

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE GRADO

TRANSMISIÓN DE UN VEHÍCULO AGRÍCOLA

DOCUMENTO III- ANEXO CÁLCULOS

Alumno/Alumna: Fernández Peña, Saúl

Director/Directora (1): Martija López, Itziar

Curso: <2020-2021>

Fecha: 16/10/2020

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	5
2.	CONDICIONES GENERALES	8
2.1	REDUCCIÓN FINAL	9
2.2	RADIO EN CARGA DE LAS RUEDAS MOTRICES.....	10
3.	RELACIÓN DE LA CAJA DE CAMBIOS.....	11
4.	RELACIÓN DEL REDUCTOR.....	13
5.	RELACIÓN DEL GRUPO CÓNICO	16
6.	Nº DE DIENTES DE LAS RUEDAS DENTADAS DEL REDUCTOR.....	18
6.1	GRUPO CORTAS	18
6.2	GRUPO MEDIAS	18
6.3	GRUPO LARGAS.....	19
7.	Nº DE DIENTES DE LAS RUEDAS DENTADAS DE LA CAJA DE CAMBIOS.....	20
7.1	1ª VELOCIDAD	20
7.2	2ª VELOCIDAD	20
7.3	3ª VELOCIDAD	20
7.4	4ª VELOCIDAD	21
8.	CÁLCULO DEL MÓDULO DE LAS RUEDAS DENTADAS.....	22
8.1	MATERIAL DE LA RUEDA PEQUEÑA	22
8.2	CÁLCULO DEL MÓDULO A DURACIÓN Y DESGASTE	23
8.2.1	K_{ADM} DEL PIÑÓN	23
8.2.2	CÁLCULO DEL MÓDULO.....	24
8.3	CÁLCULO APROXIMADO A RESISTENCIA.....	25
8.4	COMPROBACIÓN DE LA RUEDA GRANDE.....	26
8.4.1	CÁLCULO A DURACIÓN Y DESGASTE	26
8.4.2	CÁLCULO APROXIMADO A RESISTENCIA.....	26
9.	ENGRANAJE 1ª VELOCIDAD	28
9.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN.....	29
9.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	30
9.3	DISTANCIA ENTE EJES	30
9.4	COEFICIENTE DE ENGRANE	31
9.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES	31
10.	ENGRANAJE 2ª VELOCIDAD	32
10.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN.....	32
10.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	33
10.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	34
10.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	34
10.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES	34
11.	ENGRANAJE 3ª VELOCIDAD	35
11.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN.....	35
11.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	36
11.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	36
11.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	37
11.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES	37

12.	ENGRANAJE DE 4ª VELOCIDAD.....	38
12.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN.....	38
12.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	39
12.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	39
12.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	40
12.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES	40
13.	ENGRANAJE DE MARCHA ATRÁS	41
13.1	CÁLCULO DEL MÓDULO.....	42
13.2	COMPROBACIÓN DE LA RUEDA GRANDE.....	43
13.3	COMPROBACIÓN DE LA RUEDA INTERMEDIA.....	44
13.4	DIMENSIONES DE LAS RUEDAS	45
13.4.1	PIÑÓN.....	45
13.4.2	RUEDA INTERMEDIA	46
13.4.3	RUEDA GRANDE.....	47
13.5	SITUACIÓN DEL EJE INTERMEDIARIO.....	48
13.6	DISTANCIA ENTRE EJE PRIMARIO Y SECUNDARIO	48
13.7	GRADO DE RECUBRIMIENTO.....	49
13.7.1	PRIMARIO-INTERMEDIARIO.....	49
13.7.2	INTERMEDIARIO-SECUNDARIO.....	49
13.8	FUERZA SOBRE LOS DIENTES	49
13.8.1	RUEDA PEQUEÑA	49
13.8.2	RUEDA INTERMEDIA	49
13.8.3	RUEDA GRANDE.....	49
13.9	VELOCIDAD MÁXIMA DE LA MARCHA ATRÁS	50
14.	ESTUDIO GRUPO REDUCTOR	51
14.1	GAMA DE VELOCIDADES: CORTAS.....	51
14.1.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN	51
14.1.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	52
14.1.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	53
14.1.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	53
14.1.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES.....	53
14.2	GAMA DE VELOCIDADES: MEDIAS	54
14.2.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN	54
14.2.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	55
14.2.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	55
14.2.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	56
14.2.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES.....	56
14.3	GAMA DE VELOCIDADES: LARGAS	57
14.3.1	DIMENSIONES DEL PIÑÓN	57
14.3.2	DIMENSIONES DE LA RUEDA	58
14.3.3	DISTANCIA ENTRE EJES.....	58
14.3.4	COEFICIENTE DE ENGRANE.....	59
14.3.5	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES.....	59
15.	ESTUDIO DEL GRUPO CÓNICO.....	60
15.1	CÁLCULO DEL MÓDULO.....	61
15.2	DIMENSIONES DEL PIÑÓN.....	64
15.3	DIMENSIONES DE LA CORONA	65
15.4	FUERZAS SOBRE LOS DIENTES	65
16.	ESTUDIO DEL DIFERENCIAL.....	66
16.1	CÁLCULO DEL MÓDULO.....	68
16.2	PLANETARIOS	70
16.2.1	DIMENSIONES.....	70
16.3	SATÉLITES	71
16.3.1	DIMENSIONES.....	71

17. CÁLCULO EJE PRIMARIO	72
17.1 GAMA CORTAS.....	73
17.1.1 CÁLCULO REACCIONES.....	73
17.1.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	74
17.1.3 MOMENTO TORSOR.....	75
17.1.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	75
17.2 GAMA MEDIAS	76
17.2.1 CÁLCULO REACCIONES.....	76
17.2.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	77
17.2.3 MOMENTO TORSOR.....	77
17.2.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	78
17.3 GAMA LARGAS.....	78
17.3.1 CÁLCULO REACCIONES.....	78
17.3.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	79
17.3.3 MOMENTO TORSOR.....	79
17.3.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	80
18. CÁLCULO DEL EJE SECUNDARIO	81
18.1 PRIMERA VELOCIDAD.....	81
18.1.1 CÁLCULO REACCIONES.....	81
18.1.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	82
18.1.3 MOMENTO TORSOR.....	82
18.1.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	83
18.2 SEGUNDA VELOCIDAD	83
18.2.1 CÁLCULO REACCIONES.....	83
18.2.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	84
18.2.3 MOMENTO TORSOR.....	84
18.2.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	85
18.3 TERCERA VELOCIDAD	85
18.3.1 CÁLCULO REACCIONES.....	85
18.3.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	86
18.3.3 MOMENTO TORSOR.....	86
18.3.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	87
18.4 CUARTA VELOCIDAD	87
18.4.1 CÁLCULO REACCIONES.....	87
18.4.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	88
18.4.3 MOMENTO TORSOR.....	88
18.4.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME).....	89
19. CÁLCULO DEL EJE INTERMEDIARIO	90
19.1 CÁLCULO REACCIONES	90
19.1.1 PLANO XY	90
19.1.2 PLANO XZ	90
19.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES	91
19.2.1 PLANO XY	91
19.2.2 PLANO XZ	91
19.2.3 M_f RESULTANTE	91
19.3 MOMENTO TORSOR.....	91
19.4 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME).....	92
20. ESTUDIO DE LOS EJES DE LA MARCHA ATRÁS.....	93
20.1 EJE INTERMEDIO.....	93
20.1.1 CÁLCULO REACCIONES Y MOMENTOS FLECTORES.....	93
20.1.2 MOMENTO TORSOR.....	94
20.1.3 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME)	95
20.2 EJE SECUNDARIO.....	95
20.2.1 CÁLCULO REACCIONES.....	95
20.2.2 DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES	96
20.2.3 MOMENTO TORSOR.....	96
20.2.4 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME)	97

21.	SELECCIÓN DE RODAMIENTOS	98
21.1	EJE PRIMARIO	99
21.1.1	APOYO A	99
21.1.2	APOYO B	100
21.2	EJE SECUNDARIO	101
21.2.1	APOYO A	101
21.2.2	APOYO B	102
21.3	EJE INTERMEDIARIO	103
21.3.1	APOYO A	103
21.3.2	APOYO B	104
21.4	EJE INTERMEDIO DE LA MARCHA ATRÁS	105

1. INTRODUCCIÓN

Un tractor es un vehículo dotado de motor que le sirve para poder desplazarse por sí mismo y remolcar o accionar las distintas máquinas que se utilizan en la agricultura actual.

El tractor agrícola consta fundamentalmente de las siguientes partes:

- Bastidor o Chasis
- Motor
- Transmisión:
 - Embrague
 - Caja de cambios
 - Diferencial
 - Reducción final
 - Palieres
- Ruedas
- Toma de fuerza
- Polea
- Alzamiento hidráulico
- Enganche
- Dirección
- Frenos

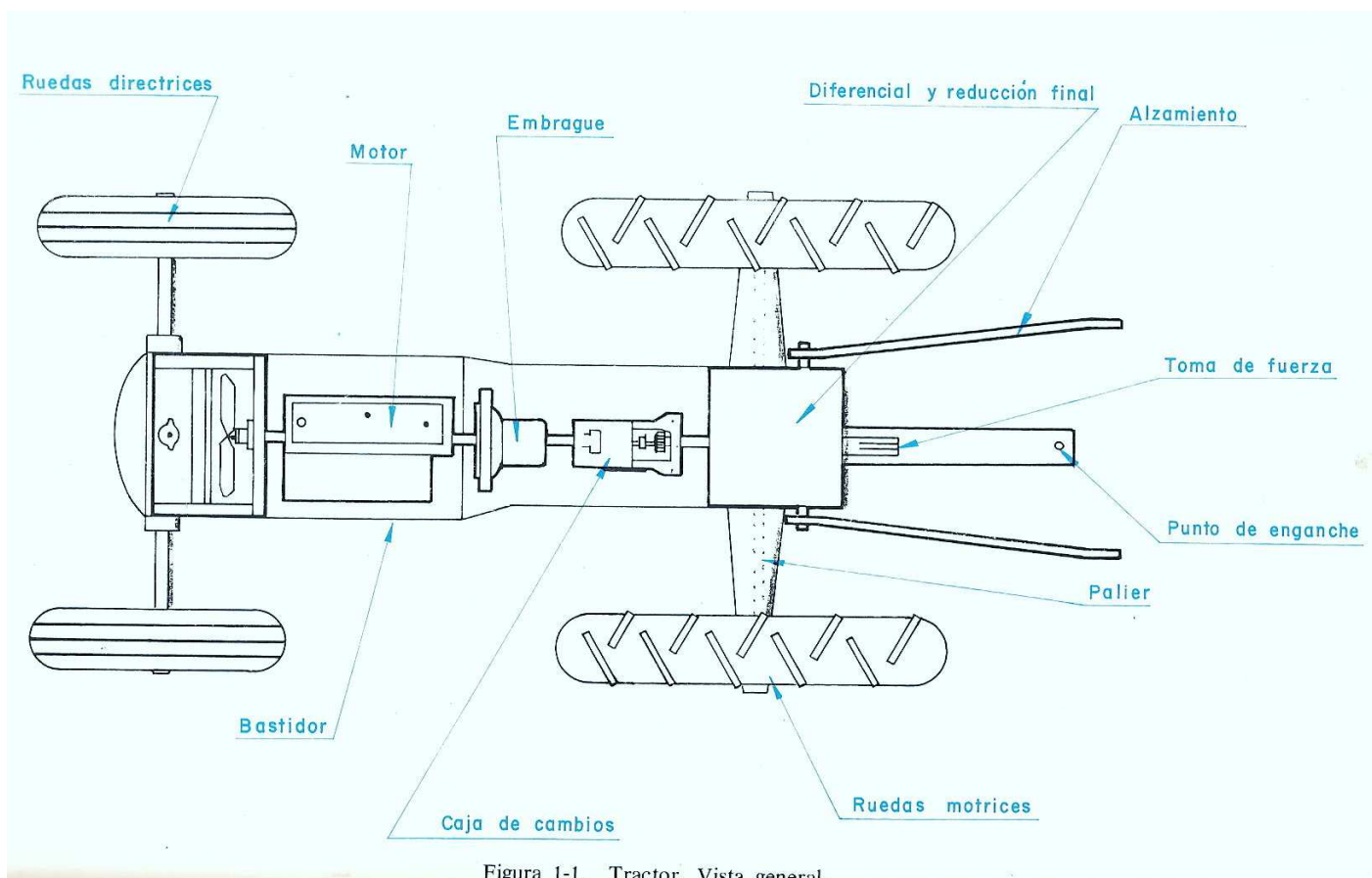
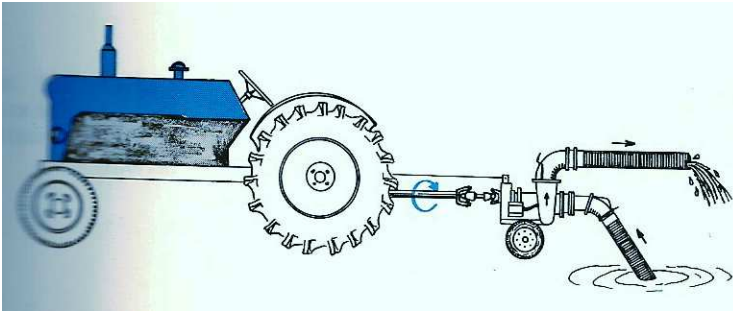


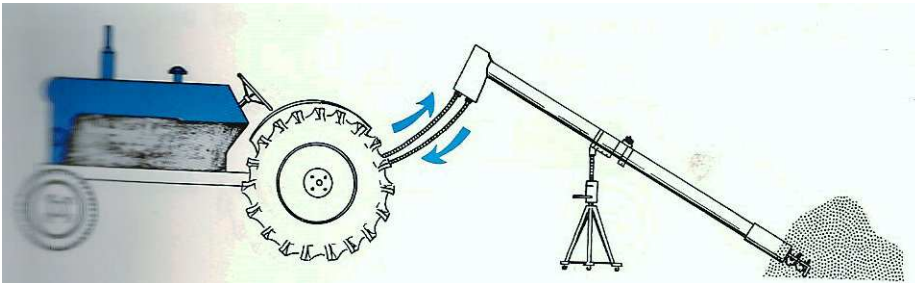
Figura 1-1. Tractor. Vista general.

El tractor es una máquina de múltiples aplicaciones en la agricultura actual. Una breve clasificación de los trabajos que puede llevar a cabo, son:

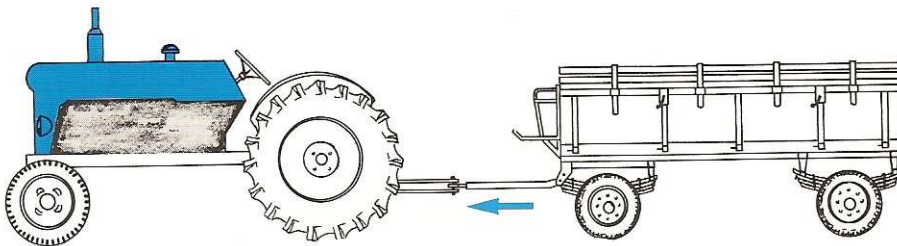
- Estacionarios, con toma de fuerza. Ej. Bombas de riego, molinos de pienso.



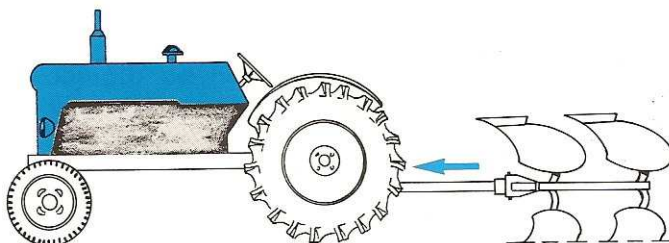
- Estacionarios, con equipo hidráulico. Ej. Elevadores de grano, etc.



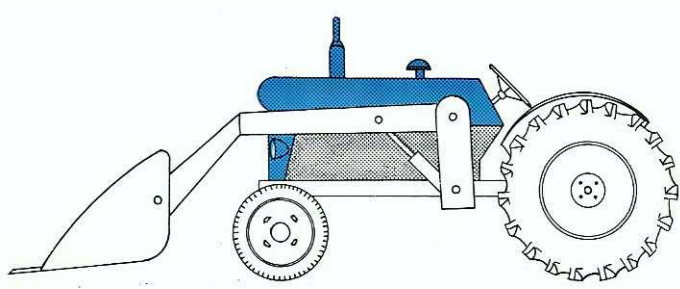
- De transporte, ej. Remolques, etc.



- De arrastre, aj. Arados de vertedera, grada de disco, etc.

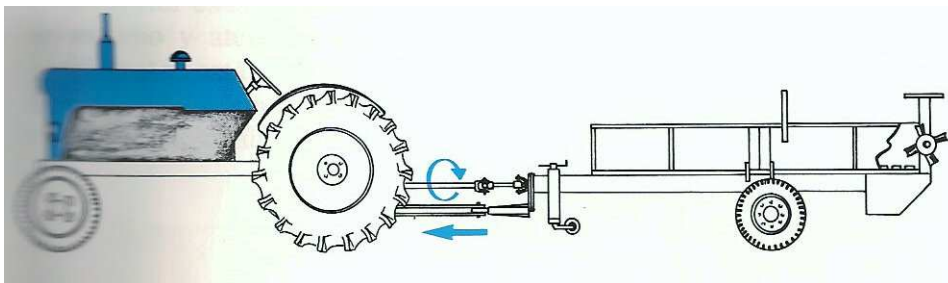


- De empuje, ej. Pala cargadora, bulldozer, etc.

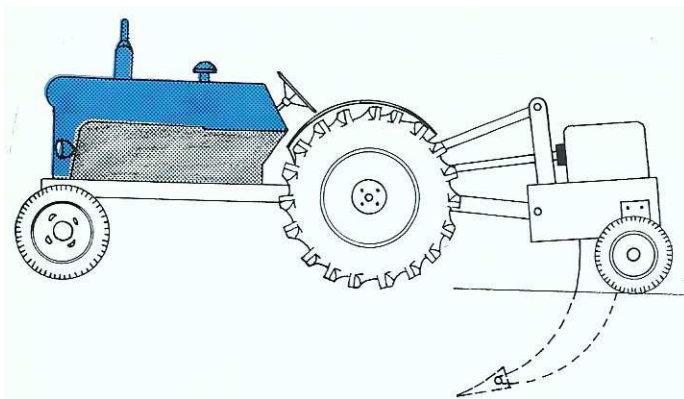


- Combinados:

- Transporte y toma de fuerza, ej. Empacadoras, remolque distribuidor de estiércol, etc.



- Arrastre y toma de fuerza, ej. Subsolador vibrador, fresa, etc.



Todos estos trabajos se pueden reunir en cuatro grandes grupos que constituyen las aplicaciones básicas del tractor, y que son:

- Remolcar
- Arrastrar
- Empujar
- Transmitir otros movimientos

2. CONDICIONES GENERALES

En éste apartado trataremos de definir todas las resistencias que interfieren en la marcha normal del tractor; y demás elementos que no se calcularán pero que serán necesarios para el cálculo de otras partes aquí tratadas.

Según H. Dubber “Manual del constructor de máquinas”, podemos distinguir varias resistencias.

- **Resistencia a la rodadura**, depende de la naturaleza de la calzada, del peso de vehículo, y en menor medida de la presión de las ruedas y de la velocidad. Se expresa con la siguiente fórmula:

$$F_{rodadura} = W_{vehículo} \times f_r$$

donde:

$F_{rodadura}$: Fuerza necesaria para vencer la rodadura [Kg]

$W_{vehículo}$: Peso del vehículo = 3.550Kg

f_r : Coeficiente de resistencia a la rodadura = 0,015

Por tanto:

$$F_{rodadura} = 3550 \times 0,015 = 53,25Kg$$

- **Cálculo de la pendiente máxima**, deducido según libro “Cálculo teórico práctico de los elementos y grupos del vehículo industrial y automóvil”, de Francisco Muños Gracia; determinamos la fuerza necesaria para vencerla a partir de la potencia.

$$F_{pendiente} = \frac{N_{motor} \times 270}{V}$$

donde:

$F_{pendiente}$: Fuerza necesaria para vencer la pendiente [Kg]

N_{motor} : Potencia del motor = 96 CV

V : Velocidad máxima del vehículo = 40 Km/h.

Por tanto:

$$F_{pendiente} = \frac{96 \times 270}{40} = 648 Kg$$

Ésta fuerza es la necesaria para vencer la pendiente máxima superable por el vehículo. Así, a partir de ella determinamos la pendiente máxima.

$$F_{pendiente} = W_{vehículo} \times \sin \alpha$$

Donde:

$F_{pendiente}$: Fuerza necesaria para vencer la pendiente = 648Kg

$W_{vehículo}$: Peso del vehículo = 3.550Kg

$\sin \alpha$: Seno del ángulo de la pendiente máxima que puede superarse.

Por tanto:

$$\sin \alpha = \frac{F_{pendiente}}{W_{vehículo}} = \frac{648}{3550} = 0,1825$$

$$\sin^{-1} 0,1825 = 10,52^\circ$$

Y la pendiente que corresponde a ese ángulo:

$$s = 100 \times \tan 10,52^\circ$$

$$s = 18,56\%$$

- **Resistencia a la aceleración**, deducido igualmente del libro antes mencionado, es la que crean las masas del vehículo a lo largo del camino.

$$Fuerza_{aceleración} = \frac{W_{vehículo} \times aceleración}{g}$$

Donde:

$Fuerza_{aceleración}$: Fuerza necesaria para acelerar la masa [Kg]

$W_{vehículo}$: Peso del vehículo = 3.550Kg

$aceleración$: aceleración estipulada = 0,5 m/s²

g : aceleración de la gravedad = 9,81 m/s²

Por tanto:

$$Fuerza_{ac} = \frac{3550 \times 0,5}{9,81} = 181 \text{ Kg}$$

2.1 REDUCCIÓN FINAL

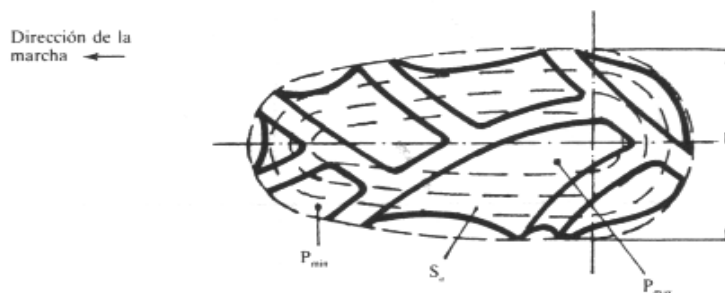
En la parte referente a la definición de elementos que no se diseñarán en éste proyecto, se ha de mencionar la **reducción final** que todos los tractores llevan montada en la parte final de las ruedas motrices, alojada en las trompetas del puente trasero.

