LA PESADA HERENCIA DE LA LIBERTAD MATEMATICA

Mariano Hormigón

Al Prof. A. Dou, con admiración y afecto

ABSTRACT

The debate between the pure or fundamentalist branch of mathematics and the applied one induces to discuss dispassionately the links between *the queen of sciences* and the development of technology. To avoid the existing difficulty in separating the concrete daily problems from the conceptual and theoretic reflections, it generally produces good results to show some elements of the relations between mathematics and technology. The autonomous position, which characterizes the mathematics of absolute freedom, clashes with the quick development of technology, which creates a new structure of mathematics. This development produces a permanent interrogation about what is building and developing anyone who calls himself a mathematician.

1.- Introducción

Quienes, entre otras variadas ocupaciones, se dedican a pensar sobre las Matemáticas en su conjunto, anuncian, de vez en cuando, catástrofes estruendosas para este campo del pensamiento. Los matemáticos profesionales, en su mayoría, no llegan ni siquiera a encogerse de hombros. En primer lugar, muchos, quizás los más, no llegan a enterarse nunca de los anunciados desastres y los que, por leer más y ser más cultos, sí llegan a conocerlos, están convencidos de que no ha de pasar nada y de que este tipo de discursos filosóficos no pasan de ser, generalmente, salidas de tono de malos matemáticos. Sólo una exigua minoría comprende que la buena concordancia entre todos los aspectos que componen una ciencia y, por ende, una profesión, es garantía de solvencia intelectual y de esperanzado futuro profesional.

La Revolución Industrial - y la revolución ideológica que la acompañó- hicieron más objetivamente por el desarrollo cualitativo y cuantitativo de las Matemáticas que todos los eximios talentos que la han cultivado a lo largo de la Historia. Este aserto es ya, para

THEORIA - Segunda Época - Año V
Nº 12-13, Noviembre 1990, 241-259

algunos, agua pasada que no mueve ningún molino y no hay que darle más vueltas al manubrio de la Historia. Lo importante en Matemáticas, dicen, es obtener resultados originales, sean cuales sean, sin conceder ninguna importancia a su posible utilidad ni a su enjundia intrínseca.

Por esas paradojas de la historia o de la vida, fue la concepción utilitaria de las Matemáticas -Puras y Mixtas- del *siglo de las luces* la que ayudó a generar una demanda social de tales dimensiones que obligó a todos los Estados que aspiraban a la industrialización a generalizar los estudios de Matemáticas en todos los niveles educativos. Tan palmaria fue esa realidad que las Matemáticas no sólo reconquistaron la autonomía de la que habían gozado en el periodo clásico griego, sino que ampliaron sus dominios mucho más allá de las ya lejanas e imprecisas fronteras de la búsqueda de la verdad y de la belleza. Se llegó al libre albedrío del autor como único elemento de control de la producción matemática. Dicho en otras palabras, se alcanzó el reino de la libertad absoluta. Y nadie con un mínimo de conocimiento y responsabilidad, podía objetar nada al desarrollo de ese proceso tan natural. El enorme prestigio de las Matemáticas ilustradas justificaba todo. Todo lo que permitiera consolidar y embellecer tan útil y portentoso instrumento social había que considerarlo intelectual y socialmente positivo. Por si fuera poco, algunos nuevos rumbos investigadores, completamente alejados del mundanal ruido de las terrenales contingencias tecnológicas, -como las geometrías no euclídeas o la teoría de conjuntos- tuvieron una decisiva incidencia en las reflexiones filosóficas de nuestro tiempo.

Para mayor abundamiento, también fue un centro con la *técnica* implantada en su médula espinal el prototipo de centro de enseñanza superior generador de las más interesantes investigaciones matemáticas puras: la Escuela Politécnica de París. Los mejores matemáticos -y en general, científicos- fueron capaces de formar los mejores ingenieros: otra paradoja.

El grandioso crecimiento de las Matemáticas en la época contemporánea es, por tanto, hijo de la ilustración y de la industrialización. En toda la historia anterior de la Humanidad los Estados no tuvieron una imperiosa necesidad de generalizar la enseñanza de las Matemáticas, salvo en una dirección meramente instrumental. En la Edad Antigua y en la Epoca Medieval, las Matemáticas fueron un ejercicio intelectual de algunos miembros de las capas dominantes de la sociedad, y estuvieron confortablemente instaladas, tras el triunfo de las concepciones platónico-aristotélicas, en las estructuras sociales imperantes. En esa situación, las Matemáticas no tenían casi ninguna influencia en el desarrollo de las fuerzas productivas y, salvo autores muy concretos, el cultivo de las Matemáticas perteneció a la esfera de los presupuestos ideológicos. Precisamente esas raíces ideológicas en el mundo pagano supusieron un serio obstáculo para el natural desarrollo de la *ciencia príncipe* en el universo de la cristiandad. Si no hubiera sido por la iniciativa de San Agustín de cristianizar algunas propuestas neoplatónicas, quizás el proceso de asimilación de los procesos mentales matemáticos aún hubiera sido más lento. Factor diferencial de este proceso -en la época medieval- es la expansión comercial que acompaña al crecimiento e implantación del Islam que, por razones de orden religioso, como la correcta orientación de las mezquitas, o de ordenamiento civil, como el reparto de las herencias, hicieron calar, socialmente y de un modo global, la necesidad de extender los conocimientos matemáticos[1]. La generalización de estos saberes indujo a que se reconociesen las singularidades de las habilidades matemáticas y se establecieron cargos cortesanos para quienes las demostraran[2]. Las Matemáticas son en la Baja Edad Media y en el Renacimiento un bello adorno a añadir a otras profesiones socialmente admitidas. Se entiende que haya monjes, médicos, abogados, o nobles desocupados que apliquen parte de su tiempo a dominar las sutilezas del arte de los números o de la extensión. Un nuevo factor diferencial va a intervenir de manera bastante decisiva en la estimulación de los estudios de Matemáticas: los grandes viajes marítimos, donde la lectura de los astros no es para adivinar el porvenir sino para saber lo más exactamente que se pueda donde se encuentra uno en alta mar. Y el lenguaje de la geografía astronómica sí que exige de los pilotos de altura comenzar a entender de trigonometría y otras especulaciones matemáticas. Lo nuevo de este tema es que piloto de altura sí es una profesión. Otro factor importante que generaliza el interés por los estudios de Matemáticas es la extensión de las armas de fuego de mediano alcance. Porque disparar con un cañón sí que exige criterios de fiabilidad para tener una cierta probabilidad de acertar en el blanco. Por desgracia, también es una profesión ineludible en las sociedades modernas la de cañonero.

