ACTUALISATION, DEVELOPPEMENT ET PERFECTIONNEMENT DES CALCULS LOGIQUES ARITHMETICO-INTENSIONNELS DE LEIBNIZ*

Miguel SANCHEZ-MAZAS**

ABSTRACT

In the parts I and II of this paper, the Author shows:

1. how Leibniz's arithmetico-intensional logical calculi of April 1679 can be completed and transformed in an intensional Boolean algebra (U, v, &, -, e, -e) admitting, on the one hand, two different logical interpretations:

li1: as a complete and consistent calculus of terms (properties) and syllogistic;

li2: as a deontic first-order calculus

and, on the other hand, two different arithmetical interpretations:

ai1: as a numerical Boolean algebra (D_M, lcm, gcd, M/..., 1, M) of all divisors of a natural number M;

ai2: as a numerical Boolean algebra (B_A, lcbc, gcbc, A-..., 0, A) of all binary components of a natural number A.

Arithmetical representations of negation of a term x and of combination (intensional conjunction) and alternative (intensional disjunction) of two or more terms are respectively M/x, lcm (lower common multiple) and gcd (greatest common divisor) in the first Boolean algebra (ai1) and A-x, lcbc (lower common binary composite) and gcbc (greatest common binary component) in the second one (ai2).

---

*Cette étude est le résultat d'une recherche effectuée par l'Auteur dans plusieurs centres de la République Fédérale d'Allemagne pendant le semestre novembre 1989-avril 1990 grâce à une subvention de la Direction Générale de la Recherche Scientifique et Technique (DGICYT) du Ministère de l'Éducation et de la Science (MEC) d'Espagne. Je tiens à cette occasion à remercier très sincèrement le Professeur Heinrich SCHEPERS, Directeur de la Leibniz-Forschungsstelle de l'Université de Münster, le Professeur Justus DILLER, Directeur de l'Institut für mathematische Logik und Grundlagenforschung de la même Université et le Docteur Albert HEINEKAMP, Secrétaire de la G.W. Leibniz-Gesellschaft de Hanovre pour leur accueil amical et les précieux conseils, observations et facilités de travail qu'ils m'ont accordés pendant mon séjour et mes recherches dans les centres mentionnés.

2. that, in this context, each possible **world** U of 2^n **elements** (**terms**, **acts**) can be defined on the basis on **n elements of U** choosen as **"saturated"** (**intensionally maximal**, but **possible**) **in U** or, inversely, on the basis of n **elements of U** choosen as **"primitive"** (**intensionally minimal**, but **not-universal**) **in U**. In fact, each **possible element of U** can be defined now as an **alternative** of **saturated elements** of U, now as a **combination** of **primitive** (opposite to **saturated**) **elements of U**; all **combinations** of **saturated elements of U** being equivalent to the **impossible element** (-e, **non-entity**, resp. **impossible act**) **of U** and all **alternatives** of **elements of U** being equivalent to the **universal element** (e, **entity**, resp. **possible act**) **of U**.

In the **arithmetical representation** of each **possible world U**, the **maximal number M** (for **ai1**) or A (for **ai2**) represents the **impossible** (**non existent**) **element of U**. Now, each **possible world** defined by n **saturated** (resp. **primitive**) **elements** can be automatically **enlarged** (**restricted**) by the **introduction** (**suppression**) of **m new** (**old**) **saturated** (resp. **primitive**) **elements**, producing a **new possible world U'** where **m impossible elements** (**centaur**, **pegasus**, **syren**, **unicorn**, etc.) of U become **possible elements of U'** or inversely.

After this **first type** of **arithmetical representation** of **logical calculi**, where the **terms** are -as in Leibniz's **1679 calculi**- represented by **natural numbers** and the **propositions** by **equations** (for **universal**, resp. **prescriptive**) or **inequations** (for **particular**, resp. **permissive**), in the **part III** the **Author** presents a **second type** of **arithmetical representation** where **propositions** are represented by **natural numbers** and the **valid** (**classical** or **deontic**) **syllogisms** by **true arithmetical relations** between the **numbers of premisses** and the **number of conclusion**. Here the entire **syllogistic** adopts the form of a **multiplication table** where a **syllogism is valid if and only if the lcm** (in **ai1**) **or the lcbc** (**in ai2**) **of the characteristic numbers of the premisses is** a **multiple** (**in ai1**) **or** a **binary composite** (**in ai2**) **of the characteristic number of the conclusion.**

Introduction

Dans l'ensemble, assez complexe et varié, des nombreux **calculs logiques** de **Leibniz**, il est possible de choisir, comme point de départ pour des recherches, développements et perfectionnements ultérieurs, dans un cadre actuel, un sous-ensemble, lui-même très hétérogène, formé des calculs que nous appellerons **"calculs logiques arithmético-intensionnels de Leibniz"**, parce qu'ils ont en commun, à la fois, les deux propriétés suivantes:

1. Ils sont fondés sur la perspective **intensionnelle** des relations entre les concepts (ou, plus généralement, entre les éléments logiques de base), par opposition à l'aspect extensionnel dominant dans toute

la logique moderne, surtout depuis **Boole** et encore renforcé après la critique non fondée et injuste de **Couturat** contre la préférence **leibnizienne** pour la représentation de ces relations d'après leur **compréhension** ou **intension**, le philosophe parisien estimant, au contraire (sans justification réelle et appuyé sur des exemples erronés, comme nous l'avons montré ailleurs[1]), que **"la considération de l'extension...est la seule qui permette de soumettre la logique au traitement mathématique"**[2];

2. Ils admettent une **interprétation arithmétique** où les **concepts** (ou autres éléments logiques de base) sont représentés par des **nombres** et les **opérations** et **relations logiques** respectivement par des **opérations** et **relations arithmétiques**, d'où ces calculs constituent une application directe de la **Caractéristique numérique** de **Leibniz.**

Par **"actualisation"** de ces calculs, nous entendons ici l'expression de ces derniers dans un cadre terminologique et symbolique **actuel**, où les problèmes de leur **consistance**, de leur **complétude** et de leur **décidabilité** puissent être posés et résolus avec clarté et précision.

Par **"développement"** de ces calculs, nous entendons ici la tâche qui consiste à extraire des principes de ces derniers et des principes de la logique leibnizienne en général toutes les **conséquences** implicites permettant de les compléter dans la perspective ci-dessus expliquée, ainsi que de les **étendre** ou **extrapoler** "mutatis mutandis" à des **domaines logiques différents** des domaines pour lesquels **Leibniz** les avait primitivement envisagés.

Par **"perfectionnement"** enfin de ces calculs nous entendons ici les **revisions** ou **modifications** de ces derniers demandées par les exigences de **consistance**, **complétude** et **décidabilité** ci-dessus évoquées, comme celles qui nous ont amené, entre autres, à traduire ou représenter arithmétiquement la **combinaison** des concepts par le **plus petit commun multiple** (ou, plus généralement, par le **suprême**) de leurs **nombres caractéristiques**, plutôt que par le **produit** de ces derniers, comme l'avait proposé **Leibniz**, avec des résultats non entièrement satisfaisants pour l'**univocité** de la représentation.

I

L'arithmétisation des relations logiques entre concepts et de la syllogistique entreprise par Leibniz sur la base de l'association d'un seul nombre naturel caractéristique à chaque concept[3] pourra être jugée satisfaisante:

a) par son univocité: à chaque concept devra rester associé un nombre naturel invariant pour la classe d'équivalence[4] du premier;

b) par sa consistance: une relation logique entre concepts sera vraie si et seulement si la relation arithmétique associée entre les nombres caractéristiques des premiers est vraie, et réciproquement;

c) par sa complétude: à toute formule syllogistique bien formée devra rester associée une formule arithmétique bien formée, qui permettra l'évaluation more arithmetico de la première,

dans les conditions suivantes:

1. à la combinaison (conjonction[5]) de concepts devra être associé non la multiplication de leurs nombres caractéristiques, comme disait Leibniz, mais plutôt le plus petit commun multiple de ces derniers;

2. à l'alternative (disjonction[6]) de concepts, pour laquelle Leibniz n'avait pas trouvé l'opération arithmétique correspondante[7], devra être associé, en tant qu'opération logique duale de la précédente, le plus grand commun diviseur de leurs nombres caractéristiques;

3. au concept universel <u>être</u>, qui n'est sujet que de lui-même[8], devra rester associée, comme Leibniz l'avait prévu, l'unité arithmétique (le nombre 1)[9], infimum[10] de l'ensemble des nombres associés aux différents concepts; mais en même temps et de manière duale, au concept vide <u>non être</u>[11], qui n'est prédicat que de lui-même[12], et pour lequel Leibniz n'avait pas trouvé le nombre naturel correspondant[13], devra rester associé le nombre que nous avons appellé 'plein' ou 'hypersaturé'[14], supremum[15] de tous les nombres de l'ensemble;

4. à la négation d'un concept devra être associé le nombre naturel résultant de diviser le nombre hypersaturé par le nombre caractéristique du concept donné[16].

Dans des travaux précédents[17], qui remontent à un article publié à Madrid en **1952**[18], nous avons établi **les deux premières conditions** ci-dessus, et en **1978** nous avons expliqué à Hanovre, dans un Symposion de la **Leibniz-Gesellschaft**, leur nécéssité pour la **cohérence** de l'**arithmétisation leibnizienne de la syllogistique** de la fa£on suivante:

"Le principe fondamental de l'arithmétisation leibnizienne des relations intensionnelles entre les notions établit que si une notion comme **homme** contient intensionnellement une autre notion comme **animal** -c'est-à-dire, si une proposition universelle affirmative comme "tout homme est animal" est vraie-, alors le nombre caractéristique H de la première doit être multiple du nombre caractéristique A de la deuxième[19].

Or, Leibniz affirme aussi que si une universelle affirmative, comme la précédente, est vraie, alors le résultat de la combinaison de la notion-sujet et la notion-prédicat -ici, respectivement, **homme** et **animal**- n'est pas une nouvelle notion mais précisément la notion-sujet -ici **homme**-, comme si cette dernière, contenant déjà l'autre, était en mesure de **l'absorber**, pour ainsi dire, lors de la combinaison[20].

Si l'on veut être conséquent avec ces deux principes de Leibniz -et, à mon avis, nous n'avons d'autre choix, si nous voulons sauver l'essentiel de son système-, alors la traduction arithmétique correcte de la **combinaison** de deux notions ne peut plus être, comme croyait Leibniz, la **multiplication HxA** de leurs nombres caractéristiques -puisque cette opération arithmétique ne permet pas **d'absorber** les facteurs communs des deux nombres- mais plutôt leur **plus petit commun multiple** [H,A], opération qui est commutative et associative comme la première et qui, de surcroît, permet **d'absorber** les facteurs communs des nombres en question.

Nous aurons, en effet, dans ce cas, l'équivalence suivante entre les conditions arithmétiques traduisant les deux expressions leibniziennes précitées de l'universelle affirmative:

$A|H \leftrightarrow [H,A]=H$

(A est diviseur de H si et seulement si le plus petit commun multiple de H et A est égal à H).

Des considérations analogues, également fondées sur les critères leibniziens, nous amenerons à traduire **l'alternative** de deux notions comme **végétal** et **animal** pour produire une nouvelle notion -ici, par exemple, **vivant**, équivalent à **végétal ou animal**- par le **plus grand commun diviseur (V,A)** de leurs nombres caractéristiques respectifs, opération qui est aussi commutative et associative et qui, dans une algèbre de Boole, est la duale de la précédente. On comble de cette façon la lacune de Leibniz qui, comme le signale Couturat[21], n'était jamais arrivé à exprimer arithmétiquement en même temps **la combinaison** et **l'alternative,** puisque dans le seul **calcul alternatif** qu'il envisagea[22], il traduisit l'alternative par la multiplication, comme il avait fait dans les autres calculs avec la combinaison"[23].

Dans ces **conditions,** nous avons **transformé,** d'une manière certainement **conséquente** avec la conception **théorique** et les buts **pratiques** de **Leibniz,** mais, en même temps, **univoque, consistante** et **complète,** ses **calculs logiques arithmético-intensionnels** en une **algèbre de Boole,** qui est la suivante:

(Ensemble des termes, ou, et, non, Ens, non-Ens)

ou, plus simplement:

(U, v, &, -, e, -e)

et qui est **isomorphe** avec **l'algèbre de Boole arithmétique** suivante:

(N, (...), [...], ', E, E')

cette dernière admettant, d'autre part, deux **versions** ou **interprétations** différentes et **isomorphes,** à savoir:

1. dans l'ensemble D_M des diviseurs d'un nombre naturel M:

(D_M, p.g.c.d., p.p.c.m., M/..., 1, M)

2. dans l'ensemble B_A des composants binaires d'un nombre naturel A:

(B_A, p.g.c.b.c., p.p.c.b.c., A-..., 0, A)

Dans un but de **simplification**, nous utiliserons par la suite les symboles "(..)" et "[..]", comme il est habituel de le faire, pour désigner respectivement les **opérations arithmétiques plus grand commun diviseur** et **plus petit commun multiple**, mais aussi, comme nous l'avons fait dans nos travaux précédents et lorsque le contexte ne prête pas à **équivoque**, pour désigner respectivement les **opérations arithmétiques plus grand composant binaire commun** (ou **infimum binaire**[24]) et **plus petit composé binaire commun** (ou **supremum binaire**[25]).

Or, dans tous les contextes où les **deux interprétations** seront présentes à la fois, nous utiliserons les symboles "$(..)^p$ " et "$[..]^p$ " pour désigner respectivement le **p.g.c.d.** et le **p.p.c.m.** et les symboles "$(..)^b$ " et "$[..]^b$ " pour désigner respectivement les **opérations p.g.c.b.c.** et **p.p.c.b.c.**

<u>Correspondance isomorphe entre les algèbres de Boole</u>

logique	**arithmétiques**	
des termes ou propriétés	**des diviseurs d'un nombre naturel M**	**des composants binaires d'un nombre naturel A**
(U,v,&,-,e,-e)	$(D_M,(..)^p,[..]^p,M/..,,1,M)$	$(B_A,(..)^b,[..]^b,A-..,0,A)$
U: **ensemble des termes**	D_M: **ensemble des diviseurs de M**	B_A: **ensemble des composants de A**
v: **alternative**	$(..)^p$: **p.g.c.d.**	$(..)^b$: **p.g.c.b.c.**
&: **combinaison**	$[..]^p$: **p.p.c.m.**	$[..]^b$: **p.p.c.b.c.**
-: **négation**	M/..: **complément multiplicatif**[26] **par rapport à M**	A-..: **complément additif**[27] **par rapport à A**
e: **être**	1: **unité**	0: **zéro**
-e: **non être**	M: **nombre naturel maximum de** D_M	A: **nombre naturel maximun de** B_A

<u>**Observations importantes:**</u> **1.** Les 2^n **nombres naturels** compris entre 1 et un certain nombre M (qui doit être le **produit de n nombres premiers**, <u>**deux à deux différents**</u>), éléments de l'**algèbre de Boole des diviseurs de M** (deuxième colonne) seront écrits en <u>**système décimal**</u>. **2.** Par contre, les 2^n **nombres naturels** compris entre 0 et un certain nombre A (qui doit être la **somme de n puissances de 2**, <u>**deux à deux différentes**</u>), éléments de l'**algèbre de Boole des composants binaires de A** (troisième colonne), seront écrits dans un <u>**système dont la base soit une puissance de 2**</u> (ici en <u>**binaire**</u> et plus généralement en <u>**octal**</u> selon les besoins et la commodité), pour simplifier la <u>**réalisation manuelle**</u> des **trois operations binaires** <u>**p.g.c.b.c.**</u>, <u>**p.p.c.b.c.**</u> et <u>**complément additif**</u> ainsi que les <u>**évaluations automatiques**</u> des <u>**formules**</u>[28].

L'existence des **deux types d'algèbres de Boole de nombres entiers** que nos avons présentées ci-dessus et dont chacune peut servir de **modèle arithmétique** non seulement, comme nous venons de le montrer, à une **logique des termes ou propriétés** et donc à une **syllogistique**, mais aussi à un **calcul propositionnel de base intensionnelle**[29] et, avec les extensions opportunes, à d'autres **systèmes de logique** dont des **logiques modales, aléthiques**[30] ou **déontiques**[31], ainsi qu'à des **systèmes normatifs du droit positif**[32], est une circonstance tout à fait remarquable et dont l'extrême importance pour la **compréhension**, l'**explication**, la **formalisation**, l'**arithmétisation**, le **traitement informatique** et même l'**enseignement** de la **logique** n'a pas encore été, à notre avis, suffisamment mise en relief.

Nous avons constaté, en effet, que même des ouvrages spécialement consacrés aux différentes sortes d'**algèbres de Boole** et aux développements théoriques et applications pratiques de ces dernières s'occupent très rarement de l'**algèbre des diviseurs d'un nombre naturel** et encore moins de son **intérêt théorique** et **pratique** et ne mentionnent jamais l'**existence** d'une **algèbre de Boole arithmétique des composants binaires d'un nombre naturel** et donc l'**isomorphisme** entre la première et la deuxième de ces **algébres numériques** ci-dessus signalé.

Ainsi, par exemple, le récent livre de **Frank Markham Brown** Boolean Reasoning: The Logic of Boolean Equations, publié par Kluwer en **1990**[33] et qui constitue une contribution très importante et bien documentée au domaine considéré, consacre à peine quelques lignes à la première de ces deux **algèbres de Boole numériques** et ne mentionne même pas l'existence de la dernière.

De l'**algèbre des diviseurs d'un nombre naturel Brown** se borne, en effet, à dire ce qui suit, sous le titre "Arithmetics Boolean Algebras":

"Let n be the **product** of **distinct relatively prime numbers**, let D_n be the **set of all divisors of** n, and let **lcm** and **gcd** denote the **operations** "**least common multiple**" and "**greatest common divisor**", respectively. The the **system**

$$(D_n, \text{lcm}, \text{gcd}, 1, n)$$

is a **Boolean algebra**"[34]

et à en donner l'exemple suivant[35], pour **n=30**:

({1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}, lcm, gcd, 1, 30).

Or, d'une manière encore plus surprenante, **Brown** passe entièrement sous silence tout ce qui concerne l'**autre algèbre de Boole arithmétique** dont nous avons parlé, celle des **composants binaires d'un nombre naturel** et donc aussi l'**isomorphisme** de cette dernière avec la précédente.

Il paraît que les **logiciens** et **mathématiciens russes** ont montré un certain intérêt pour les **algèbres de Boole arithmétiques** et même pour les applications de ces dernières à la **théorie des nombres**. Ainsi, par exemple, le livre de **I. Yaglom et al.** **Nouvelles orientations des Mathématiques**, publié à **Moscou** en version française en **1975**[36], s'occupe brièvement de:

l'*algèbre des plus petits multiples et des plus grands diviseurs* dont les éléments sont tous les diviseurs possibles d'un nombre entier positif N, l'addition $\oplus$ et la multiplication $\otimes$ booléennes étant définies comme suit :

$$m \oplus n = [m, n], \quad m \otimes n = (m, n),$$

où $[m, n]$ est le plus petit commun multiple des nombres m et n, et (m, n) leur plus grand commun diviseur.

et en donne l'exemple pour **N=210**[37]. **(210=2x3x5x7)**.

Ce serait, d'ailleurs, d'après **Brown**[38], précisément le **mathématicien russe Bunitskiy** le premier à avoir signalé en **1899** déjà l'**existence de l'algèbre de Boole des diviseurs d'un nombre naturel** dans l'article: **"Some applications of mathematical logic to the theory of the greatest common divisor and the least commun multiple"** (en russe)[39].

Nous ignorons pour l'instant si ces **mathématiciens** et **logiciens russes** se sont occupés aussi de l'**autre algèbre de Boole arithmétique**, celle des **composants binaires d'un nombre naturel** (beaucoup plus intéressante que l'autre, comme nous le verrons, non seulement pour son intérêt logique intrinsèque, mais aussi en raison de la facilité et simplicité de son traitement, aussi bien **informatique** que **manuel**, ainsi que parce que la **taille** des **nombres** qu'elle permet de manipuler est beaucoup plus petite que dans l'autre cas) et de l'**isomorphisme** entre cette dernière et la précédente.

En tout état de cause, il est indéniable que le véritable point de départ pour une **interprétation arithmétique** de la **logique intensionnelle des termes** et de la **syllogistique** dans l'**ensemble des diviseurs d'un nombre naturel** n'est autre que la découverte géniale de **Leibniz** de la profonde **analogie formelle** entre le **concept** (ou **terme**), en tant que **composé** d'autres **concepts** et le **nombre**, en tant que **produit** d'autres **nombres** et **multiple** de ses **diviseurs** (ou, si on veut, entre la **combinaison des concepts** et la **multiplication des nombres**), découverte dont l'origine pourrait, peut-être, d'une certaine manière, comme nous l'avons signalé à Madrid en **1951** dans un article[40] dont **Knecht** se fit l'écho en **1979** dans **Studia Leibnitiana**[41], **remonter** à un texte de la **Métaphysique** d'**Aristote**[42].

Or, **Leibniz**, qui avait montré le chemin d'une **arithmétisation** qui pouvait amener à la réalisation d'une **algèbre de Boole de nombres** pour représenter une **algèbre de Boole de concepts**, avait aussi parcouru la moitié de ce chemin (mais pas plus), dans la mesure où il avait trouvé:

a) d'une part, pratiquement la **traduction arithmétique** d'une **opération logique** sur **deux**: celle de la **combinaison** (même si la représentation correcte et **univoque** de cette opération doit être, à la fin, comme nous l'avons montré[43] non la **multiplication** que **Leibniz** proposait, mais le **plus petit commun multiple**); en revanche, **Leibniz** ne trouva jamais une traduction **arithmétique** correcte de l'**alternative** (opération **duale** de la **combinaison**), qui soit **différente** de celle de la **combinaison** et **compatible** avec elle;

b) d'autre part, pratiquement, la **traduction arithmétique** d'un **concept** ou **terme limite** sur deux: celle du **terme Ens** (être) par le **nombre 1** (l'**unité arithmétique**); en revanche, **Leibniz** ne trouva jamais une **traduction arithmétique** correcte de l'autre **concept** ou **terme limite**, opposé au premier, à savoir, le **terme non-Ens (non-être)**.

Mais ce qui est, d'autre part, très étonnant est le fait que toutes ces découvertes **leibniziennes**, d'une extrême importance dans l'histoire de la **logique mathématique**, même si elles nous semblent **partielles et insuffisantes** dans notre perspective d'aujourd'hui, furent réalisées sans exception dans le cadre d'une **représentation des systèmes logiques** dans une **algèbre de Boole des diviseurs d'un nombre**, et non dans celui de la **reprŝentation** de ces **systémes** dans une **algèbre des composants binaires d'un nombre.**

Ce fait ne devrait pas nous surprendre si **Leibniz** n'avait été en Occident (c'est-à-dire, les **Chinois** mis à part[44]) l'**inventeur**[45] **du système binaire de numération**, qu'il appela "image de la Création"[46] et s'il n'avait pas affirmé que "**la Caractéristique binaire des nombres est** plus parfaite que la décimale...**parce que dans la binaire on peut démontrer par les caractères tout ce qu'on affirme des nombres, tandis que dans la décimale ce n'est pas possible de le faire**"[47]).

Mais, si **Leibniz** croyait vraiment que la **Caractéristique numérique binaire** est la **Caractéristique** réelle[48] idéale pour la **représentation directe des concepts et des choses** -non simplement des **chaînes de signes** comme les **nombres de Gödel**[49]-, et sur ceci il semble que le doute n'est pas permis[50]-, pour quelle mistérieuse raison, lorsqu'il eut la chance inouïe de la découvrir et de la comprendre dans toute sa grandeur et sa puissance, ne se hâta-t-il de l'utiliser pour transformer "**mutatis mutandis**" son **interprétation arithmétique** des **calculs logiques intensionnels,** puisqu'il avait découvert que s'il est vrai qu'un **nombre naturel** a une expression **unique** comme **produit de nombres premiers,** il l'est aussi qu'il a une expression **unique** comme **somme de puissances distinctes de 2?**

II

Dans la partie I ci-dessus de notre article, nous avons développé et complété les **calculs logiques arithmético-intensionnels** de Leibniz fondés sur sa **première méthode** -à savoir: utilisation d'un **seul nombre caractéristique** pour **représenter** chaque **terme** ou **concept** (voir note 3)- de sorte à donner à n'importe quel **ensemble de termes (intensionellement** considérés comme **propriétés)** la **structure** d'une **algèbre de Boole**, cet **ensemble** pouvant être **arithmétiquement interprété** d'après **deux versions** différentes, alternatives et **isomorphes**, à savoir:

1. comme l'**ensemble des diviseurs d'un nombre naturel** (version plus proche de la **méthode leibnizienne** mentionnée);

2. comme l'**ensemble des composants binaires d'un nombre naturel** (version plus éloignée de la pratique suivie par **Leibniz** dans la question concrète ici considérée mais beaucoup plus proche, en revanche, de sa véritable vénération pour le grandiose **système binaire** qu'il avait découvert et de sa profonde conviction sur la supériorité théorique et pratique de la **Caractéristique binaire**, comme instrument plus naturel de la pensée et plus adapté à la réalité, sur toutes les **caractéristiques** possibles.

Maintenant, une fois que la **structure** appropriée des **deux ensembles isomorphes** à associer -à savoir, un **ensemble** de **termes** ou **concepts** et un **ensemble** de **nombres naturels**- a été définie pour **tout univers possible**, l'application de l'**association logico-arithmétique** envisagée et proposée à un **univers** déterminé et concret, choisi comme **actuel** parmi les **possibles**, exige une **délimitation** précise de cet **univers**.

Une telle **délimitation** ne pourra être réalisée, naturellement, dans notre présent contexte, que dans une perspective **intensionnelle**, c'est-à-dire en **distinguant**, parmi les **combinaisons** théoriquement concevables de **termes** ou **concepts**, celles qui correspondent ou sont **équivalentes**, dans la terminologie de **Leibniz**, à des **termes** ou **concepts possibles**, **existants** ou **vrais** de celles qui, par contre, correspondent ou **équivalent** à des **termes** ou **concepts impossibles**, **inexistants** ou **faux**.

Or, dans cette perspective **intensionnelle**, **tous** les **termes** ou **concepts** de cette dernière catégorie, c'est-à-dire tous les **termes** ou **concepts inexistants**, **faux** ou **impossibles** dans l'**univers** considéré -par exemple, dans notre **univers actuel** ordinaire, **tous** les **termes** ou **concepts** désignés par des **noms**, simples ou composés, comme **"sirène"**, **"centaure"**, **"pégase"**, **"animal et non animal"**, **"homme et pierre"**, **"cercle carré"** et ainsi de suite- sont tous **identiques** ou, si on veut, **sont** **le même terme ou concept** **d'intension maximale**, **universelle** ou **illimitée** (voir notes 12 et 13), connu, dans le cadre de la conception et de la terminologie **leibniziennes**, comme "non Ens" -"non-être"- (voir notes 11, 12 et 13), mais qui pourrait également être désigné, avec le même droit, dans le cadre de notre **univers actuel** ordinaire, par **un des noms précédemment enumérés**, et d'autres encore, appartenant à **une même classe d'équivalence de noms**, parmi lesquels le **nom** "non-Ens" ne serait que le représentant historiquement le plus qualifié.

Pour **délimiter** donc l'**univers** ou **ensemble** de **termes** ou **concepts** qui doit être par la suite **arithmétiquement représenté**, **manipulé** et **décidé** -**ensemble** dont **un seul élément** ou **terme** doit être **impossible**, tandis que **tous les autres** doivent être **possibles**- le point de départ sera un **sous-ensemble** de **termes**, **tous possibles**, dont certaines **combinaisons** sont des **termes possibles** tandis que d'autres sont **identiques** au **terme impossible unique** de l'**univers** choisi.

Pour cette **délimitation** -ou, si on veut, pour cette **définition précise** de l'**univers** considéré-, nous pouvons partir, indifféremment ou alternativement, d'un **sous-ensemble de termes** choisi entre deux possibles **sous-ensembles générateurs de l'ensemble U**, à savoir:

1. le **sous-ensemble** formé des **termes** ou **concepts** qui, dans l'**ensemble U**, ont (le **terme ou concept** limite et **intensionnellement vide Ens** mis à part) une **intension minimale**, **termes** ou **concepts** qui, dans le cadre de la conception et de la terminologie **leibniziennes**, nous pourrions appeler **"simples"** -**"Terminus simplex** est in quo non nisi est unus" (C, 240)- ou **"primitifs"** -**"Terminus primitivus** (derivativus) est cujus nullus (aliquis) compositus

aequivalet" (C, 240); "**Conceptus primitivus** est qui in alios resolvi non potest" (C, 513)-;

2. le **sous-ensemble** formé des **termes** ou **concepts** qui, dans l'**ensemble** U, ont (le **terme** limite **inexistant non-Ens** mis à part) une **intension maximale**, **termes** opposés au premiers et qui, dans notre terminologie de toujours[51], nous appellerons "**termes saturés**"[52].

Les **termes simples ou primitifs** peuvent être des **générateurs** de l'**ensemble** U dans la mesure où **tout terme** ou **concept appartenant à** U doit pouvoir être **défini**, en dernière instance, comme une **combinaison** ou **conjonction de termes** ou **concepts simples ou primitifs**;

Les **termes** ou **concepts saturés**, de leur côté, peuvent être des **générateurs** de l'**ensemble** U dans la mesure où **tout terme** ou **concept** appartenant à U doit pouvoir être **défini**, en dernière instance, comme une **alternative** ou **disjonction** de **termes** ou **concepts saturés**.

Or, il nous semble évident -et nous allons le **prouver**- que, si, dans un **univers** pareil, l'**incompatibilité** entre **deux termes** doit pouvoir exister et être **formulée** -ce qui est indispensable pour que une **universelle négative** quelconque, comme "**aucun homme n'est pierre**" (formulation de l'**incompatibilité** entre les termes **homme** et **pierre**) soit admise dans le système-, la **combinaison** de <u>**tous**</u> **les termes simples** ou primitifs ne doit pouvoir être <u>**possible**</u> ou, ce qui revient au même, en admettant que les **termes simples** ou primitifs soit **réciproquement compatibles** 2 à 2, 3 à 3 et ainsi de suite, cette **compatibilité réciproque** <u>**doit**</u> **nécessairement** <u>**s'arrêter**</u>, comme nous allons le démontrer, lorsque nous considérons la **combinaison de** <u>**tous les termes simples**</u> ou primitifs à la fois.

En effet, supposons que l'**hypothèse** C (**compatibilité** réciproque **de** <u>**tous**</u> **les termes simples**, pris ensemble), opposée à la thèse précédente, soit **vraie** et que au moins une **universelle négative**, comme "**aucun homme n'est pierre**" soit aussi vraie, c'est-à-dire que la **combinaison** <u>**h&p**</u> **des termes** <u>**homme**</u> **et** <u>**pierre**</u>, égale, par l'**associativité** de cette opération, à la **combinaison de** <u>**tous les termes simples de homme et de tous les termes simples de pierre**</u>

soit un terme impossible. Mais, en tant que combinaison des termes simples de homme et de pierre, cette combinaison impossible homme et pierre est incluse dans la combinaison de tous les termes simples du système. Cette dernière combinaison est donc elle aussi impossible (puisque, dans la plus stricte doctrine leibnizienne, tout terme qui inclut intensionnellement un terme impossible est lui aussi impossible) ou, ce qui revient au même, les termes simples ne sont pas tous, réciproquement compatibles, contrairement à l'hypothèse C. Cette hypothèse est ainsi fausse.