En nuestro caso la reducción que se montará será comercial y de un valor de ¼.

2.2 RADIO EN CARGA DE LAS RUEDAS MOTRICES

La rodadura del tractor sobre el terreno provoca una compactación del mismo. Sobre el terreno gravita el peso propio del tractor y se reparte en la superficie de contacto con el suelo, dando una presión resultante

La carga que gravita sobre el neumático es la resultante de la presión media por la superficie de contacto suelo-neumático. La presión sobre el neumático causa la deformación de este, así como del suelo, lo que supone un efecto semejante a la disminución de radio, como vemos en la figura adjunta.



Huella de la rueda motriz de un tractor

El radio bajo carga, o radio aparente oscila en condiciones normales de trabajo y correcto inflado a un 93-98 % del radio original. Así podemos determinar éste radio cómo:

$$\text{Radio en carga} = h + R_{llanta} - \text{deflexión}$$

La rueda que montaremos será de **16.9R34**; donde:

16.9: Anchura del balón en pulgadas.

R34: Neumático radial, con disposición de capas en 90 grados; montado en llanta de diámetro 34 pulgadas.

Así, tenemos:

$$h: \text{Altura del balón. } \frac{\text{altura del balón}}{\text{anchura del balón}} \cong 0,6 \sim 0,7 \rightarrow h = 16,9 * 0,65 = 10,985 \text{ inch} = 0,279 \text{ m}$$

$$R_{llanta} = \frac{34}{2} = 17 \text{ inch} = 0,432 \text{ m}$$

$$\text{deflexión} \approx 40 \text{ mm} = 0,04 \text{ m} \text{ (dato obtenido de tablas)}$$

Por lo tanto:

$$\text{Radio en carga} = 0,279 + 0,432 - 0,04 = 0,75 \text{ m}$$

Diámetro de la rueda, y que se utilizará para los cálculos; **1,5m**.

3. RELACIÓN DE LA CAJA DE CAMBIOS

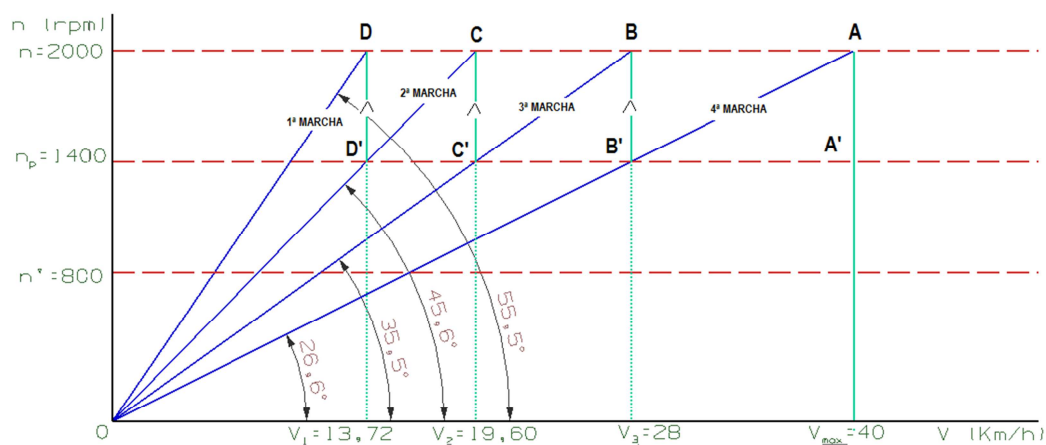
La necesidad de instalar una caja de cambios radica en la necesidad de adaptar la velocidad de avance del tractor para que la fuerza que exige la realización de una labor sea la adecuada. Hay que tener presente que la diversidad de tareas que realizan los tractores es muy elevada y por ello es necesario que dispongan de una amplia gama de velocidades.

Para definir las relaciones de la caja de cambios, tendremos en cuenta ciertos criterios técnicos:

- Que los cambios se hagan sin dificultad, para ello las marchas se escalonarán siguiendo una progresión geométrica.
- Que el motor funcione, de forma general, casi constantemente en su zona de máximo rendimiento, es decir, es la zona alrededor de su máximo par.
- Que no se originen grandes saltos de revoluciones en el paso de una marcha a otra contigua.

Para que guarden una progresión geométrica se ha procedido del siguiente modo.

Se construye un gráfico en el cual, en abscisas tengamos la velocidad del vehículo; y en ordenadas el número de vueltas del motor.



Donde:

n : Régimen de giro a potencia máxima. 2000 rpm.

n_p : Régimen de giro con el par máximo. 1400 rpm.

n' : Régimen de giro a revoluciones mínimas (ralentí). 800 rpm.

V_n : Velocidad en las diferentes marchas.

La pendiente OA es igual a la relación de la marcha directa ($i=1$), por lo que de A a B, corresponderá a la 4ª marcha. En B el régimen del motor es el mínimo fijado para que el motor funcione en el rango de máximo rendimiento, para poder elevarlo hasta n manteniendo la velocidad, se requiere un tren de engranajes cuya relación será la 3ª marcha. Procediendo de la misma manera obtenemos la relación de la 2ª y 1ª marcha.

De la gráfica podemos deducir las siguientes relaciones geométricas.

$$\frac{AB}{OV_3} = \frac{AA'}{B'V_3} \rightarrow \frac{V_4 - V_3}{V_3} = \frac{n - n_p}{n_p} \rightarrow \frac{V_4}{V_3} = \frac{n}{n_p} = q$$

Así, tenemos la progresión geométrica que se impuso como condición para el cálculo de éste apartado, y tendrá de valor q .

De ésta manera, podemos calcular las velocidades en las diferentes marchas.

$V_4 = 40 \text{ Km/h}$ Es la velocidad máxima del vehículo.

$$V_3 = \frac{n_p}{n} \times V_4 = \frac{1400}{2000} \times 40 \rightarrow V_3 = 28 \text{ Km/h}$$

$$V_2 = \frac{n_p}{n} \times V_3 = \frac{1400}{2000} \times 28 \rightarrow V_2 = 19,6 \text{ Km/h}$$

$$V_1 = \frac{n_p}{n} \times V_2 = \frac{1400}{2000} \times 19,6 \rightarrow V_1 = 13,72 \text{ Km/h}$$

Para deducir las relaciones de transmisión, procedemos como sigue.

- En 1ª: $\left(\frac{n_p}{n}\right)^3 = \left(\frac{1400}{2000}\right)^3 = 0,343$
- En 2ª: $\left(\frac{n_p}{n}\right)^2 = \left(\frac{1400}{2000}\right)^2 = 0,49$
- En 3ª: $\left(\frac{n_p}{n}\right)^1 = \left(\frac{1400}{2000}\right)^1 = 0,7$
- En 4ª: *DIRECTA* = 1

4. RELACIÓN DEL REDUCTOR

Para aumentar el número de relaciones de transmisión en vehículos pesados se conectan dos cajas en serie. Una de ellas es el reductor, que en nuestro caso tiene tres relaciones con lo que permite triplicar el número de marchas de la caja principal.

Como ya hemos dicho, el reductor es otra caja de cambios cuyo eje de salida actúa como eje primario de la caja de cambios principal, de forma que el eje primario recibe el movimiento del grupo reductor mediante dos engranajes en toma constante, uno del eje de salida del reductor, y el otro solidario con el eje intermediario de la caja principal.

Las relaciones de la caja principal, se calcularán según indica el libro “Transmisión” de Publio Pintado Sanjuán; guardan una relación geométrica (q), es posible determinar α de manera que el salto de un rango a otro también guarde la relación geométrica con lo que conseguimos un espaciado suave entre todas las marchas de la transmisión.

Sea;

- r_i^L : relación del rango de marchas largas.
- r_i^M : relación del rango de marchas medias.
- r_i^C : relación del rango de marchas cortas.

La relación de la gama LARGAS la conseguimos con la reductora en directa ($r=1$) y por tanto $r_i^L = r_i$; mientras que las cortas son el resultado de una reducción α ; con lo que:

$$r_i^C = \alpha r_i^L \quad (1)$$

Con la relación “ q ” podemos obtener cualquier relación en función de la primera.

$$r_i^L = \frac{n}{n_p} r_1^L$$

$$r_1^L = \frac{n_p}{n} r_i^L$$

Para que la última relación corta r_N^C guarde relación “ q ” con la primera larga, se debe cumplir que:

$$r_N^C = \left(\frac{n_p}{n}\right) r_1^L$$

Y teniendo en cuenta que;

$$r_1^L = \frac{n_p}{n} r_1^L$$

Tenemos:

$$r_N^C = \left(\frac{n_p}{n}\right)^2 r_N^L$$

Que junto con la ecuación (1), se demuestra que:

$$\alpha = \left(\frac{n_p}{n}\right)^2 = \left(\frac{1400}{2000}\right)^2 = 0,49$$

Una vez calculado la reducción de la gama CORTAS, calculamos las relaciones que se conseguirán en la caja cuando seleccionemos ésta serie, con la ecuación (1).

$$r_1^C = \alpha r_1 = 0,49 \times 0,343 = 0,168$$

$$r_2^C = \alpha r_2 = 0,49 \times 0,49 = 0,24$$

$$r_3^C = \alpha r_3 = 0,49 \times 0,7 = 0,343$$

$$r_4^C = \alpha r_4 = 0,49 \times 1 = 0,49$$

Ahora, para la relación de la gama MEDIAS, buscamos que las nuevas relaciones estén equiespaciadas entre cada dos marchas originales. Se busca que:

$$r_i^C = \frac{r_i^L + r_{i-1}^L}{2} \quad (2)$$

Y que todas las nuevas marchas se obtengan con una reducción única de valor α a partir de las marchas originales.

$$r_i^C = \alpha r_i^L \quad (3)$$

Las marchas originales están espaciadas según una relación geométrica “ q ”, esto es:

$$r_{i-1}^L = \left(\frac{n_p}{n}\right) r_i^L$$

Metiendo, ésta ecuación en la ecuación (2), nos da una relación entre una marcha corta y su correspondiente larga.

$$r_i^C = \frac{r_i^L \left(1 + \frac{n_p}{n}\right)}{2}$$

Y comparándolo con la ecuación (3), obtenemos α .

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_p}{n}\right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1400}{2000}\right) = 0,85$$

Así, tenemos las relaciones de la caja principal cuando tengamos seleccionado ésta gama.

$$r_1^M = \alpha r_1 = 0,85 \times 0,343 = 0,29$$

$$r_2^M = \alpha r_2 = 0,85 \times 0,49 = 0,41$$

$$r_3^M = \alpha r_3 = 0,85 \times 0,7 = 0,59$$

$$r_4^M = \alpha r_4 = 0,85 \times 1 = 0,85$$

Las relaciones de la caja principal con la gama LARGAS son las propias de las de la caja principal, como ya se mencionó anteriormente.

$$r_1^L = \alpha r_1 = 1 \times 0,343 = 0,343$$

$$r_2^L = \alpha r_2 = 1 \times 0,49 = 0,49$$

$$r_3^L = \alpha r_3 = 1 \times 0,7 = 0,7$$

$$r_4^L = \alpha r_4 = 1 \times 1 = 1$$

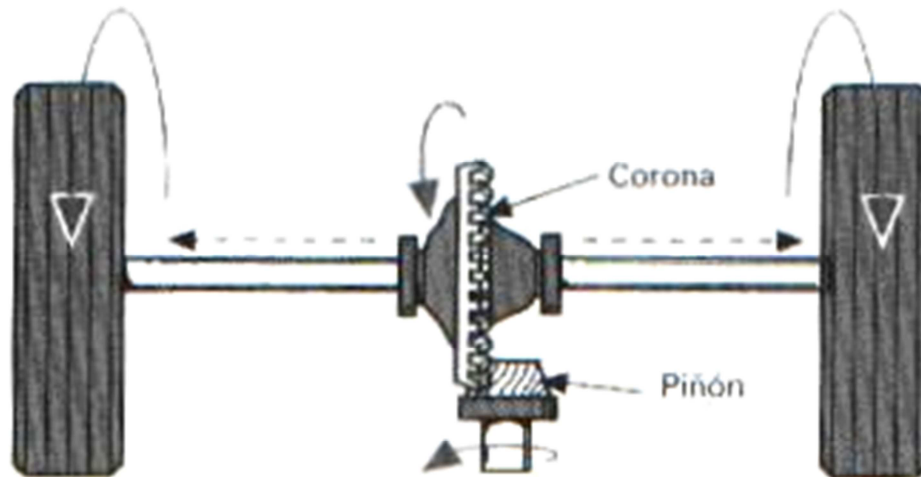
Por lo tanto las relaciones de transmisión que han de tener las ruedas que compongan en reductor, serán las siguientes.

	<i>i</i>
CORTAS	0,49
MEDIAS	0,85
LARGAS	1

5. RELACIÓN DEL GRUPO CÓNICO

Ahora se trataremos de determinar la relación del grupo cónico que deberá montar la transmisión que estamos llevando a estudio y seguiremos las pautas marcadas en el libro “Ingeniería de Vehículos” de Manuel Casajosa.

La relación del grupo cónico podemos calcularla como la relación entre el número de dientes del piñón y de la corona, o como la relación entre las rpm de las ruedas entre las rpm del eje del piñón; tal y como se muestra en la figura.



$$r_{CO} = \frac{Z_{\text{piñón}}}{Z_{\text{corona}}} = \frac{n_{\text{ruedas}}}{n_{\text{eje del piñón}}}$$

Como no conocemos los números de dientes de los elementos, por ser éste lo que queremos calcular, hallaremos las rpm del eje del piñón y las de las ruedas.

- La velocidad máxima del vehículo son 40 km/h.

$$40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times 3,6 \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}} = 11,1 \text{ m/s}$$

- El radio en carga de las ruedas son 0,75m, como se demostró en el apartado 2.2.
- El desarrollo de la banda de rodadura del neumático será:

$$L = 2\pi \times 0,75\text{m} = 4,71\text{m}$$

- Las revoluciones del motor a potencia máxima son 2000rpm:

$$2000 \text{ rpm} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 33,3 \text{ rev/s}$$

- Las rpm de la rueda, por lo tanto, serán:

$$N_{rueda} = \frac{11,1 \text{ m/s}}{4,71 \text{ m}} = 2,36 \text{ rev/s} / \frac{1}{4} (\text{reducción final}) = 9,43 \text{ rev/s}$$

Es importante tener en cuenta la reducción final que llevan los tractores instalada en la parte anterior a la rueda, porque si no estaríamos cometiendo un grave error que enseguida nos llamaría la atención por lo elevada que resultaría la relación del grupo.

Por lo tanto la relación del grupo será:

$$r_{CO} = \frac{n_{ruedas}}{n_{eje \text{ del piñón}}} = \frac{9,43 \text{ rev/s}}{33,3 \text{ rev/s}} = 0,283 \cong 0,3 = \frac{1}{3}$$

Y el par transmitido a las ruedas será:

$$M_{ruedas} = 3 \times M_{entrada}$$

Para evitar que los dientes soporten constantemente la $P_{m\acute{a}x}$, se elige una relación de tal manera que el número de dientes de la corona no sea múltiplo del correspondiente piñón, es decir, primos entre sí.

Estimamos por lo tanto que el piñón tendrá 17 dientes y la corona 52 dientes, resultando una relación de 0,327.

6. N° DE DIENTES DE LAS RUEDAS DENTADAS DEL REDUCTOR

Para deducir el número de dientes de las ruedas partiremos de una serie de premisas que hemos de marcar para que el diseño sea correcto, no haya problemas mecánicos y los cálculos se simplifiquen.

Todas las ruedas se diseñarán con el mismo módulo, para que así la distancia entre ejes se mantenga constante y evitamos ruidos, problemas de engrane y desgaste desigual entre dientes.

Para que la distancia entre ejes permanezca constante la suma de los números de dientes de las parejas de ruedas han de ser constantes también; y que los dientes de dos ruedas dentadas engranando no sean primos entre sí.

$$z_1 + z_2 = cte$$

$$\frac{z_1}{z_2} \neq n^{\circ} \text{ primo}$$

6.1 GRUPO CORTAS

Partiendo de $i = 0,49$, calculada anteriormente, y que $i = \frac{z_2}{z_1}$; suponemos un número de dientes para la rueda 1.

- Suponemos $z_1 = 36$ dientes (\nexists interferencia)
- $z_2 = 0,49 \times 36 = 17,64 \rightarrow z_2 = 18$ dientes
- $z_1 + z_2 = 36 + 18 = 54$
- La nueva i será: $i = \frac{18}{36} = 0,5$

6.2 GRUPO MEDIAS

Al igual que antes, partimos de $i = 0,85 = \frac{z_4}{z_3}$, y además $z_3 + z_4 = 54$.

- Despejando, tenemos $z_4 = 0,85 z_3$
- Así que; $z_3(1 + 0,85) = 54 \rightarrow z_3 = 29,19 \cong 29$ dientes y $z_4 = 25$ dientes.
- La nueva i será: $i = \frac{25}{29} = 0,86$

6.3 GRUPO LARGAS

La relación que monta éste grupo es la unidad, porque con ésta relación alcanzamos la velocidad máxima en “directa”.

Partimos, igualmente de que $i = 1 = \frac{z_6}{z_5}$, y que $z_5 + z_6 = 54$.

- Por lo tanto, $z_6 = z_5 = 54/2 = 27$ dientes.

7. N^o DE DIENTES DE LAS RUEDAS DENTADAS DE LA CAJA DE CAMBIOS

Para calcular los dientes de las ruedas que compondrán la caja principal, aplicamos las mismas premisas que utilizamos para el reductor. Es decir:

- Mismo módulo en todas las ruedas
- $z_1 + z_2 = cte$

7.1 1^a VELOCIDAD

Partiendo de $i = 0,343$, calculada en su apartado, y que $i = \frac{z_1}{z_2}$; suponemos un número de dientes para la rueda 1.

- Suponemos $z_1 = 18$ (*∅ interferencia*)
- Entonces, $z_2 = \frac{18}{0,343} = 52,3 \rightarrow z_2 = 52$ *dientes*.
- $z_1 + z_2 = 18 + 52 = 70$
- La nueva i será: $i = \frac{18}{52} = 0,346$

7.2 2^a VELOCIDAD

Ahora, partimos de $i = 0,49 = \frac{z_3}{z_4}$, y además $z_3 + z_4 = 70$.

- Despejando, tenemos, $z_3 = 0,49 z_4$
- Operando, $z_4(0,49 + 1) = 70 \rightarrow z_4 = 46,9 \cong 47$ *dientes* y $z_3 = 23$ *dientes*.
- La nueva i será: $i = \frac{23}{47} = 0,489$

7.3 3^a VELOCIDAD

Repetimos el mismo cálculo que en el anterior apartado. Tenemos que $i = 0,7 = \frac{z_5}{z_6}$, y además $z_5 + z_6 = 70$.

- Despejando, tenemos, $z_5 = 0,7 z_6$
- Operando, $z_6(0,7 + 1) = 70 \rightarrow z_6 = 41,2 \cong 42$ *dientes* y $z_5 = 28$ *dientes*.
- La nueva i será: $i = \frac{28}{42} = 0,66$

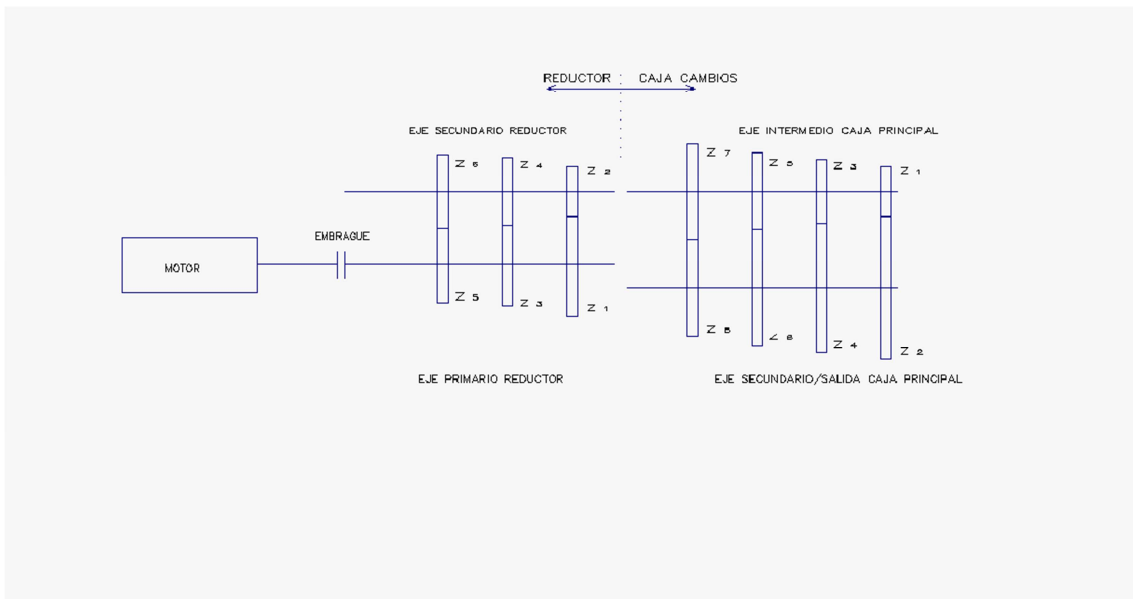
7.4 4ª VELOCIDAD

La relación de ésta velocidad es la unidad ya que ésta es la llamada “directa” con la que podemos alcanzar la velocidad máxima.

Partimos, igualmente de que $i = 1 = \frac{z_7}{z_8}$, y que $z_7 + z_8 = 70$.