De estas dos fuentes, la navegación y la artillería, surge una necesidad social más extendida ya entre las capas cultas de la sociedad de cualquier punto del planeta, los profesionales de estos oficios requieren instrucción específica en la ciencia de los números y de la extensión. De nuevo, arquitectos, médicos o clérigos, habrán de hacerse cargo de la enseñanza de las ciencias.

Mas la generalización del comercio y la evolución de la sociedad va a propiciar la aparición de los primeros profesionales matemáticos de la Edad Moderna: los *Rechenmeister*. Ellos sí que van a trabajar haciendo cuentas, calculando volúmenes de vino o de agua, ingresos o impuestos. Los concejos, ayuntamientos o municipalidades, los gremios o los grandes señores, los monarcas o los grandes jefes militares los van a necesitar para hacer los cálculos que la vida cotidiana exige[3].

Es en pleno Renacimiento cuando la tormenta de ideas que sacude a todas las naciones cultas va a hacer aflorar todos los elementos posibles de la argumentación para dirimir con solvencia aspectos cruciales de la verdad respecto al mundo real. Si en el pequeño y limitado planeta Tierra ha aparecido un mundo inmenso -respecto a lo que es Europa- ¿qué no puede existir en el cielo? Y si ello es así, ¿cuáles de las creencias tradicionales es preciso abandonar? Y si se abandonan ¿por qué sistema de ideas y creencias hay que sustituirlo? Hay mucho en juego y la Humanidad siempre va a más.

Los modernos Estados Absolutos se basan en una creciente burocracia. El comercio exige grandes travesías trasatlánticas, los ejércitos eficacia destructora. Y también, la sociedad culta un cuerpo de doctrina -a poder ser dogmático y lógico- en el que poder sustentar todas las articulaciones ideológico-sociales necesarias. Así, en la crisis renacentista, el sistema del mundo se coloca en el ojo del huracán ideológico. Copérnico será el primero en escribirlo y Retico el primero en propagar un modelo universal confrontado con los conceptos tradicionales en el campo de la astronomía. Y con ello, y con la profunda disputa entre los diferentes bandos de la cristiandad, la suerte estará echada para que la polémica en el terreno científico sea un elemento de imprescindible referencia en la batalla por la Verdad total. Nadie puede rehusar el combate. El dogma o el veredicto papal son argumentos de peso, pero ya no son suficientes. Hay que procurar demostrar lo que se pretende con los instrumentos que aportan las nuevas técnicas y las nuevas necesidades. Y de nuevo clérigos, arquitectos, médicos, abogados, nobles, astrólogos, astrónomos, calculistas, militares y un etcétera algo más largo, se aprestan a la batalla de la definición del sistema del mundo.

En esta diatriba van a aflorar con fuerza los antiguos argumentos del pagano Platón sobre el lenguaje del mundo y Galileo va a ser un sobresaliente agitador, entre otros, en pro de la matematización de las ciencias.

El final de esta película es conocido. Todavía en el siglo XVII es impreciso y casi inexistente el concepto social de científico y mucho menos el de geómetra[4]. Aunque por las razones apuntadas se intensifican las enseñanzas de Matemáticas y se extiende el gusto por las disquisiciones matemáticas, casi no cabe la menor duda de que la actividad matemática es honorablemente marginal. Mas será por esta positiva conjunción de elementos teóricos aplicados a razonamientos trascendentes (astronomía y sistema del mundo), y otros directamente vinculados con problemas tecnológicos (navegación y artillería) por lo que, los cada vez más articulados Estados modernos desarrollarán las instituciones precisas para el cultivo intensivo de la ciencia. Surgirán así, en los años finales del siglo XVII, entidades específicas en las que el fragor de los combates dialécticos podrá establecerse en torno a ideas del universo matemático. Academias, Sociedades Científicas, Universidades, Escuelas Militares y Civiles, Colegios y Seminarios para la educación de la nobleza van a contemplar la necesidad de instruir a sus alumnos en aspectos de la vieja Matemática que ha democratizado intelectualmente sus estructuras al depurar la notación y al alumbrar herramientas de trabajo de portentosa eficacia en la explicación de fenómenos físicos y por tanto en el diseño y predicción de situaciones. Tales herramientas son, naturalmente, la todavía un poco atolondrada Geometría Analítica y el tosco Calculus. Pero como más tarde dirá d'Alembert la idea es buena y las prevenciones pueden vencerse con un poco de fe. Y con las instituciones, las revistas. Porque así se va a dar cauce al apasionamiento sobre los aspectos internos. Por más que sigan siendo precisos los *nihil obstat* y que algunos autores puedan tener problemas por sus concepciones con las autoridades religiosas y/o políticas, las obras de Newton y Leibniz han colocado a la ciencia y, en concreto, a las Matemáticas, en un destacadísimo lugar intelectual *porque han servido para* definir correctamente el mundo en el que se vive y para explicar, sin necesidad de acudir a recursos externos (aunque Newton sí lo hiciera) un copioso muestrario de fenómenos naturales que pueden aplicarse sucesivamente a problemas concretos de la vida cotidiana.