Leibniz était donc, à notre avis, inconséquent avec sa propre doctrine logique lorsque, dans le but de prouver rationnellement l'existence de Dieu, dans sa nouvelle version de l'argument ontologique de Saint Anselme, soutenait cette hypothèse C, que nous avons réfutée dans son propre cadre logique. Ainsi, d'après nous, Leibniz conduisait à l'inconsistance et à la stérilité son propre système logique, virtuellement cohérent et fécond, lorsqu'il écrivait, dans une fameuse lettre (malheureusement non datée) à la Duchesse Sophie de Hanovre: "...Car les pensées simples sont les éléments de la charactéristique et les termes simples sont la source des choses. Or, je soutiens que toutes les formes simples sont compatibles entre elles. C'est une proposition dont je ne sçaurois bien donner la démonstration sans expliquer au long les fondements de la characteristique. Mais si elle est accordée, il s'ensuit que la nature de Dieu qui enferme toutes les formes simples absolument prises, est possible. Or nous avons prouvé cy dessus, que Dieu est, pourvu qu'il soit possible"[53].

Notre critique sur ce point rejoint en partie celle de Couturat, qui, dans la Conclusion de sa Logique de Leibniz disait: "Leibniz était incapable d'expliquer comment des idées simples, toutes compatibles entre elles, peuvent engendrer par leurs combinaisons des idées complexes contradictoires ou exclusives les unes des autres"[54].

Dans notre perspective actuelle, la solution à ce problème est la suivante: Si le nombre des termes simples d'un univers U est égal à n, alors les combinaisons de 2, 3, ..., n-1 termes simples seront des termes possibles, tandis que la combinaison de tous les termes de U sera égale au terme impossible du système[55].

De leur côté, <u>toutes</u> les **combinaisons** de 2, 3, ..., n **termes saturés** seront égales au <u>terme impossible</u> du système.

Dans les <u>TABLEAUX I</u> à <u>XIII</u>, qui suivent ci-dessous dans cette <u>Partie II</u> de notre étude, nous présentons d'une manière détaillée et précise, suivant les lignes directrices et les critères ci-dessus expliqués et justifiés, notre **développement** et **perfectionnement** des **calculs logiques arithmético-intensionnels** esquissés par **Leibniz** dans ses **essais d'Avril 1679**, fournissant ainsi les instruments nécessaires et suffisants pour la construction, à partir de n'importe quel **ensemble**, arbitrairement donné, de **n terme** choisis comme **simples** ou **primitifs** (resp. **saturés**), pour devenir **générateurs**, par des **combinaisons** (resp. **alternatives**), de tous les autres, d'un **univers U de 2^n termes**, **fermé** par rapport aux **trois opérations logiques intensionnelles: négation, alternative** et **combinaison**, ainsi que pour la construction, du même coup, d'un **ensemble de 2^n nombres naturels**, également **fermé** par rapport aux **trois opérations arithmétques** associées aux premières, à savoir: **complément multiplicatif, plus grand commun diviseur** et **plus petit commun multiple** lorsque l'ensemble précité est construit -**premier type de modèle arithmétique**- sur la base **multiplicative** des **nombres premiers**, plus proche de la méthode originaire de **Leibniz** dans les **essais** mentionnés, et **complément additif, plus grand composant binaire commun** et **plus petit composé binaire commun** lorsque l'ensemble précité est construit -**deuxième type de modèle arithmétique**- sur la base **additive** des **puissances de 2**, plus proche, en revanche, de la préférence de **Leibniz** (manifestée et dévéloppée dans une période certainement postérieure aux **essais d'Avril 1679**) pour la **Caractéristique binaire** comme caractéristique idéale de la pensée[56].

Le <u>TABLEAU I</u> nous montre les **deux interprétations arithmétiques**, d'après les deux cadres ci-dessus mentionnés, d'une **logique intensionnelle des propriétés** où les **éléments générateurs** (**n propriétés simples** ou **n propriétés saturées**) et les **éléments limites** (**propriété universelle** et **propriété non existante**) sont représentées respectivement par les **nombres générateurs** et les **nombres limites** d'un **ensemble de 2^n nombres naturels** et les **trois opérations logiques intensionnelles** par les **opérations arithmétiques** déjà mentionnées.

TABLEAU. I. Interprétations arithmétiques univoques, consistantes et complètes d'une logique leibnizienne des propriétés A. Dans le cadre multiplicatif des nombres premiers. B. Dans le cadre additif des puissances de 2

Logique des propriétés dans la perspective intensionnelle de Leibniz	Interprétations arithmétiques A. dans le cadre multiplicatif des nombres premiers	B. dans le cadre additif des puissance de 2
n propriétés simples (à intension minimale, après la propriété universelle):	n nombres premiers:	n puissances de 2:
$p_0, p_1, ..., p_{n-1}$	$P_0, P_1, ..., P_{n-1}$	$B_0, B_1, ..., B_{n-1}$
	$2, 3, ..., P_{n-1}$	$1, 2, ..., 2^{n-1}$
propriété universelle: être e	E unité: 1	E zéro: 0
propriété non existante: non être -e	E' nombre plein ou hypersaturé dans le cadre multiplicatif:	E' nombre plein ou hypersaturé dans le cadre additif:
	$E'=1'=2x3x...xP_{n-1}$	$E'=0'=1+2+...+2^{n-1}=2^n-1$
variables de propriété: x, y, z	variables numériques: X, Y, Z	variables numériques: X, Y, Z
opérations logiques:	opérations arithmétiques:	
négation d'une propriété x: -x	complément du nombre X: X'	complément du nombre X: X'
	$X'=E'/X=1'/X=(2x3x...P_{n-1})/X$	$X'=E'-X=0'-X=2^n-1-X$
alternative (disjonction) des propriétés x et y: xvy	infime (P.G.C.D.) de X et Y:	infime (plus grand composant binaire commun de X et Y):
	(X,Y)	(X,Y)
combinaison (conjonction) des propriétés x et y: x&y	suprême (P.P.C.M.) de X et Y:	suprême (plus petit composé binaire commun de X et Y):
	[X,Y]	[X,Y]
n propriétés saturées (à intension maximale, après la propriété non existante, et négations des propriétés simples):	n nombres saturés (compléments des nombres premiers):	n nombres saturés (compléments des puissances de 2):
$-p_0, -p_1, ..., -p_{n-1}$	$2', 3', ..., P_{n-1}'$	$1', 2', ..., (2^{n-1})'$
	$1'/2, 1'/3, ..., 1'/P_{n-1}$	$0'-1, 0'-2, ..., 0'-2^{n-1}$
Univers U de 2^n termes, concepts ou propriétés, fermé par rapport aux 3 opérations logiques	Ensemble N de 2^n nombres, fermé par rapport aux 3 opérations arithmétiques	Ensemble N de 2^n nombres, fermé par rapport aux 3 opérations arithmétiques

Les autres **12** TABLEAUX II à XIII de cette Partie II peuvent être distribués en **3 groupes** différents, à savoir:

1. Les **cinq premiers** (TABLEAUX II à VI) montrent notre **interprétation arithmétique**, d'après les critères ci-dessus établis, des **propriétés, termes** ou **concepts**, des **opérations** sur ces derniers et des relations entre ces derniers dans divers **systèmes** ou **ensembles fermés** de **16** ($16=2^4$) **propriétés** (dans les TABLEAUX II, III, IV et V) ou de **32** ($32=2^5$) **propriétés** (dans le TABLEAU VI), construits d'après une **logique intensionnelle** des **propriétés, termes** ou **concepts** de base **leibnizienne**, mais ayant la **structure** d'une **algèbre de Boole** et **arithmétiquement interprétée** dans **l'algèbre de Boole numérique des 16 diviseurs du nombre 210** (**210=2x3x5x7, produit des 4 premiers nombres premiers**) dans les TABLEAUX II, III, IV et V et dans l'algèbre **de Boole numérique des 32 diviseurs du nombre 2.310** (**2.310=2x3x5x7x11, produit des 5 premiers nombres premiers**).

Plus précisément, dans ce **groupe 1 de tableaux**:

Le TABLEAU II reprend le fameux cercle représentant les **combinaisons** des **4 qualités** fondamentales **chaud, froid, sec** et **humide** pour la **génération**, dans le cadre de la **cosmologie hellénique** et notamment dans celui du **livre II** du traité De la Génération et de la Corruption d'Aristote[57], des **4 éléments: terre, eau, air** et **feu**, ainsi que les **relations logiques** réciproques entre les uns et/ou les autres, **cercle logique** emprunté par **Leibniz** au mathématicien et jésuite allemand **Christophe Clavius**[58] pour la mettre, comme emblème, dans la couverture de sa Dissertatio de Arte Combinatoria[59].

Dans ce TABLEAU II, nous avons **arithmétisé** le **schéma de Clavius** en traduisant les **4 éléments terre, eau, air** et **feu** (**propriétés saturées** dans le système) respectivement par les **4 nombres saturés 105, 70, 42** et **30**, la **combinaison** de **deux propriétés** par le **plus petit commun multiple** des **nombres caractéristiques** des propriétés combinés, l'**alternative** de **deux propriétés** par le **plus grand commun diviseur** des **nombres caractéristiques** des propriétés alternés et la **négation** d'une **propriété** X par le **nombre 210/X, complément multiplicatif** (par rapport au **nombre hypersaturé 210**) du **nombre** X **caractéristique de la propriété** et en associant finalement à toutes les autres **propriétés** du système les **nombres caractéristiques** obtenus par l'application aux

TABLEAU II.

Représentation arithmétique du système de combinaisons de concepts figuré sur l'emblème mis par Leibniz en tête de sa Dissertatio de Arte Combinatoria (1666) et emprunté à Clavius qui l'utilisa en 1585 pour mettre en forme la théorie d'Aristote sur la génération des 4 éléments

A. Dans l'algèbre booléenne arithmétique des diviseurs d'un nombre

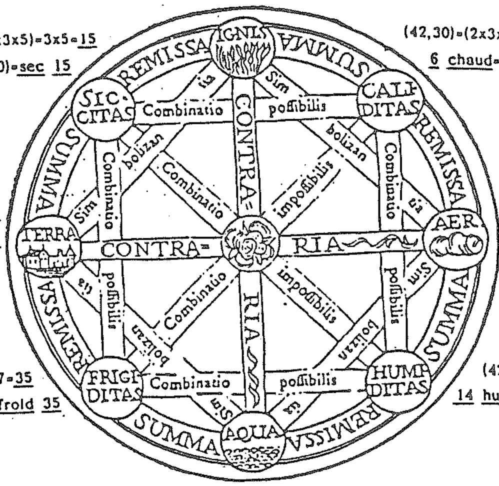
[15,6] = [3x5,2x3] = 2x3x5 = 30
sec (15) et chaud (6) =
feu
30

(105,30) = (3x5x7,2x3x5) = 3x5 = 15
terre (105) ou feu (30) = sec 15

(42,30) = (2x3x7,2x3x5) = 2x3 = 6
6 chaud = air (42) ou feu (30)

[15,35] = [3x5,5x7] = 3x5x7 = 105
sec (15) et froid (35) = terre 105

[14,6] = [2x7,2x3] = 2x3x7 = 42
42 air = humide (14) et chaud (6)



(105,70) = (3x5x7,2x5x7) = 5x7 = 35
terre (105) ou eau (70) = froid 35

(42,70) = (2x3x7,2x5x7) = 2x7 = 14
14 humide = air (42) ou eau (70)

70
eau =
humide (14) et froid (35)
[14,35] = [2x7,5x7] = 2x5x7 = 70

Univers de 16 propriétés, fermé par rapport à la combinaison, l'alternative et la négation et interprétation dans l'algèbre booléenne arithmétique des 16 diviseurs du nombre 210:

16 propriétés
(prédicats de la propriété hypersaturée):

1	prédicat universel: être	e
4	propriétés simples ou primitives:	
	chaud ou humide=non terre	cvh=-t
	chaud ou sec=non eau	cvs=-q
	froid ou sec=non air	fvs=-a
	froid ou humide=non feu	fvh=-i
6	propriétés composées hyposaturées:	
	chaud	c=(cvh)&(cvs)
	non terre et non air	-t&-a=(cvh)&(fvs)
	humide	h=(cvh)&(fvh)
	sec	s=(cvs)&(fvs)
	non eau et non feu	-q&-i=(cvs)&(fvh)
	froid	f=(fvs)&(fvh)
4	propriétés saturées:	
	feu	i=c&s=-(fvh)
	air	a=c&h=-(fvs)
	eau	q=f&h=-(cvs)
	terre	t=f&s=-(cvh)
1	propriété hypersaturée:	
	non être	-e=i&a&q&t

16 nombres caractéristiques
(diviseurs du nombre 210):

1	diviseur universel: unité	1
4	nombres premiers:	
	(6,14)=(2x3,2x7)=	2
	(6,15)=(2x3,3x5)=	3
	(35,15)=(5x7,,3x5)=	5
	(35,14)=(5x7,2x7)=	7
6	nombres composés hyposaturés:	
	[2,3] =2x3=	6
	[2,5] =2x5=	10
	[2,7] =2x7=	14
	[3,5] =3x5=	15
	[3,7] =3x7=	21
	[5,7] =5x7=	35
4	nombres saturés:	
	[6,15] =2x3x5=7'=	30
	[6,14] =2x3x7=5'=	42
	[35,14] =2x5x7=3'=	70
	[35,15] =3x5x7=2'=	105
1	nombre hypersaturé:	
	[30,42,70,105] =2x3x5x7=1'=	210

nombres caractéristiques déjà connus les **opérations** qui s'imposent. On obtient, entre autres, pour la **propriété universelle** **être** (**alternative de toutes les propriétés**) le **nombre caractéristique 1** (**l'unité**), **minimum** du système, et pour la **propriété impossible** et **hypersaturée** **non être** (**combinaison de toutes les propriétés**), le **nombre hypersaturé 210**, **maximum** du système.

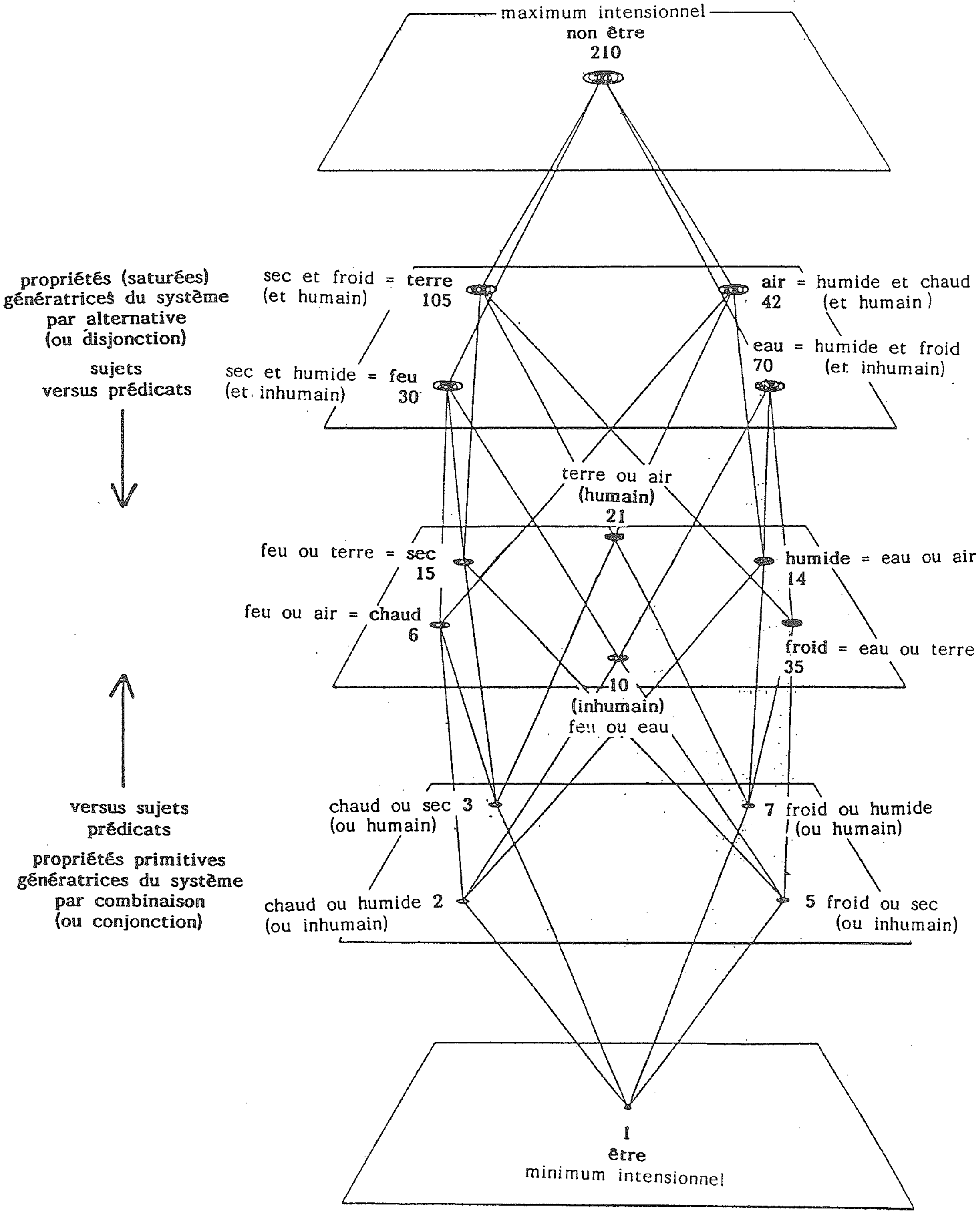
Dans le TABLEAU III, les **16 propriétés** du **système** complet ou **ensemble fermé** ci-dessus considéré sont distribuées, d'après leur dégré de complexité relative et accompagnées de leurs **nombres caractéristiques** respectifs, sur **cinq plans** échelonnés, dont chacun des extrêmes contient une des **propriétés limite**, à savoir: l'**inférieur** la **propriété universelle** **être** (**minimum intensionnel**) et le **supérieur** la **propriété impossible** **non être** (**maximum intensionnel**), le plan central contenant, lui, les **6 propriétés** à **intension intermédiaire**, dont les **4 qualités fondamentales** traditionnelles d'**Aristote**, **Clavius** et **Leibniz**: **chaud**, **froid**, **sec** et **humide**.

On remarquera que, à côté des **4 propriétés** mentionnées, dont chacune correspond à l'**alternative** de **deux éléments** classiques (à savoir: **chaud=feu ou air**; **froid=eau ou terre**; **sec=feu ou terre**; **humide=eau ou air**), nous avons dû admettre également dans le **système** (parce que, dans le cas contraire, ce dernier n'aurait pas satisfait la condition nécessaire d'être un ensemble **fermé** par rapport à l'**alternative**) deux autres propriétés qui ont la même légitimité **logique** que les précédentes, mais qui n'avaient pas été incluses dans le **schéma d'Aristote**, **Clavius** et **Leibniz** **parce qu'elles n'avaient pas une place ni un sens dans le cadre cosmologique de l'origine du monde**, à savoir, la **propriété** qui correspond à l'**alternative** **terre ou air**, à laquelle nous avons donné le nom "**humain**" -dans le sens précis suivant: **habitable par l'homme**- et la **propriété** qui correspond à l'**alternative** **feu ou eau**, à laquelle nous avons donné le nom: "**inhumain**" -dans le sens précis suivant: **non habitable par l'homme**-.

Dans ce tableau, on voit clairement que les **propriétés du système** peuvent être recursivement **générées** de deux manières différentes, à savoir: soit, dans le **sens descendant**, en partant des **propriétés saturées**, pour arriver, par des **alternatives** successives, aux **propriétés intensionnellement inférieures** ou **plus pauvres**, soit, dans le **sens ascendant**, en partant des **propriétés primitives** pour arriver, par des

TABLEAU III.

Génération récursive des 16 propriétés de l'univers U (resp. des 16 diviseurs du nombre 210) considéré(e)s dans le TABLEAU II., soit par des alternatives (resp. pgcd) à partir des propriétés (resp. des nombres) saturé(e)s dans U (resp. dans l'ensemble D_{210} des diviseurs de 210), soit par des combinaisons (resp. ppcm) à partir des propriétés primitives dans U (resp. des nombres premiers).



combinaisons successives, aux **propriétés intensionnellement supérieures** ou **plus riches.**

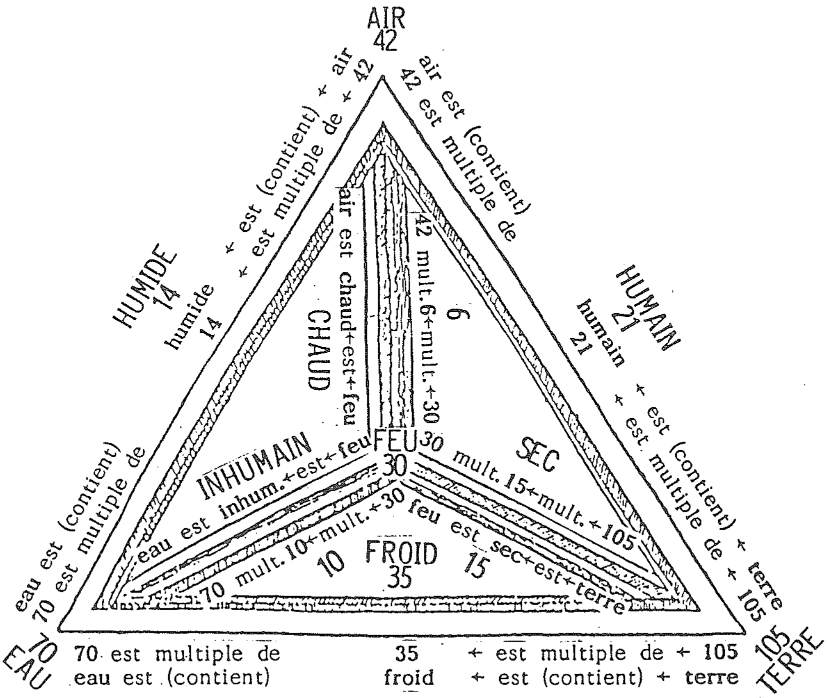
Les deux **formes** ou **directions** complémentaires de génération de concepts que nous venons de figurer et d'**arithmétiser** dans ce TABLEAU III correspondent, d'autre part, aux deux **opérations** fondamentales de la pensée -l'**analyse** et la **synthèse**- qui constituent, pour **Leibniz**, le problème central de son Ars inveniendi ou **Logique de l'invention**: "Etant **donné un** sujet, **trouver tous** ses **prédicats** possibles; étant donné un **prédicat**, trouver tous ses **sujets** possibles"[60]. Elles correspondent aussi aux deux types de **consequentiae** introduites dans sa **Logica Hamburgensis** par le philosophe et logicien de Lübeck **Joachim Jungius (1587-1657)**, inspirateur de **Leibniz**, qui le considère un des grands logiciens et philosophes de l'humanité, à côté d'**Aristote** et **Descartes**[61]: les **consequentiae a compositis ad divisa** (des **prédicats composés** aux **composants** -**analyse**-) et les **consequentiae a divisis ad composita** (des **prédicats composants au composés** -**synthèse**-).

Dans le TABLEAU IV, les **4 éléments terre, eau, air** et **feu**, ainsi que les **6 qualités fondamentales chaud, froid, sec, humide, humain** et **inhumain** sont représentés, accompagnées de leurs **nombres caractéristiques** respectifs déjà établis, sur un nouveau support **géométrique** (en **3 dimensions**): le **tétraédre**, qui permet, mieux que le **cercle** traditionnel de **Clavius** et de **Leibniz** -inspiré sans doute dans les **cercles combinatoires** de l'**Ars Magna** de **Ramon Llull**[62] **(1235-1315)**-, la figuration complète des uns et des autres et de **toutes** leurs **relations logiques** respectives. Ainsi, par exemple, les **alternatives terre ou air** et **feu ou eau**, que nous avons appellées respectivement **humain** et **inhumain** et qui n'avaient pas de place dans le **schéma de Clavius et de** Leibniz pour les raisons déjà expliquées, trouvent leur place appropriée sur notre **tétraédre**.

Dans ce dernier, comme on peut le constater, les **4 éléments**, accompagnés de leurs **nombres caractéristiques** respectifs, occupent les **4 sommets**, tandis que les **6 qualités fondamentales**, accompagnées de leurs **nombres caractéristiques** respectifs, occupent les **6 arêtes** de la figure. Cette nouvelle **représentation géomètrique** satisfait les **conditions** suivantes: **Un élément (resp. une qualité fondamentale contient (resp. est contenue dans) une qualité fondamentale (resp. un**

TABLEAU IV.

Tétraèdre des 4 éléments et 6 qualités élémentaires montrant une représentation leibnizienne de leurs relations logiques par des relations arithmétiques entre nombres caractéristiques



Vérification arithmétique des relations logiques (propositions) vraies.

A. Relations logiques (propositions) vraies.

A1. Inclusions (universelles affirmatives)

A1.1. Le (tout) **feu (30)** est **chaud** (6)
A1.2. Le (tout) **feu (30)** est **sec** (15)
A1.3. Le (tout) **feu (30)** est **inhumain (10)**
A1.4. L'(tout) **air** (42) est **chaud** (6)
A1.5. L'(tout) **air** (42) est **humide** (14)
A1.6. L'(tout) **air** (42) est **humain** (21)
A1.7. L'(toute) **eau** (70) est **froide** (35)
A1.8. L'(toute) **eau** (70) est **humide** (14)
A1.9. L'(toute) **eau** (70) est **inhumaine** (10)
A1.10. La (toute) **terre** (105) est **froide** (35)
A1.11. La (toute) **terre** (105) est **sèche** (15)
A1.12. La (toute) **terre** (105) est **humaine** (21)

A2. Exclusions (universelles négatives)

a) Entre qualités élémentaires et éléments

A2.1. Aucun (élément) **froid** (35) n'est **feu** (30)
A2.2. Aucun (élément) **humide** (14) n'est **feu** (30)
A2.3. Aucun (élément) **humain** (21) n'est **feu** (30)
A2.4. Aucun (élément) **froid** (35) n'est **air** (42)
A2.5. Aucun (élément) **sec** (15) n'est **air** (42)
A2.6. Aucun (élément) **inhumain** (10) n'est **air** (42)
A2.7. Aucun (élément) **chaud** (6) n'est **eau** (70)
A2.8. Aucun (élément) **sec** (15) n'est **eau** (70)
A2.9. Aucun (élément) **humain** (21) n'est **eau** (70)
A2.10. Aucun (élément) **chaud** (6) n'est **terre** (105)
A2.11. Aucun (élément) **humide** (14) n'est **terre** (105)
A2.12. Aucun (élément) **inhumain** (10) n'est **terre** (105)

B. Relations arithmétiques vraies.

B1. Relations de divisibilité (multiplicité)

B1.1. **30** est multiple de **6**
B1.2. **30** est multiple de **15**
B1.3. **30** est multiple de **10**
B1.4. **42** est multiple de **6**
B1.5. **42** est multiple de **14**
B1.6. **42** est multiple de **21**
B1.7. **70** est multiple de **35**
B1.8. **70** est multiple de **14**
B1.9. **70** est multiple de **10**
B1.10. **105** est multiple de **35**
B1.11. **105** est multiple de **15**
B1.12. **105** est multiple de **21**

B2. Equations p.p.c.m.=210

B2.1. [35, 30]=210
B2.2. [14, 30]=210
B2.3. [21, 30]=210
B2.4. [35, 42]=210
B2.5. [15, 42]=210
B2.6. [10, 42]=210
B2.7. [6, 70]=210
B2.8. [15, 70]=210
B2.9. [21, 70]=210
B2.10. [6, 105]=210
B2.11. [14, 105]=210
B2.12. [10, 105]=210

b) Entre qualités élémentaires contradictoires

A2.13. chaud (6) et froid (35) sont contradictoires
A2.14. sec (15) et humide (14) sont contradictoires
A2.15. humain (21) et inhumain (10) sont contradictoires

Equations plus spécifiques de la forme produit=210, qui incluent les précédentes

B2.13. 6x35=210
B2.14. 15x14=210
B2.15. 21x10=210

A3. Non exclusions (particulières affirmatives)		B3. Inéquations de la forme p.p.c.m.<210	
a) Entre qualités élémentaires et éléments			
A3.1.	Quelque (élément) chaud (6) est feu (30)	B3.1.	[6, 30]=30<210
A3.2.	Quelque (élément) sec (15) est feu (30)	B3.2.	[15, 30]=30<210
A3.3.	Quelque (élément) inhumain (10) est feu (30)	B3.3.	[10, 30]=30<210
A3.4.	Quelque (élément) chaud (6) est air (42)	B3.4.	[6, 42]=42<210
A3.5.	Quelque (élément) humide (14) est air (42)	B3.5.	[14, 42]=42<210
A3.6.	Quelque (élément) humain (21) est air (42)	B3.6.	[21, 42]=42<210
A3.7.	Quelque (élément) froid (35) est eau (70)	B3.7.	[35, 70]=70<210
A3.8.	Quelque (élément) humide (14) est eau (70)	B3.8.	[14, 70]=70<210
A3.9.	Quelque (élément) inhumain (10) est eau (70)	B3.9.	[10, 70]=70<210
A3.10.	Quelque (élément) froid (35) est terre (105)	B3.10.	[35, 105]=105<210
A3.11.	Quelque (élément) sec (15) est terre (105)	B3.11.	[15, 105]=105<210
A3.12.	Quelque (élément) humain (21) est terre (105)	B3.12.	[21, 105]=105<210
b) Entre qualités élémentaires compatibles			
A3.13	Quelque chaud (6) est humide (14) (et l'inverse)	B3.13	[6, 14]=42<210
A3.14.	Quelque chaud (6) est sec (15) (et l'inverse)	B3.14.	[6, 15]=30<210
A3.15.	Quelque chaud (6) est humain (21) (et l'inverse)	B3.15	[6, 21]=42<210
A3.16.	Quelque chaud (6) est inhumain (10) (et l'inverse)	B3.16.	[6, 10]=30<210
A3.17.	Quelque froid (35) est humide (14) (et l'inverse)	B3.17.	[35, 14]=70<210
A3.18.	Quelque froid (35) est sec (15) (et l'inverse)	B3.18.	[35, 15]=105<210
A3.19.	Quelque froid (35) est humain (21) (et l'inverse)	B3.19.	[35, 21]=105<210
A3.20.	Quelque froid (35) est inhumain (10) (et l'inverse)	B3.20.	[35, 10]=70<210
A3.21.	Quelque sec (15) est humain (21) (et l'inverse)	B3.21.	[15, 21]=105<210
A3.22.	Quelque sec (15) est inhumain (10) (et l'inverse)	B3.22.	[15, 10]=30<210
A3.23.	Quelque humide (14) est humain (21) (et l'inverse)	B3.23.	[14, 21]=42<210
A3.24.	Quelque humide (14) est inhumain (10) (et l'inverse)	B3.24.	[14, 10]=70<210

A4. Non inclusions (particulières négatives)		B4. Relations de non divisibilité	
A4.1.1.	Quelque chaud (6) n'est pas humide (14)	B4.1.1.	6 n'est pas multiple de 14
A4.1.2.	Quelque humide (14) n'est pas chaud (6)	B4.1.2.	14 n'est pas multiple de 6
A4.2.1.	Quelque chaud (6) n'est pas sec (15)	B4.2.1.	6 n'est pas multiple de 15
A4.2.2.	Quelque sec (15) n'est pas chaud (6)	B4.2.2.	15 n'est pas multiple de 6
A4.3.1.	Quelque chaud (6) n'est pas humain (21)	B4.3.1.	6 n'est pas multiple de 21
A4.3.2.	Quelque humain (21) n'est pas chaud (6)	B4.3.2.	21 n'est pas multiple de 6
A4.4.1.	Quelque chaud (6) n'est pas inhumain (10)	B4.4.1.	6 n'est pas multiple de 10
A4.4.2.	Quelque inhumain (10) n'est chaud (6)	B4.4.2.	10 n'est pas multiple de 6
A4.5.1.	Quelque froid (35) n'est pas humide (14)	B4.5.1.	35 n'est pas multiple de 14
A4.5.2.	Quelque humide (14) n'est pas froid (35)	B4.5.2.	14 n'est pas multiple de 35
A4.6.1.	Quelque froid (35) n'est pas sec (15)	B4.6.1.	35 n'est pas multiple de 15
A4.6.2.	Quelque sec (15) n'est pas froid (35)	B4.6.2.	15 n'est pas multiple de 35
A4.7.1.	Quelque froid (35) n'est pas humain (21)	B4.7.1.	35 n'est pas multiple de 21
A4.7.2.	Quelque humain (21) n'est pas froid (35)	B4.7.2.	21 n'est pas multiple de 35
A4.8.1.	Quelque froid (35) n'est pas inhumain (10)	B4.8.1.	35 n'est pas multiple de 10
A4.8.2.	Quelque inhumain (10) n'est pas froid (35)	B4.8.2.	10 n'est pas multiple de 35
A4.9.1.	Quelque sec (15) n'est pas humain (21)	B4.9.1.	15 n'est pas multiple de 21
A4.9.2.	Quelque humain (21) n'est pas sec (15)	B4.9.2.	21 n'est pas multiple de 15
A4.10.1.	Quelque sec (15) n'est pas inhumain (10)	B4.10.1.	15 n'est pas multiple de 10
A4.10.2.	Quelque inhumain (10) n'est pas sec (15)	B4.10.2.	10 n'est pas multiple de 15
A4.11.1.	Quelque humide (14) n'est pas humain (21)	B4.11.1.	14 n'est pas multiple de 21
A4.11.2.	Quelque humain (21) n'est pas humide (14)	B4.11.2.	21 n'est pas multiple de 14
A4.12.1.	Quelque humide (14) n'est pas inhumain (10)	B4.12.1.	14 n'est pas multiple de 10
A4.12.2.	Quelque inhumain (10) n'est pas humide (14)	B4.12.2.	10 n'est pas multiple de 14

élément si et seulement si le sommet où est situé le premier (resp. l'arête où est située la première) est contenu dans l'arête (resp. contient le sommet) où est situé(e) la dernière (resp. le dernier).

