

EL TEMPERAMENTO IGUAL. UNA INDAGACION HISTORICA (*Equal Temperament: A Historical Research*)

J. Javier GOLDARAZ*

Recibido: 1997.11.29.

* I.E.S. Barrio de Bilbao, Villaescusa s/n, 28017 Madrid.

BIBLID [0495-4548 (1998) 13: 33; p. 571-584]

RESUMEN: Nuestro sistema musical de referencia está basado en la división de la octava en doce partes, doce semitonos, iguales. Aunque adecuada tal configuración a la práctica musical, conlleva en el plano teórico una serie de problemas, como que, a excepción de la propia octava, no haya ni una sola consonancia natural (justa) o que la razón del semitono sea $^{12}\sqrt{2}$. Tal temperamento igual no se impone definitivamente hasta mediados del s. XVIII, pero ya a finales del s. XVI se llega a su formulación y determinación exactas, bien que no de forma matemática. En este esfuerzo merece especial atención la figura del teórico musical español Francisco Salinas.

Descriptores: afinación, coma sintónica, consonancia, diesis, escala diatónica, escala cromática, género enarmónico, justa entonación, mesolabio, octava, semitono, temperamento, temperamento mesotónico, temperamento igual, Salinas, Zarlino.

ABSTRACT: *Our tonal system of reference is based on division of the octave into twelve equal parts, twelve semitones. Although this configuration is suitable for practical musical purposes, it poses some problems for music theory. For example, apart from the octave itself, there is not one natural (just) consonance. Also, the semitone ratio results to be $^{12}\sqrt{2}$. This equal temperament was not definitively imposed until the middle of the 18th Century, but by the end of the 16th Century its precise formulation and calculation, although not in its mathematical form, had been completed. The spanish humanist and music theorist Francisco Salinas was one of the key figures responsible for this task.*

Keywords: *tuning, syntonic comma, consonance, diesis, diatonic scale, chromatic scale, enharmonic genre, just intonation, mesolabe, octave (consonance, division of), semitone, temperament, mean-tone temperament, equal temperament, Salinas, Zarlino.*

Cuando alguien nos enseña el teclado de un piano y nos dice que hay siete notas diatónicas (las teclas blancas) en la octava y cinco alteraciones de tales notas (las teclas negras), o que la octava se compone de doce semitonos iguales, podemos preguntarnos con todo derecho, ¿Por qué doce? y ¿Por qué iguales? Conocemos la escala pentatónica de las culturas orientales, los 17 intervalos de la escala árabe o los 22 *s'rutis* de la música india. Mientras la división diatónica de la octava tiene sus raíces en la música griega (dos tetracordos separados por un tono), la división cromática en doce semitonos ha recorrido un largo camino hasta su actual implantación

en la música dodecafónica en la que todos ellos están en pié de igualdad sin subordinar las notas "alteradas" a las "naturales". Además del aspecto histórico y cultural hay otras variables fundamentales que inciden en la constitución de la escala musical. En primer lugar las consonancias. Parece lógico que en cualquier escala deban tener cabida determinados intervalos muy consonantes que toda cultura aprecia al estar basados en causas físicas. Así, los intervalos de octava, quinta y cuarta parecen ser universales¹ y más dudosos las terceras y sextas mientras nadie duda de que intervalos de segunda o de semitono son disonantes. Desde el momento en que en el s. VI a.C. los pitagóricos descubrieron las razones matemáticas de las principales consonancias, la constitución de la escala mostrará un aspecto racional basado en la naturaleza física además de en la tradición cultural. Otra cosa es si es posible encajar bien en la escala todas las consonancias deseables (de hecho no es posible), o si se dispone de instrumentos teóricos adecuados para ello. Habrá finalmente otros desiderata como un número de notas manejable para la práctica musical (no dos ni cincuenta) o el de una cierta simetría en su distribución que permita su uso con la mayor libertad posible.

Una división de la octava en 12 partes y además iguales cumple todos estos requisitos a pesar de presentarse dos dificultades principales. La primera, determinar con exactitud el valor de tales intervalos. En el caso de la división de la octava en n partes proporcionales, cada parte equivaldría a $n\sqrt{2}$, al ser 2/1 la razón de la octava a dividir. Hasta la introducción de los logaritmos tales cálculos eran matemáticamente imposibles. Es sorprendente que, aunque la primera obra de Napier sobre los logaritmos apareciese en 1614, hasta mediado el siglo no se aplicasen éstos a un problema musical donde su utilidad era tan evidente. A finales del s. XVI aparece ya la necesidad de dividir la octava en 12 semitonos iguales, siendo irracional la expresión de cada uno de ellos, $^{12}\sqrt{2}$. La primera aplicación del cálculo logarítmico a la división de la octava fue quizás la de Lord Brouncker, que sería director de la Royal Society, si es cierto que fue él el traductor al inglés del *Compendium Musicae* de Descartes en 16532.

