

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

Kimika Fisikoa Saila

Argi-Materia Elkarrekintzen Diseinua Teknologia Kuantikoetarako

Iñigo Arrazola

Doktorego Tesia
Leioa 2020

Kimika Fisikoa Saila
Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU)
Posta Kutxatila 644, 48080 Bilbo, Espainia

Dokumentu hau 2020ko \LaTeX en distribuzioa erabiliz sortu da.
Tesi honetako irudiak MATLAB eta Applen Keynote programak erabiliz egin dira.

Doktorego tesi hau Eusko Jaurlaritzak finantziatu du PRE-2015-1-0394 bekaren bitartez.



2016-2020 Iñigo Arrazola. Lan honen egile-eskubideak Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 lizentziak ezarritakoak dira. Lizentzia honen xehetasunetarako, ikusi:

http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en_US

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

Kimika Fisikoa Saila

Argi-Materia Elkarrekintzen Diseinua Teknologia Kuantikoetarako

Zuzendariak:

Enrique Solano irakaslea

Jorge Casanova doktorea

Fisikan Doktore bilakatzeko
lāngo Arrazolak aurkezturiko dokumentua

Neure etxekueri

Urek ere ezin zehatz esan, erreka nondik nora doan.

Ruper Ordorika

Bihotz begiekin, Hurrengo goizean (Metak CD), 2001

Aurkibidea

Laburpena	i
Eskerrak	iii
Argitalpenen zerrenda	v
Laburduren zerrenda	vii
Hiztegia	ix
Sinboloen zerrenda	xvii
1. Sarrera	1
1.1. Zer aurki daiteke tesi honetan	5
1.2. Argi-materia elkarrekintza ereduak	6
1.2.1. Rabiren eredia	6
1.2.2. Rabiren eredu kuantikoa (QRMa)	9
1.3. Teknologia kuantikoak	11
2. Logika Kuantikoa MUekin Gidatutako Ioi Harrapatuetan	17
2.1. Sentikortasun txikiko bi qubiteko ate azkarrak DD pulsatua erabiliz	18
2.1.1. Sistema: bi $^{171}\text{Yb}^+$ ioi	18
2.1.2. $\text{AXY-}n$ MU pultsuen sekuentzia	21
2.1.3. Sekuentzia aproposak eta emaitzak	24
2.2. Fidelitate altuko ate kuantikoak MU erradiazio-patroi hibridoak erabiliz	27
2.2.1. Metodoa: ate bikromatikoa DD jarraituarekin	28
2.2.2. Berfokuratze aproposa eta emaitzak	32
3. Argi-Materia Elkarrekintza-Ereduen Simulazio Kuantikoa	35
3.1. Elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark eremuan	35
3.1.1. Selektibitatea fotoi bakarreko elkarrekintzetan	36
3.1.2. Fotoi anitzeko elkarrekintzak	37
3.1.3. Simulazioa ioi harrapatuetan	41
3.2. Rabiren eredu kuantiko ez-lineala ioi harrapatuetan	43
3.2.1. JC ereduak ioi harrapatuetan	43
3.2.2. Anti-JC eredu ez-lineal disipatiboa Fock egoerak prestatzeko	46
3.2.3. Rabiren eredu kuantiko ez-lineala	47

4. Bosoi Laginketa Atomo Ultrahotzekin	51
4.1. Zirkuitu kuantikoak spin-menpeko sare optikoekin	53
4.2. Atomoen bosoi laginketaren eskalagarritasuna	56
4.2.1. Laginketa abiadura kalkulatzeko eredu sinple bat	57
4.2.2. Partikula galera deskribatzeko eredu Hamiltondar bat	61
4.2.3. Gogoeta osagarriak	68
5. Detekzio Kuantikoa NV Zentroekin	71
5.1. Sistema: Nanoeskalako NMRa NV zentroa erabiliz	72
5.2. DDa bat-bateko MU pultsuak erabiliz	73
5.3. Konponbide bat pultsu zabalekin	76
5.4. MU potentzia eta seinale nuklearra	79
6. Ondorioak	81
ERANSKINAK	84
A. Gogoeta Osagarriak DD Pultsatuko Bi Qubiteko Ateari Buruz	85
A.1. Hasierako hurbilketak	85
A.2. Bi ioi eremu magnetikoaren gradiente batean	87
A.3. Elkarrekintza Hamiltondarra	88
A.4. Eboluzio eragilea	89
A.5. $G_{jm}(t)$ eta $\varphi(t)$ funtzioen propietateak	91
A.6. Pultsuen eboluzio eragilea	93
A.7. Berotze-abiaduren estimazioa	95
B. Gogoeta Osagarriak Bi Qubiteko Ate Hibridoari Buruz	97
B.1. Elkarrekintza irudiak eta MU sekuentzia	97
B.2. Hamiltondarra diafonia terminoekin eta bi modu bibrazionalekin	98
B.3. Bigarren ordenako Hamiltondarraren kalkulua	99
C. Gogoeta Osagarriak QRMko Elkarrekintza Selektiboei Buruz	101
C.1. Rabi-Stark Hamiltondarraren Dysonen garapena	101
C.1.1. Bigarren ordenako Hamiltondarra	102
C.1.2. Hirugarren ordenako Hamiltondarra	104
C.2. Rabi-Stark Hamiltondarra ioi harrapatuetan	105
D. Gogoeta Osagarriak Atomo Ultrahotzen Bosoi Laginketari Buruz	109
D.1. Bikoteen banaketa sare optikoan	109
D.2. V -ren eta V^2 -ren batezbesteko balioen kalkulua	111
E. Gogoeta Osagarriak NV Zentroekin Eginiko Detekzio Kuantikoari Buruz	115
E.1. $F(t)$ -tik $\Omega(t)$ nola kalkulatu	115
E.2. f_l koefizienteen kalkulua	116
E.2.1. Koefizienteak pultsu zabaletarako	116

E.2.2.	Koefizienteak pulstu karratuetarako	117
E.3.	Energia emaria	119
E.3.1.	π pulstu karratuak	120
E.3.2.	π pulstu zabalak	120
E.3.3.	Rabi-maiztasun baliokideak	121

Bibliografia

Laburpena

Mekanika kuantikoa aurreko mendeko asmakuntza teknologiko eta zientifiko askoren muinean dago, adibidez laserra, zirkuitu integratua edo erresonantzia magnetiko bidezko irudigintza. Hala ere, hamarkada gutxi igaro dira plataforma kuantikoetan egoera kuantikoak modu koherentean manipulatzeko aukera dugunetik. Sistema hauen funtzionamenduaren atzean dauden argi-materia elkarrekintza-mekanismoak ulertzea ezinbestekoa da erregistro kuantiko hauek manipulatzeko eta hauen bolumen kuantikoa handitzeko. Hau beharrezkoa da fisikan, kimikan, ekonomian eta beste hainbat arlotan eragin handia izan dezakeen konputagailu kuantiko bat eraikitzeke. 2019an, Googleko John Martinis irakaslearen taldeak mugarri teknologiko bat lortu zuen 53 bit kuantiko (qubit) supereroalez osaturiko ordenagailu kuantiko batekin. Nahiz eta hau sistema kuantiko txiki bat kontsidera daitekeen, Googlen taldearen esanetan, superordenagailu handienek milaka urte beharko lukete zirkuitu kuantikoak emandako erantzunak aurreratzeko, eta, beraz, nagusitasun kuantikoa lortu zutela adierazi zuten. Hau eztabaida-kontua da; izan ere, handik gutxira, IBMk argudiatu zuen bere konputagailu klasikoek algoritmoa egun gutxitan exekutatu zezaketela. Hala ere, eskala ertaineko gailu kuantiko zaratatsuak ordenagailu klasikorik onenak gainditzeko gai direnaren ustea nahiko onartua dago adituen artean. Honela, simulagailu kuantikoak (problema fisikoak aztertzeke konputagailu kuantiko ez-unibertsalak), temperatura altuko supereroaleak edo argi-materia elkarrekintza perturbazio-teoria erabili ezin den erregimenetan hobeto ulertzeke baliagarriak izan daitezke. Teknologia kuantikoen beste aplikazio bat sentsore kuantikoena da. Gailu kuantiko hauek erradiazio forma ezberdinekin manipulatu, kantitate fisikoak neur ditzakete primerako bereizmenarekin. Prozedura horri detekzio kuantiko deritza, eta, besteak beste, sistema biologikoak hobeto ulertzeke balio dezake. Hau guztia dela eta, argi dago plataforma kuantikoetan argi-materia elkarrekintzak ikertzeke ahalegina garrantzitsua dela teknologia kuantikoen, eta hauen aplikazioen, garapenerako.

Tesi honetan, metodo berriak proposatzen ditugu informazio kuantikoaren prozesamendu egokia lortzeke, sentsore kuantiko eraginkorrak eraikitzeke, argi-materia elkarrekintza orokortuen simulazio kuantikoa egiteke, eta nagusitasun kuantikoa lortu ahal izateke atomo neutroak erabiliz. Bereziki, mikrouhinez gidatutako ioi harrapatuekin ate logiko kuantikoak egiteke bi metodo aurkezten ditugu. Bat egungo plataformetan aplikatzeko modukoa da, eta bestean, berriz, epe laburrean eskura daitezkeen parametro esperimentalak erabili ditugu. Zenbakizko simulazioak erabiliz, frogatzen dugu bi metodoak

sentikortasun txikia dutela dekoherentzia-iturri nagusien kontra. Gainera, gure ateen ez dute laser-erradiazioerik erabiltzen, eta hori abantaila bat da ioien prozesadore kuantikoak eskalatzeko; izan ere, mikro-tranpetan taula optikoen ordez mikrouhin-antena jartzea errazagoa da. Argi-materia elkarrekintza-eredu ezberdinak ere aztertzen ditugu, zehatzago, Rabi-Stark eta Rabiren eredu kuantiko ez-lineala, eta, hauek laser bidez gidaturiko ioi harrapatu bat erabiliz simulatzeko moduak deskribatzen ditugu. Eredu horietan, zenbait propietate interesgarri aurkitzen ditugu, hala nola fotoi anitzeko elkarrekintza selektiboak edo Hilbert espazioko populazio-banaketaren blokeoa. Bestalde, sare optikoetako atomo ultrahotzak, mikrouhinak eta laserrak erabiliz bosoi laginketa problema simulatzeko modu bat proposatzen dugu. Bosoi laginketaren ereduak nagusitasun kuantikoa lortzeko balio dezakeela uste da. Akats esperimentalak kontuan hartuta, bereziki partikulen galera, kalkulatu dugu posible dela nagusitasun kuantikoa lortzea egungo esperimentuetan dozenaka atomo erabilita. Azkenik, metodo bat garatu dugu nitrogeno-hutsune zentro baten eta alboko karbono-13 atomoen arteko elkarrekintza selektiboak lortzeko. Elkarrekintza hauek apropos diseinaturiko mikrouhin pultsuak erabiliz lortzen dira, eta nanoeskalan erresonantzia magnetiko nuklearra egiteko, eta, adibidez, zientzia biologikoetan aplikatzeko, erabil daitezke. Beste metodo batzuekin alderatuta, gure metodoa energia gutxiago erabiltzen du, eta, beraz, bereziki aplikagarria da lagin biologikoetan.

Guztira, tesi honetan, argi-materia elkarrekintza efektiboak sortzeko gai diren erradiazio-patroiak diseinatzen ditugu, konputazio kuantikoan, simulazio kuantikoan eta detekzio kuantikoan aplikazioak dituztenak. Horrela, hemen aurkeztutako metodoek argi-materia elkarrekintzen kontrolari buruz dugun ezagutza handitzeko balio dute, eta egungo gailuak etorkizuneko aplikazioetarako prestatzeko modu eraginkorrak deskribatzen dituzte. Gainera, argi-materia elkarrekintzaren simulazio kuantikoa egiteko modu berriak aurkezten ditugu, ohiko hurbilketatik at. Beraz, uste dugu gure emaitzek: sentso kuantiko eta simulagailu kuantiko hobekiak ekarriko dituztela, ioi-harrapatuz sorturiko prozesadore kuantikoen eraikuntza sustatuko dutela, eta atomo neutroak erabiliz nagusitasun kuantikoaren lehen frogapen esperimentalak ekarriko dituela.

Tesi honetan laburtutakoa lantzen, teknologia kuantikoen ikerketa eremua zertan datzan ikasi, eta zientziari nire ondar aletxo emateko aukera izan dut. Bidean, jende zoragarria ezagutu dut, eta hiri ederrak bisitatu, tartean Boston, Munich edo Shanghai. Hau guztia ez zatekeen posible izango QUTIS, eta bere buru den Enrique Solano irakaslea, gabe. Enriquek beti babestu eta gidatu nau. Bere konfort-zonak ekiditeko eta transformaziorako gaitasunak, egunero onena emateko irmotasunak, eta noizbehinkako gomendio musikalak inspirazio-iturri izan ditut. Buru azkarreko benetako errebeldea dela uste dut. Tesi honek beste aita bat badu, hau Jorge Casanova doktorea da. Ni QUTISen sartu nintzenean Jorge irtetear zegoen; zorionez, nire gradu amaierako lana amaitzeko behar nuen guztia erakutsi zidan. Bide egokian jarri ninduen, eta, noizbehinka, Ulmetik itzultzen zen bultzada bat emateko. Benetan eskertzen diot hori. Ideia horiek nondik ateratzen dituen jakingo ahal dut noizbait!

QUTISen beti sentitu naiz baloratua eta estimatua, bai taldekide nagusiagoen aldetik, baita gazteen aldetik ere. Lucas Lamata eta Enrique Rico irakasleen zuzendaritzapean lan egiteko aukera izan dut, eta euren lana eta gidaritza eskertu nahiko nieke. Halaber, eskerrak eman nahi dizkiot ere Iñigo Egusquiza irakasleari, orakulu bat genuen bakoitzean inguruan baitzebilen. Zortekoak gu. Jakina, taldeko kide gazteagoek lan-giro positibo horretan eduki dute erantzukizunik. Buruan gordeko ditut Laura García-Álvarez, Urtzi Las Heras eta Unai Álvarez-Rodríguez doktoreekin edukitako elkarrizketa luzeak eta bertan ikasitakoak. Bereziki aipatu nahiko nituzke nire bulego-kide Adrian Parra eta Julen S. Pedernales doktorea. Hauek egunero jasan eta gozatu dituzte nire kezka eta gogoetak. Bidelagun paregabeak izan dira, milesker bihotzez.

Tesian zehar, lehen mailako ikerkuntza taldeak bisitatzeko aukera izan dut, eta atseginez hartu naute bertan. Xi Chen irakasleari eskertu nahi diot Shanghaiko Unibertsitatera behin baino gehiagotan gonbidatu izana. Hain desberdina den herrialde batean, jasotako abegitasuna funtsezkoa izan da Txinara egindako bidaia nire bizitzako esperientzia onenetan egoteko. Shanghaitik, gogora ekarri nahi ditut nire lankide izan diren eta lagun ditudan Xiao-Hang Cheng eta Lei Cong doktoreak eta Lijuan Dong. 谢谢. Hasieratik egin dut lan Granadako Daniel Rodríguez irakaslearen taldearekin. Eskerrak eman nahiko nieke Rodríguez irakasleari, Manu eta Frani beraien laborategiaren bilakaera ikusteko aukera emateagatik, nire galderak pazientziar erantzuten beti. Muchísimas gracias a todos. Ea aurki 7 Teslako Penning tranpa hori bere onenean ikusterik dugun! Tesiaren garapenerako,

Bonneko Unibertsitateko Andrea Alberti doktoarearen and Dieter Meschede irakaslearen taldearekin izandako lankidetzaz bereziki garrantzitsua izan da. Alberti doktorea eskertu nahi dut bosoi laginketaren gaia nire mahira ekartzeagatik, emandako harreragatik eta matematikak zaildu zaizkidanean laguntzeagatik. Carsten Roberns doktorea ere eskertu nahi dut, bai Bonnen, baita Bostonen ere, eskainitako arretagatik, eta bere zuzendaritza eta laguntzaz. Danke Schön. Gainera, eskertu nahiko nituzke Kihwan Kim irakaslea Beijingeko Tsinghua Unibertsitatean emandako harreragatik, Gerhard Kirchmair irakaslea Innsbruckeko IQOQIra gonbidatzeagatik, eta Tobias Schätz irakaslea ni Freiburgeko Unibertsitatean hartzeagatik. Talde hauetako kideei ere eskerrak, nire egonaldia gozotzeagatik.

Azkenik, GNTri eskertu nahi diot bazkariak zeremonia erlijioso paregabeak bihurtzeagatik. GNTar sutsua nauzue, urrezko arau bakarrarekin: 12:50 puntuan. Eskertu nahi ditut Pablo Jimeno doktorea \LaTeX txantiloia uzteagatik, eta Sofía Martínez-Garaot doktorea bibliografiaren diseinuagatik. Eskertu nahi dut ere, futbol jokalaria kaskarra egin nauen mekanismo naturala, honegatik ez balitz, ez niolako hainbeste denbora eskainiko matematika, musika edo zinemari bezalako gauza garrantzitsuei. Bukatzeko, nire eskerrik beroenak familia eta lagunei, beraien babes guztiagatik.

Argitalpenen zerrenda

Tesi hau ondorengo argitalpenetan oinarrituta dago:

2. kapitulua: Logika Kuantikoa MUekin Gidatutako loi Harrapatuetan

1. I. Arrazola, J. Casanova, J. S. Pedernales, Z.-Y. Wang, E. Solano, and M. B. Plenio, *Pulsed dynamical decoupling for fast and robust two-qubit gates on trapped ions*, [Physical Review A **97**, 052312 \(2018\)](#).
2. I. Arrazola, M. B. Plenio, E. Solano, and J. Casanova *Hybrid Microwave-Radiation Patterns for High-Fidelity Quantum Gates with Trapped Ions*, [Physical Review Applied **13**, 024068 \(2020\)](#).

3. kapitulua: Argi-Materia Elkarrekintza-Ereduen Simulazio Kuantikoa

3. X.-H. Cheng, I. Arrazola, J. S. Pedernales, L. Lamata, X. Chen, and E. Solano *Nonlinear quantum Rabi model in trapped ions*, [Physical Review A **97**, 023624 \(2018\)](#).
4. L. Cong, S. Felicetti, J. Casanova, L. Lamata, E. Solano, and I. Arrazola *Selective interactions in the quantum Rabi model*, [Physical Review A **101**, 032350 \(2020\)](#).

5. kapitulua: Detekzio Kuantikoa NV Zentroekin

5. I. Arrazola, E. Solano, and J. Casanova *Selective hybrid spin interactions with low radiation power*, [Physical Review B **99**, 245405 \(2019\)](#).

Tesi honetan sartu ez ditugun beste artikulu batzuk dira:

6. I. Arrazola, J. S. Pedernales, L. Lamata, and E. Solano *Digital-Analog Quantum Simulation of Spin Models in Trapped Ions*, [Scientific Reports **6**, 30534 \(2016\)](#).
7. X.-H. Cheng, I. Arrazola, J. S. Pedernales, L. Lamata, X. Chen, and E. Solano *Switchable particle statistics with an embedding quantum simulator*, [Physical Review A **95**, 022305 \(2017\)](#).