Dans la deuxième partie du TABLEAU IV, après la figure du tétraèdre, nous prouvons que l'arithmétisation des concepts que nous avons trouvée et établie ci-dessus, dans un maximum de fidélité à la conception, les critères et les méthodes de Leibniz dans ses essais d'Avril 1679, mais en y introduisant les modifications imposées par les exigences d'univocité, de complétude et de consistance du système par lui esquissé, nous permet maintenant d'assurer que dans ce dernier, ainsi perfectionné, à toute relation logique vraie entre deux termes quelconques x et y reste toujours associée une relation arithmétique vraie entre les nombres caractéristiques respectifs X et Y de ces termes, et réciproquement.

L'association logico-arithmétique entre propositions catégoriques, d'une part, et relations arithmétiques, d'autre part, garantissant la condition précédente est, pour tout système de 16 termes ou propriétés arbitrairement choisi[63], la suivante:

1. Une universelle affirmative comme — Tout x et y (Axy)
   est vraie si et seulement si — X est multiple de Y

2. Une universelle négative comme — Aucun x n'est y (Exy)
   est vraie si et seulement si — [X, Y] est égal à 210
   [X, Y] est le plus petit commun multiple de X et Y

3. Une particulière affirmative comme — Quelque x est y (Ixy)
   est vraie si et seulement si — [X, Y] est plus petit que 210

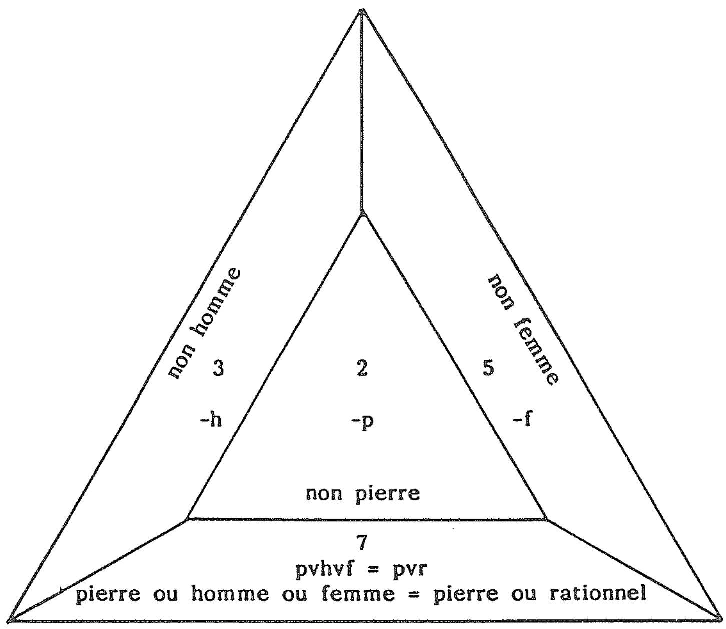
4. Une particulière négative comme — Quelque x n'est pas y (Oxy)
   est vraie si et seulement si — X n'est pas multiple de Y

L'association précédente nous permet maintenant de vérifier arithmétiquement dans l'univers U actuellement considéré, les 75 propositions catégoriques vraies énumérées dans la deuxième partie du TABLEAU IV, dont 12 universelles affirmatives, 15 universelles négatives, 24 particulières affirmatives et 24 particulières négatives.

Le TABLEAU V nous montre un autre exemple de génération d'un univers fermé U de 16 concepts, associé à l'ensemble des diviseurs

TABLEAU V.

Génération d'un univers U de 16 concepts, fermé par rapport à la négation, l'alternative et la combinaison et de l'ensemble associé des 16 diviseurs du nombre 210, fermé par rapport au complémentaire à 210, le pgcd et le ppcm.
Tous les concepts de U (resp. diviseurs de 210) sont obtenus, soit par des alternatives (resp. pgcd) à partir des 4 concepts (resp. nombres) saturé(e)s pierre, homme, femme et non-pierre et non-rationnel (resp. 105, 70, 42 et 30), soit par des combinaisons (resp. ppcm) à partir des 4 concepts (resp. nombres) premiers non-pierre, non-homme, non-femme et pierre ou rationnel (resp. 2, 3, 5 et 7).



CORRESPONDANCE LOGICO-ARITHMETIQUE

termes ou concepts	nombres	termes ou concepts opposés	nombres
1 universel: e=être	E=1	1 non existant: -e=non être	E'=2x3x5x7=210
4 premiers (non universels à intension minimale, générateurs conjonctifs de U):		4 saturés (existants à intension maximale, générateurs disjonctifs de U):	
-p=non pierre	P'=2	p=pierre	P=210/2=3x5x7=105
-h=non homme	H'=3	h=homme	H=210/3=2x5x7=70
-f=non femme	F'=5	f=femme	F=210/5=2x3x7=42
pvhvf=pvr=pierre ou (animal) rationnel	(P,R)=7	-p&-h&-f=-p&-r	[P',R']=210/7=2x3x5=30
6 à intension intermédiaire (générés soit par conjonction, soit par disjonction):			
-p&-h=non pierre et non homme	[P',H']=2x3=6	pvh=pierre ou homme	(P,H)=(105,70)=35
-p&-f=non pierre et non femme	[P',F']=2x5=10	pvf=pierre ou femme	(P,F)=(105,42)=21
-h&-f=-r=non (animal) rationnel	[H',F']=3x5=15	hvf=r=(animal) rationnel	(H,F)=R=(70,42)=14

Vérification "more arithmetico" des propositions catégoriques vraies.

Tout homme est rationnel=Ahr: R|H ou 14|70 (14 divise 70, 70 est multiple de 14) q.e.d.

Aucun homme n'est pierre=Ehp: P'|H ou 2|70 (2 divise 70, 70 est multiple de 2) q.e.d.

Quelque rationnel est homme=Irh: ∿(H'|R) ou ∿(3|14) (14 n'est pas multiple de 3) q.e.d.

Quelque rationnel n'est pas homme=Orh: ∿(H|R) ou ∿(70|14) (14 n'est pas multiple de 70) q.e.d.

de 210, soit par des **alternatives** à partir des **4 concepts saturés** pierre, homme, femme et (non pierre et non homme et non femme), soit par des **combinaisons,** à partir des **4 concepts primitifs,** respectivement **opposés** aux premiers. La **représentation géométrique** est aussi différente de la précédente.

Dans le TABLEAU VI nous passons à la construction d'un **univers fermé U** plus large que les précédents, à savoir, de **32** ($32=2^5$) **concepts,** associé à **l'ensemble des diviseurs de 2.310** (**2.310=2x3x5x7x11, produit des 5 premiers nombres premiers**), obtenu soit par des **alternatives** à partir des **5 concepts** arbitrairement choisis comme **saturés:** homme savant, homme non savant, cheval, tulipe et pierre, soit par des **combinaisons** à partir des **5 concepts primitifs,** respectivement **opposés** aux premiers.

Les **modifications** et **perfectionnements** apportés dans quelques-uns de nos travaux précédents[64] aux **calculs logiques arithmético-intensionnels** et à l'arithmétisation de la syllogistique esquissée par **Leibniz** dans ses essais d'Avril 1679 ont été -en ce qui concerne certains des aspects que nous venons d'exemplifier dans les TABLEAUX I à VI et d'expliquer dans les commentaires ci-dessus- l'objet d'un article publié en **1988** par le logicien italien **Gino Roncaglia** dans Studia Leibnitiana: **"Modality in Leibniz's Essays on Logical Calculus of April 1679"**[65].

2. Les **cinq suivants** (TABLEAUX VII à XI) montrent notre **interprétation arithmétique,** d'après les critères ci-dessus établis, des **propriétés, termes** ou **concepts,** des **opérations** sur ces derniers et des **relations** entre ces derniers dans divers **systèmes** ou **ensembles fermés** de **16** ($16=2^4$) **propriétés** (dans les TABLEAUX VII, VIII, IX et X) ou de **32** ($32=2^5$) **propriétés** (dans le TABLEAU XI), construits d'après une **logique intensionnelle** des **propriétés, termes** ou **concepts** de base **leibnizienne,** mais ayant la **structure** d'une **algèbre de Boole** et **arithmétiquement interprétée** dans **l'algèbre de Boole numérique des composants binaires du nombre** 2^n-1, où n est, dans chaque cas, le **nombre des propriétés, termes** ou **concepts générateurs,** qu'ils soient **saturés** ou **primitifs.**

Plus précisément, dans ce **groupe 2 de tableaux:**

Les TABLEAUX VII et VIII (où les nombres sont encore écrits en **numération décimale**) correspondent respectivement, **dans le nouveau**

TABLEAU VI.

Génération d'un univers fermé U de 32 ($=2^5$) concepts et de l'ensemble associé des 32 diviseurs du nombre 2.310, nombres caractéristiques des premiers.

non être -e 1'= 2.310

(homme) savant h&s=s 2'=2.310/2= 1.155	homme non savant h&-s 3'=2.310/3= 770	cheval c animal non rationnel a&-r 5'=2.310/5= 462	tulipe t vivant non animal w&-a 7'=2.310/7= 330	pierre p non vivant -w 11'=2.310/11= 210

(h&s)v(h&-s) homme h (animal) rationnel a&r=r (1.155,770)= 385	(h&s)vc (1.155,462)= 231	(h&s)vt (1.155,330)= 165	(h&-s)vc (770,462)= 154	(h&-s)vt (770,330)= 110	(h&s)vp (1.155,210)= 105	(h&-s)vp (770,210)= 70	cvt vivant non rationnel w&-r (462,330)= 66	cvp (462,210)= 42	tvp non animal -a (330,210)= 30

hvc=a animal 77	hvt 55	hvp 35	sv(w&-r) 33	(h&-s)vcvt 22	svcvp 21	svtvp 15	(h&-s)vcvp 14	(h&-s)v-a 10	-h non homme 6

non pierre -p vivant w 11	non tulipe -t 7	non cheval -c 5	non homme ou savant -hvs 3	non savant -s 2

être e 1

TABLEAU VII.

Représentation arithmétique du système de combinaisons de concepts figuré sur l'emblème mis par Leibniz en tête de sa Dissertatio de Arte Combinatoria (1666) et emprunté à Clavius qui l'utilisa en 1585 pour mettre en forme la théorie d'Aristote sur la génération des 4 éléments

B. Dans l'algèbre booléenne arithmétique des composants binaires d'un nombre

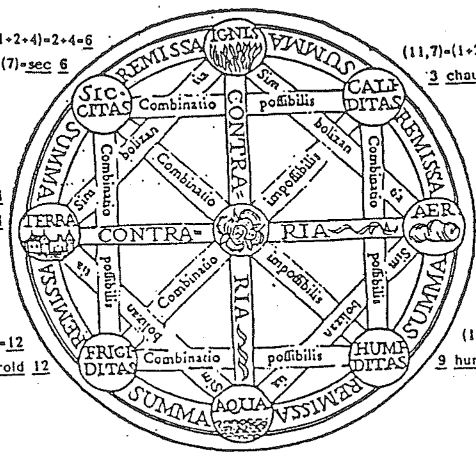
[6,3] = [2+4,1+2] = 1+2+4 = 7
sec (6) et chaud (3) =
feu
7

(14,7) = (2+4+8,1+2+4) = 2+4 = 6
terre (14) ou feu (7) = sec 6

(11,7) = (1+2+8,1+2+4) = 1+2 = 3
3 chaud = air (11) ou feu (7)

[6,12] = [2+4,4+8] = 2+4+8 = 14
sec (6) et froid (12) = terre 14

[9,3] = [1+8,1+2] = 1+2+8 = 11
11 air = humide (9) et chaud (3)



(14,13) = (2+4+8,1+4+8) = 4+8 = 12
terre (14) ou eau (13) = froid 12

(11,13) = (1+2+8,1+4+8) = 1+8 = 9
9 humide = air (11) ou eau (13)

13
eau =
humide (9) et froid (12)
[9,12] = [1+8,4+8] = 1+4+8 = 13

Univers de 16 propriétés, fermé par rapport à la combinaison, l'alternative et la négation et interprétation dans l'algèbre booléenne arithmétique des 16 composants binaires du nombre 15:

16 propriétés
(prédicats de la propriété hypersaturée):

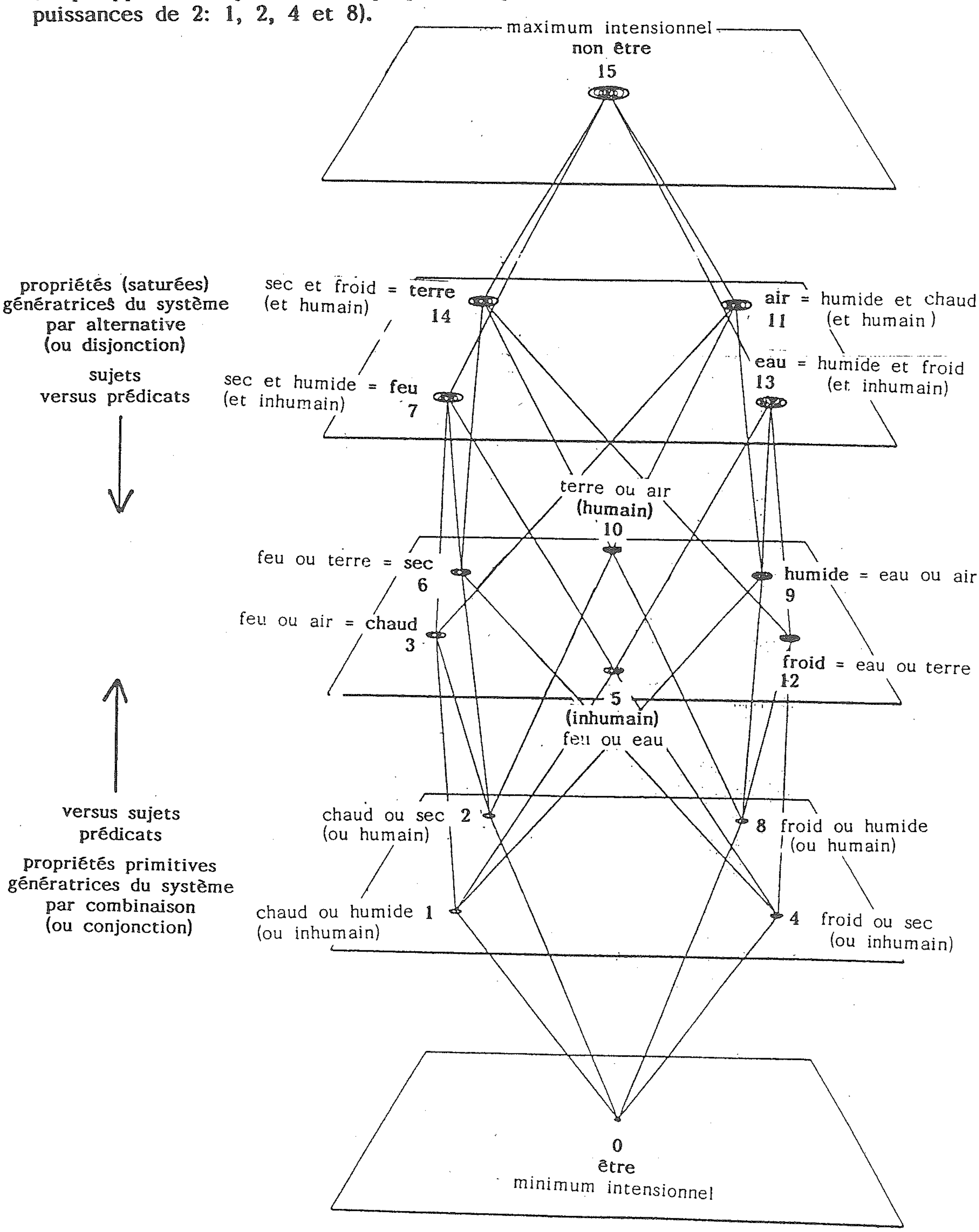
1 prédicat universel: être	e
4 propriétés simples ou primitives:	
chaud ou humide=non terre	cvh=-t
chaud ou sec=non eau	cvs=-q
froid ou sec=non air	fvs=-a
froid ou humide=non feu	fvh=-i
6 propriétés composées hyposaturées:	
chaud	c=(cvh)&(cvs)
non terre et non air	-t&-a=(cvh)&(fvs)
humide	h=(cvh)&(fvh)
sec	s=(cvs)&(fvs)
non eau et non feu	-q&-i=(cvs)&(fvh)
froid	f=(fvs)&(fvh)
4 propriétés saturées:	
feu	i=c&s=-(fvh)
air	a=c&h=-(fvs)
eau	q=f&h=-(cvs)
terre	t=f&s=-(cvh)
1 propriété hypersaturée: non être	-e=i&a&q&t

16 nombres caractéristiques
(composants du nombre 15):

1 composant universel: zéro	0
4 puissances de 2:	
(3,9)=(1+2,1+8)=	1
(3,6)=(1+2,2+4)=	2
(12,6)=(4+8,2+4)=	4
(12,9)=(4+8,1+8)=	8
6 nombres composés hyposaturés:	
[1,2]=1+2=	3
[1,4]=1+4=	5
[1,8]=1+8=	9
[2,4]=2+4=	6
[2,8]=2+8=	10
[4,8]=4+8=	12
4 nombres saturés:	
[3,6]=1+2+4=8'=	7
[3,9]=1+2+8=4'=	11
[12,9]=1+4+8=2'=	13
[12,6]=2+4+8=1'=	14
1 nombre hypersaturé:	
[7,11,13,14]=1+2+4+8=1'=	15

TABLEAU VIII.

Génération récursive des 16 propriétés de l'univers U (resp. des 16 composants binaires du nombre 15) considéré(e)s dans le TABLEAU VII., soit par des alternatives (resp. pgcbc) à partir des propriétés (resp. des nombres) saturé(e)s dans U (resp. dans l'ensemble B_{15} des composants binaires de 15), soit par des combinaisons (resp. ppcbc) à partir des propriétés primitives dans U (resp. des 4 premières puissances de 2: 1, 2, 4 et 8).



cadre arithmétique, aux précédents TABLEAUX II et III;

Le TABLEAU IX (où les nombres sont écrits en **binaire**) correspond au précédent TABLEAU V;

Les TABLEAUX X et XI (où les nombres sont écrits en **octal**) correspondent aux précédents TABLEAUX V et VI.

Pour effectuer nos **opérations arithmétiques** plus grand composant binaire commun (X, Y) (infime binaire), plus petit composé binaire commun [X, Y] (suprême binaire) et complément binaire à 7 (7-X) sur des nombres écrits en octal, il suffit de les effectuer colonne par colonne (sans aucune retenue d'une colonne à la suivante), en utilisant les **matrices correspondantes ci-dessous:**

Matrices des opérations arithmétiques binaires en octal

(X,Y)

Infime binaire

X \ Y	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1
2	0	0	2	2	0	0	2	2
3	0	1	2	3	0	1	2	3
4	0	0	0	0	4	4	4	4
5	0	1	0	1	4	5	4	5
6	0	0	2	2	4	4	6	6
7	0	1	2	3	4	5	6	7

[X,Y]

Suprême binaire

X \ Y	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	3	3	5	5	7	7
2	2	3	2	3	6	7	6	7
3	3	3	3	3	7	7	7	7
4	4	5	6	7	4	5	6	7
5	5	5	7	7	5	5	7	7
6	6	7	6	7	6	7	6	7
7	7	7	7	7	7	7	7	7

X'

Complément binaire

X	0	1	2	3	4	5	6	7
X'	7	6	5	4	3	2	1	0

3. Finalement, les **deux derniers** de cette partie II (TABLEAUX XII et XIII) montrent une interprétation déontique[66]:

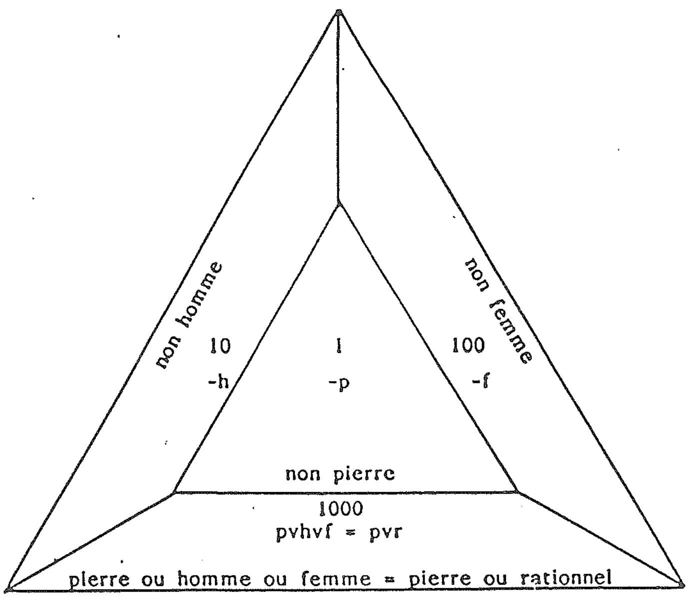
3.1. de **l'algèbre de Boole numérique des diviseurs du nombre 210** (le TABLEAU XII);

3.2. de **l'algèbre de Boole numérique des composants binaires du nombre 15** (le TABLEAU XIII).

TABLEAU IX.

Génération d'un univers U de 16 concepts, fermé par rapport à la négation, l'alternative et la combinaison et de l'ensemble associé des 16 composants binaires du nombre 1111 (en binaire, correspondant au 15_D: 15 en décimal), fermé par rapport au complémentaire à 1111, le pgcbc et le ppcbc.
Tous les concepts de U (resp. composants binaires de 1111) sont obtenus, soit par des alternatives (resp. pgcbc) à partir des 4 concepts (resp. nombres) saturé(e)s pierre, homme, femme, et non-pierre et non-rationnel (resp. 1110, 1101, 1011 et 111), soit par des combinaisons (resp. ppcbc) à partir des 4 concepts premiers (resp. premières puissances de 2) non-pierre, non-homme, non-femme et pierre ou rationnel (resp. 1, 10, 100 et 1000).

(Nous utilisons ici le système de numération binaire).



CORRESPONDANCE LOGICO-ARITHMETIQUE

termes ou concepts	nombres	termes ou concepts opposés	nombres
1 universel: e=être	E=0	1 non existant: -e=non être	E'=1111
4 premiers (non universels à intension minimale, générateurs conjonctifs de U):		4 saturés (existants à intension maximale, générateurs disjonctifs de U):	
-p=non pierre	P'=1	p=pierre	P=1111-1=1110
-h=non homme	H'=10	h=homme	H=1111-10=1101
-f=non femme	F'=100	f=femme	F=1111-100=1011
pvhvf=pvr=pierre ou (animal) rationnel	(P,R)=1000	-p&-h&-f=-p&-r	[P',R']=1111-1000=111
6 à intension intermédiaire (générés soit		par conjonction, soit par disjonction):	
-p&-h=non pierre et non homme	[P',H']=1+10=11	pvh=pierre ou homme	(P,H)=(1110,1101)=1100
-p&-f=non pierre et non femme	[P',F']=1+100=101	pvf=pierre ou femme	(P,F)=(1110,1011)=1010
-h&-f=-r=non (animal) rationnel	[H',F']=110	hvf=r=(animal) rationnel	(H,F)=R=1001

Vérification "more arithmetico" des propositions catégoriques vraies.

Tout homme est rationnel=Ahr: R|H ou 1001|1101 (1101 est composé de 1001) q.e.d.

Aucun homme n'est pierre=Ehp: P'|H ou 1|1101 (1101 est composé de 1) q.e.d.

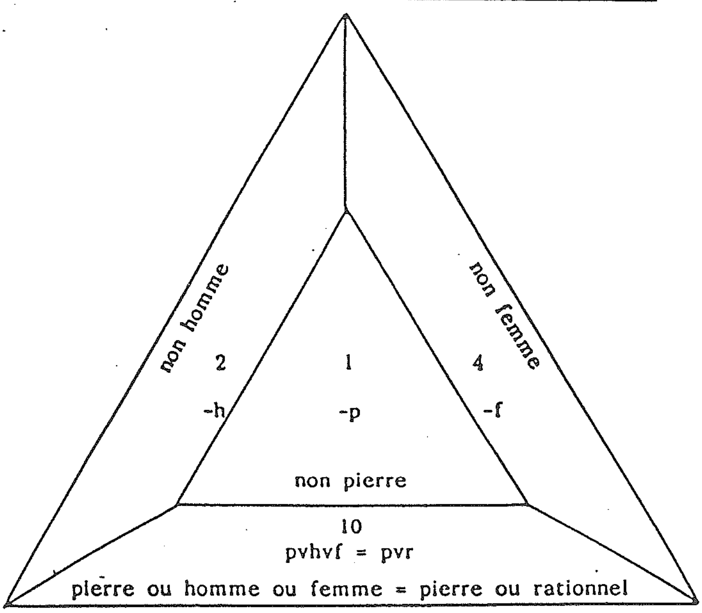
Quelque rationnel est homme=Irh: ∼(H'|R) ou ∼(10|1001) (1101 n'est pas composé de 10) q.e.d.

Quelque rationnel n'est pas homme=Orh: ∼(H|R) ou ∼(1101|1001) (1001 n'est pas composé de 1101) q.e.d.

TABLEAU X.

Génération d'un univers U de 16 concepts, fermé par rapport à la négation, l'alternative et la combinaison et de l'ensemble associé des 16 composants binaires du nombre 17 (en octal), fermé par rapport au complémentaire à 17, le pgcbc et le ppcbc.
Tous les concepts de U (resp. composants binaires de 17) sont obtenus, soit par des alternatives (resp. pgcbc) à partir des 4 concepts (resp. nombres) saturé(e)s pierre, homme, femme, et non-pierre et non-rationnel (resp. 16, 15, 13 et 7), soit par des combinaisons (resp. ppcbc) à partir des 4 concepts premiers (resp. premières puissances de 2) non-pierre, non-homme, non-femme et pierre ou rationnel (resp. 1, 2, 4 et 10).

(Nous utilisons ici le système de numération octal).



CORRESPONDANCE LOGICO-ARITHMETIQUE

termes ou concepts	nombres	termes ou concepts opposés	nombres
1 universel: e=être	E=0	1 non existant: -e=non être	E'=1+2+4+10=17
4 premiers (non universels à intension minimale, générateurs conjonctifs de U):		4 saturés (existants à intension maximale, générateurs disjonctifs de U):	
-p=non pierre	P'=1	p=pierre	P=17-1=2+4+10=16
-h=non homme	H'=2	h=homme	H=17-2=1+4+10=15
-f=non femme	F'=4	f=femme	F=17-4=1+2+10=13
pvhvf=pvr=pierre ou (animal) rationnel	(P,R)=10	-p&-h&-f=-p&-r	[P',R']=17-10=1+2+4=7
6 à intension intermédiaire (générés soit		par conjonction, soit par disjonction):	
-p&-h=non pierre et non homme	[P',H']=1+2=3	pvh=pierre ou homme	(P,H)=(16,15)=14
-p&-f=non pierre et non femme	[P',F']=1+4=5	pvf=pierre ou femme	(P,F)=(16,13)=12
-h&-f=-r=non (animal) rationnel	[H',F']=2+4=6	hvf=r=(animal) rationnel	(H,F)=R=(15,13)=11

Vérification "more arithmetico" des propositions catégoriques vraies.

Tout homme est rationnel=Ahr: R|H ou 11|15 (11 compose 15, 15 est composé de 11) q.e.d.

Aucun homme n'est pierre=Ehp: P'|H ou 1|15 (1 compose 15, 15 est composé de 1) q.e.d.

Quelque rationnel est homme=Irh: ∿(H'|R) ou ∿(2|11) (11 n'est pas composé de 2) q.e.d.

Quelque rationnel n'est pas homme=Orh: ∿(H|R) ou ∿(15|11) (11 n'est pas composé de 15) q.e.d.

TABLEAU XI.

Génération d'un univers fermé U de 32 ($=2^5$) concepts et de l'ensemble associé des 32 composants binaires du nombre 37 (en octal, correspondant au 31_D: 31 décimal), nombres caractéristiques des premiers.

(Nous utilisons ici le système de numération octal).

non être -e 0'= 37

(homme) savant h&s=s 1'=37-1= 36	homme non savant h&-s 2'=37-2= 35	cheval c animal non rationnel a&-r 4'=37-4= 33	tulipe t vivant non animal w&-a 10'=37-10= 27	pierre p non vivant -w 20'=37-20= 17

(h&s)v(h&-s) homme h (animal) rationnel a&r=r (36,35)= 34	(h&s)vc (36,33)= 32	(h&s)vt (36,27)= 26	(h&-s)vc (35,33)= 31	(h&-s)vt (35,27)= 25	(h&s)vp (36,17)= 16	(h&-s)vp (35,17)= 15	cvt vivant non rationnel w&-r (33,27)= 23	cvp (33,17)= 13	tvp non animal -a (27,17)= 7

hvc=a animal 30	hvt 24	hvp 14	sv(w&-r) 22	(h&-s)vcvt 21	svcvp 12	svtvp 6	(h&-s)vcvp 11	(h&-s)v-a 5	-h non homme 3

non pierre -p vivant w 20	non tulipe -t 10	non cheval -c 4	non homme ou savant -hvs 2	non savant -s 1

être e 0

TABLEAU XII.

EXEMPLE D'INTERPRETATION DEONTIQUE

de l'algèbre de Boole arithmétique des 16 diviseurs du nombre 210 (210=2x3x5x7)

(Voir TABLEAU III.)

