Revista de Psicodidáctica, 2011, 16(2), 251-266 *ISSN 1136-1034*
www.ehu.es/revista-psicodidactica

Desarrollo operatorio y conocimiento aritmético: vigencia de la teoría piagetiana

Operational Development and Arithmetic Knowledge: Piaget's Theory Revisited

José I. Navarro, Manuel Aguilar, Esperanza Marchena,
Gonzalo Ruiz, y Pedro Ramiro
Universidad de Cádiz

Resumen

Se plantea el objetivo de comprobar si los participantes que muestren mejor ejecución en desarrollo operatorio son también mejores en habilidades de cálculo y resolución de problemas. Este conocimiento permitiría un mejor *screening* del alumnado que pudiera presentar dificultades de aprendizaje. Han participado 122 alumnos entre 77 y 95 meses de edad. Fueron valorados mediante el test Tedi-Math que registra diversos componentes de la competencia numérica y lógica. Los resultados que hemos encontrado permiten afirmar que aquellos estudiantes que hacen bien las pruebas lógicas son también los mejores en tareas aritméticas, sean los problemas presentados en el formato clásico o en forma de problemas aritméticos verbales. Esta tendencia no se ha encontrado en todas las pruebas lógicas aplicadas. Sin embargo, estaría justificada la utilización de pruebas lógicas (seriación y descomposición aditiva) en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: matemática temprana, operaciones lógicas, Tedi-Math, dificultades de aprendizaje.

Abstract

Operational development and arithmetic knowledge: Piaget's theory revisited. The purpose of this study was to find out if participants that had higher performance on operational development tasks were also better on calculation and mathematical problem solving skills. This knowledge should allow better mathematical learning disabilities' screening for primary school children. A total of 122 first grade students aged from 77-99 months participated in this study. They were assessed by the Tedi-Math test on numerical competence and logical operations skills. Results suggest that students with a higher score in the logical operations' tests had higher performance on arithmetic tasks as well, even if math problems were displayed either on paper and pencil or verbal format. Although these data were not found in all logical operations skills, the seriation and addition decomposition logic tasks could be used for mathematical learning disabilities assessment.

Keywords: early mathematics, logical operations, Tedi-Math, learning disabilities.

Trabajo financiado por los proyectos del MEC SEJ2007-62420/EDUC y por el PAI proyecto P09-HUM4918.

Correspondencia: José I. Navarro. Departamento de Psicología. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Cádiz. Campus Río San Pedro. 11510 Puerto Real (Cádiz). E-mail: jose.navarro@uca.es.

Introducción

La influencia del modelo piagetiano sobre la construcción del número ha sido muy importante en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Numerosos investigadores (Desoete y Grégoire, 2006; Fuson et al., 1997; Gelman y Gallistel, 1978) han intentado describir los diversos componentes de la competencia matemática. Durante bastante tiempo el marco teórico piagetiano ha resultado ser muy útil para la comprensión de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Desde esta perspectiva, la discalculia sería una expresión de las dificultades en el desarrollo de las operaciones lógicas subyacentes al concepto de número. Como en la teoría piagetiana el nivel de desarrollo lógico del sujeto forma una estructura, la evaluación y el tratamiento de las discalculias serían abordados a través de los múltiples contenidos sobre los que descansan las operaciones lógicas.

Cuando Piaget y Szeminska (1941) abordaron la génesis del concepto de número, lo hicieron desde la filosofía del conocimiento. El conjunto de sus investigaciones sobre el número forma parte de un proyecto para desarrollar una teoría general sobre el conocimiento. Para Piaget el número no es una propiedad de los objetos como el color o el tamaño. El número es construido por el sujeto por la abstracción de la organización que introduce en el seno de los objetos. Esta organización puede ser la reunión de elementos, su ordenación o su puesta en correspondencia término a término. Esta abstracción es denominada «abstracción reflexiva» (Kamii, 1995). La representación del número es correlativa a las operaciones puestas en marcha por el niño y, en consecuencia, del desarrollo de sus competencias lógicas. Así, la operación de seriación consiste en ordenar una serie de objetos en función de sus diferencias en una o varias variables (el tamaño, la cantidad). Esta operación permite comprender la ordenación de los números naturales, por ejemplo: que 7 es más pequeño que 12, pero más grande que 3. La operación de clasificación consiste en agrupar objetos por categorías sobre la base de cualidades o características comunes. La comprensión de la cardinalidad del número subyace a esta operación. El número 6 corresponde en efecto a la clase de todos los conjuntos que contengan seis elementos. El niño va, progresivamente, aprendiendo a razonar sobre las relaciones de inclusión entre clases.