- Por lo tanto, $z_7 = z_8 = \frac{70}{2} = 35 \text{ dientes}$.

El esquema del conjunto reductor caja de cambios se asemeja a la figura siguiente.



El número de dientes de las ruedas se resume a continuación.

REDUCTOR	CORTAS	Z_1	36	i	0,50
		Z_2	18		
	MEDIAS	Z_3	29	i	0,86
		Z_4	25		
	LARGAS	Z_5	27	i	1
		Z_6	27		
CAJA CAMBIOS	1ª MARCHA	Z_1	18	i	0,34
		Z_2	52		
	2ª MARCHA	Z_3	23	i	0,49
		Z_4	47		
	3ª MARCHA	Z_5	28	i	0,66
		Z_6	42		
	4ª MARCHA	Z_7	35	i	1
		Z_8	35		

8. CÁLCULO DEL MÓDULO DE LAS RUEDAS DENTADAS

El cálculo del módulo de las ruedas dentadas se hace indispensable, para evitar el excesivo desgaste de los flancos del diente, el fallo del diente por exceso de sollicitaciones flectoras y se calcula con la rueda más pequeña (piñón), ya que es la que más vueltas da; y, además al ser la que menos dientes tiene, va a ser la que mayor módulo podrá tener.

En nuestro caso, tenemos como ruedas más pequeñas la de la 1ª velocidad de la caja de cambios principal y una de las que compone el grupo de la gama cortas del reductor. En ambas, el número de dientes es de 18.

Los cálculos se harán para la rueda de la 1ª velocidad, ya que ésta podrá girar al máximo régimen cuando la relación del reductor sea la unidad (directa), es decir, cuando estemos en la gama largas.

El módulo calculado en éste apartado será el que llevará también el reductor.

8.1 MATERIAL DE LA RUEDA PEQUEÑA

Para la rueda pequeña o piñón se ha cogido un acero aleado mejorado mediante un cementado y posterior templado, en concreto un F1260 NiCrMo16.

Se ha elegido éste tipo por ser un acero al **Cr Ni Mo**, de fácil temple, adecuado para fabricación de partes sujetas a gran esfuerzo de fatiga; tales como, engranes, sinfines, flechas, piñones, husillos, espárragos, pernos, levas, tornillos, opresores, etc. Por lo tanto se adecua bien a nuestros requisitos.

Las características mecánicas del acero son las siguientes:

$$\sigma_r = 160 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma_{adm} = 40 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma_E = 40 - 60 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma_{fl} = 140 \text{ Kg/mm}^2$$

Las características químicas del acero son las siguientes:

C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	BHN/RC
0,40	0,25	0,70	0,80	1,00	0,25	330/36

8.2 CÁLCULO DEL MÓDULO A DURACIÓN Y DESGASTE

Éste cálculo está basado en la teoría de Hertz, por la cual se aplica una fuerza de aplastamiento entre los dos engranajes y una vez cesada la fuerza, las tensiones se reparten.

Éste cálculo es más restrictivo que el de resistencia, por eso deduciremos éste y comprobaremos de manera rápida si el módulo es suficiente para soportar la resistencia.

La fórmula del cálculo exacto del módulo a duración y desgaste para engranajes helicoidales y todo lo que de ello se deriva, está sacado del libro “Dibujo de Proyectos” de Abelardo García Mateos; según eso, tenemos:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot bd^2 \cdot \cos^3 \beta}{\psi \cdot z^2}}$$

8.2.1 K_{ADM} DEL PIÑÓN

El valor máximo admisible de k depende de:

- Propiedades del material (resistencia a la fatiga, dureza superficial, etc.)
- Duración de vida (se mide en horas)
- Condiciones de funcionamiento (lubricación, fuerzas dinámicas, etc)

El valor máximo admisible de k podemos determinarlo mediante una expresión analítica que no usaremos, o mediante unas tablas apropiadas a éste fin, que es el método que utilizaremos.

El primer paso que damos para deducir el k_{adm} es estimar una duración de vida recomendada en horas. Estimamos 5000 h como una duración mínima recomendable.

La k_{adm} para 5000 horas se deduce de la tabla siguiente con el material y las rpm del piñón.

Piñón o rueda de	Dureza Brinell DB [kg/mm ²]	Revoluciones/minuto del piñón o rueda										k _{adm}
		10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
GG-18.....	170	32	24	19	15	11	8,8	7,7	—	—	—	3,5
GG-26.....	220	60	44	35	28	21	16,5	14,4	13	11,5	—	7
GS o bien St 42....	125	35	26	20	16	12	9,5	8,3	7,5	6,6	5,6	4,3
St 50.....	155	53	39	31	25	18	14	12,5	11,5	10	8,5	5,3
St 60.....	180	73	53	42	34	25	20	17	16	14	11	6,7
St 70.....	210	98	72	57	45	33	27	23	21	18,5	15,5	9,0
Acero mej. al Mn 80-95 kg/mm ²	230	—	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
Acero mej. al Mn 90-105 kg/mm ²	260	—	—	89	70	52	41	36	33	28	24	30
Acero aleado mej. (templado).....	450	—	—	—	210	155	120	105	95	83	70	60
Acero aleado cement. (templado)	600	—	—	—	370	270	215	190	170	150	125	80

Resulta un valor de, previa interpolación por no tener una columna para 2000 rpm, de $k_{adm\ 5000h} = 76,5 \text{ kg/cm}^2$.

8.2.2 CÁLCULO DEL MÓDULO

Los datos de la fórmula que nos permitirá sacar el valor del módulo se muestran en las siguientes líneas.

- Potencia. $N = 96 \text{ CV}$
- Relación de transmisión. Como $i > 1 \rightarrow i = \frac{1}{0,34} = 2,94 \cong i = 3$.
- Factor de guiado para engranajes. $\psi = 10$. Guiado Bueno. (Sacado de tablas de apuntes de clase de Diseño de Máquinas)
- Ángulo de inclinación real. $\alpha_r = 20^\circ$
- Ángulo de inclinación aparente. $\beta_a = 15^\circ$
- $rpm \rightarrow n = 2000$
- $(i \mp 1)$. El valor positivo se aplica en los engranajes exteriores y el negativo en los interiores. En nuestro caso, tomaremos el valor positivo.
- Número de dientes. $z = 18$.
- Factor auxiliar bd^2 . (obtenido de la bibliografía mencionada al inicio de éste apartado). Tenemos que para $\alpha = 20^\circ \rightarrow bd^2 = 445000 \cdot \frac{N}{K \cdot n} \cdot \frac{i \mp 1}{i}$

$$bd^2 = 445000 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{76,5 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 2000 \text{ rpm}} \cdot \frac{3 \mp 1}{3} = 372,28$$

Con todo ello, y operando con la fórmula anterior, tenemos:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 372,28 \cdot \cos^3 15}{10 \cdot 18^2}}$$

$$m \geq 4,7 \text{ mm}$$

Según la norma UNE 18005, referente a módulos normalizados, recomendando la serie I, elegimos un módulo, $m_n = 5 \text{ mm}$.

8.3 CÁLCULO APROXIMADO A RESISTENCIA

Ahora hemos de comprobar si el módulo que hemos deducido anteriormente aguanta a flexión, para ello, recurrimos a la fórmula dada en los apuntes de Diseño de Máquinas.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{2000rpm \cdot \frac{5 \cdot 18}{\cos 15}} \rightarrow U = 738 \text{ Kp}$. Sabemos que

$$d = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta_a}$$

- Para hallar q , vamos a las tablas de Wissmann, presentes en los apuntes de Diseño de Máquinas; pero deberemos entrar con el número virtual de dientes, por estar trabajando con engranajes helicoidales. Esto es,

$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta_a} = \frac{18}{\cos^3 15^\circ} = 19,97 \cong 20 \text{ dientes}$$

Entonces, para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$ y con 20 dientes, interpolando, tenemos que $q = 3,293$

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.

Así que:

$$\sigma_b = \frac{738 \text{ Kp}}{(10 \cdot 0,5) \cdot 0,5} \cdot 3,293 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 972 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Por lo tanto damos por bueno el cálculo y establecemos el módulo normal definitivo en $m_n = 5 \text{ mm}$.

8.4 COMPROBACIÓN DE LA RUEDA GRANDE

Para el módulo calculado anteriormente debemos comprobar la flexión que experimenta la rueda grande, es lo que calcularemos en éste apartado.

Lo primero es definir la rueda, que sabemos que tiene 52 dientes, puesto que es la que engrana directamente con el piñón anteriormente estudiado.

8.4.1 CÁLCULO A DURACIÓN Y DESGASTE

Aplicamos las mismas condiciones que utilizamos anteriormente, partiendo de que:

$$k_{adm_{piñón}} = k_{adm_{rueda}}$$

Para las horas estimadas de vida, tenemos:

$$k_{adm\ 5000h\ piñón} = k_{adm\ 5000h\ rueda} = 76,5\ Kg/cm^2$$

De la tabla de k_{adm} , con una $n=2000$ rpm, y la anterior k_{adm} ; previa interpolación resulta que el material para la rueda grande es **Acero Mejorado Aleado (Templado)**.

Por lo tanto, como los materiales de la rueda y del piñón coinciden, los cálculos se pueden dar por buenos.

8.4.2 CÁLCULO APROXIMADO A RESISTENCIA

Ahora, una vez visto que la rueda va a soportar los esfuerzos a duración y desgaste, debemos comprobar que hace lo mismo con los esfuerzos de flexión; para ello, aplicamos la fórmula antes utilizada para el piñón.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{680rpm \cdot \left(\frac{52 \cdot 5}{\cos 15}\right)} \rightarrow U = 751,3\ Kg$. Sabemos que

$$d = \frac{z \cdot m_n}{\cos \beta_a} \text{ y que } n_{piñón} = n_{rueda} \cdot i = 2000 \cdot 0,34 = 680\ rpm.$$

- Para hallar q , procedemos de la misma forma que en el caso anterior. Así, tenemos;

$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta_a} = \frac{52}{\cos^3 15^\circ} = 57,7 \cong 58\ dientes$$

y para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$, tenemos que, previa interpolación, $q = 2,744$.

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000\ Kg/cm^2$.

Así que:

$$\sigma_b = \frac{751,3Kg}{(10 \cdot 0,5) \cdot 0,5} \cdot 2,744 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 825,4 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Se aprecia que con el módulo calculado, tanto la rueda como el piñón, van a ser capaces de aguantar las sollicitaciones que se les presenten así como el periodo de vida estimado.

9. ENGRANAJE 1ª VELOCIDAD

A partir de ahora, se pasarán a definir todos los aspectos geométricos de las ruedas para su correcta fabricación.

Lo primero será definir los ángulos característicos de éste tipo de ruedas para poder trabajar con ellas.

- *Ángulo de inclinación aparente* (β_a): es el ángulo que desviamos la herramienta para el tallado de la rueda. Lo definimos en 15° .
- *Ángulo de inclinación real* (β_r): es el ángulo de la hélice definida sobre el cilindro base.
- *Ángulo de presión real* (α_r): marca la dirección de transmisión de la fuerza. Está normalizado y vale 20° .
- *Ángulo de presión aparente* (α_a): es el ángulo de presión medido en un plano perpendicular a la rueda.

Las relaciones entre dicho ángulos, y sus valores, son:

- $\frac{\tan \alpha_r}{\tan \alpha_a} = \cos \beta_a \rightarrow \tan \alpha_a = \frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} \rightarrow \alpha_a = 20,64^\circ$
- $\frac{\tan \beta_r}{\tan \beta_a} = \cos \alpha_a \rightarrow \tan \beta_r = \cos \alpha_a \cdot \tan \beta_a \rightarrow \beta_r = 14,07^\circ$

Los datos de éste primer engranaje, son:

Piñón	18	dientes
Rueda	52	dientes
m_n	5	mm
α_a	20,64	°
α_r	20	°
β_a	15	°
β_r	14,07	°
ψ	10	mm

9.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	46,59 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	51,59 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	40,34 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	43,60 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	50,00 mm

Espesor del diente		
espesor aparente		8,13 mm
espesor normal		7,85 mm

9.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	134,59 mm
R Cabeza	139,59 mm
R Fondo	128,34 mm
R Circunferencia Primitiva	125,95 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

9.3 DISTANCIA ENTE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	181,17 mm

9.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 (\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,10 mm

9.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	738 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	278 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	198 Kp
------------------------------	--------

10. ENGRANAJE 2ª VELOCIDAD

z1	23 dientes
z2	47 dientes
mn	5 mm
α_a	20,64 °
α_r	20 °
β_a	15 °
β_r	14,07 °
y	10 mm

10.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	59,53 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	64,53 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	53,28 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	55,71 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	50,00 mm

Espesor del diente		
espesor aparente		8,13 mm
espesor normal		7,85 mm

10.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	121,64 mm
R Cabeza	126,64 mm
R Fondo	115,39 mm
R Circunferencia Primitiva	113,84 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
espesor aparente	8,13 mm
espesor normal	7,85 mm

10.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	181,17 mm

10.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 \left(\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a \right) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,11 mm

10.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	577 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	218 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	155 Kp
------------------------------	--------

11. ENGRANAJE 3ª VELOCIDAD

z1	28 dientes
z2	42 dientes
mn	5 mm
αa	20,64 °
αr	20 °
βa	15 °
βr	14,07 °
y	10 mm

11.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN

Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	72,47 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	77,47 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	66,22 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	67,82 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	50,00 mm

Espesor del diente		
espesor aparente	$\phi_a = \frac{2 \cdot R \cdot \cos \alpha_a}{z}$	8,13 mm
espesor normal	$\phi_n = \frac{2 \cdot R \cdot \cos \alpha_a}{z}$	7,85 mm

11.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	108,70 mm
R Cabeza	113,70 mm
R Fondo	102,45 mm
R Circunferencia Primitiva	101,73 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

11.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	181,17 mm

11.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 (\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,12 mm

11.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	474 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	179 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	127 Kp
------------------------------	--------

12. ENGRANAJE DE 4ª VELOCIDAD

z1	35 dientes
z2	35 dientes
mn	5 mm
α_a	20,64 °
α_r	20 °
β_a	15 °
β_r	14,07 °
y	10 mm

12.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	90,59 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	95,59 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	84,34 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	84,77 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	50,00 mm

Espesor del diente		
Espesor aparente		8,13 mm
Espesor normal		7,85 mm

12.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	90,59 mm
R Cabeza	95,59 mm
R Fondo	84,34 mm
R Circunferencia Primitiva	84,77 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

12.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	181,17 mm

12.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 (\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,13 mm

12.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	379 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	143 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	102 Kp
------------------------------	--------

13. ENGRANAJE DE MARCHA ATRÁS

Pasaremos ahora a estudiar con detalle la marcha de retroceso o “marcha atrás”.

Cómo ya es conocido el mecanismo de ésta marcha consiste en introducir un engranaje loco, cuya misión será únicamente la de cambiar el sentido de rotación. Para éste tren de engranajes se montarán engranajes rectos, por ser los más adecuados y utilizados en estos casos.

El material a utilizar será el que se ha venido utilizando a lo largo de éste diseño, un acero mejorado aleado, F1260 NiCrMo16, cuyas características ya fueron expuestas en su capítulo correspondiente.

Las ruedas que se han elegido son las siguientes, resultando una relación de transmisión de 3,5, recomendada por fabricantes como Massey-Ferguson como adecuada para las marchas de retroceso.

Tomamos, $z_1=14$; $z_2=32$; $z_3=49$.

La relación será; $i = i_1 \cdot i_2$; donde:

$$i_1 = \frac{32}{14} = 2,28; \quad i_2 = \frac{49}{32} = 1,53$$

$$i = 2,28 \cdot 1,53 = 3,5$$

Para mayor comprensión, mirar esquema que se adjunta al final de éste apartado.

13.1 CÁLCULO DEL MÓDULO

La fórmula que nos permitirá sacar el valor del módulo, según el libro de apuntes de la asignatura de “Diseño de Máquinas”, se muestran en las siguientes líneas, junto con sus datos.

El cálculo del módulo se hace para el peor caso posible, por esa razón las rpm del piñón son 2000, que va a ser con la relación largas (*directa, i=1*) en el reductor, y a la máxima potencia.

- Potencia. $N = 96 \text{ CV}$
- Relación de transmisión. $i = 3,5$.
- Factor de guiado para engranajes. $\psi = 20$. Guiado Excelente. (Sacado de tablas de apuntes de clase de Diseño de Máquinas)
- Ángulo de presión. $\alpha_r = 20^\circ$
- $\text{rpm} \rightarrow n = 2000$
- $(i \mp 1)$. El valor positivo se aplica en los engranajes exteriores y el negativo en los interiores. En nuestro caso, tomaremos el valor positivo.
- Número de dientes. $z = 14$.
- $k_{adm} = 76,5 \text{ kg/cm}^2$

Con todo ello, y operando con la fórmula anterior, tenemos:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{445000 \cdot N \cdot (i \mp 1)}{k \cdot z^2 \cdot \psi \cdot n \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{445000 \cdot 96 \cdot (3,5 \mp 1)}{76,5 \cdot 14^2 \cdot 20 \cdot 2000 \cdot 3,5}} = 0,45 \text{ cm} = 4,5 \text{ mm}$$

$$m \geq 4,5 \text{ mm}$$

Según la norma UNE 18005, referente a módulos normalizados, recomendando la serie I, elegimos un módulo, $m = 5 \text{ mm}$.

Cálculo aproximado del módulo a resistencia.

Seguimos con el mismo criterio empleado hasta el momento.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm} \cdot (5 \cdot 14)} \rightarrow U = 982,2 \text{ Kp}$. Sabemos que $d = m \cdot z$
- Para hallar q , vamos a las tablas de Wissmann, presentes en los apuntes de Diseño de Máquinas. Así, para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$ y con 14 dientes, tenemos que $q = 4,1$
- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.
- $b = \psi \cdot m = 20 \cdot 5 = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$

Así que:

$$\sigma_b = \frac{982,2Kp}{10cm \cdot 0,5cm} \cdot 4,1 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 805,4 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Por lo tanto damos por bueno el cálculo y establecemos el módulo en **5 mm**.

13.2 COMPROBACIÓN DE LA RUEDA GRANDE

A duración y desgaste

Aplicamos las mismas condiciones que utilizamos para la caja de cambios, partiendo de que:

$$k_{adm_{piñón}} = k_{adm_{rueda}}$$

Para las horas estimadas de vida, tenemos:

$$k_{adm \ 5000h \ piñón} = k_{adm \ 5000h \ rueda} = 76,5 \text{ Kg/cm}^2$$

De la tabla de k_{adm} , con $2000/3,5 = 571,4 \text{ rpm}$, y la anterior k_{adm} ; previa interpolación resulta que el material para la rueda grande es también, *Acero Mejorado Aleado (Templado)*.

A resistencia

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{571,4rpm \cdot (5 \cdot 49)} \rightarrow U = 751,3 \text{ Kg}$. Sabemos que $d = m \cdot d$ y que $n_{rueda} = n_{piñón}/i = 2000/3,5 = 571,4 \text{ rpm}$.
- Para hallar q , procedemos de la misma forma que en el caso anterior. Así, tenemos que para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$, previa interpolación, $q = 2,79$.
- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.
- $b = \psi \cdot m = 20 \cdot 5 = 100mm = 10cm$

Así que:

$$\sigma_b = \frac{982,2Kp}{10cm \cdot 0,5cm} \cdot 2,79 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 548 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Por lo tanto, el módulo **5 mm** es apropiado para éste caso.

13.3 COMPROBACIÓN DE LA RUEDA INTERMEDIA

A duración y desgaste

Procedemos de la misma manera con la salvedad de que las rpm cambiarán en cada caso.

$$k_{adm_{\text{piñón}}} = k_{adm_{\text{rueda}}}$$

Para las horas estimadas de vida, tenemos:

$$k_{adm \ 5000h \ \text{piñón}} = k_{adm \ 5000h \ \text{rueda}} = 76,5 \text{ Kg/cm}^2$$

De la tabla de k_{adm} , con una $n=875\text{rpm}$, ($2000/2,28 = 875\text{rpm}$) y la anterior k_{adm} ; previa interpolación resulta que el material para la rueda grande resulta, *Acero Mejorado Aleado (Templado)*.