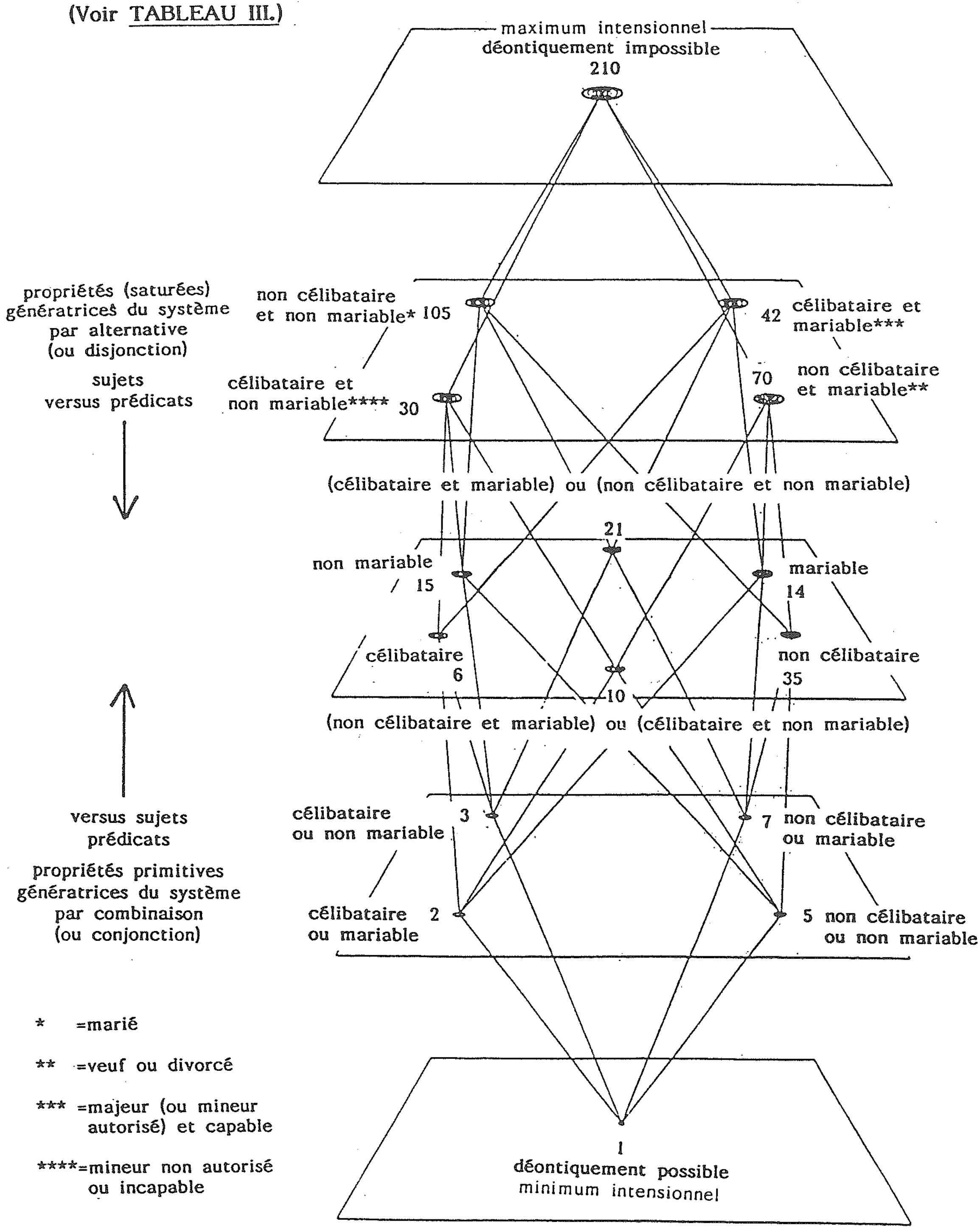
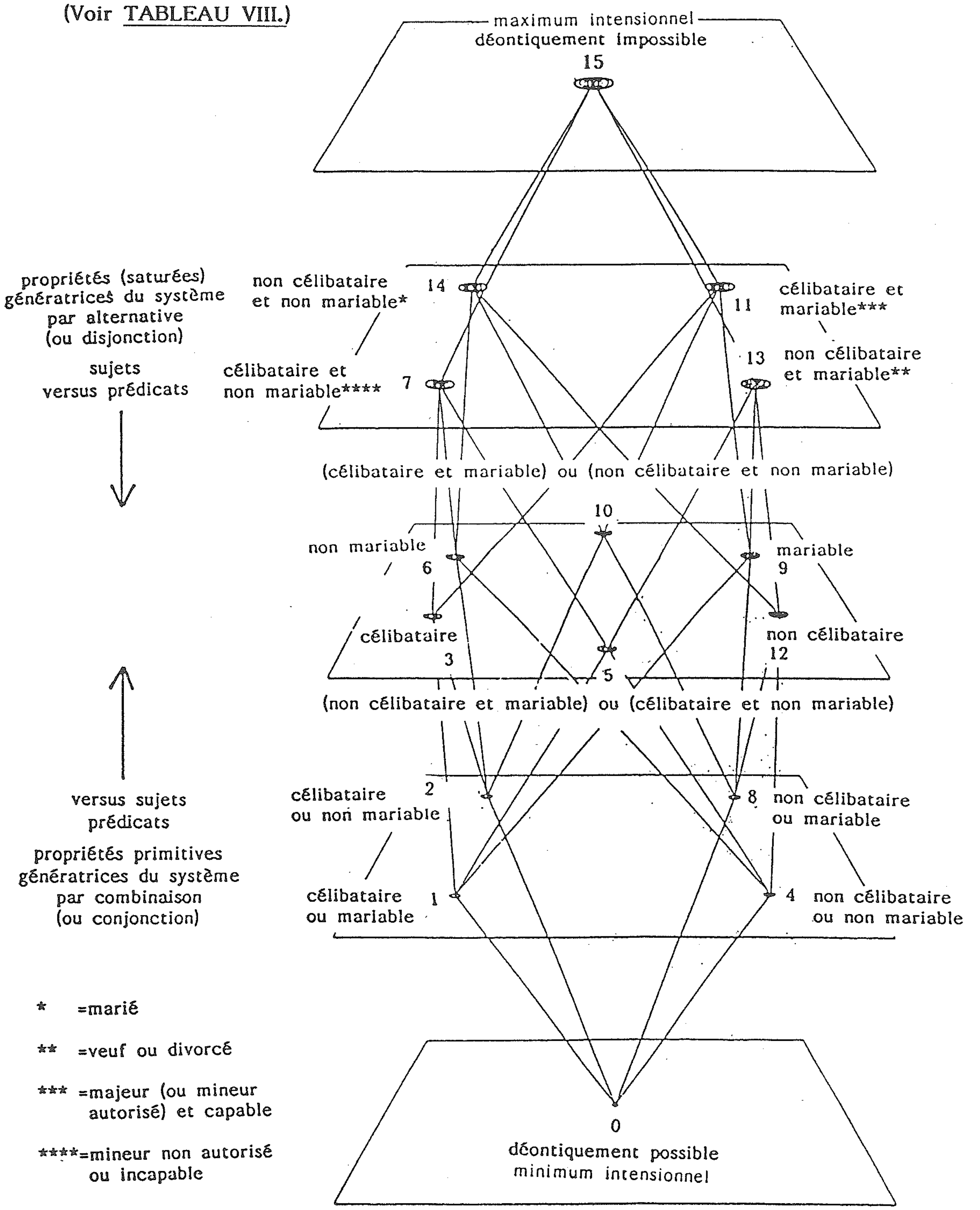


TABLEAU XIII.

EXEMPLE D'INTERPRETATION DEONTIQUE

de l'algèbre de Boole arithmétique des 16 composants binaires du nombre 15 (15=1+2+4+8)

(Voir TABLEAU VIII.)



* =marié

** =veuf ou divorcé

*** =majeur (ou mineur autorisé) et capable

****=mineur non autorisé ou incapable

III

Dans son bref, mais très important article **"On the Idea of Logical Truth (I)"**, publié déjà à **Helsinki** en **1948**, dans les Commentationes Physico-Mathematicae[67] de la **Societas Scientiarum Fennica** et reproduit en **1957** dans son livre bien connu Logical Studies[68], le grand philosophe et logicien finlandas **Georg Henrik Von Wright** formulait avec une extrême clarté et simplicité une logique quantifée des propriétés[69], de portée **intensionnelle**, fondée sur les concepts d'**existence**[70] et d'**universalité**[71] d'une **propriété**, sur lesquels il définissait les **propositions catégoriques universelles** comme des **conditions d'universalité** de certaines **proriétés-implications**, les **particulières** comme des **conditions d'existence** de certaines **propriétés-conjonctions** et les **syllogismes** comme des **relations logiquement vraies** reliant **trois** de ces **conditions**.

Nous estimons que cette logique quabtifiée des propriétés est, dans son apparente simplicité, fondamentale et d'une valeur inestimable, comme nous allons le prouver ci-dessous, dans cette partie III de la présente étude, pour une plus claire **formalisation** et présentation d'une efficace et, à notre avis, définitive **algébrisation**, d'abord, et **arithmétisation**, ensuite, dans le sens stricte, et dans une perspective **intensionnelle leibnizienne**, de la **syllogistique** et, comme **interprétation** également valable, de la **logique déontique** de premier ordre du même **Von Wright**.

En effet, comme nous allons le montrer ci-dessous:

1. Par l'**algébrisation** mentionnée:

1.1. chaque **proposition catégorique universelle** reliant **deux termes** et chaque **condition d'univeralité** d'un **terme** peut être **interprétée**, comme une **équation** et chaque **proposition catégorique particulière** reliant **deux termes** et chaque **condition d'existence d'un terme** comme une **inéquation**, permettant d'affirmer qu'un **syllogisme** est **valide** si et seulement si l'**equation** ou **inéquation** associée à la **conclusion** est une **conséquence algébrique valide** des **équations** et/ou **inéquations** associées aux **prémisses**;

1.2. chaque **formule prescriptive** de la **logique déontique de premier ordre** de **Von Wright** peut être **interprétée** comme une **équation** et chaque **formule permissive** de cette **logique** peut être **interprétée** comme une **inéquation**, permettant d'affirmer qu'une **relation logique** reliant **3**

formules déontiques est un **théorème déontique** si et seulement si l'**équation** ou **inéquation** associée à la **conclusion** est une **conséquence algébrique** des **équations** et/ou **inéquations** associées aux **prémisses**;

2. par l'arithmétisation mentionnée:

2.1. chaque **proposition catégorique**, **universelle** ou **particulière** reliant deux **termes** et chaque **condition d'universalité ou d'existence d'un terme** peut être **interprétée** comme un **nombre naturel**, permettant de présenter toute la **syllogistique** comme une sorte de **table de multiplication arithmétique** où un **syllogisme** est **valide** si et seulement si le **nombre** associé à la **conclusion** est **binairement absorbé**[72] par le **plus petit composé binaire commun** des **nombres** associés aux **prémisses**;

2.2. chaque **formule déontique** peut être **interprétée** comme un **nombre naturel**, permettant de présenter toute la **logique déontique de premier ordre** de **Von Wright** comme une sorte de **table de multiplication arithmétique** où une **relation logique** reliant 3 **formules déontiques** est un **théorème déontique** si et seulement si le **nombre** associé à la **conclusion** est **binairement absorbé** , aussi, par le **plus petit composé binaire commun** des **nombres** associés aux **prémisses**.

D'après les **définitions** données par **Von Wright** dans l'article précité:

1. si, dans l'univers considéré, il n'y a **aucun cas** ou **exemple positif** d'une **propriété x**, nous disons que la **propriété** est **vide** (dans le sens **extensionnel** habituel du terme);

2. si, dans l'univers considéré, il y a **au moins un cas** ou **exemple positif** d'une **propriété x**, nous disons que la **propriété existe**;

3. si, dans l'univers considéré, **tous les cas** ou **exemples** d'une **propriétés x** sont **positifs**, nous disons que la **propriété** est **universelle**.

Dans cette étude[73]:

"**(E)x**" exprimera que la **propriété** designée par "**x**" **existe**;

"**-(E)x**" exprimera que la **propriété** désignée par "**x**" **n'existe pas** -qu'elle est **vide**, dans la sens **extensionnel**, **impossible**, **fausse** ou **non-Ens** dans le sens **leibnizien**, **intensionnellement pleine** ou **hypersaturée** dans notre terminologie habituelle-;

"**(U)x**" exprimera que la **propriété** désignée par "**x**" **est universelle**.

Nous aurons les équivalences suivantes:

(E)x	est équivalente à	-(U)-x
-(E)x	est équivalente à	(U)-x
(E)-x	est éqivalente à	-(U)x
-(E)-x	est équivalente à	(U)x

En utilisants ses 2 quantificateurs des propriètès, Von Wright exprime[74] les 4 propositions catègoriques reliant deux propriètès x et y de la façon suivante:

Propositions catègoriques	Formules de Von Wright	Formules èquivalentes
Axy (universelle affirmative): tout x est y	(U)(x→y)	(U)(-xvy)
Exy (universelle nègative): aucun x n'est y	(U)(x→-y)	U(-xv-y)
Ixy (particulière affirmative): quelque x est y	(E)(x&y)	-(U)(-xv-y)
Oxy (particulière nègative): quelque x n'est pas y	(E)(x&-y)	-(U)(-xvy)

Maintenant, pour notre interprètation algèbrique des thèories logiques mentionnées -à savoir, la syllogistique aristotélicienne, la syllogistique moderne et la logique déontique de premier ordre de Von Wright- il nous suffit, initialement, de considérer, d'une part, trois variables de propriété m, p et s (minuscules) et, d'autre part, trois variables numériques M, P et S (majuscules), réciproquement associées.

Les premières prendront leurs valeurs dans un univers fermé U de 2^n propriétés et les dernières dans l'ensemble des 2^n nombres naturels compris entre 0 et $0'=2^n-1$.

Or, en vertu de l'association, déjà établie, entre les opérations logiques reliant des propriétés et les opérations arithmétiques reliant des nombres, à chaque formule logique obtenue à partir des trois variables de propriéte m, p et s par l'application recursive des opérations logiques, restera toujours associée une formule algébrique obtenue à partir des trois variables numériques correspondantes M, P et S par l'application recursive des opérations arithmétiques correspondantes.

Restent encore à **interpréter algébriquement,** dans la **logique quantifiée des propriétés,** justement les **formules quantifiées,** obtenues des **formules de propriété** que nous venons de mentionner par l'application des **quantificateurs d'existence E** et **d'universalité U.**

Voici cette interprétation:

Ex (x existe) sera interprétée:	$X<0'$
-Ex (x n'existe pas) sera interprétée:	$X=0'$
Ux (x est universelle) sera interprétée:	$X=0$
-Ux (x n'est pas universelle) sera interprétée:	$X>0$

La correspondance entre **formules algébriques,** d'une part, et **syllogistiques** et **déontiques,** d'autre part, qui est à la base de notre **interprétation algébrique** des **théories logiques** mentionnées apparaît au <u>TABLEAU XIV</u>.

Dans la partie supérieure de ce tableau, nous constatons que les **équations** de la deuxième colonne, abrégées, à gauche, par les huit premières lettres de l'alphabet, sont associées aussi bien aux **énoncés d'universalité** et aux **propositions catégoriques universelles** de la **logique** quantifiée **des propriétés** et de la **syllogistique** qu'aux formules exprimant des **obligations** dans la **logique déontique de premier ordre.** Ensuite, dans la partie inférieure, nous voyons que les **inéquations** de la deuxième colonne sont associées d'une part aux **propositions catégoriques particulières** et aux **conditions d'existence des propriétés** de la **syllogistique** qu'aux **formules de permission** de la **logique déontique.**

Notre **interprétation algébrique** des **théories logiques** mentionnées s'est révélée, à notre avis, un instrument précieux pour l'**analyse** en profondeur du **mécanisme de déduction** mis en oeuvre dans ces **théories.**

Dans le TABLEAU XIV, nous pouvons, en effet, constater de quelle manière toutes les **formules syllogistiques** (resp. **déontiques** et **algébriques**) peuvent être obtenues ou dérivées à partir de **8 formules initiales**, soit comme des **conjonctions** de ces dernières -les **universelles** (resp. **prescriptives** et **équations**)-, soit comme des **négations** de ces **conjonctions** -les **particulières** (resp. **permissives** et **inéquations**)-.

Dans chacune des **8 équations initiales**, l'expression située à gauche du signe d'égalité désigne le **plus grand composant binaire commun** de **3 variables numériques** (M ou M', P ou P' et S ou S') qui prennent leurs **valeurs** dans l'**ensemble des composants binaires d'un nombre** 2^n-1 (pour un **n** arbitrairement fixé) et cet **ensemble**, muni des **3 opérations** **plus grand composant binaire commun**, **plus petit composé binaire commun** et **complément binaire à** 2^n-1 a la structure d'une **algèbre de Boole**.

Or, les **formules algébriques** (**équations** et **inéquations**) qui sont des **interprétations** des **formules** (resp. **universelles** et **particulières**) **des la logique des propriétés de Von Wright** et des **formules** (resp. **prescriptives** et **permissives**) de la **logique déontique** de premier ordre satisfont aux mêmes **lois de distributivité** que ces dernières.

Nous avons, en effet, à la fois, pour les **3 systèmes isomorphes**:

Algèbre des composants binaires d'un nombre 2^n-1	Logique des propriétés, syllogistique et logique déontique
$(X,Y)=0\leftrightarrow(X,Y,Z)=0\&(X,Y,Z')=0$ puisque $(X,Y)=(X,Y,Z)+(X,Y,Z')$	$\begin{cases} U(xvy)\leftrightarrow U(xvyvz)\&U(xvyv\text{-}z)\\ O(xvy)\leftrightarrow O(xvyvz)\&O(xvyv\text{-}z)\end{cases}$
$X=0\leftrightarrow(X,Y)=0\&(X,Y')=0$ puisque $X=(X,Y)+(X,Y')$	$\begin{cases} Ux\leftrightarrow U(xvy)\&U(xv\text{-}y)\\ Ox\leftrightarrow O(xvy)\&O(xv\text{-}y)\end{cases}$
$[X,Y]\neq0\leftrightarrow[X,Y,Z)]\neq0v[X,Y,Z']\neq0$ puisque $[X,Y]=([X,Y,Z],[X,Y,Z'])$	$\begin{cases} E(x\&y)\leftrightarrow E(x\&y\&z)vE(x\&y\&\text{-}z)\\ P(x\&y)\leftrightarrow P(x\&y\&z)vP(x\&y\&\text{-}z)\end{cases}$
$X\neq0\leftrightarrow[X,Y]\neq0v[X,Y']\neq0$ puisque $X=([X,Y],[X,Y'])$	$\begin{cases} Ex\leftrightarrow E(x\&y)vE(x\&\text{-}y)\\ Px\leftrightarrow P(x\&y)vP(x\&\text{-}y)\end{cases}$

Nous avons aussi, dans les **3 systèmes**, les **lois de De Morgan** et les relations suivantes:

$X'\neq0\leftrightarrow\text{-}(X'=0)$	$\begin{cases} Ex\leftrightarrow\text{-}U\text{-}x\\ Px\leftrightarrow\text{-}O\text{-}x\end{cases}$

TABLEAU XIV.

INTERPRETATION ALGEBRIQUE DES FORMULES SYLLOGISTIQUES ET DEONTIQUES

Abréviations	Interprétation algébrique	Interprétations logiques		
	Equations	Logique des propriétés	Syllogistique	Logique déontique
		Formules initiales		
a	(M,P,S)=0	U(mvpvs)		O(mvpvs)
b	(M,P,S')=0	U(mvpv-s)		O(mvpv-s)
c	(M,P'S)=0	U(mv-pvs)		O(mv-pvs)
d	(M,P',S')=0	U(mv-pv-s)		O(mv-pv-s)
e	(M',P,S)=0	U(-mvpvs)		O(-mvpvs)
f	(M',P,S')=0	U(-mvpv-s)		O(-mvpv-s)
g	(M',P',S)=0	U(-mv-pvs)		O(-mv-pvs)
h	(M',P',S')=0	U(-mv-pv-s)		O(-mv-pv-s)
		Formules dérivées		
		Propositions catégoriques universelles		Obligations de disjonctions de deux actes
ab	(M,P)=0	U(mvp)	E-m-p	O(mvp)
cd	(M,P')=0	U(mv-p)	Apm	O(mv-p)
ef	(M',P)=0	U(-mvp)	Amp	O(-mvp)
gh	(M',P')=0	U(-mv-p)	Emp	O(-mv-p)
ac	(M,S)=0	U(mvs)	E-m-s	O(mvs)
bd	(M,S')=0	U(mv-s)	Asm	O(mv-s)
eg	(M',S)=0	U(-mvs)	Ams	O(-mvs)
fh	(M',S')=0	U(-mv-s)	Ems	O(-mv-s)
ae	(P,S)=0	U(pvs)	E-s-p	O(pvs)
bf	(P,S')=0	U(pv-s)	Asp	O(pv-s)
cg	(P',S)=0	U(-pvs)	Aps	O(-pvs)
dh	(P',S')=0	U(-pv-s)	Esp	O(-pv-s)
	Inéquations	Propositions catégoriques particulières		Permissions de conjonctions de deux actes
-(ab)	(M,P)≠0	E(-m&-p)	I-m-p	P(-m&-p)
-(cd)	(M,P')≠0	E(-m&p)	Opm	P(-m&p)
-(ef)	(M',P)≠0	E(m&-p)	Omp	P(m&-p)
-(gh)	(M',P')≠0	E(m&p)	Imp	P(m&p)
-(ac)	(M,S)≠0	E(-m&-s)	I-m-s	P(-m&-s)
-(bd)	(M,S')≠0	E(-m&s)	Osm	P(-m&s)
-(eg)	(M',S)≠0	E(m&-s)	Oms	P(m&-s)
-(fh)	(M',S')≠0	E(m&s)	Ims	P(m&s)
-(ae)	(P,S)≠0	E(-p&-s)	I-s-p	P(-p&-s)
-(bf)	(P,S')≠0	E(-p&s)	Osp	P(-p&s)
-(cg)	(P',S)≠0	E(p&-s)	Ops	P(p&-s)
-(dh)	(P',S')≠0	E(p&s)	Isp	P(p&s)
		Conditions d'existence des propriétés		Permissions d'actes isolés
-(abcd)	M≠0	E-m	I-m-m	P-m
-(efgh)	M'≠0	Em	Imm	Pm
-(abef)	P≠0	E-p	I-p-p	P-p
-(cdgh)	P'≠0	Ep	Ipp	Pp
-(aceg)	S≠0	E-s	I-s-s	P-s
-(bdfh)	S'≠0	Es	Iss	Ps

En utilisant cette **interprétation algébrique** de la **syllogistique**, la **démontration** de la **validité** de n'importe quel **mode syllogistique valide** s'effectue comme nous le montrons dans l'exemple suivant du **mode FERIO**, qui correspond, dans les **TABLEAUX XVIII, XIX** et **XX**, au carré **22**, où se croisent la ligne de la **prémisse majeure Emp** (gh) et la colonne de la **prémisse mineure Ism** (-fv-h):

Formules logiques		Formules algébriques	
		Abréviations	Formules complètes
Emp		g&h	$(M',P',S)=0\&(M',P',S')=0$
Ism		-hv-f	$(M',P',S')\neq0 v (M',P,S')\neq0$
		-f	$(M',P,S')\neq0$
Osp	q.e.d.	-bv-f	$(S',P)\neq0$

Dans notre communication "**Simplification de l'arithmétisation leibnizienne de la syllogistique par l'expression arithmétique de la notion intensionnelle du 'Non Ens'**", présentée en **1978** à Hanovre au **Symposion Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart**[75], nous avions déjà démontré par cette méthode **tous les modes syllogistiques**, mais en utilisant, non l'**interprétation algébrique** fondée sur une **algèbre de Boole des composants binaires d'un nombre**, comme nous le faisons ici, mais l'**interprétation algébrique**, **isomorphe** à la première, fondée sur une **algèbre de Boole des diviseurs d'un nombre**.

Dans le **TABLEAU XV**, nous montrons la manière de parvenir à la nouvelle **arithmétisation de la syllogistique** déjà annoncée au début de cette **partie III** de notre étude, au **paragraphe 2.1.**, et fondée sur l'**interprétation algébrique** des **formules syllogistiques** décrite dans le **TABLEAU XIV** et que nous venons d'expliquer.

Dans ce **tableau** nous associons:

1. A chacune des **8 formules syllogistiques initiales ("atomes conjonctifs de l'universalité")** un **nombre entier de 5 chiffres en octal**, tous composants binaires du **nombre** $2^{15}-1$, qui, **en octal**, s'écrit **77.777**; aucune des **9 premières puissances de 2** (à savoir, **en octal**: **1, 2, 4, 10, 20, 40, 100, 200, 400**) n'est un **composant commun** de **deux ou plus de ces 8 nombres**;

TABLEAU XV.

ARITHMETISATION DE LA SYLLOGISTIQUE

Atomes conjonctifs de l'universalité		Nombres associés	Atomes disjonctifs de l'existence		Nombres associés
a	(U)(mvpvs)	52.401	-a	(E)(-m&-p&-s)	25.376
b	(U)(mvpv-s)	34.002	-b	(E)(-m&-p&s)	43.775
c	(U)(mv-pvs)	7.004	-c	(E)(-m&p&-s)	70.773
d	(U)(mv-pv-s)	61.010	-d	(E)(-m&p&s)	16.767
e	(U)(-mvpvs)	61.020	-e	(E)(m&-p&-s)	16.757
f	(U)(-mvpv-s)	7.040	-f	(E)(m&-p&s)	70.737
g	(U)(-mv-pvs)	34.100	-g	(E)(m&p&-s)	43.677
h	(U)(-mv-pv-s)	52.200	-h	(E)(m&p&s)	25.577

Propositions catégoriques universelles			Nombres associés	Propositions catégoriques particulières			Nombres associés
ab	(U)(mvp)	E-m-p	76.403	-av-b	(E)(-m&-p)	I-m-p	1.374
cd	(U)(mv-p)	Apm	67.014	-cv-d	(E)(-m&p)	Opm	10.763
ef	(U)(-mvp)	Amp	67.060	-ev-f	(E)(m&-p)	Omp	10.717
gh	(U)(-mv-p)	Emp	76.300	-gv-h	(E)(m&p)	Imp	1.477
ac	(U)(mvs)	E-m-s	57.405	-av-c	(E)(-m&-s)	I-m-s	20.372
bd	(U)(mv-s)	Asm	75.012	-bv-d	(E)(-m&s)	Osm	2.765
eg	(U)(-mvs)	Ams	75.120	-ev-g	(E)(m&-s)	Oms	2.657
fh	(U)(-mv-s)	Ems	57.240	-fv-h	(E)(m&s)	Ims	20.537
ae	(U)(pvs)	E-s-p	73.421	-av-e	(E)(-p&-s)	I-s-p	4.356
bf	(U)(pv-s)	Asp	37.042	-bv-f	(E)(-p&s)	Osp	40.735
cg	(U)(-pvs)	A-s-p	37.104	-cv-g	(E)(p&-s)	O-s-p	40.673
dh	(U)(-pv-s)	Esp	73.210	-dv-h	(E)(p&s)	Isp	4.567

Conditions d'universalité des termes			Nombres associés	Conditions d'existence des termes			Nombres associés
abcd	(U)m	E-m-m	77.417	-av-bv-cv-d	(E)-m	I-m-m	360
efgh	(U)-m	Emm	77.360	-ev-fv-gv-h	(E)m	Imm	417
abef	(U)p	E-p-p	77.463	-av-bv-ev-f	(E)-p	I-p-p	314
cdgh	(U)-p	Epp	77.314	-cv-dv-gv-h	(E)p	Ipp	463
aceg	(U)s	E-s-s	77.525	-av-cv-ev-g	(E)-s	I-s-s	252
bdfh	(U)-s	Ess	77.252	-bv-dv-fv-h	(E)s	Iss	525

Propositions limites

abcdefgh	contradiction -t	77.777	-abcdefgh	tautologie t	0

Vérification arithmétique des implications syllogistiques.

Une implication syllogistique est vraie si et seulement si l'infime binaire du complément binaire du nombre associé à son antécédent (qu'il soit une proposition unique -catégorique ou négation d'une catégorique- ou une conjonction de deux propositions -dont l'une au moins catégorique et l'autre catégorique ou condition d'existence d'un terme-) et le nombre associé à la conclusion est égal à 0.

Lorsque cet antécédent est la conjonction x&y de deux propositions x et y, son nombre associé N(x&y) est le suprême binaire [X,Y] des nombres X et Y respectivement associés à x et y.

Symboliquement:

1. x→z ou -xvx est vraie si et seulement si N(-xvz)=(X',Z)=0

2. x&y→z ou -(x&y)vz est vraie si et seulement si N(-(x&y)vz)=([X,Y]',Z)=0

Exemple: vérification arithmétique du mode syllogistique Ferio:

([N(Emp),N(Ism)]',N(Osp))=([76.300,20.537]',40.735)=(76.737',40.735)=(1.040,40.735)=0 q.e.d.

2. A chacune des 12 propositions catégoriques universelles, équivalente à une conjonction de 2 atomes de l'universalité, le plus petit composé binaire commun des 2 nombres caractéristiques de ces 2 atomes;

3. A chaucune des 6 conditions d'universalité des termes, équivalente à une conjonction de 4 atomes de l'universalité, le plus petit composé binaire commun des nombres caractéristiques de ces 4 atomes;

4. A la proposition contradictoire ("contradiction") du système, équivalente à la conjonction des 8 atomes de l'universalité, le plus petit composé binaire commun des 8 nombres caractéristiques de ces 8 atomes, égal au nombre 77.777 ($77.777_8=2^{15}-1$);

5. A chacun des 8 atomes disjonctifs de l'existence, équivalent à la négation d'un atome conjonctif de l'universalité, le nombre complémentaire à 77.777 (77.777-X) du nombre caractéristique X de l'atome de l'universalité respectif;

6. A chacune des 12 propositions catégoriques particulières, équivalente à la disjonction de 2 atomes de l'existence, le plus grand composant binaire commun des 2 nombres caractéristiques de ces 2 atomes;

7. A chacune des 6 conditions d'existence des termes, équivalente à la disjonction de 4 atomes de l'existence, le plus grand composant binaire commun des 4 nombres caractéristiques de ces 4 atomes;

8. A la proposition tautologique ("tautologie") du système, équivalente à la disjonction des 8 atomes de l'existence, le plus grand composant binaire commun des nombres caractéristiques de ces 8 atomes, égal au nombre 0 (zéro).

Cette arithmétisation de la syllogistique permet d'évaluer "more arithmetico" toutes les relations logiques possibles reliant

a) soit 2 propositions catégoriques arbitrairement choisies dans les 24 classes d'équivalence de ces dernières, afin de décider quelles sont les inférences inmmédiates valides;

b) soit 3 propositions catégoriques arbitrairement choisies dans les 24 classes d'équivalence mentionnées, afin de décider quels sont les modes syllogistiques valides;

c) soit 2 propositions catégoriques quelconques et 1 condition d'universalité ou d'existence d'un terme;

d) 1 condition d'universalité et 1 condition d'existence.

Le TABLEAU XVI nous montre l'application de cette méthode de décision arithmétique à la dтermination systématique des modes syllogistiques valides, dans le cadre des 64 conjonctions possibles de prémisses différentes.

Pour arriver à cette détermination dans le cadre le plus large possible, nous avons considéré, naturellement, à côté des 12 classes d'équivalence classiques ou traditionnelles des prémisses possibles -représentées, par exemple, par Amp, Apm, Emp, Imp, Opm, Omp, Asm, Ams, Ems, Ims, Oms et Osm), aussi -suivant des perspectives que nous estimons légitimes, comme celles d'Ivo Thomas[76], Albert Menne[77] et Edward A. Hacker[78]- les 4 classes d'équivalence des prémisses reliant 2 termes négatifs -m (non-m) et -p (non-p) ou -m (non-m) et et -s (non-s): elles pourraient être représentées par E-m-p, I-m-p, E-m-s et I-m-s. D'une manière analogue, nous avons pris aussi en considération, à côté des 4 classes d'équivalence classiques ou traditionnelles des conclusions possibles, représentées par Asp, Esp, Isp et Osp, les 4 représentées par A-s-p (équivalente à Aps), E-s-p, I-s-p et O-s-p (équivalente à Ops). Le résultat est le suivant: nous arrivons à prouver la validité de 24 classes d'équivalence d'implications syllogistiques (ou modes) valides, tous légitimes dans la perspective logique moderne plus soucieuse des problèmes strictement formels que des questions historiques, coutumières ou anecdotiques, parfois byzantines.