En el nivel numérico, la coordinación de las operaciones de seriación y clasificación permite la comprensión del número como un conjunto de clases incluida de manera ordenada: 4 está incluido en 5 que, a su vez, está incluido en el 6. Esta competencia operatoria va a permitir al niño acceder a razonamientos complejos sobre los números y a resolver problemas aritméticos en los que intervienen las partes y el todo. Por ejemplo, para comprender un cálculo simbólico como 5 + … = 9, tiene que comprender que 9 forma el todo compuesto de 5 y otro subconjunto de tamaño desconocido. Puede concluir que para encontrar la solución es suficiente con restar 5 de 9.

Además de las operaciones anteriores, la conservación juega un papel importante en el conjunto de la teoría piagetiana. Los números no son inteligibles si no son idénticos a sí mismos sean cuales sean las transformaciones aparentes que sufran. Esta identidad es fundamental para comprender la composición aditiva de los números. Por ejemplo, el número 7 es siempre igual a sí mismo cualquiera que sea la forma de representarlo (5 + 2, 3 + 4, 6 + 1, o 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1). No podríamos descomponer los números en decenas y unidades para efectuar el cálculo mental si no reconocemos la permanencia de los números que manipulamos mentalmente.

El modelo piagetiano ha sido puesto en cuestión desde diversas perspectivas. Estudios diferenciales realizados con muestras amplias han puesto de manifiesto que existe una gran variabilidad en el desarrollo operatorio (Fuchs et al., 2010; Kamii y Russell, 2010). La constatación de esta variabilidad pone en duda la pertinencia de describir el desarrollo en términos de estadios y hace imposible la evaluación del nivel de desarrollo operatorio sobre la base de una pequeña muestra. Hoy, una evaluación operatoria de inspiración piagetiana no es más que algo centrado en ciertas operaciones y ciertos contenidos. Es difícil hacer una inferencia general sobre la base de resultados en pruebas operatorias particulares.

Otro elemento de crítica al modelo piagetiano tiene que ver con los factores que afectan a las respuestas que los niños dan en las pruebas utilizadas. Diversos trabajos en relación con la conservación y la clasificación sirvieron para fundamentar estas críticas (Barrouillet y Poirier, 1997). Veamos el ejemplo de la clasificación. Es evaluada a través de la cuantificación de las relaciones de inclusión con la pregunta: «¿Hay más de *A* que de *B*?»; siendo *B* un subconjunto incluido en el conjunto *A*. A priori, resultados similares deberían observarse en todas las pruebas que apelen al mismo razonamiento. Pero esto no es así. Incluso los porcentajes de éxito encontrados por Piaget e Inhelder (1991), varían sensiblemente según las pruebas utilizadas. Por ello se han elaborado pruebas de inclusión con ciertas modificaciones encontrando que diversos factores pueden volver la tarea más o menos difícil y afectar a las respuestas (si el material utilizado tiene naturaleza perceptiva o verbal, extensión de las subclases, factores semánticos y pragmáticos (Perret, 2001; Politzer, 1993). En este sentido, investigaciones posteriores parecen mostrar que no hay sincronía entre la adquisición de la conservación numérica y la seriación y la inclusión: la adquisición de esta última, así como la transitividad (6-7 años), sería posterior a la conservación del número (Chamorro, 2005).

Algunos autores plantean dudas sobre el modelo operatorio del número defendido por Piaget considerando que suministra una comprensión incompleta del desarrollo de las competencias numéricas en el niño. Sobre todo señalan que Piaget subestimó el papel del lenguaje y del conteo en el desarrollo de aquellas (Barrouillet y Camos, 2002). También los trabajos de McCrink y Wynn (2007) sobre conocimiento numérico de bebés y niños pequeños señalan que las capacidades numéricas son anteriores a las predicciones de Piaget. Desde estas críticas se defienden que no es clara la relación entre el desarrollo del número y las operaciones lógicas. Defiende que la comprensión del número se desarrolla gradualmente a través de las experiencias de conteo del niño (Lehalle, 2002). Según este marco teórico, el conteo verbal es visto como una noción más compleja —y no solo un recitado memorístico de la cadena numérica oral— que va desde niveles concretos a niveles más abstractos (Gelman y Butterworth, 2005). Este enfoque ha permitido identificar con precisión la progresión y desarrollo del conocimiento matemático entre dos y siete años (Bermejo, 2005; Clarke y Cheeseman, 2000; Steffe, 1992; Wright, 1994, 1998). Las conclusiones de estos estudios asumen que además de las mencionadas operaciones lógicas piagetianas, otras destrezas de conteo son también importantes para el desarrollo del número.

