ALGUNAS APLICACIONES FILOSÓFICAS DE LÓGICAS MULTIVALENTES

Lorenzo PEÑA*

ABSTRACT

Many-Valued logics can harbour nonclassical connectives expressing truth-nuances. The course of development of many-valued logics has given rise to paraconsistent systems wherein a sentence can be both negated and asserted just in case it is only partly true. A recently implemented family of such logics is shown to be a useful tool in coping with a number of philosophical difficulties, such as Zeno's paradox of the arrow. This family is somehow akin to fuzzy logics initiated by Zadeh, but unlike them it contains as a tautology the principle of excluded middle.

§0.— Consideraciones Preliminares

Es propósito del presente artículo mostrar cómo algunas lógicas multivalentes poseen una fecundidad filosófica que las acredita cual alternativas motivadas y plausibles a LC (la lógica clásica).

Este artículo no es técnico. Los detalles técnicos pueden hallarse en otro trabajo reciente del autor.[1] En las páginas que siguen, voy: en primer lugar, a indicar en sus grandes líneas qué son las lógicas multivalentes; en segundo lugar, a enumerar unos pocos jalones en el desarrollo de tales lógicas; en tercer lugar y sobre todo, a discutir ciertas aplicaciones filosóficas brindadas para alguna de tales lógicas.

§1.— Caracterización de las lógicas multivalentes

No resulta tan fácil como podría parecer a simple vista definir qué sea una lógica multivalente. Estamos acostumbrados a ver a LC, o sea aquella a la cual estamos habituados —aquella también que viene presentada en los manuales como "la" lógica— como **la** lógica bivalente. Sin embargo, dicha caracterización no es tan evidente o irrebatible como podría pensarse. En efecto, lo que permite dar a LC la denominación de 'la lógica bivalente' es el hecho de que, si: 1º) tomamos como únicos valores de verdad la Verdad y la Falsedad; 2º) admitimos que los valores de verdad que haya serán conjuntamente exhaustivos; 3º) admitimos que los valores de verdad que haya serán mutuamente exclusivos; 4º) sobre esos [dos] valores asignamos a la conyunción y a la negación las funciones normales (definidas por medio de las tablas veritativas); y 5º) definimos según es habitual dentro de LC las restantes conectivas (la disyunción, el condicional y el bicondicional) usual-

---

1. Véase «Lógicas multivalentes», que aparecerá en la Enciclopedia Ibero-Americana de Filosofía. En él podrá asimismo encontrar el lector un somero historial de las lógicas multivalentes, un tratamiento relativamente detallado de una lógica infinivalente (someramente expuesta aquí, al final de la §2), y referencias a estudios recientes —o menos recientes— al respecto.

THEORIA - Segunda Época - Vol. VII
1992, Nº 16-17-18, tomo A, 141-163

mente consideradas como verifuncionales; entonces, para cualesquiera letras esquemáticas dadas, ⌜p⌝, ⌜q⌝, etc, sólo todos los esquemas teoremáticos de LC son tautológicos, e.d. tales que serán verdaderos (o sea, tales que les vendrá siempre asignado un valor **designado** —siendo aquí designado sólo el valor Verdad) cualesquiera enunciados resultantes de colocar uniformemente oraciones dadas, sean las que fueren, en los lugares de sendas letras esquemáticas en dichos esquemas.

Para que se dé esa coincidencia extensional entre ambas clases, partimos de varios supuestos, sólo uno de los cuales es que se den exactamente dos valores de verdad. Podemos poner en tela de juicio que sean mutuamente exclusivos, o que sean conjuntamente exhaustivos; podemos también proponer alternativas a la estricta verifuncionalidad de la conyunción, o de la negación, o no aceptar las definiciones comúnmente establecidas, o introducir otras conectivas nuevas irreducibles a ésas —que puede que no sean verifuncionales. En muchos de tales casos, pero no en todos, obtendremos clases de tautologías diferentes de la clase de tautologías de LC.

El requisito 2º —el de que los valores de verdad que haya sean conjuntamente exhaustivos— ha sido, desde luego, rechazado por cuantos proponen los "huecos" o "boquetes" verivalentes, como los enfoques presuposicionales (Strawson) y sus refinamientos —semántica supervaluacional, como la de van Fraassen. Sin embargo, la comparación de los resultados técnicos no avala la dicotomía de principio que algunos quieren encontrar entre la postulación de uno o más valores veritativos suplementarios y la de situaciones (o enunciados) sin valor de verdad. Parece que éste es uno de los casos en los que esté justificada la protesta contra el uso de dicotomías sin criterio de adjudicación: la locución 'carecer de valor de verdad' es un sintagma para el cual nadie ha brindado un criterio claro, mediante el cual se pueda deslindar el comportamiento de las situaciones sin valor de verdad del de situaciones que tuvieran algún valor veritativo no clásico dotado de determinadas cualidades. La controversia, pues, en torno a si se dan tales situaciones no parece pertinente desde el punto de vista del estudio de sistemas axiomáticos. Hablar de tales situaciones es igual —a efectos, por lo menos, de la descripción y caracterización de tales sistemas— que hablar de situaciones con valores no clásicos que posean ciertos rasgos.

Pasemos al requisito 3º. Éste parece más debatible: que haya exactamente dos valores veritativos, ni más ni menos, no es a simple vista seguro que conlleve la mutua exclusión entre ellos. Hay casos en los que usamos sólo dos denominaciones complementarias mas de tal manera que hay solapamiento parcial entre ellas: noche y día, p.ej.: los lapsos crepusculares, o parte de ellos al menos, pueden recibir y a veces reciben tanto la denominación de *noche* como la de *día*. ¿Por qué no cabe pensar que, aunque haya sólo dos valores veritativos, ciertas situaciones pueden tener a la vez ambos valores, cada uno de ellos en determinada medida?

De nuevo aquí hay que calibrar bien cuán cierto sea que el problema abordado conlleva una diferencia real, no sea que nos volvamos a enfrascar en una dualidad meramente terminológica. Suponemos que hay, en el tiempo de nuestro planeta —salvo latitudes extremas—, una fase diurna y una nocturna, que se suceden alternativamente; mas sabemos que se dan por grados, que unos lapsos de tiempo son más nocturnos que otros. En la práctica eso no nos impide entendernos las más veces bastante bien: según en qué contextos estemos, diremos o no —en la conversación corriente— que tal lapso era nocturno.[2]

Mas hemos de ver en qué (a efectos de descripción de los sistemas formales o axiomáticos) el que haya exactamente dos valores veritativos que se den por grados —y consiguientemente sin exclusión mutua— difiere del que, en vez de eso, lo que haya sean otros tantos valores intermedios. Son iguales las dos descripciones, no cambiando nada cuando se escoge una de ellas en lugar de la otra. De ahí que la opción haya de estar determinada por la conveniencia o elegancia expositiva.

Muchísimo más problemático es el requisito 4º, el de asignar a la negación y a la conyunción las funciones clásicas. Ante todo, si hemos optado, ya sea por abandonar o matizar el principio de exhaustividad, ya sea el de exclusividad, ya el de dualidad de valores, nos toparemos con opciones abiertas que estaban cerradas dentro de los supuestos clásicos. Si —por tomar un ejemplo de lo más sencillo— suponemos tres valores, planteánsenos múltiples opciones nuevas, tales como: la de tomar o no a ese valor como "designado" (o sea tal que será uno de los valores tales que un esquema será tautológico sys[3] sus instancias toman siempre uno u otro de esos valores); la de que, cuando las letras esquemáticas tomen valores clásicos, el resultado de afectarlas por la conyunción o por la negación haya o no de tomar también un valor clásico, etc.

Por otra parte, hay una razón incluso de mayor peso para poner muy seriamente en tela de juicio el requisito 4º, a saber: nada prueba que sean lícitas sendas descripciones definidas, 'la negación' y 'la conyunción'. ¿Es, en efecto, tan improblemático que hay sólo una negación y sólo una conyunción? ¿Cómo se puede argumentar convincentemente a favor de tal unicidad?

Una faceta del problema es la de si la partícula 'no' posee un comportamiento como el de la negación clásica, '$\sim$', la cual tiene, entre otros, este rasgo: de la premisa $\ulcorner p \wedge \sim p \urcorner$ (siendo '$\wedge$' una notación de 'y') se sigue la conclusión $\ulcorner q \urcorner$. A tenor de ese rasgo, quienquiera que se aventure a preferir asertos como 'Llueve y no llueve' se compromete, para ser consecuente, a admitir cualquier conclusión, por más absurda que sea. Ahora bien, cabe ante todo constatar lo amplísima que es la gama de tales asertos. Podría compilarse un grueso volumen que reuniera asertos que son así (al menos en su traducción usual).[4] Hay, pues, una razón para

---

2. P.ej., daremos como explicación de por qué no procedimos a una filmación que era de noche —y nos estamos refiriendo a un rato a eso de las 6 de la tarde en invierno—; la explicación es buena y verídica, pero no procedería decir lo mismo si se tratara de por qué no se rescató a alguien (suponemos que sólo la plena noche es un obstáculo a esa tarea). Los contextos puede que no hagan cambiar los valores de verdad de sendos enunciados, pero sí alteran las condiciones de aceptabilidad pragmática. Lo cual puede recibir muchas explicaciones alternativas, una de las cuales es ésta: que para cada contexto hay, en los hechos pertinentes al mismo, sendos grados de verdad exigibles en función de las características del contexto en cuestión.

3. 'sys' abrevia a 'si, y sólo si,'.

4. Para cada uno de tales asertos puede acudirse a alguna maniobra hermenéutica que permita desembarazarse del caso o asestarle una interpretación adecuadamente caritativa (unas veces el autor es un poeta, otras un místico, otras no está hablando literalmente, otras ...); en unos cuantos de

pensar que la partícula 'no', en muchas de sus ocurrencias más típicas, no corresponde a la negación clásica. De hecho hay buenos motivos para emanciparse del dogma de que, si existe una locución en el lenguaje natural que corresponda a la negación clásica, ésa ha de ser la partícula 'no'. Desgraciadamente no pocos lógicos han sido víctimas de ese dogma y, atenazados por él, o bien se han sentido constreñidos a permanecer adictos a la negación clásica como única negación, o bien han caído en el extremo opuesto de negar que exista en el lenguaje natural algo con los rasgos de la negación clásica.

