

**GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**Curso 2019-2020**

**APLICACIÓN DEL MÉTODO SINGAPUR PARA FACILITAR LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN PRIMARIA**

**Autor/Autora:** Leyre de la Torre Pardo

**Director/Directora:** Jon Anasagasti Aguirre

**En Leioa, a 27 de mayo de 2020**

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| Introducción.....   | 3  |
| 1. Marco teórico y conceptual: antecedentes y estado actual ..... | 4  |
| 1.1 Enseñanza de las matemáticas .....                            | 4  |
| 1.1.1. Resolución de problemas .....                              | 5  |
| 1.1.2. Papel del docente .....                                    | 7  |
| 1.1.3. Enfoque empirista y constructivista .....                  | 8  |
| 1.2 Método Singapur .....   | 9  |
| 1.2.1. Enfoque C-P-A .....  | 11 |
| 1.2.2. Espirabilidad.....   | 11 |
| 1.2.3. Aprendizaje por descubrimiento.....                        | 12 |
| 1.2.4. Variación sistemática.....                                 | 12 |
| 1.2.5. Comprensión instrumental y conceptual .....                | 12 |
| 1.2.6. Aprendizaje significativo.....                             | 13 |
| 1.2.7. Interacción social.....                                    | 13 |
| 1.2.8. La importancia de los materiales .....                     | 14 |
| 2. Metodología.....   | 15 |
| 2.1. Prueba de problemas con alumnado .....                       | 15 |
| 2.2. Entrevista .....   | 16 |
| 3. Resultados.....  | 17 |
| 3.1. Análisis de la prueba de resolución de problemas.....        | 17 |
| 3.2. Entrevista .....   | 19 |
| 4. Conclusiones finales .....                                     | 21 |
| 5. Referencias bibliográficas.....                                | 25 |

## APLICACIÓN DEL MÉTODO SINGAPUR PARA FACILITAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN PRIMARIA

Leyre de la Torre Pardo

UPV/EHU

La resolución de problemas y el razonamiento lógico son procesos fundamentales para obtener una competencia matemática de calidad y hacer frente a las situaciones del día a día. Por su carácter abstracto la resolución de problemas puede resultar compleja y, tras los resultados negativos que hemos obtenido al realizar una prueba de problemas en un centro escolar, hemos contrastado su metodología con el Método Singapur, para ofrecer una propuesta de trabajo propia. Se pretende presentar un método más activo y atractivo, para facilitar la resolución, centrándonos en la comprensión y acercándonos a la realidad del alumnado mediante las fases C-P-A.

*Resolución de problemas, Método Singapur, metodología, comprensión, C-P-A.*

Problemen ebazpena eta arrazoiketa logikoa, kalitatezko konpetentzia matematikoa izateko eta eguneroko egoerei aurre egiteko, ezinbesteko prozesuak dira. Haren izaera abstraktuagatik problemen ebazpena konplexua izan daiteke, eta ikastetxe batean problemen proba bat egitean lortu ditugun emaitza negatiboen ondoren, haren metodologia Singapur Metodoarekin alderatu dugu, lan-proposamen propio bat eskaintzeko. Helburua metodo aktiboagoa eta erakargarriagoa eskaintzea da, ebazpena errazteko, ulermenean zentratuz eta ikasleen errealitatera hurbilduz C-P-A faseen bidez.

*Problemen ebazpena, Singapur Metodoa, metodologia, ulermena, C-P-A.*

Problem solving and logical reasoning are main factors in obtaining quality mathematical competence and dealing with day-to-day situations. Due to its abstract nature, problem solving can be complex and after the negative results we have obtained when carrying out a problem test in a school, we have contrasted its methodology with the Singapore Method, to offer a self-work proposal. The aim is to present a more active and attractive method, to facilitate resolution, focusing on understanding and getting closer to the reality of the students through the C-P-A phases.

*Problem solving, Singapore Method, methodology, understanding, C-P-A*

## Introducción

Todas las personas deberían tener los conocimientos y la formación suficiente para desenvolverse de forma adecuada ante las situaciones que nos encontramos en nuestra vida diaria. Muchas de esas habilidades se consiguen gracias a la enseñanza de las matemáticas, ya que el dominio de esta, nos aporta estrategias para enfrentarnos con éxito a ellas (Echenique, 2006).

“Una persona matemáticamente competente es aquella que comprende los contenidos y procesos matemáticos básicos, los interrelaciona, los asocia adecuadamente a la resolución de diversas situaciones y es capaz de argumentar sus decisiones” (Echenique, 2006, p.16). Los contenidos de esta área cobran sentido al tener que aplicarlos de forma racional, sin ser sistemática, para poder resolver una situación problemática. Por eso, se dice que la resolución de problemas es uno de los procedimientos más importantes, ya que engloba todos los contenidos aprendidos, haciendo que sea un aprendizaje completo y cercano al alumnado (Echenique, 2006).

Teniendo en cuenta la complejidad de esta área por su abstracción, ha de llevarse a cabo un modelo de trabajo que favorezca más la comprensión, respetando la evolución del aprendizaje del alumnado y siendo más cercano y motivador para él.

En un principio el objetivo de este trabajo era evaluar la mejora de la competencia de resolución de problemas en niños de Primaria a partir de la implementación de un módulo propuesto específicamente y basado en Singapur. Pero ante la imposibilidad de poder llevar a cabo dicha implementación, por la cancelación de las prácticas debido a la situación causada a partir del COVID-19, el objetivo se ha centrado en observar los resultados en una prueba que mide la competencia del alumnado, analizar las similitudes de la metodología usada en un centro de Educación Primaria (EP) con el Método Singapur y realizar una propuesta metodológica propia.

Para ello, en primer lugar, se presenta un marco teórico para ponernos en contexto sobre la enseñanza matemática y el Método Singapur. Posteriormente se describe la metodología utilizada, la cual ha consistido en realizar y analizar una prueba de resolución de problemas con el alumnado para observar su competencia, y entrevistar a tres profesoras para contrastar la filosofía de ambos métodos. Tras mostrar y analizar los

resultados obtenidos, se presentan las conclusiones del trabajo. Finalmente, se ofrece una propuesta de trabajo para intentar mejorar y facilitar esta competencia.

## **1. Marco teórico y conceptual: antecedentes y estado actual**

### **1.1 Enseñanza de las matemáticas**

Según el currículo de la educación básica Heziberri, por el que se regulan los contenidos de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma del País Vasco, es necesario incluir las matemáticas por su utilidad en diferentes aspectos importantes. Son necesarias en la vida cotidiana, ayudando a la resolución de conflictos que aparecen en esta. Y por lo que aporta su aprendizaje en la formación intelectual, ya que trabajándola se desencadenan procesos que permiten desarrollar capacidades de carácter muy general (argumentar, inferir, explorar, clasificar, analizar, generalizar, estimar, abstraer...) entre otras cosas (Gobierno Vasco, 2015).