8. F. Domínguez, I. Arrazola, J. Doménech, J. S. Pedernales, L. Lamata, E. Solano, and D. Rodríguez
A Single-Ion Reservoir as a High-Sensitive Sensor of Electric Signals,
[Scientific Reports](#) **7**, 8336 (2017).
9. F. Domínguez, M. J. Gutiérrez, I. Arrazola, J. Berrocal, J. M. Cornejo, J. J. Del Pozo, R. A. Rica, S. Schmidt, E. Solano, and D. Rodríguez
Motional studies of one and two laser-cooled trapped ions for electric-field sensing applications,
[Journal of Modern Optics](#) **65**, 613 (2018).
10. M. J. Gutiérrez, J. Berrocal, J. M. Cornejo, F. Domínguez, J. J. Del Pozo, I. Arrazola, J. Bañuelos, P. Escobedo, O. Kaleja, L. Lamata, R. A. Rica, S. Schmidt, M. Block, E. Solano, and D. Rodríguez
The TRAPSENSOR facility: an open-ring 7 tesla Penning trap for laser-based precision experiments,
[New Journal of Physics](#) **21** 023023 (2019).
11. R. Puebla, G. Zicari, I. Arrazola, E. Solano, M. Paternostro, and J. Casanova
Spin-boson model as a simulator of non-Markovian multiphoton Jaynes-Cummings models,
[Symmetry](#) **11**, 695 (2019).
12. M. J. Gutiérrez, J. Berrocal, F. Domínguez, I. Arrazola, M. Block, E. Solano, and D. Rodríguez
Dynamics of an unbalanced two-ion crystal in a Penning trap for application in optical mass spectrometry,
[Physical Review A](#) **100**, 063415 (2019).
13. T. Xin, S. Wei, J. Cui, J. Xiao, I. Arrazola, L. Lamata, X. Kong, D. Lu, E. Solano, and G. Long
Quantum algorithm for solving linear differential equations: Theory and experiment,
[Physical Review A](#) **101**, 032307 (2020).
14. C. Munuera-Javaloy, I. Arrazola, E. Solano, and J. Casanova
Double quantum magnetometry at large static magnetic fields,
[Physical Review B](#) **101**, 104411 (2020).
15. J.-N. Zhang, I. Arrazola, J. Casanova, L. Lamata, K. Kim, and E. Solano
Probabilistic eigensolver with a trapped-ion quantum processor,
[Physical Review A](#) **101**, 052333 (2020).

Laburduren zerrenda

- BLPB** Bosoi Laginketaren Probabilitate Banaketa
- DSC** Akoplamendu Bortizki Sendo, *Deep-Strong Coupling*
- DD** Desakoplatze Dinamiko, *Dynamical Decoupling*
- JC** Jaynes-Cummings
- LD** Lamb-Dicke
- MIS** Laginketa Independiente Metropolizatu, *Independent Metropolized Sampling*
- MU** Mikrouhin
- NV** Nitrogeno-Hutsune, *Nitrogen-Vacancy*
- NISQ** Zaratatsu Tamaina-Ertaineko Kuantiko, *Noisy Intermediate-Scale Quantum*
- NQRM** Rabiren Eredu Kuantiko Ez-Lineal, *Nonlinear Quantum Rabi Model*
- NMR** Erresonantzia Magnetiko Nuklear, *Nuclear Magnetic Resonance*
- OU** Ornstein-Uhlenbeck
- QED** Elektrodinamika Kuantiko, *Quantum Electrodynamics*
- QRM** Rabiren Eredu Kuantiko, *Quantum Rabi Model*
- RWA** Uhin Birakariaren Hurbilketa, *Rotating-Wave Approximation*
- SC** Akoplamendu Sendo, *Strong Coupling*
- USC** Akoplamendu Ultrasendo, *Ultrastrong Coupling*

Hiztegia

Tesi honetan, metodo bat *efizientea* dela esaten dugu honek baliabide edo pauso kopuru gutxi behar edo erabiltzen dituenean. *Efektibo* hitza erabiltzen dugu zerbaiten efektua era sinpleago baten uler daitekeenean, adibidez, potentzial efektiboak jatorrizko potentzial konplexuago batek sorturiko efektua deskribatuko luke, era sinpleago batean. *Eraginkor* hitza erabiliko dugu metodo bat bereziki ona dela esateko.

Euskara-Ingelesa hiztegia:

Euskara	Ingelesa		Euskara	Ingelesa
Abantaila kuantiko	Quantum advantage		Akats-tolerantedun ordenagailu kuan.	Fault-tolerant quantum computer
Akats-zuzenketa kuantiko	Quantum error-correction		Akoplamendu ahuleko erregimen	Weak-coupling regime
Akoplamendu bortizki sendo	Deep-strong coupling		Akoplamendu sendoko erregimen	Strong-coupling regime
Akoplamendu ultrasendo	Ultrastrong coupling		Albo-bandako hozketa	Sideband cooling
Anplitude-modulazio	Amplitude-modulation		Argi-materia elkarrekintza	Light-matter interaction
Argiztapen kuantiko	Quantum illumination		Arrazoi giromagnetiko	Gyromagnetic ratio
Atalase	Threshold		Ataza konputazional	Computational task
Ate korapilatzaile	Entangling gate		Atomo ultrahotz	Ultracold atom
Ausazko ibilaldi	Random walk		Ausazko zirkuitu kuantiko	Random quantum circuit

Euskara	Ingelesa	Euskara	Ingelesa
Barrunbeko QED	Cavity QED	Bat-bateko	Instantaneous
Behagarri	Observable	Bereizmen espektral	Spectral resolution
Bereizmen handiko zundazko ekortze-mikroskopia	High-resolution scanning probe microscopy	Berfokuratze	Refocusing
Berotze abiadura	Heating rate	Bi mailako sistema	Two-level system
Bi qubiteko ate	Two-qubit gate	Bikromatiko	Bichromatic
Birakari eta kontra-birakari	Rotating and counter-rotating	Biziraupen probabilitate	Survival probability
Bosoi laginketa	Boson sampling	Bosoi laginketa galeradun	Lossy boson sampling
Church-Turing tesi hedatu	Extended Church-Turing thesis	DD jarraitu	Continuous DD
DD pultsatu	Pulsed DD	Dekoherentzia	Decoherence
Denbora-egitura gabeko zirkuitu kuantiko	Temporally unstructured quantum circuit	Denbora-ordenamendu eragile	Time-ordering operator
Denboraren menpeko perturbazio teoria	Time-dependent perturbation theory	Dentsitate matrize	Density matrix
Depolarizazio	Depolarization	Desagertze eta suspertze	Collapse and revival
Desakoplatze dinamiko	Dinamical decoupling	Desfasatze	Dephasing
Desintonia	Detuning	Detekzio kuantiko	Quantum sensing
Diafonia	Crosstalk	Dispertsio edo sakabanatze	Scattering
Eboluzio eragile	Time-evolution operator	Egoera banangarri	Separable state
Egoera estutu	Squeezed state	Egoera jantzi	Dressed state
Egoera metaegonkor	Metastable state	Eigensolver kuantiko bariazional	Variational quantum eigensolver
Elkarrekintza irudi	Interaction picture	Eremu hurbileko erregimen	Near-field regime
Eremu urruneko erregimen	Far-field regime	Eremu-teoria kuantiko	Quantum field theory
Eremurik gabeko desdoblamendu	Zero-field spitting	Erlaxazio-abiadura	Relaxation rate
Erorketa	Decay	Erresonantziak kanpo	Off resonance
Espektriko-kolapso	Spectral collapse	Espektriko-lerro	Spectral line

Euskara	Ingelesa	Euskara	Ingelesa
Fase iraulketa	Phase flip	Fase modulazio	Phase-modulation
Fluoreszentzia	Fluorescence	Fotodetektagailu	Photodetector
Gainazaleko plasmoi	Surface plasmon	Gainezarmen	Superposition
Galera-abiadura	Loss-rate	Gorabehera	Fluctuation
Gorputz anitzeko sistema	Many-body system	Haar-ausazko matrize unitario	Haar-random unitary matrix
Harrapatze maiztasun	Trapping frequency	Hondo talka	Background collision
Igorpen espontaneo	Spontaneous emission	Indar dipolar	Dipole force
loi harrapatu	Trapped ion	Jauzi kuantiko	Quantum jump
Kolapso-eredu	Collapse model	Korapilatze kuantiko	Quantum entanglement
Laginketa abiadura	Sampling rate	Laginketa independente metropolizatu	Metropolized independence sampling
Laser hozketa	Laser cooling	Lerrakuntza	Shift
Lerrokadura	Alignment	MUez gidaturiko	MW-driven
Masa-zentro eta arnaste modu	Center-of-mass and breathing mode	Mollowen hiruko	Mollow triplet
Mott egoera isolatzaile	Mott insulating state	Nagusitasun kuantiko	Quantum supremacy
Oinarritzko eta kitzi-katutako egoera	Ground and excited state	Polaritoi egoera	Polaritonic state
Polarizazio sintetizatuko sare optiko	Polarization-synthesized optical lattice	Ponpaketa optiko	Optical pumping
Pultsu zabal	Extended pulse	Puntu-akats	Point-defect
Purutasun	Purity	Qubit anitzeko ate	Multi-qubit gate
Qubit bakarreko ate	Single-qubit gate	Sakonera konstanteko zirkuitu kuantiko	Constant-depth quantum circuit
Sare optiko	Optical lattice	Sare-desplazamendu	Lattice displacement
Sare-toki	Lattice site	Sorta banatzaile	Beam splitter
Sortze eta deuseztatze eragile	Creation and annihilation operator	Spin-menpeko sare optiko	Spin-dependent optical lattice
Spin-oihartzun	Spin echo	Suberaketa kuan.	Quantum annealing
Supereragile	Superoperator	Tasa edo abiadura	Rate

Euskara	Ingelesa	Euskara	Ingelesa
Teilakatzte espektral	Spectral overlap	Trantsizio eramaile	Carrier transition
Trantsizio erradiatibo	Radiative transition	Trukatzaile	Commutator
Uhin birakariaren hurbilketa	Rotating-wave approximation	Xurgapen estimulatu	Stimulated absorption
Zenbaki eragile	Number operator	Zirkuitu supereroale	Superconducting circuit

Ingelesa-Euskara hiztegia:

Ingelesa	Euskara	Ingelesa	Euskara
Alignment	Lerrokadura	Amplitude-modulation	Anplitude-modulazio
Background collision	Hondo talka	Beam splitter	Sorta banatzaile
Bichromatic	Bikromatiko	Boson sampling	Bosoi laginketa
Carrier transition	Trantsizio eramaile	Cavity QED	Barrunbeko QED
Center-of-mass and breathing mode	Masa-zentro eta arnaste modu	Collapse and revival	Desagertze eta suspertze
Collapse model	Kolapso-eredu	Commutator	Trukatzaile
Computational task	Ataza konputazional	Constant-depth quantum circuit	Sakonera konstanteko zirkuitu kuan.
Continuous DD	DD jarraitu	Creation and annihilation operator	Sortze eta deuseztatze eragile
Crosstalk	Diafonia	Decay	Erorketa
Decoherence	Dekoherentzia	Deep-strong coupling	Akoplamendu bortizki sendo
Density matrix	Dentsitate matrize	Dephasing	Desfasatze
Depolarization	Depolarizazio	Detuning	Desintonia
Dinamical decoupling	Desakoplatze dinamiko	Dipole force	Indar dipolar
Dressed state	Egoera jantzi	Eigensolver kuantiko bariazional	Variational quantum eigensolver
Entangling gate	Ate korapilatzaile	Extended Church-Turing thesis	Church-Turing tesi hedatu
Extended pulse	Pultsu zabal	Far-field regime	Eremu urruneko erregimen

Ingelesa	Euskara		Ingelesa	Euskara
Fault-tolerant quantum computer	Akats-tolerantedun ordenagailu kuan.		Fluctuation	Gorabehera
Fluorescence	Fluoreszentzia		Ground and excited state	Oinarrizko eta kitzikatutako egoera
Gyromagnetic ratio	Arrazoi giromagnetiko		Haar-random unitary matrix	Haar-ausazko matrize unitario
Heating rate	Berotze abiadura		High-resolution scanning probe microscopy	Bereizmen handiko zundazko ekortze-mikroskopio
Instantaneous	Bat-bateko		Interaction picture	Elkarrekintza irudi
Laser cooling	Laser hozketa		Lattice displacement	Sare-desplazamendu
Lattice site	Sare-toki		Light-matter interaction	Argi-materia elkarrekintza
Loss-rate	Galera-abiadura		Lossy boson sampling	Bosoi laginketa galeradun
MW-driven	MUez gidaturiko		Many-body system	Gorputz anitzeko sistema
Metastable state	Egoera metaegonkor		Metropolized independence sampling	Laginketa independente metropolizatu
Mollow triplet	Mollowen hiruko		Mott insulating state	Mott egoera isolatzaile
Multi-qubit gate	Qubit anitzeko ate		Near-field regime	Eremu hurbileko erregimen
Number operator	Zenbaki eragile		Observable	Behagarri
Off resonance	Erresonantziak kanpo		Optical lattice	Sare optiko
Optical pumping	Ponpaketa optiko		Phase flip	Fase iraulketa
Phase-modulation	Fase modulazio		Photodetector	Fotodetekttagailu
Point-defect	Puntu-akats		Polaritonic state	Polaritoi egoera
Polarization-synthesized optical lattice	Polarizazio sintetizatuko sare optiko		Pulsed DD	DD pultsatu
Purity	Purutasun		Quantum error-correction	Akats-zuzenketa kuantiko
Quantum advantage	Abantaila kuantiko		Quantum annealing	Suberaketa kuantiko
Quantum entanglement	Korapilatze kuantiko		Quantum field theory	Eremu-teoria kuantiko

Ingelesa	Euskara	Ingelesa	Euskara
Quantum illumination	Argiztapen kuantiko	Quantum jump	Jauzi kuantiko
Quantum sensing	Detekzio kuantiko	Quantum supremacy	Nagusitasun kuantiko
Radiative transition	Trantsizio erradiatibo	Random quantum circuit	Ausazko zirkuitu kuantiko
Random walk	Ausazko ibilaldi	Rate	Tasa edo abiadura
Refocusing	Berfokuratze	Relaxation rate	Erlaxazio-abiadura
Rotating and counter-rotating	Birakari eta kontra-birakari	Rotating-wave approximation	Uhin birakariaren hurbilketa
Sampling rate	Laginketa abiadura	Scattering	Dispersio edo sakabanatze
Separable state	Egoera banangarri	Shift	Lerrakuntza
Sideband cooling	Albo-bandako hozketa	Single-qubit gate	Qubit bakarreko ate
Spectral collapse	Espektriko kolapso	Spectral line	Espektriko lerro
Spectral overlap	Teilakatze espektral	Spectral resolution	Bereizmen espektral
Spin echo	Spin-oihartzun	Spin-dependent optical lattice	Spin-menpeko sare optiko
Spontaneous emission	Igorpen espontaneo	Squeezed state	Egoera estutu
Stimulated absorption	Xurgapen estimulatu	Strong-coupling regime	Akoplamendu sendoko erregimen
Superconducting circuit	Zirkuitu supereroale	Superoperator	Supereragile
Superposition	Gainezarmen	Surface plasmon	Gainazaleko plasmoi
Survival probability	Biziraupen probabilitate	Temporally unstructured quantum circuit	Denbora-egitura gabeko zirkuitu kuantiko
Threshold	Atalase	Time-dependent perturbation theory	Denboraren menpeko perturbazio teoria
Time-evolution operator	Eboluzio eragile	Time-ordering operator	Denbora-ordenamendu eragile
Trapped ion	loi harrapatu	Trapping frequency	Harrapatze maiztasun
Two-level system	Bi mailako sistema	Two-qubit gate	Bi qubiteko ate

Ingelesa	Euskara		Ingelesa	Euskara
Ultracold atom	Atomo ultrahotz		Ultrastrong coupling	Akoplamendu ultrasendo
Weak-coupling regime	Akoplamendu ahuleko erregimen		Zero-field spitting	Eremurik gabeko desdoblamendu

Sinboloen zerrenda

Konstante fisikoak:

\hbar	Planck-en konstante murriztua $1.054571817 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}$
e	Elektroiaren karga elektrikoa $1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$
c	Argiaren abiadura 299792458 m/s
ε_0	Hutsaren permitibitatea $8.8541878128(13) \times 10^{-12} \text{ F/m}$
μ_0	Hutsaren iragazkortasuna $4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$

1. kapitulua: Sarrera

$B_0, B_z, \vec{B}(t)$	Eremu magnetikoaren intentsitatea, denboran aldatzen den eremu magnetikoa
$\vec{\mu}$	Momentu dipolar magnetikoa
γ	Arrazoi giromagnetikoa
$\sigma_{x,y,z}, \sigma_+, \sigma_-$	Pauli matrizeak, qubitaren sortze (deuseztatze) eragileak
$\omega_0, \omega_0^R, \omega^R$	Larmor maiztasuna, trantsizio elektronikoaren maiztasuna, MU edo argi eremuaren maiztasuna
$\Omega, \tilde{\Omega}$	Rabi maiztasuna
$\omega, \tilde{\omega}$	$\vec{B}(t)$ eremuaren maiztasuna
$\Delta, \tilde{\Delta}$	Qubit eta eremuaren maiztasunen arteko desintonia
$ \uparrow\rangle, \downarrow\rangle$	Dipolo magnetikoaren "goi" and "behe" egoerak
T_1, T_2	Despolarizazio-denbora, desfasatze-denbora
δ	Larmor maiztasunaren lerrakuntza ezezaguna
g	Qubit-bosoi akoplamendu-maiztasuna
a^\dagger, a	Sortze eta deuseztatze eragile bosonikoak
$ g\rangle, e\rangle$	"Oinarrizko" and "kitzikatutako" egoera elektronikoak
Γ	Elektroiaren erlaxazio (despolarizazio) abiadura
κ	Barrunbeko fotoi-galera abiadura
$ n\rangle$	n Fock egoera
$P_{e,n}, P_{g,n}$	$ e, n\rangle$ eta $ g, n\rangle$ egoeren populazioa
J_{ij}	i eta j spinen arteko akoplamendu maiztasuna
k	Uhin-zenbakia

x	Atomoaren posizioa
$V(x)$	Energia potentziala
$S_{1/2}, P_{1/2}, D_{5/2}$	Atomoaren azpiespazio elektronikoak
D	Eremurik gabeko desdoblamendua
${}^3A_2, {}^3E, {}^1A_1, {}^1E$	NVaren azpiespazio elektronikoak

2. kapituluak: Logika Kuantikoa MUEkin Gidatutako loi Harrapatuetan

η, η_m	LD faktore efektiboa $\eta = \frac{\gamma_e g_B}{8\nu} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu}}, \eta_m = \frac{\gamma_e g_B}{8\nu_m} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu_m}}$
$\omega_e, \omega_g, \omega_j$	Oinarrizko eta kitzikatutako egoeren energia (maiztasun angeluarraren unitatetan), j qubitaren maiztasuna
$z_j^0, \Delta z$	j ioiaren oreka posizioa, ioien oreka posizioen arteko distantzia
$B(z)$	Eremu magnetikoaren intentsitatea z posizioaren funtzioan
γ_e	Elektroiaren arrazoi giromagnetikoa
M	ioiaren masa
$a^\dagger, c^\dagger(a, c)$	Masa-zentro eta arnaste moduen sortze (deuseztatze) eragileak
ν, ν_1, ν_2	Harrapatze maiztasuna, masa-zentro eta arnaste moduen maiztasuna
g_B	Eremu magnetikoaren gradientea
$b^\dagger(b)$	Birdefinitutako masa-zentro moduaren sortze (deuseztatze) eragileak
Ω_j, ϕ_j	ω_j maiztasuneko MU eremuaren Rabi maiztasuna eta fasea
f_j	j -th qubitean π pultsuen efektua deskribatzen duen modulazio funtzioa
G_{jm}	j ioiaren fase-espazioko desplazamendua adierazteko funtzioa
U_s, U_c	Spin-indarrari eta bi qubiteko ateari dagozkien eboluzio eragileak
φ, θ_n	Ate-fasea
φ_m	m moduari dagokion ate-fasea
$\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}_m$	Berreskalatutako φ, φ_m
T_G	Atearen amaiera unea
$\vec{\phi}^x, \vec{\phi}^y$	X eta Y pultsu sorten faseen zerrenda
$\tau, \tau_a(\tau_b)$	pultsu sortaren iraupena, lehen (bigarren) pultsuaren aplikazio unea
$n_B, n_{RT}, n_{PF},$	Aplikaturiko pultsu-bloke kopurua, fase-espazioan eginiko buelta kopurua, fase biraketa kopurua
r	$2\pi/\nu_1$ in τ balioko periodo kopurua
δ_1, δ_2	Qubiten maiztasunen arteko diferentzia $\delta_2 = -\delta_1 = \omega_2 - \omega_1$
t_π	π -pultsu baten iraupena
\bar{N}_b, \bar{N}_c	masa-zentro eta arnaste moduen egoera termikoen batezbesteko fonoi kopurua
Δt	1 eta 2 ioietan aplikaturiko pultsuen arteko denbora tartea