A resistencia

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{875\text{rpm} \cdot (5 \cdot 32)} \rightarrow U = 982,2 \text{ Kg}$. Sabemos que $d = m \cdot d$ y que $n_{intermedia} = n_{\text{piñón}}/i = 2000/2,28 = 875\text{rpm}$.
- Para hallar q , procedemos de la misma forma que en casos anteriores. Así, tenemos que para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$, previa interpolación, $q = 2,97$.
- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.
- $b = \psi \cdot m = 20 \cdot 5 = 100\text{mm} = 10\text{cm}$

Así que:

$$\sigma_b = \frac{982,2\text{Kp}}{10\text{cm} \cdot 0,5\text{cm}} \cdot 2,97 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 582,8 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

13.4 DIMENSIONES DE LAS RUEDAS

13.4.1 PIÑÓN

z_1	14 dientes
m	5 mm
α_r	20 °
j	0,75 mm
ψ	20 mm

Radios	
R Primitivo	35,00 mm
R Cabeza	40,00 mm
R Fondo	29,25 mm
R Circunferencia Primitiva	32,89 mm

Pasos	
Paso angular	25,71 °
Paso circunferencial	15,71 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	5,75 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	100,00 mm

Espesor del diente/Hueco entre dientes	
Espesor/Hueco	7,85 mm

13.4.2 RUEDA INTERMEDIA

z_2	32 dientes
m	5 mm
α_r	20 °
j	0,75 mm
ψ	20 mm

Radios	
R Primitivo	80,00 mm
R Cabeza	85,00 mm
R Fondo	74,25 mm
R Circunferencia Primitiva	75,18 mm

Pasos	
Paso angular	11,25 °
Paso circunferencial	15,71 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	5,75 mm

Ancho o longitud del diente
100 mm

Espesor del diente/Hueco entre dientes	
Espesor/Hueco	7,85 mm

13.4.3 RUEDA GRANDE

z_3	49 dientes
m	5 mm
α_r	20 °
j	0,75 mm
ψ	20 mm

Radios	
R Primitivo	122,50 mm
R Cabeza	127,50 mm
R Fondo	116,75 mm
R Circunferencia Primitiva	115,11 mm

Pasos	
Paso angular	7,35 °
Paso circunferencial	15,71 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	5,75 mm

Ancho o longitud del diente
100 mm

Espesor del diente/Hueco entre dientes	
Espesor/Hueco	7,85 mm

13.5 SITUACIÓN DEL EJE INTERMEDIARIO

Para saber la situación del eje intermediario respecto del primario y del secundario debemos de calcular las distancias entre dichos ejes a partir de los datos obtenidos en el apartado anterior. Esto es;

$$\text{Primario} - \text{Intermediario} \rightarrow b = \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) \cdot m = \left(\frac{14 + 32}{2} \right) \cdot 5 = 115\text{mm}$$

$$\text{Intermediario} - \text{Secundario} \rightarrow c = \left(\frac{z_2 + z_3}{2} \right) \cdot m = \left(\frac{32 + 49}{2} \right) \cdot 5 = 202,5\text{mm}$$

13.6 DISTANCIA ENTRE EJE PRIMARIO Y SECUNDARIO

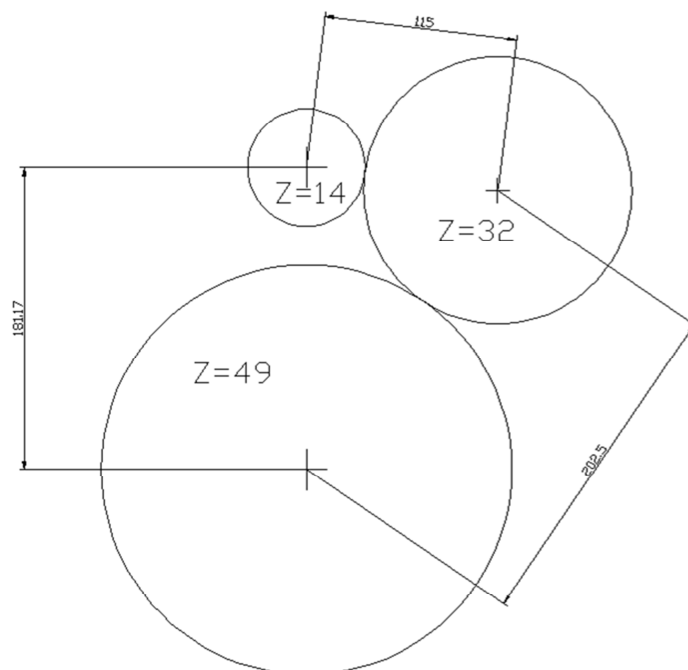
La distancia entre el eje primario y el secundario nos viene dada de antemano ya que son los ejes de la caja de marchas que anteriormente estudiamos en profundidad. La distancia, por tanto, será de $a=181,17$ mm.

Debemos comprobar que las ruedas 1 y 3 no chocan entre sí. Se comprueba demostrando que la distancia entre ejes es mayor que la suma de los radios de las circunferencias de cabeza de dichas ruedas. Es decir;

$$\frac{d_{c1} + d_{c3}}{2} < a$$

$$d_{c1} = 80\text{mm}; d_{c3} = 255\text{mm}$$

$$\frac{80 + 255}{2} < 181,17 \rightarrow 167,5\text{mm} < 181,17\text{mm} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$



13.7 GRADO DE RECUBRIMIENTO

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{m\pi \cos \alpha} \cdot \left(\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \sin \alpha \right) \right]$$

13.7.1 PRIMARIO-INTERMEDIARIO

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon =$	1,57 mm

13.7.2 INTERMEDIARIO-SECUNDARIO

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon =$	1,71 mm

13.8 FUERZA SOBRE LOS DIENTES

13.8.1 RUEDA PEQUEÑA

➤ *Fuerza tangencial:* (n = 2000rpm; d = 70mm)

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	982 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \tan \alpha$	357 Kp
-----------------------------	--------

13.8.2 RUEDA INTERMEDIA

➤ *Fuerza tangencial:* (n = 2000/2,28 = 875rpm; d = 160mm)

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	982 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \tan \alpha$	357 Kp
-----------------------------	--------

13.8.3 RUEDA GRANDE

➤ *Fuerza tangencial:* (n = 875/1,53 = 571,43rpm; d = 245mm)

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	982 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \tan \alpha$	357 Kp
-----------------------------	--------

13.9 VELOCIDAD MÁXIMA DE LA MARCHA ATRÁS

La velocidad máxima de la marcha atrás la calcularemos a partir de la relación de transmisión de dicha velocidad y teniendo presente la reducción final.

$$i_{\text{marcha atrás}} = \frac{n_{\text{eje entrada}}}{n_{\text{eje salida}}}$$

$$n_{\text{eje salida}} = \frac{n_{\text{eje entrada}}}{i_{\text{marcha atrás}}} = \frac{2000}{3,5} = 571,4 \text{ rpm}$$

La relación del grupo cónico, calculada en el apartado 5 es de 1/3, y es la relación entre las rpm de las ruedas y las del eje de salida.

$$r_{CO} = \frac{n_{\text{ruedas}}}{n_{\text{eje salida}}} \rightarrow n_{\text{ruedas}} = 571,4 \text{ rpm} \cdot 1/3 = 190,5 \text{ rpm}$$

La reducción final ya comentada en el apartado 2.1 es de 1/4, por lo tanto, las rpm de las ruedas serán:

$$n_{\text{ruedas}} = \frac{1}{4} \cdot 190,5 \text{ rpm} = 47,6 \text{ rpm}$$

Finalmente, la velocidad lineal máxima del vehículo hacia atrás será:

$$V_{\text{máx}} = 0,283 \frac{\text{km/h}}{\text{rpm}} \cdot 47,6 \text{ rpm} = 13,5 \text{ km/h}$$

14. ESTUDIO GRUPO REDUCTOR

Al igual que se hizo con la caja de velocidades, desglosaremos el reductor de la misma manera que se hizo en el anterior caso.

Por simplicidad en la construcción y en el diseño se ha decidido que, las ruedas serán también helicoidales y el módulo normal será el mismo que en los engranajes de la caja principal.

14.1 GAMA DE VELOCIDADES: CORTAS

z_1	18 dientes
z_2	36 dientes
m_n	5 mm
α_a	20,64 °
α_r	20 °
β_a	15 °
β_r	14,07 °
ψ	10 mm

14.1.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	46,59 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	51,59 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	40,34 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	43,60 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	50,00 mm

Espesor del diente		
Espesor aparente		8,13 mm
Espesor normal		7,85 mm

14.1.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	93,17 mm
R Cabeza	98,17 mm
R Fondo	86,92 mm
R Circunferencia Primitiva	87,19 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente	
50 mm	

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

14.1.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	139,76 mm

14.1.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 \left(\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a \right) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,07 mm

14.1.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	738 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	278 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	198 Kp
------------------------------	--------

14.2 GAMA DE VELOCIDADES: MEDIAS

z_1	25 dientes
z_2	29 dientes
m_n	5 mm
α_a	20,64 °
α_r	20 °
β_a	15 °
β_r	14,07 °
ψ	10 mm

14.2.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	64,70 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	69,70 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	58,45 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	60,55 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente		
$b = \psi \cdot m_n$		50,00 mm

Espesor del diente		
Espesor aparente		8,13 mm
Espesor normal		7,85 mm

14.2.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	75,06 mm
R Cabeza	80,06 mm
R Fondo	68,81 mm
R Circunferencia Primitiva	70,24 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

14.2.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	139,76 mm

14.2.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 (\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,08 mm

14.2.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	531 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	200 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	142 Kp
------------------------------	--------

14.3 GAMA DE VELOCIDADES: LARGAS

z_1	27 dientes
z_2	27 dientes
m_n	5 mm
α_a	20,64 °
α_r	20 °
β_a	15 °
β_r	14,07 °
ψ	10 mm

14.3.1 DIMENSIONES DEL PIÑÓN



Radios		
R Primitivo	$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a}$	69,88 mm
R Cabeza	$R_c = R + m_n$	74,88 mm
R Fondo	$R_f = R + 1,25 \cdot m_n$	63,63 mm
R Circunferencia Primitiva	$\rho = R \cdot \cos \alpha_a$	65,40 mm

Pasos		
Paso aparente	$P_a = \frac{2\pi \cdot R}{z}$	16,26 mm
Paso normal	$P_n = \pi \cdot m_n$	15,71 mm

Módulos		
Módulo aparente	$m_a = \frac{2 \cdot R}{z}$	5,18 mm
Módulo normal	m_n	5,00 mm

Altura del diente		
Addendum	$h_c = m_n$	5,00 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m_n$	6,25 mm

Ancho o longitud del diente		
$b = \psi \cdot m_n$		50,00 mm

Espesor del diente		
Espesor aparente		8,13 mm
Espesor normal		7,85 mm

14.3.2 DIMENSIONES DE LA RUEDA

Radios	
R Primitivo	69,88 mm
R Cabeza	74,88 mm
R Fondo	63,63 mm
R Circunferencia Primitiva	65,40 mm

Pasos	
Paso aparente	16,26 mm
Paso normal	15,71 mm

Módulos	
Módulo aparente	5,18 mm
Módulo normal	5,00 mm

Altura del diente	
Addendum	5,00 mm
Deddendum	6,25 mm

Ancho o longitud del diente
50 mm

Espesor del diente	
Espesor aparente	8,13 mm
Espesor normal	7,85 mm

14.3.3 DISTANCIA ENTRE EJES

Distancia entre ejes	
$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{a1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{a2}} \right)$	139,76 mm

14.3.4 COEFICIENTE DE ENGRANE

Coeficiente de engrane	
$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^2 \left(\sqrt{R_{ci}^2 - \rho_i^2} - R_i \cdot \sin \alpha_a \right) + b \cdot \tan \beta_r}{\pi \cdot m_n / \cos \beta_a \cdot \cos \alpha_a}$	2,08 mm

14.3.5 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

➤ *Fuerza tangencial:*

$U = 1432400 \frac{N(cv)}{n(rpm) \cdot d_1(mm)}$	492 Kp
--	--------

➤ *Fuerza radial:*

$F_r = U \cdot \frac{\tan \alpha_r}{\cos \beta_a}$	185 Kp
--	--------

➤ *Fuerza Axial:*

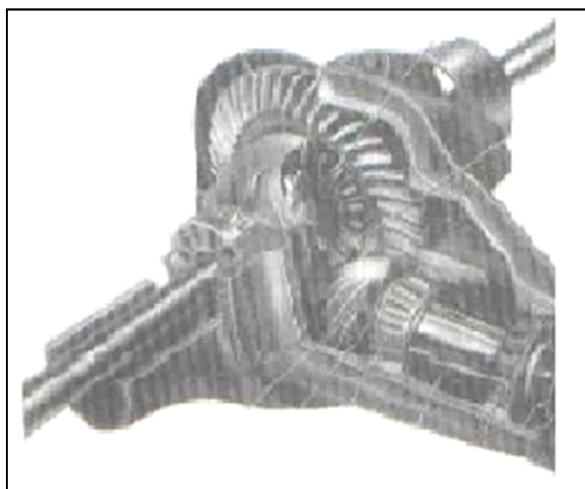
$F_a = U \cdot \tan \beta_a$	132 Kp
------------------------------	--------

15. ESTUDIO DEL GRUPO CÓNICO

El grupo cónico que se diseñará en éste capítulo es similar al mostrado en la figura. Por ser uno de los más utilizados y más acordes con el tipo de proyecto que se realiza se decide instalar un grupo cónico tipo hipoide.

Con éste tipo de engranajes se consigue que el eje del piñón esté por debajo del centro de la corona, con lo que tenemos dos ventajas significativas.

- Menor espacio
- Mayor poder de transmisión de pares en el piñón al tener los dientes mayor contacto



Del capítulo 5 “Relación del grupo cónico” conocemos que el piñón tiene 17 dientes y la corona 52 dientes, resultando una relación de 0,327.

Conocido el ángulo entre los ejes, $\varepsilon = 90^\circ$; y la relación de transmisión ($i \cong 1/3$), calculamos los ángulos que tendrán las ruedas mediante las relaciones que figuran en los apuntes de “Diseño de Máquinas”, referidas al efecto.

$$\tan \theta_1 = \frac{i \cdot \sin \varepsilon}{1 + i \cdot \cos \varepsilon} = \frac{1/3 \cdot \sin 90}{1 + 1/3 \cdot \cos 90} = 1/3 \rightarrow \theta_1 = 18,43^\circ$$

$$\tan \theta_2 = \frac{\sin \varepsilon}{i + \cos \varepsilon} = \frac{\sin 90}{1/3 + \cos 90} = 3 \rightarrow \theta_2 = 71,56^\circ$$

15.1 CÁLCULO DEL MÓDULO

En las ruedas cónicas existen infinitos módulos, en los cálculos determinaremos el módulo medio (m_m). El piñón y la rueda se designan con el valor del módulo que corresponde a su diámetro máximo primitivo, y éste será:

$$m = m_m + \frac{b}{z} \cdot \sin \theta$$

Para calcular el módulo medio, seguimos el mismo método que se utilizó para definir el módulo en engranajes helicoidales, ya que el cónico hipoide podemos tomarlo como una variante del helicoidal.

Recordar que el material elegido para el grupo cónico será el mismo que el utilizado para las ruedas helicoidales, es decir, un acero mejorado aleado al NiCrMo.

Cálculo del módulo a desgaste.

La ecuación es, obviamente, la misma que en el caso mencionado.

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot bd^2 \cdot \cos^3 \beta}{\psi \cdot z^2}}$$

Donde:

$$bd^2 = 445000 \cdot \frac{96CV}{76,5 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 2000rpm} \cdot \frac{3 \mp 1}{3} = 372,28 \text{ cm}^3$$

$\beta_a = 15^\circ$ (El mismo que para las ruedas helicoidales)

$\psi = 10$

$z = 17$ dientes

Por lo tanto, tenemos que:

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 372,28 \cdot \cos^3 15}{10 \cdot 17^2}}$$

$$m_m \geq 4,87 \text{ mm} \rightarrow m_m = 5 \text{ mm}$$

Aplicando la ecuación inicial:

$$m = 5 + \frac{(10 \cdot 5)}{17} \cdot \sin 18,43 = 5,93 \text{ mm}$$

Según norma UNE 18005, referente a módulos normalizados, $m = 6 \text{ mm}$.

Cálculo aproximado del módulo a resistencia.

Seguimos el criterio empleado hasta el momento en lo referente a éste apartado.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{2000rpm \cdot (6 \cdot 17)} \rightarrow U = 674 \text{ Kp}$. Sabemos que $d = m \cdot z$
- Para hallar q , vamos a las tablas de Wissmann, presentes en los apuntes de Diseño de Máquinas; pero deberemos entrar con el número virtual de dientes, por estar trabajando con engranajes cónicos. Esto es,

$$z_n = \frac{z}{\cos \beta_a} = \frac{17}{\cos 18,43^\circ} = 17,9 \cong 18 \text{ dientes}$$

Entonces, para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$ y con 18 dientes, tenemos que $q = 3,5$

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.

Así que:

$$\sigma_b = \frac{674Kp}{(10 \cdot 0,6) \cdot 0,6} \cdot 3,5 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 655 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Por lo tanto damos por bueno el cálculo y establecemos el módulo definitivo en $m = 6 \text{ mm}$.

COMPROBACIÓN DE LA CORONA

Debemos comprobar si la flexión que experimenta la corona, es soportada por el módulo que acabamos de definir.

Cálculo a duración y desgaste.

Aplicamos las mismas condiciones que utilizamos en casos anteriores, partiendo de que:

$$k_{adm_{\text{piñón}}} = k_{adm_{\text{rueda}}}$$

Para las horas estimadas de vida, tenemos:

$$k_{adm\ 5000h\ \text{piñón}} = k_{adm\ 5000h\ \text{rueda}} = 76,5\ \text{Kg}/\text{cm}^2$$

De la tabla de k_{adm} , con una $n=2000$ rpm, y la anterior k_{adm} ; previa interpolación resulta que el material para la rueda grande es **Acero Mejorado Aleado (Templado)**.

Por lo tanto, como los materiales de la rueda y del piñón coinciden, los cálculos se pueden dar por buenos.

Cálculo aproximado a resistencia.

Ahora, una vez visto que la corona va a soportar los esfuerzos a duración y desgaste, debemos comprobar que hace lo mismo con los esfuerzos de flexión; para ello, aplicamos la fórmula antes utilizada para el piñón.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{666,67rpm \cdot (6 \cdot 52)} \rightarrow U = 661,1\ \text{Kp}$. Sabemos que $d = m \cdot z$ y que $n_{\text{corona}} = n_{\text{piñón}} \cdot i = 2000 \cdot 1/3 = 666,67\ \text{rpm}$.
- Para hallar q , procedemos de la misma forma que en el piñón. Así, tenemos;

$$z_n = \frac{z}{\cos \theta} = \frac{52}{\cos 71,56} = 164,44 \cong 165\ \text{dientes}$$

Y para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$, tenemos que, $q = 2,5$ ($z > 100$).

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000\ \text{Kg}/\text{cm}^2$.

Así que:

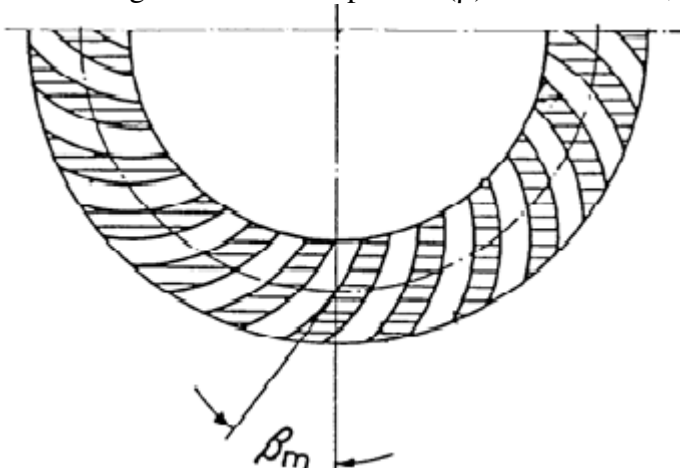
$$\sigma_b = \frac{661,1\ \text{Kp}}{(10 \cdot 0,6) \cdot 0,6} \cdot 2,5 \leq 3000 - 1000\ \text{Kg}/\text{cm}^2$$

$$\sigma_b = 459\ \text{Kg}/\text{cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000\ \text{Kg}/\text{cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

15.2 DIMENSIONES DEL PIÑÓN

Para definir, tanto el piñón como la corona nos hemos basado íntegramente en la bibliografía, “Libro de los Engranajes” de L. Gazzaniga. Los desarrollos y fórmulas utilizadas no se mostrarán por ser muy farragosas, estar en unidades anglosajonas y no aportar información relevante para la comprensión del apartado que se trata.

El ángulo de la hipoide (β) es de 30° , se adjunta figura explicativa.



Datos.

z	17 dientes
m	6 mm
α_r	20°
θ	$18,10^\circ$
β	30°
ψ	10 mm

Diámetros	
D Primitivo	101,85 mm
D Cabeza	115,57 mm
D Fondo	97,79 mm

Pasos	
Paso angular	$21,18^\circ$
Paso diametral	6,00 mm

Altura del diente	
Addendum	7,11 mm
Deddendum	4,14 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_m$	60 mm

15.3 DIMENSIONES DE LA CORONA

z	52 dientes
m	6 mm
α_r	20 °
θ	71,90 °
β	30 °
ψ	10 mm

Diámetros	
D Primitivo	311,91 mm
D Cabeza	313,94 mm
D Fondo	303,78 mm

Pasos	
Paso angular	6,92 °
Paso diametral	6,00 mm

Altura del diente	
Addendum	3,05 mm
Deddendum	8,13 mm

Ancho o longitud del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	60 mm

15.4 FUERZAS SOBRE LOS DIENTES

Al igual que con los datos geométricos, no se mostrarán los desarrollos y fórmulas que permiten el cálculo de dichas fuerzas por las razones expuestas anteriormente.

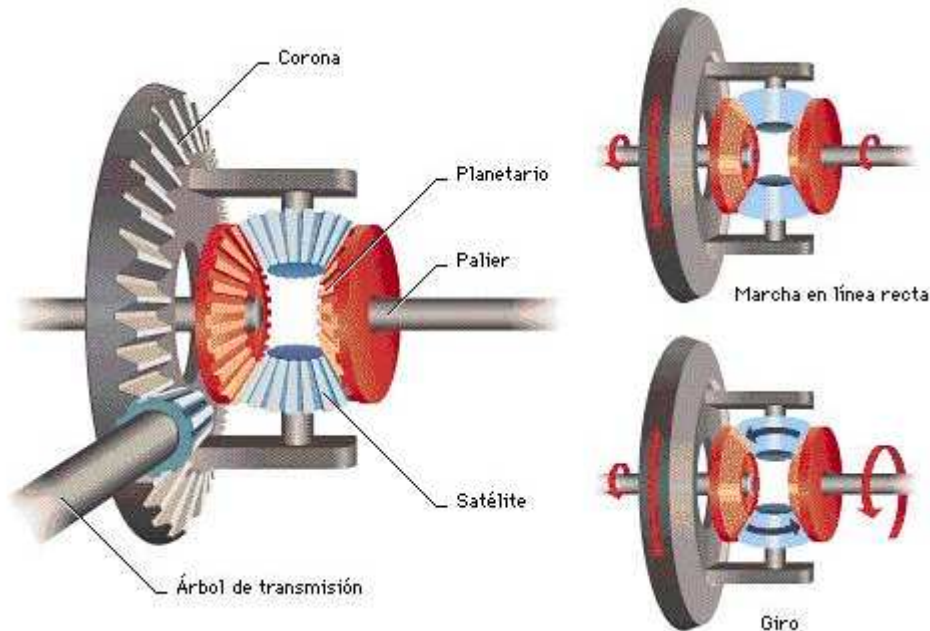
En ambos casos la bibliografía utilizada ha sido la misma, el “Libro de los Engranajes” de L. Gazzaniga y se han utilizado los datos del piñón. Es importante tener en cuenta, para el sentido de las fuerzas, que la corona se encuentra por delante del piñón, es decir, si viésemos el eje secundario y el piñón, la corona estaría entre el observador y el piñón.