Por eso se van a colocar delante de las ocupaciones de los matemáticos todos los problemas de orden aplicado que, o bien pueden actuar sobre la formación ideológica de las personas, o bien incidir en el mejor aprovechamiento y organización de los recursos sociales y en la mejor explicación y conocimiento de los fenómenos físicos. Por ello, los herederos de los antiguos geómetras, sacerdotes del logos supralunar platónico, se enfrascarán en desvelar los secretos de los fenómenos imperfectos y contingentes del mundo sublunar. Y aunque la *mecánica celeste* se convierta, en palabras de Laplace, en el paraíso de los matemáticos, éstos estudiarán con denuedo y apreciable éxito problemas tan concretos y tangibles como la figura de la tierra, los vientos, las velas de los navíos, los caminos más cortos, las superficies mayores (siempre en unas determinadas condiciones), las máquinas diversas. Todo es susceptible de entrar en la consideración de los matemáticos . Y toda esa actividad redunda en un fortalecimiento de la vertiente *filosófica* en la batalla por la definición conceptual del sistema del mundo y en un progresivo prestigio social, fruto de las ocupaciones concretas de los matemáticos y de sus éxitos. El siglo XVIII va a ver aparecer y extenderse la profesión de matemático, con indudable fuerza en los países más avanzados industrialmente y en aquellos en los que el movimiento de los *filósofos* y de los ilustrados adquiere una mayor extensión. Hasta tal extremo que las Matemáticas serán las primeras entre las llamadas *ciencias útiles*. Todas las naciones adelantadas comprobarán lo beneficioso de mantener especialistas en la ciencia. Y donde más fehacientemente se demostrará, con hechos, esta ventaja de contar con grandes matemáticos, será en los conflictivos momentos del primer periodo revolucionario francés. Los grandes científicos (que a pesar de los tristes episodios de Lavoisier y Condorcet eran muy necesarios para la Revolución) demuestran una gran eficacia en los proyectos precisos y, además de ocupaciones concretas de carácter civil o militar, van a afianzar el prestigio profesional por medio de la creación de grandes centros de enseñanza superior de los que saldrán cuadros técnicos de una formación enormemente sólida en la cual la vertebración de todos los saberes está compuesta de Matemáticas esencialmente. Esos técnicos emprenderán una carrera acelerada hacia un progreso que ya no se detendrá.

2.- La crisis del siglo XIX

Las Matemáticas de los años finales del siglo XVIII han penetrado decisivamente en todo el tejido social. Desde todas las posiciones -incluso las más antagónicas- las Matemáticas ya son estimadas como un ingrediente necesario de progreso económico o de solidez ideológica: los países más adelantados las implantan sin pausa y en algunos casos con prisa. Además, desde l'*Ecole Polytechnique* se proyecta una nueva manera de enseñar y de formar a los elementos sociales más importantes de la primera industrialización: los ingenieros[5].

Mas dos nubarrones se ciernen sobre este luminoso horizonte. Uno procede del mundo intrínseco de las Matemáticas, el otro surgirá de la salida de la Revolución Francesa. En efecto, la ingenua y un poco atropellada progresión de las Matemáticas en el XVIII fue dejando lagunas conceptuales de fuste diverso, pero que, en algunos casos, como los números imaginarios, los infinitésimos o las propiedades de algunas curvas, entre otros tópicos, exigían una rápida fundamentación o por lo menos una aclaración urgente sobre los conceptos básicos de las distintas teorías. Por otra parte, las Matemáticas eran, como base de la razón, un instrumento muy representativo del pensamiento característico del periodo revolucionario francés. Tras el reflejo revolucionario se imponía, para los momentáneos vencedores de aquella situación, un serio golpe de timón que atemperase los contenidos de aquellas *Matemáticas útiles* de la ilustración. Y como ocurre en todos los procesos sociales de ruptura, que siempre tienen algún sesgo de inevitabilidad, también en los procesos intelectuales se producen las situaciones con algún augurio fatídico ante el que resulta difícil reaccionar. Porque, quisiéranlo o no, los matemáticos de los años finales del siglo XVIII estaban abocados a reflexionar internamente sobre su propia disciplina. Hasta un hombre tan comprometido con la Revolución y con la Matemática Aplicada como Lazare Carnot - el *organizador de la victoria-* sintió la necesidad de escribir sobre los fundamentos del Cálculo[6], y casi lo mismo se puede decir de todos los grandes matemáticos de la época. Resulta históricamente obvio, por tanto, que los matemáticos más conscientes de la disciplina que llevaban entre manos volvieran la vista hacia sus problemas internos, para ordenar y embellecer el ya grandioso edificio, al margen completamente de la aplicación inmediata de sus investigaciones y resultados.

Ese papel sería desarrollado por dos hombres harto singulares en la Historia de las Matemáticas y con una manera de enfocar las Matemáticas bastante diferente de la que era representativa del periodo anterior. Tales autores fueron Gauss y Cauchy[7]. Los dos son geniales. Su obra -extendida a todos los campos del quehacer matemático- es relevante y aporta solidez al edificio que habían construído los matemáticos del siglo anterior. Ambos -a pesar de sus diferencias de procedencia social- tuvieron una actitud refractaria respecto a las posiciones más significativas del periodo revolucionario. Cauchy fue monárquico y fanático hasta la intransigencia. Gauss fue primero un protegido y después un leal servidor del Duque de Brunschwig. Ambos fueron, por tanto, hombres de ciencia instalados -bastante confortablemente por cierto- en el ambiente ideológico de una aristocracia que pugnaba por sostener un mundo al que la Revolución Francesa por una parte y la Revolución Industrial por otra habían asestado un duro golpe.

Seguramente, será arriesgado decir que existen en la primera mitad del siglo XIX unas Matemáticas burguesas frente a unas Matemáticas aristocráticas. Mas, arriesgado o no, lo cierto es que lo que se extiende por las Academias y centros matemáticos de Europa es ese nuevo espíritu que tiende a situar las Matemáticas fuera de terrenales intereses utilitaristas. La reivindicación del universo autónomo para el mundo científico tiene la virtud de desideologizar la creación científica y así hacerla compatible con lo que ya resulta imprescindible: su aportación al desarrollo industrial, pero quitando hierro a la carga ideológica del propio pensamiento científico. Y aparece con fuerza la contradicción típica de la época contemporánea: la ciencia es económicamente rentable, pero la ciencia no debe tener nada que ver con los asuntos que rigen el control de los temas económicos (y por tanto políticos).