No es, empero, difícil de encontrar ese algo. Todos los idiomas conocidos, poco o mucho, por el autor de estas líneas contienen, además de la mera negación, 'no', alguna locución reforzativa como en castellano 'en absoluto', en latín 'nequaquam' u 'omnino', en alemán 'ganz und gar', en francés 'du tout', en inglés 'at all', en griego '*οὐδαμῶς*' o '*πάνυ οὐ*', en italiano 'affatto', etc. Podemos constatar una serie de hechos. En primer lugar, abundan en muchos escritores y locutores normales y corrientes de sendos idiomas los asertos del tipo $\ulcorner p \land Np \urcorner$ (donde 'N' es una mera notación por escrito de 'no') sin que jamás —o rarísimamente— se registre en cambio $\ulcorner p \land \neg p \urcorner$, donde '$\neg$' es una notación de 'no ... en absoluto' o de cualquiera de las expresiones correspondientes recién enumeradas de esos idiomas.[5] En segundo lugar, esas dos negaciones comparten muchos otros rasgos: de la negación de determinada índole de una disyunción cabe inferir la conyunción de sendas negaciones —de esa misma índole— de los disyuntos, y viceversa; cabe también atribuir a la mayoría de los locutores una adhesión a los principios de tercio excluso ($\ulcorner p \lor Np \urcorner$ y $\ulcorner p \lor \neg p \urcorner$ [siendo '$\lor$' una escritura de la partícula disyuntiva 'o' —luego consideraré el problema de la definibilidad clásica de esa disyunción]) y de no contradicción ($\ulcorner N(p \land Np) \urcorner$ y $\ulcorner \neg(p \land \neg p) \urcorner$); en tercer lugar, hay indicios para atribuir a esa locución del idioma, el 'no ... en absoluto', un comportamiento muy parecido al de la negación clásica, aunque con menor sistematicidad. No es, pues, menester optar entre tener negación clásica y dar a la partícula 'no' un tratamiento no clásico, sino que los fenómenos del lenguaje natural nos invitan a buscar una vía media que reúna las ventajas de tener una negación clásica y las de no atribuir a la partícula 'no' un ajuste a todas las prescripciones propias de esa negación.

Por otro lado, también hay motivos para desconfiar de la tesis de que hay una sola y única conyunción, que es la clásica. Hay muchos indicios de que la lengua natural tiene locuciones conyuntivas que no acarrean —o no forzosamente siempre— una connotación temporal u otra carga "intensional", pero que son sentidas, no obstante, por el locutor como claramente diversas del mero 'y'; locuciones como, p.ej., 'no sólo ... sino también'. Puede, sí, atribuirse la diferencia de signifi-

---

tales casos se podrá atribuir a falta de ilustración o inteligencia del autor de la prolación; pero son tantísimos y vienen de autores tan variados –y a menudo tan distinguidos– que resulta duro de tragar el precepto de obligatoriamente tener que acudir en todos los casos a uno u otro expediente así.

5. Hay, pues, indicios de que unos cuantos locutores –tal vez la mayoría– ven como no absurdo el afirmar que ciertas situaciones se dan y no se dan, aunque nunca caen en afirmar que tales situaciones se dan y no se dan en absoluto.

cación a particularidades estilísticas de las locuciones o a otros factores, pero no es tampoco irrazonable sospechar que hay algo más, algo distinto, y que la plétora de conyunciones tiene algo que ver con la pluralidad o multiplicidad de grados o de valores veritativos no clásicos.

Mi balance de esta discusión del punto 4º es que hay razones de algún peso para poner muy fuertemente en tela de juicio esa correspondencia entre "la" negación del idioma natural y la de LC, e igualmente con respecto a la conyunción; hay motivos para ensayar alternativas, como la de hacer corresponder a la negación clásica, no el mero 'no', sino la partícula discontinua 'no ... en absoluto', y para estructurar el cálculo lógico-sentencial de tal manera que dé cabida a negaciones y conyunciones no clásicas.

Queda el punto 5º, relativo a las definiciones. Topámonos aquí con un *embarras du choix*, una vez que hemos dado algunos de los pasos que he ido sugiriendo en los párrafos precedentes. Si tenemos varias negaciones y varias conyunciones, ya no resulta tan obvio cómo hayamos de definir la disyunción. Ya no resulta ni siquiera obvio que haya de haber una sola disyunción. Idem con relación al condicional y al bicondicional. Es más, hay buenísimas razones —paralelas a las ya presentadas a propósito de la conyunción— para sospechar que se dan de hecho varios condicionales y varios bicondicionales.[6]

Como evidentemente no hay aquí lugar para adentrarse en la discusión pormenorizada de qué correspondencias quepa postular entre esas diversas partículas del idioma y las constantes de un cálculo lógico, cíñome a un par de observaciones sobre una definición usual del condicional, $\ulcorner p \supset q \urcorner$, como $\ulcorner {\sim}(p \wedge {\sim}q) \urcorner$. Supongamos que no íbamos tan descaminados cuando atribuimos a muchos locutores el afirmar asertos como 'Llueve y no llueve' —cuando hay garúa, p.ej. Si eso es así, cabe sospechar que esos locutores juzgan que, a menos que un motivo contextual lo impida u obstaculice, basta la verdad parcial, la ausencia de total falsedad, del hecho de que llueve para afirmarlo, e igualmente con respecto al de que no llueve. A tenor de esa consideración, la presencia de un hecho en algún grado —o al menos su presencia en cierto grado que alcance determinado umbral— será condición suficiente para la afirmabilidad. Ahora bien, sigamos atribuyendo a los locutores un comportamiento racional como el normado por LC: pensemos que admiten que, de que sea verdad $\ulcorner {\sim}p \urcorner$, se deduce que es verdad $\ulcorner {\sim}(p \wedge q) \urcorner$: cuando admi-

6. Siendo hoy tan sumamente nutrida y abigarrada la discusión sobre el condicional, sobre qué relaciones haya o deje de haber entre el 'si' de la lengua natural y el '⊃' del cálculo clásico o de otros cálculos formales, paréceme que sería desbordar con muchísimo los límites razonables de este artículo el merodear por esos terrenos tan erizados de obstáculos. Mi propósito, a fuer de lógico, no es el de buscar un ajuste perfecto entre los cálculos y el funcionamiento normal en la lengua natural (aparte de que eso, literalmente tomado, tiene escaso sentido: lo que con ese "ajuste" se quiere decir es que, si leemos de cierta manera nuestras constantes lógicas, nos comprometemos a atribuirles a los locutores, según cómo argumenten —o según que rechacen tales argumentos—, en unos casos corrección lógica, en otros, sea muchas ilogicidades, sea usos muy aberrantes de las partículas en cuestión). Lo que sí busco, en cambio, es alguna correspondencia por idealizada o regimentada que sea, o mejor un hacer las veces que pueda verse como paradigmático y del cual serían desviaciones —en función de los contextos de elocución— los casos en que no se aplique, o se aplique menos.

ten o aceptan que no llueve, podrán inferir fácilmente esto: ⌜No: llueve y la nieve no es negra⌝ ; si a la vez admiten que llueve y aceptan la corrección del *modus ponens* para el condicional y lo definen de la manera indicada, llegarán a la conclusión de que la nieve es negra; y a cualquier otro disparate.

Ahora bien, si disponemos de varias negaciones, de varias conyunciones, de varias disyunciones, cada una con su respectiva lectura en lengua natural (aunque la correspondencia entre las lecturas y los signos sea idealizada, estilizada, forzada incluso hasta cierto punto, pero con tal de que no sea tan chocante y prácticamente inviable como en el caso clásico, cuyas casi inextricables dificultades hemos examinado), las cosas cobran un cariz mejor, ofrécense otras perspectivas de definición; definición idealizada, regimentada, que prescinda de muchos contextos, sí, pero que no esté compelida a cortar tan por lo sano como tiene que hacerlo el adepto de LC, quien ha de tildar de irracional o de insusceptible de lectura literal muchísimos de los asertos más comunes, acaso la mayoría.[7]

Finalmente, si admitimos más valores veritativos, más de una negación, más de una conyunción, más de una disyunción, más de un condicional, etc, ¿por qué no admitir también algún functor que no pueda definirse ni siquiera con esas negaciones, conyunciones, disyunciones, condicionales etc, pero que en cambio sea tal que con su ayuda sí puedan definirse nuevas conectivas de esas familias? Si entendemos los valores intermedios como grados, eso parece muy natural: puede haber, en efecto, adfórmulas de matiz veritativo que aludan a algún grado o algún umbral especialmente destacado —como sería p.ej. un umbral mínimo de verdad. Mientras pensábamos que un enunciado que no sea totalmente verdadero ha de ser totalmente falso, no cabía introducir ningún functor así no pleonástico. Mas, si hay grados de verdad, entonces no sólo puede reportar excelentes servicios esa introducción, sino que puede que resulte indispensable a ciertos efectos.

Además, por medio de todos esos recursos cabe dar un tratamiento puramente lógico de las inferencias que involucran comparativos. Cuando Quine propone su bien conocida concepción sobre las relaciones entre la gramática y la lógica, percátase de que, a tenor de la misma, sería preciso tener constantes lógicas como

---

7. Estas pautas no conllevan convertir a la lógica en psicología ni en antropología ni en lingüística, ni siquiera en versiones idealizadas de tales disciplinas. Podría conjeturarse que la humanidad, o el 99'99% de la misma, está sumida en espantosos errores lógicos, que la gente infiere muchas o las más veces ilógicamente, etc. Conque cada uno es muy dueño de liarse la manta lógica a su cabeza y sostener, erre que erre, que son verdaderos, totalmente verdaderos, los cinco supuestos enumerados de los adeptos de LC —los cinco supuestos que sirven para expenderle a la lógica clásica el calificativo de 'la lógica bivalente' (e incluso de la lógica [sentencial] a secas)—, cualquiera que sea el empleo de unas u otras partículas en el lenguaje natural. Eso es evidentemente posible. Mas hacen falta razones fuertes y convincentes para adoptar tal actitud. Si uno de los resultados de la opción es el de atribuir unas dosis elevadísimas de irracionalidad a casi todos nuestros compañeros de especie coetáneos y pasados, y a nosotros mismos en nuestro hablar normal, surge una conocida paradoja: resulta milagroso que hayamos podido izarnos al nivel de comprensión lógica, que hayamos podido escaparnos de la cueva oscurantista e iletrada, que podamos entendernos y hacernos entender a pesar de todo, y transmitir nuestra recién ganada ilustración o desilusión. Los discontinuismos o rupturismos siempre resultan problemáticos, porque están siempre confrontados con la dificultad de dar cuenta de su propia ruptura, y hacerlo de modo que la misma no resulte un injustificado salto en el vacío.

'más ... que', para poder dar cuenta del carácter estrictamente lógico de la inferencia: 'María es más morena que Isabel', 'Isabel es morena' $\vdash$ 'María es morena'. Uno de los servicios de ciertas lógicas multivalentes estriba en, por vez primera, posibilitar el cumplimiento de ese programa de Quine sin la corrección tremendamente *ad hoc* a que lo somete ese filósofo para mantener su adhesión a LC.[8]

§2.— Algunos jalones en el desarrollo de las lógicas multivalentes

Dejando de lado los precedentes, siempre problemáticos, cabe hacer remontar al año 1920 la puesta en pie del primer sistema de lógica multivalente. En ese año Łukasiewicz expone su sistema de lógica trivalente.