Aún así, a pesar de que es algo esencial y básico, en muchas ocasiones por su carácter formal y abstracto, el alumnado no se siente motivado y puede conducir a un fracaso escolar. Ante estas dificultades, se han buscado diferentes métodos de enseñanza para hacer las matemáticas más amenas y atractivas para el alumnado, acercándolas a su realidad (Casas & Sánchez, 1998).

Contamos con una guía, denominada Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003), que sirve de ayuda para todos los docentes relacionados con el ámbito de las matemáticas. En esta guía, se describen los ejes principales para ofrecer una enseñanza coherente y mejorar la educación matemática. Este manual diferencia dos grandes bloques. El primero con los Estándares de Contenidos en las áreas de Números y operaciones, Álgebra, Geometría, Medida, y Análisis de datos y probabilidad. Y el segundo que trata los Procesos por los que se deben obtener los contenidos citados, Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Conexiones, Comunicación y representación, todos ellos analizados desde diferentes etapas.

Es importante tener presente que para obtener la competencia matemática no es suficiente con saber la terminología y los procesos. Son importantes, pero limitándonos a ellos no nos hace dominarla, porque lo esencial de esta competencia es ponerla en acción para dar respuesta a los problemas que se nos presentan en el día a día. Las

matemáticas constituyen una forma de mirar e interpretar el mundo que nos rodea (Gobierno Vasco, 2015).

Frente a esta situación, la enseñanza matemática tiene como objetivo proporcionar un instrumento eficaz para desenvolverse en los diferentes contextos. Porque no solo es importante lo que se enseña, sino también cómo se enseña (Gobierno Vasco, 2015).

De esta manera, los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003) señalan que una buena educación matemática requiere de igualdad, es decir, hay que ofrecer al alumnado unos mínimos para que todos la puedan alcanzar. Así se conseguirá una base para poder convivir. Los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente un nuevo conocimiento desde la experiencia y basándose en lo aprendido previamente.

En este sentido uno de los apartados a los que más importancia se le da tanto en el curriculum de Heziberri como en las directrices del NCTM, es la resolución de problemas. En el NCTM es uno de los procesos más importantes y dentro del curriculum Heziberri, vemos que el apartado de matemáticas se articula a partir de la resolución de problemas.

### **1.1.1. Resolución de problemas**

Dentro de los estándares de procesos, el apartado de resolución de problemas tiene un gran potencial, porque es parte integral de todo el aprendizaje matemático. No se debe trabajar como parte aislada, sino integrada con todos los contenidos porque le da sentido a lo trabajado de antemano. Gracias a eso, se ve la utilidad que tiene lo aprendido en la de la vida cotidiana, ofreciendo un aprendizaje completo. Como indica el NCTM, “la resolución de problemas da oportunidades para usar y ampliar el conocimiento de los conceptos de todos los Estándares de contenidos” (NCTM, 2003, p.120). Como este proceso no habilita el procedimiento automático, promueve al alumnado a recurrir a sus conocimientos, haciendo comprender lo realizado (Castro & Ruiz, 2015; NCTM, 2003).

Un problema es un desafío cognitivo al que hay que darle respuesta, y cada uno es responsable de descubrir la vía más adecuada para alcanzarla. El problema debe ser un reto, sin tener la respuesta al instante, se debe ir descubriendo poco a poco tras realizar

diferentes intentos. Por lo que la indagación es fundamental, al igual que las acciones y la toma de decisiones. Si previamente se conoce la acción a realizar, podemos estar ante aplicaciones rutinarias y no ante problemas (Castro & Castro, 2016; Castro & Ruiz, 2015).

La resolución de problemas se define como una actividad complicada que obliga al estudiante a usar la razón, favoreciendo el desarrollo del pensamiento y la competencia matemática. Para ello utiliza diferentes estructuras tanto conceptuales como procedimentales de análisis que progresivamente aumenta el grado de complejidad (Juárez & Aguilar, 2018).

El razonamiento y la resolución de problemas son factores principales en las matemáticas. Son esenciales para un conocimiento matemático de calidad junto con las competencias de comunicación, las conexiones entre contenidos y la representación. Por consiguiente, se consideran la base del aprendizaje matemático (Castro & Castro, 2016; Juárez & Aguilar, 2018).

Con el trabajo de la resolución, uno de los principales objetivos es que el alumnado consiga transferir el aprendizaje de un contexto a otro; que no se centren únicamente en un ejercicio sino que lo puedan extender a otras áreas. Se debe utilizar el conocimiento previo para la resolución de un problema, y aplicar todas las técnicas y recursos que uno obtenga (Castro & Ruiz, 2015).

Muchas veces nos limitamos a que los estudiantes resuelvan los problemas que se les presenta. Pero una prueba eficaz para observar si realmente están comprendiéndolo y para que progresen en la resolución de problemas es que el alumnado plantee sus propios enunciados.

No debemos menospreciar su potencial y es importante darles espacios para que puedan demostrar sus habilidades. Gracias a esto, se impulsa la creatividad y mejora la comprensión matemática de los que lo realizan. El alumnado se interesa en las matemáticas, ya que es él quien elige de qué hablar, favoreciendo su motivación. Además, en ese proceso desarrolla las habilidades de razonamiento y aprende a expresar sus ideas, compartiéndolas con los demás (Castro & Ruiz, 2015).

El trabajo de la resolución de problemas no tiene que estar orientado solo a los mayores, sino que en todas las edades es posible su ejecución. De esta manera, los más

pequeños van desarrollando habilidades básicas y de pensamiento, que van aumentando de nivel con la aplicación de diversas estrategias (NCTM, 2003).

Pólya plantea que la resolución de problemas es un procedimiento que utilizamos y aplicamos en cualquier entorno de la vida diaria. Considera muy necesario aprender a resolver problemas y para ello establece que los docentes tienen que ser los guías que ayuden al alumnado para que adquiera la mayor experiencia en esa resolución (Juárez & Aguilar, 2018).

Para facilitar este proceso propone cuatro fases a seguir: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan diseñado y evaluar lo realizado. En esta propuesta cada fase va unida a una serie de preguntas que sirven de ayuda para ejecutar la acción. (Juárez & Aguilar, 2018).

Para que la resolución de problemas se desarrolle de forma eficaz, es muy importante la actitud que adopte el profesorado en el proceso de la enseñanza.

### **1.1.2. Papel del docente**

El o la docente tiene un papel fundamental, ya que debe proporcionar a los estudiantes oportunidades para interactuar sobre situaciones problemáticas. Para conseguirlo de forma eficaz lo debe presentar de forma interesante y atractiva, motivando y acercándose a la realidad del alumnado, para que en vez de abandonar al encontrar alguna dificultad, persistan en la búsqueda de la solución (Castro & Castro, 2016; Juárez & Aguilar, 2018).

Además, los problemas planteados siempre deben ser adecuados al nivel del alumnado; debe ser un reto, con la dificultad justa, no algo imposible de resolver. Si se realiza de forma adecuada se alimentará una actitud activa dispuesta a descubrir y relacionar conceptos con otros ya adquiridos (Castro & Castro, 2016).