DATOS		
dm	74,93	mm
n	2000	rpm
P	96	CV
α	20	°
ψ	30	°
γ	18,10	°
γ	71,89	°

FUERZAS (lb)	PIÑÓN	CORONA	SENTIDO
F Tangencial (U)	930	930	↓
F Axial (Fa)	632	205	
F Radial (Fr)	139	139	⊗

16. ESTUDIO DEL DIFERENCIAL

El diferencial es un tren de engranajes epicicloidales que permite que las ruedas de lados opuestos giren con diferentes revoluciones.



Estos trenes responden a la fórmula de Willis, y aplicándola a éstos mecanismos tenemos:

$$i_a = \frac{\omega_{pi} - \omega_c}{\omega_{pd} - \omega_c} = -\frac{Z_{pd} \cdot Z_{sat}}{Z_{sat} \cdot Z_{pi}} = -1 \quad (Z_{pd} = Z_{pi})$$

Con lo que se deduce que $2 \cdot \omega_c = \omega_{pi} + \omega_{pd}$

Entonces,

- Sí; $\omega_{pi} = 0 \rightarrow \omega_{pd} = 2 \cdot \omega_c$
- Sí; $\omega_{pd} = 0 \rightarrow \omega_{pi} = 2 \cdot \omega_c$

Donde $x_{px} \equiv \text{Velocidad Angular} / N^\circ \text{ dientes}_{palier \text{ izquierdo/derecho}}$

Atendiendo a la potencia, sabemos que la potencia que entra en el diferencial es igual a la que sale por los paliers, por lo que:

$$T_c = T_d + T_i$$

Y despreciando los pares de inercia y con condiciones estacionarias podemos deducir que $T_d = T_i$.

El diferencial que diseñaremos en éste proyecto constará de cuatro satélites de 14 dientes y dos planetarios de 19 dientes.

Según G. Niemann en su libro “Tratado teórico-práctico de elementos de máquinas: cálculo, diseño y construcción”, la relación de transmisión de un diferencial responde a la siguiente relación.

$$i = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2} \rightarrow z_1: \text{Planetario}; z_2: \text{Satélite}$$

Con lo que hallamos la i :

$$i = \frac{19}{14} = 1,35$$

También conocemos el ángulo que forman los ejes del planetario y el satélite (ε), que estarán dispuestos a 90° .

Los ángulos de los conos primitivos de los planetarios y de los satélites serán:

$$\tan \theta_1 = \frac{i \cdot \sin \varepsilon}{1 + i \cdot \cos \varepsilon} = \frac{1,35 \cdot \sin 90}{1 + 1,35 \cdot \cos 90} = 1,35 \rightarrow \theta_1 = 53,61^\circ$$

$$\tan \theta_2 = \frac{\sin \varepsilon}{i + \cos \varepsilon} = \frac{\sin 90}{1,35 + \cos 90} = 0,73 \rightarrow \theta_2 = 36,38^\circ$$

16.1 CÁLCULO DEL MÓDULO

Los engranajes a diseñar son cónicos de diente recto, por lo tanto el cálculo del módulo se hace siguiendo el proceso de cálculo para un engranaje cilíndrico de diente recto, y obtendremos el módulo medio, con lo que aplicando la relación $m = m_m + \frac{b}{z} \cdot \sin \theta$, obtendremos el módulo de las ruedas.

El módulo lo calcularemos para la rueda más pequeña, el satélite y el material del mismo será el que se ha venido utilizando hasta ahora, un acero mejorado aleado al NiCrMo.

Cálculo del módulo a desgaste.

Según los apuntes de la asignatura “Diseño de Máquinas”, el módulo para una rueda de dientes rectos responde a la siguiente fórmula.

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{445000 \cdot N \cdot (i \mp 1)}{k \cdot z^2 \cdot \psi \cdot n \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{445000 \cdot 96 \cdot (1,35 \mp 1)}{76,5 \cdot 14^2 \cdot 10 \cdot 1800 \cdot 1,35}} = 0,65 \text{ cm}$$

Los datos de la fórmula son los mismos que en todos los capítulos anteriores, excepto la velocidad angular, que estudiaremos a continuación.

Puesto que los planetarios no van a girar sobre su eje de manera continuada, para obtener la velocidad de giro, aplicaremos el caso más desfavorable, que será cuando uno de los dos palieres tenga $\omega = 0$, entonces, por lo visto anteriormente, el otro palier tendrá $\omega = 2 \cdot \omega_c$ y los satélites estarán girando sobre su eje a sus rpm máximas. La $\omega_{corona} = 2000 \cdot \frac{1}{3} = 666,67 \text{ rpm}$ y por tanto la velocidad angular del palier que está en movimiento será $\omega = 2 \cdot 666,67 = 1333,34 \text{ rpm}$. Como la relación de transmisión del diferencial, está ya calculada, deduciremos por tanto las rpm de los satélites en el peor caso, que será:

$$\omega_{satélite} = 1,35 \cdot 1333,34 = 1800 \text{ rpm}$$

Y aplicando la relación mencionada, tenemos:

$$m = 0,65 + \frac{(10 \cdot 0,65)}{14} \cdot \sin 36,4 = 0,92 \text{ cm} = 9,2 \text{ mm}$$

Según norma UNE 18005, referente a módulos normalizados, $m = 10 \text{ mm}$.

Cálculo aproximado del módulo a resistencia.

Seguimos con el mismo criterio empleado hasta el momento.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96CV}{1800rpm \cdot (10 \cdot 14)} \rightarrow U = 545,7 \text{ Kp}$. Sabemos que $d = m \cdot z$

- Para hallar q , vamos a las tablas de Wissmann, presentes en los apuntes de Diseño de Máquinas; pero deberemos entrar con el número virtual de dientes, por estar trabajando con engranajes cónicos. Esto es,

$$z_n = \frac{z}{\cos \beta_a} = \frac{17}{\cos 36,4^\circ} = 17,4 \cong 18 \text{ dientes}$$

Entonces, para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$ y con 18 dientes, tenemos que $q = 3,5$

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.

Así que:

$$\sigma_b = \frac{545,7 \text{ Kp}}{(10 \cdot 1) \cdot 1} \cdot 3,5 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 191 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Por lo tanto damos por bueno el cálculo y establecemos el módulo definitivo en $m = 10 \text{ mm}$.

Comprobación a resistencia del planetario.

$$\sigma_b = \frac{U}{b \cdot m} \cdot q \leq \sigma_{b_adm}$$

Donde:

- $U = 1432400 \cdot \frac{N}{n \cdot d} = 1432400 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{1333,34 \text{ rpm} \cdot (10 \cdot 19)} \rightarrow U = 542,8 \text{ Kp}$. Sabemos que $d = m \cdot z$ y la $n_{\text{planetario}}$ la calculamos anteriormente.
- Para hallar q , procedemos de la misma forma que en el satélite. Así, tenemos;

$$z_n = \frac{z}{\cos \theta} = \frac{19}{\cos 53,6} = 32,01 \cong 32 \text{ dientes}$$

Y para un dentado exterior con $\alpha=20^\circ$, tenemos que, interpolando, $q = 3,03$.

- Para σ_{b_adm} volvemos a mirar en las tablas, y para un acero mejorado aleado al NiCrMo, tenemos que $\sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$.

Así que:

$$\sigma_b = \frac{542,81 \text{ Kp}}{10 \cdot 1} \cdot 3,03 \leq 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 164,5 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{b_adm} = 3000 - 1000 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

16.2 PLANETARIOS

Para el diseño de los planetarios conocemos el número de dientes (19), el módulo (10 mm), el ángulo de presión real, normalizado a 20° y el ángulo del cono primitivo, que responde a la siguiente fórmula, sacada, como se mencionó en el anterior capítulo, de los apuntes de la asignatura de “Diseño de Máquinas.

$$\tan \theta_1 = \frac{i \cdot \sin \varepsilon}{1 + i \cdot \cos \varepsilon} = \frac{1,35 \cdot \sin 90}{1 + 1,35 \cdot \cos 90} \Rightarrow \theta_1 = 53,61^\circ$$

16.2.1 DIMENSIONES

Diámetros		
D. Primitivo	$d = m \cdot z$	190 mm
D. Cabeza	$d_c = m(z + 2 \cdot \cos \theta)$	201,87 mm
D. Fondo	$d_f = m(z - 2,5 \cdot \cos \theta)$	175,17 mm

Alturas del diente		
Addendum	$h_c = m$	10,0 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m$	12,5 mm

Ángulos			
A. Cabeza	$\theta_c = \theta + \arctg \left(\frac{2 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	58,45	⊕
A. Fondo	$\theta_f = \theta - \arctg \left(\frac{2,5 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	47,56	⊕
A. Addendum	$a_c = \arctg \left(\frac{2 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	4,84	⊕
A. Dedendum	$a_f = \arctg \left(\frac{2,5 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	6,05	⊕

Ancho del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	100 mm

Espesor del diente	
$s = \frac{m \cdot \pi}{2}$	15,71 mm

16.3 SATÉLITES

Para los satélites, conocemos los mismos datos que para los planetarios, es decir, el número de dientes (14), el módulo (10 mm), $\alpha=20^\circ$, y el ángulo del cono primitivo lo deducimos de igual manera.

$$\tan \theta_2 = \frac{\sin \varepsilon}{i + \cos \varepsilon} = \frac{\sin 90}{1,35 + \cos 90} = 0,73 \rightarrow \theta_2 = 36,38^\circ$$

16.3.1 DIMENSIONES

Diámetros		
D. Primitivo	$d = m \cdot z$	140 mm
D. Cabeza	$d_c = m(z + 2 \cdot \cos \theta)$	156,10 mm
D. Fondo	$d_f = m(z - 2,5 \cdot \cos \theta)$	119,87 mm

Alturas del diente		
Addendum	$h_c = m$	10,0 mm
Deddendum	$h_f = 1,25 \cdot m$	12,5 mm

Ángulos		
A. Cabeza	$\theta_c = \theta + \arctg \left(\frac{2 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	41,22 \oplus
A. Fondo	$\theta_f = \theta - \arctg \left(\frac{2,5 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	30,33 \oplus
A. Addendum	$\alpha_c = \arctg \left(\frac{2 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	4,84 \oplus
A. Dedendum	$\alpha_f = \arctg \left(\frac{2,5 \cdot \sin \theta}{z} \right)$	6,05 \oplus

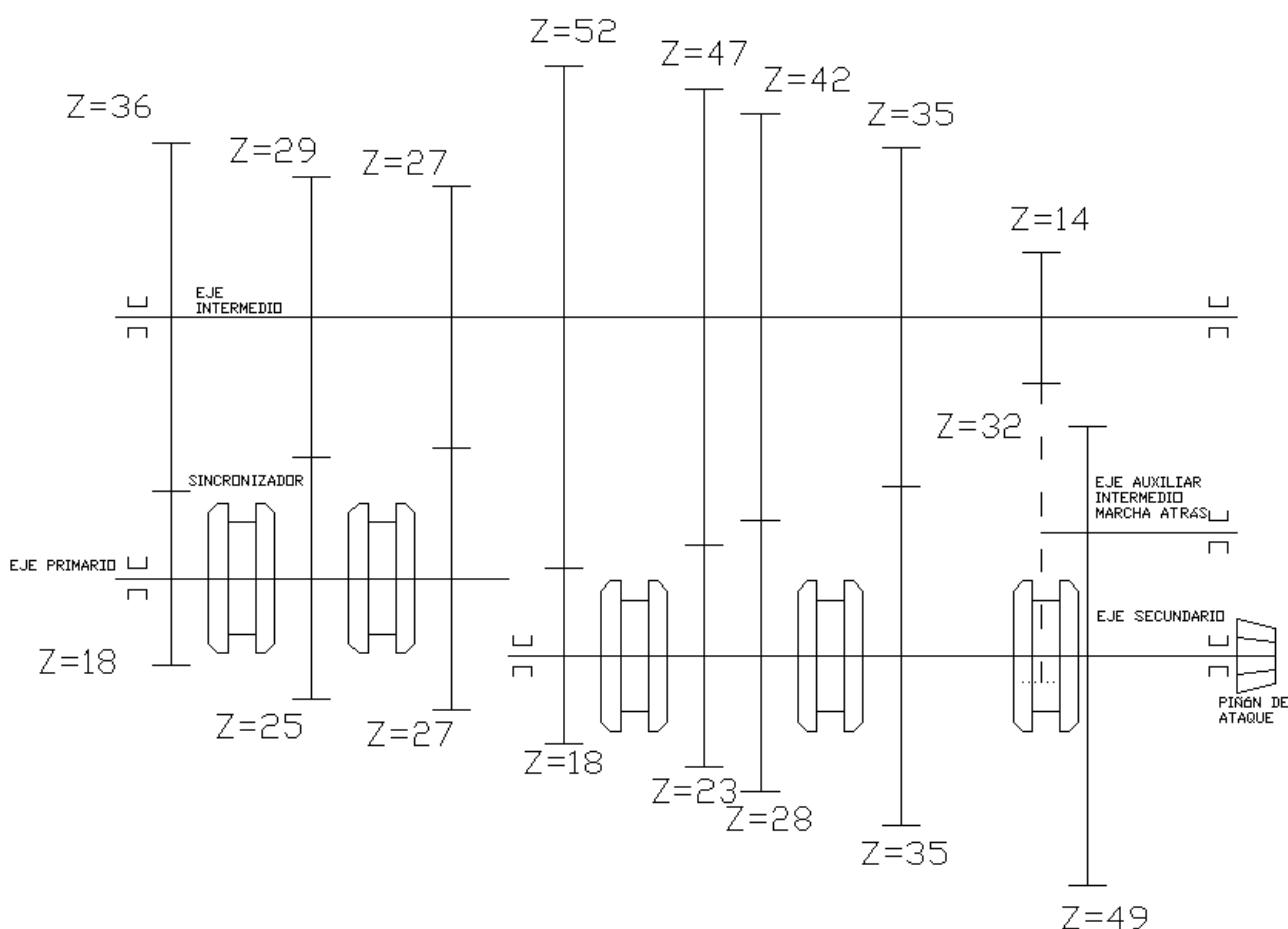
Ancho del diente	
$b = \psi \cdot m_n$	100 mm

Espesor del diente	
$s = \frac{m \cdot \pi}{2}$	15,71 mm

17. CÁLCULO EJE PRIMARIO

Consideraciones previas.

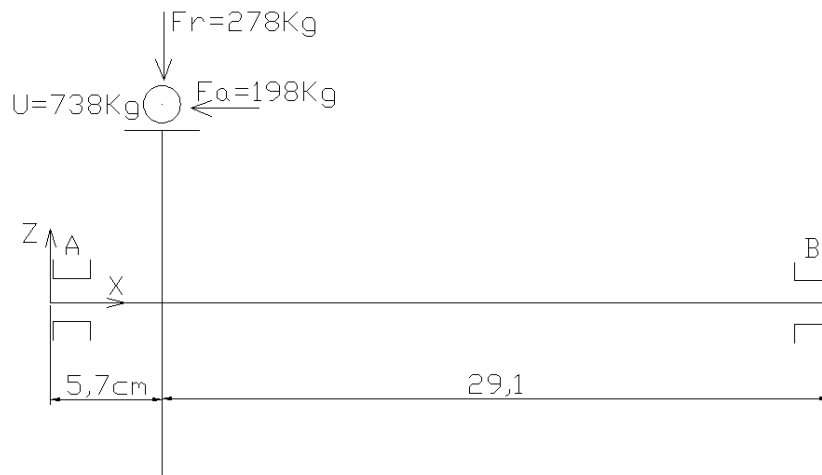
- El material de todos los ejes será un Acero aleado de gran resistencia, un F1250 NiCrMo16. Muy utilizado en el campo de automoción y tratado a una resistencia de 80-100 kg/mm². Admite temple por inducción y la soldadura. Soporta grandes esfuerzos de fatiga.
- El coeficiente de seguridad con el que diseñaremos los ejes será de 2.
- El estudio se hará siempre para el caso más desfavorable, que será a 2000 rpm y con 96 CV, por ser éste el estado de potencia máxima del motor.
- El peso de las ruedas dentadas se despreciará por ser insignificante frente a las fuerzas que se tratarán.
- Seguidamente se muestra un esquema detallado de la transmisión que es objeto de diseño.



17.1 GAMA CORTAS

Ésta gama estará funcionando cuando engranen el piñón $z=18$ dientes del eje primario con la rueda $z=36$ del eje intermediario.

17.1.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

Éste plano será el perpendicular al plano del papel, por lo tanto, la fuerza tangencial estará en dicho plano.

Para calcular las reacciones se aplicarán las ecuaciones de la estática. Se tomará como sentido positivo el saliente del plano del papel, y negativo, el opuesto.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 738$$

$$\sum M = 0 \rightarrow 738 \cdot 5,7 - R_{By} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 120,9 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 617,1 \text{ Kg}$

PLANO XZ

Éste plano será el plano del papel, por lo tanto la fuerza radial estará el dicho plano.

Para calcular las reacciones se aplicarán las ecuaciones de la estática. Se tomará como sentido positivo el contrario a la fuerza radial, y negativo, el opuesto.

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 278$$

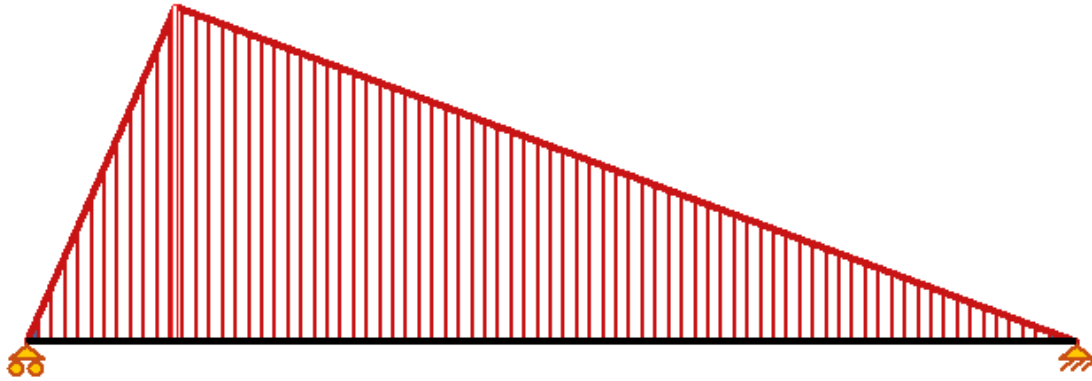
$$\sum M = 0 \rightarrow 278 \cdot 5,7 - R_{Bz} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 45,5 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 232,5 \text{ Kg}$

17.1.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

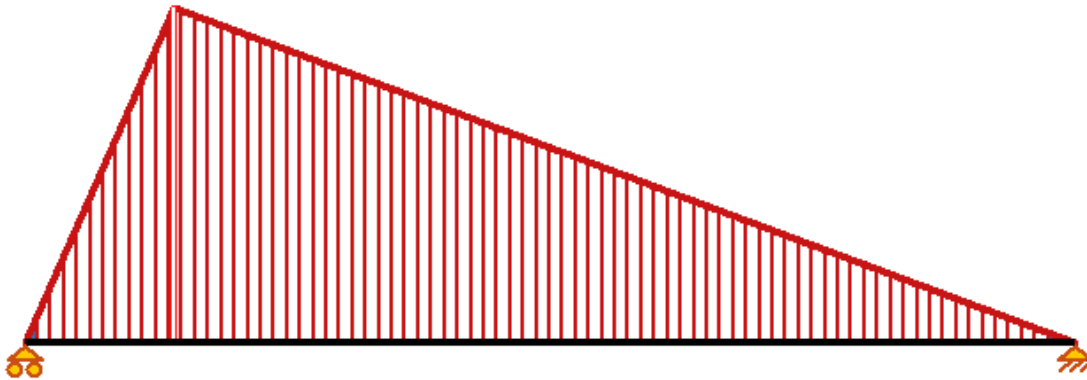
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 3517,6 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 1325 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



M_f RESULTANTE

El momento flector resultante se calculará por medio del teorema de Pitágoras.

$$M_f \text{ TOTAL} = \sqrt{3517,6^2 + 1325^2} = 3758,9 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

17.1.3 MOMENTO TORSOR

El momento torsor va a ser el mismo en todos los casos de los ejes que se estudiarán. Esto es, porque, como ya se ha dicho, el estudio de los ejes se hace para la potencia máxima, 96 CV a 2000 rpm, y suponemos que en cada estudio estamos en ese caso.

El valor del momento torsor podemos calcularlo a través de la fórmula que indica el libro, “Proyectos de elementos de máquinas” de M.F. Spotts.

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



17.1.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

Aplicaremos, para calcular el diámetro, el código ASME de extendida utilización en estos casos.

$$\tau_{max} = \frac{r}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{2 \cdot cs}$$

Del material (F1250 NiCrMo 16), conocemos que: $\sigma_{yp} = 10.000 \text{ Kg/cm}^2$

Así, despejando de la fórmula tenemos:

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot cs \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2}}{\sigma_{yp} \cdot \pi}$$

Como coeficiente de impacto y fatiga aplicable al momento flector (M), tomaremos un valor $C_m = 2$, correspondiente a un eje giratorio con cargas aplicadas bruscamente, solamente con pequeños impactos.

Como coeficiente de impacto y fatiga aplicable al momento torsor (T), tomaremos un valor $C_t = 1,5$, correspondiente a un eje giratorio con cargas aplicadas bruscamente, solamente con pequeños impactos.

Y como ya se mencionó en las condiciones iniciales el coeficiente de seguridad será de 2.