A pesar de estas críticas, otros investigadores consideran que el modelo piagetiano sigue siendo válido (Lehalle, 2002). Una conceptualización acabada del número comporta obligatoriamente el uso de propiedades lógicas o la interacción entre propiedades lógicas y capacidades de conteo (Van Luit, Van de Rijt, y Pennings, 1998). La concepción lógica del número defendida por Piaget no implica que antes de la adquisición de las operaciones lógicas el número no tenga ningún sentido para el niño, ni que sus aptitudes aritméticas sean nulas (Grégoire, 2005). En definitiva, la atención prestada por Piaget a la comprensión del número más allá del simple dominio de las habilidades de enumeración, de conteo y de cálculo conserva todo su valor.

En este contexto, Grégoire (2005) plantea como novedoso que si el objetivo es evaluar la adquisición de las competencias lógicas que subyacen a la comprensión del número, las pruebas operatorias deberían basarse en situaciones numéricas y reducir al máximo la influencia de las variables no numéricas. El respeto de estas reglas debería mejorar la validez de las pruebas operatorias en contextos numéricos y permitir recoger resultados más acordes con el modelo piagetiano.

Partiendo de los supuestos anteriores, nos planteamos el objetivo de comprobar las relaciones entre las competencias lógicas, evaluadas con pruebas de carácter piagetiano (pero con contenidos numéricos) y el dominio de las operaciones de cálculo de suma y resta, así como la resolución de problemas aritméticos verbales. Nuestra intención fue comprobar si los participantes que muestren mejor ejecución en desarrollo operatorio son también mejores en habilidades de cálculo y resolución de problemas. Este conocimiento, usando unas novedosas pruebas de desarrollo lógico, permitiría un mejor *screening* del alumnado que pudiera presentar dificultades de aprendizaje y señalaría la necesidad de implementar programas de intervención con el objetivo de conseguir un adecuado desarrollo lógico pero a través de actividades numéricas.

Método

Participantes

Han participado 122 alumnos (61 niños y 61 niñas; edad media de 6 años y 11 meses con un rango entre 77 y 95 meses) de tres colegios de una ciudad española de 140.000 habitantes. El alumnado evaluado tiene origen sociocultural medio y medio-bajo. Los participantes fueron evaluados al terminar primero de primaria.

Instrumentos

Se han utilizado tres medidas diferentes: los componentes del Tedi-Math, varios ejercicios de evaluación de las competencias de cálculo y diversos tipos de problemas verbales. Las pruebas utilizadas del Tedi-Math (Grégoire, Noël, y Van Nieuwenhoven, 2005) que evalúan diversos componentes de la competencia numérica (habilidades de conteo y enumeración, conocimientos del sistema de numeración arábigo y verbal, estimación de cantidades, operaciones aritméticas y competencias lógicas). En este test, el desarrollo operatorio se evalúa con cinco pruebas. Algunas de las pruebas siguen el procedimiento clásico propuesto por Piaget, otras son novedosas porque evalúan el desarrollo lógico a través de situaciones numéricas. Han sido elaboradas para reducir al máximo la influencia de variables no deseadas. Los subtests del Tedi-Math presentan una fiabilidad mayor de 0.80. En las pruebas lógicas el alfa de Cronbach fue de 0.93.

Las pruebas son:

— Seriación. Evaluada por dos tareas. La primera consiste en colocar en orden creciente del 1 al 9 unas tarjetas con árboles. La segunda consiste en ordenar unas tarjetas en orden creciente con los dígitos.
— Clasificación. Evaluada por dos tareas. En la primera, el niño recibe un conjunto de cartas en la

que figuran símbolos variados. Se le anima a constituir categorías con la ayuda de estas cartas. En la segunda tarea los símbolos son sustituidos por cruces. Esta prueba mantiene el formato clásico ideado por Piaget.

— Conservación. Evaluada con la ayuda de una tarea en la que dos filas de fichas similares son colocadas delante del niño. Después del reconocimiento por parte del niño de la identidad de las dos filas, las fichas de una de ellas se separan unas de otras de forma que una de las filas sea más larga. Se le pide al niño si él y el adulto continúan teniendo el mismo número de fichas, o no.

— Inclusión numérica. Evaluada por una tarea en la que el niño debe colocar 6 fichas en un sobre y, una vez cerrado, determinar si podrá retirar del sobre un determinado número de ellas.

— Composición aditiva. Es evaluado por una tarea en la que el niño debe imaginar un pastor que reparte ovejas entre dos prados.

Las competencias aritméticas se evaluaron con operaciones de varios tipos: sumas simples, sumas con huecos, restas simples, restas con huecos, puntuación total en operaciones y problemas aritméticos verbales. En la tabla 1 aparecen las distintas categorías de ítems aritméticos. En cada categoría, son presentados por orden de dificultad. En conjunto, los ítems aritméticos pueden dar lugar a una puntuación máxima de 30 puntos.

