La probabilidad y la lógica inductiva en Carnap (*)

Por EDUARDO H. DEL BUSTO

Introducción.—Conocemos la obra de CARNAP sobre la probabilidad y la lógica inductiva a través de cuatro trabajos fundamentales y de algún otro, menos importante, cuyo contenido forma parte del de aquéllos.

En el Symposium de 1945, sobre probabilidades, CARNAP desarrolló dos temas. Uno de ellos, sobre «los dos conceptos de probabilidad», y el otro, sobre «observaciones acerca de la inducción y de la verdad». En el primero enunció las ideas que contienen, en germen, su obra posterior, y en el segundo se limitó a replicar las objeciones que le formulara KAUFMAN en *On the nature of inductive inference,* continuadas después en *Scientific procedure and probability.*

En 1951, CARNAP publicó un denso libro titulado *Logical Foundations of Probability,* anunciándolo como volumen primero de una obra, entonces en elaboración, que constaría de dos tomos.

En 1952 produjo un folleto de 92 páginas, *The continuum of inductive methods,* como adelanto del texto de aquel segundo tomo.

Sus trabajos de 1945, presentados en el Symposium, han sido comentados por KOOPMAN en el *Mathematical Reviews,* y los de 1951 y 1952 lo han sido por LOS, en la misma publicación.

Pero es necesario saber en qué posición se halla CARNAP frente a la teoría del conocimiento y cuestiones anexas, para comprender mejor el método y alcances de sus trabajos sobre probabilidad y lógica inductiva. Sin embargo, esa posición es de difícil caracterización; porque es la resultante de una serie de tentativas y rectificaciones, provenientes de una actitud primeramente polémica.

Dentro de la filosofía de CARNAP—denominada, a veces, positivismo lógico—, toda cuestión planteable pertenece a alguno de los siguientes tres órdenes: el orden de las *cosas,* materia de las ciencias naturales; el orden del *lenguaje,* materia de la «filosofía», y el orden de lo *suprasensible,* u orden de lo pseudoproblemático, del cual no puede ocuparse ciencia alguna, ya que las ciencias (naturales o filosóficas) sólo encaran conceptos exactos y precisos.

El orden del lenguaje.—De la teoría de los signos y del lenguaje en general se encarga la *semiótica*—o *lingüística abstracta,* según denominación de REY PASTOR—. Trata ésta del conjunto de señales simplemente, según unos, o del conjunto de señales que permiten la comunicación, según otros; pero siempre la «semiótica comunicativa» estudia la correspondencia isomórfica entre los signos y los significados.

El lenguaje en el cual caben los símbolos y las expresiones de una materia es el *lenguaje objeto* (o *lenguaje primario*), y el lenguaje mediante el cual nos referimos a aquél es su *metalenguaje.*

---

* Conferencia pronunciada en la Sesión científica del 19 de noviembre de 1954 del Departamento de Filosofía e Historia de la Ciencia.

La semiótica, o lingüística abstracta, consta de tres secciones, a saber: la *sintaxis*, que considera el cuadro de las relaciones lógicas (conjunciones, disjunciones, etc.); la *semántica*, que se ocupa de las vinculaciones de los símbolos por su significado, y la *pragmática*, que estudia las relaciones entre los símbolos y las personas, a los efectos de inferir de ellas, las acepciones semánticas (la pragmática es de alcance muestral, y la semántica cubre la «población»).

La investigación pragmática del concepto de probabilidad conduce a CARNAP a afirmar que, con la misma palabra, «probabilidad», se refieren dos significados distintos: uno, materia de la ciencia natural, empírica y fáctica, y otro, materia del lenguaje, asunto de la semántica.

El lenguaje L_N^π .—Para caracterizar suficientemente esta segunda significación, CARNAP emplea un lenguaje objeto, o lenguaje primario muy sencillo *): el lenguaje L_N^π.

