem cadunt, sive ut ita dicam Lógicam imaginationis. Itaque hinc excluditur Metaphysica circa res pure intelligibiles, et cogitationem, actionem. Excluditur et Mathesis specialis circa Números, Situm, Motúm».

He aquí, pues, cómo la Matemática —ya como Ciencia especial, ya como método universal— se apoya en la imaginación: en ella radica su potencia, así como sus limitaciones. Pero, ¿cuál es el ámbito de aplicación de «lo matemático», así caracterizado? ¿se reduce, acaso, a la cantidad? De ningún modo —dirá Leibniz—: «Imaginatio generaliter circa duo versatur, Qualitatem et Quantitatem, sive magnitudinem et formam; secundum quae res dicuntur similes aut dissimiles, aequales aut inaequales. Et vero similitudinis considerationem pertinere ad Mathesin generalem nom minus quam aequalitatis, ex eo patet quod Mathesis specialis, qualis est

Geometria saepe investigat figurarum similitudines.»

Aceptada la posibilidad de aplicar la Matemática, en lo que tiene de esencial, dentro del mundo de la cualidad y de las «semejanzas» o «analogías», se plantea ahora el problema de cómo introducir en ese mundo, y especialmente en el terreno lógico y filosófico, el «hilo de Ariadna», según expresión del mismo Leibniz, que permita entrar a los razonamientos matemáticos; o sea, los signos, símbolos o caracteres propios del pensar imaginativo. En una palabra, lo que se busca es la *Characteristica Universalis*.

Si ese hilo conductor se encontrara, el panorama general del saber cambiaría: «Si la poseyéramos tal como yo la concibo —la Característica— podríamos razonar en Metafísica y en Moral poco más o menos como en Geometría y en Análisis, porque los caracteres fijarían muchos pensamientos, demasiado vagos y variables en estas materias, donde la imaginación nada nos ayuda, si no fuera por medio de los carácteres.» Se trata en primer lugar, como vemos, de «fijar los pensamientos» por medio de signos apropiados, para inventar después una mecánica de los signos mismos que represente la mecánica de la mente de un modo preciso.

Sólo cuando este propósito se haya logrado podrá tener sentido la *Combinatoria*: al ser esta Ciencia propiamente matemática, exige un lenguaje apropiado, una expresión precisa, invariable y simbólica de los conceptos sobre los que debe operar. Y, en efecto, los primeros ensayos de una *Combinatoria* (el opúsculo famoso titulado «De arte combinatoria», de 1666, época de la primera juventud de Leibniz) estaban ya vinculados a una Característica: que era ya la más sencilla y apropiada que Leibniz pudo concebir, la que atribuye a todo concepto un número.

Cada Característica distinta supone finalmente unas reglas distintas de manejo de caracteres: en otras palabras, un Cálculo lógico. Gracias a él podrán fijarse simbólica o matemáticamente todas las operaciones fundamentales del pensamiento, las proposiciones, las definiciones, los silogismos, etc. Queda, pues, explicado el papel de la *Encyclopedia*, la *Combinatoria*, la *Characteristica* y el *Cálculo* como etapas fundamentales del ambicioso programa racionalista.

Podemos entender el Racionalismo, en suma, después de Descartes y de Leibniz, como el intento extremo de extender a la ciencia entera, de un modo o de otro, la forma peculiar del saber matemático, modelo, desde sus comienzos, del saber perfecto. Si nos limitamos a las dos primeras y fundamentales fases de este intento, diremos que la fase cartesiana está representada por la pretensión de reproducir, en la edificación de todo nuestro conocimiento, las reglas que rigen la arquitectura de la ciencia exacta y la aseguran como saber bien fundado. El modo o versión cartesiana del racionalismo se dibuja sobre la planta y el alzado de los «Elementos» de Euclides y concluye con el ideal, ya reciente, de una ciencia enteramente axiomatizada.