La segunda dificultad estriba en su aceptación musical. En la escala dividida en 12 partes iguales no hay ninguna consonancia justa a excepción de la octava (2/1). Las quintas (3/2) están un poco bajas (en la misma proporción en que las cuartas, 4/3, están altas) y mucho las terceras menores (6/5), mientras las mayores (5/4) quedan muy agudas. Podemos colocarlo en forma de tabla:

Intervalos	Afinación justa	Temperamento igual	Desviación
Quinta	701,95 cents	700 cents	- 1,95
Tercera mayor	386,31 cents	400 cents	+ 13,69
Tercera menor	315,80 cents	300 cents	- 15,80

La unidad de medición de intervalos Cent (abreviatura de "centésimo") la introdujo A.J. Ellis en el s. XIX³. Las ventajas más sensibles del uso de Cents sobre el de fracciones es que puede verse de un golpe de vista el "tamaño" de un intervalo y pueden sumarse o restarse intervalos de forma lineal. El inconveniente estriba en hacernos creer que los intervalos medidos en Cents son el punto de referencia debido a la redondez de sus números cuando lo cierto es que el punto de referencia debiera ser el de las consonancias puras, mejor expresadas en fracciones (octava 2/1, quinta 3/2, cuarta 4/3, etc.).

Tanto la irracionalidad de los intervalos temperados como su alejamiento de las razones justas hizo que los intentos de establecer el temperamento igual quedasen en meras tentativas. Habitual en los instrumentos de trastes, el temperamento igual no se impuso en los órganos hasta el s. XVIII, pero su necesidad era acuciante ya a finales del s. XVI y durante todo el XVII. Hay varios autores que pasan por ser algo así como "el primer expositor" del temperamento igual, dependiendo muy a menudo de la nacionalidad del musicólogo que estudia el caso.

En su conocido manual, *Tuning and Temperament*, J.M. Barbour atribuye la primera descripción del temperamento igual en Occidente a Giovanni Maria Lanfranco (1533)⁴, atribución que ha sido desmentida por la crítica posterior⁵. Igual de dudosas son otras atribuciones a H. Grammateus (1518)⁶, V. Galilei (1581)⁷, M. Mersenne (1636)⁸ o A. Werckmeister (1691 y 1697)⁹, por no citar a otros tantos¹⁰. Pero Barbour afirma también, "The first precise mathematical definition of equal temperament was given by Salinas" mencionando únicamente las referencias de Salinas al Mesolabio¹¹. En su conocida obra, *De Musica Libri Septem* (Salamanca, 1577), Francisco Salinas ofrece la primera definición históricamente documentada del temperamento igual, "diuidendam esse Diapason in duodecim partes aequè proportionales, quae duodecim erunt aequalia semitonia"¹² (La octava ha de dividirse en doce partes igualmente proporcionales, que serán doce semitonos iguales). Es más, el propio Salinas se atribuye la primacía en el examen del temperamento igual: "Sed quoniam huiusmodi sonorum temperatura (...) à nemine tamen adhuc (quanto scire

potuerim) considerata est..."¹³ (Pero como esta forma de temperar los sonidos (...) no ha sido sin embargo, considerada hasta ahora por nadie, que yo sepa...). ¿Es cierta tal pretensión? Lo es, como vamos a ver, pero en un sentido algo diferente al expresado por Barbour. Salinas no considera la octava a dividir en doce partes iguales en abstracto como la razón 2/1, sino que primero coloca en ella los distintos intervalos en sus proporciones justas y los modifica después hasta llegar al temperamento igual, de forma que en todo momento sabemos cuánto se desvían los intervalos temperados de los justos que, siempre en Salinas, constituyen el punto de origen y referencia. Vamos a seguir su exposición lo más estrechamente posible para que puedan apreciarse mejor las sutilezas de su pensamiento aunque en algún punto podamos pecar de aridez.