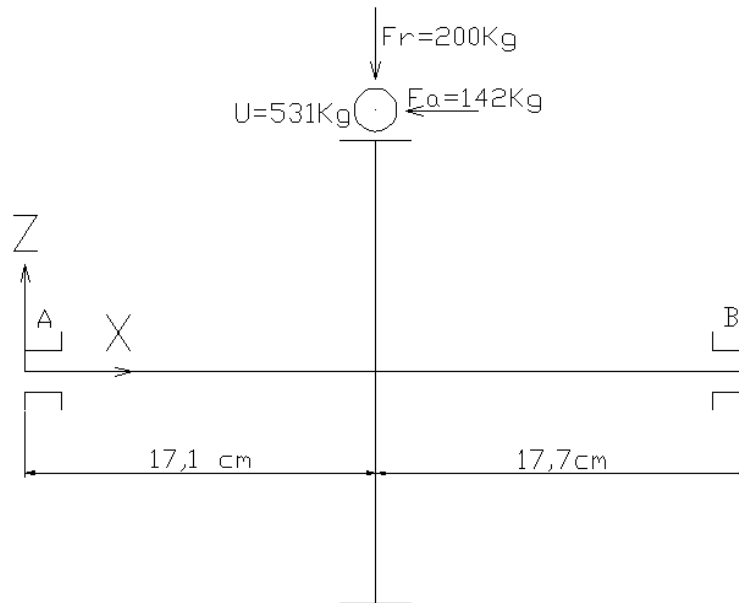
Por lo tanto, para el caso que se está estudiando tenemos;

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 3758,9)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 2,32 \rightarrow r \geq 1,32 \text{ cm}$$

17.2 GAMA MEDIAS

Ésta gama estará funcionando cuando engranen el piñón $z=25$ dientes del eje primario con la rueda $z=29$ del eje intermediario.

17.2.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 531$$

$$\sum M = 0 \rightarrow 531 \cdot 17,1 - R_{By} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 260,9 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 270,1 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 200$$

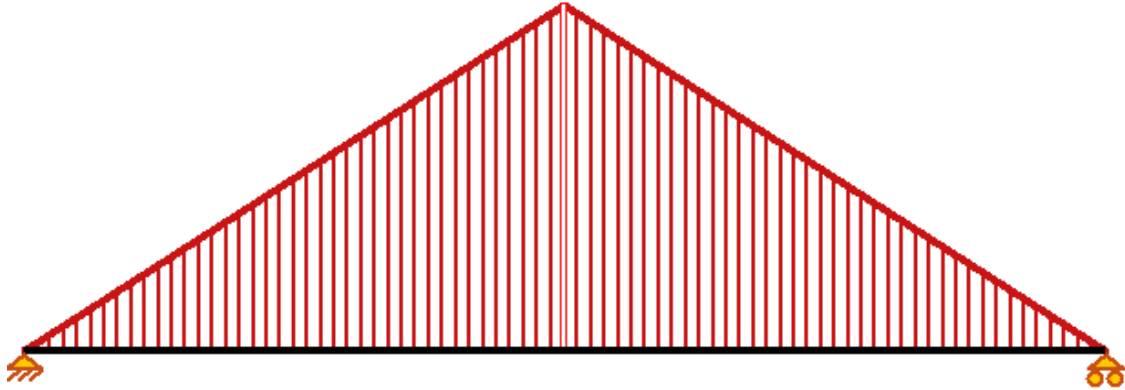
$$\sum M = 0 \rightarrow 200 \cdot 17,5 - R_{Bz} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 98,3 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 101,7 \text{ Kg}$

17.2.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

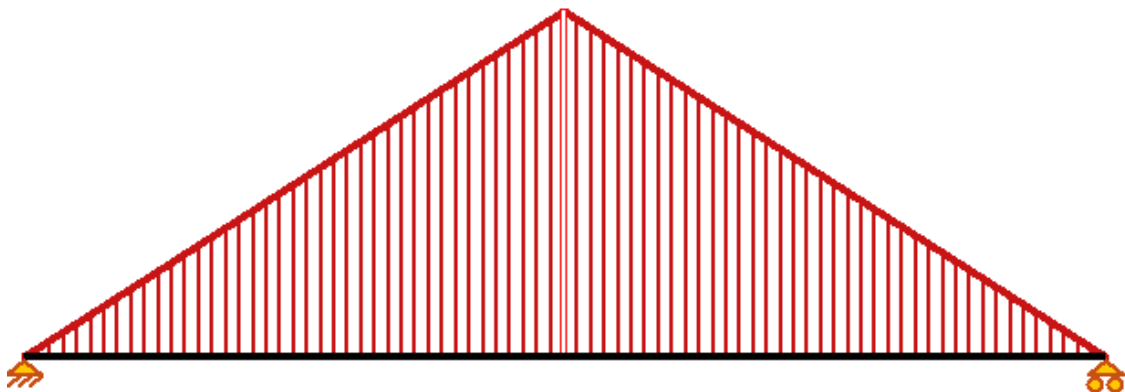
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 4618,3 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 1739,5 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



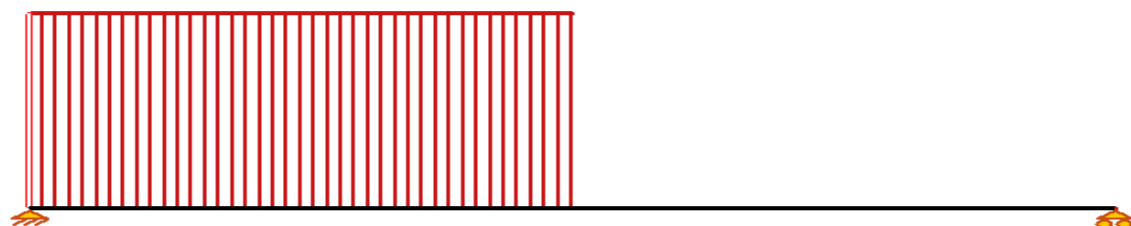
Mf RESULTANTE

El momento flector resultante se calculará por medio del teorema de Pitágoras.

$$M_{f \text{ TOTAL}} = \sqrt{4618,3^2 + 1739,5^2} = 4935 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

17.2.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



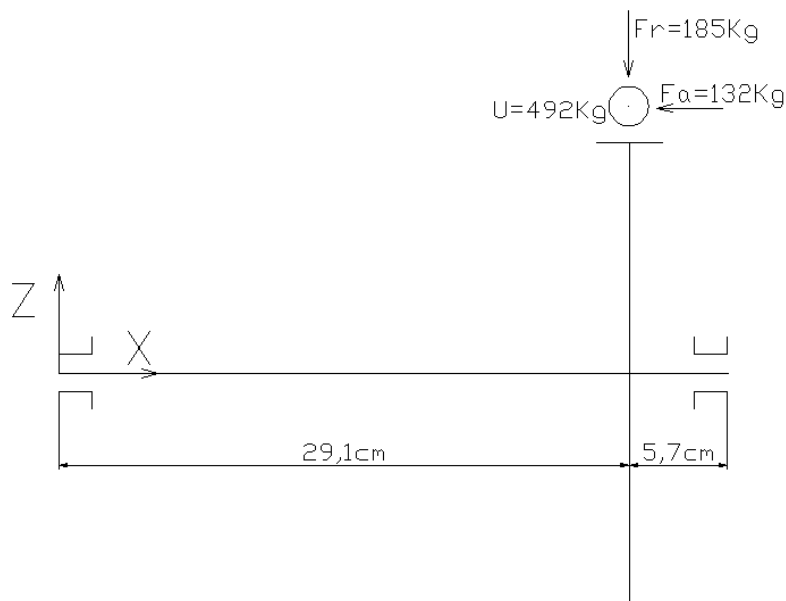
17.2.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 4935)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 2,83 \rightarrow r \geq 1,41 \text{ cm}$$

17.3 GAMA LARGAS

Ésta gama estará funcionando cuando engranen el piñón z=27 dientes del eje primario con la rueda z=27 del eje intermediario.

17.3.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 492$$

$$\sum M = 0 \rightarrow 492 \cdot 29,1 - R_{By} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 411,4 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 80,6 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 185$$

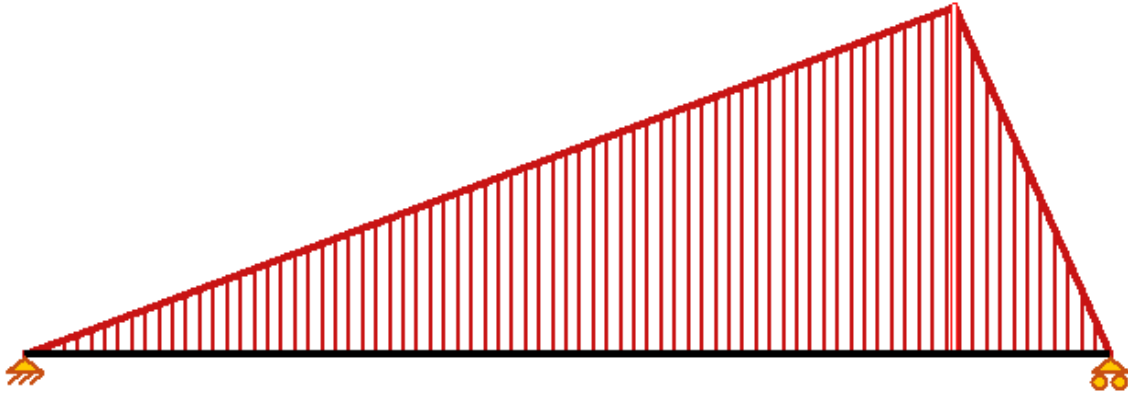
$$\sum M = 0 \rightarrow 185 \cdot 29,1 - R_{Bz} \cdot 34,8 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 154,7 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 30,3 \text{ Kg}$

17.3.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

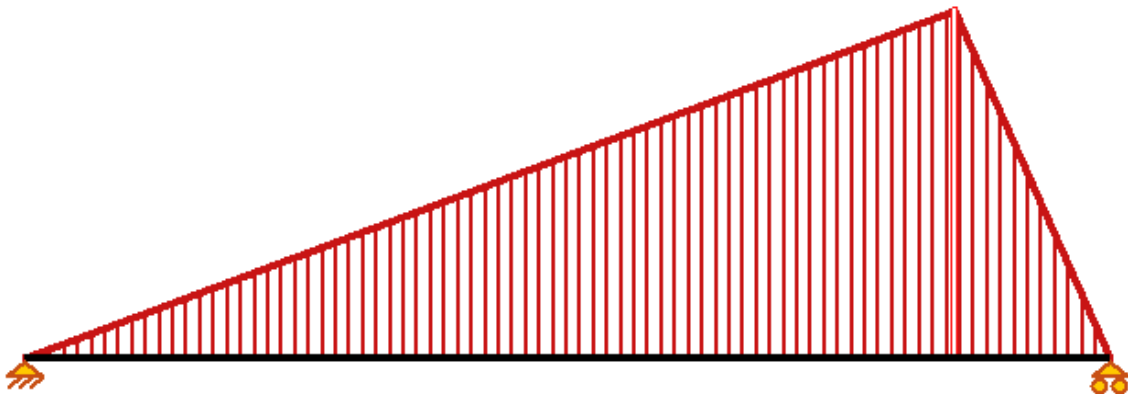
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 2345 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 881,8 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



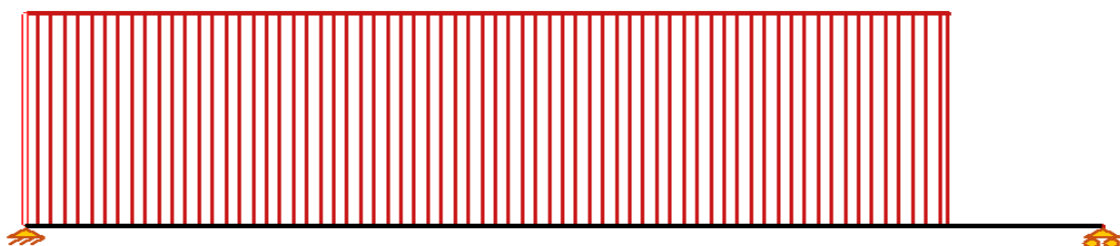
Mf RESULTANTE

El momento flector resultante se calculará por medio del teorema de Pitágoras.

$$M_{f \text{ TOTAL}} = \sqrt{2345^2 + 881,8^2} = 2505,3 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

17.3.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



17.3.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 2505,3)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 1,83 \rightarrow r \geq 1,22 \text{ cm}$$

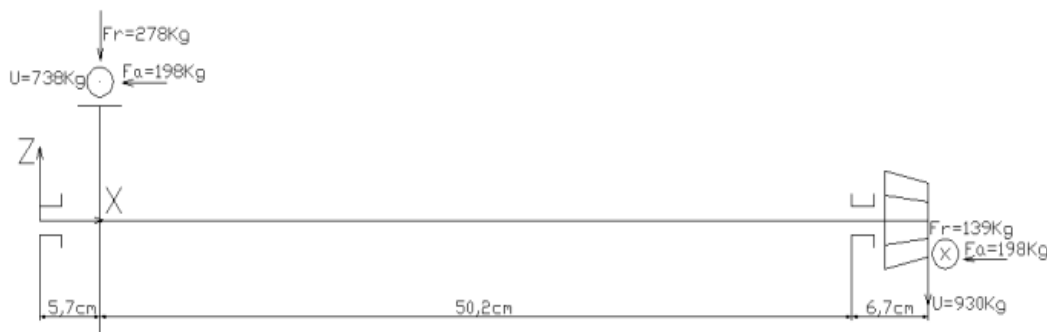
18. CÁLCULO DEL EJE SECUNDARIO

El sentido de las fuerzas sobre el piñón de ataque es el que se muestra en las figuras, se ha tenido en cuenta la posición de la corona, que en nuestro caso está entre el lector y el propio piñón.

18.1 PRIMERA VELOCIDAD

Ésta velocidad estará funcionando cuando engranen el piñón $z=18$ dientes del eje secundario con la rueda $z=52$ del eje intermediario.

18.1.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 738 - R_{By} + 139 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -738 \cdot 5,7 - R_{By} \cdot 55,9 + 139 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 80,4 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 679,4 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} - 278 + R_{Bz} - 930 = 0$$

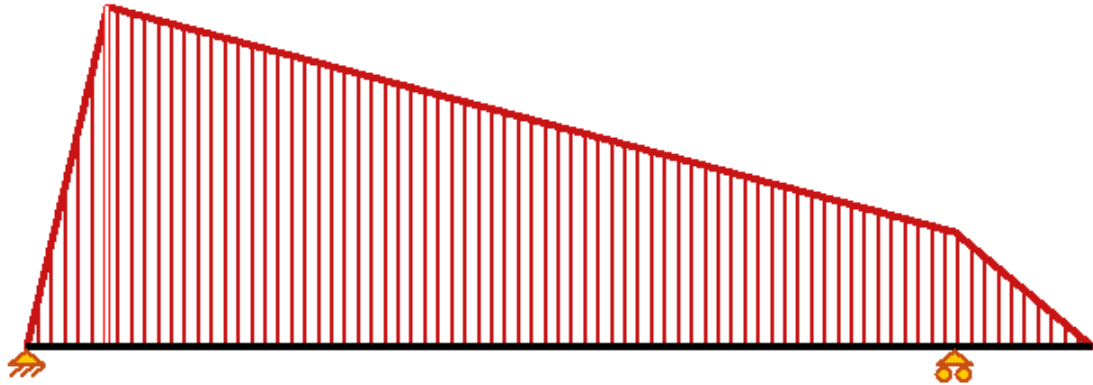
$$\sum M = 0 \rightarrow -278 \cdot 5,7 + R_{Bz} \cdot 55,7 - 930 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 1070 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 138 \text{ Kg}$

18.1.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

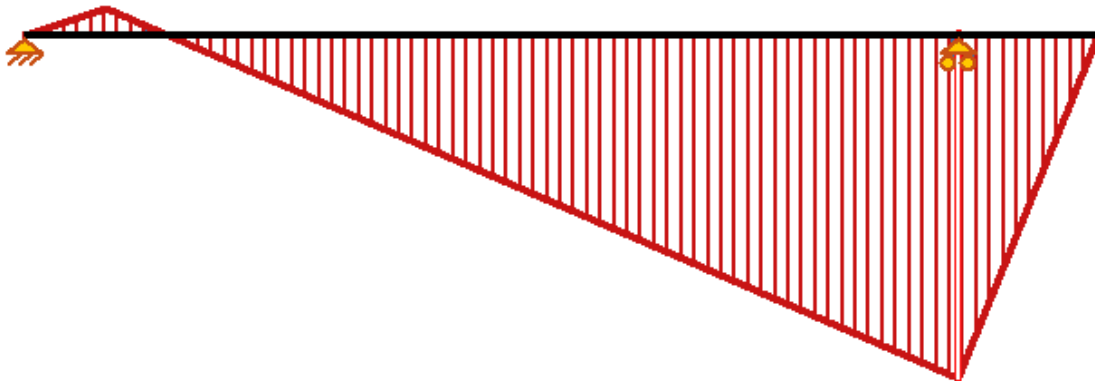
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 3872 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = -6231 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.

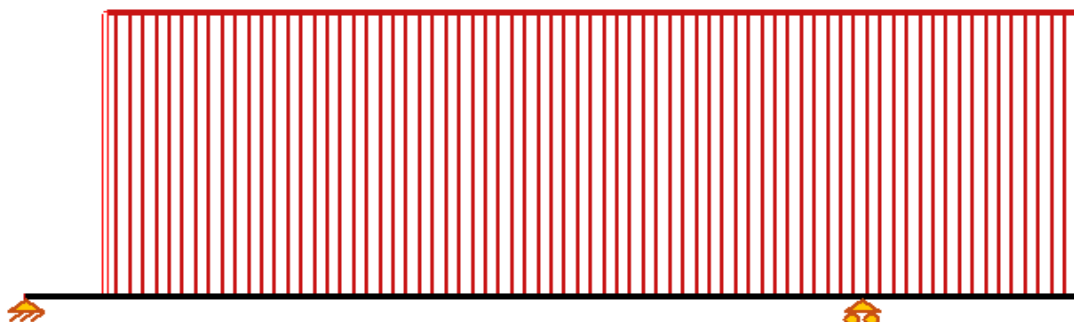


M_f RESULTANTE

Analizadas las dos secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la del apoyo móvil con un $M_f \text{ TOTAL} = \sqrt{931^2 + (-6231)^2} = 6300 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

18.1.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



18.1.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 6300)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 3,46 \rightarrow r \geq 1,51 \text{ cm}$$

18.2 SEGUNDA VELOCIDAD

Ésta velocidad estará funcionando cuando engranen el piñón $z=23$ dientes del eje secundario con la rueda $z=47$ del eje intermediario.

18.2.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 577 + R_{By} + 139 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -577 \cdot 17,7 + R_{By} \cdot 55,9 + 139 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 27 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 411 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} - 218 + R_{Bz} - 930 = 0$$

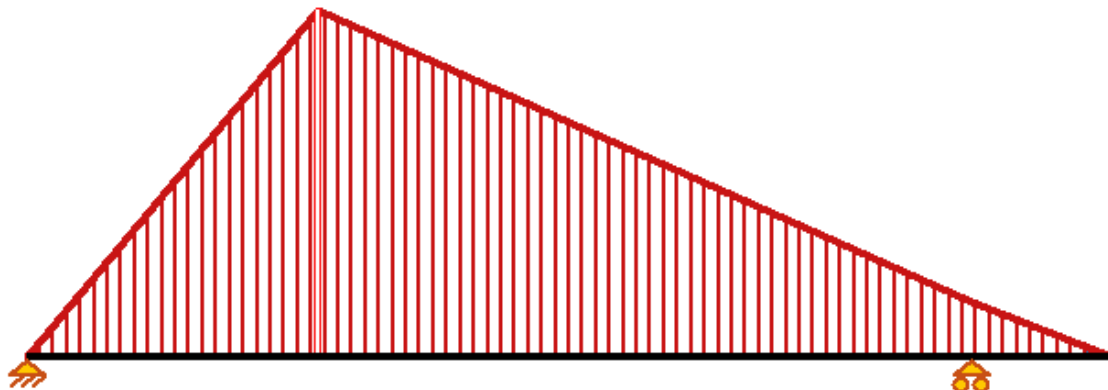
$$\sum M = 0 \rightarrow -218 \cdot 17,7 + R_{Bz} \cdot 55,9 - 930 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 1110,5 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 37,5 \text{ Kg}$

18.2.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

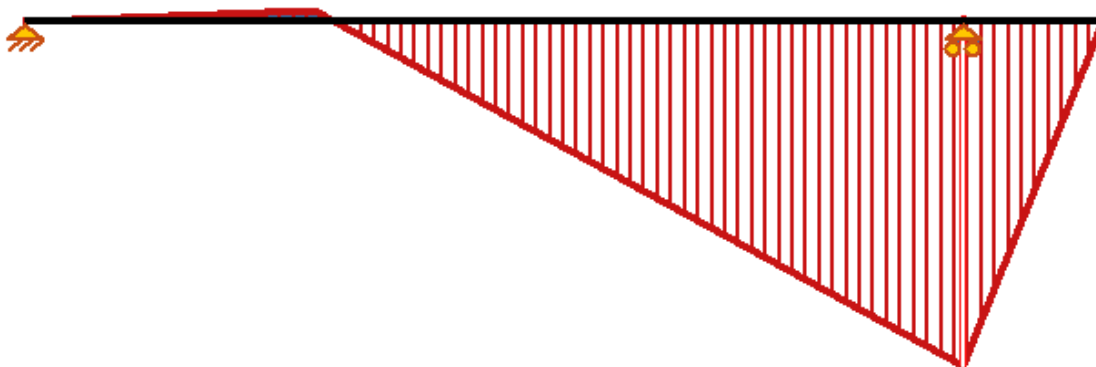
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = 7274Kg \cdot cm$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = -6231 Kg \cdot cm$.