La fase leibniziana se caracteriza, sin embargo, por una intuición más segura y profunda de la esencia de lo matemático: no se reduce a la contemplación de la ciencia exacta como orden ya logrado, en acto, sino que aspira a recoger y a transmitir al pensamiento entero el íntimo dinamismo, el ritmo del proceso intuitivo, o mejor —si se permite una metáfora— la música misma de la Matemática.

Leibniz pretende comprobar si es posible la adaptación —ya intentada por el pitagorismo— del conocimiento esencial de las cosas, o sea, de la Filosofía, al modo de expresión o lenguaje de la Matemática, a su mecánica de sustituciones, equivalencias, descomposiciones, combinaciones y comparaciones. Su afirmación preliminar es que esta mecánica no está vinculada necesariamente al tratamiento de cantidades. ¿Quién dice que, siempre que se le prepare convenientemente el terreno, siempre que se sepan elegir las notas o caracteres apropiados —y en esta elección consiste la *Characteristica*— la música matemática no ha de sonar armoniosamente también en el mundo de las cualidades, como suena en la región de los números? ¿Quién dice que en aquella mecánica no se ha de encontrar, mejor que en el esquema estático de las categorías aristotélicas, la verdadera clave de las relaciones entre los conceptos, la ley que reduzca a su verdadera unidad el universo inteligible?

Con estas consideraciones llegamos al corazón de la «Matemática Universal» leibniziana, la *Combinatoria*. Supuesto un sistema de signos apropiados para caracterizar todos los conceptos, el arte de las combinaciones, el elemento sintético y creador de la Matemática, revelará el mecanismo intelectual que relaciona entre sí las esencias, haciéndolas depender unas de otras.

Hay en el juego combinatorio no solo un poder inigualable de representación lógica, sino, al mismo tiempo —y ésto es lo más importante— una gran aptitud de penetración en los problemas metafísicos mismos. No quería reducirse Leibniz a una mecánica de signos, sin trascendencia fuera del terreno imaginativo, o sea, en la realidad: a través de esa mecánica de signos pretendía descubrir las leyes de combinación de las esencias, cuyo carácter afecta, por un lado, al modo de ser de la realidad metafísica, en la que aquellas esencias se hallan insertas; y, por otro, al modo de ser de nuestro conocimiento, cuyo alcance y limitaciones dependen, precisamente, de las limitaciones implícitas en la *Combinatoria* de conceptos. Por otra parte, en las formas de depender las esencias y cualidades, que el arte de las combinaciones, aplicado a los principios primeros de la Lógica, ilustra, ¿no se contienen los criterios para decidir acerca de la necesidad y contingencia de las verdades, y acerca del modo de ser concebidas las sustancias individuales, criterios que constituyen parte principalísima de la Metafísica y de la Teoría del Conocimiento?

Considerados como muestras particulares de la aplicación del formalismo matemático al pensamiento lógico y filosófico, los Cálculos lógicos basados en la *Combinatoria* ofrecen, entre todos los demás cálculos lógicos construídos por Leibniz, la perspectiva más interesante para la Filosofía, cifrada en el intento de operar matemáticamente, no en el dominio de los conjuntos de objetos al que se refiere el aspecto de la extensión de los conceptos, sino en la región de las cualidades, aludida en la consideración comprehensiva de los mismos.

Los modernos Cálculos lógicos, extraordinariamente desarrollados en su aparato simbólico y formal, se basan preferentemente —como es sabido— sobre el aspecto extensivo. Por otra parte, se han independizado, como técnicas aisladas, de todos aquellos problemas no rigurosamente lógicos sino de carácter filosófico general, metafísico y aun teológico a los que se hallaron tan vinculados en su origen, en el pensamiento de Leibniz. Nadie piensa que estos Cálculos puedan tener relación —como aquellos— con el principio metafísico de los indiscernibles o con el conocimiento que tienen el hombre, por una parte, y Dios, por otra, de la noción de una sustancia individual. Esto indica que la Lógica matemática ya no es Filosofía, por lo menos en un sentido tan profundo y verdadero como lo fué cuando era «Mathesis Universalis». La dirección más importante del pensamiento de Leibniz, que aspiraba a fundir Filosofía y Matemática en un saber único, racional e imaginativo a la vez, mecánico pero, no obstante, relativo a cualidades, no ha sido seguido.