$U_{XY}^{(1)}, U_{XY}^{(2)}$	Lehen (bigarren) ioiaren azpiespazioan eragiten duen eta XY bloke bati dagokion eboluzio eragilea
ρ	Dentsitate matrizea
Γ_b, Γ_c	Masa-zentro eta arnaste moduei dagozkien berotze abiadurak
T	Tranpako elektrodoen tenperatura
δ	ω_j maiztasunarekiko lerrakuntza
S_α	Spin-1/2 eragile kolektiboa, adb. $S_\alpha = \sigma_1^\alpha + \sigma_2^\alpha$
$\Omega, \Omega_{DD}, \tilde{\Omega}_{DD}$	Eremu bikromatikoaren Rabi maiztasuna, DD eremuaren Rabi maiztasuna, moldatutako Ω_{DD} maiztasuna
$J_n(z)$	Lehen motako Besselen funtzioa
ξ	Albo-bandaren maiztasunarekiko lerrakuntza $\delta = \nu + \xi$
t_n	Fase-espazioan n_{RT} buelta emateko beharrezko denbora
$\epsilon_j(t)$	j qubitaren maiztasunaren gorabehera
$\phi(t), \dot{\phi}, \phi_{DD}$	Eremu bikromatikoaren fase aldakorra, $\phi(t)$ fasearen denboraren deribatua, DD eremuaren fasea
$g_{\tilde{\Omega}}, g_\nu$	Bigarren ordenako termino efektiboaren akoplamendu maiztasunak
\bar{n}	Hasierako egoeraren batezbesteko fonoi kopurua
$\dot{\bar{n}}$	Masa-zentro moduaren berreskalatutako berotze abiadura $\dot{\bar{n}} = \Gamma_b \bar{N}_b$
τ_B, T_2	Eremu magnetikoaren gorabeheren korrelazio denbora, gorabehera hauek eragindako desfasatze-denbora
$\tau_\Omega, \delta_\Omega$	MU eremuaren gorabeheren korrelazio denbora, MU eremuaren gorabeheren anplitude erlatiboa

Dagozkion eraskinetan:

$ 0\rangle, 1\rangle, 2\rangle, 3\rangle$	Azpiespazio hiperfineko egoerak
E_0, E_1, E_2, E_3	Egoera hiperfinen energiak
$X(t)$	Eremu magnetikoaren gorabeherak qubit-maiztasunean eragindako aldaketa
ϵ_\perp	Qubitaren azpiespaziotik kanporako trantsizioak kitzikatzen dituen MU eremuaren anplitude erlatiboa ($\Omega(t)$ maiztasunaren funtzioan)
c_d	OU prozesuaren difusio konstantea
ν_r, Δ_r	Harrapatze-maiztasun erradiala, qubit-modu elkarrekintza erradialaren akoplamendu maiztasuna
$d^\dagger(d)$	Modu erradialaren sortze (deuseztatze) eragileak
β	Qubit-bosoi elkarrekintza erradial eta axialaren akoplamendu-maiztasunen arteko zatidura
q_j	j ioiaren desplazamendua oreka posizioarekiko
Q_j	Modu normalaren koordinatua

$a_m^\dagger(a_m)$	Modu normalen sortze (deuseztatze) eragileak, non $a_1 = b$ eta $a_2 = c$
Ω_k^M	Magnusen garapenaren k -garren ordena
$\tilde{\tau}_a, \tilde{\tau}_b, x$	τ_a, τ_b eta t denborak, eta τ -ren arteko zatidura
$\gamma, \hat{n}_0, \varphi_0$	Diafonia ezaugarritzeko maiztasuna, bektore unitarioa eta fasea. Definizioa (A.38) ekuazioan aurki daiteke
$\hat{n}_{\text{com}}^{\text{ref}}, \hat{n}_{\text{bre}}^{\text{ref}}$	Erreferentziako masa-zentro eta arnaste moduen berotze abiadurak
$\nu_1^{\text{ref}}, \nu_2^{\text{ref}}$	Erreferentziako masa-zentro eta arnaste moduen maiztasunak
$T^{\text{ref}}, d_{1-e}^{\text{ref}}$	Erreferentziako tenperatura, erreferentziako ioi-elektrodo distantzia
d_{i-e}	Ion-elektrodo distantzia
$N - 1$	$2\pi/\xi$ periodoan sartzen diren $2\pi/\nu$ periodo kopurua
m	t_n denboran sartzen diren $2\pi/\tilde{\Omega}_{\text{DD}}$ periodo kopurua
$\tilde{\Omega}$	$\tilde{\Omega}_{\text{DD}}$ maiztasunaren berdina
\tilde{S}_\pm	Oinarriz aldatutako spin eragileak $\tilde{S}_\pm = \frac{1}{2}(S_z \pm iS_x)$

3 kapituluua: Argi-Materia Elkarrekintza-Ereduen Simulazio Kuantikoa

$\omega_0, \omega, \omega_n^0, \omega_I$	Qubit-maiztasuna, modu bosonikoaren maiztasuna, $\omega_n^0 = \omega_0 + \gamma(2n + 1)$, ioi qubitaren maiztasuna
$a^\dagger(a)$	QRMaren, eta baita ioiaren modu normalaren, sortze (deuseztatze) eragilea
g, γ	Rabi eta Stark terminoen akoplamendu maiztasunak
$\Omega_n, \Omega_{n,n+1}$	QRMaren Rabi maiztasuna
δ_n^-, δ_n^+	Termino birakari eta kontra-birakarien maiztasunak
Δ_n^e, Δ_n^g	$ e\rangle$ eta $ g\rangle$ egoerei dagokien bigarren ordenako energia aldaketa
$\Omega_{n-}^{(3)}, \Omega_{n+}^{(3)}$	Hirugarren ordenako JC (anti-JC) tankerako elkarrekintzaren Rabi maiztasuna
$\delta_{n-}^{(3)}, \delta_{n+}^{(3)}$	Hirugarren ordenako termino birakari eta kontra-birakarien maiztasunak
$\tilde{\delta}_{n-}^{(3)}, \tilde{\delta}_{n+}^{(3)}$	Hirugarren ordenako termino birakari eta kontra-birakarien maiztasunak, bigarren ordenako energia aldaketak kontuan izanik
$\Omega_{n-}^{(k)}, \Omega_{n+}^{(k)}$	k -garren ordenako JC (anti-JC) tankerako elkarrekintzaren Rabi maiztasuna
$\delta_{n-}^{(k)}, \delta_{n+}^{(k)}$	k -garren ordenako termino birakari eta kontra-birakarien maiztasunak
ω_0^c	Erresonantzia maiztasunaren gutxi gorabeherako balioa
$\Omega_{S,r,b}, \omega_{S,r,b}, \phi_{S,r,b}$	Laser-eremu eramailearen, desintonia gorrikoaren eta desintonia urdinekoaren Rabi maiztasuna, maiztasuna eta fasea
\hat{g}_S, g_r, g_b	Elkarrekintza eramailearen, albo-banda gorrikoaren, eta albo-banda urdinekoaren akoplamendu-maiztasuna

Ω_0	$\Omega_0 \equiv \Omega_S(1 - \eta^2/2)$
ω_0^R, ω^R	Simulatutako qubitaren eta modu bosonikoaren maiztasunak
g^R, γ^R	Simulatutako Rabi eta Stark elkarrekintzen akoplamendu maiztasunak
$\Omega, \omega_L, \phi, \delta$	Laser-eremu baten Rabi maiztasuna, maiztasuna, fasea eta desintonia
$\hat{f}_1(\hat{n}), f_1(\hat{n})$	Eragile ez-lineala, (3.15) ekuazioan definituta, eragile ez-linealak $ n\rangle$ Fock egoeran duen balioa
$\tilde{\Omega}_{n,n+1}$	NQRMaren Rabi maiztasuna, $ f_1(n) \Omega_{n,n+1}$
$\langle n \rangle$	Hasierako egoeraren batezbesteko fonoi kopurua
α	Egoera koherentea ezaugarritzen duen zenbaki konplexua, non $ \alpha $ eta $\arg(\alpha)$ "amplitudea" eta "fasea" diren, hurrenez hurren

Dagokion eranskinean :

ω_n^e, ω_n^g	$\omega_n^e = (\omega + \gamma)n + \omega_0/2, \omega_n^g = (\omega - \gamma)n - \omega_0/2$
$S_n(t)$	$S_n(t) \equiv \sigma_+ e^{i\delta_n^+ t} + \sigma_- e^{i\delta_n^- t}$
$g_{r,b}^{(1)}$	Albo-banda gorri eta urdinaren akoplamendu maiztasunak
$g_{r,b}^{(2)}$	Bigarren ordenako albo-banda gorri eta urdinaren akoplamendu maiztasunak
$\tilde{\sigma}_\pm$	$\tilde{\sigma}_\pm \equiv (\sigma_y \pm i\sigma_z)/2$
g_{JC}, g_{aJC}	JC eta anti-JC terminoen akoplamendu maiztasunak

Chapter 4: Bosoi Laginketa Atomo Ultrahotzekin

N, M	Bosoi kopurua, modu kopurua
t, τ	Pauso kopurua, pauso baten iraupena
$a_m^\dagger(a_m), \hat{n}_m, n_m$	m moduaren sortze (deuseztatze) eragilea, m moduaren zenbaki eragilea, m moduan dagoen partikula kopurua
\hat{N}	Zenbaki eragile totala $\hat{N} = \sum_m \hat{n}_m$
U, U_{ij}	Haar-ausazko matrize unitarioa, matrize elementua (i lerroa eta j zutabea)
P_{BS}	Bosoi laginketaren probabilitate banaketa
$ \uparrow\rangle, \downarrow\rangle$	Atomoaren egoera hiperfinak
λ_L	Sare optikoaren uhin-luzera
$V_{\uparrow,\downarrow}(x)$	Argi eremuak eragindako energia potentziala
$x_{\uparrow,\downarrow}(t)$	$ \uparrow\rangle$ eta $ \downarrow\rangle$ sareen "posizioa"
$T(s, t)$	2×2 dimentsioko matrize unitarioak, U matrizea eraikitzen dutenak
$H_{2 \times 2}, A(\theta), A(\phi)$	2×2 dimentsioko matrize unitarioak, $T(s, t)$ matrizea eraikitzen dutenak
$ \psi_0\rangle, 0\rangle, n_m\rangle$	Hasierako egoera, M moduen "huts" egoera, m moduaren Fock egoera
$ \psi_u\rangle$	Banaketa uniformeari dagokion egoera edo egoera uniformea
$P(n_1, n_2, \dots, n_M)$	n_1, n_2, \dots, n_M konfigurazioari dagokion probabilitatea

\hat{U}	Bosoi laginketaren eboluzio eragilea
$t_{\text{in}}, t_{\text{op}}, t_{\text{det}}, t_{\text{pr}}$	Hasierako egoeraren prestaketaren, interferentzia operazioen, neurketaren, eta prozesu osoaren iraupena
$R_{\text{pr}}(R_0), R$	Lagin atomikoen (fotonikoen) sortze-abiadura, lagin baliogarraren sortze-abiadura
$\eta_d, \eta, \eta_f, \eta_c$	Detekzio efizientzia atomo bakoitzeko, fotoiaren biziraupen probabilitatea, fotoiaren biziraupen probabilitate finkoa, fotoiaren biziraupen probabilitatea zirkuituaren luzera unitateko
$\tau_{\text{bg}}, \tau_{\text{tb}}$	Gorputz bakarraren galera-denbora, bi gorputzen galera-denbora
$P_{\text{surv, step, pair}}$	N gorputzeko laginaren biziraupen probabilitate totala, biziraupen probabilitatea τ denbora unitateko (pausoko), k partikula-pare aurkitzeko probabilitatea (parea = bi partikula sare-toki berdinean)
d	Zirkuitu fotonikoaren luzera
k_l	Galdutako fotoi kopurua
\tilde{a}	Ordenagailu klasikoaren abiadura ezaugarritzen duen zenbaki erreala
$\omega_{\uparrow}, \omega_{\downarrow}$	$ \uparrow\rangle$ eta $ \downarrow\rangle$ egoeren energia (maiztasun angeluarraren unitatetan)
$\Omega_0(\varphi_0), \Omega_s$	MU eremuaren Rabi maiztasuna (fasea), argi-eremuaren Rabi maiztasuna s sare-tokian
$\hat{U}, \hat{U}_t, \hat{U}_{t,1}$	Bosoi laginketaren eboluzio eragilea, t pausuari dagokion eboluzio eragilea, t pausurainoko eboluzio eragilea, hau da, $\hat{U}_{t,1} = \prod_{j=1}^t \hat{U}_j$
θ_s^t, ϕ_s^t	$T(s, t)$ matrizea ezaugarritzen duten faseak
$\tilde{\theta}_t, \tilde{\phi}_t$	t pausuko faseen zerrenda
$\mathcal{L}_b(\rho), \Gamma_b, F_b$	Lindblad supereragile, galera-abiadura, eta jauzi eragile generikoak
$\Gamma_{\text{bg}}, \Gamma_{\text{tb}}$	Gorputz bakarraren galera-abiadura, bi gorputzen galera-abiadura
F	Bosoi laginketaren amaierako egoerarekiko fidelitatea
p	Interferentzia operazio amaitu osteko biziraupen probabilitatea
V_t	t pausuan, bi gorputzen galera adierazten duen Hamiltondarra, bosoi laginketaren Hamiltondarrarekiko elkarrekintza-irudian, hau da, $\hat{U}_{t-1,1}^\dagger V \hat{U}_{t-1,1}$ edo $\hat{U}_{t-1,1}^\dagger V' \hat{U}_{t-1,1}$, j bakoitia edo bikoitia bada, hurrenez hurren.
ϵ	$\omega_{\uparrow} - \omega_{\downarrow}$ maiztasunaren aldaketa, Ω_0 maiztasun unitateko

Dagokion eranskinean :

k_2, k_3, k_4	pare, hirukote, eta laukote kopurua
$P(k_2, k_3, k_4)$	k_2 pare, k_3 hirukote, eta k_4 laukote izateko probabilitatea
c	M eta N^2 -ren arteko zatidura
$D, d, d\rangle$	Konfigurazio kopurua, konfigurazio bati dagokion indizea, konfigurazio bati dagokion egoera

$p_k, p_{k,k'}$	m moduan k atomo duten konfigurazio kopurua eta D -ren arteko arrazoa, m moduan k atomo, eta m' moduan k' atomo duten konfigurazio kopurua eta D -ren arteko arrazoa
a_j	$a_j \equiv \prod_{i=1}^j \frac{M-i}{M+N-i}$
λ_j	$\lambda_j \equiv \frac{N}{M+N-j}$

Chapter 5: Detekzio Kuantikoa NV Zentroekin

$S_{x,y,z}$	Spin-1 eragileak
$ 0\rangle(1\rangle), +\rangle$	NV qubitaren oinarriko (kitzikatutako) egoera, gainezarmen egoera $ +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$
ω_n, ω_j	Nukleoaren Larmor maiztasuna, j nukleoaren Larmor maiztasuna, NVarekin duen elkarrekintzak eragindako aldaketa konstantuan izanik
I_j^α	j nukleoaren spin-1/2 eragilea, $I_j^\alpha = 1/2\sigma_j^\alpha$ non $\alpha = x, y, z, +, -$
γ_n	Nukleoaren arrazoi giromagnetikoa
\vec{A}_j	NV-nukleo elkarrekintza ezaugarritzen duen bektorea, definizioa (5.2) ekuazioan
\vec{r}_j	j nukleoaren posizio bektorea, jatorri bezala hutsunearen tokia hartuz
$\omega(t), \omega, \phi$	MU eremuaren Rabi maiztasuna, maiztasuna eta fasea
$\hat{\omega}_j$	j nukleoaren prezesio-ardatz berriaren norabidea definitzen duen bektore unitarioa
$F(t)$	π -pultsuen efektua adierazten duen modulazio funtzioa
T	$F(t)$ funtzioaren periodoa
n, l	Fourierren garapeneko harmoniko zenbakia, $l\omega_M \approx \omega_k$ izan dadin aukeratutako harmonikoa
ω_k	Erresonantzian jarri nahi dugun nukleoaren Larmor maiztasuna
f_n, f_n^m eta f_n^{th}	n harmonikoari dagokion Fourierren koefizientea, Fourierren koefizientea pultsu modulatu eta karratuetarako, (5.15) eta (5.16) ekuazioetan definituta
ω_M	T periodoari dagokion maiztasun angeluarra
$\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j$	(5.6) ekuazioaren azpian definitutako oinarri kartesiarraren bektore unitarioak
t_m, t_p	m pultsua aplikatzen hasten den unea, m pultsuaren erdiko unea $t_p = t_m + t_\pi/2$
$\alpha_q(t)$	Denboraren funtzio erreal eta positiboa, q zenbaki arrunta izanik
a_1, c_1	$\alpha_1(t)$ Gausen funtzioaren parametro askeak
γ^{13C}, γ^H	^{13}C nukleoaren arrazoi giromagnetikoa, 1H nukleoaren arrazoi giromagnetikoa
t_f	Amaierako denbora
E^{th} eta E^{ext}	π -pultsu karratu edo zabal batek emandako energia

Dagokion eranskinean :

τ_m, τ_π	t_m eta t_π $T/2$ -ren unitateko
x, y	Integrazio aldagaiak
$\vec{P}, \vec{E}, \vec{B}$	Poyntingen bektorea, MU eremu elektriko eta magnetikoa
\vec{k}	MU eremuaren uhin-zenbakia
\vec{x}	NV zentroaren posizioa
$B_0(t)$	Eremu magnetikoaren anplitude aldakorra

1

Sarrera

Mekanika kuantikoa fisikaren teoria arrakastatsuenetariko bat da. Teoria honek eskala atomikoan gertatzen diren prozesu naturalak deskribatzen ditu, eta, hasieratik, argiaren eta materiaren arteko elkarrekintzak, edo atomoen eta eremu elektromagnetikoen arteko interakzioak, garrantzi handia izan du teoria kuantikoaren garapenean. Energiaren kuantizazioa Max Planckek proposatu zuen lehen aldiz 1900ean, gorputz batek igorritako espektro elektromagnetikoa deskribatzeko [1]. 1905ean, Einsteinek efektu fotoelektrikoa azaldu zuen energiaren kuantizazioa erabiliz [2], eta, 1917rako, argi-materia elkarrekintzaren eredu bat garatu zuen, atomoetan argiaren xurgapena eta igorpen estimulatua edo espontaneoazaltzen zituena [3]. Teoria kuantikoa Erwin Schrödingerrek formalizatu zuen 1926an, hidrogeno atomoaren espektro-lerroak azaldezakeen uhin-ekuazioa proposatu zuenean [4]. Urte berean, Paul Dirac-ek eremu elektromagnetikoa kuantizatzeko lehen saiakera egin zuen [5]. Hala ere, 40ko hamarkadaren amaiera arte ez ziren gai izan materia eta argi kuantizatuaren arteko elkarrekintza azalduko lukeen teoria bat gorpuzteko [6]; elektrodinamika kuantikoa (QED), hain zuzen. Teoria honekin, hidrogenoaren mikrouhin (MU) espektroan neurtutako Lamb lerrakuntza azaltzeko gai izan ziren [7].