L_N^π contiene signos y constantes lógicas regidas por la sintaxis. Es decir, hay en L_N^π : *N constantes individuales* a_1, a_2, ..., a_N, representativas de cosas, eventos, posiciones, etc., pero no de magnitudes como masas, longitudes, áreas, etc.; un número π de *predicados de primer orden* P_1, P_2, ..., P_π ; un conjunto de *conectivos* no todos independientes $\sim$, V, $\cdot$, $\equiv$, $\supset$; el signo de *identidad* $=$ [y el $\neq$ que reemplaza a $\sim =$]; paréntesis (,); y functores existecial $\exists$ y totalizador (x).

Con respecto a L_N^π (donde N y π son constantes), el idioma español y algunos otros símbolos lógicos constituirán su metalenguaje.

Los predicados de primer orden se pueden combinar. Son de interés los predicados formados por la *conjunción* de π predicados primarios distintos o su negación (pero no ambos): se los llama *propiedades Q*. Su número—considerando que pueden aparecer negados o afirmados—es, evidentemente, $2^\pi = K$; Q_1, Q_2, ..., Q_k.

Otros predicados importantes son las *disjunciones* de los Q_i; pues las propiedades que se den en L_N^π admiten una interpretación en términos de dichas disjunciones; inclusive los mismos predicados de primer orden, P_i. Por eso se dice que aquellas disjunciones son las propiedades «más fuertes».

Analizada que sea una propiedad M en términos de las Q_i, el número de éstas que se necesitan en la disjunción correspondiente se llamará *ancho lógico* w de M, y al cociente w/K se le llamará su *ancho relativo*. Se ve en seguida que $w/K \leqslant 1$.

En el lenguaje L_N^π , por otra parte, se combinan las constantes individuales con los predicados, formando las *sentencias*; por ejemplo: $P_1 a_r$, que significa «el individuo a_r tiene la propiedad P_1». En especial—caso del ejemplo anterior—, cuando hay una sola constante aplicada a un predicado de primer orden, o su negación, decimos que la sentencia es *atómica*.

Cada *conjunción* formada por las sentencias atómicas de todas las constantes de L_N^π es un *estado descriptivo de* L_N^π . Por ejemplo: $P_1 a_1 \cdot P_2 a_2 \cdot \sim P_1 a_3$ es uno de los posibles estados descriptivos de L_3^2 ; en él aparecen, *en su orden*, las tres constantes a_1, a_2, a_3, y los predicados que les corresponden (en el ejemplo: P_1, P_2, $\sim P_1$).

* Esta no es una restricción esencial, pues la función de confirmación que se definirá más adelante admite una interpretación en lenguajes con infinitas constantes, si se la concibe como valor límite en L_N cuando $N \to \infty$.

El número de estados descriptivos de L^{π}_{N} en que aparece la sentencia $P_r a_s = j$ se denomina *rango de j*, y se indica así: $R(j)$.

Es claro que los estados descriptivos admitirán una traducción en términos de los predicados Q, pues los P_i la admiten. Hecha la traducción, los estados descriptivos son disjunciones de términos de la forma $Q_{i_1} a_1 \cdot \ldots \cdot Q_{i_N} a_N$; productos de N sentencias, una por cada una de las N constantes.

Lo importante de la forma Q de los estados descriptivos es que *todo* tipo de sentencia de L^{π}_{N} puede representarse como una disjunción de aquéllos; por lo cual el número de los Q_i tendrá importancia fundamental.

Sentencias especiales en L^{π}_{N}.

A) Todos los datos disponibles para la verificación de una hipótesis científica serán considerados como una sola sentencia (no atómica, en general, y complicada, por lo común). Esa sentencia será referida como la *evidencia e*. Traducida al lenguaje de los predicados Q se denominará por e_Q.

Una e_Q será, pues, una disjunción de conjunciones del tipo $Q_i a_r \cdot \ldots \cdot Q_l a_t$, donde los $a_r, \ldots, a_t$ son algunos de los $a_1, \ldots, a_N$, y los $Q_i, \ldots, Q_l$, algunos de los $Q_1, \ldots, Q_k$; es decir el número de constantes individuales será $\leqslant N$, y el número de los Q distintos será $\leqslant K$.

B) Para i fijo, si de e_Q derivamos otra sentencia evidencial, reemplazando todos los $Q_j \neq Q_i$ (j variable) por $\sim Q_i$, y dejando invariado Q_i, obtenemos la nueva sentencia e_i, que nos dice, simplemente, cuáles constantes individuales poseen la propiedad Q_i y cuáles no la poseen, sin especificar qué otra propiedad poseen éstas.