Ha quedado la *Combinatoria* como un misterioso arcano sin descifrar, como un juego utópico y genial, como una clave para iniciados, semejantes a la cábala hebraica —«Vera Cábala» la llamó su autor—, mientras que se trata de una verdadera Ciencia, de una verdadera Filosofía, capaz de entregarnos una imagen del mundo inteligible llena de significación.

El problema de expresar el mundo conceptual a través del dinamismo preciso de una matemática no ha sido aún resuelto por la Filosofía y, tal vez, ni siquiera planteado con exactitud y generalidad. Se supone, tal vez acertadamente, que debe haber un límite para el poder expresivo de la Matemática. Con ésto se considera concluída la cuestión. Pero donde se halle ese límite, en verdad, es asunto sobre el que no se ha dicho nada definitivo. Tal vez no sea fácil decirlo mientras no se explique con anterioridad qué es aquello que, propiamente, caracteriza a la Matemática: si el simbolismo, el método formal, la intuición del orden y de la medida, o todas estas cosas reunidas, o alguna más. Mientras tanto, y revestida cada vez de uno de sus aspectos, la «Mathesis Universalis» continúa influyendo en el pensamiento filosófico, en el que no ha cesado de estar presente desde Pitágoras y Platón. Muchos de sus problemas yacen, no obstante, en el olvido y, entre éstos, quien sabe cuántos esperan ser descubiertos en la Biblioteca Real de Hannover.

Juzgando por lo que conocemos, lo más importante de la Lógica matemática de Leibniz serán siempre las ideas contenidas en germen en su gran opúsculo titulado «*De Arte Combinatoria*», obra de los veinte años de Leibniz. Los Cálculos lógicos basados en la descomposición de los conceptos en sus elementos simples, a los que hemos aludido como a los más importantes, por situarse en la verdadera perspectiva lógica del concepto —la comprehensión— a diferencia de los que se fundan en la resolución del concepto en individuos, pueden considerarse continuaciones, e intentos de perfeccionamiento de aquella original creación juvenil. Lo fundamental de dichos Cálculos lógicos se encuentra en seis escritos de abril de 1679, posteriores, por consiguiente, en trece años, al ensayo preliminar. Las cuestiones que se plantean con ocasión de su elaboración en la mente de Leibniz afectan profundamente a la Lógica, a la Teoría del conocimiento y a la Metafísica. Tal vez todas las posibles consecuencias implícitas en esas cuestiones no fueran previstas por el filósofo, y de todas maneras, la dispersión de los escritos leibnizianos y de las ideas dentro de los escritos es tan grande que resulta acaso más fácil reelaborar particularmente esas consecuencias que perseguirlas por todas las bibliotecas, principalmente en la hannoveriana, entre la muchedumbre de opúsculos, fragmentos y cuartillas de Leibniz, relativos a los más variados asuntos que pueden imaginarse.

«*De Arte Combinatoria*» es una muestra del método leibniziano aplicado a la Geometría. Su fundamento consiste en la división de todos los conceptos geométricos en distintas clases. La primera clase está constituída por veintisiete conceptos simples, a cada uno de los cuales se atribuye un número característico. Los conceptos de las clases restantes están simbolizados cada uno por una fracción distinta, cuyo denominador es el número de la clase y cuyo numerador es el número de orden de cada concepto, dentro de su clase. Los conceptos de las clases superiores a la primera son definidos, tomando como base para estas definiciones, o bien conceptos de la primera clase (simples), o bien, al menos, de clases inferiores a la clase del definido (o sea, más simples que éste).