El profesorado se tiene que limitar a ser el guía en el proceso de construcción del conocimiento, dejando a los estudiantes ser los protagonistas del aprendizaje. Debe impulsar al descubrimiento de los nuevos conceptos de forma autónoma. Dependiendo los estímulos que ofrezca el o la docente serán cruciales en los resultados del aprendizaje (Zúñiga, 2013).



En cuanto a la evaluación es importante que se evalúe el proceso, la riqueza de ejecución de diversas estrategias, el progreso y el dominio de los procedimientos, por encima de conseguir el resultado (Castro & Ruiz, 2015).

El profesorado, necesita de una preparación constante, conocer en todo momento las nuevas propuestas que se adaptan a los cambios de la sociedad, favoreciendo el progreso de los estudiantes. Con la formación adecuada, se adquieren nuevos recursos para una educación integral, ya que los docentes son los encargados de construir situaciones ideales de estudio (NCTM, 2003).

A lo largo del tiempo la resolución de problemas se ha trabajado desde diferentes enfoques, tratando de ir acercándose a las necesidades del alumnado.

### **1.1.3. Enfoque empirista y constructivista**

Según Castro y Ruiz, (2015) respecto a la enseñanza de las Matemáticas, a pesar de que la metodología va evolucionando, todavía quedan muchos centros donde se trabaja de manera muy tradicional. Se realiza desde un enfoque más empirista, sin unir los contenidos entre las materias, lo que dificulta la comprensión a los estudiantes.

Con el paso de los años se han diferenciado dos enfoques dentro de la enseñanza. En el enfoque empirista, el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se sustenta en un trabajo de imitación. El alumnado se limita a aprender lo que el profesor explica, a través de clases magistrales, actuando como agente pasivo. Es una relación de estímulo-respuesta. No se contextualizan los saberes, pues se considera al alumnado incapaz de construir conocimientos y no se consigue un aprendizaje significativo. Se piensa que los alumnos llegan como recipientes vacíos, desvalorando la capacidad que tienen (Castro, Del Olmo & Castro, 2002).

Este tipo de modelo teórico está debilitándose por la presencia del constructivismo, que aparece con ideas opuestas. Dicho modelo considera que el aprendizaje debe ser resultado del trabajo propio del alumnado, requiriendo tiempo para afianzarse y consolidarse. (Arteaga & Macías, 2016).

Arteaga y Macías, (2016) afirman que el aprendizaje se apoya en la acción. Usando este modelo, la acción concreta sobre objetos reales y la utilización de los sentidos les permitirán comprender, construir y asimilar conocimientos propios del

pensamiento lógico-matemático. El aprendizaje no consiste en una simple memorización y acumulación de saberes a partir de la nada, sino que mediante la adaptación y reorganización de las ideas previas que se poseen, se forman e integran los nuevos conocimientos. Además, se considera que la interacción entre iguales favorece el aprendizaje. Para esta teoría la comprensión es lo esencial en el conocimiento matemático.

Muchos autores han analizado diversos enfoques y muchos afirman que el constructivismo favorece la educación completa del alumnado. Respaldando esta idea, han surgido varias metodologías; nosotros nos vamos a centrar en una de ellas, el Método Singapur.

## **1.2 Método Singapur**

En el año 1980, ante los malos resultados obtenidos en el área de matemáticas, el Ministerio de Educación de Singapur decidió cambiar la metodología que se estaba llevando a cabo. La principal razón era que se estaba impartiendo una enseñanza tradicional, donde predominaban los cálculos y el aprendizaje memorístico, lo que llevaba a que los estudiantes no comprendieran lo que realizaban (Fernández, 2017; Gamarra, Cajachahua, Mariela & Vilcapoma, 2019).

A partir del año 1992, para hacer frente a ese problema, en Singapur se aplica un método dinámico para la enseñanza de las matemáticas, que se convirtió en uno de los mejores en esta área. Posteriormente, se conocería como “Método Singapur” (Lucila, Castillo & Niño, 2016).

El Método Singapur es una aplicación pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas. Se basa en acercarse a la vida real utilizando materiales concretos. Es el resultado del conjunto de ideas de métodos de enseñanza muy efectivos, propuestas por autores como Jerome Bruner, Zoltan Dienes o Richard Skemp. En este método no predomina la memorización, la enseñanza de procedimientos o la aplicación de fórmulas, sino que se busca la comprensión (Delgado, Mayta & Alfaro, 2018).

Según Morales (2012), el método permite que los estudiantes construyan sus propios aprendizajes, plasmando sus ideas y desarrollando un pensamiento lógico en lugar de memorizarlas. Esta metodología busca romper con la enseñanza tradicional.

Sugiere enseñar a los estudiantes la solución de problemas de forma autónoma, abordando así la capacidad de aprender a pensar.

Se citan ocho pasos a seguir para resolver de manera sencilla los problemas matemáticos: (Juárez & Aguilar, 2018):

- 1) Se lee el problema.
- 2) Se decide de qué o de quién se habla.
- 3) Se dibuja una barra unidad (es un rectángulo que representa la cantidad total).
- 4) Se relee el problema frase por frase.
- 5) Se ilustran las cantidades del problema.
- 6) Se identifica la pregunta.
- 7) Se realizan las operaciones correspondientes.
- 8) Se escribe la respuesta con sus unidades.

Con este método se consigue un pensamiento adecuado, ya que se puede aplicar desde los primeros cursos de primaria partiendo de lo concreto, hasta conseguir llegar a lo abstracto. Respeta las diferentes etapas y busca una resolución más natural de los estudiantes a los problemas matemáticos. Para favorecer este proceso se apoya en lo visual, para que los alumnos puedan comprenderlo de forma más clara (Rivas, 2018).

El aprendizaje por este método se consigue mediante la estructura pentagonal. El currículo de la enseñanza de las matemáticas de Singapur sigue un sistema, en el que el centro es la resolución de problemas. Este engloba habilidades, procesos, conceptos, metacognición y actitudes que están interrelacionadas con el objetivo de su obtención para el desarrollo del eje central (Fernández, 2017; Zúñiga, 2013).



Imagen 1. Pentágono Singapur

Gracias a esto, se desarrollan habilidades cognitivas y metacognitivas a través de la diversión y la atracción de los recursos utilizados, surgiendo una actitud positiva hacia las matemáticas (Espinoza, Matus, Barbe, Fuentes & Márquez, 2016).

Esa actitud positiva se consigue gracias a que el Método Singapur, está basada en las ideas de varias teorías del aprendizaje, que favorecen al aprendizaje del alumnado.

### **1.2.1. Enfoque C-P-A**

Jerome Bruner en su teoría del aprendizaje, propone el enfoque C-P-A (Concreto, Pictórico y Abstracto). Este enfoque consiste en la obtención de conocimientos a través de diferentes fases que pasan por lo concreto, lo pictórico y lo abstracto (Zúñiga, 2013).

