

HACIA UNA TEORIA GENERAL DE LA REPRESENTACION CIENTIFICA[†] (*Towards a General Theory of Scientific Representation*)

José A. DIEZ*

* Departament d'Antropologia Social i Filosofia, Universitat Rovira i Virgili, Plaça Imperial Tàrraco 1, 43005 Tarragona. E-mail: jadc@fl.urv.es

BIBLID [0495-4548 (1998) 13: 31; p. 113-139]

RESUMEN: En la actividad científica se pueden distinguir tres tipos principales de representación científica: proyectiva, subsuntiva y reductiva. Tras unas breves consideraciones introductorias, se presentan las características más destacadas de cada uno de estos tres tipos principales de representación científica y se abstrae a partir de ellas el esquema al que toda Teoría General de la Representación Científica (TGRC) se debe adecuar. A continuación se exponen las líneas generales de la principal propuesta presente en la literatura para desarrollar TGRC y se hacen algunas consideraciones críticas. La conclusión provisional es que esta propuesta tiene, al menos por el momento, el problema de ser, o bien demasiado liberal, o bien demasiado conservadora. Por último, se propone un enfoque alternativo a explorar que pretende estar libre de los problemas del anterior.

Descriptores: representación, proyección, subsunción, teorización, reducción.

ABSTRACT: *We can distinguish three main types of representation in scientific practice: projective, subsuntive and reductive. After some brief introductory remarks, we present the more salient characteristics of these three main types of scientific representation and we abstract from them a scheme that any General Theory for Scientific Representation (GTSR) must fit. Then we offer the general traits of the main existing proposal for a GTSR and we make some criticisms. The provisional conclusion is that this proposal is, as it stands, either too liberal or too conservative. Finally, we propose to explore an alternative approach which intends to solve these difficulties.*

Keywords: *representation, projection, subsumption, theoretization, reduction.*

SUMARIO

1. Introducción: representación y representación científica
 2. Representación proyectiva u homomórfica
 3. Representación subsuntiva o teórica
 4. Representación reductiva o constitutiva
 5. Esquema de TGRC y alternativas
 6. El enfoque proyectivista
 7. La alternativa subsuntivista
- Bibliografía

1. Introducción: representación y representación científica

La finalidad de este trabajo es presentar un problema, o al menos lo que al autor le parece un problema, y explorar brevemente dos posibles aproximaciones al mismo. El objeto de análisis lo constituye la noción de *representación*, o más precisamente, de *representación científica*, y el problema consiste en determinar la viabilidad de un tratamiento metateórico unificado de los diferentes tipos de representación científica, esto es, la viabilidad de lo que podemos denominar una Teoría General de la Representación Científica (TGRC).

En el lenguaje encontramos toda una variedad de *enunciados representacionales*. La siguiente lista contiene algunos ejemplos del lenguaje común (a-b), filosófico (c-d), científico (d-k) y metacientífico (f,l-m):

- (a) Los mapas representan territorios.
- (b) Una señal de tráfico triangular encerrando una línea curva representa la presencia de un giro peligroso en la calzada.
- (c) La mente representa el mundo.
- (d) Podemos representar la mente mediante un computador.
- (e) En la percepción visual representamos nuestro entorno físico.
- (f) Los conceptos métricos representan un tipo específico de propiedades.
- (g) Las geometrías analíticas representan hechos espaciales-topológicos.
- (h) Los sistemas dinámicos representan los cuerpos en movimiento.
- (i) Las gramáticas representan competencias lingüísticas.
- (j) Podemos representar la temperatura como la energía cinética media.
- (k) La información genética es representada, codificada, en secuencias de ADN.
- (l) Las trayectorias en espacios de estado representan las leyes científicas.
- (m) Las teorías pueden ser representadas mediante conjuntos de modelos.

Ejemplos como éstos sugieren la posibilidad de que tras todos estos enunciados representacionales se encuentre una misma noción de *representación*, o al menos compartan un núcleo conceptual común.

En un sentido amplio, denominamos 'representacional' a la actividad distintiva de los sistemas cognitivos, y llamamos 'representaciones' a los

productos que dicha actividad genera. Típicamente aplicamos estos términos al sistema cognitivo más evolucionado, la mente humana, y a su resultado más complejo y elaborado, el conocimiento científico. En este sentido amplio, decir que el conocimiento humano en general, y la ciencia en particular, es representacional es una redundancia vacía de contenido sustantivo. Una de las tareas fundamentales de la epistemología es ofrecer una caracterización más estricta de la noción de *representación* que no sea una mera variante estilística, sino que proporcione un análisis genuino, del concepto de *conocimiento*. Lo que buscamos es una noción suficientemente general que pueda aplicarse a los diferentes casos, y a la vez suficientemente precisa para no ser meramente un sinónimo inespecífico de 'conocimiento'. La epistemología tradicional (p.e. Locke, Kant o el primer Wittgenstein) aborda este reto en su máxima generalidad, ofreciendo teorías de la representación para el conocimiento en general. Dentro de la filosofía de la ciencia, se ha dado en los últimos años un nuevo impulso a esta tarea, aunque restringiendo su alcance limitándolo a las formas de representación propias de la actividad científica. A este ámbito vamos a confinarnos nosotros también en el presente trabajo.

La cuestión que nos ocupa es, pues, si hay un núcleo conceptual común tras aquellos enunciados representacionales característicos de la actividad científica (d-k). Antes de iniciar la tarea es preciso hacer dos observaciones. En primer lugar, nada garantiza *a priori* que podamos realizarla con éxito. No partimos de la preconcepción de que *debe* haber un núcleo conceptual común. Parece que estos usos de 'representación' comparten un aire de familia, y podemos preguntarnos si ello se corresponde con un núcleo conceptual común¹. En términos de integración conceptual, ésta parece una alternativa deseable que conviene estudiar, aunque por supuesto el resultado puede ser negativo y debemos quizá aceptar una pluralidad de conceptos representacionales sin un núcleo común suficientemente fuerte.

En segundo lugar, el alcance de este estudio es doblemente limitado: no sólo vamos a confinarnos al ámbito de las representaciones científicas, sino que, además, no vamos a abordar todos los aspectos epistémicamente relevantes de estas representaciones. En particular, vamos a limitarnos a los aspectos formales. En las representaciones científicas se pueden distinguir al menos dos aspectos, uno formal y otro pragmático o "aplicativo" y aquí vamos a ocuparnos sólo del primero. Ahora bien, aunque nos centraremos en los aspectos formales, ello no significa que podamos prescindir completamente de consideraciones derivadas de su dimensión aplicativa. El análisis formal ha de ser compatible con las características pragmáticas

más destacadas. Por ejemplo, parece bien establecido que, si no siempre, muchas veces, y en cualquier caso algunas veces, la noción de *representación* es asimétrica: si x representa y , entonces y no representa x . Seguramente del análisis formal no se debe derivar este hecho, pero parece que al menos sí debe ser compatible con él. Aunque el análisis formal no pueda implicar que toda representación es asimétrica, tampoco debe implicar que ninguna lo es. Así, si determinado análisis formal tiene como consecuencia que toda representación es simétrica, ello sería suficiente para considerarlo inadecuado.

Iniciaremos nuestra tarea revisando los principales tipos de representaciones científicas: las representaciones "proyectivas" u homomórficas, de las que (f)-(g) son casos paradigmáticos; las representaciones "subsuntivas" o teóricas, ejemplificadas en (h)-(i); y las representaciones reductivas o "constitutivas", ejemplificadas en (j)-(k). En todas ellas un cierto constructo científico representa algo de un determinado modo. Veamos cuáles son (cuáles parecen ser en principio) las entidades "representadoras", las entidades representadas y el modo de representación en cada uno de estos casos².

2. Representación proyectiva u homomórfica

Este es el tipo de representación involucrado paradigmáticamente en las geometrías analíticas y en las teorías de la medición fundamental³.

Las *teorías de la medición fundamental* (TM) se ocupan de la representación numérica de ciertas propiedades específicas llamadas 'magnitudes', como la longitud, la masa o la temperatura. Una magnitud es una propiedad susceptible de ser instanciada "en mayor o menor grado". La propiedad de *ser tigre*, o la de *ser hembra*, son de tipo "todo o nada", su instanciación no tiene grados, se es tigre o no se es, un objeto no puede ser "más tigre" que otro. Con *ser másico* no ocurre así, un objeto puede ser más másico que otro, se puede instanciar en diversos grados; y análogamente con la longitud o la temperatura. Este tipo de propiedades, las magnitudes, son expresadas a nivel empírico mediante *sistemas comparativos cualitativos* (SCC). Puesto que las magnitudes se instancian en diverso grado, los objetos pueden ser comparados en virtud del grado en que las instancian; por ejemplo, podemos comparar el grado en que los cuerpos de tamaño medio instancian la masa a través de una balanza de brazos. Los SCC son pues sistemas de la forma $\langle A, \succ, \dots \rangle$, donde \succ es la relación de orden (al menos de orden débil) que resulta de la comparación cualitativa entre los

elementos de A , y los puntos suspensivos pueden ser ocupados por otras relaciones u operaciones cualitativas que sirven de ayuda a la representación (p.e., en los sistemas combinatorios, una operación de combinación \circ). Pues bien, cuando un SCC satisface determinadas condiciones, sucede que el sistema cualitativo $\langle A, \succ, \dots \rangle$ puede ser representado por otro sistema cuantitativo $\langle \text{Re}, \geq, \dots \rangle$ (Re es el conjunto de números reales).