L'évaluation, dans ce cadre, d'un syllogisme comme FERIO, ci-dessus démontré en utilisant l'interprétation algébrique des formules syllogistiques, s'effectue à la main par un calcul arithmétique simple et rapide, comme le suivant:

Emp	76.300
Ism	20.537
Emp&Ism	76.737 (plus petit composé binaire commun de 76.300 et 20.537)
Osp	40.735 (40.735 est binairement absorbé par 76.737).

TABLEAU XVI. Démonstration "more arithmetico" de la validité des 24 classes de modes syllogistiques valides: 8 classiques, 2 de A. Menne (carrés "Menne") et 14 de M. Sánchez-Mazas (carrés "MSM") et de l'invalidité des autres combinaisons. Les classiques ne comptent pas les modes où les prémisses et/ou la conclusion ont des termes négatifs (les name-negations, admis dans CS(n) par I. Thomas): non-s (-s), non-m (-m) et non-p (-p).

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm 75.012	Ams 75.120	Ems 57.240 Esm 57.240	E-m-s 57.405 E-s-m 57.405	I-m-s 20.372 I-s-m 20.372	Ims 20.537 Ism 20.537	Oms 2.657	Osm 2.765
Amp 67.060	conj. 77.072 négat. 705 Asp 37.042 disj. 0 Barbara 1	conj. 77.160 négat. 617 —— —— 2	conj. 77.260 négat. 517 —— —— 3	conj. 77.465 négat. 312 E-s-p 73.421 disj. 0 (Camelé,MSM) 4	conj. 67.372 négat 10.405 —— —— 5	conj. 67.577 négat. 10.200 Isp 4.567 disj. 0 Daril,Datisi 6	conj. 67.677 négat. 10.100 O-s-p 4.673 disj. 0 (Barrocón,MSM) 7	conj. 67.765 négat. 10.012 —— —— 8
Apm 67.014	conj. 77.016 négat. 761 —— —— 9	conj. 77.134 négat. 643 A-s-p 37.104 disj. 0 (Bajarén,MSM) 10	conj. 77.254 négat. 523 Esp 73.210 disj. 0 Camestres, 11 Calemes	conj. 77.415 négat. 362 —— —— 12	conj. 67.376 négat. 10.401 I-s-p 4.356 disj. 0 (Datilín,MSM) 13	conj. 67.537 négat. 10.240 —— —— 14	conj. 67.657 négat. 10.120 —— —— 15	conj. 67.775 négat. 10.002 Osp 40.735 disj. 0 Baroco 16
Emp 76.300 Epm 76.300	conj. 77.312 négat. 465 Esp 73.210 disj. 0 Celarent, Cesare 17	conj. 77.320 négat. 457 —— —— 18	conj. 77.340 négat. 437 —— —— 19	conj. 77.705 négat. 72 A-s-p 37.104 disj. 0 (Beberén,MSM) 20	conj. 76.372 négat. 1.405 —— —— 21	conj. 76.737 négat. 1.040 Osp 40.735 disj. 0 Ferio,Festino Ferison,Fresison 22	conj. 76.757 négat. 1.020 I-s-p 4.356 disj. 0 (Demolí,MSM) 23	conj. 76.765 négat. 1.012 —— —— 24
E-m-p 76.403 E-p-m 76.403	conj. 77.413 négat. 364 —— —— 25	conj. 77.523 négat. 254 E-s-p 73.421 disj. 0 (Crearé,MSM) 26	conj. 77.643 négat. 134 Asp 37.042 disj. 0 (Belleza,MSM) 27	conj. 77.407 négat. 370 —— —— 28	conj. 76.773 négat. 1.004 O-s-p 40.673 disj. 0 (Fetichón,MSM) 29	conj. 76.537 négat. 1.240 —— —— 30	conj. 76.657 négat. 1.120 —— —— 31	conj. 76.767 négat. 1.010 Isp 4.567 disj. 0 (Demoni,MSM) 32
I-m-p 1.374 I-p-m 1.374	conj. 75.376 négat. 2.401 I-s-p 4.356 disj. 0 33 (Disuadí,MSM)	conj. 75.374 négat. 2.403 —— —— 34	conj. 57.374 négat. 20.403 —— —— 35	conj. 57.775 négat. 20.002 Osp 40.735 disj. 0 36 (Dierzo,MSM)	conj. 21.376 négat. 56.401 —— —— 37	conj. 21.777 négat. 56.000 —— —— 38	conj. 3.777 négat. 74.000 —— —— 39	conj. 3.775 négat. 74.002 —— —— 40
Imp 1.477 Ipm 1.477	conj. 75.477 négat. 2.300 —— —— 41	conj. 75.577 négat. 2.200 Isp 4.567 disj. 0 Disamis,Dimatis 42	conj. 57.677 négat. 20.100 O-s-p 40.673 disj. 0 (Liberó,Menne) 43	conj. 57.477 négat. 20.300 —— —— 44	conj. 21.777 négat. 56.000 —— —— 45	conj. 21.577 négat. 56.200 —— —— 46	conj. 3.677 négat. 74.100 —— —— 47	conj. 3.777 négat. 74.000 —— —— 48
Opm 10.763	conj. 75.773 négat. 2.004 O-s-p 40.673 disj. 0 49 (Bocardón,MSM)	conj. 75.763 négat. 2.014 —— —— 50	conj. 57.763 négat. 20.014 —— —— 51	conj. 57.767 négat. 20.010 Isp 4.567 disj. 0 52 (Doverí,MSM)	conj. 30.773 négat. 47.004 —— —— 53	conj. 30.777 négat. 47.000 —— —— 54	conj. 12.777 négat. 65.000 —— —— 55	conj. 12.767 négat. 65.010 —— —— 56
Omp 10.717	conj. 75.717 négat. 2.060 —— —— 57	conj. 75.737 négat. 2.040 Osp 40.735 disj. 0 58 Bocardo	conj. 57.757 négat. 20.020 I-s-p 4.356 disj. 0 59 (Noverí,Menne)	conj. 57.717 négat. 20.060 —— —— 60	conj. 30.377 négat. 47.000 —— —— 61	conj. 30.737 négat. 47.040 —— —— 62	conj. 12.757 négat. 65.020 —— —— 63	conj. 12.777 négat. 65.000 —— —— 64

Les nombres sont écrits en octal.

Conclusions universelles

Asp	37.042
A-s-p	37.104
Esp	73.210
E-s-p	73.421

Conclusions particulières

Isp	4.567
I-s-p	4.356
Osp	40.735
O-s-p	40.673

Règle de la vérification arithmétique de la validité d'un syllogisme.

Un syllogisme est valide si et seulement si le nombre associé à la disjonction de la négation de la conjonction des prémisses et la conclusion est égal à 0.

La condition sera satisfaite si et seulement si les nombres associés respectivement au premier et au deuxième membre de la disjonction mentionnée n'ont aucun composant binaire commun.

Le premier **calcul** (**p.p.c.b.c.**) et la **vérification** finale d'**absorption** s'effectuent **sur les chiffres du même rang** des différents nombres. Le premier **calcul** est: [0,7]=7, [0,3]=3, [3,5]=7, [6,0]=6, [7,2]=7, donc: [76.300, 20.537]=76.737. La **vérification** finale est: 7 absorbe 5, 3 absorbe 3, 7 absorbe 7, 6 absorbe 0, 7 absorbe 4; donc: 76.737 absorbe 40.735.

Donc: **Emp&Ism→Osp** (**FERIO**) est **valide. q.e.d.**

Le **problème de la décidabilité** de certaines **formules syllogistiques bien formées** (même si elles n'ont pas été traditionnellement considérées), posé notamment par le grand logicien polonais **Jan Łukasiewicz** dans son livre classique **Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic**[79] reste entièrement résolu dans le cadre de notre **arithmétisation.**

Prenons, en effet, précisément la fameuse **formule syllogistique** que **Łukasiewicz** montre comme exemple de **formule** manifestement **fausse**, mais, néammoins, **indécidable dans son système**:

Isp→(-Asp→Aps)

Cette **formule** peut être écrite de la manière suivante:

-Ispv(--AspvAps)

ou encore de la manière suivante:

EspvAspvAps

Les **nombres caractéristiques** des **3 propositions catégoriques** qui font partie de cette dernière **formule** sont les suivants (voir **TABLEAU XV**):

Esp	**73.210**
Asp	**37.042**
Aps	**37.104**

La **méthode de décision** pour cette **formule** est la suivante:

La formule donnée est une formule valide (un théorème) de la syllogistique si et seulement si le nombre qui, en vertu de notre arithmétisation, doit lui rester associé est égal à 0.

Or, ce nombre doit être le **plus grand composant binaire commun de 73.210, 37.042 et 37.104.**

CALCULEMUS:

$$(73.210,\ 37.042,\ 37.104) = 33.000 \neq 0$$

La décision est donc: la formule donnée n'est pas valide.

TABLEAU XVII. Démonstration "more arithmetico" des syllogismes déontiques valides dans une logique déontique de premier ordre de VON WRIGHT, dont les théorèmes sont des interprétations déontiques, d'après la correspondance syllogistico-déontique établie dans le TABLEAU XVI, des modes syllogistques démontrés "more arithmetico" dans le TABLEAU XV.

Prémisse majeure \ Prémisse mineure	O(s→m) 75.012	O(m→s) 75.120	-P(m&s) 57.240 -P(s&m) 57.240	-P(-m&-s) 57.405 -P(-s&-m) 57.405	P(-m&-s) 20.372 P(-s&-m) 20.372	P(m&s) 20.537 P(s&m) 20.537	P(m&-s) 2.657	P(s&-m) 2.765
O(m→p) 67.060	conj. 77.072 nég. 705 O(s→p) 37.042 disj. 0 Barbara 1	conj. 77.160 nég. 617 — 2	conj. 77.260 nég. 517 — 3	conj. 77.465 nég. 312 -P(-s&-p) 73.421 disj. 0 (Camelé,MSM) 4	conj. 67.372 nég. 10.405 — 5	conj. 67.577 nég. 10.200 P(s&p) 4.567 disj. 0 Daril,Datisi 6	conj. 67.677 nég. 10.100 P(-s&p) 4.673 disj. 0 (Barrocón,MSM) 7	conj. 67.765 nég. 10.012 — 8
O(p→m) 67.014	conj. 77.016 nég. 761 — 9	conj. 77.134 nég. 643 O(-s→-p) 37.104 disj. 0 (Bajarán,MSM) 10	conj. 77.254 nég. 523 -P(s&p) 73.210 disj. 0 Camestres, 11 Calemes	conj. 77.415 nég. 362 — 12	conj. 67.376 nég. 10.401 P(-s&-p) 4.356 disj. 0 (Datilín,MSM) 13	conj. 67.537 nég. 10.240 — 14	conj. 67.657 nég. 10.120 — 15	conj. 67.775 nég. 10.002 P(s&-p) 40.735 disj. 0 Baroco 16
-P(m&p) 76.300 -P(p&m) 76.300	conj. 77.312 nég. 465 -P(s&p) 73.210 disj. 0 Celarent, Cesare 17	conj. 77.320 nég. 457 — 18	conj. 77.340 nég. 437 — 19	conj. 77.705 nég. 72 O(-s→-p) 37.104 disj. 0 (Beberán,MSM) 20	conj. 76.372 nég. 1.405 — 21	conj. 76.737 nég. 1.040 P(s&-p) 40.735 disj. 0 Ferio,Festino Ferison,Fresison 22	conj. 76.757 nég. 1.020 P(-s&-p) 4.356 disj. 0 (Demolí,MSM) 23	conj. 76.765 nég. 1.012 — 24
-P(-m&-p) 76.403 -P(-p&-m) 76.403	conj. 77.413 nég. 364 — 25	conj. 77.523 nég. 254 -P(-s&-p) 73.421 disj. 0 (Crearé,MSM) 26	conj. 77.643 nég. 134 O(s→p) 37.042 disj. 0 (Belleza,MSM) 27	conj. 77.407 nég. 370 — 28	conj. 76.773 nég. 1.004 P(-s&p) 40.673 disj. 0 (Fetichón,MSM) 29	conj. 76.537 nég. 1.240 — 30	conj. 76.657 nég. 1.120 — 31	conj. 76.767 nég. 1.010 P(s&p) 4.567 disj. 0 (Demoní,MSM) 32
P(-m&-p) 1.374 P(-p&-m) 1.374	conj. 75.376 nég. 2.401 P(-s&-p) 4.356 disj. 0 33 (Disuadí,MSM)	conj. 75.374 nég. 2.403 — 34	conj. 57.374 nég. 20.403 — 35	conj. 57.775 nég. 20.002 P(s&-p) 40.735 disj. 0 36 (Bierzo,MSM)	conj. 21.376 nég. 56.401 — 37	conj. 21.777 nég. 56.000 — 38	conj. 3.777 nég. 74.000 — 39	conj. 3.775 nég. 74.002 — 40
P(m&p) 1.477 P(p&m) 1.477	conj. 75.477 nég. 2.300 — 41	conj. 75.577 nég. 2.200 P(s&p) 4.567 disj. 0 Disamis,Dimatis 42	conj. 57.677 nég. 20.100 P(-s&p) 40.673 disj. 0 (Liberó,Menne) 43	conj. 57.477 nég. 20.300 — 44	conj. 21.777 nég. 56.000 — 45	conj. 21.577 nég. 56.200 — 46	conj. 3.677 nég. 74.100 — 47	conj. 3.777 nég. 74.000 — 48
P(p&-m) 10.763	conj. 75.773 nég. 2.004 P(-s&p) 40.673 disj. 0 49 (Bocardón,MSM)	conj. 75.763 nég. 2.014 — 50	conj. 57.763 nég. 20.014 — 51	conj. 57.767 nég. 20.010 P(s&p) 4.567 disj. 0 52 (Doverí,MSM)	conj. 30.773 nég. 47.004 — 53	conj. 30.777 nég. 47.000 — 54	conj. 12.777 nég. 65.000 — 55	conj. 12.767 nég. 65.010 — 56
P(m&-p) 10.717	conj. 75.717 nég. 2.060 — 57	conj. 75.737 conj. 2.040 P(s&-p) 40.735 disj. 0 58 Bocardo	conj. 57.757 nég. 20.020 P(-s&-p) 4.356 disj. 0 59 (Noverí,Menne)	conj. 57.717 nég. 20.060 — 60	conj. 30.377 nég. 47.000 — 61	conj. 30.737 nég. 47.040 — 62	conj. 12.757 nég. 65.020 — 63	conj. 12.777 nég. 65.000 — 64

Les nombres sont écrits en octal.

Conclusions universelles

O(s→p)	37.042
O(-s→-p)	37.104
-P(s&p)	73.210
-P(-s&-p)	73.421

Conclusions particulières

P(s&p)	4.567
P(-s&-p)	4.356
P(s&-p)	40.735
P(-s&p)	40.673

Règle de la vérification arithmétique de la validité d'un syllogisme.

Un syllogisme est valide si et seulement si le nombre associé à la disjonction de la négation de la conjonction des prémisses et la conclusion est égal à 0.

La condition sera satisfaite si et seulement si les nombres associés respectivement au premier et au deuxième membre de la disjonction mentionnée n'ont aucun composant binaire commun.

TABLEAU XVIII. Table de vérification algébrique de la validité de tous les syllogismes valides (dans la perspective la plus large, fondée sur le CS(n) d'I. Thomas et les travaux d'A. Menne) et de l'invalidité des autres combinaisons, d'après l'interprétation algébrique de la syllogistique établie dans le TABLEAU XVI. Voir également le TABLEAU XV.

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm bd	Ams eg	Ems fh Esm fh	E-m-s ac E-s-m ac	I-m-s -av-c I-s-m -av-c	Ims -fv-h Ism -fv-h	Oms -ev-g	Osm -bv-d
Amp ef	conj. bdef nég. -bdef Asp bf disj. t Barbara 1	conj. efg nég. -efg ----- ----- 2	conj. efh nég. -efh ----- ----- 3	conj. acef nég. -acef E-s-p ae disj. t (Camelé,MSM) 4	conj. ef(-av-c) nég. -efvac ----- ----- 5	conj. ef(-h) nég. -ev-fvh Isp -dv-h disj. t Daril,Datisi 6	conj. ef(-g) nég. -ev-fvg O-s-p -cv-g disj. t (Barrocón,MSM) 7	conj. ef(-bv-d) nég. -efvbd ----- ----- 8
Apm cd	conj. bcd nég. -bcd ----- ----- 9	conj. cdeg nég. -cdeg A-s-p cg disj. t (Bajarán,MSM) 10	conj. cdfh nég. -cdfh Esp dh disj. t Camestres, 11 Calemes	conj. acd nég. -acd ----- ----- 12	conj. cd(-a) nég. -cv-dva I-s-p -av-e disj. t (Datilín,MSM) 13	conj. cd(-fv-h) nég. -cdvfh ----- ----- 14	conj. cd(-ev-g) nég. -cdveg ----- ----- 15	conj. cd(-b) nég. -cv-dvb Osp -bv-f disj. t Baroco 16
Emp gh Epm gh	conj. bdgh nég. -bdgh Esp dh disj. t Celarent, Cesare 17	conj. egh nég. -egh ----- ----- 18	conj. fgh nég. -fgh ----- ----- 19	conj. acgh nég. -acgh A-s-p cg disj. t (Beberán,MSM) 20	conj. gh(-av-c) nég. -ghvac ----- ----- 21	conj. gh(-f) nég. -gv-hvf Osp -bv-f disj. t Ferio,Festino Ferison,Fresison 22	conj. gh(-e) nég. -gv-hve I-s-p -av-e disj. t (Demolí,MSM) 23	conj. gh(-bv-d) nég. -ghvbd ----- ----- 24
E-m-p ab E-p-m ab	conj. abd nég. -abd ----- ----- 25	conj. abeg nég. -abeg E-s-p ae disj. t (Crearé,MSM) 26	conj. abfh nég. -abfh Asp bf disj. t (Belleza,MSM) 27	conj. abc nég. -abc ----- ----- 28	conj. ab(-c) nég. -av-bvc O-s-p -cv-g disj. t (Fetichón,MSM) 29	conj. ab(-fv-h) nég. -abvfh ----- ----- 30	conj. ab(-ev-g) nég. -abveg ----- ----- 31	conj. ab(-d) nég. -av-bvd Isp -dv-h disj. t (Demoni,MSM) 32
I-m-p -av-b I-p-m -av-b	conj. bd(-a) nég. -bv-dva I-s-p -av-e disj. t 33 (Disuadí,MSM)	conj. eg(-av-b) nég. -egvab ----- ----- 34	conj. fh(-av-b) nég. -fhvab ----- ----- 35	conj. ac(-b) nég. -av-cvb Osp -bv-f disj. t 36 (Bierzo,MSM)	conj. -av(-b)(-c) nég. a(bvc) ----- ----- 37	conj. (-ab)(-fh) nég. abvfh ----- ----- 38	conj. (-ab)(-eg) nég. abveg ----- ----- 39	conj. -bv(-a)(-d) nég. b(avd) ----- ----- 40
Imp -gv-h Ipm -gv-h	conj. bd(-gv-h) nég. -bdvgh ----- ----- 41	conj. eg(-h) nég. -ev-gvh Isp -dv-h disj. t Disamis,Dimatis 42	conj. fh(-g) nég. -fv-hvg O-s-p -cv-g disj. t (Liberó,Menne) 43	conj. ac(-gv-h) nég. -acvgh ----- ----- 44	conj. (-gh)(-ac) nég. ghvac ----- ----- 45	conj. -hv(-f)(-g) nég. h(fvg) ----- ----- 46	conj. -gv(-e)(-f) nég. g(evh) ----- ----- 47	conj. (-gh)(-bd) nég. ghvbd ----- ----- 48
Opm -cv-d	conj. bd(-c) nég. -bv-dvc O-s-p -cv-g disj. t 49 (Bocardón,MSM)	conj. eg(-cv-d) nég. cdv-eg ----- ----- 50	conj. fh(-cv-d) nég. cdv-fh ----- ----- 51	conj. ac(-d) nég. -av-cvd Isp -dv-h disj. t 52 (Doveri,MSM)	conj. -cv(-a)(-d) nég. c(avd) ----- ----- 53	conj. (-cd)(-fh) nég. cdvfh ----- ----- 54	conj. (-cd)(-eg) nég. cdveg ----- ----- 55	conj. -dv(-b)(-c) nég. d(bvc) ----- ----- 56
Omp -ev-f	conj. bd(-ev-f) nég. efv-bd ----- ----- 57	conj. eg(-f) conj. -ev-gvf Osp -bv-f disj. t 58 Bocardo	conj. fh(-e) nég. f(evh) I-s-p -av-e disj. t 59 (Noverí,Menne)	conj. ac(-ev-f) nég. efv-ac ----- ----- 60	conj. (-ef)(-ac) nég. efvac ----- ----- 61	conj. -fv(-e)(-h) nég. f(evh) ----- ----- 62	conj. -ev(-fv-g) nég. e(gvh) ----- ----- 63	conj. (-ef)(-bd) nég. efvbd ----- ----- 64

Conclusions universelles

Asp	bf
A-s-p	cg
Esp	dh
E-s-p	ae

Conclusions particulières

Isp	-dv-h
I-s-p	-av-e
Osp	-bv-f
O-s-p	-cv-g

Règle de la vérification algébrique de la validité d'un syllogisme.

Un syllogisme est valide si et seulement si la négation de la conjonction des formules algébriques associées aux prémisses et la formule algébrique associée à la conclusion est équivalente à t (vérité logique).

La condition sera satisfaite si et seulement si la disjonction contient, pour chaque variable non précédée de négation, la même variable précédée de négation.

TABLEAU XIX.

Table de vérification algébrique des modes syllogistiques valides dans la syllogistique moderne admettant les propriétés vides (centaure, sirène ou pégase) et excluant donc la subalternation.

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm bd A-m-s bd Es-m bd E-ms bd	Ams cg A-s-m cg Em-s eg E-sm eg	Ems fh Esm fh Am-s fh As-m fh	E-m-s ac E-s-m ac A-ms ac A-sm ac	I-m-s -(ac) I-s-m -(ac) O-ms -(ac) O-sm -(ac)	Ims -(fh) Ism -(fh) Om-s -(fh) Os-m -(fh)	Oms -(eg) O-s-m -(eg) Im-s -(eg) I-sm -(eg)	Osm -(bd) O-m-s -(bd) Is-m -(bd) I-ms -(bd)
Amp ef A-p-m ef Em-p ef E-pm ef	Amp&Asm bdef Asp bf Barbara 1	2	3	Amp &E-s-p acef E-s-p ae Camelé 4	5	Amp&Ism ef-h Amp&Ims ef-h Isp -(dh) Darii Datisi 6	Amp&Oms ef-g O-s-p -(cg) Barrocón 7	8
Apm cd A-m-p cd Ep-m cd E-mp cd	9	Apm&Ams cdeg A-s-p cg Bajarón 10	Apm&Esm cdfh Apm&Ems cdfh Esp. dh Camestres Calemes 11	12	Apm &I-m-s cd-a I-s-p -(ac) Datilín 13	14	15	Apm&Osm cd-b Osp -(bf) Baroco 16
Emp gh Epm gh Am-p gh Ap-m gh	Emp&Asm bdgh Epm&Asm bdgh Esp dh Celarent Cesare 17	18	19	Emp &E-m-s acgh A-s-p cg Beberón 20	21	Emp&Ism gh-f Epm&Ism gh-f Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Ferio,Festino 22 Ferison,Fres.	Emp&Oms gh-e I-s-p -(ae) Demolí 23	24
E-m-p ab E-p-m ab A-mp ab A-pm ab	25	E-m-p &Ams abeg E-s-p ae Crearé 26	E-m-p &Esm abfh Asp bf Belleza 27	28	E-m-p &I-s-m ab-c O-s-p -(cg) Fetichón 29	30	31	E-m-p &Osm ab-d Isp -(dh) Demoní 32
I-m-p -(ab) I-p-m -(ab) O-mp -(ab) O-pm -(ab)	I-m-p &Asm bd-a I-s-p -(ac) Disuadí 33	34	35	I-m-p &E-m-s ac-b Osp -(bf) Bierzo 36	37	38	39	40
Imp -(gh) Ipm -(gh) Om-p -(gh) Op-m -(gh)	41	Imp&Ams eg-h Ipm&Ams eg-h Isp -(dh) Disamis 42 Dimatis	Imp&Ems fh-g O-s-p -(cg) Libero de Menne 43	44	45	46	47	48
Opm -(cd) O-m-p -(cd) Ip-m -(cd) I-mp -(cd)	Opm&Asm bd-c O-s-p -(cg) Bocardón 49	50	51	Opm &E-m-s ac-d Isp -(dh) 52 Doveri	– 53	54	55	56
Omp -(ef) O-p-m -(ef) Im-p -(ef) I-pm -(ef)	57	Omp&Asm eg-f Osp -(bf) Bocardo 58	Omp&Esm fh-e I-s-p -(ae) Noveri de Menne 59	60	61	62	63	64

TABLEAU XX.

Table de vérification algébrique des modes syllogistiques valides dans la syllogistique aristotélicienne excluant les propriétés vides (centaure, sirène ou pégase) et admettant donc la subalternation.

Prémisse mineure / Prémisse majeure	Asm bd Iss -(bdfh) Ism -(fh) Ims -(fh)	Ams eg Imm -(efgh) Ims -(fh) Ism -(fh)	Ems fh Imm -(efgh) Oms -(eg) Esm fh Iss -(bdfh) Osm -(bd)			Ims -(fh) Ism -(fh)	Oms -(eg)	Osm -(bd)
Amp ef Imm -(efgh) Imp -(gh) Ipm -(gh)	Amp&Asm bdef Asp bf Iss -(bdfh) Isp -(dh) Barbara 1 Barbari	Amp&Ism ef-h Isp -(dh) Darapti 2	3	4	5	Amp&Ism ef-h Amp&Ims ef-h Isp -(dh) Darii 6 Datisi	7	8
Apm cd Ipp -(cdgh) Ipm -(gh) Imp -(gh)	9	Apm&Ams cdeg Aps cg Ipp -(cdgh) Ips -(dh) Isp -(dh) Bamalip 10	Apm&Esm cdfh Apm&Ems cdfh Esp dh Iss -(bdfh) Osp -(bf) Camestres(op) 11 Calemes(op)	12	13	14	15	Apm&Osm cd-b Osp -(bf) Baroco 16
Emp gh Imm -(efgh) Omp -(ef) Epm gh Ipp -(cdgh) Opm -(cd)	Emp&Asm bdgh Epm&Asm bdgh Esp dh Iss -(bdef) Osp -(bf) Celarent(ont) 17 Cesare(op)	Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Felapton 18 Fesapo	19	20	21	Emp&Ism gh-f Epm&Ism gh-f Emp&Ims gh-f Epm&Ims gh-f Osp -(bf) Ferio, Festino, 22 Ferison, Fres.	23	24
	25	26	27	28	29	30	31	32
	33	34	35	36	37	38	39	40
Imp -(gh) Ipm -(gh)	41	Imp&Ams eg-h Ipm&Ams eg-h Isp -(dh) Disamis 42 Dimatis	43	44	45	46	47	48
Opm -(cd)	49	50	51	52	53	54	55	56
Omp -(ef)	57	Omp&Ams eg-f Osp -(bf) Bocardo 58	59	60	61	62	63	64

TABLEAU XXI.

Table de vérification algébrique des schémas de déduction valides dans une logique déontique de premier ordre isomorphe de la syllogistique moderne.

Prémisse reliant m et s / Prémisse reliant m et p	O(s→m) bd O(-m→-s) bd -P(s&-m) bd	O(m→s) eg O(-s→-m) eg -P(m&-s) eg	-P(m&s) fh O(m→-s) fh O(s→-m) fh	-P(-m&-s) ac O(-m→s) ac O(-s→m)	P(-m&-s) -(ac)	P(m&s) -(fh)	P(m&-s) -(eg)	P(s&-m) -(bd)
O(m→p) ef O(-p→-m) ef -P(m&-p) ef	O(m→p) &O(s→m) bdef O(s→p) bf Barbara déont. 1	2	3	O(m→p) &-P(-m&-s) acef -P(-s&-p) ae Camelé déont. 4	5	O(m→p) &P(m&s) ef-h P(s&p) -(dh) Darii déont. Datisi déont. 6	O(m→p) &P(m&-s) ef-g P(p&-s) -(cg) Barrocón déont. 7	8
O(p→m) cd O(-m→-p) cd -P(p&-m) cd	9	O(p→m) &O(m→s) cdeg O(p→s) cg Bajarán déont. 10	O(p→m) &-P(m&s) cdfh -P(p&s) dh Camestres déont. Calemes déont. 11	12	O(p→m) &P(-m&-s) cd-a P(-s&-p) -(ae) Datilín déont. 13	14	15	O(p→m) &P(s&-m) cd-b P(s&-p) -(bf) Baroco déont. 16
-P(m&p) gh O(m→-p) gh O(p→-m) gh	-P(m&p) &O(s→m) bdgh -P(s&p) dh Celarent déont. Cesare déont. 17	18	19	-P(m&p) &-P(-m&-s) acgh O(p→s) cg Beberán déont. 20	21	-P(m&p) &P(m&s) gh-f P(s&-p) -(bf) Ferio déont. Festino déont. Ferison déont. 22 Fres.déont.	-P(m&p) &P(m&-s) gh-e P(-s&-p) -(ae) Demolí déont. 23	24
-P(-m&-p) ab O(-m→p) ab O(-p→m) ab	25	-P(-m&-p) &O(m→s) abeg -P(s&-p) ae Crearé déont. 26	-P(-m&-p) &-P(m&s) abfh O(s→p) bf Belleza déont. 27	28	-P(-m&-p) &P(-s&-m) ab-c P(-s&p) -(cg) Fetichón déont. 29	30	31	-P(-m&-p) &P(s&-m) ab-d P(s&p) -(dh) Demoni déont. 32
P(-m&-p) -(ab)	P(-m&-p) &O(s→m) bd-a P(-s&-p) -(ae) Disuadí déont. 33	34	35	P(-m&-p) &-P(-m&-s) ac-b Bierzo déont. 36	37	38	39	40
P(m&p) -(gh)	41	P(m&p) &O(m→s) eg-h P(s&p) -(dh) Disamis déont. 42 Dimatis déo.	P(m&p) &-P(m&s) fh-g P(-s&p) -(cg) Liberó déont. 43	44	45	46	47	48
P(p&-m) -(cd)	P(p&-m) &O(s→m) bd-c P(-s&p) -(cg) Bocardón déont. 49	50	51	P(p&-m) &-P(-m&-s) ac-d P(s&p) -(dh) 52 Doveri déo.	53	54	55	56
P(m&-p) -(ef)	57	P(m&-p) &O(m→s) eg-f P(s&-p) -(bf) 58 Bocardo déo.	P(m&-p) &-P(s&m) fh-e P(-s&-p) -(ae) 59 Noveri déo.	60	61	62	63	64

NOTES

[1]En effet, dans notre communication **"Un modèle mathématique de la logique, peut-il se fonder sur l'intension?"**, présentée à la Société helvétique des sciences naturelles et publiée à Berne il y a 14 ans (SÁNCHEZ-MAZAS 1977), nous avons démontré avec précision **l'erreur** commis par **Couturat** en essayant de prouver que les **relations intensionnelles** sont **"réfractaires au traitement mathématique"**, erreur qui sert entièrement de base aux préjugés anti-intensionnels du philosophe parisien ainsi qu'à ses critiques des préférences intensionnelles de **Leibniz**. Pour le montrer, il nous semble nécessaire de reproduire ci-dessous la note 10' (pages 381 et 382) de cette communication:

Il n'est pas difficile de constater l'erreur de Couturat lorsqu'il essaye de représenter le syllogisme *Celarent*, selon la perspective intensionnelle, pour montrer que cette perspective n'est pas susceptible de figuration géométrique. En effet:
Soient trois termes, par exemple animal, homme et pierre, symbolisés respectivement par les lettres 'a', 'h' et 'p' et interprétables soit en extension, comme des classes d'individus, soit en intension, comme des concepts composés de caractères.
Si nous désignons par 'Eap' l'universelle négative (aucun animal n'est pierre) et par 'Aha' l'universelle affirmative (tout homme est animal) figurant comme prémisses d'un syllogisme du mode Celarent, ainsi que par 'Ehp' l'universelle négative (aucun homme n'est pierre) figurant comme conclusion de ce syllogisme, alors la formule suivante:

$$\text{Eap.Aha} \rightarrow \text{Ehp}$$

sera l'expression symbolique de ce syllogisme.
Prenons maintenant, d'abord le point de vue extensionnel, puis l'intensionnel.