Empieza con lo concreto, la fase que se pone en práctica en los primeros años con el contacto directo de los objetos, trabajando mucho la manipulación y el descubrimiento, ofreciéndole experiencias personales. Pasa a lo pictórico, donde se representan los datos a través de imágenes, gráficos, para que lo visual siga facilitando la comprensión. De esta forma esas experiencias personales se relacionan con las imágenes mentales. Y por último, la etapa finaliza con lo abstracto o simbólico, traduciendo esa expresión concreta y pictórica en símbolos y signos matemáticos (Chang, Lee, & Koay, 2017; Fernández, 2017; Gamarra et al., 2019).

El objetivo principal es tener en cuenta el proceso evolutivo natural del ser humano respetando las diferentes etapas que nos presenta Piaget, para favorecer la comprensión y construir significados.

### **1.2.2. Espirabilidad**

Por otro lado está el enfoque en espiral de J. Bruner, que permite a los alumnos aprender un mismo contenido varias veces pero sin repetir la tarea matemática, ya que constantemente se revisan los temas ya presentados para que los alumnos puedan ir profundizando los contenidos. Se les brindan múltiples oportunidades, a medida que mejoran su capacidad, introduciéndolos de forma gradual. Por eso el proceso de aprendizaje logra gran significación, ya que no consiste en sobrecargar al niño con conceptos, sino en buscar su comprensión real y entendimiento de forma progresiva (Jotadelo, 2018; Tapia, 2019).

Este método defiende que no es necesario atrasar contenidos por creer que son difíciles. Se pueden ir trabajando desde temprana edad, familiarizándose con ellos hasta que llegan a comprenderlos.

### **1.2.3. Aprendizaje por descubrimiento**

Otra de las aportaciones de Bruner al método de Singapur es la teoría del descubrimiento. Se busca que los estudiantes aprendan de manera autónoma, descubriendo por sí mismos los conceptos, relaciones y procedimientos. El profesorado es el encargado de estimularlos organizando situaciones problema que los motive. En este método no se le da importancia a los hechos específicos y los detalles, sino que se busca un aprendizaje más general. Bruner cree que se puede dar el razonamiento inductivo, es decir, partir de lo particular para llegar a lo general, transfiriendo lo aprendido mediante relaciones (Jotadelo, 2018).

### **1.2.4. Variación sistemática.**

Las actividades deben presentarse de manera progresiva y motivadora, sin ser repetitivas. Por ello, Zoltan Dienes defendía la variabilidad sistemática, es decir, el uso de diferentes métodos para el trabajo de un mismo contenido. Esto da pie a diferentes posibilidades, que ayuda a la comprensión. Con esta amplia variedad los estudiantes tienen la oportunidad de elegir la opción que mejor les convenga. El alumnado logra con este sistema matemático aplicarlo en la vida real, permitiendo relaciones en múltiples situaciones (Delgado et al., 2018).

### **1.2.5. Comprensión instrumental y conceptual**

Skemp diferencia dos tipos de comprensiones fundamentales para el aprendizaje matemático. Por un lado está la comprensión conceptual, como la capacidad de explicar el conocimiento para la resolución de un problema (saber qué). En este tipo, cada estudiante crea sus estrategias, no se limita a una sola manera de aplicación ya que diversas pueden ser validas, por lo que la comprensión de los conceptos está presente. Por otro lado la comprensión instrumental, es la capacidad de resolver una operación matemática (saber cómo). En este caso se siguen procesos automatizados, secuencias

predeterminadas aprendidas de antemano que solo necesitan de su aplicación, por lo que resalta la memorización ante la comprensión (Tapia, 2019).

No es suficiente con una sola comprensión, porque además de saber realizar operaciones, lo más importante es comprenderlas, por lo que ambas deben ir unidas para conseguir un aprendizaje adecuado, significativo (Castro, Prat, & Gorgorió, 2016).

### **1.2.6. Aprendizaje significativo**

Un aprendizaje significativo según Ausubel es cuando los nuevos contenidos se conectan con las ideas preestablecidas del alumno. Realizando esa conexión de forma adecuada se conseguirán progresivamente conocimientos más elaborados y estables (Rodríguez, 2011).

Por ello, es importante conocer la estructura cognitiva del alumno, ya que la enseñanza no se desarrolla sobre mentes en blanco, sino que los alumnos cuentan con unos conocimientos previos que afectan a su aprendizaje. Ausubel (citado en Viera, 2003) afirma: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría éste: de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto, y enséñese consecuentemente”. De acuerdo con esto, el papel del profesorado consiste en llevar a cabo esa manipulación del conocimiento previo de manera efectiva (Ausubel, 1976; Rodríguez, 2011).

La teoría de Ausubel incentiva a la reflexión, ya que consiguiendo hacer conexiones y comprendiendo lo aprendido, se da la capacidad de transferir ese nuevo aprendizaje a diferentes contextos, surgiendo la transferencia (Viera, 2003).

### **1.2.7. Interacción social**

Vygotsky afirma que el ser humano no es individualista, sino social, ya que necesita de la interacción para su desarrollo cognitivo (Delgado et al., 2018).

Para Vygotsky, existen dos niveles de desarrollo, el primero de ellos es el Desarrollo Real, donde el estudiante puede dar solución a los problemas de forma independiente, mientras que en el segundo, nivel de Desarrollo Potencial, el alumno necesita la ayuda de un adulto o de otro compañero más capaz. La distancia que se da

entre ambos niveles se le llama Zona de Desarrollo Próximo. La Zona de Desarrollo Próximo define los aspectos que todavía no se han desarrollado, pero que están en proceso de aprendizaje. Por eso, el alumnado mejora en su aprendizaje si se hace de forma grupal, ya que el idioma entre iguales ayuda en la comprensión (Carrera, & Mazzarella, 2001; Delgado, et al., 2018).

Todas estas teorías sirven como bases del Método Singapur, que se desarrolla utilizando diversos materiales.

### **1.2.8. La importancia de los materiales**

El Método Singapur apuesta por los materiales manipulativos para facilitar la resolución de problemas. Con estos materiales se puede manipular y experimentar y esa experiencia es la que hace comprender mejor los conceptos. Una de las razones más relevantes es el poder visual que tienen, y que permiten crear imágenes para conectarlas con los conocimientos previos para ir formando un aprendizaje nuevo.

En los primeros años el material didáctico es necesario. Gracias a él, se posibilita el aprendizaje real de los conceptos y hace que el proceso sea más motivador. Para conseguir un aprendizaje eficaz el alumno tiene que estar activo. Se debe basar en aprender haciendo, de esta forma las experiencias son más ricas. La manipulación es el camino concreto para la abstracción (Arrieta, 1998; Castro & Castro, 2016).

Algunos de los materiales didácticos más utilizados en esta metodología son los siguientes: Balanza numérica, Bloques Lógicos, Bloques Multibase, Cubos conectados, Geoplano, Tangram... Cada material no se limita a una sola función, dependiendo de su uso pueden ser útiles en los diversos bloques, ya que se pueden adaptar según el bloque que se vaya a trabajar.