He aquí las tablas del sistema trivalente de Łukasiewicz:[9]

Np	p	p∧q	1	½	0	p∨q	1	½	0	p→q	1	½	0
0	1		1	½	0		1	1	1		1	½	0
½	½		½	½	0		1	½	½		1	1	½
1	0		0	0	0		1	½	0		1	1	1

Es característico de ese sistema —y de todos los que después elaboró Łukasiewicz, así como de casi todos los otros sistemas lógicos multivalentes durante muchos años— el que haya en él un solo valor designado, el 1. Los sistemas lógicos de Łukasiewicz (que forman una serie infinita, que va del trivalente a uno infinivalente) tienen, todos ellos, una sola negación, la negación "de espejo", con este rasgo: la negación de un enunciado estará exactamente tan próxima al valor máximo cuan próximo esté ese enunciado al valor mínimo, y viceversa. Valen para tal negación, 'N', las leyes de DeMorgan ($\ulcorner N(p \wedge q) \urcorner$ equivale a $\ulcorner Np \vee Nq \urcorner$), involutividad ($\ulcorner p \urcorner$ equivale a $\ulcorner NNp \urcorner$) y lo que luego se ha llamado el principio de Kleene ($\ulcorner p \vee Np \vee (q \wedge Nq) \urcorner$ equivale a $\ulcorner p \vee Np \urcorner$, e.d. —para expresarlo en términos "intuitivos"— cualquier instancia del principio de tercio excluso es por lo menos tan verdadera como una contradicción, sea la que fuere); sin embargo el principio de tercio excluso no es teoremático en esos sistemas, pues, habiendo valores intermedios entre la verdad [total] y la falsedad [total], habrá enunciados que tengan o puedan tener uno de tales valores; mas, cuando un enunciado, $\ulcorner p \urcorner$, tenga un valor intermedio, su negación $\ulcorner Np \urcorner$ también tendrá un valor intermedio, por el carácter "de espejo" de la negación; ahora bien, como ningún valor veritativo es designado salvo el máximo, tanto $\ulcorner p \urcorner$ como $\ulcorner Np \urcorner$ tendrán valores no designados; por otra parte, la disyunción toma como valor veritativo el más alto de entre los valores veritativos de sendos disyuntos; y, al no ser designado ni el valor de

8. Véanse al respecto mis trabajos: «Contribución a la lógica de los comparativos», apud ***Lenguajes naturales y lenguajes formales II***, comp. por Carlos Martín Vide, Barcelona: Universitat de Barcelona, 1987, pp. 335-50; y «Semántica veredictiva y lógica infinivalente», apud ***Symposium Quine***, comp. por Juan José Acero & Tomás Calvo Martínez, Granada: Universidad de Granada, 1985, pp. 251-56.

9. Los trabajos originales de Jan Łukasiewicz donde figuran tanto sus descubrimientos lógicos cuanto sus consideraciones filosóficas a favor de los mismos aparecen traducidos al inglés en la antología comp. por Storrs McCall ***Polish Logic: 1920-1939***, Oxford: Clarendon, 1967.

⌜p⌝ ni el de ⌜Np⌝, no podrá ser designado el valor de ⌜p∨Np⌝. Como en ese sistema ⌜p∨Nq⌝ es equivalente a ⌜N(q∧Np)⌝ —en el sentido de mutua intercambiabilidad sin merma del valor veritativo—, son equivalentes entre sí los principios de tercio excluso y de no contradicción. Así pues, tampoco éste último es teoremático.

Por otro lado, los sistemas multivalentes de Łukasiewicz tienen todos como teoremática esta versión del esquema de Cornubia, ⌜p→.Np→q⌝, donde '→' es la implicación, que en esos sistemas viene considerada como idéntica al condicional. La idea que preside la construcción de ese functor de implicación es que ⌜p→q⌝ tenga el valor máximo sólo siempre que el valor de la apódosis, ⌜q⌝, sea al menos tan elevado como el de la prótasis, ⌜p⌝, y que en caso contrario tenga un valor tanto más próximo al mínimo (al valor que represente la Falsedad total) cuanto mayor sea la distancia entre los valores de ⌜p⌝ y de ⌜q⌝.

En virtud del *modus ponens* y del principio de Cornubia se podrá deducir cualquier absurdo —incluida, pues, una falsedad total— cuandoquiera que se tengan, por separado, dos asertos, uno de los cuales resulte ser una negación del otro. Dicho con otras palabras, los sistemas de Łukasiewicz no son paraconsistentes.[10]

En 1952 otro lógico polaco, Bolesław Sobociński, propuso un sistema de lógica trivalente —que es probablemente también el primer sistema paraconsistente después del propuesto por Jaśkowski en 1948—, en el cual son designados tanto el valor máximo (1) como el intermedio (½). He aquí las tablas veritativas de ese sistema:[11]

Np	p	p∧q	1	½	0	p∨q	1	½	0	p→q	1	½	0
0	1		1	1	0		1	1	1		1	0	0
½	½		1	½	0		1	½	0		1	½	0
1	0		0	0	0		1	0	0		1	1	1

En este sistema son teoremáticos los principios de no contradicción y de tercio excluso, así como el de identidad; también el de Clavius y muchos cuyo sacrificio, en los sistemas de Łukasiewicz, venía a ser como un subproducto de los resultados buscados. Es más, ese sistema de Sobociński tiene un rasgo que lo coloca en la vecindad de las lógicas relevantes y es que, según lo demostró su propio

10. Además, los sistemas de Łukasiewicz han de abandonar –sin que se vea la motivación sino tan sólo para apencar con lo que resulta de las tablas de verdad postuladas– un montón de principios útiles, como ⌜p→Np→Np⌝ (Clavius), ⌜p→(q→r)→.p∧q→r⌝ (importación), ⌜p→(q→r)→.p→q→.p→r⌝ (autodistributividad), ⌜p→q∧(q→r)→.p→r⌝, ⌜p→(p→q)→.p→q⌝ (de éste hay que decir, no obstante, que también ha sido rechazado recientemente por algunos relevantistas); mas es abandono de este último principio no acerca ni poco ni mucho a los sistemas de Łukasiewicz a ningún estatuto próximo al de un sistema relevante; impide tal acercamiento la validez en los sistemas de Łukasiewicz del principio *Verum e quolibet*, ⌜p→.q→p⌝ y del de exportación, a saber ⌜p∧q→r→.p→.q→r⌝.

11. La información acerca de este sistema de Sobociński está tomada del libro ***Many-Valued Logic*** de Nicholas Rescher, citado más abajo (McGraw-Hill, 1969, págª 342).

autor, no vale en él ningún esquema teoremático en el cual haya una letra esquemática que tenga una sola ocurrencia. Lo malo es que de ahí van a derivarse consecuencias funestas: abandónanse los principios de simplificación y de adición (respectivamente $\ulcorner p \land q \to p \urcorner$ y $\ulcorner p \to . p \lor q \urcorner$) e incluso las reglas de inferencia correspondientes, a saber: $p \land q \vdash p$; $p \vdash p \lor q$. Eso hace que el sistema de Sobociński, más que relevantista, sea uno del grupo conceptivista. (Entre paréntesis, uno de los resultados de todo eso es que se pierde la validez de la regla $p \lor q \to r \vdash p \to r$; piérdese también la corrección del **secuente**: $p \lor q \vdash r \Rightarrow p \vdash r$, que cabe leer así: de que haya una inferencia correcta de la conclusión «r» a partir de la premisa «p o q» se deriva que hay una inferencia también correcta de «r» a partir de la premisa «p». La pérdida de un secuente como ése es desproporcionadamente enorme como precio incluso de la cosecha que cabe esperar con el sistema considerado.)

Que el sistema de Sobociński es paraconsistente resulta palmario: no vale en él el principio de Cornubia ni ninguno similar, ni tampoco la regla de Cornubia, a saber: $p, Np \vdash q$. Siendo el segundo sistema lógico paraconsistente, coincidía curiosamente con el primero —que, según lo acabo de indicar, fue el del también lógico polaco Jaśkowski— en sacrificar algún principio esencial de la conyunción; sólo que lo sacrificado por Jaśkowski era, no la regla de simplificación, sino la de adjunción: $p, q \vdash p \land q$. Hay entre ambos sacrificios como una cierta simetría: para Sobociński puede ser verdadera una fórmula conyuntiva sin que sea verdadero, en absoluto, uno de los dos conyuntos; para Jaśkowski pueden ser verdaderos ambos conyuntos sin que sea, en absoluto, verdadera la conyunción de ambos; para Jaśkowski la verdad por separado no conlleva la verdad conjunta, mientras que para Sobociński la verdad conjunta puede darse sin que se dé la verdad por separado de uno de los elementos en ella conjuntados. En uno como en otro caso, trátase de resultados poco o nada deseables como no sea desde un punto de vista difícil de justificar y de motivar filosóficamente. (Por cierto, la lógica discusiva de Jaśkowski no vino propuesta como multivalente, pero de hecho hay un teorema probado en virtud del cual cualquier lógica sentencial tiene una semántica multivalente con respecto a la cual es correcta y completa, e.d. para cualquier cálculo sentencial hay una estructura constituida por un conjunto de al menos dos valores de verdad, sobre el cual están algebraicamente definidas las operaciones correspondientes a las conectivas del cálculo en cuestión, y que es, en el sentido técnico usual, **característica** del cálculo dado; el número de tales valores puede ser infinito, eso sí; a efectos prácticos sólo se habla de lógicas multivalentes cuando las estructuras semánticas han motivado el cálculo, en lugar de que se hayan encontrado después cuando uno andaba en pos de alguna semántica para un cálculo predefinido en función de razones sintácticas; ese distingo es, evidentemente, pragmático nada más.)

Los años sesenta, tan fecundos en tantas cosas, fueron también inmensamente fructíferos para las lógicas multivalentes. Dos son los principales saltos. Uno de ellos es la publicación del libro de Rescher ***Many-Valued Logic*** por McGraw-Hill en 1969. Llegaba a finales del decenio, aunque llevaba ya varios años escrito. Por vez primera una editorial importante ponía ante el gran público una exposición detallada, asequible mas rigurosa, del panorama de las lógicas multivalentes, con enorme profusión de sistemas, que venían estudiados comparativamente en diversas facetas sintácticas y semánticas. Lo que convirtió a ese libro en un clásico es que en él los desarrollos técnicos estaban claramente al servicio de una dilucidación filosófica, inseparable de ellos: discútense en esa obra decenas de versiones de los principios lógicos tradicionales, unas sintácticas, otras semánticas, sus motivaciones, su cumplimiento o no en unas u otras lógicas multivalentes, y el entronque entre todo eso y diversas concepciones de la verdad lógica. Además el libro contiene, entre otras cosas, una prueba de que muchos sistemas lógicos multivalentes pueden servir para articular sus propias metateorías lógicas, contrariamente al común prejuicio de que la metalógica ha de ser forzosamente clásica.