1. Dans la perspective extensionnelle, le syllogisme précité peut être interprété de la façon suivante:

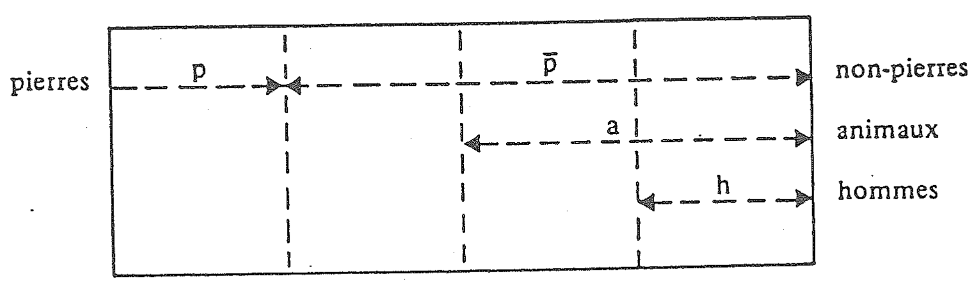
Eap $a \subseteq \bar{p}$ la classe des animaux est incluse dans la classe des non-pierres (exclue de la classe des pierres)

Aha $h \subseteq a$ la classe des hommes est incluse dans la classe des animaux

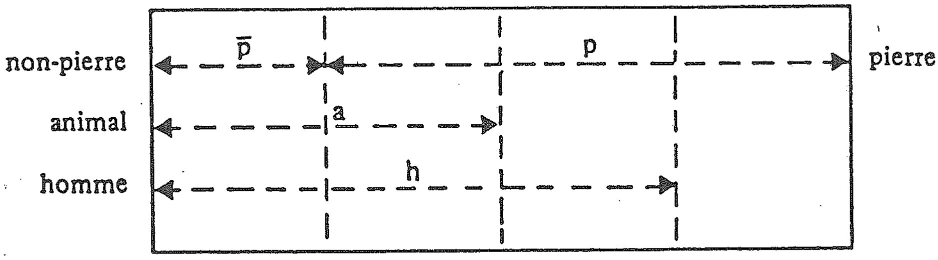
donc:

Ehp $h \subseteq \bar{p}$ la classe des hommes est incluse dans la classe des non-pierres (exclue de la classe des pierres)

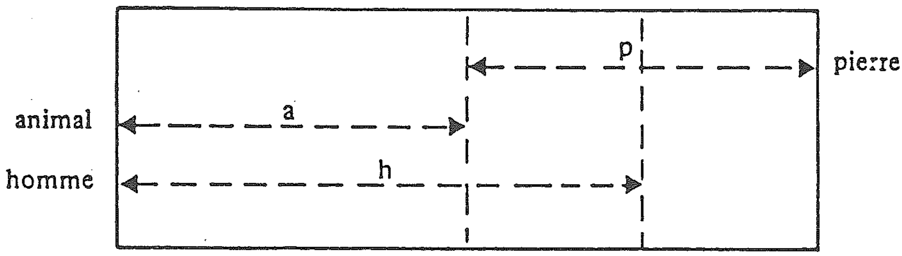
Représentation géométrique correcte, qui correspond à celle de Couturat à la page 28 de sa "Logique de Leibniz":



2. Dans la perspective intensionnelle, le même syllogisme peut être interprété de la façon suivante:
Eap $\bar{p} \subseteq a$ le caractère non-pierre est inclus dans le caractère animal
Aha $a \subseteq h$ le caractère animal est inclus dans le caractère homme
donc:
Ehp $\bar{p} \subseteq h$ le caractère non-pierre est inclus dans le caractère homme
Représentation géométrique correcte, qui ne correspond pas à celle de Couturat à la page 31 de sa "Logique de Leibniz":



Représentation géométrique incorrecte, qui correspond à celle de Couturat à la page 31 de sa "Logique de Leibniz":



On constatera, en effet, en ouvrant cette page 31 et en observant la fameuse figure dans laquelle Couturat (probablement sans suivre Leibniz, puisqu'il n'y a aucune référence à ce sujet) construit le schéma par lequel il croit, par erreur, représenter les prémisses de *Celarent*, en intension, que l'universelle négative *nul C n'est D* est représentée exactement comme en extension, c'est-à-dire en imposant aux termes C et D la condition d'être disjoints. Or, s'il est vrai qu'en extension l'interprétation de l'universelle négative *nul C n'est D* (aucun animal n'est pierre) est la suivante: "aucun individu n'appartient à la fois à la classe des C (animaux) et à la classe des D (pierres)", ou, si on veut, "les classes C et D (animaux et pierres) sont disjointes", il n'est pas moins vrai qu'en intension, l'interprétation de la même universelle négative est la suivante: "le caractère C (animal) contient le caractère non-D (non-pierre)"; mais cela ne signifie nullement que C (animal) en tant que composé de caractères, soit nécessairement disjoint de D (pierre); ainsi, dans notre exemple, les caractères "animal" et "pierre", tout en satisfaisant à la condition de l'universelle négative (aucun animal n'est pierre), ne sont pas, pourtant, intensionnellement disjoints, puisqu'ils ont des caractères communs (sont des corps, ont un poids, ont une couleur, etc.); à la disjonction extensionnelle ne correspond donc pas nécessairement la disjonction intensionnelle, comme le croit Couturat, à en juger par sa représentation géométrique de l'universelle négative, selon la perspective intensionnelle, dans la figure mentionnée. Or, il est, à notre avis, assez étonnant, étant donnée l'importance des conséquences que le philosophe français tire de son erreur, que celle-ci n'ait pas été signalée, dans toute sa gravité, par les logiciens qui l'ont suivi, et cela pendant trois quarts de siècle!

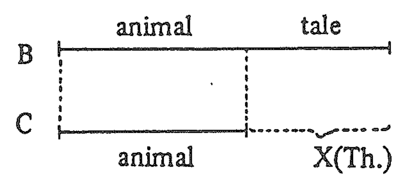
Notre découverte de cette erreur capitale commise par **Couturat** dans sa Logique de Leibniz, ainsi que notre mise au point ci-dessus furent dûment signalées et mises en valeur une année plus tard à Hanovre, lors du **Symposion** "Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart" (Novembre 1978) par le Professeur de Logique de l'Université d'Erlangen et leibnizien bien connu M. **Christian Thiel**, dans sa communication **THIEL 1979**, dont nous reproduisons ci-dessous les diagrammes et commentaires qui nous intéressent à ce propos:

Es ist hinreichend bekannt, welche Schwierigkeiten Leibniz bei der Entwicklung seiner intensionalen Deutung bzw. der zu ihrer Durchführung geeigneten Kalküle mit der N e g a t i o n gehabt hat, und zwar mit der Negation der Begriffe in seinen Versuchen zum Aufbau der kategorischen Syllogistik. Ein Großteil der gegen die Versuche Leibnizens und der sog. Leibniz-Schule gerichteten Kritik zielt auf diesen Punkt. Couturat hat anhand von Leibnizens diagrammatischen Erläuterungen zu seinem Kalkül geglaubt, eine Widerlegung des intensionalen Ansatzes, der Couturat bekanntlich unsympathisch war, gefunden zu haben.[27] Was den Kalkül angeht, so ist dies, wenn ich es recht verstanden habe, schon von Frau Kauppi zurückgewiesen worden[28], für den konkreten Anlaß hat wohl erst M. Sanchez-Mazas Couturats Auffassung seinerseits widerlegt, indem er den Fehler, der Couturat unterlaufen ist, lokalisiert hat. Da sich zwei wichtige Anregungen von hier aus ergeben, erlauben Sie mir bitte, diesen Punkt und seinen Umkreis als dritten Aspekt zu behandeln.

Der Text, um den es geht, ist das 1903 von Couturat herausgegebene, unbetitelte und undatierte Manuskript PHIL., VII, B, IV 1–10, zitiert als „De Formae Logicae comprobatione per linearum ductus" (C. 292 ff.). Hier soll die Syllogistik einmal s e c u n d u m i n d i v i d u a, zum anderen aber auch s e c u n d u m i d e a s aufgebaut werden. Leibniz macht Symbolisierungsvorschläge für die Standardaussagetypen der kategorischen Syllogistik, und zwar sowohl auf quasi algebraische Weise mit Hilfe von Variablen, als auch durch ein Verfahren der Darstellung in Diagrammen, z. B.

Omnis homo est animal

Omne B est C



(„Homo idem est quod animal tale". Leibniz hat hier im MS. „rationale" durch „tale" ersetzt; das „X" ist von mir hinzugefügt. Quelle: C.300, MS. p. 3 r).

Ferner

Omne B est C
B = CX

(im Leibnizschen Manuskript erscheinen „B" und „C" gegenüber dem vorigen Textstück vertauscht: C. 301, MS. p. 3 v).

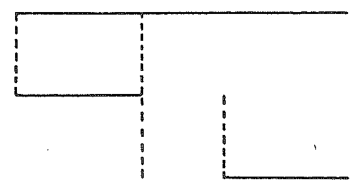
Couturat hat nun in seinem Buch *La Logique de Leibniz* (S. 31 f.) behauptet, daß das Leibnizsche Testverfahren durch Liniendiagramme unzureichend

[27] LOUIS COUTURAT, *La Logique de Leibniz d'après des Documents Inédits*, Paris 1901, repr. Hildesheim 1961 (*Olms Paperback* 1969), ch. I, § 19 (S. 31 f.).

[28] RAILI KAUPPI, *Über die Leibnizsche Logik mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension*. Helsinki 1960, insbes. S. 231 f.

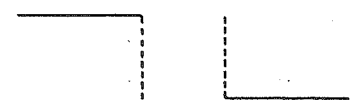
sei, nämlich z.B. am Modus CELARENT scheitere. Er gibt dazu die folgende Figur als Gegenbeispiel an:

E	Kein C ist D	B
A	Alle B sind C	C
E	Kein B ist D	D

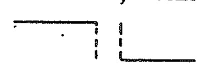


Dabei soll die Teilfigur

C
D



die erste Prämisse „Kein C ist D" wiedergeben. Da die Figur die Konklusion „Manche B sind D" zuläßt, die das kontradiktorische Gegenteil der Konklusion von CELARENT darstellt, hält Couturat das Verfahren für widerlegt. Ja er folgert (S. 32) sogar, daß die Verhältnisse der Komprehension, anders als die der Extension, einer geometrischen Darstellung überhaupt nicht fähig seien. Somit sei auch die Inversionsthese falsch.

Meiner Kenntnis nach hat Miguel Sanchez-Mazas das Verdienst, dieses Urteil berichtigt zu haben, indem er aufzeigte, daß Couturat bei seiner Argumentation ein Fehler unterlaufen ist, der seine Folgerungen als verfrüht, wenn nicht als überhaupt unbegründet erweist.[29] In der Teilfigur C D 
hat Couturat nämlich nicht eine Dualisierung durchgeführt, sondern einfach die extensionale Deutung übernommen – offenbar, weil er die K o n v e r s i o n (die die Figur nicht ändert) für ausreichend hielt. Man müsse, so schreibt er (S. 31), nur die beiden Termini miteinander vertauschen, wie dies auch beim vorher überprüften Modus BARBARA zum Ziel führt. Aber dieses Verfahren ist nicht korrekt. Daß Couturat dies nicht gesehen hat, ist umso merkwürdiger, als Leibniz selbst unmittelbar nach der diagrammatischen Darstellung der allgemein-affirmativen Aussage die der allgemein-negativen Aussage beschreibt. Und zwar wie folgt (C. 300):

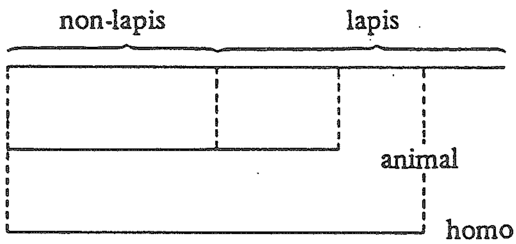
Nullus homo est lapis
Null. B est C

[29] MIGUEL SANCHEZ-MAZAS, *Un modèle mathèmatique de la logique peut-il se fonder sur l'intension?* Communication présentée le 8 octobre 1977 à Berne lors de l'Assemblée annuelle de la Société Helvétique des Sciences Naturelles (Séance de la société suisse de logique et de philosophie des sciences). Genève 1978, S. 30–32. Ich danke Herrn Kollegen Sanchez-Mazas für die Überlassung eines Exemplars dieser im Selbstverlag erschienenen Schrift. – (Zusatz 1979: Mittlerweile ist die Arbeit in den *Actes de la Société helvétique des sciences naturelles* 1977, S. 361–387, auch im Druck erschienen, die herangezogene Stelle S. 381 f.)

B non-lapis talis = Homo

C non-lapis

„Homo" enthält also, intensional gesehen, das Merkmal „non-lapis". Wählt man diese von Leibniz selbst geforderte Darstellung, so ergibt sich statt des von Couturat konstruierten Diagramms das folgende:



Die Konklusion ergibt „Kein Mensch ist ein Stein", nämlich „homo est (=enthält) non-lapis", und dies ist in der Tat die Konklusion des Modus CELARENT. Sanchez-Mazas hat gegenüber Couturat Recht.

[2] COUTURAT 1901, p. 32.

[3] On sait que dans le cadre de ses **essais de calcul logique** d'avril 1679 et d'autres apparentés aux premiers Leibniz essaya successivement deux méthodes différentes d'**arithmétisation des relations logiques entre concepts** et de la **syllogistique**, à savoir:

a) d'abord une **méthode** fondée sur la **représentation** de chaque **concept** ou **terme** par un **seul nombre entier**, utilisée dans les **cinq** essais suivants: 1. **Elementa Characteristicae Universalis** (avril 1679), C, pp. 42-49; 2. **Elementa Calculi** (avril 1679), C, pp. 49-56 (traduction anglaise de G.H. Parkinson: **Elements of a Calculus**, P, pp. 17-24); 3. **Calculi universalis Elementa** (avril 1679), C, pp. 57-66; 4. **Calculi universalis investigationes** (avril 1679), C, pp. 66-70; 5. Notes de Calcul logique (opuscule non titré ni daté par Leibniz), C, pp. 324-326;

b) ensuite, face à l'insuffisance constatée de la première, une deuxième **méthode**, plus compliquée que la précédente, fondée sur la **représentation** de chaque **concept** ou **terme**, par un **couple de nombres**, satisfaisant certaines conditions dans leurs relations réciproques, utilisée dans les essais suivants: 1. **Modus examinandi consequentias per Numeros** (avril 1679), C, pp. 70-77; 2. **Regulae ex quibus de bonitate consequentiarum formisque et modis syllogismorum categoricorum judicari potest per numeros** (avril 1679), C, pp. 77-84 (traduction anglaise de G.H. Parkinson: **Rules from which a decision can be made, by means of numbers, about the validity of inferences and about the forms and moods of categorical syllogisms**, P, pp. 25-32); 3. **Calculus consequentiarum** (opuscule non daté), C, pp. 84-89; 4. "Regulae quibus observatis de bonitate consequentiarum per numeros judicari potest" (opuscule non daté, titre emprunté au texte), C, pp. 89-92; 5. Sur les nombres caractéristiques (opuscule non titré ni daté par Leibniz), C, pp. 245-247.

A partir de 1952, nous avons consacré aux deux **méthodes d'arithmétisation** ci-dessus mentionnées plusieurs travaux, à savoir: d'abord, à la **deuxième méthode**, l'article **SÁNCHEZ-MAZAS 1952**, la brochure **SÁNCHEZ-MAZAS 1955** et le livre **SÁNCHEZ-MAZAS 1963**; plus tard, à la **première méthode**, les travaux **SÁNCHEZ-MAZAS 1977, 1978, 1979, 1980, 1981, 1988, 1989** et **1990.**

[4] Chaque **système** (ou ensemble structuré) **consistant, complet** et **décidable**, soit de **concepts, propriétés** ou **termes**, soit de **formules logiques** exprimant ces derniers, doit admettre toujours une **partition** en **classes d'équivalence**, c'est-à-dire en **classes disjointes deux à deux**, telles que deux éléments quelconques de la même classe sont réciproquement **équivalents. L'arithmétisation** d'un tel système sera **univoque** si et seulement si à deux concepts, propriétés, termes ou formules de la **même classe d'équivalence** reste toujours **associé** un **même nombre caractéristique**, qui sera donc un **invariant** de la classe.

Une **relation** entre concepts, propriétés, termes ou formules est une **équivalence** si et seulement si elle est, comme toutes les équivalences, **réflexive, symétrique** et **transitive.**

Le sens et la portée de la notion d'**équivalence** dans le cadre des **calculs logiques** de **Leibniz** sont précisés dans les textes suivants:

1. "**Termini aequivalentes** sunt, quibus res significantur eadem, ut triangulum et trilaterum" (**C**, 240);

2. "Animal rationale et homo **aequivalent**" (**C**, 66);

3. "...ut totum et totum coincidens, ut duo **aequivalentia** de se invicem dicuntur, ut cum triangulum est subjectum, trilaterum praedicatum" (**C**, 56);

4. "Omnis homo est animal, sic interpretabar: Homo animal et homo **aequivalent**" (**GP**, VII, 212).

Le rôle de l'**équivalence** dans la **définition** est expliqué dans le texte suivant:

5. "**Definire** est explicare notionem; seu resolvere in plures notiones uni **aequivalentes**" (**C**, 497);

et son rôle dans l'**inférence** dans le texte suivant:

6. "**Inferre** est propositionem ex alia facere per substitutionem terminorum **aequivalentium**" (**C**, 496).

Le sens de l'**équivalence** (ou **équipollence**) entre une **formule** et un **caractère** dans la mesure où ces derniers sont réciproquement **substituables** est expliqué dans les textes suivants:

7. "Compositus ex pluribus characteribus vocetur **Formula.**

Si **formula** quaedam **aequivaleat** characteri, ita ut sibi **mutuo substitui possint**, ea **formula** dicetur **Valor characteris.**

Valor primigenius characteris, qui scilicet pro arbitrio ei assignatur nec probatione opus habet, est ejus **Significatio.**

Inter se quorum **unum alteri substitui potest salvis calculis legibus**, dicitur esse **aequipollentiam**" (**GP**, VII, 206);

8. "**Aequivalentes** $A \infty B$, quorum scilicet alter in alterius locum **substitui** potest" (**C**, 274);

9. "$A \infty B$ significat alterum alteri posse **substitui**, **B** ipsi **A**, vel **A** ipsi **B**, seu **aequivalere**" (**C**, 421).

L'**égalité** et l'**identité** sont des **relations d'équivalence**. La réciproque n'est pas toujours vraie. Or, la notion **leibnizienne** de l'**équivalence** comme **substituabilité** rejoint en fait ses fameuses définitions de l'**identité** et de la **coïncidence**, à savoir:

10. "Eadem **sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate.** Si sint A et B et A ingrediatur aliquam propositionem **veram**, et ibi in aliquo loco ipsius A pro ipso **substituendo** B fiat nova propositione eaque itidem **vera**, idque **semper succedat on quaecumque tali propositione**, A et B dicuntur esse **Eadem**; et contra si **Eadem** sint A et B, proecedet **substitutio** quam dixi. **Eadem** etiam vocantur **coincidentia**; aliquando tamen A quidem et A vocantur **idem**, A vero et B si sint **eadem** vocantur **coincidentia**" (GP, VII, 228);

11. "Eadem **seu coincidentia sunt quorum alterutrum ubilibet potest substitui alteri salva veritate.** Exempli gratia, Triangulum et Trilaterum, **in omnibus** enim **propositionibus** ab **Euclide** demonstratis de Triangulo **substitui** potest Trilaterum, et contra, **salva veritate**" (GP, VII, 236).

Ces dernières **définitions** constituent, en fait, la règle ou **loi** connue sous le nom de **"Loi de Leibniz"**. Sur la portée de cette loi et la prudence avec laquelle est doit être utilisée, puisqu'elle **n'est pas valide ni applicable** dans certains contextes, comme les contextes dits **obliques**, dans les contextes **d'attitude propositionnelle** et dans les contextes de **citation**, voir **GOCHET et GRIBOMONT 1990**, 40-42 et **LINSKY 1967**, 48-49, 141-142, 158, 177.

[5]La **combinaison** (**combinatio**) ou **composition** (**compositio**) est pour **Leibniz**, dans le cadre de ses **calculs logiques**, l'**opération** fondamentale, par opposition à la **dichotomie** de la tradition scolastique, de génération des **termes** ou **concepts composés** par **synthèse** a partir des **termes** ou **concepts** plus **simples** et, en dernière instance, **primitifs**. **Leibniz** représente **arithmétiquement** la **combinaison** ou **composition** par la **multiplication**, avec l'inconvénient très important de perte de l'**univocité** de la reprśentation, inconvénient que nous avons surmonté en représentant (déjà en 1952) l'opération logique mentionnée par le **plus petit commun multiple**.

Textes:

a) pour "**combinatio**":

1. "**Alphabetum Cogitationum humanarum** est catalogus eorum quae per se concipiuntur, et quorum **combinatione** caeterae ideae nostrae exurgunt" (C, 430);

2. "Species autem accuratae distinguendae, non communi more per **Dichotomias**, sed per qualitatum quibus dignosci possunt **combinationes**" (C, 49-50). Commentaire de **Couturat**: "**Leibniz** substitue les **combinaisons** aux **dichotomies** comme méthode de classification des êtres organisés" (**Couturat** 1901, 320);

3. "Mihi adhuc puero necdum nisi vulgaris Logicae noscenti expertique Matheseos nescio quo instinctu subnata cogitatio est, posse excogitari analysin notionum, une **combinatione** quadam exurgere veritates et quasi **numeris** aestimari possent" (C, 345-346).

b) pour "**compositio**":

4. "Termini dati **conceptus componitur**...ex conceptibus duorum pluriumve aliorum terminorum, tunc **numerus** termini dat **Characteristicus** producatur ex terminorum termini dati **conceptum componentium numeris characteristicis invicem multiplicatis**" (C, 49-50);

5. "Considerandum porro omnem notionem **compositam**, constare ex pluribus aliis notionibus, interdum positivis, interdum et negativis" (C, 86);

6. "**Terminus simplex** est in quo non nisi est unus, ut **a. Terminus compositus** est qui constat ex pluribus, ut **ab. Terminus primitivus (derivativus)** est cujus nullus (aliquis) **compositus** aequivalet" (C, 242);

7. "Resolutio est substitutio definitionis in locum definiti. **Compositio** est substitutio definiti in locum definitionis" (C, 258).

Pour désigner cette **opération logique leibnitienne** nous utiliserons par la suite indistinctement les expressions précédentes et l'expression "**conjonction**", appliquée ici soit à des **concepts, notions, propriétés, prédicats** ou **termes** quelconques, soit à des **formules** exprimant ces derniers et nous emploierons le **symbole** "&" comme symbole de cette **opération.** Ainsi, par exemple, une **formule** comme "**a&r**", où "**a**" signifie la propriété **animal** et "**r**" la propriété **rationnel** signifiera la **combinaison** ou **conjonction animal rationnel.**

En cela, nous ne faisons d'ailleurs que suivre la tendance, favorisée spécialement par **Georg Henrik von Wright**, surtout depuis son livre <u>An Essay in Modal Logic</u> (**Von WRIGHT 1951 b**), consistante à **extrapoler** la **terminologie** et le **symbolisme** concernant originairement les **connecteurs** du **calcul propositionnel**, pour les appliquer à d'autres domaines logiques, entre autres, en ce qui nous concerne ici, à la **logique des propriétés** ou **prédicats monadiques.**

En effet, dans son article **"On the Idea of Logical Truth"**, écrit déjà en **1948** et inclu dans son important ouvrage <u>Logical Studies</u> (**Von WRIGHT 1957b**), le grand philosophe et logicien finlandais appliquait cette **terminologie** et ce **symbolisme**, initialement **propositionnels**, à ses **deux logiques des propriétés**, à savoir:

a) la **logique non quantifiée des propriétés** (**"The Non-Quantified Logic of Properties"**);

b) la **logique quantifiée des propriétés** (**"The Quantified Logic of Properties"**).

Ainsi, dans la première, **Von Wright** écrit:

"We define the **conjonction-, disjonction-...property of two properties.** If **P** and **Q** denote **properties,** then **P&Q** denotes their **conjonction, PvQ** their **disjonction...**" (L.c., 30).

Dans la deuxième, **Von Wright** utilise aussi **"the conjunction of two properties"** et **"the disjonction of two properties" (L.c., 35-36)**, parfois dans le même contexte où il parle de **"the disjonction of propositions"**, comme celui où il établit son **"Principle of Excistence"** de la façon suivante:

"If a **property** is the **dijunction of two properties,** then the **proposition** than the **property** exists is the **disjunction of the propositions** that the first of the two **properties** exists and that the second of two **properties** exists" (L.c., 36).

[6] L'**alternative** logique de deux ou plusieurs **concepts, notions, propriétés, prédicats monadiques** ou **termes** est une opération que **Leibniz** connait bien et à laquelle il a même consacré vers **1683** un **Calcul alternatif** (voir **note 7** ci-dessous).

Or, dans le cadre de ses **calculs logiques** jusqu'ici connus (et, plus spécialement, en ce qui nous concerne ici, dans ses **essais** de **1679, 1686** et **1690**), où la **combinaison** ou **composition** est l'opération logique fondamentale, **Leibniz** ne s'est jamais occupé de **l'alternative** en même temps que de la précédente, qui est sa **duale.**

Cette manière d'agir a empêché **Leibniz** de construire un **calcul logique** complet et satisfaisant (avec, entre autres, des **lois** formellement analogues aux **lois de De Morgan** et **de la distribution**) et, à plus forte raison, de **l'arithmétiser**, surtout en tenant compte que, dans son unique **Calcul alternatif**, il prétendait utiliser la **multiplication** (c'est-à-dire, l'opération employée dans les autres calculs logiques pour traduire la **combinaison**) pour représenter **l'alternative.**

Suivant la pratique de **l'extrapolation** ou **extension** au domaine du **calcul** des **propriétés, concepts, notions, prédicats monadiques** ou **termes** de la **terminologie** et le **symbolisme** classiques des **connecteurs** du **calcul propositionnel** -pratique favorisée et employée spécialement par **Von Wright** (voir **note 5** ci-dessous), nous désignerons l'opération précitée en utilisant indistinctement, comme synonymes dans ce contexte, l'expression "**alternative**" et l'expression "**disjonction**" et nous emploierons le **symbole** "v" comme symbole de cette opération. Ainsi, par exemple, une **formule** comme "**cvs**", où "**c**" signifie la propriété **chaud** et "**s**" la propriété **sec** signifiera **l'alternative** ou **disjonction chaud ou sec.**

[7] Il faut donner à cette constatation le sens suivant: **Leibniz** n'avait pas trouvé pour représenter arithmétiquement **l'alternative** ou **disjonction** de notions une **opération arithmétique compatible** avec sa **représentation** de la **combinaison** par la **multiplication** et, qui plus est, **cohérente** avec cette dernière, ce qui équivaut, ni plus ni moins, à l'éxigence d'une **dualité** entre les **opérations arithmétiques isomorphe** avec celle qui existe entre les **opérations logiques** et dont les **lois de De Morgan** et **de la distributivité** sont des expressions.

Dans son **Calcul alternatif** (C, 556-557), **Leibniz** écrivait: "Non omnes formulae significant quantitatem, et infiniti modi calculandi excogitari possunt. Exempli gratia pro **calculo alternativo** si dicatur **x** esse **abc**, intelligi potest **x** esse **a vel b vel c**". (L.c., 556). Dans un autre essai (**C**, 530-533), que **Couturat** considère postérieur à **1690**, **Leibniz** envisage encore "**un calcul des combinaisons** où le **composé** n'est pas un tout **collectif**, mais **distributif**, c'est-à-dire où les choses combinées ne doivent concourir qu'**alternativement** et ce calcul a encor ses lois toutes différentes de celles de l'Algèbre" (L.c., 532).

Sur cet unique **Calcul alternatif** de **Leibniz** et sur le problème de **l'alternative** dans le cadre des **calculs logiques leibniziens** en général, il est important de se rappeler les commentaires de **Couturat** et de **Parkinson**, à savoir:

Couturat:

"On remarquera que dans tous les essais précédents la multiplication représente la jonction des concepts, c'est-à-dire, **l'addition** de leurs compréhensions. **Une seule fois**, Leibniz a eu l'idée de représenter par la multiplication ce que les modernes appellent **l'addition logique**, c'est-à-dire **l'alternative** de plusieurs concepts... Mais il n'a pu développer ce **Calcul alternatif**, justement parce qu'il avait représenté l'addition logique par la multiplication, ce qui l'empêchait de combiner l'addition logique avec la multiplication logique, comme il eût fallu pour constituer ce Calcul"

(COUTURAT 1901', 343-344).

Parkinson:

"Leibniz had little, if any, use for a concept such as that of rational or animal; in other words, he concentrated on the notion of a logical product at the expense of the notion of a logical sum -that is he tended to think in terms of entities which are both A and B rather than in terms of those which are either A or B (or both). This is not to say that he ignored entirely the notion of a logical sum;...in about 1683 he wrote a short paper in which he discussed what he called a calculus alternativus, where the formula 'x is abc' is taken to mean that x is either a or b or c. Nevertheless, these are exceptions; it remains true that Leibniz neglected the notion of a logical sum...the point is that it may have been because of his comparative neglect of the notion of a logical sum that Leibniz failed to state such laws as de Morgan' which would have made the construction of his logical calculi much easier (PARKINSON 1966, lxi).

[8] Le terme Ens (être), intensionnellement vide, extensionnellement universel -RESCHER 1954, 9: "The 'term' (property) Ens is of null comprehension (universal extension)"-, qui, d'une part, n'est sujet que de lui-même et, d'autre part, est prédicat de tous les termes de n'importe quel système ou univers, doit nécessairement faire partie de tout ensemble de termes fermé par rapport aux trois opérations logiques négation, alternative (disjonction) et combinaison (conjonction).

En effet, étant donné que ce terme être est équivalent à l'alternative ou disjonction de tous les termes d'un système ou ensemble structuré, il est clair que s'il ne faisait pas partie de ce dernier, l'ensemble ne serait pas fermé par rapport à l'opération mentionnée.

Dans la perspective intensionnelle de Leibniz, ce terme universel, n'étant sujet que de lui-même, ne contient intensionnellement d'autres termes que lui-même -en effet: "Subjectum est res continens" (C, 324), "notio praedicat continetur in notione subjecti" (C, 16)- et, à la fois, étant prédicat de tous les termes, est intensionnellement contenu dans tous les termes -en effet: "praedicatum est res contenta" (C, 324); "Praedicatum dicatur inesse subjectu seu in subjecto contineri" (C, 51).

[9] En effet, dans la représentation arithmétique des termes établie par Leibniz dans les calculs logiques ici considérés, le nombre caractéristique du sujet doit être toujours divisible par le nombre caractéristique du prédicat -"Necesse est ut numerus subjecti dividi posse exacte seu sine residuo per numerum praedicati" (C, 42)-.

Or, pour satisfaire cette exigence fondamentale, le nombre caractéristique du terme être doit remplir à la fois les deux conditions suivantes:

1. Comme le terme etre n'est sujet que de lui-même, son nombre caractéristique ne peut être divisible que par lui-même;

2. Comme le terme être est prédicat de tous les termes du système, son nombre caractéristique doit être diviseur de tous les nombres caractéristiques de l'ensemble numérique qui représente arithmétiquement ce système.