Hoy en día, desafortunadamente, en la escuela se favorece prácticamente solo la parte verbal, más lógica, dejando de lado la no verbal, la más creativa donde se piensa y recuerda en imágenes. Pero el objetivo debe ser conseguir el desarrollo global. El uso de materiales manipulativos favorece este hemisferio olvidado (Muñoz, 2014).

## **2. Metodología**

Este estudio pretende ofrecer una propuesta que favorezca la comprensión de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para ello, se ha analizado la competencia de resolución de problemas que tiene el alumnado. Tras ese análisis y observar las similitudes que tiene el método de un centro de EP con el Método Singapur, se ha presentado una propuesta de trabajo propia basada en el Método Singapur donde se desarrollan las fases C-P-A. Este centro, donde se han realizado las prácticas, se ha elegido por hacer un uso habitual de los materiales didácticos; esto favorece que la propuesta se adapte a su filosofía.

La investigación se ha realizado con una metodología tanto cualitativa, como cuantitativa, haciendo uso de un enfoque que permite comprender cómo la gente percibe, entiende e interpreta lo expuesto (cualitativa) y a su vez, favoreciéndonos del análisis de datos para dar objetividad (cuantitativa) (Rodríguez & Valdeoriola, 2009).

En esta investigación realizamos el análisis de una prueba de problemas, una entrevista a profesores y en base a ello, presentamos una propuesta de trabajo.

### **2.1. Prueba de problemas con alumnado**

La realización de la prueba de problemas se ha desarrollado para observar cómo se desenvuelve el alumnado ante ellos, para ver sus dificultades, puntos fuertes o estrategias que llevan a cabo.

Los participantes en esta prueba han sido los alumnos de primero de primaria del colegio de San Pelayo (Ermua). Se trata de un solo grupo formado por 27 alumnos, de los cuales 20 son niños y 7 niñas.

Para realizar la prueba contaron con 30 minutos. Antes de su resolución se leyeron en voz alta para facilitar la comprensión, teniendo en cuenta las dificultades de lectura que tienen con esa edad. Además de seguir la estructura preestablecida que tienen ante los problemas, se les dio la oportunidad de hacer uso de todo el material que creyeran necesario para la resolución de estos.

La prueba consta de 6 problemas (anexo A.1) similares a los realizados en clase anteriormente, y se centran en los contenidos de la suma y la resta, exceptuando un



problema trampa que no se puede resolver, con el fin de analizar su uso de la lógica. Los resultados de esta prueba se han recogido de forma individualizada, a través del papel, para realizar un análisis más profundo y se ha analizado tanto de forma cuantitativa (número de resoluciones correctas e incorrectas) como de forma cualitativa (atendiendo a las respuestas dadas).

## **2.2. Entrevista**

Para el desarrollo del trabajo, se ha visto oportuno conocer la realidad de la metodología impartida en el área de matemáticas del centro, así como la opinión que tienen acerca de su forma de trabajar, los recursos que utilizan para su desarrollo y la disponibilidad para cambiar a otro método que mejore el nivel de actitud y aptitud en el área de Matemáticas. Con el fin de ofrecer unos resultados detallados se realizó una entrevista diseñado específicamente para este fin.

Las personas entrevistadas han sido tres; la profesora de infantil (5 años) (K), la profesora de primer ciclo (E) y finalmente la de segundo ciclo (M.C). La selección de estas profesoras ha sido para poder contrastar las respuestas tanto del ciclo anterior como del posterior al que se va a presentar la propuesta, ya que este colegio solamente cuenta con una línea por nivel.

La entrevista está dividida en 6 bloques. El primero de ellos recoge los datos personales de la entrevistada: años que ha ejercido esta área, formaciones, especialidad... En el segundo nos adentramos en la enseñanza de las matemáticas, preguntando acerca de la opinión de la importancia de esta, los pilares básicos en esta enseñanza, las dificultades que se encuentran... A continuación, el tercer bloque está reservado para hablar sobre el papel del docente, así como, si está estructurado su método de impartición, el papel que adopta, la coordinación con otros... El cuarto bloque es de los más extensos, que incluye preguntas acerca de las teorías en las cuales se basa el Método Singapur, para poder observar la diferencia o similitud con las ideas que se llevan a cabo en este centro. El quinto bloque es más específico, ya que se centra en el apartado de problemas, acercándose al tema de la propuesta. Y finalmente, el sexto bloque está orientado para ver la actitud hacia posibles cambios.

Se ha intentado que las preguntas de esta entrevista no sean cerradas para poder abordar la máxima información posible. La entrevista se realizó de forma presencial,

cara a cara con la investigadora, donde las respuestas han sido grabadas, para poder analizarlas de forma más detenida.

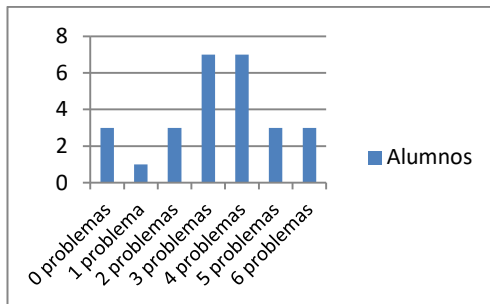
### 3. Resultados

#### 3.1. Análisis de la prueba de resolución de problemas (anexo A.2).

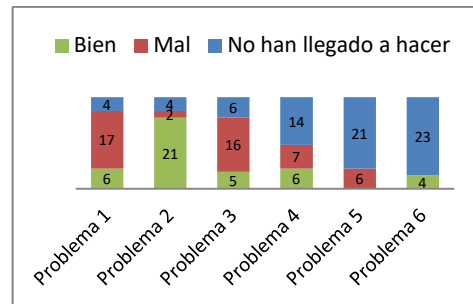
En la realización de esta prueba, 17 alumnos recurren a la ayuda del material manipulativo, los Bloques Multibase, y los 10 restantes no hacen uso de ellos, aunque 2, lo hacen de forma pictórica, mediante el dibujo de las barras.

Desde un principio llama mucho la atención la gran diferencia de niveles con la que cuenta esa clase. Mientras unos finalizan en 5 minutos, otros no logran resolver ningún problema en los 30 minutos establecidos.

De todos los alumnos, la mayor parte no logra terminar toda la prueba y solo 3 de ellos son capaces de realizar los 6 problemas, (Gráfica 1).



Gráfica 1. Número de alumnos que han realizado  $x$  problemas



Gráfica 2. Número de alumnos que han resuelto los problemas


A pesar de que la gran mayoría realiza tres o cuatro problemas y algunos incluso más, de todo el alumnado, solamente 2 parecen comprender debidamente lo que realizan, puesto que son los únicos que a pesar de no terminar toda la prueba, no cometen ningún error.