Mención especial merece aquí un aserto del libro (pág^a 163) a propósito de una posible reelaboración del sistema trivalente de Łukasiewicz, que sólo difiera del original en, por un lado, tomar como designado también al valor ½ y, por otro lado, en que, cuando la prótasis tiene valor ½ y la apódosis 0, $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$ tendrá valor 0; añadamos —dícenos Rescher— a ese sistema un functor, 'T', inventado en Słupecki, cuando en 1936 brindó una extensión completa del sistema trivalente de Łukasiewicz [**completa** en el sentido de que en ella son expresables o definibles todas las operaciones que pueden darse en la estructura semántica considerada, e.d. para cada operación binaria, f, tal que en esa estructura, para cualesquiera elementos o valores veritativos, x^1 y x^2, se tiene que $x^1 f x^2$ pertenece también a la estructura, hay en el sistema lógico una conectiva, ★, no forzosamente primitiva, tal que, para cualquier valuación v, y fórmulas dadas $\ulcorner p \urcorner$, $\ulcorner q \urcorner$, se cumple esta ecuación: $v(p \bigstar q)=v(p) f v(q)$]; vemos en seguida que para cualquier $\ulcorner p \urcorner$ se tendrá la tautología $\ulcorner Tp \wedge NTp \urcorner$, e.d. el sistema ideado por Rescher es negacionalmente inconsistente. Y añade nuestro autor (ibid):

> However this inconsistency is in significant measure harmless. Specifically, it does not mean that any arbitrary formula is a tautology in the system, nor does it mean that the negation of every formula is a tautology ...

Aunque tal posición no se condice con todas las prescripciones metalógicas de Rescher en ese libro, esa recién citada declaración constituye, para el momento en que se escribió e incluso para aquel en que se publicó, una postura excepcionalmente favorable a la paraconsistencia; lo que me interesa destacar es cómo esa actitud favorable a la paraconsistencia venía del estudio y cultivo de lógicas multivalentes, mientras que aun en el correr posterior de la investigación no siempre se ha querido encontrar parentesco entre paraconsistencia y multivalencia (todavía hoy se suele caer en la confusión de que cualquier lógica multivalente tendría un solo valor veritativo designado, obligándose así a entronizar la regla de Cornubia).[12]

---

12. Otro aserto del libro de Rescher que deseo comentar figura en la pág^a 211 y es algo titubeante. Rescher dice que la indemostrabilidad del esquema $\ulcorner p \rightarrow (q \wedge Nq) \rightarrow Np \urcorner$ en sistemas como el de Łukasiewicz trivalente

> has been construed to suggest that the presence of logical contradictions in a corpus of theory does not establish its falsity.... However, the ideas that have to date been proposed along these lines have not been worked out in detail sufficient to underwrite a favourable evaluation of a point of view departing so radically from established practices of thought about the nature of scientific knowledge.

Saltan a la vista las reticencias de Rescher a ver en la puesta en pie de sistemas multivalentes un aval para la aceptación de teorías contradictoriales. Y, si lo que tomamos como patrón es un sistema similar a los de Łukasiewicz, lleva naturalmente razón, pues entronizan la regla de Cornubia. Lo que permite introducir la noción de contradicciones verdaderas (aparte de

Si la publicación del libro de Rescher constituía un notable paso adelante más que nada por su relevancia filosófica, el otro gran paso de los sesenta fue puramente técnico en sus orígenes, aunque también preñado de significación teorética. En 1965 el ingeniero electrónico Lofti Zadeh publicó el primero de sus luego numerosos trabajos para sentar las bases de una teoría difusa de conjuntos. (Ideas así ya habían sido propuestas por otros, e incluso apuntan en parte en el recién citado libro de Rescher; Zadeh aportó una dedicación al tema y el inicio de una fecundísima labor que permitía sacarle punta a la idea en amplísimos campos, tanto de la matemática como de otras ciencias.)

Lo esencial de una teoría de conjuntos difusos estriba en que se toma como función característica de un conjunto o cúmulo, no a una cuyos valores o imágenes estén en el dúo $\{1,0\}$ clásico, sino a una cuyas imágenes estén en un cúmulo mayor, como puede ser el intervalo $[0,1]$ de los números racionales o en el de los reales o en otro.[13] Los planteamientos de Zadeh —y de cuantos investigadores, sobre todo matemáticos, puede decirse que toman como pauta las orientaciones de Zadeh— son en principio informales, en el sentido de alejarse de los temas clásicos de teoría de modelos y más aún de teoría de pruebas —temas como la axiomatizabilidad, completez, robustez (o corrección) de sistemas, relaciones entre cálculos de secuentes y teorías lógicas en sentido tradicional, etc— para dedicarse casi en exclusiva a desarrollos centrados en las aplicaciones. No obstante, recientemente se han producido varios estudios de carácter más teorético. La consideración de los mismos desborda el marco del presente artículo.

Para cerrar esta sección he de reseñar una línea de desarrollo de lógicas multivalentes que se ha venido perfilando desde 1975: la de las lógicas transitivas.[14] En estas lógicas el número de valores veritativos es infinito. La idea central

razones filosóficas) no es el fallo de esa versión peculiar del principio de contraposición (el citado esquema $\ulcorner p \rightarrow (q \wedge Nq) \rightarrow Np \urcorner$), desde luego (siendo antes bien ese fallo un defecto más de los sistemas de Łukasiewicz), sino la posibilidad de tener lógicas (con o sin semántica multivalente apropiada) sin la regla de Cornubia. Pero más que las reticencias –que vienen ampliamente confirmadas en otros lugares del libro– es de destacar aquí el problema mismo, el que se aborde la cuestión de si la elaborabilidad de ciertos sistemas multivalente con determinadas características y que cumplan muchas prescripciones metalógicas razonables puede brindar un camino a la paraconsistencia (a la –según lo dice Rescher– [autorizabilidad de la] **presencia de contradicciones lógicas en un corpus de teoría**). Y creo que en el lugar anteriormente citado el propio Rescher ha probado que sí.

13. Los dos artículos pioneros de Zadeh son: «Fuzzy Sets», *Information and Control* 8, págªs 338-53; y «Fuzzy Sets and Systems», *Proc. Symp. on System Theory*, págªs 29-39, ambos de 1965. La inmensa bibliografía posterior acerca de la teoría y las aplicaciones de las *fuzzy logics* desarrolladas por Zadeh y por sus discípulos directos o indirectos desborda tanto los límites de lo aquí mencionable, aun meramente de pasada, que me abstendré de citar cualquier otra publicación al respecto. Séame lícito apuntar no más que dentro de esa amplia corriente, en la que figuran matemáticos de diversas disciplinas y especialidades, estudiosos de la cibernética, etc etc, ocupan un papel muy destacado varios investigadores de habla hispana; p.ej., el grupo de Enrique Trillas, al que pertenecen entre otros L. Valverde, T. Riera y R. López de Mántaras.

14. Una exposición clara y atinada, con una apreciación crítica, hállase en el artículo de Newton da Costa, «Aspectos de la filosofía de la lógica de Lorenzo Peña», *Arbor* Nº 520, abril de 1989.

para proponer modelos de este tipo de lógicas es ésta. Como primer paso, tomemos como valores de verdad todos los números reales en el intervalo entre 0 y ∞, ambos inclusive, siendo ∞ infinita falsedad y 0 total falta de falsedad, e.d. plena verdad. Tomemos al número 1 como equidistante o punto medial, y hagamos corresponder a cada número r, como inverso suyo, 1/r. Esa función del ***inverso*** será la que asignemos a la negación [simple]; expresado un poco menos informalmente: para toda valuación, v, y toda fórmula $\ulcorner p\urcorner$: $v(\mathrm{N}p)=1/v(p)$. Añadimos un functor de **verdad total**, que leemos: 'Es totalmente cierto que', 'H', tal que $v(\mathrm{H}p)=0$ si $v(p)=0$, y en caso contrario $= \infty$. Consideramos **designados** todos los valores salvo el ∞. La disyunción toma el valor menor, la conyunción el mayor (e.d. $v(p\land q)=$ **max**$\{v(p),v(q)\}$, y para '$\lor$' reemplazamos '**max**' por '**min**').