XX. mendearen lehen erdian telekomunikaziorako garatutako irrati eta MU maiztasuneko teknologiak maserraren asmakuntza ekarri zuen 1953an [8]. Maserrak MU erradiazio koherentea sortzen du, atomoen igorpen estimulatua bidezko amplifikazioa erabiliz. Honek, beste aurkikuntza batzuekin batera (adibidez, ponpaketa optikoa [9]), lehen laserraren eraikuntza ekarri zuen 1960an [10]. Laserrak koherentzia optikoa ulertzen lagundu zuen [11, 12], eta argi-materia elkarrekintza koherenteak ahalbidetu zituen. 70eko hamarkadaren erdialdean, atomo kargatuak (ioiak) harrapatzeko gaitasuna [13] laserrekin konbinatu, eta, lehen laser bidezko hozketa protokoloa asmatu zen [14, 15]. 80ko hamarkadan, atomo neutroentzako laser bidezko harrapatze eta hozketa teknikak garatu ziren [16], jauzi kuantikoak ikusi ziren lehen aldiz [17–19], eta ioi bakar bat bere oinarritzko bibrazio egoeraraino hoztea lortu zen [20]. Laserrari esker, MU erresonadoreetan eta barrunbe optikoetan Rydberg atomoen eta argiaren arteko interakzioa aztertu ahal izan zen, barrunbeo QED izeneko ikerketa eremua sortuz [21]. Barrunbearen modu elektromagnetikoen eta atomoen egoera elektroniko kitzikatuaren arteko elkarrekintzak atomoaren propietateak alda ditzake, adibidez, igorpen espontaneoaren tasaren handitzea edo

txikitzea¹ eraginez [23, 24]. 1992an, argiaren eta materiaren arteko akoplamendu sendoko (SC) erregimena lortu zen atomo bakar bat erabiliz [25], atomoen eta fotoien arteko elkarrekintzan energia-kuantu baten trukea aztertzea posible eginez [26]. Gainera, SCko erregimeneko argi-materia elkarrekintzak argiaren eta materiaren ezaugarriak dituzten polaritoi izeneko modu hibridoen sorrera ahalbidetzen du. Hauek erabilgarriak dira, adibidez, gainazaleko plasmoiden laguntzaz argi-intentsitate altuak bolumen txikietan konfinatzeko, eta, honela, erabilitako argiaren uhin-luzera baino txikiagoak diren egituren irudiak lortzeko [27].

Beste alde batetik, 1930eko hamarkadan, Alan Turing-ek konputazio-teoriaren oinarriak ezarri zituen, erakutsi zuenean eragiketa mota gutxi batzuk egiteko gaitasuna eta memoria nahikoa zuen gailu batek, Turingen makina deritzonak, edozein prozesu algoritmiko erreproduzitu dezakeela era efizientean [28]. Ideia honek, lehen transistorearen², eta 1959an, MOSFETaren [29], asmakuntzarekin batera, ordenagailu digitalen garapen esponentziala ekarri zuen [30]. Algoritmoak sailkatzen hasi ziren, Turing makina bat erabiliz ebazpena aurkitzeko behar diren baliabideen, denboraren eta memoriaren arabera [31]. Problema batzuen kasuan, hala nola biderketaren kasuan, baliabide-kopuru hori polinomikoki handitzen da sarrera-zenbakiaren tamainarekin, eta, beraz, erraz ebaz daitezke. Beste problema batzuk ordea zailagoak dira ebazten, ez delako hauek baliabide-kopuru polinomikoarekin ebazteko gai den algoritmorik ezagutzen. Honen adibide da, zenbaki osoen faktORIZAZIOA. Gainera, Turingen konputazio-ereduan, eragiketa logikoak izaera itzulezina daukate. Ondorioz, eta 1961ean Landauerrek, Shannonen informazio-teoria [32] erabiliz, frogatu zuenez, eragiketa logiko bakoitzak entropiaren handitzea, eta, beraz, funtsezko energia-kostu bat dakar [33]. Hau Landauerren printzipioa bezala ezagutzen da, eta konputazio eredu itzulgarrien ikerkuntza bultzatu zuen [34]. Testuinguru horretan, 80ko hamarkadaren hasieran, Benioffek [35], Maninek [36] eta Deutschek [37] Turingen makina kuantikoaren ideia proposatu eta garatu zuten. Ordenagailu kuantiko horrek bi mailako sistema kuantikoetan gordeko luke informazioa: bit kuantiko edo qubit deiturikoak. Gainera, Schrödingerren ekuazioaren linealtasuna dela eta, konputazio-eredu hori itzulgarria izango litzateke eta, beraz, ez luke funtsezko energia-kosturik edukiko. Segidan, Feynmanek iradoki zuen honelako ordenagailu bat fisika kuantikoa simulatzeko plataforma naturala izango zela [38]; Turingen makina klasiko batean, ordea, fisika kuantikoaren simulazioak baliabide-kopuru esponentziala eskatzen du, gehienetan [39]. Honela, simulazio kuantikoa ordenagailu kuantikoen lehen aplikazio praktikoa gisa agertu zen. Urte horietan, aldagai kuantikoak erabiliz komunikazio segurua lortzeko lehen ideiak garatu ziren [40, 41], gaur egun kriptografia kuantikoa bezala ezagutzen den ikerketa-eremua sortuz [42]. 1994an, zenbaki osoak efizienteki faktORIZATZEKO gai zen algoritmo kuantiko bat proposatu zuen Peter Shorrek [43], geroago Dowling eta Milburnek “bigarren iraultza kuantikoa” [44] bezala deitu dutena sortzeko azken bultzada emanaz.

Ordurako, posible zen sistema kuantiko indibidualak kontrolatzea³, eta ordenagailu

¹Igorpen espontaneoan tasaren handitze hau Edward M. Purcell-ek aurkitu zuen erresonantzia magnetiko nuklearra erabiliz [22], eta Purcell efektua bezala ezagutzen da.

²1956an, Fisikako Nobel saria eman zioten William B. Shockleyi, John Bardeeni eta Walter H. Brattaini erdieroaleei buruz egindako ikerketengatik eta transistore efektuaren aurkikuntzagatik

³2012an, Serge Harochek and David J. Winelandek Nobel saria irabazi zuten sistema kuantiko indibidualak

kuantiko bat eraikitzeko lasterketa hasi zen. Shorren algoritmoa aurkeztu eta gutxira, Cirac eta Zollerrek metodo bat proposatu zuten ioi harrapatuak erabiliz CNOT atea implementatzeko [45]. Proposamen horretan oinarrituta, Winelanden taldeak bi qubiteko lehen ate kuantikoa egitea lortu zuen [46]. Ordutik aurrera, hainbat proposamen egin dira qubitak eta atea fisikoki gauzatzeko, fotoiak [47, 48], ioiak [49–52], atomoak barrunbeto-QED-an [53] edo sare optikoetan [54], anioiak [55], erdieroaleak [56], erresonantzia magnetiko nuklearra (NMR) [57, 58], diamanteko kristal-akatsak [59] eta zirkuitu supereroaleak [60] erabiliz. Gainera, algoritmo kuantiko berriak garatu [61, 62], eta akats-zuzenketa kuantikorako lehen protokoloak asmatu dira [63, 64]. Idealki, ordenagailu kuantiko bat elkarren artean komunikatzeko gai diren qubitez eraiki behar da, baina, hauek inguruetik isolatuta egon behar dute, dekoherentzia prozesuak saihesteko. Bestalde, sistema kanpotik kontrolatzeko eta neurtzeko gai izan behar dugu. Beraz, isolamendu hori oso selektiboa izan behar da. Alde horretatik, akats-zuzenketa kuantikoak [65] bide bat deskribatzen du akats tolerantzia duen ordenagailu kuantikoa eraikitzeko, atalase batetik beherako erroreak dituzten qubitak erabiliz [66]. Trukean, qubit logiko bakar baten informazio kuantikoa qubit fisiko askotan gorde behar da.

Qubit kopurua eta hauen koherentzia-denborak handitzen egin diren aurrerapenak nabarmenak diren arren [67–80], gaur egungo teknologia kuantikoa, batzuetan eskala ertaineko teknologia kuantiko zaratatsua (NISQ teknologia) bezala deitua [81], ez da nahikoa akats-tolerantzia den ordenagailu kuantiko bat eraikitzeko [82]. Horrek NISQ gailuetara egokitutako eredu konputazional alternatiboen garapena bultzatu du, hala nola konputazio kuantiko digital-analogikoa [83], eigensolver kuantiko bariazionalak [84], sakonera konstanteko zirkuitu kuantikoak [85], denbora-egitura gabeko zirkuitu kuantikoak [86], bosoi identiko ez-interaktiboez eginiko zirkuitu kuantikoak (bosoi laginketa gailuak deiturikoak) [87], akoplatutako qubitez osaturiko ausazko zirkuituak [88], edo suberaketa kuantikoa [89]. Hauen konplexutasun esperimentalak akats-tolerantzia den ordenagailu kuantiko batena baino askoz txikiagoa denez, hautagai interesgarriak dira NISQ gailuetan ordenagailu klasikoekiko abantaila nabarmena erakusteko. Abantaila honi, abantaila edo nagusitasun kuantiko deritza [90–92]. Hain zuzen, iaz, Martinisen taldeak lehen aldiz lortu zuen nagusitasun kuantikoa, qubit supereroalez osaturiko ausazko zirkuituak erabiliz [93].

Ziur aski, konputazio kuantikoaren aplikazio garrantzitsuena simulazio kuantikoa da [94–101], hots, eredu kuantikoak sistema kuantiko kontrolagarriak erabiliz erreproduzitzea. Ideia Maninek [36] eta Feynmanek [38] proposatu zuten lehen aldiz 80ko hamarkadaren hasieran, eta, ondoren, Lloydek [102] formalizatu zuen teorikoki frogatu zuenean ordenagailu kuantikoek edozein sistema kuantiko lokal modu efizientean simula dezaketela. Eredu kuantikoei loturiko Hilbert espazioaren dimentsioa esponentzialki hazten denez sistemaren osagai kopuruarekin, gorputz anitzeko sistema kuantikoen simulazioa, oro har, ez da efizientea, eta, askotan, ezinezkoa da [103]. Simulagailu kuantikoek, aldiz, era efizientean simulatu ditzakete eremu-teoria kuantikoan [104–109], kimika kuantikoan [110–112], materia kondentsatuan [113–116] edo grabitate kuantikoan [117] agertzen diren ereduak. Lloydek deskribatutako simulagailu unibertsalari simulagailu kuantiko digital deritza, eta

neurtu eta manipulatzeko aukera ematen duten metodo esperimentalak garatzeagatik

ez da simulagailu kuantiko analogiko [118–120] edo digital-analogikoen [121, 122] berdina, izan ere, azken hauek sistema kuantiko espezifikoaren portaera imitatzen daude diseinatuta, askotan plataforma kuantikoaren interakzio naturalak aprobetxatuz. Simulagailu analogiko edo digital-analogikoak, ordea, hobeto egokitzen dira NISQ gailuetara, eta dagoeneko erabili izan dira metodo klasikoaren gaitasunetik haratago dauden iragarpen fisikoak egiteko [123]. Ordenagailu eta simulagailu kuantikoak ordenagailu klasikoak baino hobekak dira natura simulatzen [124], eta, beraz, aurkikuntza zientifikorako tresna garrantzitsu bihurtu daitezke [125].

Objektu kuantikoen ingurunearekiko duten aparteko sentikortasuna, ordenagailu kuantiko baten eraikuntza izugarri zailtzen duena, sentsore kuantikoetan erabilgarria izan daiteke. Sentsore kuantikoek objektu kuantikoak edo koherentzia kuantikoa erabiltzen dute kantitate fisiko bat neurtzeko edo detektatzeko. Honi, detekzio kuantikoa deritza [126]. Detekzio kuantiko deritza, baita ere, korapilatze kuantikoaren erabilerari fisika klasikoak ezarritako doitasun-mugak gainditzeko [127]. Sentsore kuantikoen adibideak dira erloju atomikoak, egungo denbora- eta maiztasun-estandarrik onenak [128]; interferentzia kuantikorako gailu supereroaleak eta atomoen lurrin termikoak, magnetometro zehatzenak [129]; nitrogeno-hutsune (NV) zentroak diamantean, nanoeskalako detekzio magnetikoa ahalbidetzen dutenak [130, 131]; ioi harrapatuak, eremu elektrikoaren eta indarren detekziorako [132, 133]; edo argiaren egoera estutuak, uhin grabitazionalen detekziorako baliagarriak direnak [134]. Teknologia kuantikoen artean, sentsore kuantikoek epe laburreko aplikazio praktikoetarako potentzial handiena dute. Adibidez, fotoien arteko korrelazio kuantikoak erabili daitezke islapen gutxiko objektuak detektatzeko argi-zarata askoko inguruneetan. Metodo hau, argiztapen kuantiko deritzona [135–137], MUen erregimenera eramatean datza, ustez, radak kuantikoa eraikitze formula [138]. Aplikazio praktikoaren beste adibide bat erloju atomikoak dira. Denboraren joan etorria doitasun handiz neurtzeko gai direnez, eta grabitazio-potentzial desberdinetan denbora era desberdinean igarotzen denez, erloju atomikoak erabilgarriak izan daitezke masa handiko objektuen egitura aztertze, geofisikan edo hidrrologian, adibidez [139, 140]. Hau gutxi balitz, detekzio kuantikoa funtsezkoa izan daiteke aurkikuntza zientifikoetan. Adibidez, objektu makroskopikoen gainezarmen kuantikoak [141–147] sortzeak kolapso-ereduen baliagarritasuna aztertze balio du; izan ere, eredu horien arabera, Schödingerren ekuazioak ez du balio masa jakin bateko objektu baten gainezarmenak distantzia kritiko bat gainditzeko duenean [148, 149]. Beste adibide bat grabitatearen izaera kuantikoaren azterketa litzateke, honek objektu masiboetan eragindako korrelazio kuantikoak behatuz [150, 151].

Zientzia eta teknologia kuantikoa etorkizun handiko ikerketa-eremua da, eta honen aplikazioek eragin garrantzitsua izango dute gizartean. Argi-materia elkarrekintza funtsezkoa da plataforma kuantikoen funtzionamenduan, eta elkarrekintza hauen kontrola beharrezkoa da teknologien portaera kuantikoa ustiatzeko. Adibidez, atomo harrapatuetan MU edo laser erradiazioa erabil daiteke fidelitate altuko informazio kuantikoaren prozesaketa lortzeko. Argi-materia elkarrekintza aztertzen duten ereduak erreminta teorikoak ematen dizkigute, zenbakizko metodoen laguntzaz, egoera kuantikoak manipulatzeko era berriak esploratu, eta, adibidez, energetikoki efizienteak diren detekzio kuantikorako eskemak edota fidelitate altuko ate logikoak diseinatzeko. Bestalde, kontrolpeko sistema kuan-

tikoak argi-materia elkarrekintza ikertzeko erabil daitezke ohiko hurbilketen erregimenetatik at, non zenbakizko metodo klasikoak balio ez duten. Laburbilduz, tesi honek sistema kuantikoen egoerak hobekien ustiatzeko erradiazio-patroien diseinuan jartzen du arreta, informazio kuantikoaren prozesamendu azkar eta fidagarria lortzeko, energetikoki efizientek diren detekzio kuantikorako metodoak lortzeko edo eredu kuantikoen simulazioa kuantikoa gauzatzeko.

1.1. Zer aurki daiteke tesi honetan

Tesi honetan, argi-materia elkarrekintzak kontrolatzeko modu berriak diseinatzen ditugu, zeintzuk aplikazioak dituzten ioi harrapatuetan, sare optikoetako atomo ultrahotzetan eta NV zentroetan konputazio kuantikoa, simulazio kuantikoa eta detekzio kuantikoa gauzatzeko. Horretarako, **1. kapituluuan** argi-materia elkarrekintzaren eredu zentralak berrikusiko ditugu, hau da, Rabiren eredu semiklasiko eta kuantikoa. Desakoplatze dinamikoari (DDari) dagozkion oinarrizko kontzeptuak ere azalduko ditugu, hala nola, spin-oihartzuna edota egoera kuantiko jantziak. Azkenik, tesian aztertutako plataforma kuantikoak aurkeztuko ditugu, eta teknologia kuantikoen egungo ekosisteman duten garrantzia azalduko dugu.

2. kapituluuan, ioi harrapatuetan MU erradiazioa erabiliz fidelitate altuko ate logikoak egiteko bi metodo proposatzen ditugu. Lehenak MU pultsuak erabiltzen ditu, etorkizun hurbil batean lor daitezkeen parametro esperimentalak erabiliz ate azkarrak sortzeko. Bigarrenak egungo laborategietan dauzkaten parametroak eta MU erradiazio jarraitua erabiltzen ditu. Laserrak ez bezala, MU iturriak erraz txertatu daitezke tranpa eskalagarrietan; hala, MUn bidez kontrolaturiko ioi harrapatuak funtsezkoak izan daitezke ioi harrapatuez sorturiko ordenagailu kuantikoak eskala handietara eramateko. Gure metodoek kontuan hartzen dituzte ioiei eragiten dieten dekoherentzia-iturri nagusiak, eta, DD teknika pultsatuak eta jarraituak erabiliz, haien eragina nola minimizatu aztertzen dugu, %99.9tik gorako fidelitateak lortuz parametro esperimental errealistetarako.

3. kapituluuan, argi-materia elkarrekintza deskribatzen duten bi ereduren dinamika aztertuko dugu, parametro-erregimen ezberdinetan. Rabi-Stark ereduaren kasuan, SCko eta USCko erregimenetan fotoi anitzeko elkarrekintza selektiboak aurkitzen ditugu. Denboraren menpeko perturbazio-teoria erabiliz, interakzio hauei azalpen analitiko bat ematen diegu. Rabiren eredu kuantiko ez-linealaren kasuan, haren dinamika Fock espazioko zenbait egoeretara mugatzen dela ikusi dugu, espazio hau zati desberdinetan banatuz. Propietate hau disipazioarekin konbinatuz, metodo bat diseinatzen dugu ioi harrapatuekin n altuko Fock egoerak sortzeko. Rabi-Stark eredu eta Rabiren eredu kuantiko ez-lineala simulatzeko metodoak ere eskaintzen ditugu, laser bidez kontrolatutako ioi harrapatu bat erabiliz.

4. kapituluuan, sare optikoetan atomo ultrahotzak erabiliz bosoi laginketa egiteko metodo bat aurkezten dugu. Sistema horren kontrola MU eta laser erradiazioak erabiliz lortzen da, forma pultsatu eta jarraituetan. Bosoi laginketa konputazio kuantiko eredu bat

da, etorkizun hurbilean nagusitasun kuantikoa frogatzeko ahalmena duena. Eredu sinple bat erabiliz, akats esperimentalek bosoi kopuruarekiko (atomoak, kasu honetan) duten menpekotasuna aztertzen dugu, eta baita hau nolakoa izan behar den algoritmo klasiko onenekiko abantaila erakusteko. Partikula-galera deskribatzen duen eredu Hamiltondar ez-Hermitiko bat erabiliz gure eredu sinplearen baliaagarritasuna egiaztatzen dugu.

5. kapituluan, anplitude-modulatuko MU pultsuak erabiliz eremu magnetiko altuetan NV-nukleo elkarrekintza selektiboak lortzeko gai den metodo bat aurkeztzen dugu. Eremu magnetiko altuekin lan egiteak NMR espektroaren zehaztasuna hobetu dezake; hala ere, MU potentzia handitu ezean, NMR seinalea galdu egiten da. MU potentzia handiekin lan egitea, ordea, desegokia izan daiteke lagin biologikoen espektroa aztertzerako orduan, erradiazioak hauetan kalteak eragin ditzakeelako. Gure metodoak problema horiek saihestu eta espektroen zehaztasuna hobetzea lortzen du, anplitude-modulatuko MU pultsuak erabiliz.