Las *geometrías analíticas* (GA) se ocupan de la representación analítica-vectorial de ciertas propiedades y relaciones geométricas cualitativas o topológicas, como *línea, punto, plano, incidir en, estar entre, ser congruente con*, etc. Estas entidades cualitativas constituyen las *geometrías sintéticas* (GS), sistemas cualitativos del tipo $\langle A, \dots \rangle$, donde A es el dominio básico y los puntos suspensivos son ocupados por algunas de esas propiedades y relaciones (p.e. en los planos proyectivos, por un conjunto de puntos, otro de líneas y una relación de incidencia). Pues bien, cuando una GS satisface determinadas condiciones, sucede que el sistema cualitativo $\langle A, \dots \rangle$ puede ser representado por otro sistema matemático vectorial $\langle \text{Re}^n, \dots \rangle$.

¿Qué significa 'representa' en estos casos?, ¿en qué sentido un sistema A es representado por otro B ? Aquí representar consiste básicamente en "preservar la estructura": el sistema representante reproduce "en sus propios términos", con su propia ontología, "los mismos hechos" que constituyen al sistema representado. Por tanto, aquí representar consiste en "proyectar" la estructura del sistema representante en otro, en este sentido esta representación puede ser calificada de *proyectiva*. Como sabemos, la noción técnica que expresa esta idea es la de *homomorfismo*: el sistema representante B representa al sistema representado A si A es (al menos) homomorfo (quizás isomorfo) a B . Así, llamamos *representación proyectiva* u *homomórfica* a la representación de un sistema relacional $A = \langle A, R_1, \dots, R_n \rangle$ por otro homólogo $B = \langle B, S_1, \dots, S_n \rangle$ mediante un *homomorfismo* h de A en B (abreviaremos ' A es homomorfo a B ' mediante ' $A \xrightarrow{h} B$ ')⁴.

En los dos ejemplos vistos, hemos dicho que para que la representación sea posible es necesario que el sistema representado satisfaga ciertas condiciones ψ (p.e., en TM que \succ sea un orden débil, o que sea \circ -monótona, etc.; en GA que la relación de paralelismo sea simétrica, que la de congruencia sea transitiva, etc.). Que estas condiciones son suficientes para la representación es lo que establece el llamado *teorema de representación* (TR):

TR $\psi(A)$ implica $A \xrightarrow{h} B$ (para cierto B).

Como dadas las condiciones ψ puede haber más de una representación en el mismo sistema representante, esto es, varios homomorfismos entre A y B , queremos saber en general cuán única es la representación, cómo se relacionan entre sí las diferentes representaciones. Esto es lo que establece el *teorema de unicidad* (TU):

TU $\psi(A)$ implica: si f y g son dos homomorfismos entre A y B , entonces g es una T -transformación de f (donde T es un tipo de transformación específico: lineal, similar, exponencial,...).

Las teorías representacionales proyectivas, como TM o GA, se ocupan pues de investigar los diversos grupos de condiciones que satisfacen los sistemas representados, condiciones que posibilitan diversos tipos de representaciones (e.e. sobre un B específico) con una unicidad (transformación T) característica.

3. Representación subsuntiva o teórica

Este es el tipo de representación involucrado paradigmáticamente en teorías como la mecánica clásica (MC), la gramática Chomskiana (GC) o la termodinámica del equilibrio (TE). La perspectiva metateórica desde la que vamos a analizar su naturaleza representacional es la correspondiente a las llamadas *concepciones semánticas*. Hay muchas versiones de este enfoque, la inicial de Suppes-Adams, las de van Fraassen, Giere o Suppe, o la estructuralista de Sneed, Moulines y Balzer⁵. Aunque hay importantes diferencias entre ellas, lo esencial de lo que sigue a continuación no depende de tales diferencias y se puede desarrollar, con ligeras modificaciones, desde cualquiera de las versiones.

En estos casos se representa cierta parcela o ámbito de la realidad (p.e. cuerpos en movimiento, gases en expansión, etc.) mediante determinado constructo teórico (sistemas dinámicos, termodinámicos, etc.). Según la perspectiva metateórica propia de las concepciones semánticas que aquí hemos adoptado, tanto los ámbitos de la realidad representados como los constructos teóricos que los representan se deben analizar en términos de modelos.

Las parcelas de la realidad vienen determinadas mediante ciertos modelos o estructuras empíricas, los *sistemas de datos*. Estos sistemas están constituidos por ciertos dominios de objetos, los individuos involucrados en ese ámbito, y ciertas propiedades y relaciones que expresan los "hechos" que les suceden a los individuos involucrados. Por ejemplo, los sistemas

de datos en mecánica están constituidos por un conjunto P de partículas y dos conjuntos (funciones) S , posición, y T , tiempo, que expresan los "hechos cinemáticos" (trayectorias, velocidades, etc.) que les suceden a las partículas del dominio básico⁶; los datos en mecánica son pues descripciones espaciotemporales, e.e. cinemáticas, de las partículas involucradas. Así, en general, un sistema de datos D es una estructura del tipo $D = \langle A_1, \dots, A_m, R_1, \dots, R_n \rangle$, donde los A_i son los dominios básicos y las R_i las propiedades o relaciones (quizás funciones) que expresan los hechos empíricos relevantes.

Los constructos teóricos "representantes" son los *modelos teóricos*. Los modelos teóricos son extensiones teóricas de los sistemas de datos, están constituidos por los mismos tipos de entidades que los sistemas de datos más otras adicionales, las entidades *teóricas* (relativamente a la teoría en cuestión) introducidas para dar cuenta de los datos. Las entidades teóricas son las *responsables explicativas* (típicamente *causales*) del comportamiento de las parcelas de la realidad expresadas en los sistemas de datos. Los modelos teóricos se determinan *materialmente* mediante las leyes de la teoría. Las leyes, que relacionan entre sí los parámetros teóricos con los empíricos, *definen* el conjunto de modelos que las satisfacen, esto es, el conjunto de estructuras en las que los valores concretos de los parámetros empíricos y teóricos son acordes con las relaciones entre unos y otros establecidas en las leyes. Por ejemplo, en mecánica, además de los conjuntos P de partículas con las funciones posición S y tiempo T , los modelos teóricos tienen como componentes adicionales la función masa M y la función fuerza F , que son los parámetros propiamente dinámicos del sistema introducidos para dar cuenta de los datos cinemáticos. Las leyes mecánicas establecen ciertas correlaciones entre los parámetros cinemáticos, S y T , y los dinámicos, M y F . Las estructuras concretas en las que se satisfacen estas correlaciones constituyen los *modelos efectivos* de la mecánica. Así, en general, un sistema teórico T , para un sistema de datos $D = \langle A_1, \dots, A_m, R_1, \dots, R_n \rangle$, es una estructura del tipo $T = \langle A_1, \dots, A_m, R_1, \dots, R_n, R_{n+1}, \dots, R_k \rangle$, donde las R_{n+1}, \dots, R_k son las propiedades y relaciones (quizás funciones) nuevas introducidas por la teoría⁷, los parámetros teóricos que en los modelos efectivos mantienen de hecho con los parámetros empíricos las relaciones que establecen las leyes.

¿Qué significa 'representa' en estos casos?, ¿en qué sentido un sistema de datos D es representado por un sistema teórico T ? Aquí representar consiste básicamente en "subsumir". El sistema teórico subsume el sistema

de datos en el sentido en que "encontramos" los datos como parte de los sistemas teóricos que satisfacen las leyes; los modelos efectivos definidos por las leyes son tales que determinan ("predicen") a nivel empírico los hechos expresados en los sistemas de datos. Para cada sistema de datos, hay al menos un modelo efectivo que lo contiene como "parte", esto es, tal que los valores de los parámetros empíricos que se derivan de la interacción que las leyes establecen entre estos parámetros y los parámetros teóricos, coinciden con los valores que de hecho se dan en el sistema de datos. Esto es lo que significa que el sistema de datos es subsumible en el sistema teórico (abreviaremos ' D es subsumible en T ' mediante ' $D \text{ } \varepsilon \rightarrow T$ '). Pues bien, que los datos son de hecho subsumibles en los modelos teóricos definidos por las leyes es lo que pretende la teoría, es su *aserción empírica* (AE). Así, si ψ expresa el conjunto de las leyes, la forma de la aserción se puede expresar del siguiente modo:

AE $\psi(T)$ implica $D \text{ } \varepsilon \rightarrow T$ (para cierto D).