Los problemas verbales siguen la tipología clásica de problemas de estructura aditiva de cambio y comparación (Riley, Greeno, y Heller, 1983; González-Pienda, Núñez, Álvarez Pérez, González-Pumariega, y Roces Montero, 1999). Ocho pro-

Tabla 1

Número de ítems por categorías en las tareas de cálculo y resolución de problemas utilizados en el estudio, con algunos ejemplos

Categoría	N	Ejemplos
Sumas simples	12	4 + 6 =
Sumas con huecos	4	4 + … =
Restas simples	10	9 – 5 =
Restas con huecos	4	9 – … =
Total en cálculo	30	
Problemas verbales	12	*Comparación*: Ana ha enviado 6 tarjetas postales. Ha mandado 3 menos que Pablo. ¿Cuántas postales ha enviado Pablo? *Cambio*: Paco tiene 3 € y le han tocado 7 € en la lotería. ¿Cuántos € tiene Paco ahora?

blemas fueron de cambio, cuatro de ellos con la incógnita en la situación final, dos con la incógnita en el cambio y dos en la situación inicial. Estos cuatro últimos problemas se consideraban de mayor dificultad, al igual que los de comparación. En los problemas de comparación la incógnita se encuentra en el referente (no en la cantidad comparada ni en la de comparación).

Procedimiento

Todos los participantes fueron evaluados individualmente por los autores de esta investigación en un local diferente al de su clase en el colegio en el que estaban escolarizados. En cada una de las operaciones lógicas, los niños han sido clasificados en dos grupos, (experto *versus* no experto), según el dominio o no de cada operación. Para la muestra final de 122 participantes fueron excluidos los alumnos que tuviesen algunas de las siguientes características: repetidor de curso, déficit intelectual, discapacidad sensorial (visual o auditiva) y problemas graves de conducta. La evaluación de los niños y niñas ha contado con la autorización familiar pertinente.

Resultados

Las respuestas obtenidas se han codificado distinguiendo los resultados en aritmética y problemas verbales y los resultados en las operaciones lógicas. Cada acierto en un ítem de aritmética se ha codificado con un punto. De esta forma se ha calculado la puntuación total para las sumas simples, las sumas con huecos, las restas simples, las restas con huecos, el conjunto de todas las operaciones aritméticas y el total en los problemas verbales. Las respuestas en las pruebas lógicas se han codificado de otra manera. Hemos considerado, según las pautas de Grégoire (2005), que el dominio de una operación lógica es adquirido o no. Si se ha adquirido, las respuestas del niño deben ser constantes y coherentes. Por ejemplo, en los dos ítems de conservación numérica, el niño deberá dar unas respuestas de conservación basadas en argumentos lógicos. De esta forma, el niño es considerado como «conservador» numérico si tiene éxito en los dos ítems de esta prueba. Este mismo criterio se usa para evaluar las cuatro operaciones lógicas: se exige el éxito en todos los ítems para que el dominio de la operación lógica sea reconocido.

En cada una de las operaciones lógicas, los resultados en aritmética se han comparado entre los grupos experto y no experto. Las tablas 2 a 6 presentan las puntuaciones de las medias de los dos grupos para cada una de las pruebas aritméticas y en la resolución de problemas verbales. Las tablas también recogen la significación estadística de las diferencias de las medias entre los dos grupos. Se completan con la inclusión del índice d_s denominado tamaño del efecto. Este índice completa la información sobre las diferencias significativas encontradas en la comparación de dos medias.

Observando la tabla 2 se constata que sólo 22 alumnos de la muestran no logran un buen dominio de la seriación numérica. Los resultados de estos niños en aritmética y en problemas verbales son claramente inferiores al de los niños que tienen éxito en la prueba de seriación. En varios de los subtests de aritmética la diferencia entre los dos grupos llega a ser mayor de una desviación típica, lo cual es particularmente importante. La prueba de seriación es, de entre todas las pruebas lógicas, la que mejor diferencia las ejecuciones de los niños en aritmética.

La prueba de clasificación numérica (tabla 3) no establece ninguna diferencia entre los dos grupos. Obsérvese que, en la muestra,

Tabla 2

Resultados en la prueba de seriación, incluyendo el índice tamaño del efecto (d_s)

	Expertos	No expertos	p	d_s
Sumas simples	7.50	6.90	.007	.64
Sumas con huecos	3.10	1.86	.001	.86
Restas simples	5.60	4.54	.000	1.01
Restas con huecos	2.25	1.0	.000	1.84
Total cálculo	18.46	14.31	.000	1.24
Problemas	6.80	4.90	.000	.75
N	100.00	22.00		

Tabla 3

Resultados en la prueba de clasificación, incluyendo el índice tamaño del efecto (d_s)