C) Sea ahora una propiedad M, analizada en términos de las Q. Si en la expresión de e_Q reemplazamos por M cada Q que pertenezca a M, y por $\sim M$ los que no le pertenezcan, habremos derivado otra nueva sentencia: la e_M.

D) Formulemos ahora una sentencia hipotética: «el individuo a_k de L^{π}_{N} (que no pertenece a e_Q) tiene la propiedad Q_i». Indicamos esta sentencia por $h_i = Q_i a_k$.

Si $Q_i \varepsilon M$ y reemplazamos Q_i en h_i por M, obtendremos la nueva sentencia hipotética $hM = Ma_k$.

E) El número de sentencias con predicando Q en que se descompone una sentencia dada, se indicará con s. Este número, desde luego, será la suma del número de sentencias con predicado Q_1 (que se indicará con s_1) más, etc., ..., más el número de sentencias con predicado Q_k (que se indicará con s_k). O sea, $s = s_1 + s_2 + \ldots + s_k$.

Análogamente, s_M será el número de sentencias con predicado M.

El cociente s_i/s es la *frecuencia* de la sentencias con predicado Q_i, en la descomposición antedicha, y el cociente s_M/s es la frecuencia de las sentencias con predicado M.

Se ve, de inmediato, que $s_i/s \leqslant 1$.

Ejemplo. Caso de L^{3}_{N}. — L^{3}_{N} posee N constantes individuales $a_1, \ldots, a_N$, y tres predicados simples, P_1, P_2, P_3.

Dede haber $K=2^3=8$ predicados Q (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8). En efecto:

$$\begin{array}{l|l} Q_1 \equiv P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 & Q_5 \equiv P_1 \cdot \sim P_2 \cdot \sim P_3 \\ Q_2 \equiv P_1 \cdot P_2 \cdot \sim P_3 & Q_6 \equiv \sim P_1 \cdot \sim P_2 \cdot P_3 \\ Q_3 \equiv P_1 \cdot \sim P_2 \cdot P_3 & Q_7 \equiv \sim P_1 \cdot P_2 \cdot \sim P_3 \\ Q_4 \equiv \sim P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 & Q_8 \equiv \sim P_1 \cdot \sim P_2 \cdot \sim P_3 \end{array}$$

Y cualquier otra propiedad, incluso las P_i, dijimos que pueden expresarse en términos de las Q. En efecto, vayan como ejemplos:

$$P_1 \equiv Q_1 \vee Q_2 \vee Q_3 \vee Q_5; \qquad P_1 P_2 \equiv Q_1 \vee Q_2;$$

$$P_1 \vee \sim P_1 \equiv Q_1 \vee Q_2 \vee Q_3 \vee Q_4 \vee Q_5 \vee Q_6 \vee Q_7 \vee Q_8; \qquad P_1 \cdot \sim P_2 \sim P_3 \equiv Q_5$$

En el primero caso: ancho $w=4$, ancho relativo $w/K=4/8$;
En el segundo caso: ancho $w=2$, ancho relativo $w/K=2/8$;
En el tercer caso: ancho $w=8$, ancho relativo $w/K=1$;
En el cuarto caso: ancho $w=1$, ancho relativo $w/K=1/8$.

Sea ahora la sentencia: «a posee la propiedad (P_1 o P_1P_2)». En términos de las Q: $(P_1 \vee P_1 P_2)a \equiv (Q_1 \vee Q_2 \vee Q_3 \vee Q_5)a \vee (Q_1 \vee Q_2)a$. En este caso $s=6$, con $s_1=2$, $s_2=2$, $s_3=1$, $s_5=1$; $s_4=s_6=s_7=s_8=0$.

La confirmación y la probabilidad.—La lógica tiene, entre otras, la misión de examinar el lenguaje del hombre de ciencia con el objeto de aclarar y fijar sus términos.

Pues bien. Una de las expresiones más corrientes en el ámbito de la ciencia natural es la de *confirmación*, que aparece en frases cotidianas como éstas: «el experimento A *confirma* la hipótesis B»; «el experimento A *confirma* la hipótesis B en mayor grado que el experimento A'»; etc.