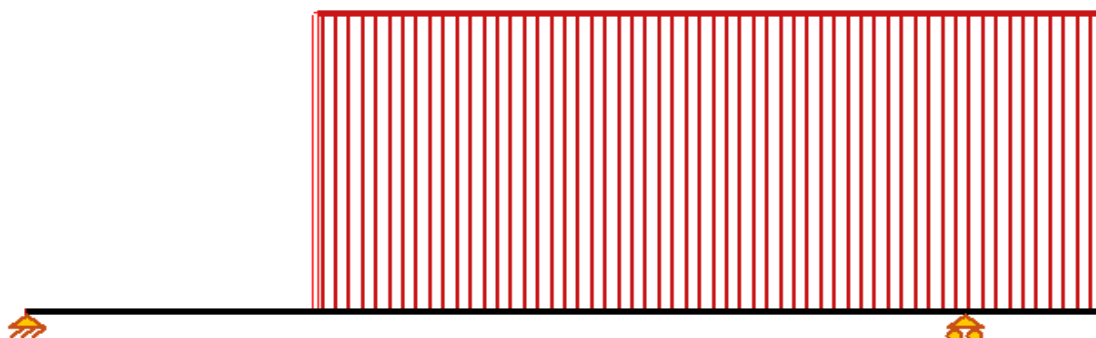


Mf RESULTANTE

Analizadas las dos secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la de las cargas con un $M_f TOTAL = \sqrt{7274^2 + (-663,7)^2} = 7304Kg \cdot cm$

18.2.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 CV}{2000 rpm} = 3437,7Kg \cdot cm$$



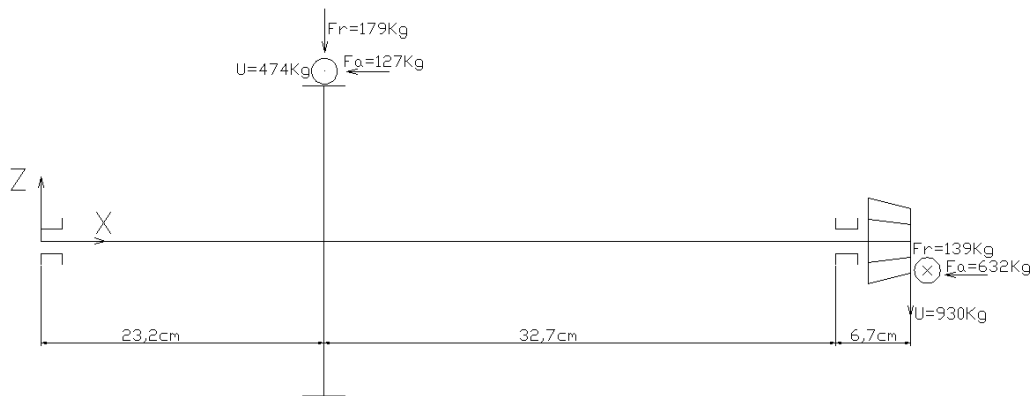
18.2.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 7304)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 3,94 \rightarrow r \geq 1,58 \text{ cm}$$

18.3 TERCERA VELOCIDAD

Ésta velocidad estará funcionando cuando engranen el piñón $z=23$ dientes del eje secundario con la rueda $z=47$ del eje intermediario.

18.3.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 474 + R_{By} + 139 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -474 \cdot 23,2 + R_{By} \cdot 55,9 + 139 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 41 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 294 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} - 179 + R_{Bz} - 930 = 0$$

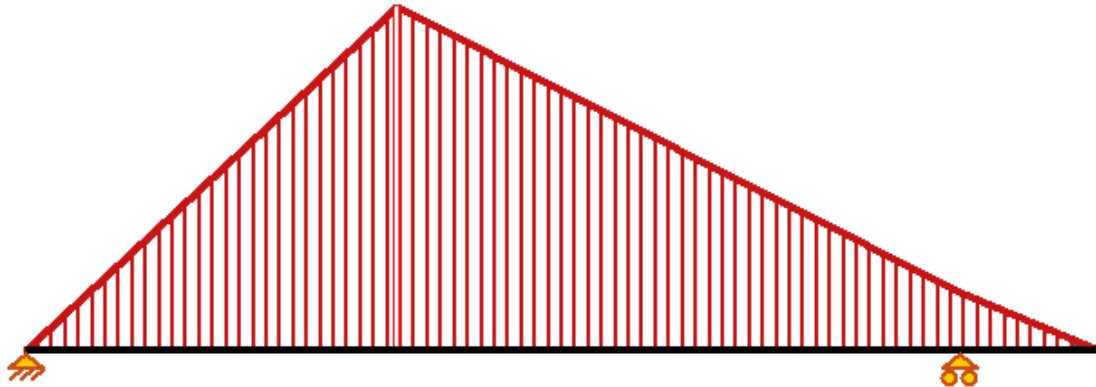
$$\sum M = 0 \rightarrow -179 \cdot 23,2 + R_{Bz} \cdot 55,9 - 930 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 1115,7 \text{ Kg}$; $R_{Az} = -6,7 \text{ Kg}$

18.3.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

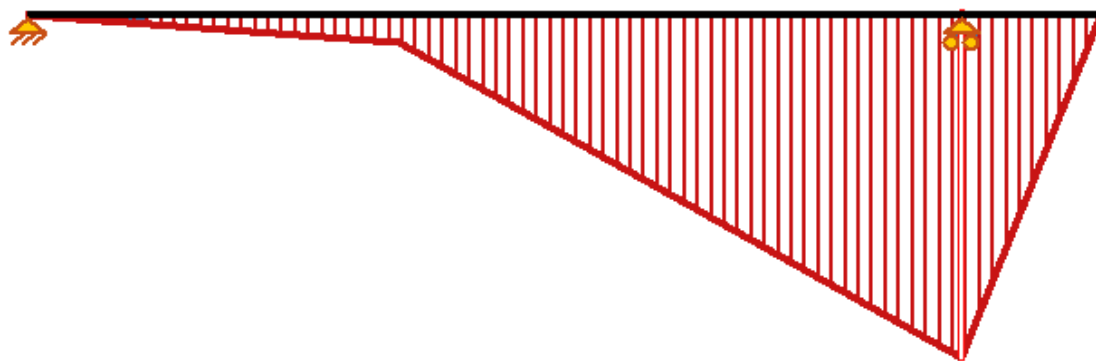
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = 6819 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = -6231 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.

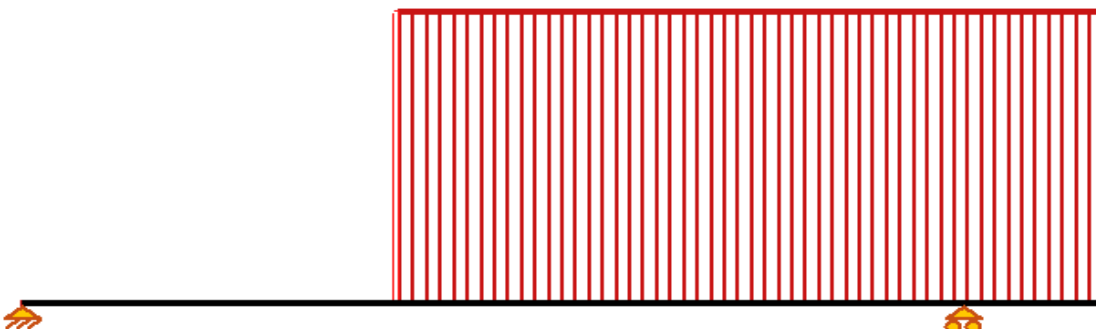


Mf RESULTANTE

Analizadas las dos secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la de las cargas con un $M_f TOTAL = \sqrt{6819^2 + (-156,6)^2} = 6820,8 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

18.3.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



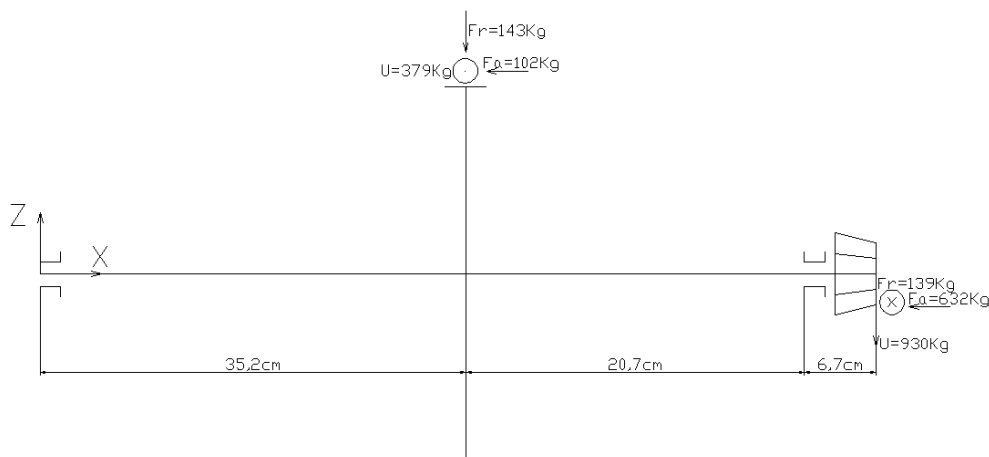
18.3.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 6820,8)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 3,71 \rightarrow r \geq 1,54 \text{ cm}$$

18.4 CUARTA VELOCIDAD

Ésta velocidad estará funcionando cuando engranen el piñón $z=35$ dientes del eje secundario con la rueda $z=35$ del eje intermediario. (*DIRECTA, $i=1$*)

18.4.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 379 + R_{By} + 139 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -379 \cdot 35,2 + R_{By} \cdot 55,9 + 139 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 83 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 157 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} - 143 + R_{Bz} - 930 = 0$$

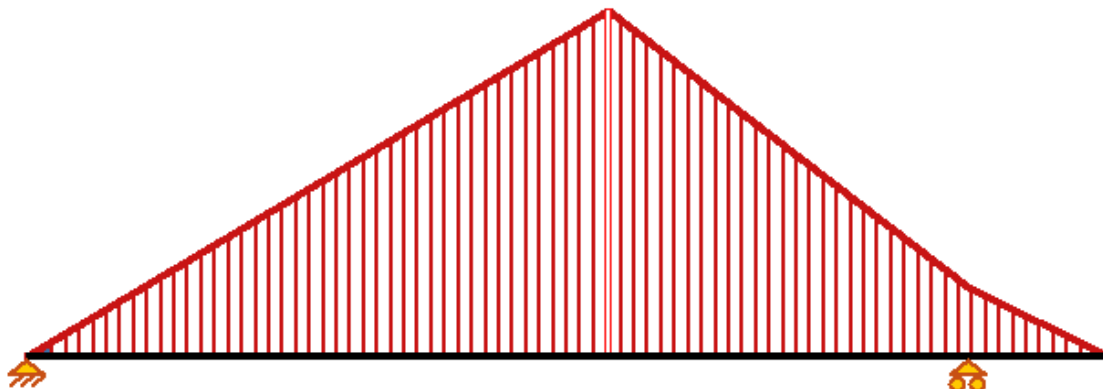
$$\sum M = 0 \rightarrow -143 \cdot 35,2 + R_{Bz} \cdot 55,9 - 930 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 1131,5 \text{ Kg}$; $R_{Az} = -58,5 \text{ Kg}$

18.4.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

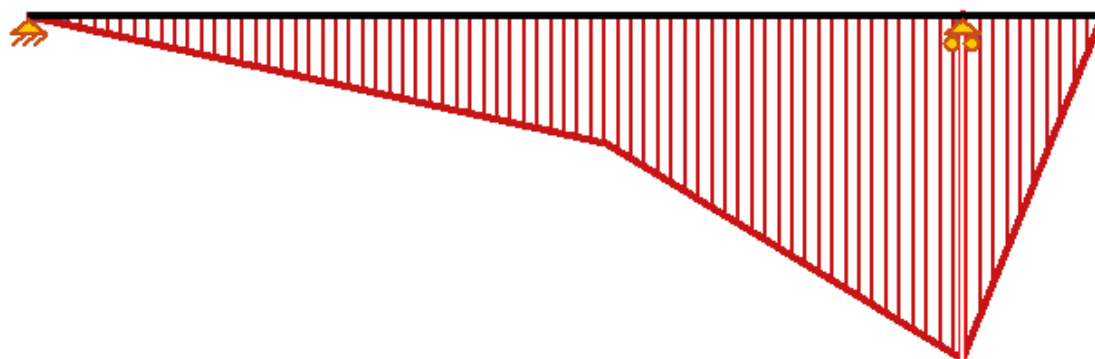
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 5526,5 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = -6231 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.

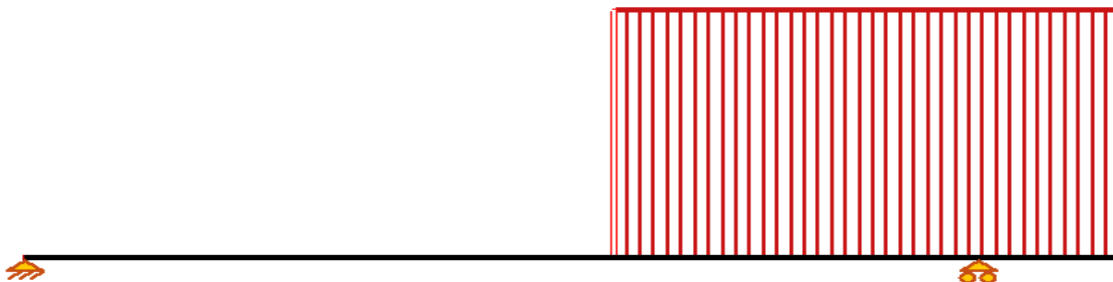


Mf RESULTANTE

Analizadas las dos secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la del apoyo móvil con un $M_f \text{ TOTAL} = \sqrt{931,3^2 + (-6231)^2} = 6300,2 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

18.4.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



18.4.4 DIÁMETRO EJE (CÓDIGO ASME)

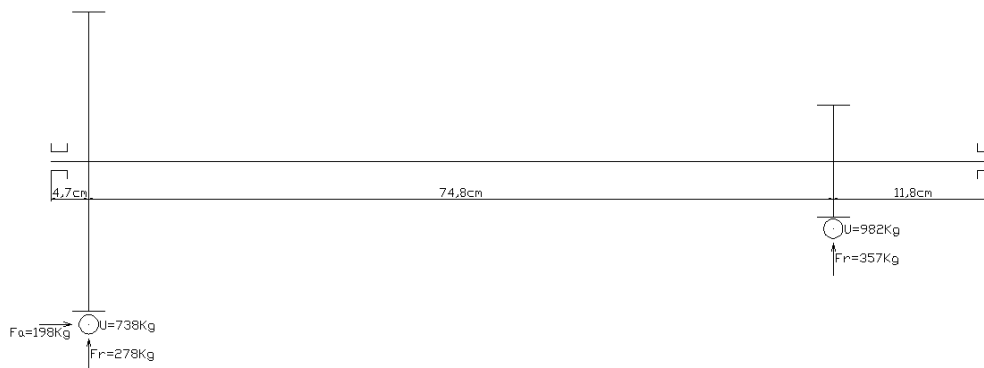
$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 6300,2)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 3,46 \rightarrow r \geq 1,51 \text{ cm}$$

19. CÁLCULO DEL EJE INTERMEDIARIO

En el eje intermediario, tal y cómo puede verse en la figura del apartado 17, están todas las ruedas necesarias para transmitir la potencia al eje de salida. Estas ruedas giran solidarias con el eje que estamos tratando.

Una vez que se han analizado el eje primario y el secundario, podemos deducir, que las máximas fuerzas que éstos ejes transmitirán al intermediario van a ser en la gama de cortas y en marcha atrás. Por lo tanto, el eje que se estudia en éste apartado, sólo se analizará en ésta situación, por ser la más desfavorable.

19.1 CÁLCULO REACCIONES



19.1.1 PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} - 738 - 982 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow R_{By} \cdot 91,3 - 982 \cdot 79,5 - 738 \cdot 4,7 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = 893,1 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 826,9 \text{ Kg}$

19.1.2 PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow 278 + 357 - R_{Az} - R_{Bz} = 0$$

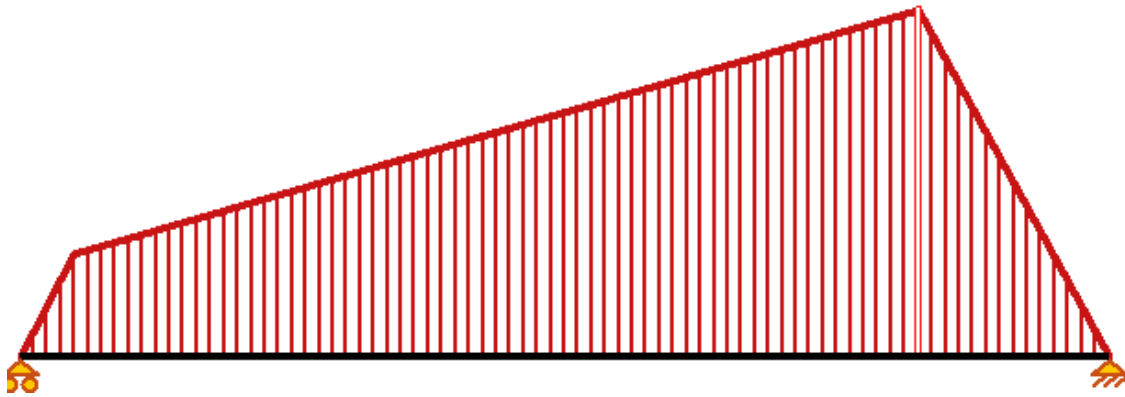
$$\sum M = 0 \rightarrow 357 \cdot 79,5 + 278 \cdot 4,7 - R_{Bz} \cdot 91,3 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = 325,2 \text{ Kg}$; $R_{Az} = 309,8 \text{ Kg}$

19.2 DIAGRAMA MOMENTOS FLECTORES

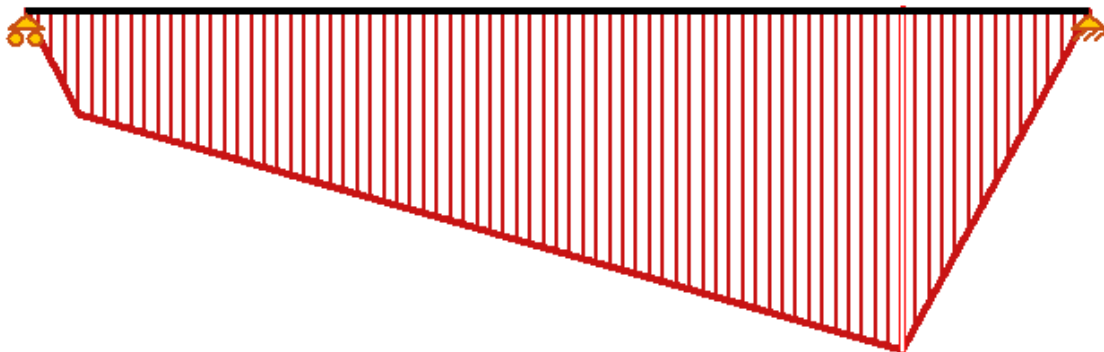
19.2.1 PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 10538 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



19.2.2 PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f \text{ máx} = 3837 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.

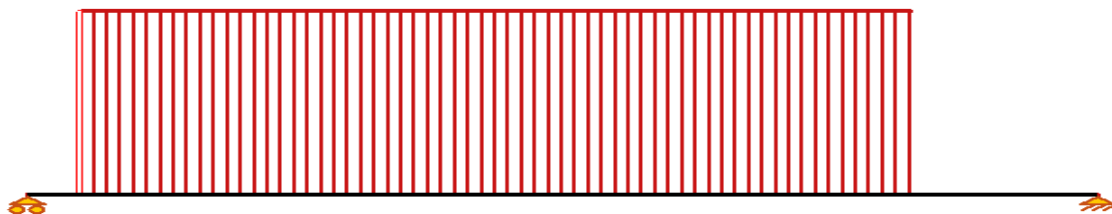


19.2.3 Mf RESULTANTE

Analizadas las secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la de la rueda de retroceso con un $M_f \text{ TOTAL} = \sqrt{10538^2 + (-3837)^2} = 11214,8 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

19.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



19.4 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 11214,8)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 5,86 \rightarrow r \geq 1,8 \text{ cm}$$

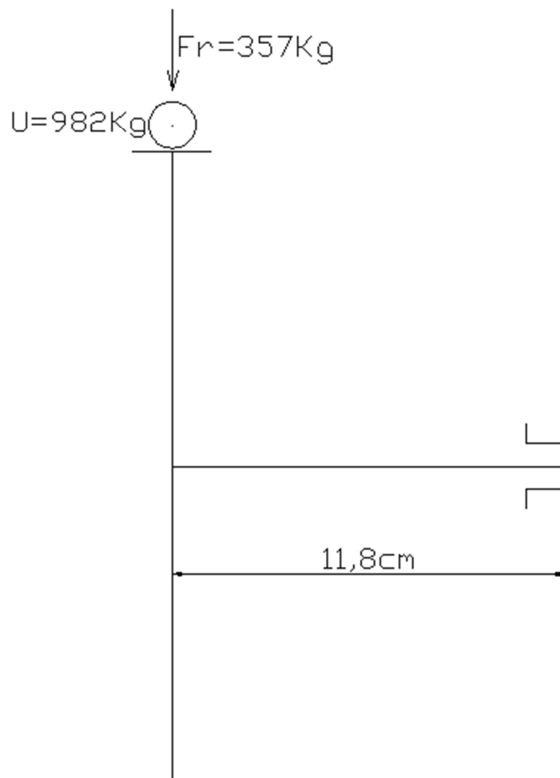
20. ESTUDIO DE LOS EJES DE LA MARCHA ATRÁS

20.1 EJE INTERMEDIO

Cómo puede verse en el esquema general de la transmisión que se está llevando a estudio, adjunto en el apartado 17 del presente documento, el eje que nos atañe lleva adosado una rueda cuya única misión es cambiar el sentido de rotación del eje secundario. No obstante, éste eje recibirá los esfuerzos transmitidos por las ruedas que componen la marcha atrás tal y cómo puede verse en el esquema siguiente. Recordar que no existe fuerza axial por ser ruedas de dientes rectos.

La rueda girará loca respecto del eje, es decir, el eje no gira, por lo tanto los coeficientes para el cálculo por el código ASME cambiarán. Se tomará como eje fijo y una carga aplicada gradualmente. El coeficiente de impacto y fatiga aplicable al momento flector, (C_m) será de 1 y el aplicable al torsor, (C_t) también de 1.