	Expertos	No expertos	p	d_s
Sumas simples	7.57	7.35	.347	.21
Sumas con huecos	3.05	2.84	.595	.14
Restas simples	5.63	5.36	.336	.27
Restas con huecos	2.10	2.00	.757	.08
Total cálculo	18.42	17.58	.317	.25
Problemas	5.94	6.55	.339	.24
N	19.00	103.00		

la gran mayoría de los niños no llegan a dominar los requisitos evaluados (103 frente a 19). Es posible que esta falta de dominio proceda menos de lo que se pretende medir que de la manera que se ha medido. La resolución de la tarea demanda del niño apoyarse en la clasificación numérica. Sin embargo, para la mayoría de los niños, las características visuales del estímulo han podido ser un obstáculo para ejecutar la clasificación numérica. Los niños se fijan en los detalles de los dibujos y no llegan a realizar la abstracción de considerarlos como unidades equivalentes. En otras ocasiones pueden ser variables relacionadas con la dificultad de las tareas las responsables, dado que en algunos casos deben constituir categorías, como han señalado en otro contexto Onishi y Baillargeon (2005). Podemos considerar que la prueba de clasificación está influida por variables no deseadas, que reducen la validez de su poder discriminativo.

En las tareas de conservación (tabla 4) sólo encontramos diferencias significativas en la resolución de problemas; la amplitud de esta diferencia es moderada, un poco mayor de .50. No encontrar diferencias en las tareas aritméticas (sobre todo en las sumas y restas simples) puede explicarse por el hecho de que los niños llegan a resolver estas tareas por conteo que no implican un razonamiento real con los números.

La prueba de inclusión (tabla 5) vuelve a mostrarnos que sólo hay diferencias significativas en los subtests de resolución de problemas verbales, con una moderada diferencia significativa ($p < .019$; $d_s = .59$). La diferencia en estos resultados en los problemas verbales nos hace pensar que la comprensión verbal de las consignas para la prueba de inclusión sería un factor de diferenciación de los niños, más allá de sus competencias lógicas.

Tabla 4

Resultados en la prueba de conservación, incluyendo el índice tamaño del efecto (d_s)

	Expertos	No expertos	p	d_s
Sumas simples	7.54	7.31	.187	.15
Sumas con huecos	3.11	2.75	.215	.26
Restas simples	5.64	5.28	.087	.33
Restas con huecos	2.16	1.95	.357	.17
Total cálculo	18.50	17.30	.059	.35
Problemas	7.16	6.08	.024	.52
N	42.00	80.00		

Tabla 5

Resultados en la prueba de inclusión, incluyendo el índice tamaño del efecto (d_s)

	Expertos	No expertos	*p*	d_s
Sumas simples	7.43	7.19	.275	.35
Sumas con huecos	2.90	2.76	.711	.09
Restas simples	5.46	5.14	.218	.29
Restas con huecos	2.06	1.80	.381	.21
Total cálculo	17.88	16.90	.225	.29
Problemas	6.70	5.28	.019	.59
N	101.00	21.00		

Tabla 6

Resultados en la prueba de descomposición aditiva, incluyendo el índice tamaño del efecto (d_s)

	Expertos	No expertos	*p*	d_s
Sumas simples	7.64	7.32	.139	.34
Sumas con huecos	3.80	2.63	.001	.77
Restas simples	5.92	5.27	.000	.60
Restas con huecos	2.92	1.79	.000	.92
Total cálculo	20.32	17.04	.000	.99
Problemas	8.72	5.87	.000	1.13
N	25.00	97.00		

Analizando la última prueba de desarrollo lógico (tabla 6) observamos que junto con la prueba de seriación es la que mejor diferencia a los niños en función de su rendimiento en aritmética y en problemas verbales. Las diferencias entre los que hacen bien las tareas de descomposición aditiva y los que no (o bien que la hacen parcialmente bien) son todas significativas, excepto en las sumas simples, siendo todas de gran amplitud.

Para completar estos análisis hemos comprobado globalmente las relaciones entre el nivel de competencia lógica y el rendimiento en cálculo. Para ello hemos computado para cada niño, una puntuación total en operaciones lógicas que corresponde a la suma de las pruebas en las que alcanza el nivel de experto. Esta puntuación varía entre 0 y 5. A continuación, comparamos la puntuación total en cálculo (sin los problemas verbales) de los participantes en función de su puntuación global en operaciones lógicas. La figura 1 representa la relación entre estas dos variables. Se puede constatar un crecimiento gradual de las puntuaciones en cálculo en función del grado de dominio de las operaciones lógicas.