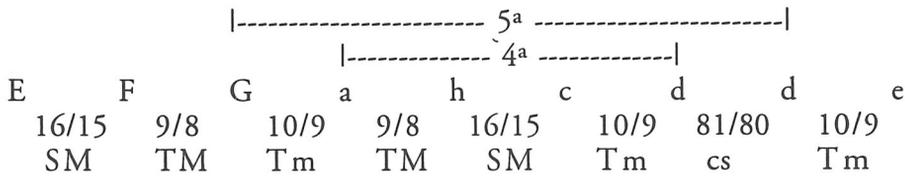
Salinas nos ofrece tres formas de llegar al temperamento igual. Una de ellas mediante el recurso a la sección áurea es claramente errónea, como ha mostrado C.P. Walker¹⁴. Otra mediante el recurso al Mesolabio, que es a la que hace referencia Barbour. El Mesolabio es un instrumento mecánico atribuido "a los antiguos", en concreto a Eratóstenes, descrito por Papius y Eutocius en un comentario a Arquímedes¹⁵, consistente en una serie de rectángulos encajados unos en otros y que se deslizan sobre estrías. Construido para la duplicación de volúmenes, algo imposible por medios geométricos como sí era el caso de las superficies, permite hallar al menos dos medias proporcionales entre dos segmentos dados. El Mesolabio es mencionado por Zarlino en las *Demonstrationi* de 1571 y en la edición de las *Istitutioni* de 1573 para la construcción del temperamento de 2/7 de coma y posteriormente para, siguiendo a Salinas, construir el temperamento igual¹⁶. Mediante este artilugio puede dividirse la octava en doce partes igualmente proporcionales que serían los semitonos.

Pero lo que aquí queremos mostrar es aquella descripción del temperamento igual a la que más espacio y esfuerzo dedica Salinas, que encaja muy bien dentro de su sistema pero que de matemática no tiene nada y de engorrosa mucho y que pone en solfa todas las dificultades del momento en, no sólo aceptar, sino construir el temperamento igual. Descripción más que cálculo puesto que en este temperamento todos los intervalos, excepto el de octava carecen de fracciones racionales.

Salinas observa, como antes Gaffurio o Vicentino, que el temperamento idóneo en los instrumentos de trastes, debido a sus características, es el temperamento igual. Para llegar a éste se remontará previamente al temperamento mesotónico o de tonos medios y antes aún a la justa entonación. Entonación justa o natural (tonos y semitonos de dos tamaños diferentes),

temperamentos mesotónicos (tonos iguales) y temperamento igual (semitonos iguales) es la gradación que establece Salinas en la que este último aparece como resultado final de una larga gestación. Dedicó a la primera los catorce primeros capítulos del libro III del *De Musica*, diez a los diferentes temperamentos mesotónicos (cc. 15 a 25) y los cinco finales (28 a 32) al temperamento igual.

Salinas redefine los tres géneros clásicos griegos para adaptarlos a la teoría musical de su tiempo según su intervalo mínimo. Comienza (cc. 3-5) colocando en la octava las notas del género diatónico en sus razones naturales: quinta, 3/2, cuarta, 4/3, tercera mayor 5/4 y tercera menor 6/5¹⁷:



(SM = Semitono mayor; TM = Tono mayor; Tm = Tono menor; cs = coma sintónica)

El intervalo mínimo es aquí el semitono mayor. Obsérvese la duplicación de la nota "d" para que todas las consonancias estén en su proporción justa (tanto la quinta como la cuarta señaladas en la figura), algo imposible con las siete notas habituales de la escala¹⁸. La diferencia entre ambos "d" (81/80) es la llamada *comma sintónica* o coma de Dídimo. La adición de esta coma a cualquiera de los tonos menores da lugar al tono mayor (10/9 x 81/80 = 9/8).

En el género cromático (cc. 6-7), Salinas introduce las alteraciones propias del s. XVI dividiendo en dos partes diferentes cada tono menor y duplicando notas en los tonos mayores con la misma función que tenían en el género diatónico, mantener la exactitud de las consonancias. El intervalo mínimo de este género es el semitono menor o cromático, diferencia entre una nota y su alteración (el semitono mayor se da entre dos notas de diferente nombre, el menor entre dos del mismo nombre, una de ellas alterada).



(SM = 16/15; Sm = 25/24; cs = 81/80)

La escala queda en este género dividida en 15 partes con intervalos mínimos de tres tamaños diferentes.

En último lugar, Salinas establece el género enarmónico, al que denomina "sistema perfecto", añadiendo el resto de las alteraciones con sus correspondientes notas dobles para mantener justas todas las consonancias. El intervalo mínimo es ahora la *diesis* (de razón 128/125), diferencia entre los semitonos mayor y menor o, para más fácil visualización, entre dos notas contiguas y denominación distinta ("b" y "h" son la misma nota, "si"):