Un concepto de la clase n es un concepto que se resuelve, por sucesivos análisis, en n conceptos simples. Las definiciones de «*De Arte Combinatoria*» no llegan siempre hasta los conceptos simples, pero la división en clases permite la descomposición total de un concepto, en el momento en que se quiera, por sucesivas reducciones a conceptos de clases cada vez más bajas, hasta llegar a la primera.

El número de un concepto se iguala simbólicamente, en la definición, al producto, también simbólico, de los números correspondientes a los conceptos en que se resuelve su esencia. Con los números característcios no pueden operarse aún, en este primer ensayo de *Combinatoria*, aritméticamente, o sea, teniendo en cuenta su verdadero valor, pues la «característica» elegida no lo permite. Es éste un defecto importante al que hay que añadir el que consiste en el empleo de algunas palabras en las definiciones simbólicas (conjunciones, preposiciones, la negación), con lo cual la pretendida reducción a los conceptos simples, por mera descomposición no se logra siempre tan completamente.

A pesar de los defectos señalados, en la obra de 1666 están implícitos, puede decirse, todos los Cálculos lógicos posteriores, condensados en los siguientes principios fundamentales:

1. Todo concepto puede ser resuelto en conceptos simples.
2. Esta resolución es única.
3. Un mismo concepto es susceptible de diversas expresiones, según que se combinen, de un modo o de otro los términos simples que entran como factores.
4. Para verificar la equivalencia de diversas expresiones de un mismo concepto, es suficiente descomponer dichas expresiones, con lo cual deben obtenerse dos expresiones idénticas.

Quedaba aún por aplicar la gran analogía capaz de convertir las equivalencias simbólicas de *«De Arte Combinatoria»* en verdaderas igualdades matemáticas, dando así al Cálculo lógico la misma agilidad que posee una Aritmética o un Algebra: nos referimos a la analogía de la descomposición de un concepto en sus notas simples con la de un número en sus factores primos. No es posible saber cuándo surgió en la mente de Leibniz la idea de valerse de dicha analogía. En un artículo publicado recientemente en la *Revista de Filosofía,* hemos llamado la atención sobre un pasaje del libro VIII de la Metafísica de Aristóteles, en el que se señala ya la analogía entre la descomposición de un concepto en sus notas —en virtud de la definición— y la descomposición de un número en sus factores primos.

III. La definición leibniziana, en contraste con la aristotélica

Puede decirse que, en la concepción leibniziana, el pensamiento y la Ciencia proceden como un perfecto mecanismo de relojería. Este mecanismo se resuelve en un movimiento intelectual de doble sentido: sentido progresivo, o síntesis, y sentido regresivo, o análisis.

La síntesis es un proceso de lo simple a lo complejo, y se basa en la combinación de conceptos y verdades. Su recto empleo constituye el arte de inventar, hallar nuevas proposiciones científicas y extender la Ciencia: es un «ars inveniendi».

La operación de análisis, por el contrario, es un proceso de lo complejo a lo simple, y se basa en la descomposición de los conceptos en los elementos constitutivos de su comprehensión, y, del mismo modo, de las verdades. Su recto empleo da lugar al arte de juzgar de lo verdadero y de lo falso, demostrar las verdades y fundamentar la Ciencia: es, fundamentalmente, un «ars judicandi».

«Algebra et Combinatoria —decía Leibniz— differunt apud me ut Analysis et Synthesis. Est autem methodus analytica, cum quaestio aliqua proposita tamdiu resolvitur in notiones simpliciores donec ad ejus solutionem perveniatur. Methodus vero synthetica est, cum a simplicioribus notionibus progredimur ad compositas, donec ad propositam deveniamus... Methodus Combinatoria est a causis ad effectus, seu a mediis ad finem, seu a re ad rei usum. Analytica ab effectu ad causam, a fine ad media. Utraque potest esse scientifica, cum scilicet ad propositum quaesitum dirigitur».