Se comprueba que el resultado del ANOVA (tabla 7) es muy signi-

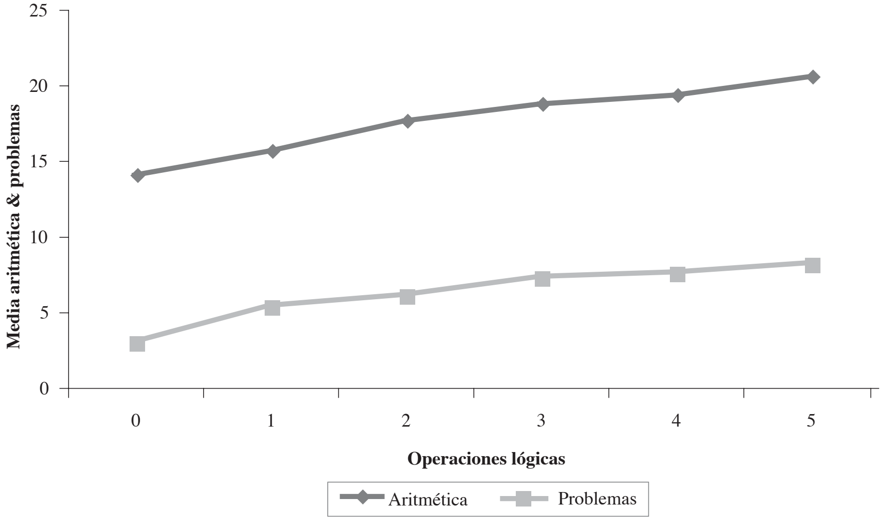

Figura 1. Puntuación media en aritmética y en problemas para las seis categorías de puntuaciones en operaciones lógicas.

Tabla 7

Comparación de la puntuación media en aritmética en función del resultado en las cinco operaciones lógicas (ANOVA y test post hoc HSD de Tuckey)

Puntuación en dominio lógico	0	1	2	3	4	N
0						5
1	1.65					23
2	3.64	1.99				42
3	4.77*	3.11*	1.12			35
4	5.30*	3.65*	2.66*	0.53		13
5	6.50*	4.84*	2.85*	1.72	1.19	4

$F_{(5.\ 116)} = 5.789$. (*) $p < .001$

ficativo ($F_{(5, 116)} = 5.789$; $p < .001$). Muestran la evidencia de un verdadero salto en cálculo en función del dominio en el desarrollo lógico. Los niños que se sitúan en los niveles entre 0 y 2 se caracterizan por puntuaciones muy próximas en cálculo. Las diferencias de las puntuaciones 3, 4 y 5 con las de 0 a 2 son importantes.

Una comparación similar se realizó entre las puntuaciones en lógica y la puntuación total en los problemas verbales (figura 1). Se observa un crecimiento del nivel de resolución de problemas aritméticos en función del nivel de dominio de las operaciones lógicas. Los participantes que obtienen puntuaciones de 0 y 1 solo llegan a resolver los problemas en los que la incógnita se sitúa en el estado final. Son los problemas más fáciles y para su resolución no necesitan reorganizar los datos, que son presentados en su orden de utilización. Por contra, los niños y niñas que obtuvieron una puntuación de 3 o mayor son los que resolvieron problemas en los que la incógnita se sitúa en su estado inicial.

La significación estadística de las diferencias de puntuación en problemas verbales en función del nivel de dominio de las operaciones lógicas se evaluó también con una ANOVA (tabla 8). Se comprueba, de nuevo, que el resultado del ANOVA es significativo ($F_{(5, 116)} = 5.30$; $p < .001$). Las diferencias aquí son menos marcadas que en el caso del cálculo. Sin embargo, puede afirmarse que hay un salto entre los niños que obtienen una puntuación en lógica de 0 y 1, que obtienen puntuaciones parecidas y los que obtienen puntuaciones entre 2 y 5, con resultados netamente mejores en problemas verbales.

Tabla 8

Comparación de la puntuación media en problemas verbales en función de la puntuación en las cinco operaciones lógicas (ANOVA y test post hoc HSD de Tuckey)

Puntuación en dominio lógico	0	1	2	3	4	N
0						5
1	2.47					23
2	3.14	0.66				42
3	4.34*	1.86*	1.20			35
4	4.61*	2.13	1.47	0.27		13
5	5.25*	2.71	2.10	0.90	0.63	4