1.2. Argi-materia elkarrekintza ereduak

1.2.1. Rabiren ereduak

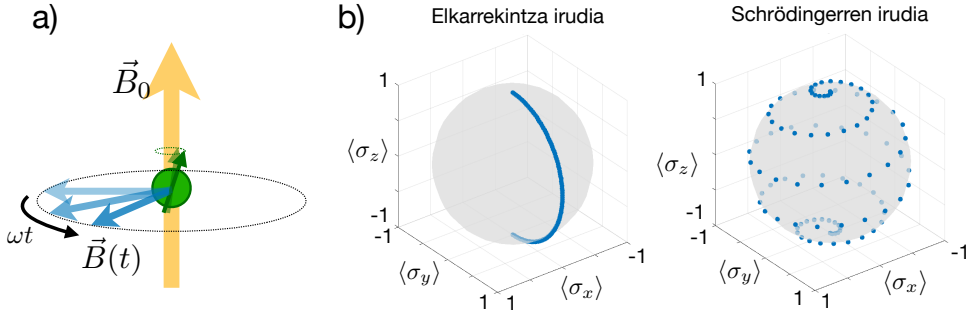
Rabiren ereduak edo Rabiren eredu semiklasikoa Isaac Rabik sortu zuen 1937an, eremu magnetiko oszilatorrek spin nuklearra duten atomoetan sortutako efektua azaltzeko [152]. NMReko esperimentuak deskribatzeko sortu zuen arren, Rabiren ereduak bi mailako atomoen eta eremu elektromagnetiko klasikoaren arteko elkarrekintza deskriba dezakeen eredurik sinpleena da. Demagun spin-1/2ko partikula bat dugula $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$ eremu magnetiko estatikoaren eraginpean, non \hat{z} z norabideari dagokion bektore unitarioa den. Partikula honen energia ondoko Hamiltondarrak adieraziko luke

$$H_0 = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z, \quad (1.1)$$

non $\vec{\mu} = -\gamma \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$, γ partikulararen arrazoi giromagnetikoa, \hbar Planck-en konstante murriztua, eta $\sigma_{x,y,z}$ Pauli matrizeak diren. NMRrean, $\omega_0 = -\gamma B_0$ Larmor maiztasuna bezala ezagutzen da, eta, (1.1) ekuazioaren arabera, edozein spin egoerak z ardatzaren inguruan biratuko du periodoa $2\pi/\omega_0$ izanik. Eremu magnetiko ortogonal birakari bat aplikatuz gero, $\vec{B}(t) = B[\cos(\omega t)\hat{x} + \sin(\omega t)\hat{y}]$, Rabiren ereduak lortuko dugu,

$$H_R = \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + \frac{\Omega}{2} (\sigma_+ e^{-i\omega t} + \sigma_- e^{i\omega t}), \quad (1.2)$$

non $\sigma_{\pm} = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$ eta $\Omega = \gamma B/2$ diren. (1.6) ekuazioan eta hemendik aurrera, Hamiltondar guztiak $H \rightarrow H/\hbar$ bezala birdefinituko dira, Hamiltondarrei dagokien magnitudea maiztasun angeluarra izanik. (1.6) ekuazioari dagokion dinamika ulertzeko $H = \frac{\omega_0}{2} \sigma_z$ terminoak definituriko elkarrekintza irudira mugitzea komeni da, honako



1.1 irudia: a) Spina duen partikula baten prezesia \vec{B}_0 eta $\vec{B}(t)$ eremu magnetikoen eraginpean. b) π pultsu bat Blochen esferan. $|\downarrow\rangle$ egoeraren bilakaera, Rabiren eredu erresonantearen arabera eta π/Ω denboran zehar. Bilakaera Schrödingerren irudian eta elkarrekintza irudian erakusten da, $\Omega = \omega_0/10$ izanik.

transformazioa aplikatuz, $H_R^I = e^{iHt} H_R e^{-iHt} - H$ [153]. Honela, (1.6) ekuazioa

$$H_R^I = \frac{\Delta}{2} \sigma_z + \frac{\Omega}{2} \sigma_x \quad (1.3)$$

da, non $\Delta = \omega_0 - \omega$ Larmor maiztasunarekiko seinalearen desintonia den. Erresonantzian, (1.3) ekuazioak spinaren \hat{x} ardatzaren inguruko biraketa deskribatzen du, Ω maiztasunarekin (Rabi maiztasuna deitua). 1.1(b) irudian $|\downarrow\rangle$ ($\sigma_z |\downarrow\rangle = -|\downarrow\rangle$) egoeraren bilakaera erakusten da, $\sigma_{x,y,z}$ behargarrien batezbesteko balioen arabera⁴, π/Ω denboran zehar. Prozesu honen ondorioz $|\downarrow\rangle$ egoerako populazioa $|\uparrow\rangle$ egoerara pasatzen da, eta π pultsua bezala ezagutzen da.

Rabiren ereduak eremu magnetiko birakari baten eraginpean dagoen bi mailako sistema kuantiko baten eboluzioa deskribatzen du, baina ez ditu dekoherentzia sor dezaketen faktoreak kontuan hartzen. Horretarako, 1946an, Felix Blochek bi koherentzia-denbora erabilia, T_1 eta T_2 , efektu horiek jasotzen zituen ekuazio fenomenologiko batzuk proposatu zituen [154]. T_1 despolarizazio-denbora deitzen da, eta $|\uparrow\rangle$ egoeratik $|\downarrow\rangle$ egoerara eman daitekeen transferentzia inkoherentea edo “erorketa” hartzen du kontuan. T_2 aldiz, desfazatze-denbora deitzen da eta $|\downarrow\rangle$ eta $|\uparrow\rangle$ egoeren arteko fase erlatiboaren kontrolaren galera adierazten du. Rabiren ereduarekin gertatzen den bezala, Blochen ekuazioak baliagarriak dira bi mailako atomo baten bilakaera deskribatzeko eremu elektromagnetiko koherente baten eta dekoherentziaren eraginpean. Kasu horretan, Maxwell-Blochen ekuazioak edo Blochen ekuazio optikoak bezala ezagutzen dira [155].

⁴Mekanika kuantikoa teoria probabilitikoa da, eta behargarrien batezbesteko balioak baino ez ditu aurreratsen. Batezbesteko balio horiek neurtzeko, zenbait saiakera esperimental egin behar dira datu estatistikokoak biltzeko.

Uhin birakariaren hurbilketa (RWA)

Eremu magnetiko birakari bat kontsideratu beharrea, (1.6) ekuazioan bezala, normalagoa da denboran oszilatzeko duen eremu magnetiko bat kontsideratzea, $\vec{B}(t) = B \cos(\omega t) \hat{x}$. Kasu horretan, (1.3) ekuazioa

$$H_{\text{R}}^I = \frac{\Delta}{2} \sigma_z + \frac{\Omega}{2} \sigma_x + \frac{\Omega}{2} (\sigma_+ e^{-i2\omega t} + \sigma_- e^{i2\omega t}) \quad (1.4)$$

bilakatzen da. Eremu oszilakorraren intentsitatea txikia bada eremu estatikoarenarekin alderatuz, $\omega \approx \omega_0 \gg \Omega$ da, eta, (1.4) ekuazioko azken terminoak, termino kontra-birakariak deiturikoak, arbuia egin daitezke uhin birakariaren hurbilketaren (RWAren) arabera. Termino kontra-birakari horien efektu neurgarri bat Larmor maiztasunean gerta daitekeen lerrakuntza bat da, $\Omega^2/4\omega_0$ baliokoa eta Bloch-Siegert lerrakuntza bezala deitua⁵. Lerrakuntza hau ulertzeko, denboraren menpeko perturbazio teoria erabili behar da, ikusi, adibidez, (A.15) eta (A.16) ekuazioak A.4 eranskinean.

Egoera jantziak

Egoera jantziak deritze erradiazio eremu baten ondorioz energia lerrakuntza bat jasan duten spin egoera edo egoera elektronikoei. Adibide tipiko bat argi-lerrakuntza izenekoa da [157], $|\Delta|$ desintoniaren balioa Ω Rabi maiztasuna baino askoz handiagoa izanik, $|\Delta| \ll \omega_0$ denean lortzen da. Erregimen horretan, Hamiltondar efektiboa

$$H_{\text{light}}^I \approx \frac{\Omega^2}{4\Delta} \sigma_z \quad (1.5)$$

da. Honek $|\downarrow\rangle$ eta $|\uparrow\rangle$ egoeren arteko energia aldaketa bat dakar, positiboa edo negatiboa, Δ desintoniaren zeinuaren arabera. Ω Rabi maiztasuna (eremuaren intentsitatearen proportzionala dena) \vec{x} posizioaren arabera aldatzen denean, lerrakuntza honek indar bat eragin dezake partikularren gainean.

Beste egoera jantzi mota bat (1.3) ekuazioak deskribaturikoa da. $\Delta = 0$ denean, $|\pm\rangle = |\uparrow\rangle \pm |\downarrow\rangle$ egoeren (normalizazioa kontuan izan gabe eta elkarrekintza irudian) arteko Ω balioko energia diferentzia bat sortzen da. Eremu ahulago bat sartu ezker, $\vec{B}(t) = \tilde{B}(\cos(\tilde{\omega}t)\hat{x} + \sin(\tilde{\omega}t)\hat{y})$, Hamiltondarra hurrengoa litzateke

$$H_{\text{R}}^I = \frac{\Omega}{2} \sigma_x + \frac{\tilde{\Omega}}{2} (\sigma_+ e^{i\tilde{\Delta}t} + \sigma_- e^{-i\tilde{\Delta}t}), \quad (1.6)$$

non $\tilde{\Omega} = \gamma\tilde{B}/2$ eta $\tilde{\Delta} = \omega_0 - \tilde{\omega}$ diren. Eremu honek, trantsizioak eragin ditzake $|+\rangle$ eta $|-\rangle$ egoeren artean, $\tilde{\Delta} = \pm\Omega$ bada. Fisika atomikoan, $\omega \pm \Omega$ maiztasuneko bi trantsizio hauek eta ω_0 maiztasuneko trantsizio zentrala Mollowen hirukoa bezala ezagutzen da [158, 159]. Bai argi-lerrakuntza, baita Mollowen hirukoa ere, korrante

⁵Lerrakuntza hau lehenbizi Felix Bloch eta Arnold J. F. Siegertek neurtu zuten 1940 [156].

alternoko (AC) Stark efektua [157] edo Autler-Townes efektua [160] izenpean agertzen dira batzuetan literaturan. Eredu erresonantez osatutako egoera jantziak babestuta daude ω_0 maiztasunean eman daitezkeen lerrakuntza txikien aurrean [161], eta funtsezkoak dira DD jarraituko teknikak garatzeko [162, 163].

Spin oihartzuna

Spin oihartzuna edo Hahnen oihartzuna⁶ spinaren koherentzia berreskuratzeko metodo bat da, π pulstu bat erabiliz. Eredu magnetikoaren intentsitatearen ondorioz ω_0 maiztasunaren lerrakuntza ezezagunek eragindako desfasatzearen aurrean babesteko metodo erabilienean bada spin oihartzuna. Analisi sinple baterako, demagun $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$ egoeran hasten garela. (1.1) ekuazioaren arabera egoeraren bilakaera $e^{i\omega_0 t}|\uparrow\rangle + e^{-i\omega_0 t}|\downarrow\rangle$ litzateke, baina, $\frac{\omega_0}{2}\sigma_z$ terminoarekiko elkarrekintza irudi baten, egoerak bere horretan, $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$, jarraitu beharko luke. Larmor maiztasunak lerrakuntza ezezagun bat jasan ezker, t denboran, egoera $e^{i\delta t}|\uparrow\rangle + e^{-i\delta t}|\downarrow\rangle$ litzateke. Honek, bi egoeren arteko fasearen gaineko informazio galera suposatuko luke, eta, beraz, koherentzia galera⁷. π pulstu baten aplikazioak bi egoeren arteko populazio truke bat eragingo luke, egoera $e^{-i\delta t}|\uparrow\rangle + e^{i\delta t}|\downarrow\rangle$ bilakatuz. t denbora pasa ostean, egoera $e^{i\delta t}e^{-i\delta t}|\uparrow\rangle + e^{-i\delta t}e^{i\delta t}|\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$ izango litzateke berriro, eta lerrakuntza ezezagunak sorturiko desfasatzea desagertu egingo litzateke, koherentzia berreskuratuz. Esan beharra dago spin oihartzuna DD pulsatuko tekniken oinarrian dagoela [165–167].

1.2.2. Rabiren eredu kuantikoa (QRMa)

Rabiren eredu kuantikoak (QRMa) bi mailako atomo baten eta kuantizatutako modu elektromagnetiko baten arteko elkarrekintza deskribatzen du. Eredua Jaynesek eta Cummingsek proposatu zuten 1963an [168]. Honen iragarpenak 80ko hamarkadaren bukaeran ikusi ziren lehenekoz, barrunbeto QEDa erabiliz [21, 169, 170]. Gainera, QRMa ioi harripatuetako [171], zirkuitu supereroaletako [172] edo erdieroaletako puntu kuantikoen [173] elkarrekintzak deskribatzeko balio du. Ereduaren Hamiltondarra

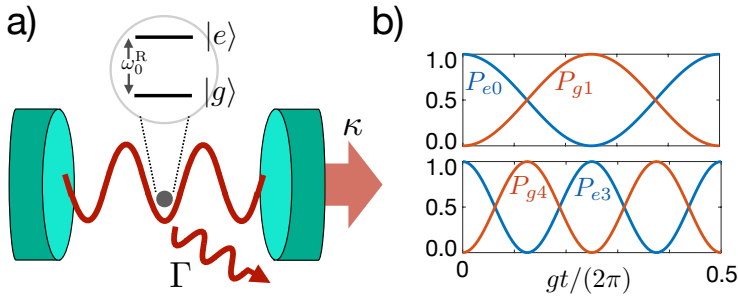
$$H_{\text{QRM}} = \frac{\omega_0^{\text{R}}}{2}\sigma_z + \omega^{\text{R}}a^\dagger a + g(a + a^\dagger)(\sigma_+ + \sigma_-) \quad (1.7)$$

da, non ω_0^{R} bi mailako atomoaren maiztasuna, ω^{R} eta $a^\dagger(a)$ modu elektromagnetikoaren maiztasun eta sortze (deuseztatze) eragilea diren, eta g atomoaren dipolo elektrikoaren eta eredu elektromagnetikoaren arteko akoplamendu-maiztasuna den. 1.2 irudian sistemaren irudikapen bat ageri da.

Eresonantziatik gertu, hau da, $\omega^{\text{R}} \approx \omega_0^{\text{R}}$ denean, eta $g \ll \omega^{\text{R}}$ bada, $a\sigma_-$ eta $a^\dagger\sigma_+$

⁶Spin oihartzuna Erwin L. Hahnek neurtu zuen lehenengoz 1950an [164].

⁷Zehazki, koherentzia galduko litzateke δ saiakera esperimental bakoitzeko ausaz aldatuko balitz.



1.2 irudia: a) Barrunbe batean aurkitzen den atomo neutro baten irudikapena, non Γ eta κ atomoaren eta barrunberaren erlaxazio abiadurak diren hurrenez hurren. Populazioen bilakaera denboran $g/\omega^R = 0.01$, $\omega_0^R = \omega^R$ izanik eta QRMaren arabera. $|e, 0\rangle$ (goian) eta $|e, 3\rangle$ (behean) hasierako egoeretarako, populazio-truke periodikoa agertzen da $|g, 1\rangle$ eta $|g, 4\rangle$ egoerekin eta g eta $2g$ maiztasunarekin hurrenez hurren.

terminoak RWA erabiliz arbuaiatu daitezke, Jaynes-Cumming (JC) eredu berreskuratuz,

$$H_{JC} = \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_z + \omega^R a^\dagger a + g(a\sigma_+ + a^\dagger \sigma_-). \quad (1.8)$$

JC eredu analitikoki ebatz daiteke, eta $\omega^R = \omega_0^R$ denean, $|e, n\rangle$ eta $|g, n+1\rangle$ egoeren arteko $\Omega = g\sqrt{n+1}$ maiztasuneko populazio-truke periodikoa deskribatzen du [168, 174], 1.2(b) irudian agertzen den bezala. Hemen, $|g\rangle$ eta $|e\rangle$ egoerek atomoaren oinarriko eta kitzikatutako egoerak adierazten dituzte, hurrenez hurren, eta $|n\rangle$ egoerak aldiz modu bosonikoaren n garren Fock egoera. Kontuan izan oszilazio hauen, Rabi oszilazioen, Ω maiztasuna, n barrunbeto fotoi kopuruaren menpekkoa dela. $n = 0$ denean, atomo kitzikatu batek fotoi bat igorri lezake barrunbe huts batera, gero berriz xurgatzeko⁸. JC ereduak egoera atomikoaren desagertze eta suspertzea ere deskribatzen du, modu bosonikoa egoera koherente batean aurkitzen bada⁹ [176].

Rabi oszilazioen behaketa esperimenterako beharrezkoa da Ω bai atomoaren baita barrunbearen erlaxazio-abiadurak ($1/T_1$) baino handiagoa izatea. Erregimen honi SCko erregimena deitzen zaio [177, 178]. Akoplamendu ahuleko erregimenean jada propietate atomikoetan aldaketa nabarmenak ikus daitezke (adb. Purcell efektua), SCko erregimenean, ordea, argiaren eta materiaren propietateak konbina ditzaketen egoera-jantzi berezi batzuk sor daitezke, polaritoi egoerak, hain zuzen [27]. JC eredu erresonantearen kasuan, adibidez, egoera jantzi hauek $|g, n+1\rangle \pm |e, n\rangle$ autoegoerak izango lirarteke, normalizazioa kontuan izan gabe.

Dickeren lanetan oinarrituta [179], Tavisek eta Cumingsek N atomoen eta modu elektromagnetiko baten arteko elkarrekintza aztertu, eta, kasu horretan, Rabi oszilazio

⁸Oszilazio berezi hauek hutseko Rabi oszilazioak deitzen dira [175].

⁹Desagertze eta suspertze mota hau Gerhard Rempek, Herbert Waltherrek and Norbert Kleinek neurtu zuten lehenekoz 1987an [169].

kolektiboen maiztasuna \sqrt{N} aldiz handiagoa dela ondorioztatu zuten [180]. Honek, SCko erregimena lortu zuten lehen esperimentuak atomo bakar bat baino gehiagorekin egin izana azaltzen du [181–183]. Ordutik, g argi-materiaren akoplamendu-maiztasun efektibo orduan eta altuagoak lortu izan dira, akoplamendu ultrasendoko (USC) [184–188] erregimenera ($g/\omega^R \gtrsim 0.1$) edo akoplamendu bortizki sendoko (DSC) [189–191] erregimenera ($g/\omega^R \gtrsim 1$) heldu arte, zirkuitu supereroaleak, Landau polaritoiak edo plasmoi polaritoiak erabiliz. Berrikuntza teknologiko hauek (1.7) ekuazioan ageri den QRM osoa aztertzeko beharra sortu dute [192], izan ere, erregimen horietan RWA ez da baliagarria. Argi-materia elkarrekintza kuantikoa deskriba dezakeen eredu sinpleena izan arren, QRMaren soluzio analitikoa 2011 urtean aurkitu zen [193], orain dela gutxi. JC ereduak ez bezala, QRMaren dinamikak ez du patroir argirik erakusten DSCko erregimenean izan ezik, non hasierako egoeraren desagertze eta suspertzea eman daitekeen [194].

1.3. Teknologia kuantikoak

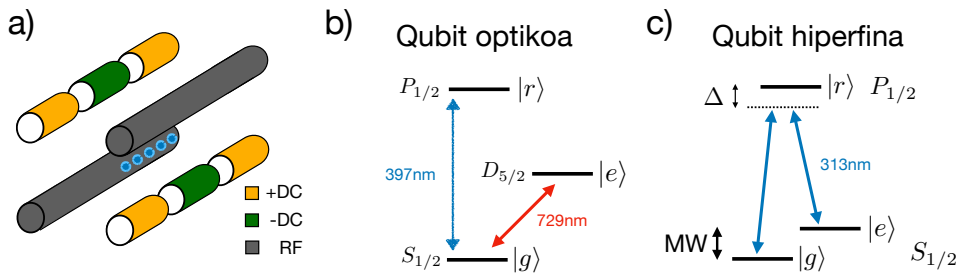
Konputazio kuantikoa edo detekzio kuantikoa lortu nahi duten teknologia kuantikoek ondo definitutako qubit bat edo erregistro kuantiko bat behar dute, eta haren egoera prestatu eta neurtzeko gaitasuna. Detekzio kuantikoaren kasuan, qubit horrek intereseko kantitate fisikoarekin interakzionatu behar du. Konputazio kuantikorako, sistema qubit kopuru handietara eramateko gai izan behar da, koherentzia-denbora luzeak eta qubit bakarreko eta bi qubiteko atea egiteko gaitasuna mantenduz. Ondoren, detekzio kuantikoa eta konputazio kuantikoa garatzeko gai diren hiru plataforma kuantiko deskribatuko ditugu, tesi honetan aztertutakoak, hain zuzen.

loi harrapatuak

Kargadun ioi atomikoak eremu elektromagnetiko oszilakorrak erabiliz hutsean harrapa daitezke [171, 195]. Eremu horiek sortutako potentzial harmoniko efektiboek norabide guztietan konfinatzen du ioia, harrapatze-maiztasuna MHz gutxi batzuetakoa izanik. Tranpa linealetan, ioiek konfigurazio lineala hartzen dute z norabidean; bertan, harrapatze indarra beste norabideetan baino ahulagoa da (1.3(a) irudian tranpa lineal baten irudikapena ageri da). Trantsizio kuadrupolar elektriko baten bidez loturiko bi egoera elektronikok edo Raman edo MU trantsizioen bidez konektaturiko bi egoera hiperfinek qubit gisa balio dezakete, ikus 1.3(a) eta (b) irudiak. Bi kasuetan, trantsizio dipolar-elektro erradiatibo bat erabiltzen da ioiaren energia zinetikoa jeisteko¹⁰, eta qubita prestatu eta neurtzeko [196]. Qubit egoera horietako baterako, trantsizio erradiatiboa kitzikatzeak fotoien igorpen espontaneoak eragiten du; fotoi hauek, kamara baten bidez jaso daitezke, qubit-egoeraren neurketa burutuz.