Todas las universidades e instituciones científicas van a desarrollar modernos laboratorios y centros de estudio fuertemente inspirados en la Escuela Politécnica de París para desarrollar ideas que plasmadas técnicamente puedan aplicarse a la industria. Ya no se trata de un mecenazgo ni patrocinio altruísta que gasta dinero por solaz (como en el Renacimiento), por empaque (como en algunas Cortes ilustradas del XVIII) o por amor a la verdad (como pueda ser el caso de algunos aristócratas o místicos aislados). Se dedican cuantiosas sumas de fondos públicos y privados a formar científicos y a que éstos trabajen en condiciones suficientes para obtener beneficios económicos, o bienestar y poderío para los estados. Las ciencias más evolucionadas, como la Física o la Astronomía, y la ingeniería civil y militar plantearán muchos problemas matemáticos nuevos y difíciles que mantendrán vivo el interés por los estudios de Matemáticas. Además una cosa más está clara: no puede formarse un científico solvente en esos campos sin una sólida formación matemática. Las Matemáticas, por tanto, tienen que seguir creciendo. Y, por tanto, el número de sus cultivadores -que ya no serán esos excelsos ciudadanos del periodo clásico, ni tendrán que combinar su afición con otra profesión de la que deben vivir, ni serán tampoco filósofos que propugnen un nuevo orden de ideas en la sociedad- pasarán a ser unos profesionales más, cada vez más encerrados en su mundo, cada vez más preocupados por sus propios problemas, cada vez más alejados -como colectivo- de su propia historia y del mundo que les rodea.

Mientras tanto el prestigio de la ciencia y, sobre todo, de la tecnología, no hace sino aumentar. El buque de vapor, el ferrocarril, el telégrafo, las vacunas, son descubrimientos de mucha envergadura como para pasar desapercibidos por la opinión y los poderes públicos. La ciencia y, en mucha mayor medida, las técnicas, pasan a ser fuerzas productivas de singular incidencia en el desarrollo económico y social de los Estados.

Por si ello fuera poco, en la periferia de la comunidad científica algunos hallazgos matemáticos puros, como la aparición de las Geometrías no euclídeas, sirven para enlazar de nuevo con la antigua presencia de la ciencia príncipe en el conjunto de los saberes humanos. Porque la demostración de la existencia intelectual de varias geometrías matemáticamente verdaderas vuelve a traer a la palestra el tema de la búsqueda de la verdad absoluta. Y en ese afán, empapado un tanto de la soberbia -también ancestral- de definir exactamente la Naturaleza- ¿y la Sociedad?- la comunidad matemática, que va relegando a la periferia tanto los a *hacedores de cuentas* como a los pensadores, se encierra sobre sí misma para dedicarse a construir una doctrina sin mácula posible, en la que todo tenga una causa y toda pregunta tenga una respuesta. Muy poco importan, pues, las posibles aplicaciones de los esfuerzos intelectuales de los mejores. Lo importante es poder confirmar en grande y en serio -en lo total- el paradigma de veracidad social vulgarmente ejemplificado en el *tan cierto como dos y dos son cuatro*. Es conocido el final de la batalla de los Fundamentos, por desgracia, nada feliz. Alberto Dou, a pesar de su proverbial generosidad y del inveterado cariño con que ha tratado siempre las cosas de su profesión, reconoce en su libro sobre los *Fundamentos de las Matemáticas*[8] que la "verdad absoluta no existe para el hombre ni siquiera en las Matemáticas, pues tanto las condiciones de su universalidad como las de su necesidad resultan hoy día confusas". Otros autores han sido todavía menos compasivos con el proceso ilusorio de construir una estructura ideológica sin fisuras. Lo cierto es que en el ánimo de cimentar más y más sólidamente las construcciones matemáticas se llegó a la situación de perplejidad que siguió a la demostración del célebre Teorema de Gödel de la indecibilidad[9].

Y, sin embargo, siguió moviéndose.

En este rápido -y quizás, precipitado- discurso sobre las relaciones de las Matemáticas con su entorno científico y técnico, se han pasado muchas cosas por alto. Mas sería bueno, para poder comprender más ajustadamente desarrollos más modernos de las Matemáticas, fijar algunas ideas.

Aunque la obra de Cauchy tuvo -y tiene- una alargada sombra, la comunidad matemática francesa no dejó de considerar a lo largo de todo el siglo XIX una particular predilección por el espíritu *de las luces*, esto es, por su vertiente aplicada. Tres son las razones generales que permiten sustentar este concepto. La primera es la normal reivindicación del glorioso pasado científico de la Revolución. Salvo Cauchy que, por razones ideológicas, se opuso a cuanto significase la más difuminada reminiscencia de la época revolucionaria, cualquier matemático francés sentía un legítimo orgullo de la obra de sus predecesores. La segunda razón es de orden práctico. Como señala Geymonat, la nueva clase dirigente que tomó el poder tras la caída de Napoleón estaba resuelta a acabar con todas las posibles veleidades revolucionarias, pero, sin embargo, "no estaba en absoluto dispuesta a renunciar a los beneficios de la modernización de los procesos productivos ni al impulso renovador que los descubrimientos científicos significaban para la economía del país"[10]. Por ello, el empuje que la Revolución había dado a la instrucción científica no sólo no se detuvo, sino que se desarrolló aún más. La tercera razón es de orden interno: la Matemática Aplicada exige desarrollos teóricos que sustenten conceptualmente procesos intelectuales que tienen finalidades concretas. Las teorías que nacen, por tanto, de las aplicaciones, son autojustificadas.

Ese tipo de argumentación condujo a que matemáticos con una sombra -a la luz de la historia- más alargada que la del mismísimo Cauchy, como Fourier, se atraviesen a decir que no podía considerarse seriamente otra Matemática que la Aplicada.