Nótese que esta afirmación no es trivialmente verdadera, pues los sistemas de datos D se determinan con independencia de las leyes que definen los sistemas teóricos T . Que sea verdadera o no depende de que efectivamente las leyes sean empíricamente adecuadas, que "salven los fenómenos".

4. Representación reductiva o constitutiva

Casos paradigmáticos de *representación reductiva* son los pares "temperatura - energía cinética media", "sólido rígido - sistema de partículas", o "gen - ADN". En estos casos los términos de la representación, lo representado y lo representante, no parecen en principio estructuras sino propiedades, individuos o sustancias. Pero se puede mostrar que también aquí están involucrados ciertos sistemas o estructuras. La reducción de propiedades, sustancias o individuos sólo tiene sentido en el contexto de su ocurrencia en los modelos de las teorías correspondientes⁸. En estos casos de representación reductiva, los sistemas involucrados pueden ser de diferente tipo lógico: hechos expresados en un sistema $A = \langle A_1, \dots, A_m, R_1, \dots, R_n \rangle$ de cierto tipo son representados mediante hechos expresados en otro sistema $B = \langle B_1, \dots, B_j, S_1, \dots, S_k \rangle$ de diferente tipo.

¿Qué significa 'representa' en estos casos?, ¿en qué sentido el sistema A es reducido por el sistema B ? La idea es que el sistema reductor expresa "los mismos hechos" que los expresados por el sistema reducido, pero los expresa "de otro modo", modo que es, en cierto sentido a especificar, "más

básico". Los hechos expresados por A se reducen a hechos expresados en el sistema B en el sentido en que los hechos- A "consisten en el fondo en" hechos- B . En este sentido podemos denominar 'constitutiva' o 'consistiva' a esta representación reductiva. En esto consiste que el primer sistema es reducible al segundo (abreviaremos ' A es reducible a B ' mediante ' $A \rightarrow B$ '). Este tipo de representación también es explicativa, aunque la explicación es de un tipo diferente a la característica de la representación teórica. Ahora un sistema no explica otro en el sentido de ser su "responsable causal" sino en el de revelar su "naturaleza profunda". La relación explicativa relevante aquí no es la de causalidad sino la de constitución.

La diferencia de tipo lógico de los sistemas es una medida de lo "sorprendente" de la reducción. En el caso más radical, los sistemas pueden no compartir nada, los dominios de individuos y las propiedades y relaciones pueden ser totalmente diferentes; en el caso más moderado, pueden diferenciarse sólo en alguna propiedad o relación compartiendo los dominios básicos; entre ambos extremos hay toda una variedad de casos intermedios. Cuanto más dispares son los sistemas más interesante es la reducción, en el sentido de que más sorprendente es el descubrimiento de que ciertas cosas consisten, en el fondo, en ciertas otras; por ejemplo, que la temperatura de un gas no es más que el efecto del movimiento de sus moléculas, o que los genes son secuencias de ADN. En todos los casos, sin embargo, para que un sistema sea reducible a otro es necesario que ambos sistemas se puedan "conectar" de modo que sea posible re-presentar las entidades de A como (combinaciones de cierto tipo de) entidades de B . Esto es lo que exigen las condiciones de conexión o "principios puente" ψ , y que estas condiciones garantizan la reducción es lo que afirma el *enunciado reductivo* (ER):

ER $\psi(A, B)$ implica $A \rightarrow B$.

Si la reducción es viable, entonces podemos inferir afirmaciones sobre A a partir de afirmaciones sobre B . A estas inferencias podemos denominarlas *implicaciones reductivas* (IR):

IR Si $A \rightarrow B$ entonces: $\gamma(B)$ implica $\psi(A)$.

5. Esquema de TGRC y alternativas

En cada uno de estos tres tipos de representaciones se pueden identificar los siguientes elementos:

- REP (i) Un sistema representado $A = \langle A_1, \dots, A_m, R_1, \dots, R_n \rangle$.
 (ii) Un sistema representante $B = \langle B_1, \dots, B_j, S_1, \dots, S_k \rangle$.
 (iii) Una función representación rep .
 (iv) Un enunciado representacional " $\alpha(A, B, rep)$ ".

En la representación proyectiva tenemos:

- A y B son homólogos: $m=j$, $n=k$, ariedad (R_i) = ariedad (S_i)
- rep es la homomorfía: $h \rightarrow$
- α es: $\psi(A)$ implica $A h \rightarrow B$.

En la representación teórica:

- B es una extensión de A : $j \geq m$, $k \geq n$, $A_i = B_i$ ($1 \leq i \leq m$), R_i y S_i ($1 \leq i \leq n$) se generan a partir de los mismos dominios y del mismo modo
- rep es la subsumibilidad: $s \rightarrow$
- α es: $\psi(B)$ implica $A s \rightarrow B$.

En la representación reductiva:

- A y B pueden ser sistemas cualesquiera
- rep es la reducibilidad: $r \rightarrow$
- α es: $\psi(A, B)$ implica $A r \rightarrow B$.

Obviamente esto *no* es una Teoría General de la Representación Científica. REP es simplemente el esquema de una tipología al que toda tal teoría se debe adecuar. Para desarrollar una TGRC en sentido estricto necesitamos algo más, debemos añadir al esquema REP condiciones adicionales a la vez *substantivas* y *suficientemente generales* para que las representaciones proyectiva, teórica y reductiva se deriven como casos particulares. De la posibilidad de dar con tales condiciones depende la viabilidad de una TGRC. Como advertimos al comienzo, nada asegura que las haya, que exista *una misma noción* de representación de la que estas tres formas sean casos particulares.

¿Hay efectivamente una TGRC de la que las representaciones proyectiva, teórica y reductiva sean casos particulares? ¿Comparten estos tres tipos de representaciones científicas un núcleo conceptual? En principio hay varias posibilidades a explorar para una TGRC. La más sencilla, y fuerte,

es que una de las representaciones vistas sea ella misma la TGRC, esto es, que dos de los tipos vistos se reduzcan a, se deriven de, el tercero, que podamos analizar aquellos mediante éste. Esta posibilidad es la que vamos a explorar en las dos últimas secciones. Si las alternativas en juego no resultan viables, deberemos desestimar esta versión fuerte de TGRC y buscar otra más débil.

6. El enfoque proyectivista

Hay una tradición en filosofía de la ciencia (y en epistemología) que se puede ver como la defensa de cierta versión fuerte de TGRC. La tesis característica de este enfoque es que la idea central que articula toda representación científica (incluso toda representación sin más) es la de *función que preserva la estructura*. Puesto que en ello consiste lo que aquí hemos denominado *proyección*, podemos denominar a esta propuesta 'enfoque proyectivista'.

El enfoque proyectivista en epistemología tiene una amplia tradición, podemos rastrearlo al menos hasta el primer Wittgenstein, y seguramente antes (p.e. Leibniz). En la última década han aparecido una serie de nuevos trabajos en esta línea entre los que destacan, por lo que a la representación científica se refiere, Mundy (1986, 1987 y 1989), Suppes (1989), Swoyer (1991), Mormann (1988) y Ibarra-Mormann (1997). Diferencias terminológicas aparte, en todos la idea que inspira inicialmente el análisis de la representación científica es la de *proyección homomórfica* (en algunos casos algo más fuerte, *isomórfica*).

Mundy (1986) habla de *homomorfismo fiel* ('faithful homomorphism') entre los sistemas (homólogos) A y B , entendiendo por tal una función f del dominio de A en el dominio de B tal que proporciona en términos del sistema representante B información *fiable y completa* de los hechos del sistema representado A : dados los sistemas $A = \langle A, R_1, \dots, R_k \rangle$ y $B = \langle B, S_1, \dots, S_k \rangle$, f de A en B es un homomorfismo fiel si y sólo para todo i ($1 \leq i \leq k$): $\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in R_i$ syss $\langle f(a)_1, \dots, f(a)_n \rangle \in S_i$ (n es la aridad de la i -ésima relación de cada sistema). El sentido derecha-izquierda garantiza que la representación sea fiable y el sentido izquierda-derecha que sea completa; esta doble condición, que Mundy a veces denomina 'dihomomorfía' (cf. 1987), es lo que muchos textos se denomina *homomorfismo fuerte* y en otros simplemente *homomorfismo* (cf. p.e. *Foundations of Measurement*). Suppes utiliza inicialmente 'isomorfismo', en el sentido usual. Swoyer habla de *representación estructural* ('structural representation'),

entendiendo por tal, en principio (cf. más abajo), un morfismo, que puede ser fuerte (isomorfismo) o débil (*inmersión isomórfica*, 'isomorphic embedding'). Ibarra y Mormann utilizan la noción de *mapa preservador de estructura* ('structure preserving map'), entendiéndolo por ello, en principio (cf. más abajo), algo semejante a los homomorfismos fieles de Mundy.