Eragiketa koherenteak laserrekin egin ohi dira. Laserrekin qubit-egoera manipula daiteke,

¹⁰MHz baten ordenako osziladore harmoniko baten oinarritzko egoerari dagokion tenperatura hamar bat μK dira.



1.3 irudia: a) Irrati-maiztasuneko tranpa linealaren irudikapena [171] erreferentzia agertzen den bezala. Erdian, argi urdina dispersatzen duten 5 ioi ageri dira. b) Qubit optiko baten maila elektronikoaren eskema sinplifikatua, $^{40}\text{Ca}^+$ ioiaren kasurako [212]. D egoera metaegonkorra denez, 729 nm-ko $S \leftrightarrow D$ trantsizioa qubit bezala erabil daiteke, erdibizitza $T_1 \sim 1$ s izanik. 397 nm-ko $S \leftrightarrow P$ trantsizio erradiatiboak qubit-egoera neurtzeko balio du. c) Qubit hiperfin baten maila-eskema sinplifikatua, $^9\text{Be}^+$ ioi baten kasuan [46]. 313 nm-ko $S \leftrightarrow P$ trantsizio erradiatiboaren erresonantziak kanpoko kitzikapena S azpiespazioko bi egoeren arteko populazio-truke koherentea gauzatzeko erabil daiteke.

eta, gainera, barneko eta kanpoko askatasun-graduen (edo askatasun-gradu elektronikoa eta bibrazionalen) arteko korapilatzea sortu daiteke albo-bandako trantsizioak erabiliz. Qubit-bosoi elkarrekintza honen kontrolak ahalbidetzen du, hain zuzen, ioi desberdinen arteko ate logikoak mikrosegundo gutxitan egitea [197] teknologia kuantikoetan lortutako fidelitate altuenekin [198, 199]. Koherentzia-denborak milisegundo eta minutuaren artean egon daitezke dekoherentziarik gabeko azpiespazioak eta DDa erabiliz [78]. Modu bibrazional kolektiboekin era dispersiboan akoplatzeak $H = \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i^x \sigma_j^x$ Hamiltondarrak deskribaturiko spin-spin elkarrekintza efektiboak diseinatzeko aukera ematen du [200–202]. Elkarrekintza hauek gorputz anitzeko fenomeno kuantikoak aztertzeko aukera ematen dute, adibidez, fase-trantsizio kuantikoak [120, 203, 204] edo kaos kuantikoa [205, 206]. Bestalde, azken urteetan, frogatua gelditu da ioi harrapatuen sistema mekanika kuantiko erlatibista [207–209] edo eremu-teoria kuantikoa [210, 211] simulatzeko plataforma bikaina dela.

Tesi honetan, SCko erregimenetik kanpoko QRM orokortuen simulagailu gisa aztertzen ditugu ioi harrapatuak, baita ordenagailu kuantikoak eraikitzeke plataforma eskalagarri gisa ere. Azken honen kasuan, laserren ordez MU erradiazioa erabiltzen duten ate logikoak DD teknikekin konbinatzen ditugu, fidelitate altuko ateak diseinatzeko. Azkenik, ioi harrapatuak eremu elektrikoaren sentzore kuantiko bikainak dira. Hau, indar txikiaren neurtzeko erabil daiteke, $1 \text{ yN}/\sqrt{\text{Hz}}$ -eko sentikortasunarekin [132, 133], baita doitasun handiko masa-espektrometria egiteko ere¹¹.

¹¹Honen inguruko informazio osagarria aurki daiteke argitalpenen zerrendako 8, 9, 10, eta 12 artikuluetan.

Atomo ultrahotzak sare optikoetan

Karga elektrikorik gabeko atomoak sare optiko izeneko potentzial optiko periodikoetan harrapa daitezke. Potentzial hauek aurkako noranzkoan doazen bi laser-izpiren arteko interferentziaren ondorioz sortzen dira. Laser eremu hauen maiztasuna atomoaren trantsizio dipolar elektriko baten maiztasunetik gertu kokatzen da, horrela 1.2.1 atalean azaldutakoa bezalako argi-lerrakuntza sortzen da, zeinaren balioa laser-eremuaren intentsitatearen proportzionala den. Bi laser-izpieren arteko interferentziak intentsitate honen patroia periodiko bat sortzen du espazioan ($\Omega \cos(kx)$ dimentsio bakarrean), eta, honek, indar bat eragiten du atomoaren gainean, indar dipolarra deitua. Indar hau atomoak $V(x) = \Omega^2 / \Delta \cos^2(kx)$ potentzialaren minimoetan harrapatzeko erabiltzen da (1.4(a) irudian honen irudikapen bat ageri da), fotoien dispertsio tasa oso baxua izanik Δ desintoniaren balio altuetarako. Sare optiko hauetan harrapatutako atomoak hamar μK baino tenperatura baxuagoak eduki behar dituzte. Hau, laser-hozketa prozesuen bidez lortzen da¹². Egoera hiperfin desberdinak erabiliz, atomoak aurrez diseinatutako egituretan presta daitezke, eta ioi harrapatuetan bezala, atomoaren posizioaren eta qubit-egoeraren neurketa erresonantzia-fluoreszentzia bidez egiten da.

Sare optikoetako atomo ultrahotzen teknologia liderra da gorputz anitzeko fisikaren simulazio kuantiko analogikoa egiteko [95, 101]. Sare optikoen patroia periodikoak benetako kristal-sareen antza dute, eta atomoen arteko elkarrekintza argi-eremuen bidez kontrola daiteke. Teknologia hau erabiliz, gorputz anitzeko eredu garrantzitsuak simula daitezke, adibidez, Bose-Hubbard edo Fermi-Hubbard ereduak [213]; mekanismo interesgarriak ikusi daitezke, adibidez termalizazioa [214–216] edo gorputz anitzeko lokalizazioa [217, 218]; eta energia altuko fisikako edo materia kondentsatuko oinarritzko teoriak aztertu daitezke gauge eremu sintetikoaren bitartez [219].

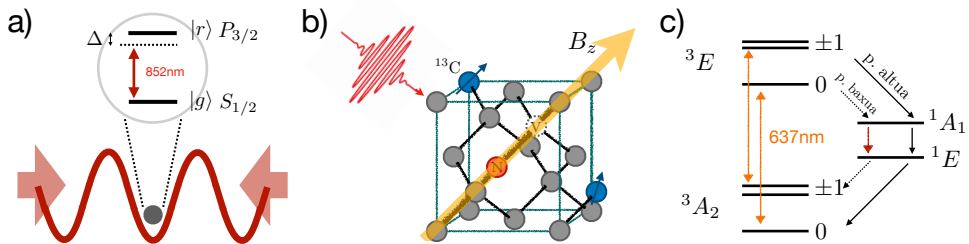
Sare optikoak konputazio kuantikoa gauzatzeko ere erabil daitezke. Egoera hiperfinetan iraupen luzeko qubitak definitu daitezke eta bi qubitoko ate logikoak Rydberg atomoen arteko dipolo-dipolo elkarrekintza erabiliz egin daitezke. Hala ere, eta egindako aurrerapena nabarmena izan den arren, fidelitate altuko bi-qubitoko ateen gauzatzea eta beste zenbait erroka lortzeke daude oraindik [220].

Tesi honetan, sare optikoetako atomo ez-interaktiboaren arteko interferentzia kuantikoko esperimenduetan oinarritzen gara, Hong-Ou-Mandel interferentzia esperimenduan preseski [221], partikula anitzeko interferentzia kuantikoko esperimenduetan nola egin proposatzeko, edo, zehatzago esanda, bosoi laginketa nola egin proposatzeko.

Nitrogeno-hutsune (NV) zentroak diamantean

NV zentroa diamanteko kristal-egituraren puntu-akats bat da, fenomeno kuantikoak aztertu eta kontrolatzeko moduko propietateak dituena [222]. Akatsa kristal-sarean karbono atomo baten ordez nitrogeno bat eta alboko sare-tokian hutsune bat ditugunean

¹²1997an, Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudjik eta William D. Phillipsek Nobel saria jaso zuten laser bidez atomoak harrapatu eta hozteko garatutako teknikengatik.



1.4 irudia: a) Partikula bat $V(x)$ potentzial optikoaren (gorriz) minimo batean harrapatuta. Baita, ^{133}Cs atomoaren maila-eskema ageri da, non $S \leftrightarrow P$ trantsizioan uhin geldikorrek eragindako erresonantziak kanpoko kitzikapenak indar dipolarra sortzen duen. b) NV zentroa diamante-sare batean, ondoko zirkuluak ^{12}C (grisez) eta ^{13}C (urdinez) atomoak izanik. Ere mu magnetiko estatiko bat aplikatzen da NVaren ardatzarekiko paraleloa den norabidean, eta norabide perpendikularrean eragiten duen MU eremua adierazi da gorriz. c) NV zentroaren maila-eskema, non gezi koloredunek (beltzek) trantsizio erradiatiboak (ez erradiatiboak) adierazten dituzten.

sortzen da [223, 224], ikusi 1.4(b) irudia. Hainbat teknika existitzen dira akats hauek sortzeko [225]. NV^- edo NV-zentroaren 13 maila elektronikoen egitura bi tripletek, 3A_2 (oinarrizkoa) eta 3E (kitzikatua), eta erdibidean dauden bi singletek, 1A_1 eta 1E , osatzen dute, 1.4(c) irudian ikus daitekeenez. Gehienetan, qubita 3A_2 azpiespazioko $m_s = 0$ egoerak eta $m_s = \pm 1$ egoeretako batek osatzen dute, eremurik gabeko desdoblamentua deituriko eta $D = (2\pi) \times 2.88$ GHz balioko energia aldearekin. Gainera, NVaren norabidean ezarritako B_z eremu magnetiko batek $m_s = \pm 1$ egoeren arteko endekapena apurtzen du, $\gamma_e B_z$ balioko energia aldea sortuz. 3A_2 azpiespazioko egoeren arteko eragiketak MU erradiazioa erabiliz egiten dira; qubita prestatu eta neurtzeko, aldiz, trantsizio optikoak erabiltzen dira. Spina kontserbatzen duen trantsizio erradiatibo baten bidez elektroia 3E azpiespaziora kitzikatzen dugunean, bi modutan eror daiteke oinarritzko egoerara: zuzenean edo bitarteko singlete egoeretatik pasatuz. $|^3E, 0\rangle$ egoerarekin alderatuz, $|^3E, \pm 1\rangle$ egoerek probabilitate handiagoa dute bigarren modua aukeratzeko, eta bitarteko egoera hauek iraupen luzeak (~ 250 ns) dira, 3E egoerekin alderatuta. Honen ondorioz, spinaren menpeko fluoreszentzia seinale bat lortzen da, indartsuagoa dena $|^3A_2, 0\rangle$ egoeraren kasuan. Bestalde, bitarteko egoeretatik pasatzean, spin egoera aldatu egiten da ($m_s = \pm 1$ etik $m_s = 0$ ra edo alderantziz), eta $|^3E, 0\rangle$ eta $|^3E, \pm 1\rangle$ egoeren erorketan dagoen asimetria dela eta, prozesu hau spin-egoera prestatzeko (edo polarizatze) erabili daiteke.

NV-zentroaren kontrol koherentea posible da giro-temperaturan, milisegundo baten ordenako koherentzia-denborak [126] eta %90eko spin-polarizazioa [226] lortuz. Hau dela eta, NV-zentroa sentore kuantiko bezala erabiltzea proposatu izan da, bereizmen handiko zundazko ekortze-mikroskopiaok sortzeko [227–229], magnetometria [230–232] eta termometria [233–236] egiteko, presio-sentore bezala [237] edo organismo bizidunetan markatzaile biologiko bezala [238] erabiltzeko. Tesi honetan, NV-zentroekin nanoeskalako

$^{13}\text{NV}^+$ eta NV^0 karga desberdineko akatsak ere existitzen dira. Hauek ez dituzte akats negatiboaren propietate berdinak.

NMRa egiteko aukera aztertzen dugu. Honi esker, eremu magnetikoak igortzen dituzten partikulak (spin-nuklearra duten atomoak, adibidez) neurtu eta kontrola daitezke, 100nm baino bereizmen handiagoarekin. Honek aplikazioak ditu nanoegitura magnetikoen forma ezagutzeko [130, 131, 228] edo bereizmen handiko erresonantzia magnetiko bidezko irudiak ekar ditzaken nukleo magnetikoen polarizazio optikoa lortzeko [239].

NV zentroek ere informazio kuantikoa prozesatzeko balio dezakete. Tenperatura baxuetan, qubit-egoeraren prestaketa eta neurketaren fidelitateak nabarmen handitzen dira [240], eta 10^3 segundoko T_1 koherentzia-denbora lortu da ≈ 3.7 Kelvinetan [241]. Desfasatzeak eragindako T_2 koherentzia-denbora NVaren hurbil dagoen ^{13}C kantitatearen arabera da [230], eta, ezpurutasun hauen kopurua txikia bada, T_1 erlaxazio-denbora bezain besteko iraupena duen T_2 desfasatze-denbora lor daiteke DD teknikak erabiliz [167]. NV zentroak eta hurbileko ^{13}C nukleoak qubit gisa erabil daitezke [242, 243]. Esperimentuetan fidelitate altuko ate logikoak lortu dira [244], baita 10 qubiteko prozesagailuak ere [245]. Hala ere, egoera solidoko gailu hauen fabrikazio determinista ez da erraza, horretarako, hiru dimentsio espazialean 10 nm baino zehaztasun handiagoa behar baita [246]. Eskalagarritasuna lortzeko beste ideia batzuk NVa zirkuitu supereroaleekin [247] edo fotoiekin [248, 249] akoplatzea dute oinarri. Aipagarria da, bigarren akoplamendu-mota erabiliz, 1.3 km-ko distantziara zeuden bi spin-elektronikoen arteko korapilatze kuantikoa lortu dela [250].

2

Logika Kuantikoa MUekin Gidatutako Ioi Harrapatuetan

Ioi harrapatuak simulagailu eta ordenagailu kuantikoak eraikitzeke teknologia aurreratuen artean daude [94, 96, 251–253]. Etorkizunean, posible da atomo hauen arteko korrelazio kuantikoak erabiliz ordenagailu arruntentzat ezinezkoak diren konputazio-problema interesgarriak ebatzi ahal izatea. Horretarako, fidelitate altuko ate logikoak sistematikoki inplementatzeko gaitasuna behar da. Laser izpiak erabiliz, ioien arteko fidelitate altuko atea lortu daitezke, ioien askatasun gradua atomikoak eta bibrazionalak erabiliz [197–199]. Prozesagailuen tamaina handituz fidelitate hauek mantentzea ordea, ez da erronka teknologiko makala, bereziki, laser-iturri askoren kontrol zehatza eskatzen duelako.

Erronka hau sahiesteko asmoz, Mintertek eta Wunderlichek ioi harrapatuak laserrik gabe kontrolatzeko era bat proposatu zuten [254]. Alternatiba honek MUak eta eremu magnetikoen gradienteak erabiltzen ditu ioien arteko elkarrekintza bideratzeko. Laserrak erabili beharrean, MU izpiak erabiltzeak hiru abantaila nagusi ditu: batetik, MU iturrien kontrola errazagoa da. Bestetik, prozesagailu handiek erabiliko lituzketen tranpetan MU iturrien txertaketa laser iturriena baino naturalagoa da [71]. Azkenik, MU bidezko kontrolak ez du trantsizio optikorik erabiltzen, eta, beraz, igorpen espontaneoak ekiditen du. Hau oinarritzko arazo bat da laser bidez gidaturiko ioi harrapatuen teknologian [255]. MU bidezko kontrola bi modu desberdinetan garatu da: eremu magnetiko estatikoen gradienteekin konbinatuz [254, 256–258] edo eremu magnetiko oszilakorren bidez [259–262]. Lehenbizikoan, eremu magnetikoaren gradienteak ioien arteko elkarrekintza sortzeko erabiltzen da, eta eremu urruneko MUak elkarrekintza hau moldatzeko. Bigarrenean, eremu hurbileko MU oszilakorrak erabiltzen dira elkarrekintza sortu eta moldatzeko. Berriki, beste metodo bat proposatu dute elkarrekintza hau sortzeko, zeinak eremu hurbileko eta urruneko MUak konbinatzen dituen [263, 264].

Gehienetan, qubita ioiaren trantsizio hiperfin batean kodifikatzen da, trantsizio honen maiztasuna eremu magnetikoaren balioaren menpekoea izanik. Menpekotasun honek ioien arteko elkarrekintza ahalbidetzen du, baina, trukean, eremu magnetikoaren gorabeherak qubiten maiztasunei eragiten die zuzenean, eta honek akatsak ekarri ditzake. Akats hauek ekiditeko desakoplatze dinamikoa (DDa) garatu da, zeina erradiazio jarraitua edo pulsatua erabiliz aplikatu daitezkeen [52, 161, 265–270]. Egoera jantziak, adibidez, oso erabilgarriak izan dira eremu urruneko MUak erabiltzen dituzten sistemetan [162, 163, 271–275], eta,

hauek erabiliz, fidelitate altuko ($> \% 98$) bi qubiteko ateak lortu dituzte [276]. Bestalde, eremu hurbileko erradiazioa erabiliz, $\% 99.7$ ko fidelitateko ateak lortu dituzte [262, 277], trantsizio eramailea erabiliz edota erradiazioaren intentsitatea moldatuz.

Kapitulu honetan eremu urruneko MU erradiazioa eta eremu magnetiko estatikoaren gradientea erabiliz fidelitate altuko bi qubiteko ateak sortzeko bi metodo proposatzen ditugu. Bi kasuetan, DDa erabiltzen dugu ateak sentikortasun txikia izan dezan eremu magnetikoaren eta MUen intentsitatearen gorabeheretik. 2.1 atalean aurkezturiko metodoak qubit-bosoi akoplamendu handia erabiltzen du, ate azkarrak sortuz, 10-100 mikrosegundo bitartekoak, haiz zuzen. Bestalde, 2.2 atalean aurkezturiko metodoak qubit-bosoi akoplamendu eta MU intentsitate txikiagoak erabiltzen ditu, esperimentalki eskuragarriagoa eginez eta milisegundo bateko ate-denborak lortuz.