$F_{(5. 116)} = 5.30$. (*) $p < .001$

Discusión

El presente trabajo tuvo por objetivo analizar las relaciones entre las competencias lógicas de tipo piagetiana y el dominio de las operaciones de cálculo de suma y resta, así como la resolución de problemas aritméticos verbales. Se pretendía comprobar si aquellos estudiantes que mostrasen mayor nivel de desarrollo operatorio tendrían también mejores habilidades de cálculo y resolución de problemas. Este conocimiento, podría justificar la conveniencia de poner en marcha programas de intervención con el objetivo de conseguir un adecuado desarrollo lógico a través de actividades numéricas (Rosario et al., 2009). Los resultados permiten afirmar que los participantes que hicieron bien las pruebas lógicas fueron también los mejores en tareas aritméticas, sean los problemas presentados en el formato clásico o en forma de problemas aritméticos verbales. Las desviaciones típicas de los mejores participantes en las pruebas lógicas de seriación y descomposición aditiva con respecto a los que no lo son, mostraron diferencias estadísticamente significativas. Esta tendencia no se ha encontrado en todas las pruebas lógicas aplicadas. Sin embargo, sería justificable la utilización de pruebas lógicas (seriación y descomposición aditiva con pruebas de contenido numérico) en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. En el Tedi-Math, las tareas de seriación se componen de 2 ítems. Al niño/a se le pide que ordene una serie de tarjetas con grupos de árboles y debe hacerlo de menos a más. Una vez realizada la tarea, se le requiere que inserte otra tarjeta adicional en la serie. En el segundo ítem de seriación se le demanda que ordene de menor a mayor unas tarjetas con cifras arábigas. En cuanto a la tarea de descomposición aditiva, el niño debe sugerir varias posibilidades de descomposición de un número, incluyendo la realización mental de la descomposición aditiva. La valoración de los resultados en estos dos subtests permitiría una identificación rápida de niños con dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Obviamente, el paso siguiente sería una evaluación más detallada del procesamiento numérico y sus elementos conceptuales. El marco teórico piagetiano no tiene una posición de monopolio en la evaluación, que debe ser articulada con otros modelos teóricos que aportan una ayuda a la comprensión de las competencias numéricas y sus dificultades buscando las sinergias existentes en los diferentes modelos (Brissiaud, 2006; Van Luit, 2006).

Una cuestión que se extrae de la investigación sería conocer el papel jugado por las diversas competencias de conteo verbal y resultante, que pueden ser evaluadas por el Test de Evaluación Numérica Temprana (Navarro, Aguilar, Alcalde, Marchena, y Ruiz, 2004; Van Luit et al., 1998), en relación a las competencias lógicas en los resultados aritméticos.

Referencias

Barrouillet, P., y Poirier, L. (1997). Comparing and transforming: An application of Piaget's morphisms theory to the development of class inclusion and arithmetic problem solving. *Human Development*, *40*, 216-234.

Barrouillet, P., y Camos, V. (2002). *Savoirs, savoir-faire arithmétiques, et leurs déficiences*. Paris: Rapport pour le Ministère de la Recherche.

Bermejo, V. (2005). Microgénesis y cambio cognitivo. *Psicothema*, *17*(4), 559-562.

Brissiaud, R. (2006). Le débat sur l'enseignement des mathématiques à l'école: la situation à la rentrée 2006. *Le Café Pédagogique*, *6*, 21-31.

Chamorro, C. (2005). La construcción del número natural. En M. C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las matemáticas*. *Educación infantil* (pp. 141-180). Madrid: Pearson.

Clarke, D., y Cheeseman, J. (2000). Some insights from the first year of the early numeracy research project. *Improving numeracy learning: Proceedings of the ACER Research Conference 2000*, Australian Council for Educational Research, Brisbane, 6-10.

Desoete, A., y Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, *16*, 351-367.

Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D., Fuchs, D., Hamlett, C., Seethaler, P., Bryant, J., y Schatschneider, Ch. (2010). Do different types of school mathematics development depend on different constellations of numerical versus general cognitive abilities? *Developmental Psychology, 46*(6), 1731-1746.

Fuson, C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T., y Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(2), 130-162.

Gelman, R., y Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: HUP.

Gelman, R., y Butterworth, B. (2005). Number and language: how are they related?. *Trends in Cognitive Sciences*, *9*(1), 6-10.

González-Pienda, J. A., Núñez, J. C., Álvarez Pérez, L., González-Pumariega, S., y Roces Montero, C. (1999). Comprensión de problemas aritméticos en alumnos con y sin éxito**.** *Psicothema*, *11*(3), 505-515.

Grégoire, J. (2005). Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel?. En M. Crahay, L. Verschaffel, L., De Corte, y J. Grégoire (Dirs.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques*. *Que disent les recherches psychopédagogiques?* (pp. 57-77). Bruxelles: De Boeck-Larcier.

Grégoire, J., Noël, M. P., y Van Nieuwenhoven, C. (2005). *Tedi-Math*. *Manual*. Madrid: TEA.

Kamii, C. (1995). *El número en la educación preescolar*. Madrid: Visor.

Kamii, C., y Russell, K. A. (2010). The older of two trees: Young children's development of operational time. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(1), 6-13.

Lehalle, H. (2002). Connaissances numériques et modèles de développement. En J. Bideaud y H. Lehalle (Eds.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (pp. 29-54). Paris: Lavoisier.