Considero un hecho incontrovertible que estas nociones, equivalentes a la de *proyección homomórfica*, no pueden articular una alternativa proyectivista radical. Si por homomorfismo se entiende *estrictamente* lo que se entiende usualmente, entonces la idea de proyección homomórfica no puede constituir el núcleo de una TGRC. El motivo es inmediato: la representación teórica y la representación reductiva no pueden ser casos de representación proyectiva en este sentido, cuando menos porque ésta exige sistemas homólogos y aquellas no. Ni las aserciones empíricas ni los enunciados reductivos son teoremas de representación *en sentido estricto*.

Este es un hecho incontrovertible, y demasiado manifiesto como para que estos autores no lo reconozcan. En realidad así lo hacen, asumiendo que se debe liberalizar la propuesta proyectivista original para dar cuenta de otros tipos de representación. La cuestión es cómo hacerlo. ¿Cómo liberalizar la idea de proyección homomórfica manteniendo todavía el núcleo intuitivo original y de modo que se puedan cubrir los diferentes tipos de representación? La pretensión es que el resultado de la liberalización sea una noción suficientemente general para cubrir los diferentes casos, sin ser por ello excesivamente general y aplicarse a casos que no consideramos representacionales. Pero como en todo intento generalizador, en esta tarea acechan dos peligros opuestos. Si no somos suficientemente generales somos culpables de *chovinismo*, no cubrimos casos que deberíamos cubrir. Y si somos demasiado generales somos culpables de *liberalismo*, cubrimos casos que no deberíamos cubrir. El problema para el enfoque proyectivista es pues generalizar la idea de *representación proyectiva* sin caer en el chovinismo ni en el liberalismo. Nuestra tesis es que, al menos en el estado actual de la investigación, no lo ha logrado. La revisión que estos autores hacen de la idea original, si es suficientemente específica como para poder evaluarla, acaba pecando de chovinismo o de liberalismo.

Algunas de las revisiones son sólo programáticas, demasiado inespecíficas. Mundy toma como casos paradigmáticos de representación la involucrada en las geometrías analíticas y en las teorías de la medición fundamental. Por eso propone, como hemos visto, la noción de *homomorfismo fiel* como núcleo para una TGRC. Su noción tiene una peculiaridad que no hemos mencionado antes, y es que no exige que la función represen-

tacional f deba aplicarse a todo elemento del dominio del sistema representado: "el requerimiento básico del concepto informal de representación es simplemente que para cualesquiera elementos a_i de A que posean representante en B , la condición [de [homomorfismo] fiel] se cumpla" (1986, p. 394). Aunque no menciona la representación teórica, sí se refiere explícitamente a la representación reductiva y reconoce que para obtener una teoría verdaderamente general de la representación, que pueda aplicarse a los casos de reducción, es necesario debilitar la condición de homomorfía fiel. El motivo principal es que en los casos de reducción los sistemas no son homólogos: "La noción de representación empleada en estos casos será una generalización de la antes referida, pues los modelos de diferentes teorías serán en general [estructuras] de diferente tipo lógico" (ibid., p. 396). Pero a continuación señala que no se va a ocupar en ese trabajo de esa generalización y que, como había anunciado, va a limitarse a los homomorfismos fieles. Hasta donde conozco, la versión precisa de la generalización anunciada sigue todavía por especificar.

Ibarra y Mormann también parten de la noción de representación propia de las teorías de la medición y las geometrías analíticas y proponen extenderla a la representación teórica. La idea básica es que una representación es una aplicación preservadora de estructura ('structure preserving map'). Esta noción tiene una acepción fuerte y precisa que coincide con los homomorfismos fieles de Mundy. Sin embargo, para dar cuenta de otras representaciones, en concreto de la teórica, se debe debilitar. Estos autores caracterizan la representación teórica de un dominio de datos D mediante un ámbito de constructos simbólicos C , como una aplicación $f:D \rightarrow C$ que es complementada por una interpretación simbólica $s:C \rightarrow D$ que proporciona la interpretación empírica de los conceptos teóricos (cf. *o.c.*, Def. 2.2). La caracterización precisa de la representación teórica queda sin embargo abierta: "No queremos especificar las condiciones para D , C y f demasiado estrictamente. En cualquier caso, hay una teoría desarrollada sobre qué se puede entender por aplicación preservadora de estructura entre sistemas relacionales (cf. Mundy 1986, Swoyer 1991, Suppes 1989)" (ibid., p. 71, n. 10)⁹. Más adelante presentan la tesis de que las representaciones teóricas $f:D \rightarrow C$ "son representaciones geométricas en el sentido de que el dominio representante C puede ser concebido como un *espacio geométrico* (generalizado)" (p. 72). Pero eso es de poca ayuda para precisar la estructura lógica de la representación teórica pues todo depende de cómo se precise la noción de espacio geométrico *generalizado*. Ha de ser una noción que dé cabida a ejemplos muy diversos: representaciones geo-

métricas galileanas de fenómenos cinemáticos, representaciones analíticas de hechos topológicos cualitativos, representaciones en términos de espacios de estado de fenómenos físicos. La cuestión es que nada suficientemente específico se dice acerca de la generalización relevante de la noción de espacio geométrico de lo que se pueda extraer una acepción suficientemente precisa de la noción de aplicación preservadora de estructura (y que sea más general que la de homomorfismo fiel).

Quien sí ofrece una liberalización suficientemente precisa de la noción de homomorfismo es Suppes. Suppes presenta una caracterización general peculiar de lo que es un teorema de representación para teorías. Un teorema tal establece un subconjunto B de modelos que "representa" el conjunto total M de modelos de la teoría. B representa M , y por tanto a la teoría misma, en el sentido de que todo modelo de M es isomorfo a algún modelo de B (cf. *o.c.*, pp. 259-260). Así, el teorema establece un conjunto de "representantes" de la teoría y los teoremas interesantes son aquellos que establecen un conjunto "mínimo" de representantes (cuando la teoría es categórica, dicho conjunto mínimo de representantes es unitario). Como puede verse, esta caracterización presupone una noción de representación para modelos. Cada modelo de B representa uno o varios de M , representa a todos aquellos modelos de M isomorfos a él (por tanto, al menos a sí mismo y quizás a otros). La noción presupuesta de representación para estructuras es pues la de isomorfismo. Suppes reconoce que esta noción es demasiado fuerte y presenta una liberalización en dos pasos. En primer lugar, al modo usual, sustituye la exigencia de isomorfía por la más débil de homomorfía. Puesto que la homomorfía resulta todavía demasiado fuerte en algunos casos, propone debilitar nuevamente la semejanza y exigir sólo *inmersión* ('embedding', *ibid.*, p. 264). La idea es que un sistema relacional $A = \langle A, R_1, \dots, R_k \rangle$ es inmersible en otro $B = \langle B, S_1, \dots, S_k \rangle$ si A es homomorfo a un submodelo $B' = \langle B', S'_1, \dots, S'_k \rangle$ de B , siendo B' un submodelo de B si $B' \subseteq B$ y cada S'_i es la correspondiente restricción de S_i a B' . Es inmediato ver que esta liberalización no es suficiente para articular una TGRC pues sigue implicando que el sistema representante y el sistema representado son homólogos, dejando por tanto al margen a las representaciones teóricas y a las reductivas. Las aserciones empíricas y los enunciados reductivos no pueden ser casos de "teoremas de inmersión". Esta alternativa es, pues, culpable de chovinismo, excluye casos que queremos incluir.