Ces deux conditions ne peuvent être remplie que par l'**unité arithmétique** (le **nombre 1**), qui est donc nécessairement le **nombre caractéristique du terme être.**

Leibniz avait fait d'ailleurs déjà allusion dans quelques textes à une certaine correspondance et analogie formelle entre le terme **etre**, d'une part, et l'**unité arithmétique** ou **nombre 1**, d'autre part:

"Videur autem ille esse terminus **unitatis** qui idem quod terminus Entis seu cujuslibet..." (C, 70);

"Si A=AY, tunc vel Y est superfluum, vel potius generale ut Ens, et utique impune omitti potest, ut **Unitas** in multiplicatione apud Arithmeticos..." (C, 368).

[10]L'**infime** de deux ou plusieurs **nombres naturels** est, dans ce contexte, le **plus grand commun diviseur** de ces derniers, opération par laquelle nous représentons arithmétiquement depuis 1952 (voir **SÁNCHEZ-MAZAS 1952**, 26 et **condition 2.** dans le **texte** ci-dessus) l'**alternative** ou **disjonction** de deux ou plusieurs termes.

Depuis **1978** (voir **SÁNCHEZ-MAZAS 1978**, 192), nous avons utilisé aussi, parallèlement et même de préférence, pour représenter arithmétiquement cette opération logique, le **plus grand composant binaire commun**, opéeration arithmétique qui, dans le cadre de l'expression d'un nombre naturel comme somme de puissances de 2, deux à deux différentes, joue un rôle analogue à celui du **plus grand commun diviseur** dans le cadre de l'expression d'un nombre naturel -non multiple d'aucune puissance- comme produit de nombres premiers, deux à deux différents.

[11]Le terme **non-Ens** (non **être**), **intensionnellement universel** -RESCHER 1954, 9: "**Non-Ens** is of (virtually) **universal intension...**-, **extensionnellement vide (inexistant)**, est attribué et est applicable, dans chaque système ou univers, à toute **notion, combinaison de notions** ou **construction conceptuelle** qui dans ce dernier **n'a pas d'existence.**

[12]Ce terme **non-Ens**, que **Leibniz**, dans de nombreux textes (voir ci-dessous) identifie avec le terme **faux (falsus)** ou **impossible (impossibile)** et Rescher avec le terme **non propre (non proper**: RESCHER 1954, **passim**) et qui, d'une part, en tant qu'**intensionnellement universel**, est **sujet de tous les termes** de n'importe quel système ou univers -**COUTURAT 1901**, 349, note: "on définit à présent le zéro logique comme le terme qui est contenu dans tous les autres (en extension), comme le **sujet de tous les prédicats possibles**"-, y compris donc aussi du terme Ens (**être**)! et, d'autre part, en tant qu'**extensionnellement vide, n'est prédicat que de lui-même**, doit nécessairement faire partie comme **dual** du terme **Ens (être)** de tout **ensemble** de termes **fermé** par rapport aux trois opérations logiques **négation, alternative (disjonction)** et **combinaison (conjonction).**

En effet:

1. Étant donné que ce terme **non-Ens** est la **négation** du terme **Ens**, qui appartient à l'**ensemble** mentionné, il doit appartenir aussi à ce dernier;

2. Étant donné que ce terme **non-Ens**, en raison de son **intension universelle**, est équivalent à la **combinaison** ou **conjonction** de **tous les termes** qui appartiennent à l'ensemble mentionné, il doit appartenir aussi à ce dernier.

D'ailleurs, **Leibniz** -et il nous paraît **important** de signaler ce fait, qu'on aurait tendance à oublier par commodité- inclut toujours parmi les **termes** ce terme **non-Ens** -"**Terminus** (quo comprehendo tam **Ens** quam **Non-Ens**..." (C, 360).

Couturat lui-même reconnaît l'admission par **Leibniz** des **termes impossibles** -identifiés par lui, comme nous l'avons dit, au **non-Ens**-: "Il définit l'**impossible**...par le **contradictoire**, et l'**être** (Ens) par le **possible** ou le non-contradictoire. En conséquence, il distingue des termes possibles et impossibles; **il admet donc qu'un terme puisse être impossible**, c'est-à-dire impliquer une contradiction formelle comme C non-C. Par suite, il ne peut pas poser en règle générale que tout terme général **existe** ou est possible" (COUTURAT **1901**, 349).

Nous trouvons très justifiée cette dernière remarque de **Couturat.**

Dans ce contexte, il faut signaler aussi que pour **Leibniz** le mot **"terme"** ne signifie pas le **nom** d'un **concept** ou **notion**, mais le **concept** lui-même: "Per **Terminum** non intelligo nomen, sed **conceptum** seu id quod nomine significatur, possis et dicere **notionem, ideam**" (C, 243). Il admet donc, parmi les **concepts** ou **notions**, le **concept non-être**, et n'établit généralement pas là où il serait nécessaire -et spécialement pour la **subalternation**- la **condition d'existence**, que RESCHER **1954** appelle **"propriety condition"** (**condition de propriété**) du **terme** ou **concept** employé.

(RESCHER **1954**, 4: "A **'term' a** is **proper** if there is no 'term' **b** such that **a** is **bnon-b**. The propriety condition is essential to the consistency of the system...**Leibniz** does not always state the propriety condition explicitly, when required".

<u>Textes dans lesquels Leibniz identifie, d'une part, les significations respectivement du terme non-Ens du terme impossible, du terme faux et du terme contenant deux termes contradictoires et, d'autre part, les significations respectivement du terme Ens, du terme possible, du terme vrai et du terme ne contenant pas deux termes contradictoires:</u>

1. "Si A explicando prodit B **non** B, A est **impossibile**...Si A sit B **non** B, A est **non Ens**" (C, 259);
2. "**Contradictorium** est B **non** B...Si A est B **non** B, A est **non Ens**...**Impossibilis** est terminus vel **Non Ens**, qui si ponitur esse, sequitur esse **contradictorium**. **Possibilis** est terminus vel **Ens** vel **Reale** ex quo nihil tale sequitur" (C, 261);
3. "Quod continet B **non** B, idem est quod **impossibile**" (C, 368);
4. "Terminus **falsus** est qui continet oppositos A **non** A. Terminus **verus** est **non-falsus**" (C, 397);
5. "Cui inest A **non** A est **non** Ens seu **terminus falsus**" (C, 421).

[13] Dans la **note 12** ci-dessus, ainsi que dans des travaux précédents, surtout à partir de notre communication **"Simplification de l'arithmétisation leibnizienne de la syllogistique par l'expression arithmétique de la notion intensionnelle du 'Non Ens'"** (SANCHEZ-MAZAS **1979**) présentée en **1978** à **Hanovre** lors du **Symposion de la Leibniz-Gesellschaft** <u>Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart</u>, nous avons essayé de montrer et de prouver les faits suivants:

a) La considération explicite et la correcte **définition** et **expression logique** du **terme** non-Ens sont indispensables et essentielles pour la construction d'un **calcul ou système de termes fermé** susceptible d'admettre une **représentation arithmétique**;

b) **Leibniz** a admis explicitement à plusieurs reprises parmi les **termes, concepts** ou **notions** de ses **systèmes logiques** ce **terme, concept** ou **notion non-Ens**;

c) La considération et la correcte expression **logique** et **arithmétique** du **terme non-Ens** sont essentielles pour un traitement de la **relation d'incompatibilité entre deux termes**, d'après notre définition suivante, strictement fondée sur la signification et le rôle de cette relation dans le cadre des **calculs intensionnels leibniziens**:

Définition de la relation d'incompatibilité de deux termes dans le cadre intensionnel leibnizien:

1a. Deux **termes, concepts** ou **notions** sont **incompatibles** si et seulement si leur **combinaison** ou **conjonction A&B** est le **terme faux** ou **impossible non-Ens.**

Or, étant donné que (voir la **note 12** ci-dessus) un **terme** est le **terme faux, impossible** ou **non-Ens** si et seuelement s'il contient un **terme contradictoire** comme **C&non-C, combinaison** ou **conjonction** de deux **termes opposés C** et **non-C**, la définition **1a** ci-dessous est équivalente à la définition **1b** ci-dessous:

1b. Deux **termes, concepts** ou **notions A** et **B** sont **incompatibles** si et seulement si leur **combinaison** ou **conjonction** contient un **terme contradictoire** comme **C&non-C, combinaison** ou **conjonction** de deux **termes opposés C** et **non-C.**

Finalement, si aucun des deux **termes incompatibles A** et **B** n'est le **terme faux, impossible** ou **non-Ens,** ou ce qui revient au même si aucun des deux **termes A** et **B** ne contient déjà **à lui seul,** une **combinaison C&non-C** de deux **termes opposés C** et **non-C,** alors, **dans ce cas particulier,** la définition **1b** ci-dessus devient la définition 2 ci-dessous:

2. Deux **termes, concepts** ou **notions A** et **B** sont **incompatibles** si et seulement s'il y a au moins un **terme C** tel que **A contient C** et **B contient non-C.**

Couturat a jugé sévèrement ces carences de **Leibniz** en ce qui concerne une définition et une explication logique correctes et suffisantes de la **contradiction** et de l'**incompatibilité (exclusion intensionnelle)** de deux **termes** en fonction de la **négation,** par une expression adéquate de cette dernière:

"Faute d'avoir tenu compte de la **négation, Leibniz** était incapable d'expliquer comment des idées simples, toutes **compatibles** entre elles, peuvent engendrer par leurs **combinaisons** des idées complexes **contradictoires** ou **exclusives** les unes des autres" (**COUTURAT 1901,** 432).

Toujours est-il que, malgré ces déficiences indiscutables, **Leibniz,** dans un court essai daté du **1er Août 1690** (C, 232-237), utilise en fait le rapport d'interdépendance réciproque entre le **terme non-Ens** et la **relation d'incompatibilité,** rapport mis en évidence dans notre précédente définition de cette dernière, pour fonder pratiquement des nouvelles définitions des **4 propositions catégoriques** précisément sur le **terme non-Ens.**

Ces définitions sont les suivantes:

"**Omnis homo est rationalis** sic concipi potest: **Homo non rationalis** (non est, seu) **est non-Ens.**

Quidam homo est doctus dat: **Homo doctus est Ens.**

Nullus homo est lapis dat: **Homo lapis est non Ens.**

Quidam homo non est doctus dat: **Homo non doctus est Ens**" (**L.c.,** 232).

Observons que dans les définitions précédentes, chacune des deux **universelles** est réduite à un certain rapport logique avec le **terme non-Ens** respectivement de la combinaison **homme et non rationnel** pour l'**affirmative** et de la combinaison **homme et pierre** pour la **négative**.

Or, comment **interpréter** le rapport logique mentionné? Plus précisément: quelle signification donner à la particule "est" dans l'expression "**est non Ens**" qui constitue la partie finale de cette nouvelle **définition** de chacune des deux **propositions catégoriques universelles?**

Nous aurions, en principe, le choix entre **deux significations possibles** de la particule "est" dans le **cadre intensionnel leibnizien** ici considéré, à savoir:

a) la **signification** de "est" comme **copule** de la **prédication** (aritotélicienne et scolastique), dans la perspective **intensionnelle** de **Leibniz: "est"** signifie alors: **est (intensionnellement) contenu dans;**

b) la **signification** de "est" comme expression d'une **relation d'équivalence logique** (équipollence, identité ou interchangeabilité): "est" signifie alors: **est (logiquement) équivalent à.**

Selon notre choix entre ces deux significations possibles de "est", nous aurions pour chacune des deux précédentes **définitions leibniziennes** des **propositions catégoriques universelles** deux **interprétations possibles**, à savoir:

<u>1. Universelle affirmative</u>:

1a. **Tout homme est rationnel** signifie: la combinaison **homme et non rationnel** contient (intensionnellement) le **terme non-Ens;**

1b. **Tout homme est rationnel** signifie: la combinaison **homme et non rationnel** est (logiquement) équivalente au **terme non-Ens.**

<u>2. Universelle négative</u>:

2a. **Aucun homme n'est pierre** signifie: la combinaison **homme et pierre** contient (intensionnellement) le **terme non-Ens;**

2b. **Aucun homme n'est pierre** signifie: la combinaison **homme et pierre** est (logiquement) équivalente au **terme non-Ens.**

En apparence, une **formalisation** correcte et précise des **propositions catégoriques** suivant les directives de **Leibniz** dépenderait du choix entre les **deux interprétations** possibles de la particule "est" dans le contexte mentionné. Mais, en réalité, ce choix est inutile, puisque, étant donné la nature très spéciale du **terme non-Ens**, nous arriverions dans les deux cas aux mêmes résultats.

En effet, si nous acceptons que le **terme non-Ens**, en tant qu'**extensionnellement vide** et **intensionnellement universel** (voir notes 11 et 12 ci-dessus, ainsi que KNECHT 1979, 39-40: "**Leibniz** étend la négation également à la catégorie métathéorique d'existence: **non-Ens** ou **Nihil** désignent alors l'**inexistence**, l'**impossibilité**, la **contradiction**...à l'ensemble **vide**, ensemble **minimal** pour l'extension, répond le concept **maximal**, le concept qui **comprend tous les autres** et qui, nécessairement, est **contradictoire**"), **n'est prédicat que de lui-même**, il est évident que n'importe quel **terme** qui **contient** (intensionnellement) ce **terme non-Ens** doit nécessairement **être logiquement équivalent à ce dernier**, en d'autres mots, **être le terme non-Ens** lui-même et **réciproquement.**

Les **deux interprétations** en principe possibles de chacune des deux nouvelles **définitions** de Leibniz pour les **deux propositions catégoriques universelles -affirmative** Asp **et négative** Esp- aboutissent donc à la **même formalisation** de ces **deux propositions**, qui, en désignant le **terme** non-Ens par "-e", est la suivante:

1. Tout s est p   Asp: $s\&-p = -e$
2. Aucun s n'est p   Esp: $s\&p = -e$

Les **formules** exprimant dans ce contexte les deux **propositions catégoriques particulières** Isp (Quelque s est p) et Osp (Quelque s n'est pas p) sont obtenues des précédentes en exprimant respectivement Isp comme **négation** $\sim$Esp de l'**universelle négative** Esp et Osp comme **négation** $\sim$Asp de l'**universelle affirmative** Asp:

3. Quelque s est p   Isp $\sim$Esp $\sim(s\&p = -e)$ $s\&p \neq -e$
4. Quelque s n'est pas p   Osp: $\sim$Asp $\sim(s\&-p = -e)$ $s\&-p \neq -e$

En arrivant à ce point, nous pouvons constater que Leibniz, ayant virtuellement réduit, en vertu de ses nouvelles **définitions** ou **formulations** (**"existentiales de secundo adjecto"**) de **1690**, les **4 propositions catégoriques** à des **relations d'équivalence** (pour les **universelles**) et de **non-équivalence** (pour les **particulières**) de certaines **combinaisons** de leurs **termes** et/ou les **négations** de ces derniers avec le **terme non-Ens**, aurait pu, en réalité, compléter avec succès son **arithmétisation de la logique des termes et de la syllogistique** s'il avait trouvé le **nombre caractéristique** adéquat du **non-Ens** et, ensuite, en fonction de ce **nombre** et du **nombre caractéristique** d'un **terme** donné, celui de la **négation** de ce **terme**.

Il auarait pu, alors, effectivement, **traduire**, d'après ses desseins, une **proposition** par une **équation** -"**semper propositio mutari potest in aequationem"** (C, 60) ou par une **inéquation** et un **système** de **propositions** par un **système d'équations et/ou inéquations.**

C'est, à notre avis, justement le fait de n'avoir jamais **trouvé** (et, peut-être, de n'avoir jamais **cherché**) ce **nombre caractéristique** du **terme non-Ens** l'une des raisons essentielles de son échec dans le but qu'il s'était proposé dans ce domaine.

[14] Pour désigner le **nombre caractéristique** qui doit rester associé au **terme non-Ens**, nous utilisons l'expression "**nombre plein**" dans nos travaux **SÁNCHEZ-MAZAS 1977, 1979 et 1980** en y ajoutant l'expression "**nombre hypersaturé**" dans nos travaux **SÁNCHEZ-MAZAS 1978, 1981** et suivants.

Les deux expressions traduisent bien des caractéristiques essentielles de ce nombre (dont la **composition** est expliquée dans la **note 15** ci-dessous), ainsi que des caractéristiques, formellement analogues aux premières, du terme auquel il est associé, à savoir, le **terme non-Ens.**

[15] Le **nombre plein** ou **hypersaturé**, désigné ici par le **symbole** "E'" est défini par nous **toujours et partout** comme le **supremum** $[N_1, N_2, \ldots, N_{(2^n)}]$ des 2^n nombres $N_1, N_2, \ldots, N_{(2^n)}$ dont l'ensemble $N = \{N_1, N_2, \ldots, N_{(2^n)}\}$ est **associé** au **système logique** considéré dans chaque cas.

Or, l'expression "**supremum**" admet, dans les cadres de nos successives **arithmétisations** des **systèmes logiques,** deux **interprétations** différentes et **formellement analogues,** dont chacune correspond à une des deux **versions** ou **interprétations** différentes, et **isomorphes,** que nous pouvons donner (et que nous avons données dans nos travaux successifs) à l'**ensemble N de nombres** associé au **système logique.**

Voici donc les deux opérations logiques différentes qui peuvent être désignées par l'expression "suprème de deux ou plusieurs nombres" dans chacune de deux interprétations évoquées:

1. Lorsque l'ensemble N considéré est l'ensemble D_M de tous les diviseurs d'un nombre naturel M, alors le nombre hypersaturé E' coïncide précisément avec ce nombre M, qui est à la fois:

1a. <u>le plus petit commun multiple des 2^n nombres de l'ensemble N</u>: $E'=M=[N_1, N_2, ... N_{(2^n)}]$ p.p.c.m.;

1b. <u>le produit des n nombres premiers générateurs de l'ensemble N</u>: $E'=M=P_0 \times P_1 \times ... \times P_{n-1}=2 \times 3 \times ... \times P_{n-1}$

2. Lorsque l'ensemble N considéré est l'ensemble B_A de tous les composants binaires d'un nombre naturel A, alors le nombre hypersaturé E' coïncide précisément avec ce nombre A, qui est à la fois:

2a. <u>le plus petit composé binaire commun des 2^n nombres de l'ensemble N</u>:

$E'=A=[N_1, N_2, ..., N_{(2^n)}]$ p.p.c.b.c.

2b. <u>la somme de toutes les n puissance de 2 génératrices de l'ensemble N</u>:

$E'=A=B_0+B_1+...+B_{n-1}=1+2+...+2^{n-1}=\underline{2^n-1}$

[16] La <u>négation</u> d'un terme ou concept est l'opération logique monadique qui, appliquée à un terme quelconque, considéré positif -par exemple, homme- donne comme résultat le terme <u>négatif</u> correspondant -en l'occurrence, <u>non-homme</u>.

Dans ses calculs logiques intensionnels d'Avril 1679, Leibniz se refère aux termes négatifs de la façon suivante:

1. "Termini sunt vel positivi vel <u>negativi</u>. Exempli causa Terminus positivus est homo; <u>negativus</u>, <u>non homo</u>. Fieri potest ut terminus a parte rei positivus sit <u>negative</u> expressus,...,item ut <u>negativus</u> sit positive expressus" (C, 67);

2. "Consideremus <u>non-Homo</u>, significans quidvis <u>praeter hominem</u>" (C, 70).

Deux termes dont l'un est la négation de l'autre sont deux termes réciproquement contradictoires: "<u>Termini contradictorii</u> sunt quorum unus est positivus, alter <u>negativus</u> hujus positivi, ut <u>homo et non homo</u>" (C, 70).

Le comportement logique de <u>deux termes contradictoires</u> par rapport aux deux opérations dyadiques fondamentales de la logique intensionnelle des termes -à savoir, la combination ou conjonction (voir note 5 ci-dessus) et l'alternative ou disjonction (voir notes 6 et 7 ci-dessus)- est réglé par les deux lois suivantes:

a) la <u>combinaison</u> ou <u>conjonction</u> de deux termes <u>contradictoires</u> -par exemple, <u>homme et non homme</u>-est équivalente au terme non-Ens: "<u>A non A</u> est <u>non Ens</u>" (C, 233);

b) L'<u>alternative</u> ou <u>disjonction</u> de deux termes <u>contradictoires</u> -par exemple, <u>homme ou non homme</u>- est équivalente au <u>terme Ens</u>. (Pour cette deuxième loi, qui est la duale de la première et qui, dans un calcul intensionnel fermé, consistant et complet est inséparable de l'autre, nous ne disposons de textes leibniziens explicites en raison des carences, déjà constatées (voir notes 6 et 7 ci-dessus) de Leibniz en ce qui concerne l'alternative ou disjonction des termes).

En désignant maintenant respectivement par "h" et "-h" deux termes contradictoires comme homme et non-homme et par "H" et "H'" leurs nombres caractéristiques respectifs, nous écrivons ci-dessous les formules logiques a* et b* qui expriment ces lois a et b ci-dessus et les formules arithmétiques a** et b** associées aux premières:

a*) h&-h=-e (non-Ens) a**) [H, H']=E'

b*) hv-h=e (Ens) b**) (H, H')=E

Une fois obtenues les deux importantes formules arithmétiques a** et b** ci-dessus -qui sont des équations très simples reliant les nombres caractéristiques de quatre termes -à savoir: le terme non-Ens, le terme Ens et deux autres termes quelconques réciproquement contradictoires-, nous pouvons les utiliser comme un système d'équations pour obtenir le nombre caractéristique de la négation d'un terme en fonction du nombre caractéristique du terme donné et de celui du terme non-Ens, ce dernier nombre étant déjà connu (voir note 15 ci-dessus).

Or, comme nous le savons déjà, les formules comme [H, H'] et (H, H'), qui désignent respectivement le supremum et l'infimum de deux nombres naturels, ont deux interprétations possibles, chacune dans le cadre d'une des deux interprétations possibles de l'ensemble N de 2^n nombres, associé au système logique considéré (voir note 15 ci-dessus). Nous étudierons donc les conséquences précises du système d'équations formé des deux formules a** et b** dans les deux cas:

1. Lorsque l'ensemble N considéré est l'ensemble D_M de tous les diviseurs d'un nombre naturel M, nous aurons:

Un théorème important de la théorie des nombres concernant le plus petit commun multiple et le plus grand commun diviseur établit l'équation suivante:

(p.p.c.m. de H et H')x(p.g.c.d. de H et H')=HxH'

donc ici:

HxH'=[H, H']x(H, H')=E'xE=E'x1=E'

et finalement:

HxH'=E' ou, ce qui revient au même: H'=E'/H

On obtient donc dans ce cas le nombre caractéristique H' de la négation -h d'un terme h en divisant le nombre hypersaturé par le nombre caractéristique H du terme donné.

2. Lorsque l'ensemble N considéré est l'ensemble B_A de tous les composants binaires d'un nombre naturel A, nous aurons:

Le théorème correspondant et formellement analogue, dans ce cadre, à celui que nous avons utilisé dans le cas 1. ci-dessus établit l'équation suivante (voir SÁNCHEZ-MAZAS 1978, 190, T.16):

(p.p.c.b.c. de H et H')+(p.g.c.b.c. de H et H')=H+H'

donc ici:

H+H'=[H, H']+(H, H')=E'+E=E'+0=E'

et finalement:

H+H'=E' ou, ce qui revient au même: H'=E'-H

On obtient donc dans ce cas le nombre caractéristique H' de la négation -h d'un terme h en retranchant du nombre hypersaturé le nombre caractéristique H du terme donné.

Ces deux **formules** fondamentales pour l'**expression** et le **calcul** -chacune dans son cadre spécifique- du **nombre caractéristique** de la **négation d'un terme ou concept donné** en fonction des **nombres caractéristiques**, respectivement, du **terme ou concept donné** et du **terme impossible non-Ens** ont été établies par nous il y a plsieurs années déjà et publiées dans des travaux précédents. Voir, par exemple, pour la **première** de ces **formules**, **SÁNCHEZ-MAZAS 1977**, 366; **SÁNCHEZ-MAZAS 1979**, 51; **SÁNCHEZ-MAZAS 1980**, 176; **SÁNCHEZ-MAZAS 1981**, 48 et, pour la **deuxième**, **SÁNCHEZ-MAZAS 1978**, 189 (où nous étudions parallèlement les deux **modèles arithmétiques isomorphes** et la correspondance entre les **formules** de l'un et de l'autre); **SÁNCHEZ-MAZAS 1987a**, 97 (dans le cadre de la **logique déontique**); **SÁNCHEZ-MAZAS 1987b**, 416 (dans le cadre d'une **logique modale aléthique**); **SÁNCHEZ-MAZAS 1988**, 139 (dans le cadre d'un **calcul propositionnel de base intensionnelle**) et 150 (dans le cadre d'un **système normatif di droit positif**), ainsi que **SÁNCHEZ-MAZAS 1990**, 197 et 207 (dans le cadre du **calcul des termes** et de la **syllogistique**.

[17] Voir **SÁNCHEZ-MAZAS 1952**, 26; **SÁNCHEZ-MAZAS 1977**, 366; **SÁNCHEZ-MAZAS 1979**, 48; **SÁNCHEZ-MAZAS 1980**, 173 et **SÁNCHEZ-MAZAS 1981**, 49.

[18] Dans **SÁNCHEZ-MAZAS 1952**, nous écrivions ce qui suit:

"Ley fundamental de correspondencia:

Todo concepto quedará caracterizado por un número, de tal modo que si un concepto A incluye otro B el número característico de A sea múltiplo del de B. Después de lo cual, toda relación aritmética entre números implicará la correspondiente relación lógica entre conceptos.

Esta correspondencia fundamental da immediatamente lugar a las siguientes:

A incluye B o A es especie de B	A múltiplo de B
A incluido en B o A género de B	A factor de B
A equivalente a B	A igual a B
Géneros supremos...	Números primos
Universo del discurso de Boole	Unidad
Composición de notas	Multiplicación
Supresión de una nota	División por el núm. corresp.
Género común a dos especies A y B	Factor común de A y B
Especie común a dos géneros A y B	Múltiplo común de A y B
Último género común a dos especies	**Máx.com.div.**
Primera especie común a dos géneros	**Mín.com.múlt.**
A y B conceptos heterogéneos o sin géneros comunes	A y B primos entre sí"

(L.c., 25-26).

[19] "**Si propositio Universalis Affirmativa est vera**, necesse est ut numerus subjecti dividi possit exacte seu sine residuo per numerum praedicati" (C, 42).

[20] "Universalis affirmativa sic exprimi potest: **A=AB**" (C, 236); "**A=AB** Univ. Aff." (C, 386).

[21]COUTURAT 1901, 343-344 (voir note 7, ci-dessus).

[22]C, 556-557.

[23]SÁNCHEZ-MAZAS 1978, 47-48.

[24]Le plus grand composant binaire commun (X,Y) de deux nombres naturels X et Y est la somme de toutes les puissances de 2 qui sont à la fois des composants binaires de X et des composants binaires de Y. Voir, à la fin de la partie II de cette étude, la matrice du plus grand composant binaire commun ou infimum binaire de deux nombres.

[25]Le plus petit composé binaire commun [X,Y] de 2 nombres naturels X et Y est la somme de toutes les puissances de 2 qui sont des composants binaires de X ou des composants binaires de Y (ou des deux). Voir, à la fin de la partie II de cette étude, la matrice du plus petit composé binaire commun ou supremum binaire de deux nombres.

[26]Nous appelons, dans ce cadre, complément multiplicatif d'un nombre naturel X par rapport au nombre M maximum de l'ensemble D_M au nombre M/X qui, multiplié par X, donne comme résultat M.

[27]Nous appelons, dans ce cadre, complément additif d'un nombre naturel X par rapport au nombre A maximum de l'ensemble B_A au nombre A-X qui, additionné à X, donne comme résultat A.

[28]A la fin de la partie III de cette étude, pour l'évaluation "more arithmetico" du mode syllogistique FERIO, nous donnons un exemple pratique qui montre la facilité et rapidité avec laquelle peuvent être manuellement effectuées, dans le but indiqué et d'autres analogues, les opérations arithmétiques binaires p.g.c.b.c. et p.p.c.b.c. ci-dessus définies sur des nombres naturels écrits en octal.

[29]Voir SÁNCHEZ-MAZAS 1988, spécialement les TABLEAUX V, VI, VII et VIII, pp. 137-140.

[30]Voir SÁNCHEZ-MAZAS 1987b.

[31]Voir SÁNCHEZ-MAZAS 1987a.

[32]Voir SÁNCHEZ-MAZAS 1978, 1988a, 1988b et 1990.

[33]BROWN 1990.

[34]L.c., p. 26.

[35]Ibid.

[36]YAGLOM 1975.

[37]L.c., pp. 50-51.

[38]L.c., p. 26.

[39]BUNITSKY 1899.

[40]SÁNCHEZ-MAZAS 1951.

[41]KNECHT 1979, p. 35, n. 79.

[42]ARISTOTE, Métaphysique, H3, 1043 b34 sqq.

[43]Voir spécialement **SÁNCHEZ-MAZAS 1952, 1977 et 1979.**

[44]Voici deux extraits significatifs de **Leibniz** à ce propos:

1. "Fohi, le plus ancien prince et philosophe des Chiois, a reconnu l'origine des choses dans l'unité et le néant, c'est-à-dire que ses figures mystérieuses montrent quelque chose d'analogue à la création; elles contiennent l'arithmétique binaire que j'ai retrouvée après tant de milliers d'années, encore qu'elles indiquent aussi des choses plus hautes, où tous les nombres s'écrivent par deux notations seulement, le 0 et le 1. Et 0; 10; 100; 1000; 10000; etc. désignent 1; 2; 4; 8; 16; etc." (**Leibniz: "Extraits des lettres au P. Des Bosses"** (correspondance traduite du latin): **Billet du 12 Août 1709.** Voir **LEIBNIZ**, **Discours sur la théologie naturelle des Chinois**, p. 188).

2. "Ce qu'il y de surprenant dans ce calcul, c'est que cette Arithmétique par 0 & 1 se trouve contenir le mystère des lignes d'un ancien Roi & Philosophe nommé **Fohy**, qu'on croit avoir vécu il y a plus de quatre mille ans, & que les Chinois regardent comme le Fondateur de leur Empire & de leurs sciences. Il y a plusieurs figures linéaires qu'on lui attribue, elles reviennent toutes à cette Arithmétique...Les Chinois ont perdu la signification des **Cova** ou Linéations de **Fohy**, peut être depuis plus d'un millenaire d'années; & ils ont fait des Commentaires là-dessus, où ils ont cherché je ne sais pas quels sens éloignés. De sorte qu'il a fallu que la vraie explication leur vint maintenant des Européens; voci comment: Il n'y a guères plus de deux ans que j'envoyai au R.P. **Bouvet** Jesuite François celèbre, qui demeure à Pékin, ma manière de compter par 0 & 1; & il n'en fallut pas davantage pour lui faire reconnoitre que c'est la clef des figures de **Fohy**. Ainsi m'écrivant le 14. Novembre 1701, il m'a envoyé la grande figure de ce Prince Philosophe qui va à 64, & ne laisse plus de douter de la vérité de notre interprétation; de sorte qu'on peut dire que ce Père a déchiffré l'enigme de **Fohy**, à l'aide de ce que je lui avois communiqué" (**"Explication de l'Arithmétique Binaire, Qui se sert des seuls caractères 0 & 1: avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy", Tirée des Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, ann. 1703.** Voir: **LEIBNIZ**, **Oeuvre Mathématique**, Fascicule I: Arithmétique, Algèbre, Analyse, pp. 82-85.

[45]Voir **"Au sujet de l'invention de l'Arithmétique Binaire par G.W. Leibniz"**, extrait de la **Vie de Leibniz** écrite par **Maître Jaucort**, in LEIBNIZ, **Oeuvre Mathématique**, Fascicule I: Arithmétique, Algèbre, Analyse, pp. 77-79: "En l'an 1697 Leibnitz envoya au Duc **Rudolphe Auguste** comme cadeau une pièce de monnaie en mémorial décrite par lui, d'où est due l'invention de l'Arithmétique binaire..."; suit l'explication de **Leibniz**. Or, l'invention leibnizienne de cette arithmétique remonte certainement à une date bien antérieure à **1697**, puisque le premier des deux manuscrits "Sur l'Arithmétique binaire" publié par **COUTURAT 1903** à la page 574 porte la date **15 Martii 1679** et le titre **De progressione dyadica**.