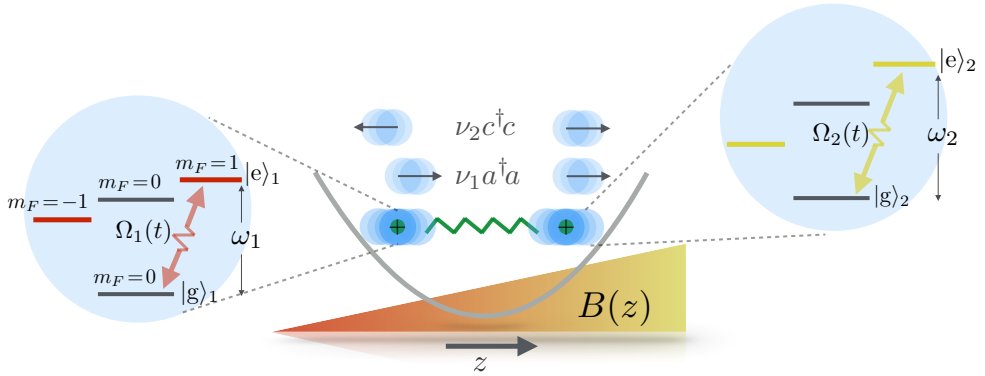
2.1. Sentikortasun txikiko bi qubiteko ate azkarrak DD pulsatua erabiliz

Bi qubiteko ate azkarrek qubit-bosoi akoplamendu handia behar dute. Hau, normalean, Lamb-Dicke (LD) faktorea edo MUen intentsitatea handituz lortzen da. Eremu urruneko MUak erabiltzen dituzten esperimentuek $\eta \sim 0.01$ inguruko LD faktorea daukate, eta ehun kHz baino gutxiagoko Rabi maiztasunak darabiltzate. Parametro hauekin, milisegundo batzuetako ateak lortzen dira. [273] erreferentziak, adibidez, ehunka kHz-eko Rabi maiztasunak erabiltzea proposatzen du, ate-denborak ehun bat mikrosegundotara jaisteko. Atal honetan bi qubiteko ateen iraupena murriztea proposatzen dugu, eremu magnetikoaren gradientearen balioa handituz, LD faktorearen balioa $\eta \sim 0.1$ inguruan egon arte. Honek, modu bakarra erabiltzen dituzten eskemen aplikazioa konplikatzen du, gainerako moduen bereizketa espektroskopikoa jada ezinezkoa baita. Bestalde, modu bat baino gehiago erabiltzen duten laser-bidezko ateak ikertuak izan dira, bai teorikoki [278], baita esperimentalki [279] ere.

Atal honetan, fidelitate altuko ate azkarrak sortzeko bide bat proposatzen dugu, apropos diseinaturiko MU pultsuen sekuentzia bat erabiliz eta eremu magnetikoaren gradiente baten eraginpean. Gure metodoak bi ioiei dagozkien bi modu axialak erabiltzen ditu, atea moduen periodoa bezain azkarra bilakatuz. Gainera, pultsu sekuentziak qubitak babesten ditu zarata iturri nagusiengandik. Azkarra eta egonkorra den metodo honek fidelitate altuko ateak sortzen ditu, baita modu normalen berotzea gertatzen bada ere. Hau zenbakizko simulazioak erabiliz egiaztatzen dugu, frogatuz gaur egungo MU teknologia gai dela ate azkarrak sortzeko, ordenagailu kuantiko handien eraikuntza erraztuz.

2.1.1. Sistema: bi $^{171}\text{Yb}^+$ ioi

Bi $^{171}\text{Yb}^+$ ioi kontsideratuko ditugu, MUez gidatutako qubitekin osaturiko ordenagailu kuantiko batean [71]. Ioiak elkarren ondoan daude, z norabidean, eta oreka posizioetan. Coulomben elkarrekintza dela eta, bi ioiek elkar ikusten dute, eta hauen bibrazioen



2.1 irudia: $Bj^{171}\text{Yb}^+$ ioien egitura hiperfina. $B(z)$ eremu magnetikoak $F = 1$ aspiespazioaren endekapena apurtzen du, $\{F = 1, m_F = \pm 1\}$ eta $\{F = 1, m_F = 0\}$ egoeretan $\pm\gamma B(z_j)$ -ko energia aldaketa eraginez.

deskribapena masa-zentro eta arnaste modu normalek emanen dute, $\nu_1 = \nu$ eta $\nu_2 = \sqrt{3}\nu$ maiztasun angeluarrarekin, hurrenez hurren [280]. loi bakoitzean qubit bat definitzen dugu, egitura hiperfinek $|g\rangle \equiv \{F = 0, m_F = 0\}$ eta $|e\rangle \equiv \{F = 1, m_F = 1\}$ egoerak erabiliz, ikus 2.1 irudia. Eremu magnetikoaren gradienteak bi funtzio betetzen ditu; alde batetik, honi esker, ω_j qubit-maiztasun bakoitzak balio desberdina izan dezake; bestetik, qubitak eta ioien bibrazioaren arteko elkarrekintza sortzen du. Sistemaren Hamiltondarra ondoregoa da

$$H = \nu_1 b^\dagger b + \nu_2 c^\dagger c + [\omega_e + \gamma_e B(z_1)/2] |e\rangle\langle e|_1 + \omega_g |g\rangle\langle g|_1 + [\omega_e + \gamma_e B(z_2)/2] |e\rangle\langle e|_2 + \omega_g |g\rangle\langle g|_2. \quad (2.1)$$

Hemen, $\gamma_e = (2\pi) \times 2.8$ MHz/G elektroien arrazoi giromagnetikoa da, eta $a(a^\dagger)$ eta $c(c^\dagger)$ masa-zentro eta arnaste moduei dagozkien deuseztatze (sortze) eragileak dira, hurrenez hurren. Printzipioz, ν harrapatze maiztasuna $(2\pi) \times 100$ kHz eta $(2\pi) \times 10$ MHz bitartean egon daiteke. Bestalde, $B(z_j)$ -k eremu magnetikoaren balioa adierazten du j ioiaren posizioan. Eremu magnetikoaren gradiente lineal bat kontsideratuko dugu, $\partial B/\partial z = g_B$ izanik. Ioiaren koordenatuak modu bibrazionalen bidez adieraziz gero, (2.1) Hamiltondarra honela berridatzi daiteke

$$H = \nu_1 a^\dagger a + \nu_2 c^\dagger c + \frac{\omega_1}{2} \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 (b + b^\dagger) \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2} \sigma_2^z + \eta_1 \nu_1 (b + b^\dagger) \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_2^z,$$

non masa-zentro moduaren eragileak $b = a + 2\eta_1$ ekuazioak adierazten duen bezala birdefinitu ditugun, $\eta_m = \frac{\gamma_e g_B}{8\nu_m} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu_m}}$ qubitek m moduarekin duten akoplamentua

neurtzen duen LD faktorea den, eta M ioiaren baten masa den. Bestalde, j qubitaren maiztasuna $\omega_j = \omega_e - \omega_g - 4\eta_1^2\nu_1 + \gamma_e B_j/2$ da, non $B_j \equiv B(z_j^0)$ eremu magnetikoaren balioa den ioiari dagokion oreka posizioan. (2.2) Hamiltondarraren deribazio zehatza ikusteko, ikusi A.2 eranskina.

Eremu magnetikoaren gradientea lineala bada, bi ioien arteko energia diferentzia $\omega_2 - \omega_1 = \gamma_e g_B \Delta z/2$ da, non Δz bi ioien oreka posizioen arteko distantzia den. Geroago ikusiko dugun bezala, $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\gamma_e g_B}{2} \left(\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 M\nu^2} \right)^{1/3}$ maiztasunak hamar bat MHz balio dezake. Energia-diferentzia honek ioi bakoitza modu indibidualean manipulatzeko aukera emango digu, ikusi 2.1.3 atala. Bi ioiak gidatzeko MU eremuak ezarriko ditugu,

$$H_c(t) = \Omega_1(t)(\sigma_1^x + \sigma_2^x) \cos(\omega_1 t - \phi) + \Omega_2(t)(\sigma_1^x + \sigma_2^x) \cos(\omega_2 t - \phi), \quad (2.2)$$

non ω_j eta ϕ eremuen maiztasuna eta fasea diren. Eremuen maiztasunak qubitekin erresonantzian daudenez, sistemaren Hamiltondarra honela idatzi daiteke

$$H^I(t) = \eta_1\nu_1(be^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t})\sigma_1^z - \eta_2\nu_2(ce^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t})\sigma_1^z + \eta_1\nu_1(be^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t})\sigma_2^z + \eta_2\nu_2(ce^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t})\sigma_2^z + \frac{\Omega_1(t)}{2}(\sigma_1^+ e^{i\phi} + \sigma_1^- e^{-i\phi}) + \frac{\Omega_2(t)}{2}(\sigma_2^+ e^{i\phi} + \sigma_2^- e^{-i\phi}). \quad (2.3)$$

Goiko Hamiltondarra $H_0 = \nu_1 b^\dagger b + \nu_2 c^\dagger c + \frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z$ terminoak definituriko elkarrekintza irudian idatzia dago. Gainera, erresonantziak kanpo dauden terminoak arbuia dira. Batetik, $\sim 2\omega_j$ maiztasunekin (hamar bat GHz $^{171}\text{Yb}^+$ aren kasuan [281]) biratzen duten terminoak daude, arbuigarriak direnak. Xehetasun gehiagorako, ikusi A.1 eranskina. Bestetik, $|\omega_2 - \omega_1|$ maiztasunekin biratzen duten terminoak daude; hauen efektua kontuan hartu behar da, 2.1.3 atalean azaltzen den bezala.

Orain $\frac{\Omega_1(t)}{2}(\sigma_1^+ e^{i\phi} + \sigma_1^- e^{-i\phi}) + \frac{\Omega_2(t)}{2}(\sigma_2^+ e^{i\phi} + \sigma_2^- e^{-i\phi})$ terminoek definitutako elkarrekintza irudira pasako gara. $\Omega_{1,2}(t)$ Rabi maiztasunak piztu eta itzali egingo dira behin eta berriz, hau da, ioien gidaritza era estroboskopikoan egingo da, π pultsuak erabiliz. Ondorioz, Hamiltondarrak ondorengo forma hartuko du:

$$H^{II}(t) = f_1(t)\sigma_1^z[\eta_1\nu_1 be^{-i\nu_1 t} - \eta_2\nu_2 ce^{-i\nu_2 t} + \text{H.c.}] + f_2(t)\sigma_2^z[\eta_1\nu_1 be^{-i\nu_1 t} + \eta_2\nu_2 ce^{-i\nu_2 t} + \text{H.c.}], \quad (2.4)$$

non $f_j(t)$ modulazio funtzioek ± 1 balioak hartzen dituzten j ioiaren gainean igorritako π -pultsu kantitatearen arabera. Pultsu-kantitatea bakoitia bada, $f_j = -1$ da; bikoitia bada, $f_j = 1$. (2.4) ekuazioan emandako deskribapena pultsuak bat-batekoak direnean soilik da zehatza. Hau hurbilketa ona da Rabi maiztasunak ν_j maiztasunak baino altuagoak badira. Hala ere, esperimuetako baldintzak kontuan hartuz, zenbakizko simulazioetan $t_\pi = \frac{\pi}{\Omega}$ iraupeneko pultsuak kontsideratuko ditugu.

Behin hurbilketa hauek eginda, (2.4) ekuazioari dagokion Schrödingerren ekuazioa

analitikoki ebatz daiteke, eta honi dagokion eboluzio eragilea $U(t) = U_s(t)U_c(t)$ da, non

$$U_s(t) = \exp \left[-i \sum_{j=1}^2 \{ \eta_1 G_{j1}(t)b + (-1)^j \eta_2 G_{j2}(t)c + \text{H.c.} \} \sigma_j^z \right], \quad (2.5)$$

eta

$$U_c(t) = \exp [i\varphi(t)\sigma_1^z\sigma_2^z] \quad (2.6)$$

diren, ikusi A.4 eranskina xehetasunetarako. $U_s(t)$ eragilean agertzen diren $G_{jm}(t)$ funtzioen adierazpena

$$G_{jm}(t) = \nu_m \int_0^t dt' f_j(t') e^{-i\nu_m t'}, \quad (2.7)$$

da, eta $\varphi(t)$ bi qubiteko ate-fasearena aldiz

$$\varphi(t) = \eta_1^2 [\tilde{\varphi}_1(t) - \frac{1}{3\sqrt{3}} \tilde{\varphi}_2(t)] = \eta_1^2 \tilde{\varphi}(t), \quad (2.8)$$

non

$$\tilde{\varphi}_m(t) = \nu_m \Im \int_0^t dt' [f_1(t')G_{2m}(t') + f_2(t')G_{1m}(t')] e^{i\nu_m t'} \quad (2.9)$$

den, eta \Im sinboloak barrukoaren alde irudikaria adierazten duen. Interesgarria da konturatzea $\tilde{\varphi}(t)$ ate-fasea ez dela $\eta_{1,2}$ eta $\nu_{1,2}$ -ren balioen menpekkoa, soilik moduen maiztasunen arteko zatiduraren menpekkoa baizik, $\nu_2/\nu_1 = \sqrt{3}$ (A.6 eranskinean frogapena). Hau honela izanik, $\tilde{\varphi}(t)$ -ren azterketak kasu guztiak barnebiltzen ditu, $\eta_{1,2}$ eta $\nu_{1,2}$ balioak zehaztu gabe.

$U(t)$ eboluzio eragilea begiraturaz, nabaria da t_{gate} denbora irauten duen π -pultsuen sekuentzia batek ondorengo baldintzak betetzen baldin baditu

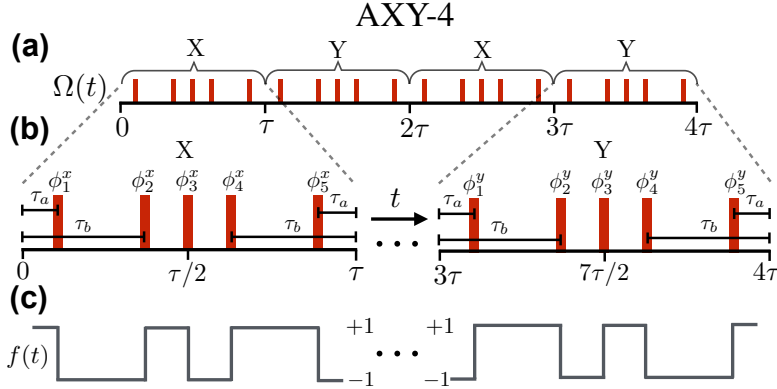
$$G_{jm}(t_{\text{gate}}) = 0, \quad \varphi(t_{\text{gate}}) \neq 0, \quad (2.10)$$

emaitza bi qubiteko arteko ate logiko bat dela. Izan ere, amaieran ez dago qubiten eta moduen arteko akoplamenturik. Bi baldintza hauek bete daitezten, MU pultsuen sekuentzia bat diseinatu behar dugu. Sekuentzia honek, gainera, eremu magnetikoaren gorabeherak eragin dezaketen desfusatzea deuseztatuko luke. Kontuan izan desfusatzearen aurka zerbait egin ezean, ezinezkoa litzatekeela fidelitate altuko ate bat sortzea, esperimentu hauetan dekoherentzia-iturri nagusia baita.

2.1.2. AXY - n MU pultsuen sekuentzia

Aurreko atalean aipaturiko (2.10) baldintzak bete daitezten, XYn pultsu-sekuentzien aldaera bat erabiltzea proposatzen dugu, AXY - n_B pultsu sekuentzia¹. loi harrapatuetan lehenago erabili izan diren DDko pultsu-sekuentziek ez bezala [266], hau 5 pultsuko n_B

¹Pultsu-segida hau nanoeskalako NMRa egiteko erabili da [267, 282–286].



2.2 irudia: (a) AXY-4 pulsu sekuentzia. Bloke bakoitzak 5 π -pultsu ditu, hauen arteko distantzia aldagarria izanik. (b) Zooma X eta Y blokeetan, hauen pultsuei dagozkien faseekin. (c) Pulsu sekuentziari dagokion modulazio funtzioa.

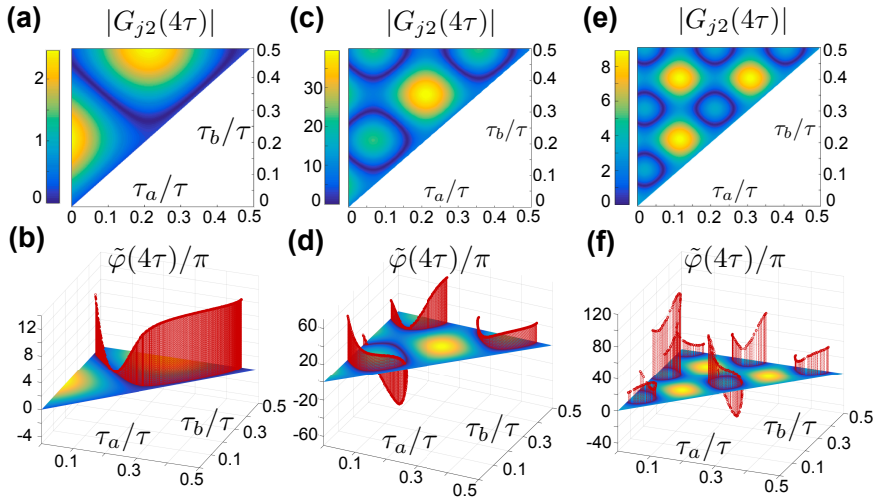
blokez osatzen da, 2.2 irudian ikus daitekeen bezala AXY-4 kasurako. Sekuentzia honen berezitasuna zera da, pultsuen arteko τ_a eta τ_b denbora-tarteak alda daitezkeela, akats esperimentalekiko sentikortasun txikia mantenduz [267]. π pulsu bakoitzak Blochen esferako xy planoan aurkitzen den ardatz jakin batekiko 180 graduko biraketa eragiten du. Ardatz honen norabidea x ardatzarekiko ϕ angeluak definitzen du.

Bi bloke definitzen ditugu: X blokea, 5 pultsuek osatua, $\vec{\phi}^x \equiv \{\phi_1^x, \phi_2^x, \phi_3^x, \phi_4^x, \phi_5^x\} = \{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\} + \zeta$ ardatzen inguruan biratuz, non ζ edozein zenbaki erreal den; Y blokea, X blokeko ardatzak 90 gradu biratuz, hau da, $\vec{\phi}^y = \{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\} + \zeta$. AXY- n_B pulsu sekuentzian, bi bloke hauek $n_B/2$ aldiz errepikatzen dira. Adibidez, AXY-4 sekuentzia, XYXY segidan datza. 2.2(b) irudian ikus daitekeen bezala, τ_a , τ_b eta τ denbora-aldagaiak sekuentzia finkatzen dute.

AXY- n_B sekuentziak $n_B\tau$ denbora irauten du, eta $\nu_m\tau = 2\pi r$ betez gero, non $r \in \mathbb{N}$, $G_{jm}(n_B\tau)$ zero izango da. Hau $f_j(t)$ funtzioen translazio-simetria erabiliz froga daiteke, $f_j(t' + \tau) = -f_j(t')$ eta $f_j(t' + 2\tau) = f_j(t')$ propietateak, zehazki. Ondoren adierazten den bezala,

$$\begin{aligned}
 G_{jm}(n\tau) &= \nu_m \int_0^{n\tau} dt' f_j(t') e^{-i\nu_m t'} \\
 &= \sum_{p=0}^{n/2-1} \nu_m \int_0^{\tau} dt' f_j(t') \left(e^{-i\nu_m [t'+2p\tau]} - e^{-i\nu_m [t'+(2p+1)\tau]} \right) = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

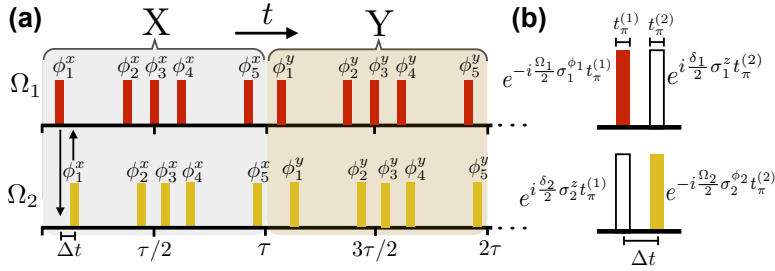
da, baldin eta $\nu_m\tau$ 2π ren multiplo bat bada, eta n_B bikoitia izanik. Honela, atearen amaieran qubiten egoera banangarria izango da m modu normalaren egoerarekiko, τ_a eta τ_b edozein direla ere. Tamalez, bi moduen maiztasunen arteko zatidura zenbaki irrazional izanik, $(\nu_2/\nu_1 = \sqrt{3})$, ezinezkoa da τ bat aurkitzea, non $\tau = N_1 2\pi/\nu_1 = N_2 2\pi/\nu_2$



2.3 irudia: $G_{j2}(t)$ funtzioaren balioa AXY-4 pultsu sekuentziaren ondoren, τ_a eta τ_b aldagaien funtzioan ($\tau_a < \tau_b < \tau/2$), (a): $\tau = 1 \times 2\pi/\nu_1$, (c): $\tau = 2 \times 2\pi/\nu_1$, (e): $\tau = 3 \times 2\pi/\nu_1$ kasuetarako. Zonalde urdin ilunek qubit eta moduen arteko desakoplamendua adierazten dute, atea egoera banangarri horretara eramaten duten τ_a eta τ_b -ren balioak identifikatuz. Balio hauetarako, $\tilde{\varphi}(t)$ ate-fasea adierazten da gorritz (b), (d) eta (f) irudietan.

beteko den. Horrela balitz, posible litzateke bukaeran qubit-egoerak banangarriak izatea bi modu normalen egoerekiko, τ_a eta τ_b edozein izanda ere.