Swoyer parte de la noción central de *representación estructural* caracterizada en términos de preservación de estructura: "Es una tesis central de este

artículo que la *estructura compartida* (...) explica la aplicabilidad de un amplio rango de sistemas representacionales -incluyendo muchos *no-matemáticos*- a las cosas que representan" (o.c., p. 451). Los sistemas involucrados en la representación se conciben ahora intensionalmente, e.e. constan de un dominio de individuos y de una serie de relaciones concebidas intensionalmente, pudiendo haber por tanto constituyentes diferentes con la misma extensión; cada sistema dispone además de una función EXT¹⁰ que asigna a cada entidad intensional su correspondiente extensión. Sin embargo, es fácil ver que la noción de *estructura compartida* no depende esencialmente de estos aspectos intensionales. Dos sistemas intensionales $A = \langle A, R_1, \dots, R_k \rangle$ y $B = \langle B, S_1, \dots, S_j \rangle$ tienen la misma estructura si y sólo si son *isomorfos* en el siguiente sentido (cf. ibid., p. 456): A y B son isomorfos si y sólo si son del mismo tipo lógico y hay una función biunívoca f de todo $A \cup \{R_1, \dots, R_k\}$ sobre todo $B \cup \{S_1, \dots, S_j\}$ (f asigna biunívocamente a cada individuo del dominio de A un individuo del dominio de B y a cada relación de A una relación de B agotando individuos y relaciones de ambos sistemas) que preserva el tipo lógico de la entidad-argumento y que (para todos los individuos y relaciones involucrados) cumple la condición (*) " $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \in \text{EXT}(R)$ sys $\langle f(x_1), \dots, f(x_n) \rangle \in \text{EXT}(f(R))$ ". Como se notará, esta noción de isomorfismo para sistemas intensionales es puramente extensional, 'isomorfo' significa aquí "extensionalmente isomorfo" (en el sentido usual). Lo mismo sucede con la noción de *inmersión isomórfica*, que se obtiene de la anterior si prescindimos de la exigencia de que f sea exhaustiva (ibid.). Así pues, a nuestros actuales efectos, podemos prescindir de los aspectos intensionales de este análisis.

Swoyer reconoce que estas nociones son demasiado fuertes para poder cubrir los diversos tipos de representación. Los principales hechos que exigen debilitarla son los siguientes. A veces la representación es tal que (cf. ibid., pp. 470-471): (a) no se preserva el tipo lógico de los sistemas; (b) no se preserva el tipo lógico de las entidades; (c) no se preservan todas las relaciones del sistema representado sino sólo algunas; (d) no se preservan los hechos en las dos direcciones sino sólo en una; (e) una misma entidad puede ser representada por diferentes entidades representantes, y viceversa. Por estos motivos, Swoyer propone liberalizar la noción de representación estructural del siguiente modo. Cuando f satisface el sentido izquierda-derecha de (*) diremos que f *preserva* R , y cuando satisface el sentido opuesto diremos que *contra-preserva* R . Sean ahora Δ y Ψ dos conjuntos de relaciones de uno de los sistemas: f es un Δ/Ψ -*morfismo* de ese sistema en el otro si y sólo si f preserva todas las relaciones de Δ y contra-preserva

todas las relaciones de Ψ . Ahora podemos ver la definición de representación estructural generalizada (p. 475): A es representado estructuralmente por B si y sólo si existe un Δ/Ψ -morfismo de A en B y al menos Ψ no es vacío, o existe un Δ/Ψ -morfismo de B en A y al menos Δ no es vacío. Esto es (en versión extensional), $A = \langle A, R_1, \dots, R_k \rangle$ es representado por $B = \langle B, S_1, \dots, S_j \rangle$ si y sólo si: (i) para alguna R_i hay f de entidades de A a entidades de B tal que si $\langle f(x_1), \dots, f(x_n) \rangle \in f(R_i)$ entonces $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \in R_i$, o (ii) para alguna S_i hay f de entidades de B a entidades de A tal que si $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \in S_i$ entonces $\langle f(x_1), \dots, f(x_n) \rangle \in f(S_i)$.

El problema de esta propuesta no es desde luego la imprecisión. Es perfectamente preciso el sentido en que se ha liberalizado la noción original de representación estructural. El problema es que sin constricciones adicionales esta noción de representación es demasiado liberal. Según esta noción, B representa a A si y sólo si alguna relación de A es contra-preservada en B (mediante una función que asigne a elementos de A elementos de B o viceversa). Pero esto es claramente inadecuado, tiene consecuencias claramente inaceptables. Por ejemplo, de la definición se sigue que: (i) si B representa a A entonces B representa también *cualquier* sistema C que sea extensión de A , cualquier sistema que tenga A como "parte"; y (b) si B representa a A entonces *cualquier* sistema C que sea una extensión de B , que tenga a B como parte, también representa a A . Y eso sin que importe en absoluto los elementos adicionales con que contribuya C respecto de A o de B . Por ejemplo, dado que $\langle Re, \geq, + \rangle$ representa a un sistema cualitativo extensivo $\langle A, \triangleright, \circ \rangle$ en el que A es un conjunto de cuerpos de tamaño medio, \triangleright es la comparación de cuerpos mediante balanzas y \circ la composición física, según esta liberalización también representa al sistema $\langle A, \triangleright, \circ, @ \rangle$ en el que tenemos además una relación cualitativa $@$ de comparación de volúmenes mediante desalojo por inmersión en agua. Por lo mismo $\langle Re, \geq, +, ? \rangle$ representa también a $\langle A, \triangleright, \circ \rangle$, sea lo que sea $?$. Es más, $\langle Re, \geq \rangle$ también representa a $\langle A, \triangleright, \circ \rangle$, y también a $\langle A, \triangleright, \circ, @ \rangle$.

Estas consecuencias son inaceptables. Si estuviéramos dispuestos a aceptarlas, sólo sería porque distinguiríamos dos acepciones de 'representar'. Una, estricta, según la cual $\langle Re, \geq, + \rangle$ representa a $\langle A, \triangleright, \circ \rangle$ pero no a $\langle A, \triangleright, \circ, @ \rangle$, y otra, laxa, según la cual representa a ambos. Podemos utilizar las palabras como queramos, pero está claro que son dos sentidos diferentes y que, palabras aparte, el que aquí nos interesaba es el primero. Los sistemas representados están, justamente, para especificar *qué* es lo que se representa, de modo que decir que lo que "de verdad" se representa es sólo

una parte del sistema representado es reconocer que a lo que llamamos sistema representado no es lo representado. Los sistemas representantes están, justamente, para especificar *qué* es lo que representa, de modo que decir que lo que "de verdad" representa es sólo una parte del sistema representante es reconocer que a lo que llamamos sistema representante no es lo que representa. De algún modo, los constituyentes del sistema representado han de ser "esenciales *qua* representados", y los constituyentes del sistema representante han de ser "esenciales *qua* representantes".

Esta alternativa es, pues, culpable de liberalismo, incluye casos que queremos excluir. Establece, como máximo, una condición necesaria, no suficiente. Para obtener una noción satisfactoria más sustantiva se debería especificar en qué consiste la función representacional "indirecta" del resto de constituyentes que no son "directamente" representados o representantes, función que permitiera discriminar los casos espurios de los auténticos. En el mejor de los casos, eso es todavía una cuestión abierta. En el peor, quizás no sea posible tal especificación más que en cada tipo específico de representación y se deba abandonar la idea de un concepto general bien definido de representación que conserve el núcleo intuitivo de la representación proyectiva.

La conclusión es pues que la alternativa proyectivista está, de momento, todavía por concretarse de modo satisfactorio. En su estado actual, es o bien demasiado liberal o bien demasiado restrictiva. Cómo puede huir el proyectivismo de ambos extremos es una cuestión todavía abierta¹¹. Por otro lado, caso de tener éxito en su empresa, es un hecho incontrovertible que sólo puede tenerlo en una versión no radical del programa, mediante una noción más débil que la noción original de representación proyectiva. Antes de abandonar las opciones más simples, y radicales, para elaborar una TGRC, conviene explorar otras alternativas.

7. La alternativa subsuntivista

La tesis central del enfoque subsuntivista es que el núcleo conceptual común a los diversos tipos de representación científica es el de *subsunción teórica*. Como antes, la principal dificultad es mostrar que las otras formas de representación científica se derivan, en un sentido a especificar, de ésta. En este caso, el reto es mostrar que las representaciones proyectiva y reductiva se pueden analizar en términos de representaciones subsuntivas.

Con la representación reductiva no parece haber especiales dificultades, pues hay un modo natural de analizar la reducción a partir de la subsunción

teórica. La clave radica en que la reducción es una relación *interteórica*: los sistemas A , B involucrados en la representación reductiva $r \rightarrow$ son sistemas de diferentes teorías. Connotaremos este hecho poniendo los correspondientes subíndices a los sistemas vinculados por la relación reductiva: $A_T r \rightarrow B_{T'}$. Pues bien, es natural ver la representación reductiva como determinada relación entre representaciones teóricas. Según este análisis, que una teoría T se reduce a otra T' significa, aproximadamente, que el que los datos de T sean subsumibles en los modelos teóricos de T se "deriva" de (es implicado por) que los datos de T' son subsumibles en los modelos teóricos de T' . Podemos expresar esquemáticamente este análisis del siguiente modo:

$$R-T \quad A_T r \rightarrow B_{T'} \text{ syss: } D_{T'} s \rightarrow T_{T'} \text{ implica } D_T s \rightarrow T_T$$

Esta es la idea básica para tratar la representación reductiva en términos de representaciones teóricas. Para desarrollar esta idea en detalle son necesarias ciertas complicaciones que no podemos ver aquí. Si tenemos razón, y los diversos modos en que se puede desarrollar el análisis de la reducción preservan el núcleo de esta idea, la representación reductiva no representa un problema para la alternativa subsuntivista.