20.1.1 CÁLCULO REACCIONES Y MOMENTOS FLECTORES

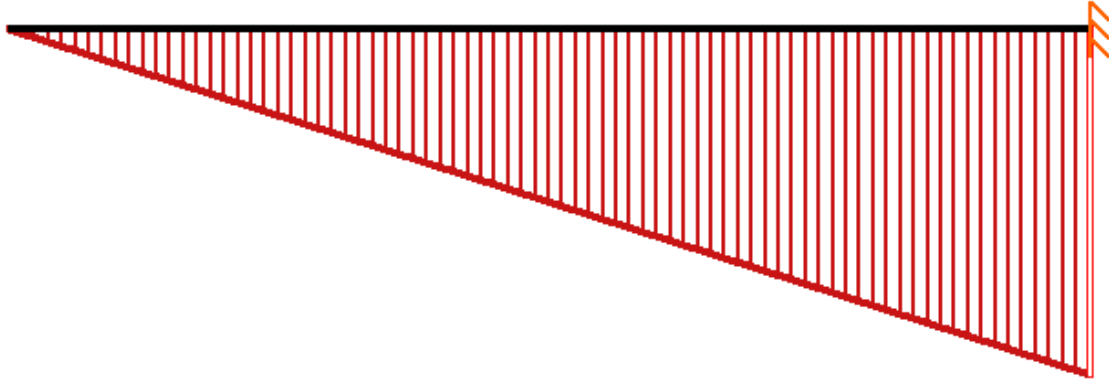


PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 982 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow R_{Ay} \cdot 11,8 + M = 0$$

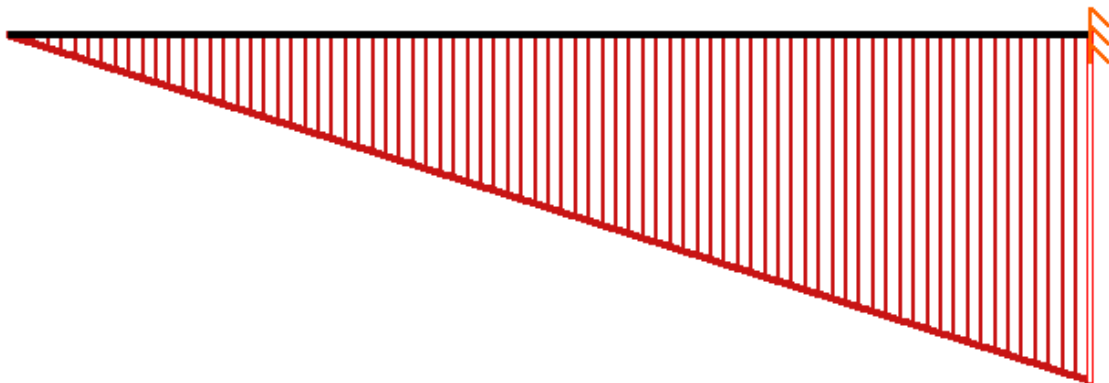
Despejando, tenemos, $R_{Ay} = 982 \text{ Kg}$; $M_f = -11587,6 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

**PLANO XZ**

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} - 357 = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow 357 \cdot 11,8 + M = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Az} = 357 \text{ Kg}$; $M_f = -4213 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

 **M_f RESULTANTE**

Analizada la sección más peligrosa, que será la del empotramiento, tenemos

$$M_{f \text{ TOTAL}} = \sqrt{(-11587,6)^2 + (-4213)^2} = 12329,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}.$$
20.1.2 MOMENTO TORSOR

Éste eje no tiene solicitaciones debidas al momento torsor, ya que la rueda gira loca respecto del eje y el momento que recibe en el eje primario lo transmite al secundario en sentido contrario, por lo tanto, para el eje, se anulan.

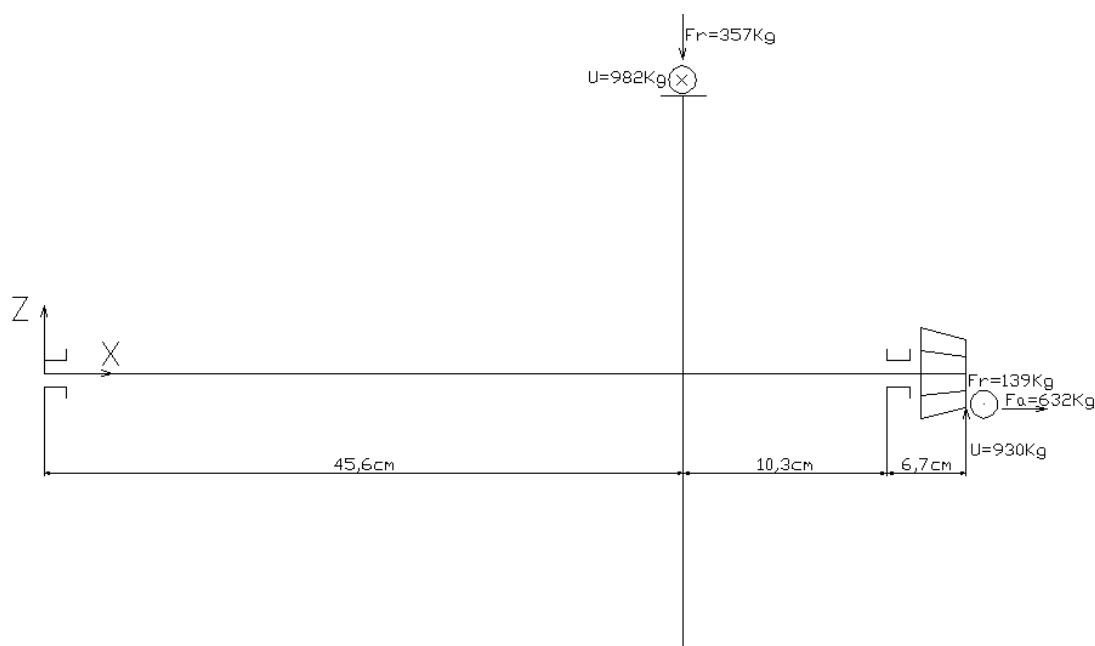
20.1.3 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(1 \cdot 12329,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 3,13 \rightarrow r \geq 1,46 \text{ cm}$$

20.2 EJE SECUNDARIO

Es el mismo eje que se ha estudiado en el apartado 18, pero es más conveniente estudiarlo dentro de éste apartado para comprobar conjuntamente la marcha atrás, además, el sentido de las fuerzas es contrario, por ser la rotación del eje también contraria al estudiado en otros apartados; de ahí, la marcha de retroceso.

20.2.1 CÁLCULO REACCIONES



PLANO XY

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 982 - 139 + R_{Ay} + R_{By} = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow R_{By} \cdot 55,9 + 982 \cdot 45,6 - 139 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{By} = -645,4 \text{ Kg}$; $R_{Ay} = 197,6 \text{ Kg}$

PLANO XZ

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} - 357 + 930 = 0$$

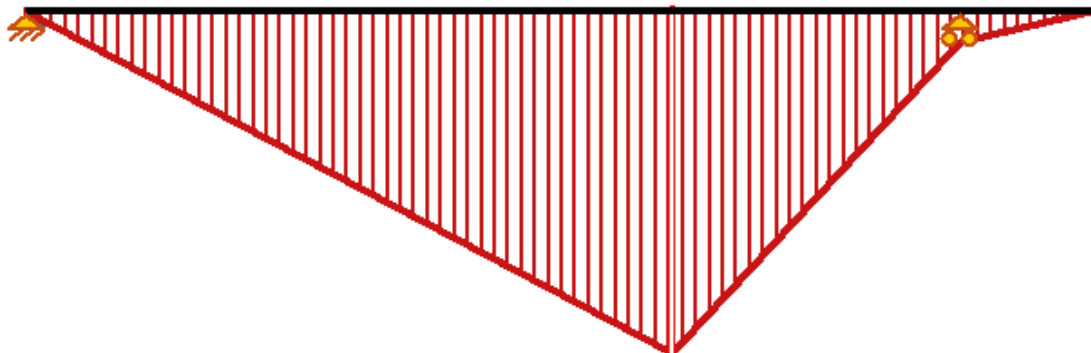
$$\sum M = 0 \rightarrow R_{Bz} \cdot 55,9 - 357 \cdot 45,6 + 930 \cdot 62,6 = 0$$

Despejando, tenemos, $R_{Bz} = -750$; $R_{Az} = 177 \text{ Kg}$

20.2.2 DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES

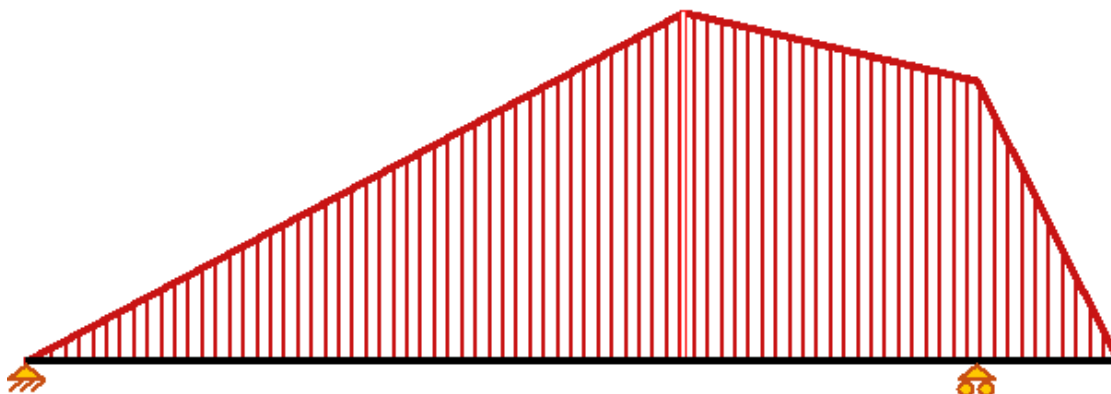
PLANO XY

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = -9010 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.



PLANO XZ

El diagrama de momentos en dicho plano es el que se muestra, con un momento máximo, $M_f máx = 8082 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$.

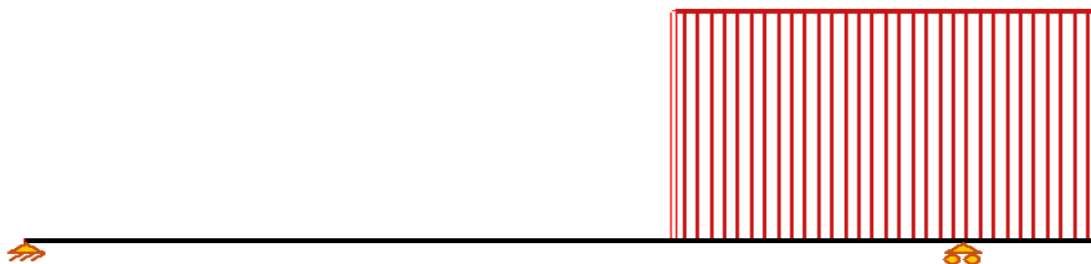


Mf RESULTANTE

Analizadas las dos secciones en las que se aplican las cargas, la más peligrosa es la de la rueda con un $M_f TOTAL = \sqrt{(-9019)^2 + (8082)^2} = 12103,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

20.2.3 MOMENTO TORSOR

$$M_T = 71620 \cdot \frac{N}{n} = 71620 \cdot \frac{96 \text{ CV}}{2000 \text{ rpm}} = 3437,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$



20.2.4 DIÁMETRO DEL EJE (CÓDIGO ASME)

$$r^3 \geq \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot 12103,7)^2 + (1,5 \cdot 3437,7)^2}}{10.000 \cdot \pi} \rightarrow r^3 \geq 6,30 \rightarrow r \geq 1,84 \text{ cm}$$

A continuación, se muestran tablas con todos los **DIÁMETROS** calculados y los que finalmente tendrá cada eje.

EJE /GAMA	CORTAS	MEDIAS	LARGAS	DEFINITIVO
PRIMARIO	26,48 mm	28,31 mm	24,47 mm	30 mm

EJE /GAMA	1ª	2ª	3ª	4ª	M.A.	DEFINITIVO
SECUNDARIO	30,27 mm	31,60 mm	30,97 mm	30,27 mm	36,94 mm	40 mm

EJE	CALCULADO	DEFINITIVO
INTERMEDIARIO	36,06 mm	40 mm

EJE	CALCULADO	DEFINITIVO
INTERMEDIO DE MARCHA ATRÁS	29,28 mm	35 mm

21. SELECCIÓN DE RODAMIENTOS

En éste apartado estudiaremos los rodamientos que han de instalarse en la transmisión para soportar las solicitaciones que se presentan en ellos. Éste dimensionado se hará según la teoría de selección del tamaño de rodamiento utilizando la fórmula de la vida expuesta en el “Catálogo general” de rodamientos SKF.

La fórmula ISO de la vida nominal es la que se muestra:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad \text{ó} \quad \frac{C}{P} = L_{10}^{1/p}$$

Donde:

L_{10} : Vida nominal, en millones de revoluciones.

C : Capacidad de carga dinámica, en N.

P : Carga dinámica equivalente, en N.

p : Exponente de la fórmula de la vida.

$p = 3$ para rodamientos de bolas

$p = 10/3$ para rodamientos de rodillos

Según la guía de valores requeridos de vida nominal para diferentes clases de máquinas mostrada en la bibliografía ya mencionada, para una transmisión por engranajes para uso general, estima de 10.000 a 25.000 horas de servicio.

De los datos del motor, sabemos que las revoluciones máximas son 2600 rpm, tomaremos 3000 rpm como dato.

Con las horas de servicio (25.000 h) y las rpm máximas (3000 rpm), obtenemos, de la bibliografía nombrada, para rodamientos de rodillos, la relación $C/P = 12,5$.

21.1 EJE PRIMARIO

Recordar que éste eje está situado en el reductor y recibe directamente el par del motor, así mismo, se calculó un diámetro de 30 mm.

Las máximas fuerzas que han de soportar los rodamientos en cada apoyo se muestran en la siguiente tabla.

	A	B
Max F_r	238,3 Kg	158,6 Kg
Max F_a	198 Kg	-

21.1.1 APOYO A

Puesto que en éste apoyo tenemos carga combinada, un rodamiento de rodillos cónicos es el más apropiado.

Utilizamos un rodamiento de 30 mm tipo 33206, cuyos datos son:

$C = 64.400 \text{ N}$	$e = 0,35$
$C_o = 76.500 \text{ N}$	$Y = 1,7$
	$Y_o = 0,9$

Carga dinámica equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{198}{238,3} = 0,83 > e = 0,35 \rightarrow P = 0,4 F_r + Y F_a \rightarrow P = 432 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 5400 \text{ Kg}$

$$C = 5400 \text{ Kg} = 54000 \text{ N} < 64400 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$P_o = 0,5 F_r + Y_o F_a \rightarrow P_o = 297,3 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 3716,9 \text{ Kg}$

$$C_o = 3716,9 \text{ Kg} = 37169 \text{ N} < 76500 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.1.2 APOYO B

En ése apoyo instalaremos un rodamiento de rodillos cilíndricos puesto que no existe fuerza axial en éste apoyo. Concretamente, montaremos un rodamiento de rodillos cilíndricos tipo N, que permite cierto desplazamiento axial (s) para compensar p.ej. las dilataciones térmicas, aunque en nuestro caso serán muy pequeñas.

Utilizamos un rodamiento de 30 mm tipo N2206, cuyos datos son:

C =48.400 N	s= 1,8 mm
C _o =49.000 N	

Carga dinámica equivalente

Cuando éstos rodamientos se usan como rodamientos libres y sólo tienen que soportar cargas radiales, la carga dinámica equivalente es:

$$P = F_r = 158,6 \text{ Kg}$$

De la relación $C/P = 12,5$, obtenemos que $C = 1982,5 \text{ Kg}$

$$C = 1982,5 \text{ Kg} = 19825 \text{ N} < 48400 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de rodillos cilíndricos sometidos a carga estática:

$$P_o = F_r = 158,6 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/P_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 1982,5 \text{ Kg}$

$$C_o = 1982,5 \text{ Kg} = 19825 \text{ N} < 49000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.2 EJE SECUNDARIO

Éste eje está situado en la caja principal y entrega el par del motor al grupo cónico, así mismo, se calculó un diámetro de 40 mm.

Las máximas fuerzas que han de soportar los rodamientos en cada apoyo se muestran en la siguiente tabla.

	A	B
Max F_r	47 Kg	1155 Kg
Max F_a	198 Kg	632 Kg

21.2.1 APOYO A

Puesto que en éste apoyo tenemos carga combinada, un rodamiento de rodillos cónicos es el más apropiado.

Utilizamos un rodamiento de 40 mm tipo 30208, cuyos datos son:

$C = 61.600 \text{ N}$	$e = 0,37$
$C_o = 68.000 \text{ N}$	$Y = 1,6$
	$Y_o = 0,9$

Carga dinámica equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{198}{247} = 0,8 > e = 0,37 \rightarrow P = 0,4 F_r + Y F_a \rightarrow P = 415,6 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 5195 \text{ Kg}$

$$C = 5195 \text{ Kg} = 51950 \text{ N} < 61600 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$P_o = 0,5 F_r + Y_o F_a \rightarrow P_o = 301,7 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 3771,25 \text{ Kg}$

$$C_o = 3771,25 \text{ Kg} = 37712,5 \text{ N} < 68000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.2.2 APOYO B

Para éste apoyo montaremos dos rodamientos cónicos de una hilera apareados frente a frente. Esto se hace puesto que con un rodamiento solo no se consigue soportar las reacciones del apoyo, y además tenemos fuerzas axiales en los dos sentidos, ya que el sentido de esas fuerzas cambia al engranar la marcha de retroceso.

Éste rodamiento será de la casa FAG, con su método de cálculo, ya que en el catálogo SKF no se pudo encontrar un rodamiento apropiado para éste apoyo.

Utilizamos un rodamiento ajustado FAG de 30 mm tipo, 31308A cuyos datos son:

$C = 160.000 \text{ N}$	$e = 0,83$
$C_o = 166.000 \text{ N}$	$Y = 0,82$
	$Y_o = 0,8$

Carga dinámica equivalente

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{632}{1155} = 0,55 < e = 0,83 \rightarrow P = F_r = 1155 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 14437,5 \text{ Kg}$

$$C = 14437,5 \text{ Kg} = 144375 \text{ N} < 160000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

$$\frac{1}{2 \cdot Y_o} = \frac{1}{2 \cdot 0,8} = 0,625$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{632}{1155} = 0,55 < 0,625 \rightarrow P_o = F_r = 1155 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 14437,5 \text{ Kg}$

$$C_o = 14437,5 \text{ Kg} = 144375 \text{ N} < 166000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.3 EJE INTERMEDIARIO

Éste eje, como ya se ha dicho a lo largo de éste documento transmite el movimiento del primario al secundario, y se ha calculado un diámetro de 40 mm.

Las máximas fuerzas que han de soportar los rodamientos en cada apoyo se muestran en la siguiente tabla.

	A	B
Max F_r	326,6 Kg	308,4 Kg
Max F_a	-	198 Kg

21.3.1 APOYO A

En ése apoyo instalaremos un rodamiento de rodillos cilíndricos puesto que no existe fuerza axial en éste apoyo. Concretamente, montaremos un rodamiento de rodillos cilíndricos tipo N, que permite cierto desplazamiento axial (s) para compensar p.ej. las dilataciones térmicas, aunque en nuestro caso serán muy pequeñas.

Utilizamos un rodamiento de 40 mm tipo N208EC, cuyos datos son:

C = 53.900 N	s = 1,4 mm
$C_o = 53.000$ N	

Carga dinámica equivalente

Cuando éstos rodamientos se usan como rodamientos libres y sólo tienen que soportar cargas radiales, la carga dinámica equivalente es:

$$P = F_r = 326,6 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 4082,5 \text{ Kg}$

$$C = 4082,5 \text{ Kg} = 40825 \text{ N} < 53900 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de rodillos cilíndricos sometidos a carga estática:

$$P_o = F_r = 158,6 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 4082,5 \text{ Kg}$

$$C_o = 4082,5 \text{ Kg} = 40825 \text{ N} < 53000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.3.2 APOYO B

Puesto que en éste apoyo tenemos carga combinada, un rodamiento de rodillos cónicos es el más apropiado.

Utilizamos un rodamiento de 40 mm tipo 30208, cuyos datos son:

$C = 61.600 \text{ N}$	$e = 0,37$
$C_o = 68.000 \text{ N}$	$Y = 1,6$
	$Y_o = 0,9$

Carga dinámica equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{198}{308,4} = 0,64 > e = 0,37 \rightarrow P = 0,4 F_r + Y F_a \rightarrow P = 440,2 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 5502 \text{ Kg}$

$$C = 5502 \text{ Kg} = 55020 \text{ N} < 61600 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de una hilera de rodillos cónicos:

$$P_o = 0,5 F_r + Y_o F_a \rightarrow P_o = 332,4 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 4155 \text{ Kg}$

$$C_o = 4155 \text{ Kg} = 41550 \text{ N} < 68000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

21.4 EJE INTERMEDIO DE LA MARCHA ATRÁS

Éste es el eje que alberga la rueda que cambia el sentido de giro para obtener de ésta manera la marcha de retroceso; se le ha calculado un diámetro de 45 mm.

Como las ruedas son de dentado recto, no van a existir fuerzas axiales.

A diferencia de casos anteriores, la rueda girará loca respecto al eje, por lo que montaremos rodamiento de rodillos.

La máxima fuerza radial que soportará el rodamiento será de 357 Kg.

Utilizamos un rodamiento de 35 mm tipo N2207EC, cuyos datos son:

$C = 59.400 \text{ N}$	$s = 2,8 \text{ mm}$
$C_o = 63.000 \text{ N}$	

Carga dinámica equivalente

Cuando éstos rodamientos se usan como rodamientos libres y sólo tienen que soportar cargas radiales, la carga dinámica equivalente es:

$$P = F_r = 357 \text{ Kg}$$

De la relación $C/p = 12,5$, obtenemos que $C = 4462,5 \text{ Kg}$

$$C = 4462,5 \text{ Kg} = 44625 \text{ N} < 59400 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$

Carga estática equivalente

Para rodamientos de rodillos cilíndricos sometidos a carga estática:

$$P_o = F_r = 357 \text{ Kg}$$

De la relación $C_o/p_o = 12,5$, obtenemos que $C_o = 4462,5 \text{ Kg}$

$$C_o = 4462,5 \text{ Kg} = 44625 \text{ N} < 63000 \text{ N} \rightarrow \text{VÁLIDO}$$