La comunidad matemática francesa, una de las más solventes de la época contemporánea, nunca abandonó del todo este tipo de criterios. Por contra, la particular idiosincrasia de la comunidad científica alemana permitió un vuelo particular a los desarrollos teóricos puros sin referencia explícita alguna o servidumbres utilitarias. Ya se ha aludido antes a factores de reacción ideológica, mas se podría insistir todavía en el conflicto formativo. Dampier[11] analiza la particular incidencia que las nuevas perspectivas industriales despertaron en la sociedad alemana, cuya capa intelectual, embebida en globales disquisiciones de la *Naturphilosophie*, vivió de una manera insólita el proceso de toma de conciencia global sobre los fenómenos naturales. Hasta tal extremo que, como trae a colación Dampier, Lange puede advertir que, en el siglo XIX, "Alemania es el único país del mundo en el que el boticario no puede hacer una receta sin tener conciencia de la relación existente entre su actividad y la constitución general del universo"[12].

Por esa especial cualidad, era fácil para los matemáticos germanos elaborar una Matemática completamente despegada -en apariencia- del mundanal ruido. Cada matemático, por su formación y actuación, llevaba en sí una clara concepción del mundo en la que sustentar sus especulaciones abstractas.

Por eso puede entenderse la versión alemana de la experiencia de *l'Ecole Politechnique*, realizada a escala estatal. Investigación de altura en las Matemáticas, íntimamente conectada con el desarrollo de las ciencias y el mismo desarrollo industrial. Mas este encaje de bolillos se tiene que dar en coordenadas político-sociales muy definidas. Y, salvo en Alemania, en el resto de los países europeos sólo fructificó en momentos de afirmación nacional o de crisis. Para poner dos ejemplos sencillos cabría señalar el desarrollo de las Matemáticas en Italia en el último tramo del siglo XIX o en la Rusia de los años inmediatamente siguientes a la Revolución de Octubre de 1917.

No puede afirmarse, sin más, que los matemáticos alemanes renegasen de la Matemática Aplicada. Ivo Schneider[13], que ha reflexionado con agudeza sobre los mismos temas que en este trabajo se desarrollan en torno a la personalidad de Arquímedes, Huygens y Gauss, ha señalado que incluso Gauss, uno de los mayores apóstoles de las Matemáticas no finalistas, sostenía -según afirmaba el matemático hamburgués Lübsen- que "la teoría atrae a la práctica como el imán al hierro". Sin embargo, esto no empaña la actividad teórica que Gauss mantuvo durante toda su vida y que podría sintetizarse en el breve número de líneas contenidas en una carta que escribiera en 1846 a Alexander von Humboldt, en la que sostiene que "en este como en otros terrenos científicos... nuestros conocimientos sólo producen grandes progresos cuando se les considera no como simples medios, sino como fines en sí mismos, sin preguntarse por su utilidad inmediata".

Este tipo de mensaje, al asimilarse por personas que no tenían ni el cerebro ni la enorme prudencia de Gauss, produjeron bastantes fricciones entre los defensores de la Matemática Aplicada y los puristas a ultranza. Amén de otras secuelas, que están a la vista de todos.

Mas es obvio reconocer que la tendencia propugnada por Gauss y Cauchy fue la que acabaría por imponerse definitivamente.

La consolidación de esta vertiente tuvo lugar en el punto de encuentro teórico entre los vencedores y vencidos de la Primera Guerra Mundial. La crisis de la sociedad francesa se tradujo, en el universo de las Matemáticas, en el empuje de los más jóvenes y brillantes matemáticos por superar la crítica de los fundamentos, volcando sus voluntades en el seguimiento de las pautas de comportamiento alemanas que demostraban en la práctica que eran capaces de levantar hasta la cúspide la ciencia alemana tras cada cataclismo. Con algún inconveniente. Ni los franceses llevaban tras de sí una educación filosófica similar a sus vecinos del otro lado del Rhin, ni la evolución de los acontecimientos les iba a permitir la percepción de la realidad de la que iban a disponer los colegas de casi todo el resto del mundo.

La versión matemática de la *grandeur* francesa la entronizó el grupo *bourbaki*, que en algún momento de su existencia creyó alumbrar ese nuevo Euclides que dejase definido para otros veintitantos siglos las Matemáticas Puras. Dieudonné, con su desparpajo habitual, ha llegado a sentenciar sobre lo que eran y no eran Matemáticas y ha anatematizado a quienes sospecharan algún rastro de aplicabilidad en las especulaciones teóricas[14].

Toda la comunidad matemática siguió los pasos de la herencia alemana del XIX, por lo menos en apariencia. A los matemáticos, salvo en los momentos de mayor gravedad social, les importaba su mundo. Un mundo cada vez más separado de la realidad, más metido en interiorizadas problemáticas ideales. Un mundo reivindicado vigorosamente por sus habitantes y contemplado con mayor escepticismo por el resto. De tanto en tanto, los asombrosos avances tecnológicos y científicos revelan un soporte matemático sumamente eficaz. Igualmente, también continuamente aparecen proyectos ofertados hacia la comunidad matemática, desde organizaciones y entidades bien concretas, que no tienen precisamente un interés estético por la *ciencia príncipe*. Y de esos avances y esos proyectos surgen ideas que penetran en el mundo intrínseco de las Matemáticas Puras y les dan trabajo para una nueva temporada.

3.- Matemáticas, ajedrez o poesía

El prestigio de las Matemáticas hizo que esta disciplina haya conquistado un papel omnímodo en el conjunto del saber. Hoy, en cualquier país desarrollado o que quiera desarrollarse, las Matemáticas son un elemento esencial en la formación de los ciudadanos y no sólo de los de élite. A los ciudadanos de esos países se les exige no sólo saber contar y medir, sino una notable cantidad de conocimientos cuyo interés se justifica por la valoración que de ellos dan los propios matemáticos, sin que importe para nada el futuro profesional o vital de los recipiendarios. Los bourbakistas estuvieron a punto de conseguir que la inmensa mayoría de los niños y niñas no llegasen a aprender, ni siquiera, a contar y medir. Sin embargo, lo que se ha afianzado en el desarrollo contemporáneo ha sido el despegue del mundo real. Las Matemáticas se justifican por sí mismas, sin necesidad de exhibir ningún tipo de utilidad social. La respuesta ante semejante imposición no podría ser otra que la del escepticismo y el rechazo masivos. La consecuencia más palmaria en el terreno docente es el abrumador e insoportable fracaso escolar y, junto a ello, la actitud pasiva de los escolares de buena parte del planeta. Preguntados los estudiantes de cualquier nivel (incluídos los universitarios que cursan estudios de Matemáticas) por la posible utilidad de las Matemáticas responden, con una impertinente unanimidad, que ninguna.