La principal dificultad parece provenir de la representación proyectiva. ¿es posible ver los casos de representación proyectiva como casos de representación teórica? Para abordar esta cuestión me limitaré provisionalmente a uno de los casos paradigmáticos de representación proyectiva, las teorías de la medición. Propondré un modo de ver las teorías de la medición que permite responder afirmativamente a esta pregunta, defenderé que básicamente la misma estrategia es aplicable a los otros casos paradigmáticos de representación proyectiva, las geometrías analíticas, y dejaré abierta la cuestión de si también es viable en otros posibles casos.

Hay un modo aparentemente inmediato de tratar las teorías de la medición, con su tipo de representación proyectiva característica, como teorías "usuales" con su representación subsuntiva característica (cf. Sneed 1979). La idea es considerar que las funciones-representación f , las escalas, son las magnitudes teóricas que extienden los sistemas de datos y constituyen los modelos teóricos. Así, si un sistema de datos de las teorías de la medición es un sistema empírico comparativo cualitativo $\langle A, \succ, \dots \rangle$, entonces los modelos teóricos son esos mismos sistemas enriquecidos con el dominio Re de números reales, la relación \geq (más eventualmente relaciones adicionales correspondientes a las eventuales relaciones-ayuda

cualitativas adicionales que pueda contener el sistema de datos) y una función de A en Re . Los sistemas teóricos de las teorías de la medición serían pues estructuras del tipo $\langle A, Re, \succ, \dots, \succeq, \dots, f \rangle$. Los modelos efectivos de la teoría serían las estructuras de este tipo que satisfacen las leyes de la teoría, en este caso la siguiente ley (*o.c.*, p. 223): "f es un homomorfismo de $\langle A, \succ, \dots \rangle$ en $\langle Re, \succeq, \dots \rangle$ ". Esta es la ley que definiría el conjunto de modelos teóricos efectivos de las teorías de la medición, y la aserción empírica aseveraría que los modelos de datos, los sistemas comparativos cualitativos, son subsumibles en los modelos teóricos efectivos, esto es, que son sistemas cualitativos homomorfos a $\langle Re, \succeq, \dots \rangle$. Por ejemplo, en la teoría de la medición de magnitudes combinatorias extensivas, los sistemas de datos serían estructuras del tipo $\langle A, \succ, \circ \rangle$, los sistemas teóricos estructuras del tipo $\langle A, Re, \succ, \circ, \succeq, +, f \rangle$ (siendo f una función de A en Re) y la ley fundamental que define el conjunto de modelos efectivos "f es un homomorfismo de $\langle A, \succ, \circ \rangle$ en $\langle Re, \succeq, + \rangle$ "¹².

Aunque esta propuesta puede parecer en principio natural, en el fondo es inaceptable justamente por antinatural y artificial. Como no podemos realizar aquí una crítica detenida (cf. Díez 1992, cap. 3), mencionaremos tan sólo su problema más manifiesto. El problema consiste en tomar como esencial a estas teorías algo que es totalmente accidental, si bien son las mismas exposiciones estándar de la teoría las que propician esta confusión. Nos estamos refiriendo al hecho clave de que en las exposiciones usuales de TM el sistema representante está, por así decir, sobrevalorado en su significación epistémica. Lo que vamos a defender es que no es necesario, y es confundente, presentar lo que TM hace en términos de una relación entre los *dos* sistemas que hemos mencionado: el sistema empírico cualitativo representado y el sistema matemático representante. En realidad, este segundo "objeto", el sistema supuestamente representante, es *epistémicamente vacío*. Dicho objeto parece epistémicamente significativo en "la versión-homomorfismo" del teorema de representación, pero es fundamental darse cuenta de que la versión-homomorfismo, aunque siempre posible, es *casi siempre antinatural y siempre inesencial*, es meramente una abreviación terminológica de versiones equivalentes más largas en las que "no aparece" el sistema supuestamente representante.

La versión-homomorfismo puede parecer natural en algunos casos, por ejemplo para los sistemas combinatorios extensivos. Estos sistemas fueron además históricamente los primeros en ser estudiados por la teoría y sirvieron de paradigma para el estudio de otros sistemas, por lo que podría pensarse que la versión-homomorfismo es paradigmáticamente generaliza-

ble a esos otros casos. Pero no es así. De hecho, en los sistemas combinatorios extensivos, por natural que pueda ser usarla, la versión-homomorfismo no es más que una mera abreviatura terminológica. Decir que si, para ciertas condiciones ψ , se cumple $\psi(\langle A, \succ, \circ \rangle)$ entonces existe un función f que "es un homomorfismo entre de $\langle A, \succ, \circ \rangle$ en $\langle \mathbb{R}, \geq, + \rangle$ ", no es más que un modo abreviado de decir que si $\langle A, \succ, \circ \rangle$ satisface ψ entonces hay una función f tal que (i) $a \succ b$ syss $f(a) \geq f(b)$ y (ii) $f(a \circ b) = f(a) + f(b)$. Como puede verse, en la versión no abreviada del teorema de representación no aparece el "objeto" supuestamente representante que parece desempeñar un papel central en de la versión abreviada. Es importante insistir, por tanto, que por más natural que sea en este caso usar la versión abreviada, es completamente inessential y *desorientador*. Eso se hace patente en los casos en que la versión-homomorfismo es completamente antinatural. No sólo en los casos en los que no hay una operación de combinación (p.e. en los sistemas de diferencias o intervalos, o en los de medición conjunta) sino también en muchos sistemas combinatorios que no son extensivos. Por ejemplo, en aquellos en los que la operación es *interna*: $a \succ a \circ b \succ b$. O en casos en que es *externa* pero *decreciente*, como en los sistemas combinatorios con la siguiente representación: $f(a \circ b) = f(a) + f(b) / f(a) \cdot f(b)$ ¹³. Por supuesto que siempre es posible *definir* operaciones matemáticas que permitan ofrecer la versión-homomorfismo. Podemos por ejemplo definir la operación $\#$ entre números tal que $x \# y =_{\text{def}} x + y / x \cdot y$, y presentar después la representación de esos sistemas combinatorios decrecientes apelando a un homomorfismo entre $\langle A, \succ, \circ \rangle$ y "el sistema representante" $\langle \mathbb{R}, \geq, \# \rangle$. Pero ello es totalmente antinatural por artificial. De hecho, como cabe esperar dada la gran variedad de sistemas que estudian, en *Foundations of Measurement* los autores usan la versión-homomorfismo en relativamente pocos casos¹⁴.

Es pues un hecho incontrovertible que la referencia a "una entidad representante" en los teoremas de representación de TM es casi siempre antinatural y *siempre inessential*, y por tanto desorientador. Esto nos conduce al núcleo de la crítica a la propuesta de Sneed. La objeción que acabamos de plantear al uso de la versión-homomorfismo no socava directamente esta propuesta pues simplemente se podría proponer que la ley fundamental no mencionara el sistema representante, e.e. se puede formular la misma ley en la versión no abreviada. Pero una vez nos damos cuenta la vacuidad epistémica del sistema matemático supuestamente representante, cobra toda su importancia otro hecho bien conocido pero no suficientemente enfatizado. Nos referimos al resultado simple que establece que, por ejemplo en los

sistemas combinatorios, si un sistema tiene p.e. representaciones aditivas (únicas bajo escalas proporcionales) también tiene p.e. representaciones multiplicativas (únicas bajo transformaciones exponenciales), y en realidad tantas representaciones diferentes (cada una con su unicidad característica) como operaciones isomorfas a la suma estemos dispuestos a considerar. La consecuencia de este hecho es que, desde el punto de vista de la *teoría* de la medición (aunque no desde la aplicación práctica de esta teoría) es por completo arbitrario privilegiar un tipo de representación frente a otras. Pero entonces no es un buen análisis de esta teoría aquél que convierte en esencial para ella la referencia a un tipo de representación específica. Y eso es lo que hace la propuesta de Sneed, al incluir la operación matemática $+$ en los modelos teóricos y, sobre todo (pues podríamos quizás expulsar $+$, y \geq de los modelos y seguir usándolos como instrumental formal de apoyo al formular la ley fundamental), al incluir una función f específica, e.e. al usar como ley fundamental una forma específica del teorema de representación, en su caso la aditiva.