La confirmación siempre lo es en términos probabilísticos y tiene lugar en todos los procesos inductivos; a punto que la probabilidad, la confirmación y la inducción se hallan estrechamente vinculadas.

Si nos proponemos explicar científicamente lo que se entiende por *confirmación*, deberemos explicar primero lo que es una *explicación científica*.

Por *explicación* entenderemos la transformación de un concepto vago, precientífico (llamado *explicando*) en otro concepto exacto y científico (llamado *explicatum*). La extensión del explicatum no es necesariamente igual al explicando; le es sólo *semejante* en la medida que lo permitan las exigencias de *exactitud, simplicidad* y *fecundidad* a las cuales se lo somete.

Como todos los conceptos científicos, los explicata podrán ser de una de tres jerarquías: *clasificatorios, comparativos, cuantitativos.* [«Calor» es un concepto clasificatorio; «más caliente que» es un concepto comparativo; «temperatura» es un concepto cuantitativo.]

El concepto científico de confirmación presupone un proceso (no empírico, sino) semántico consistente en el análisis de los significados de la sentencia h (enunciativa de una hipótesis» y de la sentencia e (enunciativa de una evidencia).

De acuerdo con lo anterior, habrá tres conceptos científicos de confirmación: El concepto clasificatorio, $C(h, e)$: h queda o no confirmado por e; el concepto comparativo, $MC(h', e', h, e)$: h queda más confirmado por e, que h' por e'; el concepto cuantitativo $\varsigma(h, e)=q$: h queda confirmado por e en el número q, que mide el grado de confirmación.

Este concepto de confirmación, vinculado a la semántica, tiene como explicatum—según CARNAP—a la probabilidad subuno, o sea, a una de las acepciones de la probabilidad. Correlativamente habrá una probabilidad$_1$ clasificatoria, comparativa o cuantitativa, como en todo concepto científico.

Probabilidad$_1$ puede interpretarse: (a) como medida del aporte evidencial de e a h; (b) como cociente de apuestas $u_1/(u_1+u_2)$; (c) como igualación de la frecuencia relativa de una propiedad M al cociente de apuestas; (d) como estimación del cociente de apuestas.

Sin embargo, existe (por lo menos) otra acepción de probabilidad, que no es el explicatum de confirmación, porque no tiene nada que ver con la semántica. CARNAP la llama probabilidad subdós.

Probabilidad$_2$ es una función de dos argumentos fácticos, empíricos, referentes a propiedades, especies o clases de eventos o casos. Y la relación entre ambos argumentos no es lógica, sino resultante de la observación empírica. Probabilidad$_2$ coincide con el concepto de frecuencia relativa a la larga, y, por ser concepto científico, admite las jerarquías clasificatoria, comparativa y cuantitativa.

Probabilidad$_1$ es tema de la semiótica. Probabilidad$_2$ es tema de la ciencia natural. O sea, orden del lenguaje versus orden de las cosas.

Nuestro propósito es, en suma, explicar la confirmación por la probabilidad$_1$, y explicar la probabilidad$_1$ por la inducción. Luego, mediante el mecanismo de la confirmación científica comprenderemos el mecanismo de la inducción científica.

Los problemas de la inducción.—En el lenguaje científico, los problemas inductivos son cuatro, a saber:

1) dada una evidencia e, hallar una hipótesis h que la explique;

2) dadas dos sentencias e y h, hallar el grado de confirmación de h por e;

3) dadas las sentencias e y h y el número q, averiguar si q es el grado de confirmación de e por h; es decir, averiguar si $ç(h, e)=q$;

4) dadas las sentencias e y h y *supuesto* ser q el grado de confirmación $ç(h, e)=q$, contrastar esa suposición.

Pero las clases más corrientes de inferencias inductivas son, a su vez:

1) Inferencia directa (dada una población, hallar los caracteres de la muestra);

2) Inferencia predictiva (dada una muestra, hallar los caracteres de otra muestra);

3) Inferencia analógica (dado un individuo, y supuesta su semejanza con otro, hallar los caracteres de éste);

4) Inferencia inversa (dada una muestra, hallar los caracteres de la población);

5) Inferencia universal (dada una muestra, hallar una hipótesis —o ley— de validez universal).