Pero, en definitiva, para Leibniz, es el método combinatorio el que decide tanto de los caracteres de la síntesis como de los del análisis, que no es sino aquélla al revés. El método combinatorio, empleado en sentido directo o inverso, componiendo o descomponiendo, tejiendo y destejiendo ordenadamente, lleva a cabo la exploración de todo el saber racional, más allá del cual sólo está la visión divina, que, libre de la esclavitud a lo deductivo, abarca el Universo todo de una vez.

La Combinatoria de conceptos viene, pues, a dar una respuesta al problema de la estructura del mundo inteligible, o mundo de las esencias. Pero esta estructura puede deducirse, en la concepción leibniziana, como una consecuencia de la estructura de una esencia aislada. He aquí una de las versiones de un motivo o forma mental profundamente arraigada en el espíritu del filósofo de Leipzig: del mismo modo diría que en la noción completa de una mónada se halla implícita y virtualmente la armonía del Cosmos entero.

La estructura del concepto se explica, a su vez, por su génesis: su naturaleza formal depende del modo en virtud del cual ha surgido de otros conceptos y de su relación con éstos. Aquí está, para Leibniz, la verdadera clave de la Ciencia: «Quomodo notiones aliae ex aliis oriantur, quod est omnis scientiae caput.»

Adoptada la perspectiva de la comprehensión, el origen racional del concepto está marcado por la definición esencial. Sólo esta definición, según la comprehensión, lleva a cabo la determinación de los verdaderos contornos del concepto; mientras que todas las definiciones basadas en el aspecto extensivo no logran determinar otra cosa que las fronteras de la esfera de aplicabilidad del concepto. Se trata, por lo tanto, en este último caso, de una determinación indirecta del mismo.

Leibniz insiste en este punto y afirma que el concepto es un todo distributivo y no colectivo. Así, descubre su origen en una conjunción de notas.

Ahora bien, los caracteres de la definición leibniziana difieren, no obstante, profundamente de los de la definición aristotélica. Da lugar esto a un contraste fundamental entre la concepción del Estagirita y la de Leibniz.

Para Aristóteles, la definición perfecta consiste en la reunión de un género y una diferencia específica. La diferencia específica presupone el género, a él sólo se aplica y no se explica sin él. Así, la cualidad de «viviente», sólo puede entrar en una definición como diferencia específica acompañando a «cuerpo» o bien a algún otro género más remoto, del cual sea subdivisión, o como género, acompañada de una de las diferencias que la subdividen. En otras palabras, la diferencia siempre realiza una división del género y no puede aplicarse fuera del ámbito del género. En los «Ultimos Analíticos» explica Aristóteles cómo el valor de la división para la definición consiste, precisamente, en que establece «un orden regular en la sucesión de los atributos», y añade que «esta regularidad tiene su importancia; por ejemplo: no es indiferente para definir el hombre, decir: animal bípedo o bípedo animal. La definición se compone siempre, en la unidad total que ella forma, de dos partes, el género y la diferencia; e importa que el género no se convierta en diferencia, ni la diferencia en género».

En otras palabras, la definición aristotélica:

1. Es jerárquica, en cuanto que la diferencia depende siempre del género y a él se subordina, ya que realiza en él y sólo en él una división.

2. Como consecuencia, no es conmutativa.

Estos dos caracteres diferencian formalmente el concepto, como producto de sus notas, del número como producto de factores. Por Leibniz serán superados para lograr una perfecta analogía lógico-matemática.

He aquí, en efecto, el criterio leibniziano para la definición y formación de los conceptos:

1. Los géneros interfieren libremente siempre que sean compatibles para dar origen a las especies. En el caso general, cada uno de los géneros por igual da lugar en el otro o los otros a una división.