La conclusión de este hecho es que, desde un punto de vista teórico, el tipo *específico* de representación es epistémicamente irrelevante y por tanto f no puede formar parte de los modelos teóricos¹⁵. Lo que importa más bien es el grupo de tipos (isomorfos entre sí) de posibles representaciones. Pero esa es justamente la información que se deriva de las condiciones ψ , de que el sistema empírico cualitativo satisfaga las condiciones empíricas contenidas en ψ . En otras palabras: *toda* la carga epistémica de la teoría se encuentra en las condiciones o leyes empíricas ψ que satisface el sistema comparativo $\langle A, \mathfrak{R}, \dots \rangle$. Esto sugiere un nuevo modo de mirar a las teorías de la medición¹⁶. Lo que propongo es ver estas teorías como teorías empíricas que realizan aserciones empíricas usuales, esto es, *subsuntivas*. Así consideradas, también en las teorías de la medición la representación involucrada sería la representación subsuntiva. Estas teorías son teorías empíricas que investigan las leyes empíricas que satisfacen determinados sistemas comparativos empíricos $\langle A, \mathfrak{R}, \dots \rangle$ (y que les capacitan para ser "metrizables"). Las condiciones ψ expresan las leyes que definen los modelos teóricos efectivos, modelos que se pretenden aplicar a los sistemas empíricos recogidos en los sistemas de datos $\langle A, \mathfrak{R}, \dots \rangle$. Como otras teorías empíricas (salvo por la peculiaridad que comentaremos después), las teorías de la medición realizan aserciones empíricas acerca de la subsumibilidad teórica de ciertos sistemas de datos en ciertos modelos teóricos definidos por las leyes.

Esto es, además, lo que muestra también la historia de la teoría (cf. Díez 1997a y 1997b), similar a la de otras teorías empíricas usuales. La modificación del aparato formal, inicialmente diseñado para los sistemas combinatorios extensivos, es consecuencia del fracaso en la aplicación del formalismo inicial a sistemas nuevos, a nuevas aplicaciones. Los nuevos casos a los que se pretende aplicar la teoría exigen el abandono, para ellos, de algunas leyes y el desarrollo, tras la subsiguiente investigación, de otras nuevas que expresen el comportamiento empírico de estos nuevos sistemas, capaces también de metrización. Esta tarea es (aunque con las peculiaridades que comentaremos) similar a la que desarrollan las teorías empíricas usuales, a saber, la investigación y determinación de las propiedades o leyes que rigen en determinado ámbito empírico, en este caso el sistema cualitativo comparativo $\langle A, \gg, \dots \rangle$. También aquí tenemos cierta estructura de datos y la teoría pretende descubrir qué hechos rigen en ella. Por tanto, también en TM se trata de subsumir ciertas aplicaciones empíricas en cierto dominio teórico, esto es, de un caso de representación teórica con su correspondiente aserción empírica:

$$AE(TM) \quad \psi(T_{TM}) \text{ implica } D_{TM} \text{ } s \rightarrow T_{TM}$$

En este sentido las teorías de la medición son teorías empíricas como otras, e.e. realizan aserciones empíricas *subsuntivas* acerca de sistemas como balanzas, varas rígidas, líquidos, preferencias, etc. Ahora bien, TM tiene también algunas peculiaridades que la distinguen de las teorías empíricas usuales. Estas peculiaridades son básicamente dos, relacionadas entre sí. En primer lugar, TM toma como objeto de estudio sistemas empíricos cualitativos de un tipo específico, aquellos susceptibles de ser metrizable. Este es el tipo de sistemas por los que se interesa, pero no hay que pensar que ello limita drásticamente su ámbito de aplicación, pues no hay un único tipo de tales sistemas sino toda una variedad de ellos extremadamente diferentes, tanto por lo que se refiere a su naturaleza física como a las leyes-propiedades que garantizan *algún* tipo *interesante* de representación numérica. En segundo lugar, en TM las aplicaciones empíricas, los sistemas de datos, son del mismo tipo lógico que los sistemas teóricos, éstos no introducen aparato ontológico-conceptual nuevo. Ello supone que TM no es una teoría explicativa en el sentido usual, "inmediato", del término; su eventual carácter explicativo será "indirecto", derivado de la relación interteórica entre TM y las teorías cuantitativas explicativas usuales (cf. Díez 1994).

Estas peculiaridades obligan a matizar la caracterización inicial de la representación teórica, liberalizándola y permitiendo que los sistemas teóricos puedan no añadir aparato conceptual nuevo. Aunque la presencia o ausencia de aparato conceptual nuevo tiene que ver muy directamente con la naturaleza explicativa o no de la representación, ello no afecta a la esencia de la representación teórica como representación subsuntiva. Lo esencial de este tipo de representación, introduzca o no aparato nuevo, sea o no directamente explicativa, es que, usando al menos el aparato conceptual con que describimos los datos, define modelos teóricos que pretende que subsumen los modelos de datos, en el sentido preciso de 'subsumir' visto en el apartado 3.

Este es, en líneas muy generales, el esquema que seguiría en las teorías de la medición el análisis de su representación característica, en primera instancia proyectiva pero que en realidad es un caso específico de representación teórica. Aunque la motivación ha provenido de las teorías de la medición, creo que esencialmente el mismo enfoque es aplicable a las geometrías analíticas, a la representación analítica de las geometrías sintéticas. O al menos así sería en los casos en que la geometría analítica fuese de naturaleza empírica, esto es, en los casos en que la geometría sintética representada tuviera una interpretación empírica natural¹⁷. Si hubiera otros casos de representación proyectiva centrales a la actividad científica, se debería estudiar si es posible aplicar esta misma estrategia a los mismos.

Si el desarrollo de este programa se muestra viable, entonces todas las formas de representación científica se retrotraerían de un modo u otro a alguna forma de representación subsuntiva. Este tipo de representación constituiría ella misma el núcleo de una Teoría General de la Representación Científica (en la ciencia empírica). Caso de resultar inviable, y dado que la alternativa consistente en hacer de la representación proyectiva-homomórfica el núcleo de TGRC no es factible (al menos en el sentido estricto de representación homomórfica), se debería abandonar la pretensión de elaborar una TGRC en los términos más fuertes posibles, a saber, reduciendo a una de las existentes las restantes formas de representación. En tal caso, habría que estudiar alternativas más modestas cuyo núcleo lo constituyera una noción sustantiva más fuerte que el simple esquema REP pero a la vez más débil que las representaciones proyectiva, teórica y reductiva. Una posibilidad, y eventual conciliación entre las representaciones proyectiva y subsuntiva, sería exigir que el sistema representado fuese homomorfo a una "parte" (subsistema) del sistema representante. La principal dificultad con esta posible alternativa es semejante a la que plan-

teamos a Swoyer. Habría que introducir alguna restricción adicional sobre la esencialidad representacional de los constituyentes del sistema representante que no intervienen directamente en el homomorfismo, pues de lo contrario seríamos nuevamente culpables de liberalismo. Sin esas restricciones adicionales, *cualquier* extensión de un sistema representante (intuitivamente) genuino resultaría también (contraintuitivamente) una representación genuina. Si ésta opción se mostrara inviable, deberíamos buscar otras alternativas o, eventualmente, renunciar a la idea de una Teoría *General* de la Representación Científica.

Notas

† Este trabajo participa de los proyectos de investigación PB95-0125-C06-05 y PB96-1091-C03-03 de la DGICYT. Agradezco a José Luis Falguera, Manuel García-Carpintero, Andoni Ibarra, James R. Brown y a los miembros del International Seminar on Philosophy of Science (Dubrovnik, 7-11 de abril de 1997) sus comentarios críticos y observaciones a versiones anteriores.