Ahora bien, la *estadística inductiva* se propone obtener conocimientos de ciertos valores de conjuntos extensos de datos, a partir de conjuntos parciales o muestras de los mismos. Es el problema de la inferencia inversa: por el «estadígrafo», suministrado por la muestra, *estimar* el «parámetro» respectivo en la población.

Corresponde, en consecuencia, ser tratado como problema inductivo y ser interpretado en términos de la función $ç(h, e)$. No importa que maestros de la estadística moderna como FISHER, NEYMAN, PEARSON y WALD no se hayan preocupado por este concepto de confirmación ; pero es lo cierto que el mismo se halla en el fundamento de toda *estimación*.

Los argumentos del grado de confirmación.—Toca ahora decidir acerca de los argumentos que intervienen en $\varsigma(h, e)$.

Es común entre los autores cuyas teorías concuerdan con probabilidad$_1$, concebir que la de probabilidad es una relación de la forma:

«la probabilidad de... (sobre la evidencia - - -) es 1/6» [1]

Por ejemplo, KEYNES escribiría $P(a|h)=1/6$ y JEFFREYS escribiría $P(q|p)=1/6$. Pero en ambos casos a, h, p, q son *variables* que dan sentido a la [1] ; expresándose todo en un lenguaje objeto o primario.

Por tanto, en esta formulación, la teoría de probabilidad$_1$ requerirá un sistema modal. En efecto, aquí probabilidad$_1$ *no* es una función de verdad, pues si los ... y los - - - fuesen reemplazados por entes determinados, la [1] podrá ser verdadera o falsa. En consecuencia, en el desarrollo ulterior de la correspondiente lógica será requerido un operador (N) para denotar la *necesidad*.

El otro camino consiste en colocarse en un metalenguaje y, entonces, no las sentencias sino los nombres de las sentencias [o, en teoremas generales, «variables» por nombres de sentencias] serán los que ocupen el lugar de las expresiones argumentales. Aquí las sentencias de probabilidad$_1$ pertenecerán al metalenguaje, y, en particular a su parte semántica ; pero no al lenguaje primario o lenguaje objeto.

Este es el nivel de las metateorías, donde ya no se busca, por ejemplo, enunciar tesis o teoremas concernientes a la validez de una determinada deducción ; sino que se establecen ciertas *afirmaciones* precisamente sobre dichas tesis o teoremas. Aquí el objeto de estudio es el *cálculo mismo*, su simbolismo y sus propiedades lógicas.

Con CURRY podemos decir que el álgebra lógica del lenguaje objeto es un álgebra modal, pues requiere la adición del operador *necesidad* a la lógica primaria. En cambio, en el metalenguaje sólo hace falta la bivalente sin más.

CARNAP escoge, como veremos luego, el segundo camino, que evita las categorías modales ; pero nada obsta a seguir el primero, sin apartarse del lenguaje objeto.

Conceptos clasificatorio y comparativo de probabilidad$_1$.—Lo que más interesa a CARNAP es edificar un concepto *cuantitativo* de probabilidad$_1$, porque los conceptos cuantitativos son los más fecundos en el lenguaje científico y, por ende, los más apreciados. Pero como la posibilidad de desarrollar una lógica inductiva cuantitativa o métrica ha sido cuestionado, CARNAP intentó elaborar los conceptos clasificatorio y comparativo de probabilidad$_1$, para fundamentar los respectivos de confirmación.

NAGEL y VON KRIES, en efecto, niegan en absoluto la pretensión de dar un criterio métrico de confirmación ; pues ésta involucra ideas subjetivas de precisión, fecundidad y riqueza, a su juicio incuantificables. Ya sabemos que KEYNES y KOOPMAN fundamentan—quizá por lo mismo—el concepto comparativo principalmente, y tratan el cuantitativo como caso restringido y particular.

CARNAP había ideado una caracterización de los conceptos clasificatorio y comparativo de probabilidad$_1$ $C(h, e)$, $MC(h', e', h, e)$ sobre la base de ciertas definiciones que daban pie a una ulterior interpretación cuantitativa. Pero ha tenido que reconocer por su parte y de acuerdo luego con BAR HILLEL, que dichas caracterizaciones no resultan explicata suficientes.