Observamos que son muchos los estudiantes que no pueden resolver los problemas. Frente a los 120 presentados, sólo 42 han sido bien resueltos, 48 de forma errónea y 72 se han quedado sin resolver. En general se puede observar una competencia insuficiente tal y como se muestra en la Gráfica 2.

Diferenciamos dos tipos de errores, procedimentales y de comprensión. En cuanto a los procedimentales, encontramos el fallo en la colocación de datos y en la realización

de la operación. 6 personas todavía tienen problemas de colocación de datos y es un error básico que deben controlar.

En una fiesta de cumpleaños hay 37 personas, 14 de ellos son adultos ¿Cuántos niños hay?



|   |   |
|---|---|
| D | U |
| 3 | 7 |
| - | 1 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |


- En la fiesta de cumpleaños hay 22 niños.

Imagen 2. Fallo en la colocación de datos (p.3)

El fallo que se observa en la realización de la operación, lo consideramos en este caso de menor importancia. Parece que lo han entendido y es posible que sean meros despistes a la hora de realizar el cálculo, o el hecho de que haya que reforzar más el bloque de las operaciones, no la comprensión.

En cuanto al error de comprensión, nos encontramos con el fallo de la operación a realizar, es decir, que se confundan en la selección del proceso que deben llevar a cabo, 16 de ellos lo han cometido. Esto nos preocupa más, porque este fallo es señal de que no se ha entendido lo que el problema solicita. Esto se observa sobre todo en los problemas 1 y 3, ya que son problemas de resta pero sin ser directa, teniendo que partir del total.

El sábado hay un cuentacuentos y pueden ir 48 niños, se han apuntado 34 ¿Cuántos niños más pueden ir?



|   |   |
|---|---|
| D | U |
| 4 | 8 |
| + | 3 |
| 4 | 2 |
| 8 | 2 |

- Pueden ir 82 niños más.

Imagen 3. Error de comprensión (p.1)

El problema 2, es una suma directa y es el que más alumnos lo resuelven sin grandes dificultades, 21 personas dan con su solución. Por otro lado, el problema 5, es trampa, ya que no se puede resolver, aún así todos los que llegan a este problema, 6 personas, lo intentan sumando (imagen 4).

Llama la atención el método diferente que utiliza uno de los alumnos para resolver los problemas, ya que lo hace de una forma mucho más intuitiva y no de forma procedimental o formal (imagen 5).

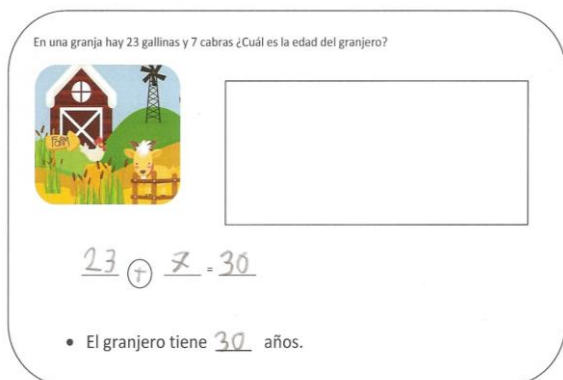


Imagen 4. Problema trampa (p.5)

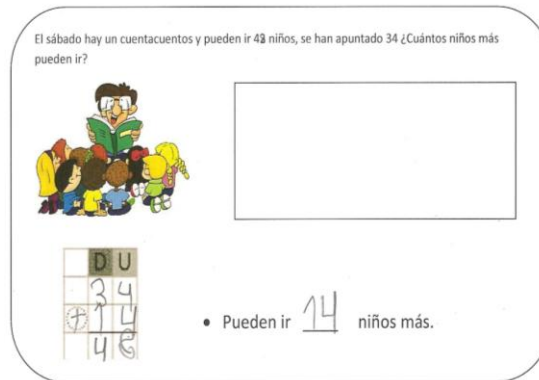


Imagen 5. Estrategia de resolución por intuición de un alumno (p.1)

### 3.2. Entrevista (registradas en el anexo A.3)

En cuanto a la **información personal** vemos que las tres profesoras llevan más de 33 años trabajando como docentes y todas ejerciendo en el área de matemáticas desde sus inicios, siendo las responsables de un ciclo. A pesar de que ninguna de ellas tiene alguna titulación específica de matemáticas, han recibido abundantes formaciones en este ámbito, destacan las realizadas por el fundador del centro y creador del método que siguen llevando a cabo hoy en día.

Acerca de la **enseñanza de las matemáticas** opinan que es muy importante para el alumnado, ya que es un aspecto que les permite potenciar el razonamiento, dándoles estrategias de lógica. Es fundamental para el desarrollo de su inteligencia y a su vez, son necesarias para desenvolverse en la vida diaria de cada uno.

Por ello uno de los pilares básicos es que lo entiendan; dan importancia al razonamiento, para lograr una lógica mejor porque al igual que Piaget están de acuerdo con que “las matemáticas no se aprenden, se hacen, se manipulan, se observan, se experimentan” (K). Junto a ese pilar el disfrute es otro destacable. Creen que con la obtención de esas características las matemáticas pueden llegar a ser una asignatura atractiva.

Muchas veces el alumnado muestra una actitud negativa hacia la materia y nuestras entrevistadas afirman que es porque sigue habiendo déficits en la manera de enseñarlas. En muchos sitios se sigue trabajando de forma tradicional, “no se le dedica

el tiempo adecuado a la comprensión y al razonamiento; nos preocupamos de la obtención de contenidos banales, contenidos vacíos y de procedimientos” (K). Por ello, es fundamental el papel que adopta **el docente**, puesto que él es el encargado de proporcionar espacios y actividades adecuadas para el alumnado, dejando que ellos sean los protagonistas, haciendo una buena selección de la metodología.

Respecto a la **metodología**, podemos comprobar que estas profesoras no están a favor del método tradicional, no lo consideran eficaz porque lo consideran una estrategia nada comprensiva. Frente a esto ellas apuestan por una metodología activa, basada en la observación, manipulación, experimentación, reflexión y análisis de datos, la cual incluye estrategias de aprendizaje cooperativo.

Ellas le dan prioridad a la comprensión de los contenidos. “Si no hay comprensión, no hay avance, [...] se convierte en memoria y la memoria se olvida” (K). Para ello, proponen empezar de lo concreto para llegar a lo abstracto y realizar el aprendizaje por descubrimiento, partiendo de lo que ven a su alrededor, de sus experiencias... Eso hace que trabajen de forma más autónoma, deduciendo por su cuenta. Prefieren “que lo descubran ellos, eso es lo que nunca se olvida” (M.C).

Trabajan en espiral apoyándose en lo anterior, y volviendo a trabajar los mismos contenidos, ampliando la complejidad, “me voy apoyando en lo ya conocido, todo es como muy cíclico” (E). Por lo que dan importancia al aprendizaje significativo, “porque si no, llegas a cajones compartimentados, que no tienen sentido [...] Primero tienes que tantear que contenidos tienen y luego seguir añadiendo. Se parte de lo sencillo y a medida que observas que lo controlan se va aumentando” (E). “Depende de cómo venga la semilla, tienes que tirar o por un sitio o por el otro” (M.C).