[46]En effet, la pièce de monnaie mentionnée dans la note précédente porte, au-dessus d'un tableau exhibant la numération binaire et donnant des exemples de calcul binaire, l'inscription **"OMNIBUS EX NIHILO DUCENDIS, SUFFICIT UNUM"** et, en dessous de ce tableau, l'inscription: **"IMAGO CREATIONIS - INVEN. G.G. L. - ANN. CHR. MDCXCVII"**.

[47]"Perfectior est characteristica numerorum bimalis quam decimalis...quia in bimali ex characteribus mnia demonstrari possunt quae de numeris asseruntur, in decimali vero non item" (C, 284).

[48]"Leibniz entènd par caractères **réels** -dit **Couturat**- ceux qui représentent directement, non les mots, lettres ou syllables, mais les choses ou plutôt les idées" (**COUTURAT 1901**, p. 81).

[49]Mais il est aussi juste de constater que, malgré ce contraste essentiel entre **Gödel** et **Leibniz** en ce qui concerne le rôle ou fonction représentative des **nombres** dans l'**arithmétisation**, "on peut consedérer les résultats et les projets les plus importants de Gödel -comme l'écrit **Hao Wang**- comme des développements dans plusieurs directions des conceptions de Leibniz...Le programme modifié de Gödel retient pour l'essentiel les traits principaux de l'idéal de Leibniz" etc. (Voir **WANG 1990**, p. 261.

[50]"Porro tanto utiliora sunt signa, quanto magis notionem rei signatae exprimunt, ita ut non tantum raepresentationi, sed et ratiocinationi servire possunt" (**GP**, VII, 204).

[51]A partir spécialement de **SÁNCHEZ-MAZAS 1978** (Voir, par exemple, p. 192).

[52]Nous pouvons retenir ici deux définitions équivalentes de **"terme saturé"**, à savoir:

1. Un terme **s** est **saturé** dans un **ensemble U** si et seulement si, pour tout terme **x**, arbitrairement choisi, de l'**ensemble U**, la **combinaison** ou **conjonction intensionnelle s&x** est logiquemente équivalente soit à **x**, soit au **terme impossible** <u>non-Ens</u>;

2. Un terme **s** est **saturé** dans un ensemble **U** si et seulement si, pour tout couple **x** et **-x** de **termes opposés** de l'**ensemble U**, **s contient intensionnellement l'un** et **est incompatible avec l'autre.**

[53]**GP**, IV, 296.

[54]**COUTURAT 1901**, 432.

[55]Une **extrapolation métaphysique**, tout à fait inadéquate et inadmissible dans notre cadre actuel, qui est **strictement logique**, pourrait nous amener à une sorte d'**argument anti-onotologique** (ou **anti-leibnizien**) du type suivant: Les **qualités** ou **perfections** <u>ne peuvent pas être toutes compatibles</u>. Donc l'être qui les possède toutes à la fois n'existe pas.

[56]Il nous paraît vraisemblable que, même si le **système binaire** a été <u>**conçu**</u> par **Leibniz** avant **1697** ou encore autour de **1679**, il n'a pu être étudie et développé par **Leibniz** pour lui permettre de remplacer l'<u>**arithmétisation**</u> fondée sur les **nombres premiers** par une nouvelle, fondée sur les **puissances de 2**, que beaucoup plus tard.

[57]Voir **ARISTOTE:** <u>**De la Génération et de la Corruption**</u>, **livre** II, surtout le paragraphe III (pp. 49-50): "Comme il y a **quatre éléments** et que <u>**les combinaisons possibles entre quatre termes**</u>

sont au nombre de six; comme, cependant, les contraires ne peuvent pas être combinés entre eux, le chaud et le froid, le sec et l'humide ne pouvant pas se confondre en une même chose, il sera évident qu'il n'y aura que quatre combinaisons d'éléments...Ceci est une conséquence logique de l'existence des corps qui apparaissent simples..."

[58]Christophorus Clavius (Bamberg, 1537-Rome, 1612), fut un mathématicien et cosmographe d'une certaine importance, auteur de la réforme grégorienne du calendrier et de la version et commentaires des Éléments d'Euclide (il fut surnommé "l'Euclides du XVIème siècle") par lesquels Leibniz connut en 1574 l'oeuvre du mathématicien d'Alexandrie. Dans son livre Commentarium in Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco & Astrolabium, publié à Mayence et 1612, Clavius s'occupa de la conception hellénique des 4 éléments et dans le but de formaliser la combinatoire exposée par Aristote dans ce cadre (voir la note 57), il élabora et dessina le schéma circulaire des combinaisons réciproques entre ces 4 éléments et les 4 qualités fondamentales chaud, froid, sec et humide, qui fut employé par Leibniz comme emblème dans sa Dissertatio de Arte Combinatoria. En réproduisant ce schéma de Clavius, Leibniz n'y apporta aucune modification d'ordre logique, se bornant à remplacer, au centre de la figure, l'emblème des jésuites par celui des Rose-Croix, société secrète à laquelle Leibniz adhéra à Nüremberg en 1669. Pour la figure primitive et les commentaires correspondants, voir CLAVIUS 1612, partie De Numero et Ordine Elementorum, p. 17 sqq. Pour la figure legèrement modifiée et publiée par Leibniz, voir la couverture de LEIBNIZ 1690, ainsi que LEIBNIZ, Oeuvre Mathématique, Fascicule I: Arithmétique, Algèbre, Analyse, p. 111.

[59]Dans une des premières pages de son Ars Combinatoria, au commencement de son exposition des "Problèmes" de la Combinatoire, Leibniz fait allusion à Clavius dans les termes suivants: "Principalement Christopher Clavius a proposé clairement dans les Commentaires sur Jean de Sacrobosco, de la Shère, édition de Rome, format in quarto, en l'an 1585, page 33 et suivantes, quelque chose qui est récemment possédé" (traduction française dans LEIBNIZ, Oeuvre Mathématique, Fascicule I, p. 118. Pour le texte original latin, voir LEIBNIZ 1690, p. 5).

[60]Voir COUTURAT 1901, p. 36.

[61]Or, d'après Leibniz, Descartes "n'a pas connu la véritable source des vérités ny cette analyse générale des notions, que Jungius a mon avis a mieux entendue que luy" (Lettre à Philipp, GP IV, 282).

[62]Leibniz faisait allusion en 1714, deux ans avant sa mort, à l'influence que l'Ars de Lulle (Llull dans sa patrie) avait eue sur lui dans sa jeunesse, ainsi qu'aux défauts de cette combinatoire médiévale, de portée théologique et morale, dans les termes suivants: "Quand j'étais jeune, je prenais quelque plaisir à l'art de Lulle; mais je crus y entrevoir bien de défectuosités, dont j'ai dit quelque chose dans un petit essai d'écolier intitulé 'De arte combinatoria', publié en l'an 1666" (GP, III, 620), ayant déjà critiqué, en 1686, dans son fameux Projet et Essai pour arriver

à quelque certitude pour finir une bonne partie des disputes et pour avancer l'art d'inventer le caractère trop vague des termes **luliens** dans les termes suivants: "Raymond Lulle encore fit le Mathematicien et s'avisa en quelque façon de l'art des combinaisons. Ce seroit sans doute une belle chose, que l'art de Lulle si ces termes fondamentaux Bonitas, Magnitudo, Duratio, Potentia, Sapientia, Voluntas, Virtus, Gloria n'estoient pas vagues et par consequent servoient seulement à parler et point du tout à decouvrir la vérité" (l.c., p. 177). Dans ce même manuscrit, **Leibniz** avait proclamé sa foi en l'**arithmétisation du raisonnement** d'une manière qui rappelle ses **Essais d'Avril 1689** dont nous nous occupons dans cette étude: "**J'ai même trouvé une chose estonnante, c'est qu'on peut representer par les Nombres, toutes sortes de vérités et conséquences**" (l.c., p. 175).

[63]Le **système** choisi peut avoir une taille supérieure et alors le nombre **210** (associé au **terme impossible**) deviendra: **2.310** (=210x11) dans un système de **32 termes**, **30.030** (2.310x13) dans un système de **64 termes**, et ainsi de suite. Or, il est facile de constater que, **dans l'interprétation d'un système dans l'ensemble des diviseurs d'un nombre**, lorsque la **taille du système** augmente encore, ce **nombre maximum**, associé au **terme impossible** du système, devient trop grand pour être manipulé, même par des ordinateurs, tandis que, dans l'**interprétation d'un système dans l'ensemble des composants binaires d'un nombre**, la croissance est beaucoup moins rapide. Par exemple, dans un **système de 2^{15} =32.768 termes**, le **nombre maximum** devient 2x3x5x7x11x13x17x19x23x29x31x37x41x43x47=**614.889.782.588.491.410** dans le premier cas, tandis que dans le deuxième cas, il n'est que **32.767=2^{15} -1**. Voir aussi dans **SÁNCHEZ-MAZAS 1991**, pp. 195 et 207 (**TABLEAU I**), un **système de 2^9 =512 termes** pour lequel le **nombre maximum, écrit en octal, est 777=2^9 -1**. Voilà donc une raison pratique pour préférer notre **cadre additif, fondé sur l'association d'une propriété à un nombre analysé comme una somme de puissances de 2 au cadre multiplicatif de la tradition leibnizienne (suivie sur un autre plan, il est vrai!, par Gödel), fondé sur l"association d'une propriété à un nombre analysé comme produit de nombres premiers.**

[64]A partir de **SÁNCHEZ-MAZAS 1952**.

[65]Voir, dans cet article **RONCAGLIA 1988**, aux pages 48 et 49:

2. The Numerical Calculus of 1679

The idea of the elaboration of a numerical alphabet in which prime numbers would correspond to simple terms, and in which multiplication would be used to represent the composition of concepts, is recognizable in a fragment dated February 1678, entitled *Lingua generalis:*

"Optima autem ratio contrahendi erit, ut res revocetur ad numeros inter se multiplicatos, ponendo elementa alicujus characteris esse omnes ejus divisores possibiles. Artificium hoc sane admirabile est, et probari possunt ejusmodi ratiocinationes per novenariam probam. Elementa simplicia possunt esse numeri primi seu indivisibiles."[29]

The idea is taken up and developed in the group of essays on logical calculus from 1679[30]; a characteristic number is to be assigned to every element in the universe of discourse, beginning with simple terms, and just as compound (reducible) terms can, by means of a chain of definitions, be traced back to the simple, irreducible terms constituting them, in the same way the characteristic numbers of compound terms will be obtainable from the multiplication of the characteristic numbers of the simple terms constituting them.

"Regula construendorum characterum haec est: cuilibet Termino (id est subjecto vel praedicato propositionis) assignetur numerus aliquis hoc uno observato, ut terminus compositus ex aliis quibusdam terminis respondentem sibi habeat numerum productum ex numeris illorum terminorum invicem multiplicatis."[31]

It should be noted that the operation Leibniz needs to use here is not, strictly speaking, simple multiplication, but the calculation of the lowest common multiple. Only in this way, as M. Sanchez-Mazas has rightly pointed out[32], can repetition within characteristic numbers of compound terms be avoided, in accordance, moreover, with the frequently repeated principle by which, in calculus, $AA = A$[33].

[29] C p. 277.
[30] A collection of short works on logic edited by Couturat: C pp. 42–92 and 245–247.
[31] C p. 42; cf. ibid., pp. 49–50.
[32] M. Sanchez-Mazas, *Simplification de l'Arithmétisation Leibnitienne de la Syllogistique par l'expression arithmétique de la notion intensionnelle du 'non-ens'*, in: *Studia Leibnitiana, Sonderheft 8: Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart,* Wiesbaden, 1979, pp. 46–58, p. 48; *La Caractéristique numérique de Leibniz comme méthode de décision,* in: *Studia Leibnitiana Supplementa,* vol. XXI, pp. 168–182, p. 173.
[33] Cf, e.g., C pp. 260, 275, 366.

et aux pages 53 et 54:

Moreover, the error in the arithmetical representation of negation, it should be noted, is basically the transposition to the numerical model of the erroneous concept whereby the negation of a conjunction corresponds to the conjunction of the negations of the conjuncts, a mistake which also appears in the 1679 essays:

"Si jam rursus negetur iste terminus doctus non-justus non-prudens, patet fieri: iustum prudentem indoctum."[57]

We could also add that the questions raised here – the nature of conceptual negation, its relation with propositional negation and the difference between contradictory propositions (and, in this case, concepts) – have always posed problems for Leibniz, a point examined in a recent important article by W. Lenzen[58].

M. Sanchez-Mazas has attempted to overcome the difficulty left unresolved by Leibniz by introducing an arithmetical representation of the notion of 'non ens', which is made to correspond to the lowest common multiple of all the characteristic numbers of terms used in the calculus[59]. The resulting system considerably simplifies Leibniz' arithmetical construction, requiring only one characteristic number per term, and also presents a number of advantages, including intuitiveness in constructing the characteristic numbers of 'infinite' terms whose intension is made to correspond to the complement set of the intension of the corresponding 'positive' terms.

Problems could arise if the number of simple terms was to be considered infinite, as it would automatically make at least one of the two complement sets of each term similarly infinite, with the related difficulty of determining its characteristic number. Sanchez-Mazas, while considering the problem not insuperable[60], limits his model to finite sets of simple terms. The question of the finiteness or otherwise of the number of simple terms comes up frequently, of course, in Leibniz. He seems, however, never to have reached a definitive conclusion, although his later works tend to postulate an infinite number[61].

Sanchez-Mazas intends his proposed reconstruction of the 1679 system of calculus to demonstrate that the problem of the arithmetical representation of conceptual negation is not theoretically unresolvable within Leibniz' intensional perspective. The question of to what extent the reconstruction fulfills its purpose is strictly connected with the question of the behaviour of conceptual negation in intensional contexts, a complex problem which is beyond the scope of the present essay[62]. A further and extremely interesting difference, however, is connected with the construction of the notion of 'non ens', or impossible notion, which in Sanchez-Mazas' analysis comes rather to be the 'genus summum', of the whole 'regio idearum'. This obviously corresponds to the well-known consequence 'ex falso quodlibet', but in other respects is, in my opinion, at some distance from Leibniz' own position, which attempted to presuppose a basis of simple terms which were all positive and all compatible; why should the entire set of these simple terms be contradictory – the contradiction, in fact, by definition? Leibniz' readers will perhaps recognize here, albeit in a slightly different form, the problem of the origin of incompatibility which worried him in a much-discussed paragraph of the work known as *De veritatibus primis*[63]. I shall return to the passage shortly; for the moment it should be noted that Sanchez-Mazas' reading requires negative terms to be considered 'primitive' too, assigning them a prime number as their characteristic number[64]. Further on I shall refer to Leibniz' method of calculus and his mechanism of the double characteristic number, whose peculiar and, I would assert, significant capacity to supply an immediate numerical representation of logical contradiction is lost in Sanchez-Mazas' reading.

[57] C p. 70; cf. W. Lenzen: *'Unbestimmte Begriffe'* . . . cit., p. 18 n. 30.

[58] W. Lenzen: *'Non-est' non est 'est non'*, in: *Studia Leibnitiana* Bd. XVIII/1 (1986) pp. 1–37; pp. 1–14 in particular discuss the question of the use of negation in syllogistics.

[59] M. Sanchez-Mazas: *Simplification* . . . cit. pp. 49–51; *La Caractéristique* . . . cit. pp. 174–175.

[60] M. Sanchez-Mazas: *La Caractéristique* . . . cit. p. 173 n. 11.

[61] Cf., e.g., H. Burkhardt: *Logik und Semiotik* . . . cit. p. 171.

[62] See W. Lenzen: *'Non est'* . . . cit.; C. Thiel: *Der Quantität des Inhalts. Zur Leibnizens Erfassung des Intensionsbegriffs durch Kalküle und Diagramme*, in: *Studia Leibnitiana*, Sonderheft 8 cit. pp. 10–23, pp. 17ff.

[63] GP VII, p. 195.

[64] Cf. M. Sanchez-Mazas: *La Caractéristique* . . . cit. pp. 180–181.

[66]Dans cette **interprétation déontique**, les anciens **termes limites** <u>être</u> et <u>non-être</u> ont été remplacés par des nouveaux **termes limites**, à savoir, <u>déontiquement possible</u> et <u>déontiquement impossible</u>.

[67]Voir **VON WRIGHT 1948**.

[68]Voir **VON WRIGHT 1957b**.

[69]Voir **VON WRIGHT 1957b**, <u>3. The Quantified Logic of Properties</u> (pp. 33-43).

[70]Cette utilisation de la notion d'<u>existence</u> dans le cadre essentiellement <u>intensionnel</u>, de la <u>logique des propriétés</u>, rejoint, à notre avis, l'utilisation qui en fait **Leibniz** dans son <u>Essai du 1er Août 1690</u> (C, 232-237) lorsque, dans un cadre également <u>intensionnel</u>, il définit les <u>propositions catégoriques</u> de la manière suivante:

Omnis homo est rationalis = Homo non rationalis est non-Ens
Quidam homo est doctus = Homo doctus est Ens
Nullus homo est lapis = Homo lapis est non Ens
Quidam homo non est doctus = Homo non doctus est Ens
(voir note 13 ci-dessus).

[71]Par contre, dans l'essai leibnizien C, 232-237, mentionné dans la note 70 ci-dessus, nous ne trouvons pas une utilisation corrélative de cette notion d'universalité.

[72]Un nombre naturel Y est binairement absorbé par un nombre naturel X (ou, ce qui revient au même, un nombre naturel X absorbe un nombre naturel Y) si et seulement si toute puissance de 2 qui est un composant binaire de Y est aussi un composant binaire de X.

[73]Nous mettons entre parenthèses: '(E)' l'opérateur d'existence 'E' (que Von Wright utilise sans parenthèses) pour le distinguer du symbole 'E' utilisé en syllogistique dans les universelles négatives, comme 'Esp', et nous faisons la même chose avec l'opérateur d'universalité, en l'écrivant '(U)' pour une raison de parallèlisme entre les deux symboles. Mais on peut éviter de le faire dans tous les cas où il n'y a pas danger d'ambiguïté et de confusion.

[74]Dans ces expressions, Von Wright rejoint Leibniz dans son essai du 1er Août 1690, comme nous l'avons annoncé dans les notes 70 et 71 ci-dessus, en ce qui concerne les particulières (et donc l'existence), mais non en ce qui concerne les universelles (et donc l'universalité).

[75]Voir SÁNCHEZ-MAZAS 1978.

[76]Voir THOMAS 1962.

[77]Voir MENNE 1954, 1962a et 1962b.

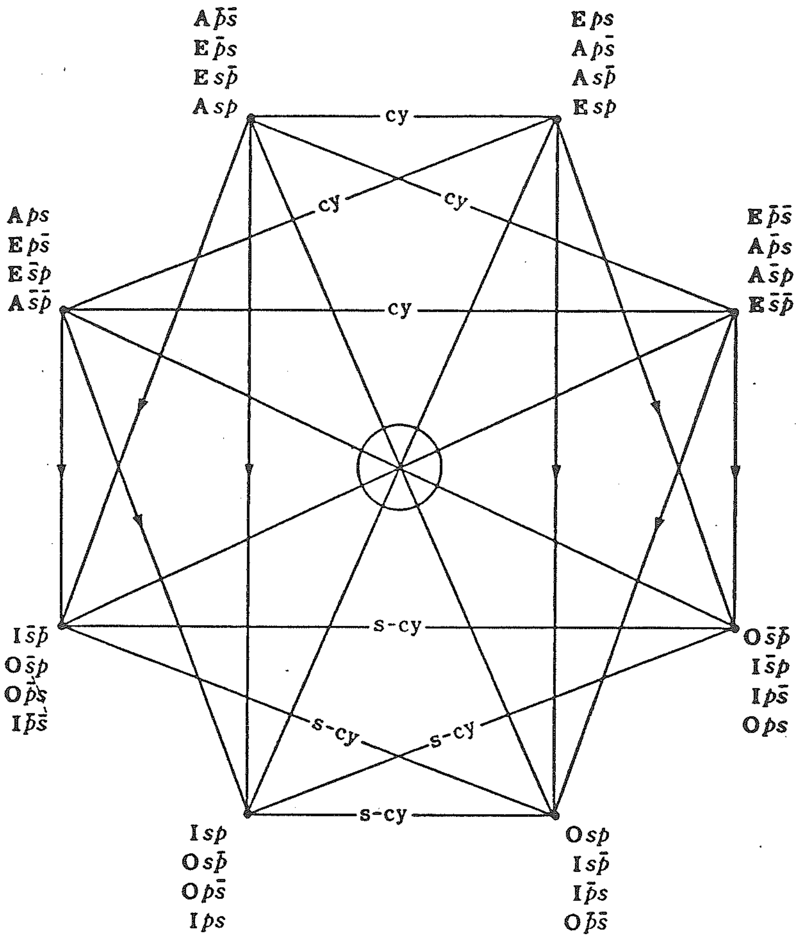
[78]Voir HACKER 1975, qui considère les 32 propositions catégoriques qui peuvent être construites en admettant les termes négatifs et les distribue en 8 classes d'équivalence. Voici ci-dessos cette distribution et l'octogone de l'opposition qui en résulte:

The 32 Categoricals in Standard Form

$\mathrm{A}sp$	$\mathrm{E}sp$	$\mathrm{I}sp$	$\mathrm{O}sp$	$\mathrm{A}\bar{s}\bar{p}$	$\mathrm{E}\bar{s}\bar{p}$	$\mathrm{I}\bar{s}\bar{p}$	$\mathrm{O}\bar{s}\bar{p}$
$\mathrm{E}s\bar{p}$	$\mathrm{A}s\bar{p}$	$\mathrm{O}s\bar{p}$	$\mathrm{I}s\bar{p}$	$\mathrm{E}\bar{s}p$	$\mathrm{A}\bar{s}p$	$\mathrm{O}\bar{s}p$	$\mathrm{I}\bar{s}p$
$\mathrm{E}\bar{p}s$	$\mathrm{A}p\bar{s}$	$\mathrm{O}p\bar{s}$	$\mathrm{I}\bar{p}s$	$\mathrm{E}p\bar{s}$	$\mathrm{A}\bar{p}s$	$\mathrm{O}\bar{p}s$	$\mathrm{I}p\bar{s}$
$\mathrm{A}\bar{p}\bar{s}$	$\mathrm{E}ps$	$\mathrm{I}ps$	$\mathrm{O}\bar{p}\bar{s}$	$\mathrm{A}ps$	$\mathrm{E}\bar{p}\bar{s}$	$\mathrm{I}\bar{p}\bar{s}$	$\mathrm{O}ps$

Note: The eight non-equivalent forms are given in the first row. In the octagon of opposition these eight forms will be the ones nearest the eight corners of the octagon. The forms in each column are equivalent to one another.

The Octagon of Opposition



The key to reading the octagon is:

a. Contrariety: —— cy ——

b. Subcontrariety: —— s-cy ——

c. Implication: ——➤——

d. Contradiction: ——⊖——

e. Independence: Categorical forms on corners not connected by a straight line are independent of each other.

[79] Voir ŁUKASIEWICZ 1957, Chapter V. The Problem of Decision (pp. 100-132).

REFERENCES

ARISTOTE: **De la Génération et de la Corruption.** Texte établi et traduit par Charles Mugler. Paris: Les Belles Lettres, 1966.

ARISTOTE: **Métaphysique.** Traduction nouvelle et notes par J. Tricot. Paris: Vrin, 1966.

BROWN, Frank Markham (1990): **Boolean Reasoning. The Logic of Boolean Equations.** Boston/Dordrecht/London: Kluwer, 1990.

BUNITSKIY, E. (1899): "Some applications of mathematical logic to the theory of the greatest common divisor and least common multiple" (en russe), **Vestnik Opytnoy fiziki i elem. mat.**, no. 274, 1899.

BURKHARDT, Hans (1980): **Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz.** München: Philosophie Verlag, 1980.

CLAVIUS, Christophorus (1612): **Commentarium in Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco & Astrolabium.** Mayence, 1612.

COUTURAT, Louis (1901): **La Logique de Leibniz, d'après des documents inédits.** Paris: Alcan, 1901.

GOCHET, Paul et GRIBOMONT, Pascal (1990): **Logique. Volume I: Méthodes pour l'Informatique Fondamentales.** Paris: Hermès, 1990.

HACKER, Edward A. (1975): "The Octagon of Opposition", **Notre Dame Journal of Formal Logic,** XVI, 3 (July 1975), 352-353.

KAUPPI, Raili (1960): **Über di Leibnische Logik mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension.** Helsinki,

KNECHT, Herbert H. (1979): "Logique du concept et pensée formelle chez Leibniz". In: A. Heinekamp et F. Schupp (éds.): **Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegewart,** Symposion der Leibniz-Gesellschaft Hannover (10-11 novembre 1978), Wiesbaden: Steiner, 1979, pp. 24-45.

LEIBNIZ, G. W.:

C: **Opuscules et fragments inédits de Leibniz,** extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre par Louis Couturat, Paris: Alcan, 1903.

GP: C.I. Gerhardt (éd.): **Die philosophische Schriften von G.W. Leibniz,** 7 vol., Berlin, 1875-1890.

P: G.H.R. Parkinson: **Leibniz - Logical Papers - A Selection,** Oxford: Clarendon Press, 1966.

Oeuvre Mathématique autre que le Calcul Infinitesimal, Fascicule I: Arithmétique, Algèbre, Analyse, suivi de la **Dissertation sur l'Art Combinatoire de Leibnitz** et de la **Machine Arithmétique de Blaise Bascal.** Paris: Blanchard, 1966.

Ars Combinatoria. Francfort, 1690.

Discours sur la Théologie Naturelle des Chinois, plus quelques écrits sur la question réligieuse en Chine, présentés, traduits et annotés par Christiane Frémont. Paris: L'Herne, 1987.

LENZEN, Wolfgang (1986): "'Non-est' non est 'est non'", **Studia Leibnitiana**, XVIII/1 (1986), pp. 1-37.

LINSKY, Léonard (1967): **Le problème de la référence**. Traduit de l'anglais par Suzanne Stern-Gillet, Philippe Dévaux, Paul Gochet. Paris: Editions du Seuil, 1967.

ŁUKASIEWICZ, Jan (1957): **Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic**. Second Edition Enlarged. Oxford: Clarendon Press, 1957.

MENNE, Albert (1954): **Logik und Existenz. Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktoren und das Problem der Nullklass.** Meisenheim/Glan: Anton Hain, 1954.

MENNE, Albert (1962a): "The Logical Analysis of Existence. In: A. Menne (éd.): **Logico-Philosophical Studies**. Dordrecht: Reidel, 1962, pp. 88-96.

MENNE, Albert (1962b): "Some Results of Investigation of the Syllogism and their Philosophical Consequences". In: A. Menne (éd.): **Logico-philosophical Studies**. Dordrecht: Reidel, 1962, pp. 52-63.

RESCHER, Nicholas (1954): "Leibniz's Interpretation of his Logical Calculi", **The Journal of Symbolic Logic**, XIX, 1 (March 1954), pp. 1-13.

RONCAGLIA, Gino (1988): "Modality in Leibniz's Essays on Logical Calculus of April 1679", **Studia Leibnitiana**, XX (1988), 43-62.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1951): "Sobre un pasaje de Aristóteles y el cálculo lógico de Leibniz", **Revista de Filosofía**, X (1951), pp. 529-534.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1952): "Notas preliminares para la fundamentación de una lógica matemática comprehensiva", **Theoria**, I (1952), pp. 25-26.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1955): **Formalización de la Lógica según la perspectiva de la comprehensión**. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Departamento de Filosofía e Historia de la Ciencia, 1955.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1963): **Fundamentos matemáticos de la Lógica Formal**. Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1963.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1977): "Un modèle mathématique de la logique peut-il se fonder sur l'intension?". In: **Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles**, Berne, 1977, pp. 361-387.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1978): "Modelli aritmetici per l'informatica giuridica". In: A.A. Martino, E. Maretti et C. Ciampi (éds.): **Logica, Informatica, Diritto**, 2 volumes. **Informatica e Diritto**, IV, 2 (1978), pp. 163-215.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1979): "Simplification de l'arithmétisation leibnizienne de la syllogistique par l'expression arithmétique de la notion intensionnelle du 'Non-Ens'". In: A. Heinekamp et F. Schupp (éds.): **Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart**, Symposion der Leibniz-Gesellschaft Hannover (10-11 novembre 1978), Wiesbaden: Steiner, 1979, pp. 46-58.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1980): "La Caractéristique numérique de Leibniz comme méthode de décision". In: **Theoria cum Praxi. Akten des III. Internationalen Leibniz-Kongresses** (Hannover, 12-17 novembre 1977). Wiesbaden: Steiner, 1980, pp. 168-182.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1981): "Un modelo aritmético de la silogística". In: **Lógica, Epistemología y Teoría de la Ciencia. Actas del Seminario del I.N.C.I.E.**, Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, 1981, pp. 35-53.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1987a): "Une nouvelle méthode de décision immédiate pour la logique déontique", **Revue européene des sciences sociales**, XXV, 77 (1987), numéro spécial en hommage à Jean-Blaise Grize, pp. 75-113.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1987b): "Identification et analyse des classes d'équivalence de la logique modale par des invariants numériques", **Logique et Analyse**, XXX, 120 (Décembre 1987), pp. 401-439. Erratum, **Logique et Analyse**, XXXI, 121-122 (Mars-Juin 1988).

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1988): "Un lenguaje aritmético como instrumento de análisis y de decisión en lógica y en derecho". In: **Actas del III Congreso de Lenguajes Naturales y Lenguajes Formales.** Barcelona: Sección de Lingüística General de la Universidad, 1988, Vol. I, pp. 105-170.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1989): "Essai de représentation par des nombres réels d'une analyse infinie des notions individuelles dans une infinité de mondes possibles", **Argumentation**, 3, pp. 75-96.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1990): "Un modello matematico per la rappresentazione simultanea di reti deontiche omologhe in diverse legislazioni (sincroniche o diacroniche)", **Informatica e Diritto**, XVI, pp. 19-31.

SANCHEZ-MAZAS, Miguel (1991): "Théories syllogistiques et déontiques analysées comme structures algébriques", **Theoria-Segunda Epoca**, V, pp. 193-222.

THIEL, Christian (1979): "Die Quantität des Inhalts. Zu Leibnizens Erfassung des Intensionsbegriff durch Kalküle und Diagramme". In: A. Heinekamp et F. Schupp (éds.): **Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart**, Symposion der Leibniz-Gesellschaft Hannover (10-11 novembre 1978), Wiesbaden: Steiner, 1979, pp. 10-23.

THOMAS, Ivo (1962): "(CS)n: An Extension of CS". In: A. Menne (éd.): **Logico-Philosophical Studies**, Dordrecht: Reidel, 1962, pp. 40-54.

WANG, Hao (1990): Kurt Gödel. Traduit de l'américain par Laura Ovion et Michel Mériaux. Paris: Colin, 1990.

WRIGHT, Georg Henrik Von (1948): "On the Idea of Logical Truth (I)", **Societas Scientiarum Fennica, Commentationes Physico-Mathematicae**, XIV, 4, pp. 22-43.

WRIGHT, Georg Henrik Von (1951): An Essay in Modal Logic. Amsterdam: North-Holland, 1951.

WRIGHT, Georg Henrik Von (1957a): "Form and Content in Logic". In: Georg Henrik Von Wright: **Logical Studies.** London: Routledge and Kegan Paul, 1957, pp. 1-21.

WRIGHT, Georg Henrik Von (1957b): "On the Idea of Logical Truth (I)". In: Georg Henrik Von Wright: **Logical Studies.** London: Routledge and Kegan Paul, 1957, pp. 22-43.

YAGLOM, I., TRAKHTENBROT, B. et al. (1975): **Nouvelles orientations des Mathêmatiques.** Moscou: Editions Mir, 1975.