Sin embargo, lejos de desecharlas, pretende que sean axiomatizadas, en razón de su *utilidad*.

La función de confirmación y el concepto cuantitativo.—Con respecto al concepto cuantitativo de probabilidad$_1$, o grado de confirmación, CARNAP tiene mayor fortuna.

En primer lugar, debe advertirse que las funciones de confirmación $\varsigma(h, e)$ pertenecen a una *familia* de funciones *lógicas* (aunque se presenten igualadas a valores numéricos), porque sus argumentos no son números sino sentencias.

En segundo lugar, dentro de tal familia se escogerán sólo las que sean *regulares* y *medibles*. Las funciones medibles $m(j)$ gozan de las siguientes propiedades:

(*a*) Si j es una sentencia L falsa, $m(j)=0$;

(*b*) Si j no es L falsa, $m(j)$ es igual a la suma de los valores que m adquiere en todos los estados descriptivos * de su rango; y estos valores—dependientes del número de los Q_i—se calculan mediante las funciones características definidas más adelante;

(*c*) La medida en cada estado descriptivo es positiva;

(*d*) La medida extendida a todos los estados descriptivos posibles de L^{π}_{N} es 1;

(*e*) La medida está comprendida entre 0 y 1.

Pues bien, si e no es L falsa (es decir, si $m(e)\neq 0$), se toman como funciones de confirmación * a las $\varsigma(h, e)= \dfrac{m(h \cdot e)}{m(e)}$.

En tercer lugar y delimitando aún más las cosas, CARNAP impone que las funciones de confirmación cumplirán *no menos* de *diez condiciones*: $C_1 - C_{10}$, a saber:

$C_1 - C_5$.—Por las primeras cinco condiciones, se fija que las funciones regulares medibles de confirmación han de satisfacer a los axiomas de la teoría abstracta de la probabilidad. O sea, serán funciones definidas en el intervalo [0, 1] obedientes a las leyes de suma y producto probabilísticos.

C_6.—La sexta condición asegura que el valor de $\varsigma(h, e)$ es independiente de N en L^{π}_{N}, y es el mismo en cualquier lenguaje con mayor número de constantes siempre que en él valgan h y e.

$C_7 - C_8$.—Las condiciones séptima y octava garantizan que $\varsigma(h, e)=\varsigma(h', e')$ aunque se permuten o intercambien constantes o predicados, con tal que (h, e) sea isomorfo a (h', e'). En otros términos, la confirmación se referirá con un metalenguaje y no con un lenguaje objeto o primario.

C_9.—La condición novena permite dar cuenta de casos como el siguiente:

La probabilidad$_1$ de que la próxima salida de un dado sea *par*, se considera dependiente del número de resultados pares o impares

* Para L_{∞} la medida se define como valor límite de m en L_N cuando $N \rightarrow \infty$; y, por ende, ς tiene asimismo significado en L_{∞}.

anteriores; y se asume que no hay diferencia en la apreciación probabilística si el resultado previo se ha registrado ya como *impar* (o, más específicamente, como «1», «3» ó «5»), ya como *par* (o, más específicamente, como «2», «4» ó «6»). De manera que $\varsigma(h_M, e_M)$, o sea, la hipótesis h_M de que la próxima salida sea par—sobre la base de la evidencia e_M de que la anterior fué par—tiene el mismo grado de confirmación que la misma hipótesis h_M, sobre la base ahora de la evidencia, e_Q, de que la anterior salida fuese «2», por ejemplo. Esto es:

$$\varsigma(h_M, e_M) = \varsigma(h_M\ e_Q).$$

Podríamos llamar a C_9 «condición de impertinencia» (o irrelevancia).