Ante estas realidades los más empecinados valedores de la ciencia no finalista y, en particular, de la Matemática teórica, suelen argumentar a la defensiva sosteniendo que la ciencia es difícil *per se* y que no todo el mundo vale para ello. Dicho en otras palabras, las Matemáticas son un factor de selección social. De definición de élites. Sin entrar en lo injusto y deshonroso de ese papel, cabe decir que para justificar su extensión, todos deben volver a la argumentación de la suma eficacia instrumental de las Matemáticas para el desarrollo de las ciencias más dispares. Desde la Economía a las Tecnologías, desde la Sociología a la Física, todas aspiran a contar con un aparato matemático más desarrollado. Las mismas ramas de formación profesional están llenas de elementos matemáticos. Por lo tanto, la instrucción matemática no es sólo conveniente, sino imprescindible, dicen. Otrosí, afirman y reclaman los altos valores formativos de la disciplina y el rigor procedimental. Y en círculos más reducidos pueden oírse parlamentos apasionados sobre la belleza de algún razonamiento o de todos los razonamientos y los más virulentos calificativos contra *las cuentas*.

Todo eso está muy bien y ha conseguido, de hecho, extender la profesión de matemático por todas las disciplinas y niveles educativos. En cualquier país desarrollado todos los profesionales, desde los peluqueros a las arquitectas, deben superar los correspondientes cursos de Matemáticas. Aunque ni unos ni otras vayan a aplicar en su vida el concepto de estructura de grupo ni el de espacio vectorial. El tema desde luego no es jocoso, porque son muchos millones -de la moneda que se quiera- lo que se dedica en cada Estado a instruir a los ciudadanos en estos conceptos. Y si la respuesta concreta fuera la de rellenar el vacío existente entre *las dos culturas* habría que reconocer que hay que hacer todavía esfuerzos en esa dirección. Pero habría que reflexionar si los contenidos curriculares que se exigen en Matemáticas dejan cultura o simplemente odio, mero rechazo.

Pero hay más. La justificación de las Matemáticas como instrumento para la asimilación de otros saberes también exige la misma reflexión curricular. Los físicos, economistas, torneros o ingenieros industriales tienen derecho a exigir que se les instruya en algo que les sirva. Para ser buenos ciudadanos y buenos profesionales no necesitan, en absoluto, poder discriminar las sutilezas de las especulaciones de las matemáticas teóricas. El grave problema de la elección de los contenidos es que éstos han sido elegidos por los matemáticos que los imparten y no por los sectores sociales y profesionales que deben utilizarlos. Hasta que se quitan las Matemáticas de encima, como hicieron no hace tanto los médicos. Hoy, en algunas carreras, como *geológicas o biológicas*, las Matemáticas no son otra cosa, tal como se imparten generalmente, que meros escollos selectivos. Luego no se utilizan para nada. Y resulta enormemente dificultoso convencer a esos futuros geólogos y biólogos de que, efectivamente, las Matemáticas pueden servirles mucho para la mejor comprensión de muchas disciplinas directamente vinculadas con su profesión. Llama particularmente la atención el contenido curricular oficial que se exige a los profesionales que deben aplicar posteriormente sus saberes a la enseñanza en los niveles no universitarios. Tanto a los profesores de EGB como a los licenciados en Matemáticas con destino en FP o en el Bachillerato se les imparte un curriculum absurdo y totalmente desconectado de su futuro profesional.

Queda el aspecto formativo, pero aquí habría que decir que sólo forma lo que se hace con interés. Lo que se impone por la fuerza del ordenancismo, deforma. Y no es que se pretenda que las Matemáticas sean además lúdicas, que tampoco sería exagerado, pero al menos sí que podría desearse que no fueran una maldición.

Las Matemáticas tienen que competir en difíciles terrenos con muchas ocupaciones y aficiones que pueden disputar con eficacia la ventaja de sus atributos. La objetiva belleza de la Matemática clásica se ha diluído en una maraña heterogénea en la que se impone más la habilidad táctica del discurso analógico que la sorprendente agudeza de las deducciones. Porque aunque nadie pueda negar la belleza y la elegancia de algunos teoremas, puestos a mantener profesorado y profesionales, no es de suponer que fueran los matemáticos los elegidos para tal menester. Además, la estructura moderna de la cultura y de la creación no suele funcionarizar este tipo de ocupaciones sociales. La poesía o la pintura se desarrollan por otras vías y dentro de otros ámbitos curriculares. Otro tanto podría argumentarse de la valoración de las Matemáticas como elemento formativo imprescindible en la educación de niños y jóvenes. Otras disciplinas, como las lenguas clásicas, con una mayor tradición histórica, tanto en esta faceta como en la de selección de élites, fueron desplazadas sin ninguna consecuencia traumática. La experiencia indica, por otra parte, que hay aficiones como el ajedrez que también educan la mente y comportan una gran disciplina intelectual no exenta, en absoluto, de belleza y elegancia. Y además de ser una afición deportiva, es creativa en cada episodio. ¿Podría entenderse que los jugadores de 1ª categoría fueran nombrados catedráticos para que impartiesen clases de esta difícil disciplina? Porque puestos a competir en dificultad, las posibilidades del sistema de axiomas que gobiernan el ajedrez presentan un nivel acusadamente alto.