E E# F F# F# Gb Gb G G# ab a a# a# bb bb h h# c c# db d d d# eb e
 D D D D D D

El resultado es la división de la octava en 24 partes con cuatro tipos diferentes de intervalos mínimos, semitonos mayores, menores, comas y diesis. Cada tono menor aparece dividido en tres partes, al tener las dos alteraciones posibles separadas por una diesis y cada tono mayor en cuatro, al incluirse la coma sintónica, garantía del mantenimiento de las proporciones justas en toda la escala cromática. Obsérvese la complejidad que alcanza una división de la octava en que se quieran mantener las proporciones justas y a la vez un número alto de alteraciones para aumentar el número de tonalidades en uso. El objetivo de esta división no es únicamente práctico, como da a entender Barbour, poder usar terceras mayores a partir uno de los extremos del género cromático (G# - B#) y menores del otro (Eb - Gb) sino también de carácter estético¹⁹. Se han agotado todas las alteraciones simples posibles (un aumento de alteraciones nos llevaría a dobles sostenidos y dobles bemoles) dando como resultado un sistema de gran simetría en sus divisiones. Como explícitamente dice Salinas, todo semitono mayor del género cromático queda dividido en semitono menor y diesis. Al parecer, Salinas disponía en Salamanca de un órgano mandado hacer en Roma y afinado de esta forma en la que todas las consonancias son perfectas²⁰. No es el actual "órgano de Salinas" que se exhibe en la catedral vieja de dicha ciudad ya que éste posee un teclado normal.

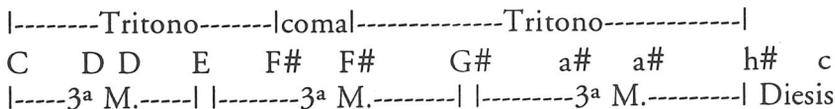
Tras este periplo ascensional hasta llegar al instrumento perfecto, viene ahora el descenso a las notas de los instrumentos habituales. Conocida la estructura ideal de la escala musical será fácil ahora ver cuantas notas desaparecen y cómo y en qué grado se desvían los intervalos resultantes de su pureza para llegar a la división de la octava en doce partes iguales. Salinas denomina a este sistema, "género enarmónico" debido a la existencia de la

diesis cuya eliminación dará lugar al temperamento igual, pero nada, salvo la existencia de tal intervalo tiene que ver con el antiguo género griego consistente en la división de cada tetracordo en solo tres intervalos, uno de los cuales era la citada diesis.

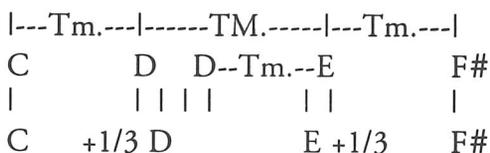
La primera reducción de notas a la que se aplica Salinas para llegar a las de la escala normal es la de las notas dobles separadas por una coma sintónica. Repartida ésta entre los tonos mayor y menor cuya diferencia es, quedan éstos igualados aumentando el menor y disminuyendo el mayor. El reparto puede hacerse de varias formas con resultados diferentes para las relaciones interválicas pero siempre da como resultado la igualdad de los tonos. Salinas propone tres formas de hacerlo, las correspondientes a los temperamentos de 1/3, 2/7 y 1/4 de coma respectivamente, así denominados por la reducción que experimentan las quintas. La alteración de un intervalo o su eliminación afecta evidentemente a todos los que tienen relación con las notas que lo constituyen. Hay que calcular, pues, con extrema precisión las consecuencias derivadas de tales intervenciones.

Según la primera forma de eliminar la coma (cc. 15 - 17), ésta se divide en tres partes igualmente proporcionales, el tono menor aumenta una de estas partes y el mayor disminuye dos. En la segunda, la coma se divide en siete partes, el tono mayor disminuye cuatro y el menor aumenta tres. En la última, la coma se divide en dos mitades, el tono mayor disminuye en una y el menor aumenta en la misma cantidad. Sólo en este último caso puede hablarse con propiedad de temperamento mesotónico o de tonos medios, intermedios entre el mayor y el menor, aunque la denominación se aplica a los demás por extensión. Con el primero, las terceras menores permanecen justas, en el tercero lo hacen las mayores mientras que en el de 2/7 se llega a un cierto equilibrio entre la desviación de ambas²¹.

Dada la peculiar división microtonal de la escala propuesta por Salinas, la octava podría dividirse, para aplicar el primer temperamento, de esta forma:

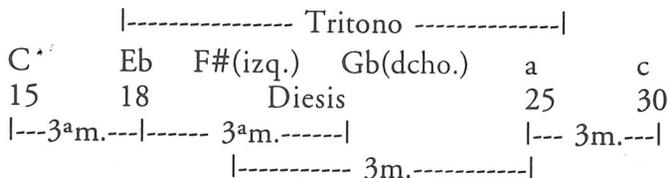


Puede verse cómo, en la entonación justa, la octava se divide en tres terceras mayores y una diesis o en dos tritonos, una coma sintónica y una diesis²². El tritono C - F# se compone de dos tonos menores y uno mayor:



Manteniendo el tritono y aumentando 1/3 de comma los tonos menores C - D y E - F# se igualan los tres tonos menores, el mayor disminuye 2/3 de coma y los dos D coinciden quedando eliminada la coma que los separaba. E se ha desplazado a la izquierda 1/3 de coma, cantidad en la que disminuye la tercera mayor C - E y en consecuencia, la diesis aumenta 1 coma entera, 1/3 por cada tercera mayor (si, en la figura, se hacen coincidir los dos F#, la diesis más coma se acumularía en h# - c). Este aumento tan considerable de la diesis (41 + 24 = 63 cents) lo aproxima al valor del semitono menor que en este temperamento ha disminuido 1/3 de coma (70 - 8 = 62 cents), lo que permitirá a Ch. Huygens en el siglo siguiente, establecer la circularidad de los diferentes temperamentos²³. Para la división de la coma en tres partes proporcionales, Salinas apela al Mesolabio, en el que es posible hallar dos medias proporcionales. El mismo resultado se obtendría dividiendo el tritono en tres partes iguales siendo cada tercio un tono igual.

Afinar un monocordio en este temperamento es sencillo, puesto que las terceras menores y el tritono permanecen justos. Una vez repartidas y eliminadas las comas, las únicas notas que permanecen invariables respecto al sistema original justo son: C, Eb, F#(izq.), Gb(dcho.), a, c. El resto de notas ha variado. La octava queda dividida en terceras justas con la diesis más coma entre F# y Gb:



Para la afinación práctica del monocordio puede procederse desde c agudo hacia el grave por terceras menores justas: c - a - F#(i.) - D# y H#; desde C grave hacia el agudo: C - Eb - Gb(d.). Estas notas tendrán expresión racional pero no el resto pues su punto de partida está desviado en alguna fracción de coma: a partir de D y hacia el agudo, D - F - ab; hacia

el grave: D - H - G# - E#. A partir de E, desviado en 1/3 de coma, hacia el agudo tenemos: E - G - Bb - db; hacia el grave: E - C# - A#.

Así y de forma relativamente sencilla puesto que se opera a efectos prácticos con terceras menores sucesivas, los 25 sonidos del sistema perfecto se han reducido a 20 por eliminación de las comas.

Si en esta primera forma de temperamento permanece justa la tercera menor, en la segunda (2/7 de coma) lo hace el semitono menor, diferencia entre las terceras mayor y menor que sufren la misma desviación pero en sentido inverso (1/7 de coma). El semitono mayor aumenta 3/7 de coma, lo mismo que la diesis, diferencia entre semitono mayor y menor.

En tercer lugar, Salinas presenta el temperamento más habitual, el de 1/4 de coma en el que las tercera mayores quedan justas. Es el más adecuado, dice, para los constructores de instrumentos, puesto que no es necesaria la utilización del Mesolabio para la división de la coma; basta con procedimientos geométricos euclídeos para dividir razones del tipo superparticular (n+1/n), bien la coma (81/80), bien la propia tercera mayor (5/4)²⁴. Al ser justa la tercera mayor lo será también la diesis puesto que la octava se compone de tres terceras mayores y diesis. El resto de los intervalos varía, a excepción, naturalmente, de la octava:

-----3 ^a M.-----		-----3 ^a M.-----		Diesis		-----3 ^a M.-----	
C	D	E	F#	G#	ab	bb	c
1000		800		640	625		2000

En los tres temperamentos se han eliminado las notas dobles repartiendo la coma y quedando así dividida la octava en seis tonos iguales y una diesis diferente en cada uno de ellos. Bastará ahora repartir la diesis entre los seis tonos para que ésta quede eliminada. Después, Salinas igualará los semitonos mayor y menor para llegar al temperamento igual en el que ningún intervalo, a excepción de la octava, se mantiene justo ni es expresable de forma racional.

En su tesis sobre los siete libros de música de Salinas, A.M. Daniels comete al respecto una serie de graves errores que falsean gravemente el diáfano pensamiento de Salinas y sus métodos. Dice Daniels,

Salinas does not specify which one of the mean-tones serves as the basis of the involved speculation in wich he has just engaged [i. e., el temperamento igual], the 189 cent mean-tone of the 1/3 comma system, the 191 cent mean-tone of the 2/7 comma system, or the 193 cent mean-tone of the 1/4comma system. However, by adding 1/6 of a *diesis* (42 cents), i. e. 7 cents, one see that in the case of the mean-tone of the 1/4

comma system (193 cents plus 7 cents) Salinas obtains a tone identical to that of our modern equal temperament system (200 cents), in which each semitone equals 100 cents. The addition of 7 cents to the other mean-tones will produce a tone in the 1/3 system equal to 196 cents, and in the 2/7 comma system, one equal to 198 cents, both extremely close to the tone of modern equal temperament.²⁵

Claro que Salinas no dice a qué temperamento mesotónico se refiere porque da igual con tal de permanecer dentro de tal temperamento. El error de Daniels estriba en considerar un único valor para la diesis, el del temperamento de 1/4 de coma que es el mismo que el de la justa entonación y aplicarlo a los tres temperamentos²⁶. Hemos indicado que la diesis, tomada en abstracto como la diferencia entre la octava y tres terceras mayores, sufre diferentes variaciones según el temperamento y hay por tanto que atenerse a la propia del temperamento para hacer las operaciones. Obviamente a Daniels le salen bien las cuentas únicamente en el temperamento de 1/4 de coma porque toma el valor de la diesis de ese temperamento. Al comienzo del capítulo 31 del *De Musica*, en un pasaje que Daniels no transcribe, Salinas dice explícitamente: "Dieses in illis diversae quantitatis esse reperiantur" (Las diesis se encuentran en ellos -los tres temperamentos citados- en cantidades diversas).