Llegados a este punto, tenemos un sistema semánticamente definido con una serie de peculiaridades. En él valen los principios de tercio excluso y de no contradicción tanto para la negación simple como para una negación fuerte, '$\neg$', definida así: $\ulcorner\neg p\urcorner$ abrevia a $\ulcorner \mathrm{HN}p\urcorner$. Si definimos el condicional, '$\supset$', del modo clásico ($\ulcorner p\supset q\urcorner$ abrevia a $\ulcorner\neg p\lor q\urcorner$), ese functor tiene todas las características clásicas. Pero nos falta un functor de implicación, uno que venga a decir que la apódosis es al menos tan verdadera como la prótasis. Lo añadimos: será '$\rightarrow$', tal que $v(p\rightarrow q)=1$ sys $v(p)\geq v(q)$, y en caso contrario $= \infty$. Esta implicación es bivalente, en cierto sentido (a diferencia de la de Łukasiewicz): sólo admite o un cierto y prefijado valor designado, o, si no, falsedad total. Si definimos $\ulcorner p\mathrm{I}q\urcorner$ como $\ulcorner p\rightarrow q\land .q\rightarrow p\urcorner$ (alternativamente, tomaríamos 'I' como primitivo y definiríamos $\ulcorner p\rightarrow q\urcorner$ abr. $\ulcorner p\land q\mathrm{I}p\urcorner$), tenemos este ramillete de resultados demostrablemente tautológicos: $\ulcorner p\mathrm{INN}p\urcorner$, $\ulcorner p\land \mathrm{N}p\rightarrow .q\lor \mathrm{N}q\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow .\neg p\rightarrow q\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}(p\land q)\mathrm{I}.\mathrm{N}p\lor \mathrm{N}q\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{H}p\rightarrow p\urcorner$, $\ulcorner\neg p\rightarrow \mathrm{N}p\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow q\land(q\rightarrow r)\rightarrow .p\rightarrow r\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}(p\lor q)\mathrm{I}.\mathrm{N}p\land \mathrm{N}q\urcorner$, $\ulcorner\neg(p\land q)\mathrm{I}.\neg p\lor\neg q\urcorner$, $\ulcorner\neg(p\lor q)\mathrm{I}.\neg p\land\neg q\urcorner$, $\ulcorner p\lor \mathrm{N}p\urcorner$, $\ulcorner p\lor\neg p\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}(p\land \mathrm{N}p\urcorner$, $\ulcorner\neg(p\land\neg p)\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow q\supset .p\supset q\urcorner$, $\ulcorner p\mathrm{I}q\rightarrow .p\land r\mathrm{I}.q\land r\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .p\land r\rightarrow .q\land r\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .p\lor r\rightarrow .q\lor r\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow q\land p\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\mathrm{I}q\rightarrow .r\mathrm{I}q\mathrm{I}.r\mathrm{I}p\urcorner$; $\ulcorner p\mathrm{I}q\rightarrow .p\lor r\mathrm{I}.q\lor r\urcorner$; $\ulcorner p\mathrm{I}p\rightarrow .q\mathrm{I}q\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow(p\rightarrow q)\rightarrow .p\rightarrow q\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}p\rightarrow p\rightarrow p\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow \mathrm{N}(p\land \mathrm{N}q)\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .p\rightarrow r\rightarrow .p\rightarrow .q\land r\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow(q\rightarrow r)\rightarrow .p\rightarrow q\rightarrow .p\rightarrow r\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .r\rightarrow p\rightarrow .r\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .q\rightarrow r\rightarrow .p\rightarrow r\urcorner$. Asimismo valen estos principios de abducción: $\ulcorner p\rightarrow \mathrm{N}p\rightarrow \mathrm{N}p\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}p\rightarrow p\rightarrow p\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow\neg p\rightarrow\neg p\urcorner$, $\ulcorner p\supset \mathrm{N}p\supset \mathrm{N}p\urcorner$, $\ulcorner p\supset\neg p\supset\neg p\urcorner$, $\ulcorner \mathrm{N}p\supset p\supset p\urcorner$, $\ulcorner\neg p\supset p\supset p\urcorner$. Definiendo $\ulcorner p\equiv q\urcorner$ como $\ulcorner p\supset q\land .q\supset p\urcorner$, se tendrá $\ulcorner p\equiv\neg\neg p\urcorner$, versión atenuada de la involutividad. (También se tiene, claro $\ulcorner p\equiv \mathrm{NN}p\urcorner$.) Valen las reglas de inferencia (sendas versiones del *modus ponens*): $p, p\supset q \vdash q$; $p, p\rightarrow q \vdash q$. Evítase, en cambio, la tautologicidad de los esquemas: $\ulcorner p\rightarrow .q\rightarrow p\urcorner$; $\ulcorner p\land \mathrm{N}q\rightarrow r\rightarrow .p\land \mathrm{N}r\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow(q\rightarrow r)\rightarrow .q\rightarrow .p\rightarrow r\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow .p\rightarrow q\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow(q\rightarrow .p\rightarrow r)\rightarrow .q\rightarrow r\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow .p\rightarrow p\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .p\rightarrow .p\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\rightarrow q\rightarrow .q\rightarrow .p\rightarrow q\urcorner$; $\ulcorner p\land q\rightarrow r\rightarrow .p\rightarrow .q\rightarrow r\urcorner$; ninguno de los cuales es compatible con la idea de que $\ulcorner p\mathrm{I}q\urcorner$ sea una fórmula verdadera sys es exactamente tan verdadero que p como lo sea que q.

Este sistema no es sólo paraconsistente sino contradictorial, ya que hay un cierto esquema tal que contiene como tautologías ese esquema y su negación simple: $\ulcorner p\mathrm{I}p\urcorner$ y $\ulcorner \mathrm{N}(p\mathrm{I}p)\urcorner$. También tenemos: $\ulcorner p\mathrm{I}p\mathrm{IN}(p\mathrm{I}p)\urcorner$.

Hay una razón para no estar satisfechos con el resultado, y es que, si bien la lógica que hemos obtenido es genuinamente infinivalente, no contiene ningún vocablo que exprese algo así como 'más bien', 'bastante', 'un tanto', 'muy', etc.

Otra razón es que (según lo apunté en el penúltimo párrafo de la §1) hay conyunciones copulativas que no son semánticamente reducibles a 'y', o sea que no vienen adecuadamente capturadas por '$\wedge$'. P.ej. la partícula discontinua 'no sólo ... sino [que] también'— en la cual parece que los conyuntos interactúan en el sentido de que el grado de falsedad resultante podrá ser mayor que los grados de falsedad de sendos conyuntos. Representemos esa conyunción copulativa más fuerte como '$\bullet$': aseverando $\ulcorner p^1 \bullet p^2 \bullet p^3 \bullet \ldots \bullet p^m \urcorner$, donde para cada $i \leq n$ $\ulcorner p^i \urcorner$ tiene un valor de verdad infinitamente más falso que el valor mínimo (el cual en nuestra representación es la Verdad [total]), se estará haciendo un aserto cuyo grado de falsedad será, *cæteris paribus*, tanto mayor cuantos más conyuntos haya (y no sólo cuanto menos verdaderos sean). La introducción de esa **superconyunción** nos permite obtener, como definidos, muchos functores de matiz alético. En el intervalo $[0,\infty]$ podemos tomar $v(p \bullet q)=v(p)+v(q)$. Este functor tiene los rasgos siguientes: conmutatividad, asociatividad, elemento neutro (el elemento mínimo, 0); además, $\bullet$ es distributivo con respecto a los functores $\vee$ y $\wedge$.

Hay todavía una razón para pensar que está incompleta nuestra busca de operaciones: para pasar al cálculo cuantificacional necesitaremos una operación infinitaria que venga asignada como imagen semántica del cuantificador universal; esa operación tiene que ser la que dé la menor cota superior, o sea el **supremo**. Pero el supremo de un conjunto de asertos todos verdaderos —en algún grado— puede que sea ∞, la falsedad total.

Para evitar eso tomamos como dominio de valores de verdad a uno resultante de incrementar el ya dado añadiendo, para cada número real $r<\infty$, un nuevo número hiperreal, nr, infinitesimalmente mayor que r, y para cada $r>0$ uno infinitesimalmente menor que r, mr. Hay que introducir postulados para extender a los nuevos números todas las operaciones que tenemos hasta ahora. Lo único que plantea problemas es la superconyunción, $\bullet$, pero se resuelven pagando un bajo precio (p.ej. $v(np \bullet q)=v(n(p \bullet q))$, siendo $n\infty=\infty$ y siendo $m0=0$, y $nnr=nr$, $mmr=mr$, $mnr=mr$ salvo si $r=0$, $nmr=nr$ salvo si $r=\infty$); no entraré aquí en más detalles técnicos.

La combinación de esos functores nos permite obtener infinitos functores definidos de matiz alético y, además, lograr que el sistema resultante sea una extensión cuasi-conservativa de cada sistema posible de lógica que tenga una matriz característica con sólo un número finito de valores de verdad. Eso quiere decir que para cada sistema así $\mathfrak{S}$ hay en el nuestro un functor de afirmación, '✲', definible mediante los ya introducidos, tal que $\ulcorner p \urcorner$ es una tautología de $\mathfrak{S}$ sys $\ulcorner$✲$p\urcorner$ es una tautología del sistema que estamos elaborando.

Lo mejor de todo es que ahora podemos tener una constante, 'α', tal que $v(\alpha)=n\infty$ con estos rasgos: son tautologías: $\ulcorner \alpha \urcorner$, $\ulcorner \alpha \rightarrow p \equiv p \urcorner$; vale este secuente: $A \vdash p$ sys $A \vdash \alpha \rightarrow p$. '$\alpha$' es el enunciado menos verdadero de los verdaderos, o el más falso de los que no son del todo falsos. Expresa la verdad meramente infinitesimal, el grado ínfimo de verdad.

Ahora bien, esta lógica es escalar. En ella todos los valores están ordenados por un orden lineal. Hay razones para pensar que las cosas no son así de sencillas ni mucho menos. Un procedimiento para ir más allá es adoptar una semántica tensorial, una en la que cada valor de verdad sea una secuencia (p.ej. una de infinitos componentes) siendo cada componente uno de los hiperreales que hasta ahora teníamos. Las operaciones previas se generalizan del modo habitual, y se añade un functor nuevo, 'B': $v(\mathrm{Bp})=v(\mathrm{p})$ si $v(\mathrm{p})$ no contiene ningún ∞, y en caso contrario $=\langle\infty,\infty,\infty,\ldots\rangle$. Este functor es también utilísimo, y podemos leerlo como 'Es en todos los aspectos verdad que' o 'Es afirmable con verdad que'. Es obvio que este functor es igual que el operador de necesidad '$\Box$' del sistema más fuerte de las lógicas modales normales clásicas, S5. Pero hay una diferencia: la regla p $\vdash$Bp vale en nuestro sistema sin restricción alguna.

A este sistema de lógica se lo denomina '**lógica transitiva**'. Aunque sólo he presentado aquí un único sistema semánticamente definido, hay un nutridísimo grupo de sistemas muy afines. Todos ellos forman la familia $\mathfrak{A}$. Los rasgos comunes son las principales propiedades del sistema que acabamos de examinar, variando sólo en rasgos secundarios.

§3.— **Algunas razones filosóficas para optar por lógicas transitivas**

1ª) Empléanse en muy diversas ciencias "conceptos" susceptibles de aplicarse a las cosas por grados, y tales, pues, que los términos con los que se expresan vienen —no ya en el habla extracientífica, sino en la de los propios especialistas de la disciplina— afectados por modificadores de intensidad o de atenuación, así como también utilizados en giros comparativos. Hay quien pretende que la ciencia genuina y dura, la física, escapa a ese tipo de recursos difusos. Sin embargo, los bien conocidos problemas suscitados por varias paradojas de la física contemporánea puede que sean, al menos en parte, más fácilmente solventables con ayuda de recursos difusos; p.ej. —entre otros— el de considerar que la posición es asunto de grado, e.e. que el que un cuerpo esté en un lugar no es una cuestión a la que quepa forzosamente responder con un «Sí» o un «No» absolutos, de suerte que una misma partícula pueda a veces estar en un lugar más que en otro, o parcialmente presente en dos lugares (lo cual no quiere decir que una parte de ella esté en un lugar, y otra parte en otro, sino que toda ella esté hasta cierto punto en el primer lugar y hasta cierto punto en el segundo).[15] De hecho no es ésta ninguna idea original de quien esto escribe, aunque no le toca a él juzgar cuán provechosa sea para sacar a la física del atolladero en que parece estar. (También cabe pensar que dos partículas diferentes puedan estar parcialmente en un mismo lugar, siendo así, durante cierto lapso, indiscernibles desde el punto de vista tanto de la ubicación espacial cuanto de las características comunes de la clase de partículas de que

15. Una exposición de la paradoja de las dos ranuras hállase en «A Materialist Critique of Hegel's Concept of Identity Opposites» de Erwin Marquit, *Science and Society*, vol. 54 (1990), págªs 147-66. Marquit quiere sacar la conclusión de que para las partículas no tiene sentido la atribución de ubicaciones. Una respuesta desde un punto de vista paraconsistente –próximo al de quien esto escribe, sólo que sin abogar, como yo lo hago, por la multiplicidad de grados intermedios– ofrécela Graham Priest en su artículo «Was Marx a Dialetheist?», en la misma revista, vol. 54/2 (1990-91), págªs 468-75.