En relación con el C-P-A, para favorecer la comprensión, consideran esencial el material didáctico. “Por mucho que se lo enseñes no sirve, tienen que tocar y comprobar la explicación por ellos mismos” (E). Afirman que están bien dotados en cuanto a materiales manipulativos, ya que cuentan con una variedad muy amplia de ellos. Eso les ayuda a trabajar un mismo contenido de diferentes maneras, haciéndoles ver que no solo existe un camino. Se les ofrece diferentes métodos y cada uno elige el que mejor comprende, con el objetivo de que obtengan diversas estrategias, sin imponer ninguna.

A su vez, están a favor de que se imparta el área de matemáticas trabajando en grupo. Usan las estructuras de aprendizaje cooperativo. Con este tipo de actividades creen que benefician a los alumnos fortaleciendo el lenguaje matemático e impulsando la reflexión, sin caer en un trabajo mecánico.

En cuanto el ámbito de **resolución de problemas**, sí creen que es complejo “porque requiere no solo dominar y conocer los números sino que requiere una cosa que es muy importante en matemáticas que es dominar el pensamiento abstracto, porque ellos no palpan muchas veces” (K). Si se trabaja poco es cuando resulta complicado, pero si lo entienden y se familiarizan con ellos, “le van cogiendo gusto y lo demandan” (M.C). Para la resolución de estos siguen una estructura predeterminada y piensan “que en todas las etapas se puede incorporar adaptándolos a sus realidades y a su edad, ya que se pueden crear situaciones de forma más manipulativa” (E). Ellas no tienen la resolución de problemas como eje central de su metodología. Lo tienen más como complemento para completar el aprendizaje, incorporándolo en todos los temas pero de forma transversal.

Consideran que no son reacias a **cambiar**. Están muy contentas con el método que se imparte, ya que lo consideran especial y eficaz. Aun así, siempre lo han ido adaptando y modificando a medida que avanza el tiempo para estar lo más acorde posible a la situación del alumnado.

Todas ellas han oído hablar del Método Singapur, pero ninguna sabe exactamente en qué consiste. Están dispuestas a obtener formación acerca de él, ya que piensan que muchas de las teorías en las que se basa van acorde con la metodología que ellas imparten: “Creo que lo que no se conoce no se puede valorar, hay que estar abierto, siempre aparecen cosas nuevas que lo que hacen es enriquecer la profesión” (K).

#### **4. Conclusiones finales**

Hemos podido observar que para obtener la competencia matemática no es suficiente conocer los contenidos y los procesos. La resolución de problemas por su carácter formal y abstracto exige de la comprensión, dominio de estrategias, saber conectar los conocimientos obtenidos de antemano y transferirlos a situaciones nuevas, considerándose así la base del aprendizaje matemático. Por ello, tal y como menciona el

currículo de Educación Básica (Gobierno Vasco, 2015), no solo es importante lo que se enseña, sino también cómo se enseña.

Con el estudio que hemos realizado acerca de los principios metodológicos que tienen en el centro, se ve que apuestan por una metodología activa, basada en la observación, manipulación, experimentación, reflexión y análisis de datos, la cual incluye estrategias de aprendizaje cooperativo, basándose así en el enfoque constructivista que nos muestran Arteaga y Macías (2016).

Comparten muchas de las ideas con el Método Singapur, ya que para ellos el pilar básico es la comprensión. Para favorecer esa comprensión consideran que el uso de los materiales manipulativos es muy válido y es por ello que hacen mucho uso de ellos. Tal como indican Arrieta, 1998; Castro y Castro, 2016 en los primeros años el material didáctico es necesario porque el aprendizaje se debe basar en aprender haciendo. Además, buscan la variedad para trabajar un mismo concepto de diferentes maneras, para que cada alumno vaya eligiendo e interiorizando las estrategias más adecuadas a uno mismo.

En la prueba de problemas hemos podido observar cómo el alumnado se apoya en los Bloques Multibase para realizar la tarea con mayor seguridad. Por otro lado, un alumno ha mostrado una estrategia intuitiva para la resolución de los problemas por lo que esa variedad sí que resulta eficaz para algunos de ellos. Eso hace que ambas comprensiones tanto la instrumental como la conceptual vayan unidas en su enseñanza, aspecto fundamental según Castro, Prat, y Gorgorió (2016).

El uso de ese material manipulativo fortalece la idea de partir de lo concreto, para llegar a lo abstracto, la cual se aproxima al C-P-A del Método Singapur y se le da importancia para ofrecer espacios de manipulación, experimentación... impulsando el aprendizaje por descubrimiento y el trabajo autónomo, buscando así como afirma Rivas (2018) una resolución más natural. También se basan en la espirabilidad porque retoman los mismos contenidos a lo largo del curso sumando complejidad progresivamente. Por lo tanto, consideran que el aprendizaje significativo es fundamental, es decir, iniciar la enseñanza desde lo que ya se sabe.

A pesar de la similitud de las ideas con el Método Singapur y la gran importancia que le dan a la comprensión, tras analizar la prueba de resolución de problemas, hemos

podido comprobar que los alumnos presentan grandes dificultades, por lo que consideramos conveniente que el método sea revisado.

Las similitudes de ambas metodologías se alejan en el apartado de resolución de problemas. En el caso del Método Singapur la resolución de problemas es el eje central, mientras que en este centro lo trabajan de forma indirecta, siendo un complemento de los demás contenidos. Por lo que uno de los errores que podemos observar como aseguran Castro y Ruiz (2015), es el trabajo de este bloque de forma aislada. Teniendo en cuenta que el apartado de resolución de problemas es parte integral de todo aprendizaje, se debe trabajar junto con todos los contenidos. Gracias a eso se le da sentido a todo lo trabajado de antemano teniendo la capacidad de aplicarlo a la vida cotidiana.

En comparación con los demás contenidos que abordan en este centro de una forma innovadora, el trabajo de la resolución de problemas es más tradicional, acercándose al enfoque empírico que reflejan Castro, Del Olmo y Castro (2002), presentándoles una situación en las que el alumnado se limita a su resolución, sin ser activo. Para los alumnos ese método puede no resultarles motivador y por ello interfiere en la actitud negativa hacia los problemas considerándolos complejos.

Castro y Ruiz, 2015; Juárez y Aguillar, 2018 señalan que este proceso no se basa en procedimientos automáticos, promueve al alumnado a recurrir a sus conocimientos, haciendo comprender lo realizado. Pero como hemos comprobado una gran mayoría no ha conseguido resolver los problemas y solamente dos personas han conseguido resolver todo lo que han realizado de forma adecuada. La comprensión, en muchas ocasiones estaba ausente, haciendo que los alumnos resolvieran los problemas de forma mecánica, sin disfrutar del proceso. Eso es señal de que la metodología expuesta no es del todo adecuada, ya que las diferencias entre los alumnos eran muy grandes, favoreciendo solamente a una minoría.