2. La definición es siempre conmutativa, ya que no se establece prioridad ni jerarquía alguna entre sus términos.

Leibniz había observado, en efecto, que, procediendo por dicotomía, no pueden obtenerse, partiendo de un género y llegando a ciertas especies, todos los géneros intermedios.

Por otra parte, si bien se observa, se advertirá en este contraste el encuentro de la mentalidad matemática con la basada, fundamentalmente, en la consideración de las Ciencias Naturales. En efecto, en estas últimas, parecen proceder las especies de los géneros según el orden aristotélico jerárquico, o acaso, sea esta apariencia un resultado del modo según el cual se ha desarrollado el saber natural, advirtiendo primero las grandes diferencias —lo cual trajo una primera diferenciación en géneros— y luego las más sutiles. Sin embargo, en la Matemática es indiferente definir al cuadrado, por ejemplo, considerándolo como «rombo de ángulos iguales» o como «rectángulo de lados iguales».

Así, la combinación de los conceptos es, para Leibniz, libre, salvo la restricción expresada por la condición de compatibilidad. Es en esta condición, cuyo profundo sentido estudiaremos otro día, donde hay que buscar la raíz metafísica del mecanismo combinatorio. ¿Qué quiere decir que dos conceptos o cualidades son compatibles? Nuestro filósofo contestará: «*Dos cualidades son compatibles si el objeto que las posee a la vez es ser*». Y así, Leibniz convertirá las proposiciones que llama «tertii adjecti» como «quidam homo est doctus» en proposiciones «secundi adjecti» como «homo doctus est Ens».

La esencial implicación mutua de las perspectivas esencial y existencial que nos revela esta operación de Leibniz es el primer elemento necesario para la comprensión de todo el sistema de este gran filósofo y de la difícil herencia que deja al pensamiento lógico moderno.

VI, La relación de incompatibilidad

La proposición universal negativa, interpretada según la perspectiva de la comprehensión, expresa una cierta relación entre dos cualidades, que llamaremos *incompatibilidad.* ¿Por qué este nombre?, y ¿en qué se diferencia esta relación de la *exterioridad* pura y simple? En algo muy importante. Si dos cualidades A y B se excluyen mutuamente, entonces se excluirán también entre sí: *A y cualquier cualidad que incluya B,* o más generalmente *toda cualidad que incluya A y toda cualidad que incluya B.* Pondremos un ejemplo: Si el concepto de corporeidad y el de simplicidad se excluyen, hecho expresado por la universal negativa: «Ningún cuerpo es simple», entonces la simplicidad queda, por decirlo así, expulsada de todo el dominio de cualidades que incluya la corporeidad; verbigracia de la animalidad, de la movilidad espacial, etc. Este hecho, que es algo más que la mera exterioridad mutua, o inconexión topológica, es el que queremos expresar al hablar de incompatibilidad.

A la Combinatoria de Leibniz se le plantea ahora el problema: ¿cuál es la estructura formal de la relación de incompatibilidad? O mejor, ¿cuál es esa estructura expresada en términos de inclusión, única relación básica admitida en dicha Combinatoria? Sin esto no podrían racionalizarse según el punto de vista de Leibniz la universal negativa y su contradictoria la particular afirmativa. Una vez expresada esa relación en términos de inclusión, podrá también ser aritmetizada, o sea, tener su equivalente relación aritmética, de análogas propiedades formales.

Habría una salida para el problema de la compatibilidad y de la incompatibilidad haciendo uso de juicios de existencia. Pero el concepto de existencia no es un concepto formal, como el de inclusión, y habríamos salido del mundo de las puras relaciones formales entre esencias. Podrían, es cierto, definirse la compatibilidad y la incompatibilidad sin salir del mundo de las esencias al de los individuos, pero siempre a base de juicios *de forma existencial.* Y ¿no sería aún más problemático hablar de existencia en un campo de esencias puras? ¿Qué valor y significado tendrían, por ejemplo, las definiciones siguientes:

1. Compatibilidad es la relación que se da entre dos esencias, cuando *existe* alguna otra esencia que incluye, a la vez, a ambas.