C_{10}.—Para la valoración numérica de ς se deben tener en cuenta dos factores importantes: el factor empírico o frecuencia de sentencias S_i/S, y el factor lógico o ancho relativo w/K. Todos los métodos estadísticos (con excepción de uno de WALD) utilizan ciertos intervalos de *adecuación* que permiten aceptar o rechazar hipótesis. La revisión de esos métodos impone utilizar uno de los siguientes intervalos para valuar ς

$$C_{10} \begin{cases} S_i/S \leqslant \varsigma(h_i, e_i) \leqslant 1 & \text{o bien} \\ 1/K \leqslant \varsigma(h_i, e_i) \leqslant S_i/S, \end{cases}$$

donde se ha puesto ancho $w = 1$. Este mismo intervalo será utilizado luego en la definición de la función que permitirá calcular m y, por tanto, ς: la función característica.

La función característica.—Como $\varsigma(h, e)$ es una función lógica que surge del análisis semántico de h y e, nada más natural pensar que el valor numérico q de $\varsigma(h, e) = q$ sea una función G de ciertas cantidades determinadas por esas sentencias h, e, en su relación con el lenguaje L_N^π al cual pertenecen. Y vemos que—descartado N en virtud de la condición C_6—los valores de L_N^π que pueden intervenir son: S, S_i y π (o, en su lugar, $K = 2^\pi$).

Por esto a la función lógica ς le haremos corresponder una función matemática G—la *función característica*—cuyos argumentos sean números; números originados en el análisis lógico. Por definición

$$\varsigma(h_M, e_M) = \sum_{i \in M} G(K, s, s_i)$$

para cualquier M, y

$$\varsigma(h_i, e_Q) = G(K, s, s_i)$$

A la función G—cuya forma se desconoce por el momento—sólo se le impone que debe tener el mismo intervalo que se da en C_{10} para ς.

Sobre la base de estas definiciones CARNAP demuestra que $G(K, S. S_i)$ caracteriza a *cualquier* $\varsigma(h, e)$ en L_N^π; pues, dada G, se encuentra m (o sea, ς) en función del número de estados descriptivos Q.

La función de estimación.—FISHER ha efectuado una investigación sistemática sobre métodos de estimación, con fecundos resultados prácticos. NEYMAN y PEARSON desarrollaron procedimientos para contrastar hipótesis. Pero ninguno de ellos ha encontrado un criterio orgánico y unificador de los distintos métodos estadísticos ni los han vinculado a la teoría de los grados de confirmación.

CARNAP, en cambio, concibe desde un principio a las *funciones de estimación* $\hat{e}$, como medias ponderadas cuyos pesos son, precisamente, los grados de confirmación.

En efecto. Describa la evidencia e las siguientes circunstancias: Sea K' una clase de m elementos, y sea M cierta propiedad que podrá presentarse en 0, 1, 2, ..., m elementos de K' [es decir, M podrá tener las siguientes frecuencias relativas rf en K': 0, $1/m$, $2/m$, ...,m].

Sea h_l la hipótesis de que exactamente l elementos de K' tengan la propiedad M; es decir, la hipótesis de que $rf=l/m$.

Entonces, por definición, la estimación de dicha hipótesis es

$$\hat{e}(rf, M, K', e) = \sum_{l=0}^{m} [l/m \times c(h_l, e)].$$

En virtud de esta definición, dada sobre la base de c, síguese que la función de estimación $\hat{e}$ puede expresarse en términos de G(K, S, S_i) o función característica. Con lo que se pone de relieve que la confirmación y la estimación dependen de los mismos argumentos K, S, S_i; es decir, se encuentra que su vinculación mutua es absolutamente clara.

La función λ *y los métodos inductivos*.—Es conveniente expresar, en procura de su forma, $G(K, s, s_i) = \dfrac{s_i + [\lambda(K, s, s_i)]/K}{s + \lambda(K, s, s_i)}$; de donde

$$\lambda(K, s, s_i) = \frac{s \cdot G - s_i}{1/K - G}$$

Esta nueva función λ es ventajosa, porque, mediante una nueva condición fijada a c se halla λ no depende de S, S_i, sino solamente de K.

Demuéstrase que basta suponer una undécima condición, a saber:

C_{11}) *que* $\dfrac{s \cdot c(h_i, e_i) - s_i}{1/K - c\ h_i, e_i)}$ *es invariable para* S, S_i, h_i, e_i para obtener una $\lambda = \lambda(\kappa)$ *independiente* de S, S_i.