se trate.[16]) Tales hipótesis son compatibles —dentro del marco de un sistema multivalente de la familia $\mathfrak{A}$— con la tesis comúnmente aceptada de que, en la medida en que un cuerpo c está en un lugar, ℓ, en esa medida [al menos]: 1) c no está en otro lugar ℓ'; y 2) no hay otro cuerpo c' que esté en ℓ. En el marco de una lógica de esa índole ese principio puede ser verdadero sin necesidad de ser enteramente verdadero, y ciertas negaciones del mismo pueden también ser verdaderas en algún grado.[17]

2ª) Como un caso particular de la gradualidad de la posición o ubicación tendríamos el del movimiento. La paradoja zenoniana de la flecha constituye un auténtico rompecabezas para las lógicas que no reconocen infinitos grados de verdad. No es que no puedan hacer frente a los razonamientos de Zenón, pero sólo pueden hacerlo al precio de salidas implausibles, que vienen a renunciar a la existencia real de movimiento, reemplazándolo por una serie de estados de reposo. Lo que hace que el movimiento sea tal es que durante el mismo el móvil, de una cierta manera, está y no está aquí y está y no está allí, e.d. está y no está en cada uno de los trechos de su recorrido que tengan una longitud no menor que él; eso de 'de una cierta manera' está aquí utilizado en plan de alusión: alúdese a que no cualquier distribución o combinación de situaciones de estar-y-no-estar en varios lugares es un caso de movimiento, sino sólo una que cumpla ciertos requisitos de continuidad y serialidad, tanto espaciales como temporales, que he estudiado en otro lugar.[18] Las lógicas paraconsistentes no multivalentes —e.d. las que no tienen una semántica multivalente clara o ilustrativa del espíritu o de la idea subyacente del cálculo lógico en cuestión— difícilmente pueden solucionar la paradoja de la flecha; no es solución buena el decir que durante todo el transcurso del recorrido el móvil está en la misma situación con respecto a cada parte de su trayectoria. Las lógicas multivalentes no paraconsistentes tampoco solventan bien la cuestión,

---

16. Una solución como la que acabo de sugerir no es la única. Otro modo es el de las "lógicas schrödingerianas", para las cuales no es irrestrictamente válido el principio de identidad, e.d. no se tiene en general $\ulcorner\forall x(x=x)\urcorner$, sino que hay un dominio de entidades para las cuales la noción de identidad carecería de sentido. Paréceme un inconveniente de tal propuesta el que acarree ese recurso al "sin-sentido", o sea su inserción en la línea de lo que Quine ha llamado la 'no-nonsense philosophy', en boga en el Círculo de Viena y luego entre los filósofos lingüísticos de cuño oxoniano. Sobre las lógicas schrödingerianas, véase de Décio Krause: «A "dialectização" da Teoria Tradicional da Identidade», *Bol. Soc. Paran. Mat.* (2ª série), vol 11, Nº 2 (1990), págªs 157-73 y «Schrödinger Logics», Relatorio Interno de la Universidad Federal del Paraná, 1991.

17. Sea como fuere, no existe ningún procedimiento viable para eliminar las ciencias no físicas ni siquiera para reducirlas a la física; quienes somos, en algún sentido lato, fisicalistas no afirmamos nada más fuerte que esto: que las propiedades y relaciones no físicas son supervenientes sobre las físicas, e.d. que no podría ser el mundo igual en todo lo físico pero diverso en lo no físico. Esa tesis no permite ninguna reducción fuerte, eliminativa, de las ciencias no físicas, ni siquiera en principio, ni siquiera como ideal regulativo. Por otro lado, si se da esa superveniencia y los objetos que no son estudiados por la física poseen determinaciones difusas, hay una razón más para sospechar que también poseen determinaciones así los que sí son investigados por la física. Ya se sabe: *one man's modus ponens is another man's modus tollens*.

18. Véase mi artículo «Partial Truth, Fringes and Motion: Three Applications of a Contradictorial Logic». *Studies in Soviet Thought*, vol 37 (Dordrecht: Kluwer, 1990), pp. 83-122.

puesto que quienes acudan a lógicas así para abordar este problema se obligarán a ni poder decir que el móvil está aquí ni poder decir que está allí, ni que está aquí o allí, ni que ni está aquí ni allí. El **maximalismo alético** —la tesis de que sólo es verdadero lo totalmente verdadero— lleva a esas aberraciones. En aras de evitar tales inefabilidades, hasta parecería más razonable quedarse con las soluciones, valgan lo que valieran, de la lógica clásica.

3ª) Como un caso particular de utilización de nociones difusas en el quehacer científico podemos señalar la conveniencia del uso en lingüística de verdades parciales. Tomemos, a título de hipótesis, un modelo funcionalista, que proceda a análisis segmentacional y a la asignación de funciones a los segmentos (aunque ese modelo no es hoy predominante, otros enfoques, como el de las gramáticas categoriales, tienen problemas similares). Muchas veces, por no decir casi todas, hay buenas razones para proponer un análisis y también las hay buenas para, en vez de ése, proponer otro que está en contradicción con él. Así, supuesta la dicotomía entre primera y segunda articulación, hay segmentos tales que hay razones para verlos como de primera pero también razones para verlos como de segunda articulación: p.ej. los "sintemas", como los afijos. Hay casos muchísimo más complejos y problemáticos, que suscitan fuertes desavenencias y controversias entre los miembros de una misma escuela, y más entre escuelas diversas. En no pocos de tales casos cabe conjeturar que lo que está pasando es que hay elementos que ni del todo poseen la determinación de que se trate ni tampoco carecen enteramente de ella, sino que están entre los dos extremos, unas veces más próximos al uno, otras al otro, alguna que otra vez (rara) equidistantes.[19] Los varios niveles de análisis pueden ser verdaderos, pero ninguno del todo. A esas dificultades los lingüistas responden a veces relativizando la verdad con relación a un nivel de análisis, pero eso encierra las ulteriores y graves dificultades de cualquier relativismo (¿se queda todo en que con-respecto-al-nivel-de-análisis-A el afijo dado, '-ón' p.ej., es una unidad de primera articulación, y que no lo es en cambio con-respecto-al-nivel-de-análisis-B?) La aceptación de la gradualidad, de la verdad parcial, del μεταξύ, ayuda a salir de esos dilemas. Igualmente está el problema de las unidades fonológicas, entre las cuales muy a menudo encontramos clases difusas, no meramente los dos extremos del «Totalmente Sí» y el «Totalmente No», sino grados mayores o menores de distintividad y de alternatividad, transiciones de lo uno a lo otro.[20] Además, sólo enfoques continuistas y gradualistas pueden hacer posible un puente entre la lingüística diacrónica y la sincrónica. En vez de caer en la (¿deliberada?) ficción saussureana de la pura sincronía, conviene ver a la lengua como evolucionando siempre; y esa evolución es un movimiento, al cual se aplican, *mutatis mutandis*, las consideraciones de más arriba sobre el movimiento local. Cuando el castellano está pasando a regularizar una forma verbal irregular poco rentable, lo que

19. Véase al respecto mi artículo «La atribución como función sintáctica y algunos problemas de método en lingüística», *Revue Roumaine de Linguistique* 34/6 (Bucharest, nov-dec. 1989), pp. 531-54.

20. Véase mi pequeño artículo al respecto «Phonology», apud *Handbook of Metaphysics and Ontology*, comp. por H. Burkhardt & Barry Smith. Munich: Philosophia Verlag, 1991, pp. 703-6.

sucede es que ambas formas [co]existen parcialmente en la misma lengua.[21] De hecho es difícil ver a una lengua de manera que no la conciba como un cúmulo difuso de actos de habla, un cúmulo posiblemente continuo en el que las isoglosas son líneas relativamente arbitrarias o, en todo caso, menos reales que los trechos (zonas de transición, con un espesor, e.d. que no tengan "longitud cero") a lo largo de los cuales cabe apreciar diferencias en lo tocante a la posesión de la determinación cuya presencia sea lo característico de la isoglosa.[22]

4ª) El transcurso temporal es otro de los avisperos con los que no ve uno muy bien cómo habérselas sin el recurso a nociones difusas y gradualistas. Desde el punto de vista lógico y metafísico el recurso a una noción de grados de simultaneidad resulta punto menos que imprescindible, según he tratado de mostrarlo en otros lugares.[23] Hasta ahora el principal medio para obviar ese recurso ha sido la ficción de que los hechos o acontecimientos suceden en instantes, o sea en lapsos de duración cero. Eso tiene que ver con las soluciones clasicistas a la paradoja de Zenón. Si hay grados de simultaneidad, un hecho puede ser tal que sea sólo hasta cierto punto verdad que sucede en tal lapso. Si hay grados de simultaneidad, los habrá de no-simultaneidad, y por ende de anterioridad y de posterioridad. En vez de tener que decir que todo lo anterior es igualmente anterior, unas cosas pueden ser más anteriores, otras menos. Un enfoque que recoja esas sugerencias respetará más la "vivencia" de lo que Bergson quiso tal vez decir al hablar de *la durée*, sólo que no parece que diera con ninguna solución clara, lógicamente articulable.[24]

---

21. Similarmente hay casos intermedios entre que una cierta unidad sea un lexema y que sea una forma flexiva de un paradigma nominal o verbal. Piénsese en los ablativos adverbializados del latín: hay franjas de transición entre que el hablante latino los vea como ablativos y que los vea como auténticos lexemas propios. Más evidente es eso cuando se trata de formas flexivas atrofiadas, como el locativo.

22. Un tratamiento gradualístico de los sistemas de escritura (aunque por desgracia no basado explícitamente en una lógica difusa) lo propone Geoffrey Sampson en su libro *Writing Systems*. Véase mi reseña del mismo en *ARBOR* Nº 538 (Madrid, 1990), págªs 125-9.

23. Véase mi trabajo «Algunos desarrollos recientes en la articulación de lógicas temporales», apud *Lenguajes naturales y lenguajes formales IV.1*, comp. por Carlos Martín Vide. Barcelona: Universitat de Barcelona, 1989, pp. 413-39.

24. ¿Cuándo sucede la Revolución francesa? No en 1789, en que se juega sólo su primer acto. No en 1790. No en 1791. ... No en 1814, que es cuando cae el régimen todavía en alguna medida semi-cuasi-revolucionario de Bonaparte y se restaura el trono borbónico. ¿Entonces? ¿Sólo es verdad que sucede en el lapso 1789-1814? Aparte de que hay razones para decir que sucede en el lapso 1789-1799 –hasta el 18 de Brumario del año VII [=09-11-1799]–, y también para decir que sucede –revolución, lo que es revolución– en 1792-94, etc (respuestas todas parcialmente plausibles, y quizá todas parcialmente verdaderas), el problema mayor es lo paradójico que resulta que un hecho histórico así no exista en ningún año (ni mes, ni día, ni lustro, ni ...), en ningún lapso de tiempo que sea un *ahora*. Que, si el período en cuestión es un *ahora*, será entonces inevitable la pregunta de cuán simultáneo sea o deje de ser a los otros *ahoras* que se den consecutivamente cuando él se esté dando. En 1792, p.ej., ¿está existiendo ese período? No vale responder que una parte de él sí y otra no, pues la pregunta no atiende a las partes del lapso sino al lapso mismo.