2. Incompatibilidad es la relación que se da entre dos esencias cuando no *existe* ninguna otra esencia que incluya, a la vez, a ambas?

Aun sin preocuparnos del platonismo injustificado que esto supone, notemos que, en vez de simplificar y reducir nuestro esquema, lo habríamos complicado. Habríamos hecho depender la compatibilidad de dos conceptos de la estructura total del cosmos lógico, cuando el propósito de Leibniz era, precisamente, el contrario; deducir la estructura del universo entero de las esencias objetivas de la de las relaciones elementales entre los conceptos.

En efecto, la relación de compatibilidad o de incompatibilidad entre dos conceptos A y B no depende de otra cosa que de la comprehensión de A y de la de B. Esa relación es la que decide lógicamente de la existencia o no existencia de un tercer concepto C que incluye, a la vez, a ambos.

Hay que proceder, por lo tanto, al revés: la existencia o no existencia de cualidades que incluyan, a la vez, a otras dos, debe, precisamenmente, poder deducirse como consecuencia de la estructura íntima de las relaciones de compatibilidad y de incompatibilidad. Pero, ¿cómo definir esa estructura intrínseca?

Vamos a proceder, pues, del efecto (lógico) a la causa.

Decimos, primeramente, que si dos esencias A y B son incompatibles, entoncse no existe ninguna esencia que incluya, a la vez, a las dos. Ahora bien, ¿qué significa existencia en el campo puramente lógico de las esencias?

Definimos existencia lógica como ausencia de contradicción. O mejor: «Existe lógicamente toda esencia que puede ser definida sin contradicción entre los términos de la definición.»

Después de ésto podemos poner la cuestión en los siguientes términos:

«Si dos esencias A y B son incompatibles, no puede ser definida sin contradicción ninguna esencia que incluya a ambas a la vez.»

O en los siguientes:

«Si dos esencias A y B son incompatibles, toda supuesta esencia que las contuviera o incluyera a ambas supondría una contradicción entre los términos de la definición.»

Ahora bien, si la definición de una supuesta esencia es contradictoria, entonces en dicha supuesta esencia se hallan incluídas alguna pareja de notas del tipo M y no —M.

Resumiendo: Toda supuesta esencia E que incluyera, a la vez, dos conceptos incompatibles contendría alguna pareja de notas M y no—M. Por las propiedades de la inclusión esta pareja de notas debe hallarse entre las esencias A y B. Pero no pueden hallarse M y no —M ambas en A ni ambas en B, pues, en ese caso, una de ambas esencias de partida no sería una verdadera esencia. Luego deben hallarse incluídas una en A y otra en B. Hemos llegado con esto a la conclusión que buscábamos:

Incompatibilidad es la relación que se da entre dos esencias A y B cuando una de ellas incluye comprehensivamente una esencia (genérica) M y la otra incluye su negación no —M. Esta definición atribuye a la relación de incompatibilidad los caracteres necesarios y suficientes para que se deduzcan las propiedades formales conocidas en Lógica.

Así, si A y B son incompatibles y C incluye A, C es incompatible con B, pues también incluirá la negación de una nota incluída en B, del mismo modo que la incluía, por hipótesis, A. (Modo Celarent.)

Pero si A y B son incompatibles, y B y C lo son, no se sigue que A y C lo sean.

Esto puede expresarse diciendo que la incompatibilidad no es transitiva, caso particular del principio: «De dos negaciones no se deduce nada.»

La compatibilidad se define simplemente como la negación de la incompatibilidad.

* * *

No es difícil aritmetizar esta importante relación. Como hemos visto, su definición se basa sólo en la *inclusión* y en la *negación*. Tenemos el equivalente aritmético de la inclusión, pero ¿podemos decir otro tanto de la negación?