Nótese que la condición C_{11} impuesta a c no modifica la definición de G; por lo cual se comprende que, siendo c y $\hat{e}$ expresables en términos de G, la confirmación y la estimación seguirán dependiendo de K, S. S_i como encontramos antes. Y m no variará.

* * *

Y aquí concluye la edificación axiomática de c o grado cuantitativo de confirmación, mediante un concepto que da buena cuenta también de las funciones $\hat{e}$ de estimación, empleadas en estadística inductiva. En efecto, conocida λ se obtendrá G y, por su intermedio $\hat{e}$ y c.

Ahora bien, ¿es compatible el sistema de las *once* condiciones impuestas a c? CARNAP encuentra que sí lo es; pues todos los sistemas de estimación lo satisfacen con excepción de uno de WALD. Pero, a su juicio, éste puede ser reemplazado *ventajosamente* por otro que cumple las $C_1 - C_{10}$; pero no la C_{11}, pues requiere un $\lambda' = \lambda(K, S)$.

En realidad, los métodos inductivos utilizados por la estadística (con la excepción anotada), son los más sencillos posibles; pues son del tipo $\lambda = conste$. Basta ir cambiando esa constante paramétrica, para caracterizar cada uno de los referidos métodos. [Por ejemplo, para $0 \leqslant \lambda \leqslant \infty$ se encuentra un método laplaciano; para $\lambda = 0$, la regla directa y el máximum likelihood; etc.]

CARNAP ha ideado otros métodos nuevos, suponiendo $\lambda = K$. Y otros más pueden idearse, con distintas funciones de K (o, para incluir el método mínimax de WALD, idea un $\lambda' = \lambda(K, S)$ prescindiendo de C_{11}).

Pero, en la práctica, ¿cómo *decidir* cuál de los infinitos métodos inductivos posibles conviene usar en cada circunstancia?

Este interrogante no se resuelve por razonamientos lógicos, pues las *decisiones* son fácticas. Habrá que aplicar la regla de la mayor *eficacia*, por la cual escogeremos el λ *óptimo* de cada problema.

Valoración de la obra de Carnap.—Hemos dado hasta aquí, en apretada síntesis, las ideas fundamentales de CARNAP en cuanto a probabilidad y lógica inductiva se refieren. No hemos hecho sino alusión a las aplicaciones para la obtención de diversos métodos inductivos, y a la comparación de los respectivos éxitos. Tampoco nos hemos detenido en su crítica a WALD, porque no cabe dentro del alcance de esta reseña.

Pero tenemos los elementos suficientes como para ensayar una valoración. Notamos, en efecto, las siguientes conclusiones:

1.ª La probabilidad$_1$ de CARNAP es una interpretación lógico-semántica de las teorías de la probabilidad abstracta, basadas en la medida; y hállase, por virtud de esa interpretación, su vinculación con las teorías puramente lógicas de las cuales aquéllas parecían divorciadas.

2.ª Construye CARNAP un sistema quizás demasiado estrecho para poder tomarlo como explicatum de probabilidad$_1$ o grado de confirmación. Pero ese explicatum es eficaz.

3.ª Indica una posibilidad de vincular la probabilidad y la estadística inductiva.

4.ª Enuncia un criterio ordenado y harmónico para descubrir nuevos métodos inductivos. Y aunque ésos que él encuentra no sean los únicos posibles—aun suponiendo que los de WALD no modificados por CARNAP sean necesarios—está señalando el método por el cual se puede llegar a una organización final de los procesos inductivos.

5.ª Por las anteriores razones, encontramos que no es acertada la crítica que le ha hecho Los en *Mathematical Reviews, 14* (1953).

BIBLIOGRAFIA

CARNAP, R.: «The two concepts of probability» y «Remarks on induction and truth», *Philosophy and Phenomenological Research* (1945-1946).
— — *Logical Foundations of Probability*, Chicago, 1951.
— — *The Continuum of Inductive Methods*, Chicago, 1952.
BAR HILLEL, Y.: «A note on comparative inductive logic». *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. III, núm. 12 (1953).
CARNAP, R.: «On the comparative concept of confirmation» (igual referencia que Bar Hillel).