5ª) Igual que la lógica temporal puede esperar una suerte mejor gracias a los grados de simultaneidad, la lógica modal puede ambicionar tratamientos menos artificiales con un reconocimiento de grados de posibilidad. La noción arbitrariamente extremista de posibilidad está cargada de inconvenientes y consecuencias duras de tragar. Cualquiera que sea la noción de posibilidad de que se trate en cada caso —metafísica, física, práctica, epistémica, cada una con sus propios rasgos y verosímilmente irreducible a las otras—, lo natural es pensar que hay grados de esa posibilidad; y, por lo tanto, de la necesidad correspondiente (por la gradualidad del 'no' y la definición de lo necesario como lo que no es posible que no exista o suceda). Los sorites modales, p.ej., puede que sean huesos duros de roer hasta para tratamientos difusos o gradualísticos, pero lo que es seguro es que son más duros de roer todavía para los tratamientos bivalentes y para los maximalistas aléticos.[25] Aceptando la tesis de Kripke de que la génesis de un ente es necesaria (no puede existir ese ente sin esa génesis), podemos mantener que Luis XIV no puede existir sin ser engendrado por Luis XIII, pero Luis XIII hubiera podido ser un *homo neanderthalensis*, o un homínido, o un primate no homínido, o ..., o un reptil mamaliano, o ..., o un artrópodo, o así sucesivamente. ¿Cualquier cosa, o al menos cualquier ser viviente sexualmente reproducible? ¿Qué tan necesario es que la reproducción sea sexuada? Y ¿no hay grados en eso también? Comoquiera que sea, el sorites modal nos lleva lejos. Cada paso parece justificado. ¿Lo es? Sí y no. No totalmente. En cada paso piérdese un poco de verdad, disminuye el grado de verdad de la conclusión con respecto a las premisas. Poquito a poco se llega muy lejos. La solución difusa a ese sorites modal es aceptar la verdad de Pero Grullo: un grano no hace granero, pero... Puede que sea posible mas sólo en, ¡qué sé yo!, ¡digamos un 0'1 %! que Luis XIV pudo haber sido un platelminto; y sólo un 0'00001 % que pudo haber sido una bacteria; y ... Pragmáticamente, en cualquier contexto "normal", son posibilidades descartables, porque los contextos suelen proporcionar pautas a cuyo tenor las prolaciones pertinentes hayan de poseer —entre otras cualidades y según qué hechos representen— determinado umbral veritativo y no otro más bajo.[26]

6ª) Lo ya dicho a propósito de los sorites modales cabe extrapolarlo, *seruatis seruandis*, a los sorites en general. Un ventaja en este particular de las lógicas de la familia $\mathfrak{A}$ estriba en que, gracias al umbral mínimo de verdad, puede admitirse la conclusión de que, si en cada paso de un sorites se conserva (en parte) la verdad de las premisas, no sólo será verdad de cada conclusión que la misma es (parcialmente) verdadera, sino también será verdad algo más fuerte, a saber que

---

25. Un tratamiento gradualístico de la posibilidad lo he propuesto, p.ej., en mis libros ***La coincidencia de los opuestos en Dios***. Quito: Educ (Ediciones de la Universidad Católica), 1981, y ***El ente y su ser: un estudio lógico-metafísico***. León: Servicio de Publicaciones de la Universidad de León, 1985. Sin embargo, en el futuro pienso estudiar el problema en discusión con los enfoques de David Lewis —a cuyo realismo modal está bastante próximo mi propio tratamiento— y de Graeme Forbes, quien dedica el cap.7 (págªs 160ss.) de su libro ***The Metaphysics of Modality*** (Oxford: Clarendon, 1985) al tema «Fuzzy Essences and Degrees of Possibility».

26. También hay grados de pertinencia comunicacional en un contexto. Tampoco en pragmática vale el «Todo o nada».

son verdaderas todas las conclusiones así y, por lo tanto, que todos los entes del dominio considerado poseen la determinación de que se trate, mientras no haya una razón fundada para postular un corte; sólo que la generalización (el enunciado universalmente cuantificado que obtenemos así, que es la conclusión final del sorites) puede que sea sólo infinitesimalmente verdadera. Así p.ej. supongamos que es verdad de un objeto añil que es azul, y lo es de uno purpúreo, y lo es de uno violeta, y lo es de uno malva un poco rosado o rojizo, y ..., y lo es entonces de uno rojo, pues es verdad que del rojo al un sí es no tirando al violeta hay poca distancia (y una transición continua), etc. Sí, pero la generalización puede que sea sólo infinitesimalmente verdadera, verdadera en el grado ínfimo no más. Sí, quizá todo objeto coloreado es azul, en alguna medida; pero a cualquier efecto práctico, eso no obsta a que, en el contexto de que se trate en cada caso, exijamos, con derecho, un más elevado umbral de verdad para los hechos relevantes en ese contexto, a falta de lo cual rehusemos credenciales de aseverabilidad [pragmática]. Puede que, aun con todos esos recursos, queden problemas sin resolver en torno a versiones "perversas" de los sorites que se revelen reacias y rebeldes a un tratamiento así.[27] Para los maximalistas, eso significa el fracaso del enfoque gradualista. Es difícil argumentar aquí sin incurrir en petición de principio; por un bando y por el opuesto. Si hemos sentado la exigencia de solución radical, completa, plenamente satisfactoria y en toda la línea, entonces, si el gradualismo es [totalmente] satisfactorio en sus soluciones, habrá algo al menos en lo que no sea gradualista, o no tenga por qué serlo; aunque más probablemente lo que habrá que decir es que no ha solucionado nada. Si, por otra parte, profesamos la idea de que las determinaciones normalmente se dan por grados, ¿por qué no conformarnos [hasta cierto

---

27. En mi libro ***Fundamentos de ontología dialéctica***, Madrid: Siglo XXI, 1987, defendí lo que llamé 'el principio de gradualidad', a saber: que todas las diferencias son de grado, que cada ente [realmente real, o sea existente en todos los aspectos] posee, en uno u otro grado, al menos infinitesimal, todas las propiedades [realmente reales]. Sin renunciar expresamente a tal principio, concédole hoy menos importancia o fecundidad explicativa, porque no puede aplicarse (ni pretendió nunca aplicarse) más que a los entes genuinos, y no a los entoides, que pueden carecer enteramente de existencia en algunos aspectos. Ulteriormente he utilizado la palabra 'determinación', de sabor hegeliano, para designar a cualidades tomadas en una acepción amplia, o sea tales que pueden ser entoides. La teoría de cúmulos que figura en la Sección III de mis recientes ***Rudimentos de lógica matemática*** es un cálculo de determinaciones —y así lo he llamado en otros trabajos. Para los cúmulos o las determinaciones no vale el principio de gradualidad. Eso debilita un poco la solución a los sorites, obligándola a hacerse algo más *ad hoc*. Mas también en esto hay que huir del catastrófico eslogan «Todo o nada». Aun sin ser aceptable en su plena generalidad para los cúmulos, el principio puede valer, y probablemente vale, para una amplia gama de cúmulos, que son los involucrados normalmente en los sorites. Puede que, así y todo, queden casos intratables, aporías resultantes de que para ciertos cúmulos, por sus especiales características, no podamos tener [las instancias correspondientes d]el principio de gradualidad y, sin embargo, den lugar a sorites. Seguramente serán casos raros y teratológicos. Con relación a ellos cabe decir, igual que con relación a las paradojas lógicas y semánticas, que no es poca cosa desplazar la frontera de lo aporético, brindando una solución para las paradojas normales —siendo anormales aquellas que: (1º) sólo brotan en una teoría equipada de recursos que le permiten solventar las paradojas previamente encontradas; y (2º) han menester, para formularse, de los recursos expresivos de esa teoría. Véase mi trabajo, «Aporetic and Non-Aporetic Paradoxes from the View-Point of an Axiomatized Contradictorial Fuzzy Set-Theory», ***Multiple-Valued Logic*** 12 (1982), págªs 171-7.

punto —está de más precisarlo] con soluciones parcialmente satisfactorias (viendo que hasta un desplazamiento apreciable del problema es ya una solución, [sólo] en esa medida buena)?

7ª) Lo que se aplica a las cosas aplícase también a las palabras. Uno de los graves problemas de la semántica filosófica es el de cuán verdad sea que tal palabra denota (significa, hace-las-veces-de, etc) a este ente y no a aquel otro, a esta cualidad o determinación y no a aquella otra. Está aquí todo el problema de la indeterminación de la traducción. ¿Cómo sabemos que cuando alguien dice 'sumar' quiere decir lo mismo que nosotros, y no una operación coincidente en números hasta 99^{99}, pero que luego va divergiendo? ¿Lleva razón Hartry Field en postular lo que Putnam ha llamado un **hecho metafísico bruto** de que 'sumar' signifique sumar? Se puede conjeturar que, sin reducirse a nexos causales u otros de índole "naturalista", la relación semántica de que se trate sí es superveniente sobre los hechos causales y los demás de esa índole. Mas, como en esos hechos encontramos, no rupturas, sino continuidades, en las relaciones semánticas también hallaremos transiciones. Aunque las ocurrencias normales de 'sumar' mientan más a la operación de sumar que a sus parientas menos recomendables, puede que estén mentando a cada una de ellas en un cierto grado. ¿Qué pasa entonces con la cualidad semántica de verdad? Que también es de grado. Doblemente de grado. De grado, porque la verdad "óntica" lo es. Y de grado, además, porque las relaciones semánticas añaden más variación de grados. (Los grados de verdad-semántica de una prolación de $\ulcorner p \urcorner$ pueden formar un campo de variación muchísimo más amplio que el de los grados de verdad de los hechos de que p —o, si se quiere, de las proposiciones de que p, o los estados de cosas, o como prefiera llamarse. Porque, además de que unos de esos hechos podrán ser más verdaderos [p.ej. si $\ulcorner p \urcorner$ es 'Hace frío'], hay una variación sobreañadida por la variación de la denotación: unas ocurrencias o prolaciones de 'frío' denotan más que otras a temperaturas, ¡digamos!, de por debajo de los 0 grados centígrados; piénsese en la frase dicha por un ecuatoriano y por un esquimal.) El hecho metafísico bruto no tiene por qué postularse así más que si se busca la unicidad. A la pregunta «¿Cuál es el ente denotado por tal locución?» hay, no una sola, sino muchas respuestas; de lo mentado en cada una de tales respuestas cabe decir con verdad [parcial] que es "lo" denotado por la pseudodescripción definida, en la cual hay un uso no individuante del artículo determinado, un uso que es normal y corriente en múltiples campos y contextos (hasta lo del contexto es así: cuando decimos 'en el contexto', sabemos que hay infinitos contextos pertinentes de una misma prolación, pero pensamos que para cada uno de ellos hay un grado en el cual es correcto que lo llamemos 'el contexto': están ordenados, por un orden parcial, según su grado respectivo de ser [un] contexto pertinente; y lo mismo expresiones como 'el sitio', 'el momento', 'la índole', etc).[28]