Ya Couturat explica al concluir su gran obra sobre la Lógica de Leibniz las deficiencias del sistema de este filósofo en lo que se refiere a la negación. Leibniz no logró encajar este concepto de un modo claro y definitivo en su sistema. Lo aritmetizó de muy distintas maneras, sin pensar que los presupuestos de su sistema combinatorio llevaban ya implícita una aritmetización determinada.

Para llegar a representar matemáticamente la negación, nosotros hemos razonado del siguiente modo:

La multiplicación por un número es, según Leibniz, el equivalente aritmético de la operación lógica que consiste en añadir una cualidad o diferencia específica nueva más a un concepto, para constituir otro de comprehensión bayor.

¿Cuál será el equivalente lógico de la división de un número por uno de sus factores? Evidentemente, como ya lo observó Leibniz, el de suprimir la cualidad correspondiente en el concepto de que se trata, para dejar otro concepto de comprehensión menor.

Ahora bien: supongamos que dividimos un cierto número sucesivamente por todos sus factores. La operación lógica paralela u homóloga habrá consistido en ir suprimiendo del concepto correspondiente al número dado todas las notas que constituían su comprehensión.

¿Qué nos queda allí? La unidad.

¿Qué nos queda aquí? Un concepto de comprehensión nulo, o sea, plenamente indeterminado. Es el «Universo del discurso», de Jorge Boole y Augusto de Morgan.

Por lo tanto, la unidad es el equivalente aritmético del Universo del discurso.

Pensemos ahora que así como la unidad está incluída como factor en todo número, y es la base primera sobre la cual se cuelgan los factores cuyo producto constituye el número, así también el Universo del discurso es en Lógica la cualidad vacía, el punto de referencia básico para la formación de los conceptos, incluído, a la vez en todos ellos.

Vamos a basarnos en este «Universo del discurso» para definir la negación de un concepto, o, mejor, el ámbito de los conceptos negativos. Si de este Universo se suprime una cualidad, constituiremos un concepto de comprehensión negativa, o sea, el concepto cuya comprehensión es la negación de la cualidad dicha.

Establecido ésto, se deduce inmediatamente el equivalente aritmético de la negación de una cualidad cualquiera: basta dividir la unidad por el número correspondiente a dicha cualidad. En otras palabras: *las cualidades o esencias negativas están representadas por los inversos de los números correspondientes a las positivas* (**).

(**) Llamaremos a estos números *racionales lineales*. Los números primos y sus inversos serán llamados conjuntamente *racionales primos*.

Generalizar a estos números, los conceptos de factor, divisibilidad, máximo común divisor, mínimo común múltiplo, etc., es tarea sencilla.

El cuadro básico de los conceptos se ha desdoblado como si se reflejase en un espejo.

¿Cuál es ahora la expresión aritmética de la incompatibilidad?

Consecuentes con nuestra definición anterior, diremos:

Dos números corresponden a conceptos incompatibles si en uno de ellos figura como factor, al menos, un número primo cuyo inverso figura como factor en el otro.

Esta propiedad se transmite a los múltiplos de dichos números, como era menester. O sea, que la incompatibilidad, así aritmetizada, goza de los caracteres formales que la Lógica en ella descubre (***).

(***) La seguridad de que no es formarán conceptos compuestos contradictorios aplicando la Combinatoria a este campo ampliado de los conceptos simples positivos y negativos se funda en la exigencia de que las fracciones representativas de conceptos sean siempre irreducibles. Así, un mismo número primo no puede figurar en el numerador y, a la vez, en el denominador de la expresión aritmética de un concepto, ya que se anularían. En efecto, la Combinatoria no pasa nunca de potencias de primer grado, puesto que no tendría sentido combinar un concepto consigo mismo (cosa. por cierto, que Leibniz no establece).