El único principio válido que justifica la extensión de las Matemáticas y su plena incardinación en el tejido social es el de ser una ciencia enormemente aplicable y que a la luz de los resultados técnicos obtenidos ha demostrado históricamente su tremenda utilidad. Tiene que ser, por tanto, la Matemática Aplicada el norte de orientación de la planificación de los estudios a todo lo largo de la médula espinal del sistema educativo.

Ordenar los contenidos no es tarea fácil por el sin número de intereses creados en torno a una profesión tan extendida. Pero sí parece claro que hay que someter a profunda revisión la formación de los matemáticos.

El *bourbakismo*, a pesar de su fracaso histórico, ha dejado las cosas atadas y bien atadas. Toda la instrucción se establece actualmente en torno a lo se que consideran los troncos constituyentes del saber matemático, que en una actitud seguidora del prestigio del análisis clásico, pone por delante las especulaciones teóricas -encuadradas en el Análisis Matemático, el Algebra y la Geometría-. Esta estructura organizacional es la que ha producido la fatal disarmonía en la relación entre las Matemáticas, la Tecnología y las Ciencias Formales y Naturales. Y en ese escollo está la herencia del bourbakismo y un negro porvenir para las Matemáticas tal y como se proyectan ahora hacia la sociedad.

Sin embargo, este callejón tiene que tener una salida. Habría quizás, que comenzar por cambiar la orientación general de la enseñanza de las Matemáticas, *subordinando* sus contenidos a los intereses de las profesiones a las que tenga que servir y adaptándose a las necesidades de los ciudadanos que deben formarse con ellas.

En concreto, la carrera de Matemáticas debería cambiar su troncalidad actual por las ecuaciones diferenciales y la estadística. Para cubrir las necesidades demandadas por esas disciplinas habrá que estudiar mucho análisis, mucha álgebra, mucha geometría y mucha topología. Aunque quizás deban de ser diferentes.

Hoy no pueden pasarse por alto dos temas que deberían ser cruciales. El primero, íntimamente vinculado a la propia formación de los matemáticos, se establece en torno a la capacidad real para abordar los problemas que se presentan en el análisis de los fenómenos naturales. Lo habitual suele ser que los matemáticos conozcan diversas técnicas que se aplican a unos modelos tan ideales que, parafraseando a Lebesgue, sólo valen para ser definidos. No puede interpretarse como hipérbole ni acusación gratuita la afirmación de que los matemáticos no salen preparados para resolver problemas sino para afrontar ejercicios. Eso, que es una consecuencia de la asunción abusiva del método axiomático, ha planteado una manera de contemplar la realidad que es una simplificación ventajista de los fenómenos naturales. Las nuevas direcciones de la investigación, alguna tan de moda como la teoría de los objetos fractales, indican que, para desgracia de los cultivadores de la ciencia príncipe, lo habitual en el enfoque de los problemas del mundo sublunar es encontrarse con situaciones harto más complicadas que las que se derivan directamente del logos platónico[15].

Esta dificultad objetiva conduce el fenómeno bastante habitual de la desnaturalización de los contenidos de la Matemática Aplicada. El hecho es que, ante la creciente inabordabilidad de los problemas reales, buena parte de los profesionales de Matemática Aplicada realizan un tipo de trabajo muy poco diferente del de sus colegas teóricos.

El progresivo aislamiento de las Matemáticas respecto de casi cualquier otro estímulo intelectual ha abordado la instrucción en los procesos de modelización, fundamentales para los desarrollos exitosos en la vertiente aplicada.

Mas todo este conjunto de reflexiones no debe asustar más que a los timoratos. En definitiva, salvo las peculiaridades administrativas que adoptan en España las polémicas intelectuales, la realidad indica que hoy por hoy el dinero se dirige hacia donde siempre se ha dirigido, porque para los juegos florales debe haber recursos, pero obviamente se deben asignar de manera diferente.

NOTAS

(1) Aquí es preciso establecer una cierta cautela valorativa en el análisis de el desarrollo de las ideas científicas en el periodo de la Alta Edad Media. No puede pasarse por alto que el hundimiento del Imperio Romano de Occidente fue el desplome de una civilización en la que, por cierto, las Matemáticas no ocuparon un lugar excesivamente preponderante. Eso, unido a la escasa preocupación científica de los invasores, hizo que el

saber científico del mundo occidental se colocara a niveles bajísimos. Mas tampoco la civilización islámica fue desde el primer momento un dechado de interés científico. En los primeros siglos de la Hégira, que coinciden con el mayor expansionismo conquistador, no descuella ninguna autoridad islámica. La Ciencia, y particularmente la Matemática, más avanzada se estaba haciendo en la India, por parte de Aryabhata, Bhaskara I y otros en los siglos V y VI de nuestra era, mientras que hasta el siglo VIII no comienzan las traducciones y el interés por la ciencia en el mundo islámico. Lo que sí fue un factor significativo para la expansión de las nuevas ideas fue la existencia de un territorio gigantesco unido por un mismo credo religioso, con todo lo que ello comporta para el estímulo de las relaciones humanas. Ver, por ejemplo, *Die Mathematik des Mittelalters*, en Wussing et *al.* (1983), pp. 56-87.

(2) Hasta el extremo de la competición pública. Este tipo de retos un poco circenses, habituales en la Baja Edad Media y el Renacimiento, se mantuvo, aunque atenuado, hasta el mismísimo siglo XVIII. Epígono suavizado de este proceso puede considerarse a Juan Bernoulli con sus famosos envites en las *Acta Eruditorum* [ver, en torno al tema de la braquistocrona, Hormigón (1985)]. No obstante, en este arte del exotismo científico, las Matemáticas fueron claramente desplazadas por la incipiente electricidad y por la química. En la época contemporánea, cuando alguien ha necesitado un resultado matemático, o contrata a una persona adecuada o convoca un premio. Además, en fechas recientes, si hubiera que asimilar a los matemáticos a algún personaje circense, ya no podría pensarse en las acrobacias de un Fibonacci con sus números cuadrados o de un Tartaglia con sus ecuaciones de tercer grado, habría que pensar en otras cosas menos edificantes y divertidas.