- 1 No todos los usos de 'representar' comparten ese aire, p.e. en 'los pelmazos siempre representan un problema en las bodas' claramente no es así.
- 2 En todos estos casos el "algo" representado tiene ya cierta estructura. No vamos a ocuparnos aquí de cómo se constituye lo representado, de dónde surge su estructura. Es posible que en el proceso de constitución de lo representado intervenga una práctica representacional más básica en lo que lo representado no está estructurado. en caso de que quepa considerar ese proceso como representacional, ese eventual tipo de representación queda fuera de los límites de este trabajo. Tampoco nos ocuparemos aquí de los procesos de aproximación e idealización (sobre la importancia de éstos últimos, cf. la contribución de Ibarra y Mormann en este mismo volumen). Si se considera que estas limitaciones socavan la pretendida *generalidad* de este trabajo, debe considerarse entonces su alcance más modesto, estudiar las relaciones entre los tres tipos mencionados de representación y la posibilidad de reducir, o cuasi reducir, a uno los restantes.
- 3 Para una exposición estándar de estas teorías enfatizando sus aspectos representacionales, cf. respectivamente *Foundations of Measurement* vols. 1 y 2.
- 4 En los ejemplos vistos, TM y GA, el sistema representante B es matemático, pero nada esencial parece depender de ello y es posible que se den casos de representación proyectiva en el que ambos sistemas sean empíricos.
- 5 Cf. Suppes (1957, 1967, 1970 y 1974), Adams (1959), van Fraassen (1980 y 1989), Giere (1988), Suppe (1989), Balzer-Moulines-Sneed (1987) y Moulines (1982 y 1991); para una revisión de las diferentes versiones, Díez-Moulines (1997), c. 10.
- 6 Cuando, como en este caso, algunos hechos se expresan cuantitativamente mediante funciones métricas, hay que incluir en los dominios básicos los conjuntos matemáticos necesarios para la construcción de tales funciones. No hacemos mención explícita de ello en los ejemplos por mor de simplicidad.

- 7 A veces pueden introducirse también dominios matemáticos nuevos, pero ya hemos advertido que, para simplificar la exposición, ignoraremos aquí lo relativo a los dominios matemáticos de los modelos.
- 8 Las referencias básicas en el análisis clásico de la reducción son Kemeny y Oppenheim (1956) y Nagel (1961), cap. 11. Para un análisis en términos modelísticos, cf. Balzer-Moulines-Sneed (1987), cap. VI).
- 9 En el texto al que corresponde la nota, los autores atribuyen a Mundy (1986, p. 394) la idea de que la representación ha de ser un homomorfismo para "al menos algunos pares" de relaciones de los sistemas involucrados. Aunque en el texto de Mundy hay margen para la interpretación, en mi opinión tal atribución es incorrecta. Esta idea es semejante a, y tiene los mismos problemas que, la propuesta de Swoyer que discutiremos más adelante.
- 10 Hago algunas modificaciones notacionales por conveniencia tipográfica.
- 11 El trabajo, en este mismo volumen, de J. Echeverría puede verse como un nuevo intento, todavía en fase de exploración, de construir una noción general adecuada de representación desde una perspectiva de inspiración proyectivista apoyándose en el concepto topológico de *homeomorfismo*.
- 12 Nótese que esta estrategia sneediana es plenamente generalizable, mediante un expediente parecido podríamos presentar *cualquier* caso de representación proyectiva como un caso de representación teórica.
- 13 Cf. Díez 1992 cap. 6 y Moulines-Díez 1994.
- 14 El lector puede hacerse una idea de cuan antinatural es usar siempre la versión-homomorfismo consultando Pfanzagl (1968), donde se presentan los teoremas de representación siempre en dicha versión.
- 15 Donde se privilegia una función f específica, un tipo de escala, es *en la práctica de la medición*.
- 16 Para una exposición y defensa extensas de las tesis que subyacen a los siguientes comentarios, cf. Díez 1992 y 1994.
- 17 Como se habrá notado, en la caracterización de la representación subsuntiva hemos estado suponiendo que los sistemas de datos son sistemas empíricos. Habría que estudiar si es posible una caracterización más general que permitiera hablar de representación subsuntiva también en teorías formales (en la medida en que se mantenga alguna diferencia entre teorías empíricas y teorías formales). Entre tanto, habría que cualificar el alcance de este trabajo y presentarlo restringido a las representaciones científicas *empíricas*.

BIBLIOGRAFÍA

- Adams, E.: 1959, 'The Foundation of Rigid Body Mechanics and the Derivation of Its Laws from Those of Particle Mechanics', in Henkin-Suppes-Tarski (eds.), *The Axiomatic Method*, Amsterdam, North Holland, pp. 250-265.
- Balzer, W., Moulines, C.U. y Sneed, J.D.: 1987, *An Architectonic for Science. The Structuralist Program*, Dordrecht, Reidel.
- Díez, J.A.: 1992, *Metrización y Teoricidad. Una Reconstrucción Estructuralista de la Teoría de la Metrización Fundamental*, Tesis Doctoral, Univ. Barcelona.

- Díez, J.A.: 1994, 'Measurement Theory, procedimientos de medición fundamentales y semántica de conceptos métricos', *Agora* 13, 73-91.
- Díez, J.A.: 1997a, 'A Hundred Years of Numbers. An Historical Introduction to Measurement Theory 1887-1990. Part I: The formation Period', *Studies in History and Philosophy of Science* 28/1, 167-185.
- Díez, J.A.: 1997b, 'A Hundred Years of Numbers. An Historical Introduction to Measurement Theory 1887-1990. Part II: Suppes and the Mature Theory', *Studies in History and Philosophy of Science* 28/2, 237-265.
- Díez, J.A. y Moulines, C.U.: 1997, *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia*, Barcelona, Ariel.
- Giere, R.: 1988, *Explaining Science*, Chicago, U. Chicago P.
- Ibarra, A. y Mormann, T.: 1997, 'Theories as Representations', in A. Ibarra, T. Mormann (eds.), *Representations of Scientific Rationality*, Poznan Studies vol. 61, Amsterdam, Rodopi.
- Kemeny, J. y Oppenheim, P.: 1956, 'On Reduction', *Philosophical Studies* 7, 6-19.
- Krantz, D., Luce, D., Suppes, P. y Tversky, A.: 1971, *Foundations of Measurement I*, New York, Academic P.
- Luce, D., Krantz, D., Suppes, P. y Tversky, A.: 1990, *Foundations of Measurement 3*, New York, Academic P.
- Mormann, T.: 1988, 'Structuralist Reduction Concepts as Structure-preserving Maps', *Synthese* 77, 215-250.
- Moulines, C.U.: 1982, *Exploraciones Metacientíficas*, Madrid, Alianza E.
- Moulines, C.U.: 1991, *Pluralidad y Recursión*, Madrid, Alianza E.
- Moulines, C.U. y Díez, J.A.: 1994, 'Theories as Nets: Combinatorial Measurement Theory', in P. Humphreys (ed.), *Patrick Suppes, Mathematical Philosopher*, Dordrecht, Kluwer Ac. P., pp. 275-297.
- Mundy, B.: 1986, 'On the general Theory of Meaningful Representation', *Synthese* 67, 391-437.
- Mundy, B.: 1997, 'Faithful Representation, Physical Extensive Measurement Theory and Archimedean Axioms', *Synthese* 70, 373-400.
- Mundy, B.: 1999, 'On Quantitative Relationalist Theories', *Philosophy of Science* 56, 582-600.
- Nagel, E.: 1961, *The Structure of Science*, New York, Harcourt.
- Narens, L.: 1985, *Abstract Measurement Theory*, Cambridge, MIT P.
- Pfanzagl, J.: 1968, *Theory of Measurement*, New York, Wiley.
- Sneed, J.D.: 1979, 'Quantities as Theoretical with Respect to Qualities', *Epistemologia* 2, 215-250.
- Suppe, F.: 1989, *The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism*, Urbana, U. Illinois P.
- Suppes, P.: 1957, *Introduction to Logic*, New York, Van Nostrand.
- Suppes, P.: 1967, 'What is a Scientific Theory?', in Morgenbesser-Suppes-White (eds.), *Essays in Honor of Ernest Nagel: Philosophy, Science and Method*, New York, Basic Books, pp. 55-67.
- Suppes, P.: 1970, *Set-Theoretical Structures in Science*, Stanford University.
- Suppes, P.: 1974, 'The Axiomatic Method in the Empirical Sciences', in Henkin (ed.), *Proceedings of the Tarski Symposium*, Providence, Amer. Math. Soc., pp. 465-479.
- Suppes, P.: 1989, 'Representation Theory and the Analysis of Structure', *Philosophia Naturalis* 25, 254-268.
- Suppes, P., Krantz, D., Luce, D. y Tversky, A.: 1989, *Foundations of Measurement II*, New York, Academic P.

- Swoyer, C.: 1991, 'Structural Representation and Surrogative Reasoning', *Synthese* 87, 449-508.
- van Fraassen, B.: 1980, *The Scientific Image*, Oxford, Clarendon P.
- van Fraassen, B.: 1989, *Laws and Symetries*, Oxford, Clarendon P.

José A. Díez es doctor en Filosofía por la Universidad de Barcelona con una tesis sobre teorías representacionales de la medición. Ha publicado diversos artículos en revistas y antologías internacionales y es coautor, con C.U. Moulines, de *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia* (Ariel, Barcelona 1997). En la actualidad es profesor titular de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Universitat Rovira i Virgili.