McCrink, K., y Wynn, K. (2007). Ratio abstraction by 6-month-old infants. *Psychological Science, 18,* 740-745.

Navarro, J. I., Aguilar, M., Alcalde, C., Marchena, E., y Ruiz, G. (2004). *Adaptación española del Test Evaluación Matemática Temprana de Utrech. Versión experimental*. Cádiz: Departamento de Psicología de la Universidad de Cádiz.

Onishi, K., y Baillargeon, R. (2005). Do 15-month-old infants understand false beliefs? *Science, 308,* 255-258.

Perret, P. (2001). *Etude développementale de la variabilité des performances dans des tâches de raisonnement inclusif: rôle des niveaux de connaissance et de l'inhibition*. Thèse de Doctorat en Psychologie. Centre Psyclé, Université de Provence, Aix-en-Provence.

Piaget, J., y Szeminska, A. (1941). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe.

Piaget, J., e Inhelder B. (1991). *Génesis de las estructuras lógicas elementales*. Buenos Aires: Guadalupe. Edición original (1958). *Growth of logical thinking*, London: Routledge & Kegan Paul.

Politzer, G. (1993). *La psychologie du raisonnement: lois de la pragmatique et logique formelle*. Thèse de Doctorat en Psychologie, Université Paris 8, Paris.

Riley, M., Greeno, J. G., y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Rosario, P., Mourão, R., Baldaque, M., Nunes, T., Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Cerezo, R., y Valle, A. (2009). Tareas para casa, autorregulación del aprendizaje y rendimiento en matemáticas. *Revista de Psicodidáctica, 14*(2), 179-192.

Steffe, L. (1992). Learning Stages in the Construction of the Number Sequence. In J. Bideaud, C. Meljac, and J. Fischer (Eds.), *Pathways to Number* (pp. 83-98). Hillsdale, NJ: Lawrence.

Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M., y Pennings, A. H. (1998). *The Utrech Early Numeracy Test*. Doetinchem: Graviant Publishing.

Van Luit, J. E. H. (2006). *The development of early numeracy in children with special mathematical needs*. Ponencia presentada en el Primer Symposium Internacional sobre Matemática Temprana, Cádiz (España).

Wright, R. J. (1994). A study of the numerical development of 5-year-old and 6-year-old. *Educational Studies in Mathematics*, *26*, 25-44.

Wright, R. (1998). *An Overview of a Research-based Framework for Assessing and Teaching Early Number.* Paper presented at the 21st Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia, Brisbane: Griffiths University.

José I. Navarro Guzmán es Catedrático de Psicología Evolutiva y de la Educación de la Universidad de Cádiz. Ha publicado recientemente en colaboración con otros autores, los libros *Psicología del Desarrollo para Docentes* y *Psicología de la Educación para Docentes* (Ed. Pirámide) y diferentes artículos sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje matemático temprano. Participa en el grupo de investigación HUM-634 sobre dificultades de aprendizaje.

Esperanza Marchena Consejero es Profesora Titular de Personalidad, Evaluación y Tratamientos Psicológico de la Universidad de Cádiz. Dirige el Servicio de Atención Psicológica Universitaria y ha participado en la publicación de diferentes artículos sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje matemático temprano. Es miembro del grupo de investigación HUM-634 y trabaja actualmente en la línea de *e-mentoría* en educación superior.

Manuel Aguilar Villagrán es Profesor Titular de Psicología, Evolutiva y de la Educación y docente de la asignatura Dificultades de Aprendizaje e Intervención Psicopedagógica. Es coordinador del Master «Intervención Psicológica en Contextos de Riesgo», y miembro del grupo de investigación HUM-634. Su línea de investigación principal se centra en el desarrollo de las habilidades matemáticas temprana y sus dificultades, en este sentido ha publicado artículos sobre resolución de problemas aritméticos, desarrollo del sentido numérico y pruebas de evaluación matemática temprana.

Gonzalo Ruiz Cagigas es Profesor de enseñanzas medias y profesor asociado en el Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos de la Universidad de Cádiz. Licenciado en Ciencias y graduado en Multimedia. Es miembro del grupo de investigación HUM-634 en el que principalmente desarrolla software educativo multimedia y con los que ha publicado numerosos trabajos en el ámbito de la informática educativa.

Pedro Ramiro Olivier es Profesor Titular de Psicología del Desarrollo, Intervención Psicomotriz y Contenidos Psicomotores, en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz. Forma parte del grupo de investigación HUM-634, en el que viene trabando en la identificación de alumnos de altas capacidades intelectuales.

Fecha de recepción: 20-10-10 Fecha de revisión: 08-02-11 Fecha de aceptación: 18-02-11