En el temperamento de 1/3 de coma el tono vale 189 cents y la diesis 66; 1/6 de diesis, 11 cents, sumado a los 189 cents del tono, da 200 cents. La diesis del temperamento de 2/7 de coma vale 53 cents y 1/6 de diesis, 9 cents; sumados a los 191 cents que tiene el tono en este temperamento, el resultado son los 200 cents del temperamento igual. No hace falta ser muy sagaz para darse cuenta de que si la diesis es el exceso de la octava sobre seis tonos iguales sean del tamaño que fueren, al dividir tal exceso en seis partes y repartirla entre los seis tonos, estos igualarán a la octava.

Daniels continúa en el mismo error al aumentar o disminuir en fracciones de diesis los diferentes intervalos resultantes de un temperamento mesotónico dado para llegar al temperamento igual. Porque lo hace, no a partir del valor relativo de tales intervalos en tal temperamento como sería de esperar, sino que toma como punto de partida los intervalos propios de la justa entonación! (ni siquiera los del temperamento de 1/4 de coma) malinterpretando así absurdamente el pensamiento y los cálculos de Salinas²⁷. Pasa así directamente de los intervalos justos al temperamento igual sin el puente intermedio de los temperamentos mesotónicos, es decir, sin igualar previamente los tonos antes de hacerlo con los semitonos. La conclusión de Daniels es obvia: "It will be observed that Salinas has not

arrived at an exact equivalent to equal temperament...". Lejos de ello, los procedimientos de Salinas son correctos y obvios.

Por un lado, la diesis, el exceso de una octava sobre seis tonos iguales queda eliminada al aumentar cada tono $1/6$ de diesis. Por otro, cada tono temperado está compuesto por dos semitonos menores y una diesis, o su equivalente, semitono mayor y semitono menor siendo la diesis la diferencia entre ambos semitonos:

$$\begin{array}{c} |---S.M.---| \\ D \quad D\# \quad Eb \quad E \\ S.m. \quad Diesis \quad S.m. \\ |---S.M.---| \end{array}$$

Para eliminar la diesis, bastará dividirla en dos partes iguales y repartirla entre ambos semitonos menores. De esta forma el semitono menor aumenta $1/2$ de diesis, cantidad en la que disminuye el semitono mayor:

$$\begin{array}{c} D \quad D\# \quad | \quad Eb \quad E \\ S. \text{ igual} \quad | \quad S. \text{ igual} \\ D\#=Eb \end{array}$$

Como el tono temperado había aumentado previamente $1/6$ de diesis, tal cantidad se divide equitativamente entre ambos semitonos iguales, aumentando cada uno de ellos por tanto en $1/12$ de diesis. El resultado global será entonces que el semitono menor justo aumenta $7/12$ de diesis ($6/12$ más $1/12$) y el mayor justo disminuye $5/12$ de diesis ($6/12$ menos $1/12$). El cálculo del resto de los intervalos es sencillo. Como el tono aumenta $1/6$ de diesis, la tercera mayor, compuesta de dos tonos, aumentará $2/6$ y la tercera menor, compuesta de tono y semitono mayor que ha disminuido $5/12$ de diesis, disminuye $3/12$ de diesis. La quinta, compuesta de ambas terceras, aumenta $1/2$ de diesis y su intervalo complementario, la cuarta, disminuye en la misma cantidad.

El procedimiento de Salinas es absolutamente general sin importar de qué temperamento mesotónico partamos con tal de que la diesis y el resto de los intervalos sean los propios de tal temperamento. Recurriendo al cálculo en cents, vemos que la quinta justa vale 702 cents. En el temperamento de $1/3$ de coma disminuye 7 y aumenta $1/2$ de la diesis de dicho temperamento, 5 cents; el resultado son 700 cents, su valor en el temperamento igual. En el temperamento de $2/7$ de coma la quinta justa disminu-