8ª) Otro tanto cabe decir de los problemas de la teoría del conocimiento. La verdad, la creencia y la justificación son asunto de grado, cada una por separa-

---

28. Un esbozo de tratamiento gradualista de las relaciones semánticas como la de denotación figura en el cap. 2º de mi libro, todavía inédito, *Hallazgos filosóficos*.

do y, naturalmente, también en sus combinaciones. Se pueden tener a la vez opiniones mutuamente contradictorias, no sólo porque pueden ser verdaderas, en algún grado, sino aun en los casos en que eso no sea posible, e.d. más allá de la compatibilidad parcial entre los contradictorios. Eso de nuevo no obsta a que pueda ser verdadero el principio (que, no obstante, me parece dudoso) de que nadie piensa que p más que en la medida en que no piense que no p. Seguramente ese principio es infundado e idealizador, pero, aunque fuera cierto, podrían darse en el mismo creyente dos opiniones contrarias aun siendo la verdad de la una del todo incompatible con la de la otra. Más verosímilmente, sin embargo, los seres finitos que somos podemos tener una opinión en medida mucho mayor que aquella en que carezcamos de opiniones opuestas; lo que sí es probable es que uno no pueda estar totalmente convencido de que p más que si está exento de la opinión de que no-es-verdad-en-absoluto-que-p. Mas ¿quién tiene, quién aspira incluso a tener, convencimientos totales? Podemos dejarles a los fanáticos, en la medida en que los haya, tales convicciones, y andar por casa —por la casa de la ciencia real, de la vida real, de la realidad real, de la filosofía real, de la política real— con grados infinitamente menores de convencimiento —quizá de hecho grados que pocas veces suben más del 50%; ¿para qué o por qué iban a subir más, cuando las evidencias disponibles son tan frágiles y precarias, y con tanta vuelta de hoja? Nunca estamos totalmente justificados en ninguna de nuestras opiniones, pero a veces estamos mucho más injustificados que otras. La aceptación de los grados puede servir a articular de maneras más sensatas —menos pomposas, menos maximalistas, más distantes de los extremismos intransigentes— las nociones de la epistemología, de la hermenéutica y de la lógica doxástica y epistémica.[29] Ni, por un lado, el «¡Todo vale!», o el escepticismo, ni, por otro, los fundacionalismos (siempre tan proclives al fundamentalismo). Algo más moderado y llano, algo intermedio.

9ª) Aplícase también eso mismo a los problemas de la lógica deóntica, la lógica jurídica, la ética y la filosofía social y política. Los múltiples dilemas o conflictos entre bienes o entre deberes van más allá, desde luego, de los grados de compatibilidad parcial entre hechos mutuamente opuestos o determinaciones contradictorias entre sí, porque puede que pesen sobre un mismo agente dos obligaciones tales que en la medida en que cumpla la una no cumplirá la otra, a pesar de lo cual sea bastante cierto que el agente posee la una y también bastante cierto que posee la otra.[30] Puede que sea verdadero un principio debilitado de coherencia deóntica a cuyo tenor, si es obligatorio hacer que p, no es [del todo] obligatorio hacer que no p. De ése más otros principios plausibles (como el de que lo obligatorio no puede ser totalmente ilícito, y el de que, si una acción es obligatoria, no es [totalmente] lícito obstaculizarla) puede seguirse que, dándose dilemas morales,

[29]. Dos esbozados tratamientos gradualistas de un amplio manojo de cuestiones epistemológicas figuran en mis trabajos: «Naturalized Epistemology and Degrees of Knowledge», ponencia presentada en Tepoztlán en la I Conferencia de SOFIA, en agosto de 1988, y «Contradictions and Paradigms: A Paraconsistent Approach», ap. *Cultural Relativism and Philosophy: North and Latin American Perspectives*, comp. por Marcelo Dascal, Leiden & New York: E.J. Brill, 1991, pp. 29-56.

[30]. 'Cierto', en español, en estos contextos significa 'verdadero', y no 'seguro'.

se tengan que dar contradicciones deónticas. Que seguramente se dan. Y, cuando y donde se estén dando, será que cada una de las obligaciones presentes sea real sólo hasta cierto punto. El grado de la obligatoriedad es una cosa, el de su cumplimiento otra. Puede que sea obligatorio en una cierta medida que p, obligatorio en una cierta medida [hacer que suceda] que q, cuando el hacer que q impida el suceder de que p; en tal caso no será ni del todo lícito ni del todo ilícito hacer que q. ¿No ha experimentado mil veces el lector casos así? ¿No está la vida colmada de tales dilemas? Eso no obsta a jerarquizaciones parcialmente fundadas de los deberes en conflicto, pero sí obsta a las pretensiones de que las mismas sean totalmente satisfactorias desde todos los puntos de vista.[31]

10ª) Mencionaré ya sólo de pasada otras aplicaciones estrechamente emparentadas con una u otra de las nueve anteriores. P.ej. hay motivos para pensar que las partes no preexisten a su eventual desgajamiento de los todos en los que estaban antes de separarse; mas eso no puede ser del todo verdad.[32] ¿Qué sucede? Posiblemente que las partes, antes de desgajarse, tienen un grado menor de realidad. Otro problema emparentado es el de que lo que sea característica o típicamente verdad de las partes lo habrá de ser del todo; pero cuando de unas partes es más verdadera tal determinación, de otras una contraria, ¿en qué medidas serán sendas determinaciones verdaderas de los respectivos todos? Ello dependerá de muchos factores, pero lo que parece inverosímil es que qué sea verdad del todo no esté en función (y en una función **continua**) de qué sea verdad de las partes. Otra aplicación afín es el tratamiento de las nociones de borde, de superficie, de límite y similares, así como de las figuras geométricas y demás entidades ideales. Acaso en todos esos temas haya siempre que entender los enunciados condicionales como implicacionales, como comportando un ⌜p→q⌝ (o sea, ⌜en la medida [al menos] en que sea verdad que p, es verdad que q⌝): en la medida en que es esférico, un cuerpo es así o asá; en la medida en que está exento de roce, un desplazamiento tiene estas o aquellas propiedades; en la medida en que es superficial, una

31. Esbozos de tratamiento de los dilemas deónticos con los recursos brindables por una lógica transitiva pueden hallarse en mis trabajos anteriores: «Un système paraconsistant infinivalent de logique déontique» (Abstract), *Journal of Symbolic Logic* vol 52 (1987), págªs 152-3; «Un enfoque no-clásico de varias antinomias deónticas», *Theoria* 7-8-9 (San Sebastián: 1988), pp. 67-94; «El problema de los dilemas morales en la filosofía analítica», *Isegoría* Nº 3 (Madrid: CSIC, abril de 1991), pp. 43-79. Cada uno de esos tres trabajos propone un enfoque diferente. La articulación formal del punto de vista subyacente al último artículo constituirá la materia de un trabajo futuro en el que propondré un nuevo sistema contradictorial de lógica deóntica y jurídica. A diferencia de los anteriores, el último enfoque ha abandonado tanto el principio de agregación («Si es obligatorio que p y es obligatorio que q, entonces es también obligatorio que p y q») cuanto el de cierre lógico («Si necesariamente la verdad de que p implica[ría] la de que q, entonces la obligatoriedad de que p implica la de q»). Que los dilemas morales entrañan contradicciones puede demostrarse aun sobre la base de principios más débiles y menos cargados de dificultades.

32. Véase a este respecto el artículo de Frances Howard-Snyder «*De Re* Modality Entails *De Re* Vagueness», *Pacific Philosophical Quarterly* 72/2 (june 1991), págªs 101-12. No puedo aquí ni citar toda la bibliografía pertinente ni, menos, entrar en detalles de la discusión.

parte del cuerpo es delgada —y, además, rugosa, lisa o lo que sea.[33] Cabe por último mencionar de pasada otros problemas todavía más difíciles, como el tratamiento de las paradojas lógicas y semánticas o el de la identidad.[34] Las dificultades lógicas de esas paradojas así como las de la identidad son grandes; si un tratamiento multivalente, aunque no pueda solventarlas todas enteramente, desplaza y aminora al menos una buena parte de ellas, tanto mejor.

Además, cuanto se ha hecho y dicho a favor de aplicaciones técnicas de teorías de conjuntos difusos vale para las lógicas de la familia $\mathfrak{A}$, ya que, a diferencia de las de Łukasiewicz y otras que aún se cobijaban bajo el maximalismo alético, los sistemas de la familia $\mathfrak{A}$ permiten tener las ventajas de gradualidad o difusidad sin sacrificar ni siquiera una versión fuerte del principio de tercio excluso (la versión $\ulcorner p \vee \neg p \urcorner$, donde '$\neg$' es la negación fuerte).[35]

***Instituto de Filosofía del CSIC**

---

33. Unas consideraciones al respecto un poco menos sucintas se hallarán en mi libro, de próxima publicación, ***Introducción a las lógicas no clásicas***, que está siendo editado por la UNAM, México. Sobre el problema lógico de los bordes es interesante leer este artículo de R. Chisholm: «Boundaries as Dependent Particulars», ***Grazer Philosophische Studien***, vol. 20 (1983), págªs 87-95.

34. Véanse mi artículo «Identity, Fuzziness and Noncontradiction», ***Noûs*** 18/2 (mayo 1984), pp. 227-59, y mi libro ***Rudimentos de lógica matemática***, Madrid: Servicio de Publications del CSIC, 1991.

35. La cibernética es el dominio en el que más se ha avanzado en la aplicación de lógicas difusas. Puede que, pese a los grandes pasos adelante que se han dado, haya habido dos frenos: 1º) las lógicas usadas, generalmente de la familia de las de Łukasiewicz, están sujetas a dificultades que hemos visto más arriba; 2º) dada la enorme cantidad de dinero invertida en aplicaciones de la lógica clásica, los enfoques difusos han de competir en condiciones difíciles –han de demostrar, no que son mejores *cœteris paribus*, sino que su superioridad es tal que sobrepuja incluso la ventaja inicial de las aplicaciones clásicas, ventaja consistente en que ya se estaban usando y se habían invertido en ellas muchísimos miles de millones. El que, pese a tal desventaja, se hayan obtenido sensacionales avances mediante enfoques difusos es indicio del interés no sólo teórico sino también práctico de tales enfoques.