(3) Véase, Deubner, H. (1970-1): T. 1, 1-22; T. 2, 99-114; T. 3, 58-69.

(4) Es cierto que en el siglo XVII ya hay lecciones de Matemáticas en muchas universidades y colegios, mas los docentes o estudiosos no son profesionales de las Matemáticas. Copérnico -remontándonos al siglo XVI- es médico y político, Galileo también es médico, Vieta y Fermat abogados, Mersenne clérigo, Leibniz se gana la vida como puede, aunque preferentemente con la política y Newton, que podría asimilarse a un profesional moderno, adquirió ocupaciones sociales concretas alejadas de las Matemáticas, además de sus propias inclinaciones personales íntimas.

(5) Como ingeniero viene de *ingenio* es fácil admitir que pueda haber una extrapolación profesional hacia los primeros tiempos de la civilización. Lilley (1965) considera que la Historia de la Tecnología arranca de los tiempos primitivos con la

aparición de las herramientas y que en el periodo alejandrino proliferaban los inventores cultos. Es notable que algunos de los primeros nombres propios de la Historia de la Técnica pertenezcan a la nómina de los más brillantes matemáticos de la Antigüedad. Tal es el caso, por ejemplo, de Arquímedes y Herón. Mas salvo casos de esta talla, que forzosamente hay que considerar aislados, el conjunto de esos *cultos inventores* (Lilley, ib. 42-45), carecían de esa formación sistemática en Matemáticas y ciencias básicas de que se dotó en el siglo XVIII la profesión de ingeniero.

(6) Boyer, que ha estudiado monográficamente tanto la figura de Carnot como el entorno matemático del periodo revolucionario, enfatiza, lógicamente en un historiador de las Matemáticas, la atención de los prototipos de matemáticos aplicados, que son los de la Revolución Francesa, por las cuestiones teóricas, fundamentalmente relacionadas con el cálculo. Vs. Boyer, Ch. (1968).

(7) La bibliografía sobre Gauss y Cauchy es bastante abundante. Sin embargo, para el propósito de este discurso es interesante la lectura del Mehrtens, Bos, Schneider, editors (1985): *Social History of Nineteenth Century Mathematics*, Birkhäuser, especialmente los trabajos de Hodgkin (p. 50-71) y de Mehrtens (p. 257-280).

(8) Dou, A. (1974), p. 8

(9) Inspira cierta ternura la lectura de algunos documentos y textos matemáticos de la década de los 30, tendentes a justificar en el conjunto del pensamiento el implantado método axiomático. Algunos resucitan el método de los diálogos para defender, cual nuevos galileos, esta metodología. Así se conduce, por ejemplo, Gonseth (1936) en su libro sobre el exprésivo tema de las Matemáticas y la realidad, que lleva como subtítulo *Ensayo sobre el método axiomático*.

(10) Geymonat (1985), vol. 3, p. 106.

(11) Dampier (1972), pp. 331 y ss.

(12) Lange (1925), vol. II, p. 263.

(13) Schneider (1983), p.164.

(14) Sobre el bourbakismo hay mucho escrito, pero se pueden leer para refrescar ideas el excelente trabajo de Israel (1975) y mi valoración crítica, Hormigón (1986).

(15) Para hacerse una idea rápida de todo este embrollado asunto de las complicadas realidades que aparecen en la Naturaleza basta con leer el libro de Mandelbrot (1987) sobre los objetos fractales.

BIBLIOGRAFIA

1.- BOYER (1968): *A History of Mathematics*. Wiley. New York.

2.- DAMPIER, W.C. (1972): *Historia de la Ciencia y sus relaciones con la filosofía y la religión*. Tecnos. Madrid.

3.- DEUBNER, H.:"Adam Ries, der Rechenmeister der deutschen Volkes" . *Zeitschriftenreihe für Geschichte der Naturwissenchaften, Technik und Medizin (NTM)*. Teil 1 (NTM), 1/1970, 1-22; Teil 2 (NTM), 2/1970, 99-114; Teil 3 (NTM), 1/197, 58-69.

4.- DOU, A. (1974): *Fundamentos de la Matemática*. 2ª ed. Labor. Barcelona.

5.- GEYMONAT, L. (1985): *Historia de la Filosofía y de la Ciencia*. 3 vols. Crítica. Barcelona.

6.- GONSETH, F. (1936): *Les mathématiques et la réalité. Essai sur la méthode axiomatique*. Blanchard. París.

7.- HORMIGON, M.(1985): *El problema de la braquistocrona*. En: *Homenaje al Profesor D. Rafael Rodríguez Vidal*. Universidad de Zaragoza, pp. 221-237.

8.- HORMIGON, M. (1986): *Las matemáticas en los años finales del siglo XX (I): El bourbakismo*. En: *La Ciencia actual: aproximación interdisciplinar (I Encuentro). Universidad de Verano de Teruel*. Teruel.

9.- ISRAEL, G. (1977): *Un aspetto ideologico della matematica comtemporanea: il bourbakismo* . En: *Matematica e Fisica: Strutura e Ideologia*. De Donato. Bari.

10.- LANGE, F.A. (1925): *Geschichte des Materialismus*. Trad. Ingl. E.C. Thomas. 3ª ed. London.

11.- LILLEY, S. (1973): *Hombres, máquinas e historia.* 2ª ed. castellana. Artiach. Barcelona.

12.- MEHRTENS, BOS, SCHNEIDER, editors (1981): *Social History of Nineteenth Century Mathematics.* Birkhäuser. Boston-Basel-Stuttgart.

13.- MANDELBROT, B. (1987): *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión.* 1ª edición en castellano. Tusquet. Barcelona.

14.- SCHNEIDER, I. (1983): "Técnica y Ciencias Exactas en Arquímedes, Huygens y Gauss". *LLULL, 6, nº 10-11,* 143-164.

15.- WUSSING, H. et al. (1983): *Biographien bedeutender Mathematiker.* Volk und Wissen Volkseigener Verlag. Berlín.