ye 6 cents pero aumenta 4; en el de 1/4 de coma finalmente, disminuye 5 y aumenta 3 (los cálculos son aproximados para evitar decimales pero el resultado es correcto y exacto). Lo mismo ocurre con el resto de los intervalos. Es por otra parte evidente que en un círculo de 12 quintas temperadas mesotónicamente y que no se cierre por una diesis, bastará aumentar cada quinta 1/12 de diesis para que ésta quede eliminada, el círculo se cierre y el resultado sea el temperamento igual. Salinas calcula en doceavos de diesis cuánto suben o bajan las distintas notas de la escala en relación siempre a un temperamento mesotónico previo, no importa cual. Comenzando en C y según los cálculos anteriores, el C# o Db del temperamento igual será 7/12 de diesis más agudo que el C# del temperamento mesotónico previo y 5/12 más grave que el Db. D subirá 1/6 de diesis. D#-Eb aumenta 9/12 de diesis respecto al D# previo y disminuye 3/12 respecto a Eb debido al aumento de 2/12 de diesis de D, etc. El resultado es el siguiente (los números enteros son doceavos de diesis):

C	S	D	S	E	F	S	G	S	a	S	h	c							
	7 5	2	9 3	4	11 1	6 6	1	8 4	3	10 2	5	12							
	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----							
C	C#	Db	D	D#	Eb	E	E#	F	F#	Gb	G	G#	ab	a	a#	bb	h	h#	c

La escala ha quedado reducida a 12 notas al eliminar las diesis que separaban las actuales notas enarmónicas y hacerlas coincidir.

Es evidente que la descripción del temperamento igual por parte de Salinas no constituye un método práctico de afinación ni pretende serlo. Tampoco tiene la elegancia de una formulación matemática que en vano buscaron sus inmediatos seguidores como Zarlino, Galilei o Mersenne. Hay que destacar sin embargo la coherencia del sistema total en el que las 25 notas de la afinación justa quedan reducidas a 20 en los temperamentos mesotónicos y éstos finalmente a las 13 de la escala habitual dividida en 12 intervalos (semitonos) iguales. Y esta es la primera descripción, que sepamos, del temperamento igual.

Notas

- ¹ La denominación de los intervalos arrastra como un lastre su instalación en la escala diatónica. "Octava", "quinta", "cuarta", "tercera", "segunda", etc. hacen referencia al número de notas que en la escala diatónica tiene tal intervalo contando además con las notas extremas. En la escala cromática de doce notas, tales intervalos deberían mudar su nombre, que sería a su vez diferente en escalas con 19, 24, 31, etc. notas. La forma más

- objetiva de tratar los intervalos es por la proporción de sus frecuencias: octava 1/2, quinta 2/3, cuarta 3/4, etc.
- 2 Vid. Walker, D.P.: 1978, 'Scientists' views of intonation', in *Studies in musical science in the late Renaissance*, Leiden, The Warburg Institute, pp. 116-17. Su manera de hacerlo fue sin embargo un tanto estrambótica. Vid. *op. cit.*
 - 3 En un apéndice (pp. 446-451) a la traducción al inglés de la obra de H. Helmholtz, *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, Londres, 1885. El Cent es equivalente a $2^{1/1.200}$. Cualquier fracción puede convertirse en Cents multiplicando su logaritmo por $1.200/\log.2$.
 - 4 Barbour, J.M.: 1951, *Tuning and Temperament, A Historical Survey*, East Lansing, p. 132. Lanfranco, G. Maria: 1533, *Scintille de Musica*, Brescia.
 - 5 Entre otros, Lindley, Mark: 1980, 'Temperaments', in Stanley Sadie (ed.): *New Grove Dictionary of Music and Musicians*, London, MacMillan, XVIII, p. 662, "Lanfranco's keyboard tuning instructions of 1533 are unequivocally for some form of mean-tone". "Si è creduto, ma è torto, che con queste norme Lanfranco avesse anticipato il sistema de temperamento 'equale'. In realtà nulla era più lontano dai suoi pensieri", VVAA: 1986, *Dizionario enciclopedico universale della Musica e de i Musicisti*, Turín, IV, pp. 269-70.
 - 6 *New Oxford History of Music*, Oxford, 1957, vol. IV, pp. 269-70.
 - 7 Galilei, V.: 1581, *Dialogo della musica antica et della moderna*, Florencia. Galilei propone el semitono de razón 18/17 como una buena aproximación (99,3 Cents) y lo es. Pero, como toda formulación aritmética, es inexacta, es decir, tomando 12 veces la razón 18/17 no nos da 2/1, la octava. La deducción de Galilei es como sigue: el tono mayor, 9/8, puede dividirse en dos semitonos de diferente tamaño, 18 : 17 : 16; ya que seis tonos mayores sobrepasan la octava, toma el menor de estos semitonos como unidad que multiplicado 12 veces se acerca mucho a la octava.
 - 8 M. Mersenne, *Harmonie Universelle*, París, 1636. Mersenne fue un firme partidario del temperamento igual en todos los instrumentos pero aunque intentó múltiples formulaciones aritméticas con raíces cuadradas y cúbicas, no llegó a una solución tan simple como dividir el $\log.2$ por 12.
 - 9 Wilhelm Dupont, *Geschichte der musicalischen Temperatur*, Erlangen, 1935.
 - 10 Así, Zarlino, quien copia a Salinas (*Sopplimenti musicali*, Venecia, 1588, IV, 31). Hay como no, formulaciones curiosas además de fracasadas. Así la de S. Stevin a principios del s. XVII quien parte de la división de la octava en seis tonos iguales, que es precisamente lo que hay que probar y acaba echando la culpa a la lengua griega, frente a la holandesa, de la falta de correspondencia entre los números irracionales y la realidad. Vid. Cohen, H.F.: 1984, *Quantifying Music*, Dordrecht, Reidel, pp. 51 y ss.o S. Stevin.
 - 11 J.M. Barbour, *op. cit.*, p. 31.
 - 12 F. Salinas, *De Musica*, III, 31.
 - 13 *Ibidem*, III, 30.
 - 14 C.P. Walker, *Ibidem*, p. 118.
 - 15 Vid. J.M. Barbour, *op. cit.*, pp. 50-51, quien remite a Charles Hutton, *Mathematical Dictionary* (nueva ed., Londres, 1815) y a James Gow, *A short History of Greek Mathematics*, Cambridge, 1884, rep. New York, 1923, pp. 245 f. Vid. asimismo Cantor, Moritz: 1900, *Geschichte der Mathematik*, Leipzig, B.G. Teubner, I, p. 315. En castellano