Siguiendo lo indicado en el NCTM (2003) una buena educación matemática se da cuando todos los alumnos consiguen el mínimo de competencias para poder convivir. Los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente un nuevo conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo. Características que en nuestros alumnos no se han dado, ya que un grupo de alumnos no ha alcanzado los objetivos.



Tras este análisis se puede ver que necesitan trabajar el bloque de problemas más profundamente y con algún método que se acerque a todos los alumnos por la gran diferencia que se ha percibido. Por ello, tras estos resultados negativos y gracias a las similitudes apreciadas entre ambos métodos, creemos que pueden ser compatibles y la implementación del Método Singapur puede ser beneficiosa.

Con intención de facilitar la resolución de problemas de una forma más atractiva y acercándose a los intereses y a la realidad de los alumnos, se ha realizado una propuesta propia basada en el método Singapur, desarrollando las fases C-P-A para respetar la evolución del alumnado, adecuándose a su nivel.

Esta propuesta que se encuentra en el anexo A.4 se ha creado teniendo en cuenta las bases en las que se sustenta el Método Singapur y en ella se incorporan importantes características para dotar a los alumnos de diferentes competencias necesarias en la actualidad, así como poder impulsar la creatividad, el trabajo cooperativo y los valores.

En caso de realizar futuras investigaciones, el siguiente objetivo sería comprobar si la propuesta ayuda a conseguir por un lado, mejorar la competencia de resolución de problemas y por otro hacerlo de una forma más atractiva.

Con esta metodología se busca romper con la enseñanza tradicional, centrándonos en enseñar a los estudiantes a solucionar problemas de forma autónoma, abordando así la capacidad de aprender a pensar, apoyándonos en lo visual y poniendo el foco de atención en la comprensión.

Así se pretende que el alumnado adopte una actitud positiva hacia las matemáticas, trabajándolas con mayor interés y permitiendo desarrollar más competencias, sin limitarse al aprendizaje matemático.

Con el paso de los años la sociedad va cambiando y nuestros alumnos necesitan ser dotados de capacidades diferentes. Como docentes necesitamos de una preparación constante para conocer en todo momento las nuevas propuestas y tener en nuestra mano la oportunidad de usar diferentes recursos. Nuestro papel es adaptar la enseñanza ofreciendo modelos que mejor se ajusten a ellos, porque no es el alumnado el que debe amoldarse al método que se imparte, sino que el método es el que debe hacerlo.

## 5. Referencias bibliográficas

- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de psicodidáctica*, (5), 107-114.
- Arteaga Martínez, B., & Macías Sánchez, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. UNIR: La Rioja (Logroño).
- Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Ed. Trillas.
- Carrera, B., & Mazzarella, C. (2001). Vygotsky: enfoque sociocultural. *Educere*, 5(13), pp. 41-44.
- Casas García, L. M. & Sánchez Pesquero, C., (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas*. CIDE, Madrid.
- Castro, E. & Castro, E. (Coords.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Pirámide.
- Castro Martínez, E., Del Olmo Romero, M.A., & Castro Martínez, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Castro, Á., Prat, M., & Gorgorió, N. (2016). Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas: su evolución tras décadas de investigación Conceptual and procedural knowledge in mathematics: their development after decades of research. *Revista de Educación*, 374, pp. 43-68.
- Castro Martínez, E. & Ruiz Hidalgo, J.F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores Martínez, y L. Rico Romero, (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp.89-105). Madrid: Pirámide.
- Chang, S. H., Lee, N. H. & Koay, P. L. (2017). Teaching and learning with concrete-pictorial-abstract sequence: A proposed model. *The Mathematics Educator*, 17(1), 1-28.

- Delgado Pacheco, M. R., Mayta Quispe, E. I., & Alfaro Medina, M. L. (2018). *Efectividad del " Método Singapur" en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del tercer grado de primaria de una institución educativa privada del distrito de Villa El Salvador*. (Tesis para optar el grado académico de magíster en educación con mención en dificultades de aprendizaje). PUCP: Perú.
- Echenique Urdiain, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. *Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra*.
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J., & Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación*, (45), 90-131.
- Fernández Debrán, D. (2017). *El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones*. (Trabajo de fin de grado). UVA: Valladolid.
- Gamarra Santos, J. J., Cajachahua, M., Mariela, A., & Vilcapoma Torres, R. Y. (2019). *Método Singapur en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de Educación Primaria*. (Trabajo de investigación para optar el grado académico de Bachiller en Educación) IPNM: Monterrico.
- Gobierno Vasco. (2015). Decreto 236/2015, de 22 de diciembre, por el que se establece el currículo de Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Publicado en: Boletín Oficial del País Vasco, No. 9, del 15 de enero de 2016. Recuperado de: <https://www.euskadi.eus/y22-bopv/es/bopv2/datos/2016/01/1600141a.pdf>
- Jotadelo Mamani, E. (2018). *Eficacia del método Singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la institución educativa Bellavista del distrito de Juliaca*. (Tesis Grado Académico de Doctor en Ciencias). Universidad nacional de San Agustín: Perú.
- Juárez Eugenio, M.R., & Aguilar Zaldívar, M. A. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Números*, 98, pp. 75-86.

- Lucila Angulo, G., Castillo Echeverry, J., & Niño Pérez, S. (2016). *Propuesta de implementación del método Singapur para enseñar las matemáticas en niños de segundo de primaria en el gimnasio los arrayanes* (Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Especialista en Gerencia Educativa,). Universidad de La Sabana: Colombia.
- Morales Espinoza, N. A. (2012). *Método Singapur: Descripción de su implementación. Factores facilitadores y/o obstaculizadores. Una experiencia del profesorado de primer ciclo básico en una escuela municipal en la ciudad de Valdivia*. (Tesis presentada para obtener el Grado de Magister en Educación). Temuco: Chile.
- Muñoz Mateo, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. (Trabajo de Fin de Grado). Universidad de La Rioja.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. S.A.E.M. Thales: Sevilla.
- Rivas Barrantes, C. Y. (2018). *Nivel de desarrollo lógico matemático en los niños de 5 años de la IE Innova Schools, canta callao, 2018*. (Tesis para obtener el título profesional de licenciada en educación inicial). UCV: Perú.
- Rodríguez Gómez, D. & Valldeoriola Roquet, J. (2009). *Metodología de la investigación*. Universitat Oberta de Catalunya.
- Rodríguez Palmero, M. L. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *IN. Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa*, 3(1), pp. 29-50.
- Tapia Reyes, R.A. (2019). *El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas*. (Trabajo de investigación). Universidad Peruana Unión: Lima.
- Viera Torres, T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades*, (26), pp. 37-43.
- Zúñiga, G. (2013). *Metodología Singapur: el caso del Método del Modelo de Barras. Una mirada Socioepistemológica*. (Trabajo final para optar al grado de Magíster en Didáctica de las Matemáticas). Universidad de Valparaíso: Chile.