

TEORÍA DE NÚMEROS: LAUREANO PÉREZ-CACHO

Santiago Pérez-Cacho

1. Laureano Pérez-Cacho Villaverde, nació el 6 de febrero de 1900 en Villarrubia de los Ojos, provincia de Ciudad Real.

Nacido en una familia de labradores, no hubo antecedente de ningún tipo de estudios entre sus mayores. Realizó sus estudios en Madrid, y después de licenciarse en Matemáticas, obtuvo por oposición la Cátedra del Instituto Nacional de Enseñanza Media de Lugo en el año 1933, pasando el año 1935 al de Córdoba en el que permaneció en servicio activo hasta su fallecimiento el 21 de marzo de 1957. Durante la guerra civil, y dado que el inicio le sorprendió en su pueblo natal debido al período de vacaciones de verano, estuvo destinado en Valencia hasta abril de 1939.

2. Su línea fundamental de investigación fue la Teoría de Números, y en particular el estudio del último teorema de Fermat. Sus aportaciones más interesantes están relacionadas con dicho teorema.

En su trabajo «El último teorema de Fermat y los números de Mersenne», que fue premiado por la Real Academia de Ciencias de Madrid en el concurso de 1946, estableció las siguientes equivalencias con el teorema de Fermat:

Sean $m \geq 2$, $n=2m-1$. Entonces las siguientes proposiciones son equivalentes:

1. La ecuación $X^n + Y^n = Z^n$ solo posee soluciones triviales en el conjunto de los números enteros.

2. La ecuación $X(1+X) = T^n$ tiene solo soluciones triviales en el cuerpo Q de los racionales.

3. La ecuación $X^2 = 4Y^{n+1} + 1$ posee solamente soluciones triviales en el cuerpo Q de los racionales.

4. La ecuación $X^2 = Y^{n+1} - 4Y$ posee solamente soluciones triviales en el cuerpo Q de los racionales.

5. Para todo número racional a distinto de cero, el polinomio

$$Z^2 - a^m Z + a$$

es irreducible sobre Q .

6. La ecuación $(XY)^m = X + Y$ posee solamente soluciones triviales en el cuerpo Q de los racionales.

7. La ecuación $X^m = (X/Y) + Y$ no posee soluciones en Q .

8. Si u_1 y r son números racionales no nulos, y si u_1, u_2, \dots es una progresión geométrica de razón r , entonces

$$u_m^2 - u_1 + r \neq 0$$

9. Si Δ es un triángulo rectángulo ABC con $\angle A = 90^\circ$, si $AB=2$ y $AB + BC$ es n -ésima potencia de un número racional, entonces AC no es racional.

Además, las anteriores proposiciones implican que

Las tangentes a la parábola $Y^2 = 4X$, para todo punto racional distinto del origen, cortan a la curva $Y = X^m$ en puntos irracionales.

Las equivalencias anteriores condensan los resultados fundamentales de los trabajos [2],[6], tal como se recogen en el libro de Paulo Ribenboim «Thirteen Lectures on Fermat's Last Theorem», Springer Verlag 1979, donde algunas demostraciones siguen fielmente las realizadas por Pérez-Cacho.

Cabría destacar igualmente la demostración del teorema de Wieferich, en [10], estimada como de las más sencillas conocidas.

En una línea diferente de la anterior, en el trabajo [10] obtiene estimaciones acerca de la magnitud que deben tener las posibles soluciones de la ecuación de Fermat en el caso de que sea falso el último teorema. Concretamente se tiene el siguiente resultado:

«Si n es primo impar, si X, Y, Z son enteros tales que

$0 < X < Y < Z$,
si n no divide a XYZ y se cumple que

$$X^n + Y^n = Z^n$$

entonces $Y > (n^2 \omega + 1)^n / 2$, donde ω es el producto de todos los números primos $p \neq n$ tales que $p - 1$ divide a $n - 1$ »

Las hipótesis enunciadas en la proposición anterior implican que se verifica la tesis del teorema de Wieferich, por lo que un tal exponente n debe verificar

$$2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n^2}$$

Tomando $n=1093$, que es el único número menor que 2000 que verifica la relación anterior, se obtiene que los únicos primos p distintos de 1093 tales que $p-1$ divide a $1093-1$ son 2,3,5,7,13,29,53,79,157 y 547, con lo cual Y debe tener más de 21342 cifras. Este resultado está en la línea de otros semejantes —ver por ejemplo, [6]— que buscan estimar el posible tamaño de un contraejemplo para un exponente dado.

3. Publicaciones

1.Descomposición de un número positivo en suma de varios

Revista Euclides, num 4, Madrid.

2. Sobre el último teorema de Fermat

Revista Matemática Hispano Americana, Madrid, 1928

3.Una proposición sobre el indicador

Revista Matemática Hispano Americana, num 10, Madrid 1928

4.Sobre propiedades de los triángulos aritméticos

Revista del Centro de Estudios, San Sebastián, 1935

5.Sobre la suma de indicadores de órdenes sucesivos

Revista Matemática Hispano Americana, 3ª serie, tomo I, Madrid 1939

6.El último Teorema de Fermat y los números de Mersenne

Revista de la Real Academia de Ciencias de Madrid, tomo XL, Madrid 1946.

7. Función suma de indicadores sucesivos

Memorias de Matemáticas del Instituto Jorge Juan, num. 7, Madrid 1948.

8. Funciones $y = \omega_k(n)$ de la teoría de los números. Estudio de la función $y = \omega_1(n)$

Memorias de Matemáticas del Instituto Jorge Juan, num. 12, Madrid 1951.

9. Sobre la función $E(x)$ (Entero de x)

Revista Matemática Hispano-Americana, 4ª serie, Tomo XIII, num 3
Madrid, 1953.

10. Sobre algunas cuestiones de la teoría de números

Memorias de Matemáticas del Instituto Jorge Juan, num. 20, Madrid 1958.