- puede encontrarse una descripción en M. Serres (ed.): *Historia de las ciencias*, Madrid, Cátedra, 1991 (ed. or. fr. 1989), p. 129.
- 16 Zarlino, G.: 1588, *Sopplimenti musicali*, Venecia.
 - 17 Usamos la notación de Salinas cuya correspondencia es A-La, Bb-Sib, H-Si, C-Do, D-Re, E-Mi, F-Fa, G-Sol, con la licencia de usar "h" como "si" en vez del signo becuadro de tipografía más engorrosa. El inicio de la escala en E-Mi obedece a la imitación de las escalas griegas, pero podría comenzarse por cualquier nota como en C-Do que es lo habitual hoy día. El resultado es el mismo.
 - 18 Salinas sigue en esto a L. Fogliano, *Musica theorica*, Venecia, 1529.
 - 19 J.M. Barbour, *op. cit.*, p. 108.
 - 20 F. Salinas, *op. cit.*, III, c. 8.
 - 21 Para los detalles de cómo afecta al resto de las consonancias la elección de los diferentes temperamentos, vid. Goldáraz, J. Javier: 1992, *Afinación y temperamento en la música occidental*, Madrid, Alianza.
 - 22 La proporción del tritono (25/18) elegida por Salinas es muy particular. Los prejuicios sobre afinación provenientes del actual temperamento igual en el que la octava se divide en dos tritonos iguales han llevado tanto a A.J. Ellis como a A.M. Daniels a malinterpretar el pensamiento de Salinas. Vid. Ellis, A.J.: 1954, 'History of Meantone temperament', apéndice a H.L.F. Helmholtz, *op. cit.*, New York, Dover, pp. 547-548. Daniels, A.M.: 1962, "*The Musica Libri VII*" of Francisco de Salinas, Ph. D. diss., University of Southern California, pp. 241-245.
 - 23 Huygens, Ch.: 1986, *Le Cicle harmonique*, ed. Rudolf Rasch, Utrecht, The Diapason Press.
 - 24 Euclides, *Elementos*, VI, 9 y 13. Salinas sigue en ello a L. Fogliano, *Musica Theorica*, Venecia, 1529.
 - 25 A.M. Daniels, *op. cit.*, pp. 294-5.
 - 26 La razón de la diesis en 256/243 había sido canonizado por Zarlino, *Istitutioni*, II, 47. De ahí el error de Daniels que toma el valor de la diesis en sentido unívoco.
 - 27 A.M. Daniels, *op. cit.*, pp. 296 y ss.

J. Javier Goldáraz es Doctor en Filosofía y profesor de Música en el IES Barrio de Bilbao de Madrid. Becario del MEC en el Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la UNED entre los años 1987-1990, obtuvo el Premio extraordinario de Doctorado en 1993 con una tesis sobre la relación entre música y matemáticas. Autor de un texto sobre afinación y temperamentos en la música occidental (Madrid, 1992) y estudioso de la obra de F. Salinas de quien ha rescatado un texto inédito (Madrid, 1993) ha publicado diversos artículos sobre el humanismo musical renacentista y el papel de la música en la Revolución Científica.