Qubiten eta moduen arteko desakoplatzea lortzeko, τ_a eta τ_b aldagaiak erabiliko ditugu orduan. Azaldu berri dugun bezala, 4τ irauten duen AXY-4 pultsu sekuentziak $G_{j1}(4\tau) = 0$ bermatzen du $\tau = 2\pi r/\nu_1$ bada. Ondoren, τ_a eta τ_b -ren balio ezberdinetarako $|G_{j2}(4\tau)|$ -ren balioa kalkula genezake, eta minimoa aukeratu. Metodoaren azalpena errazteko, atal honetan $f_1(t) = f_2(t)$ kontsideratuko dugu, hau da, pultsuak une berean aplikatzen direla bi ioietan. Honen ondorioz, $G_{1m} = G_{2m}$ izango da, sekuentzia egokia aurkitzea erraztuz. 2.3(a) irudian $G_{j2}(4\tau)$ funtzioa irudikatu dugu τ_a eta τ_b -ren funtzioan. Zonalde urdinek $G_{j2}(4\tau)$ funtzioaren balioa minimizatzen dituzten τ_a eta τ_b -ren konbinazio ezberdinak identifikatzen dituzte. Ondorioz, gune horiei dagozkien $\tau_{a,b}$ pareek bi qubit-eko ate bat sortzeko pultsu sekuentzia bat definitzen dute. 2.3(b) irudian ate-faseak irudikatu ditugu, pultsu-sekuentzia posible bakoitzerako. 2.3(c), 2.3(d) eta 2.3(e), 2.3(f) irudietan prozedura berdina errepikatu dugu $\tau = 2 \times 2\pi/\nu_1$ eta $\tau = 3 \times 2\pi/\nu_1$ kasuetarako, moduekiko desakoplatutako ate bat sortzeko gai diren τ_a eta τ_b -ren konbinazio asko aurkituz. Azkenik, (2.8) ekuazioan adierazi bezala, $\tilde{\varphi}(4\tau)$ ate-fase normalizatuari $\eta_1^2 = \frac{\hbar\gamma_c^2 g_B^2}{64M\nu^3}$ faktorea biderkatu behar diogu $\varphi(4\tau)$ fase erreala berreskuratzeko. Behin pultsu-sekuentzia egokienak identifikatuta, ioi bati aplikatutako pultsuak bestean duen efektua, diafonia efektua, kontsideratzeko garaia da. Efektu hau deuseztatzeko, beharrezkoa izango da



2.4 irudia: (a) Lehenengo eta bigarren ioian aplikaturiko pultsu sekuentzia, goian eta behean hurrenez hurren. Lehen (bigarren) ioiari aplikatzen zaizkion AXY -4 sekuentziako π -pultsuak gorritz (horiz) adierazten dira. Lehen eta bigarren ioian aplikatzen diren pultsuak Δt denbora batez bananduak daude. (b) Zooma pultsu-pare batean. π -pultsuak $\exp[-i\frac{\Omega_{1,2}}{2}\sigma_{1,2}^z t_\pi]$ eragile unitarioak ikus daitezke (gorri eta horian), eta baita hauek eragindako diafonia terminoak, hau da, $\exp[i\frac{\delta_{2,1}}{2}\sigma_{2,1}^z t_\pi]$ (bloke hutsak).

ioi batek pultsua jasotzen duen unean besteak pultsurik ez jasotzea, hurrengo atalean azalduko dugun bezala.

2.1.3. Sekuentzia proposak eta emaitzak

Atal honetan gure pultsu-sekuentziak fidelitate altuko atea sortzen dutela egiaztatu dugu, zenbakizko simulazioak erabiliz. Sistemaren dinamika gobernatzen duen Hamiltondarra $H + H_c$ da. H_0 -k definitutako elkarrekintza irudian, eta 10 GHz inguruko maiztasunarekin biratzen duten terminoak arbiatuz (ikus A.1 eta A.3 eranskinak xehetasunetarako), Hamiltondar efektiboa ondorengoa da:

$$\begin{aligned}
 H^1(t) &= \eta_1 \nu_1 (b e^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 (c e^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_2^z \\
 &+ \eta_1 \nu_1 (b e^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_2^z - \eta_2 \nu_2 (c e^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_1^z \\
 &+ \frac{\Omega_1(t)}{2} \sigma_1^\phi + \frac{\Omega_1(t)}{2} (\sigma_2^+ e^{i\delta_2 t} e^{i\phi} + \text{H.c.}) \\
 &+ \frac{\Omega_2(t)}{2} \sigma_2^\phi + \frac{\Omega_2(t)}{2} (\sigma_1^+ e^{i\delta_1 t} e^{i\phi} + \text{H.c.}).
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Hemen, $\sigma_j^\phi = \sigma_j^+ e^{i\phi} + \sigma_j^- e^{-i\phi}$ dugu. Azken bi lerroetan ageri dira π pultsuak sortzen dituzten $\frac{\Omega_1(t)}{2} \sigma_1^\phi$ eta $\frac{\Omega_2(t)}{2} \sigma_2^\phi$ terminoak, baita hauek sortutako diafonia terminoak ere: $\frac{\Omega_1(t)}{2} (\sigma_2^+ e^{i\delta_2 t} e^{i\phi} + \text{H.c.})$ eta $\frac{\Omega_2(t)}{2} (\sigma_1^+ e^{i\delta_1 t} e^{i\phi} + \text{H.c.})$, non $\delta_2 = -\delta_1 = \omega_2 - \omega_1$ den. (2.12) Hamiltondarra erabiliko dugu zenbakizko simulazioetan, hurbilketa gehiagorik egin gabe. Gainera, kontuan izango ditugu $\Omega_{1,2}$, $\omega_{1,2}$, and ν -ren balioetan egon daitezkeen akatsak, eta baita ere modu bibrazionalek 50 K-eko tenperaturan dagoen tranpa batean jasan dezaketen dekoherentzia efektua, azken hau Lindbladen ekuazio baten bidez simulatuz.

Ondoren azalduko dugun bezala, diafonia efektua pultsu sekuentzia berak deuseztatu dezake. Horretarako kontuan izango dugu ondorengo Hamiltondarra,

$$H = \frac{\Omega_1(t)}{2} \sigma_1^\phi + \frac{\Omega_1(t)}{2} (\sigma_2^\dagger e^{i\delta_2 t} e^{i\phi} + \text{H.c.}), \quad (2.13)$$

$t_\pi^{(1)} = \frac{\pi}{\Omega_1}$ denbora-tarte batean aplikatuz gero, dagokion eboluzio eragilea

$$U_{t_\pi^{(1)}} = e^{-i\frac{\Omega_1}{2} \sigma_1^\phi t_\pi} e^{i\frac{\delta_2}{2} \sigma_2^z t_\pi}, \quad (2.14)$$

dela, baldin eta Ω_1 Rabi maiztasunak

$$\Omega_1 = \frac{\delta_2}{\sqrt{4k^2 - 1}}, \text{ with } k \in \mathbb{N}. \quad (2.15)$$

baldintza betetzen badu (ikusi frogapena A.6 eranskinean). Era berean, $\frac{\Omega_2(t)}{2} \sigma_2^\phi + \frac{\Omega_2(t)}{2} (\sigma_1^\dagger e^{i\delta_1 t} e^{i\phi} + \text{H.c.})$ Hamiltondarraren eragina $U_{t_\pi^{(2)}} = e^{-i\frac{\Omega_2}{2} \sigma_2^\phi t_\pi} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi}$ eragileak deskribatzen du, $t_\pi^{(2)} = \frac{\pi}{\Omega_2}$ eta $\Omega_2 = |\delta_1|/\sqrt{4k^2 - 1}$, non $k \in \mathbb{N}$ baldin badira. Honela, MU pultsuak banan aplikatuz gero, analitikoki ikus daiteke ioi batean aplikaturiko pultsuak albokoan duen diafonia efektua, eta gure DD-sekuentziak efektu hau deusezta dezake.

Proposaturiko $AXY-n_B$ sekuentziaren bi bloke irudikatu ditugu 2.4(a) irudian. Sekuentzia finkatzeko, τ , $\tau_{a,b}$ eta Δt aldagaien balioak aukeratu behar dira. τ eta $\tau_{a,b}$ balioek lehen ioiari aplikaturiko pultsuen uneak definitzen dituzte, bestetik, bigarren ioiari pultsu guztiak Δt beranduago aplikatzen zaizkio. Bi pultsuak elkarren artean ez gainjartzeko beharrezkoa da $\Delta t > t_\pi$ betetzea, ikusi 2.4(b) irudia. Aurreratu dugun bezala, 2.4(a) irudian aurkeztutako pultsu segidak $e^{i\frac{\delta_{2,1}}{2} \sigma_{2,1}^z t_\pi}$ terminoak desagerarazten ditu. Zehatzago, XY bloke bat aplikatu ostean lehen ioiaren $U_{XY}^{(1)}$ eboluzio eragilea

$$\begin{aligned} U_{XY}^{(1)} &= \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_5^y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_4^y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_3^y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_2^y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_1^y} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_5^x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_4^x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_3^x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_2^x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi} \sigma_1^{\phi_1^x} \end{bmatrix} \\ &= \sigma_1^{\phi_5^y} \sigma_1^{\phi_4^y} \sigma_1^{\phi_3^y} \sigma_1^{\phi_2^y} \sigma_1^{\phi_1^y} \sigma_1^{\phi_5^x} \sigma_1^{\phi_4^x} \sigma_1^{\phi_3^x} \sigma_1^{\phi_2^x} \sigma_1^{\phi_1^x} \end{aligned} \quad (2.16)$$

da. Goikoa frogatzeko nahikoa da $\{\sigma_1^z, \sigma_1^{\phi_j^{x,y}}\} = 0$ propietatea erabiltzea. (2.16) ekuazioan modu normalen terminoak arbuiaitu dira, baina hauek kontuan hartuz gero ez litzateke ezer aldatuko, termino hauek $\sigma_{1,2}^z$ eragileekin doazelako (ikusi (2.1) ekuazioa), eta, beraz, $e^{i\frac{\delta_{1,2}}{2} \sigma_{1,2}^z t_\pi}$ terminoekiko trukakorrek direlako.

Era berean, bigarren ioiaren dinamikari dagokion $U_{XY}^{(2)}$ eboluzio eragilea ondorengo da

2.1 taula: Bi qubiteko ateen fidelitatea ($I = 1 - F$) ioi bakoitzean AXY-4 sekuentziari dagozkion 20 pultsu akastun aplikatu ostean, ψ_j hasierako egoera eta parametro esperimental ezberdinetarako. $\pi/4$ eta $\pi/8$ fasedun atea simulatu ditugu, protokoloak edozein fasetarako balio badu ere. Hasierako egoerak, normalizazioa kontuan izan gabe $\psi_1 = |g\rangle \otimes (|g\rangle + |e\rangle)$, $\psi_2 = (|g\rangle + |e\rangle) \otimes (|g\rangle + |e\rangle)$, $\psi_3 = |g\rangle \otimes (|g\rangle + i|e\rangle) + |e\rangle \otimes |e\rangle$, $\psi_4 = |e\rangle \otimes (|g\rangle - i|e\rangle) + |g\rangle \otimes |g\rangle$, eta $\psi_5 = |e\rangle \otimes (|g\rangle - i|e\rangle) + |g\rangle \otimes (|g\rangle + i|e\rangle)$ dira.

$I (\times 10^{-4})$	$\exp(i\frac{\pi}{4}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ $\eta_1 = 0.069$ $T_G = 80 \mu s$	$\exp(i\frac{\pi}{8}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ $\eta_1 = 0.069$ $T_G = 80 \mu s$	$\exp(i\frac{\pi}{4}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ $\eta = 0.078$ $T_G = 36.3 \mu s$	$\exp(i\frac{\pi}{8}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ $\eta_1 = 0.078$ $T_G = 36.3 \mu s$
ψ_1	1.172	0.128	2.060	0.144
ψ_2	2.229	0.136	4.905	0.304
ψ_3	3.052	0.116	5.899	0.371
ψ_4	4.631	0.172	5.946	0.413
ψ_5	3.250	0.110	4.635	0.293

(ikusi 2.4(a)-ko azpiko irudia):

$$\begin{aligned}
 U_{XY}^{(2)} &= \left[\sigma_2^{\phi_5^y} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_4^y} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_3^y} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_2^y} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_1^y} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \\
 &\quad \left[\sigma_2^{\phi_5^x} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_4^x} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_3^x} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_2^x} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \left[\sigma_2^{\phi_1^x} e^{i\frac{\delta_2}{2}\sigma_2^z t\pi} \right] \\
 &= \sigma_2^{\phi_5^y} \sigma_2^{\phi_4^y} \sigma_2^{\phi_3^y} \sigma_2^{\phi_2^y} \sigma_2^{\phi_1^y} \sigma_2^{\phi_5^x} \sigma_2^{\phi_4^x} \sigma_2^{\phi_3^x} \sigma_2^{\phi_2^x} \sigma_2^{\phi_1^x}. \tag{2.17}
 \end{aligned}$$

Honela, argi ikusten da XY bloke baten ostean ez dela $e^{i\frac{\delta_2-1}{2}\sigma_2^z t\pi}$ terminorik gelditzen. Ondorioz, 2.4(a) irudian proposaturiko sekuentziak, eremu magnetiko aldakorrek sorturiko erroreen aurka eragiteaz gain [267], MU pultsuek sorturiko diafonia efektuak deuseztatzen ditu.

Azkenik, gainjartzerik gabeko AXY-4 sekuentzia baten aplikazioa simulatu ondoren lorturiko emaitzak aurkezten dira 2.1 taulan. Zenbakizko simulazioetan kontuan izan dugu modu normalen berotzea. Zehazki, (2.12) ekuazioko Hamiltondarrak eragindako dinamikari ondorengo termino disipatiboa gehitu diogu (ikusi [287] adibidez):

$$\begin{aligned}
 D(\rho) &= \frac{\Gamma_b}{2} \left\{ (\bar{N}_b + 1)(2b\rho b^\dagger - b^\dagger b\rho - \rho b^\dagger b) + \bar{N}_b(2b^\dagger \rho b - b b^\dagger \rho - \rho b b^\dagger) \right\} \\
 &\quad + \frac{\Gamma_c}{2} \left\{ (\bar{N}_c + 1)(2c\rho c^\dagger - c^\dagger c\rho - \rho c^\dagger c) + \bar{N}_c(2c^\dagger \rho c - c c^\dagger \rho - \rho c c^\dagger) \right\}. \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

$\Gamma_{b,c}$ berotze-abiaduren estimazioa A.7 eranskinean aurki daiteke. Bestalde, tranpa $T = 50$ K-eko temperatura baten aurkitzen dela suposatu dugu, hasieran modu bakoitzaren batezbesteko fonoi kopurua $\bar{N}_{b,c} \equiv N_{b,c}^{\text{thermal}} = 1/(e^{h\nu_{1,2}/k_B T} - 1)$ izanik.

Segidan, fidelitatea kalkulatzeko erabili ditugun parametro esperimentalak azalduko

ditugu. Lehenbizi, $g_B = 150 \frac{\text{T}}{\text{m}}$ -ko gradienteak erabiliz [276], $80 \mu\text{s}$ irauten duten $\exp(i\frac{\pi}{4}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ eta $\exp(i\frac{\pi}{8}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ atek simulatu ditugu. Emaitzak 2.1 taulako bigarren eta hirugarren zutabeetan ikus daitezke. Sekuentzia honetan $\tau = 3 \times 2\pi r/\nu_1$ aukeratu dugu, masa-zentro moduaren periodoa baino 12 aldiz gehiago irauten duen ate bat lortuz. Beste parametro garrantzitsu batzuk dira: $\nu_1 = \nu_2/\sqrt{3} = (2\pi) \times 150 \text{ kHz}$ -eko harrapatze maiztasuna, $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega \approx (2\pi) \times 6.63 \text{ MHz}$ -eko Rabi maiztasuna ($\approx 75 \text{ ns}$ -ko π -pultsuak), $\omega_2 - \omega_1 = (2\pi) \times 25.7 \text{ MHz}$ -eko qubiten maiztasun diferentzia, eta Δt 1.05 aldiz π -pultsuen denbora. Bi modu bosonikoak 0.2 fonoiko egoera termiko batean hasten dira [256] eta berotze-abiadurak $\Gamma_b\bar{N}_b \approx (2\pi) \times 133 \text{ Hz}$ eta $\Gamma_c\bar{N}_c \approx (2\pi) \times 9 \text{ Hz}$ dira (ikusi A.7 eranskina). Gainera, Rabi maiztasunetan % 1eko akatsa, harrapatze maiztasunean % 0.1ekoa, eta qubiten maiztasunean $(2\pi) \times 20 \text{ kHz}$ -ko akatsa dagoela suposatu dugu.

Bigarrenez, $g_B = 300 \frac{\text{T}}{\text{m}}$ erabiliz, $\exp(i\frac{\pi}{4}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ eta $\exp(i\frac{\pi}{8}\sigma_1^z\sigma_2^z)$ atek simulatu ditugu (2.1 taulako laugarren eta bostgarren zutabeak). Orain atek 36.3 μs -ko iraupena dute, hau da, 8 aldiz masa-zentro moduaren periodoa, honen maiztasuna $\nu = \nu_1 = \nu_2/\sqrt{3} = (2\pi) \times 220 \text{ kHz}$ izanik. Bestalde, $\Omega \approx (2\pi) \times 10 \text{ MHz}$ -ko Rabi maiztasuna ($\approx 49 \text{ ns}$ -ko π -pultsuak), $\omega_2 - \omega_1 = (2\pi) \times 39.8 \text{ MHz}$, eta modu bosonikoen hasierako egoera lehengo berdina kontsideratu ditugu. g_B gradiente aurrekoaren bikoitza denez, berotze abiadurak ere gora egingo dute, $\Gamma_b\bar{N}_b \approx (2\pi) \times 248 \text{ Hz}$ eta $\Gamma_c\bar{N}_c \approx (2\pi) \times 16 \text{ Hz}$ izanik.

2.1 taulan ikus daitekeen bezala, akats esperimentalak kontsideratuta ere, gure metodoak fidelitate altuko atek sortzen ditu, % 99.9eko fidelitatea gaindituz. Azkenik, aipagarria da g_B -ren balio altuagoek ate azkarragoak sortuko luketela.

Laburbilduz, atal honetan frogatu dugu DD pultsatuko eskemak erabili daitezkeela sentikortasun gutxiko bi qubiteko ate azkarrak sortzeko. Gure MU sekuentziak bi modu normalak erabiltzen ditu, horrela ate azkarragoa lortuz. Gainera, dekoherentzia-iturri nagusien aurrean babestua dago, modu normalen berotzea barne.

2.2. Fidelitate altuko ate kuantikoak MU erradiazio-patroi hibridoak erabiliz

Atal honetan, ioi-kate bateko bi ioien (qubiten) arteko ate logiko bat sortzeko metodo bat aurkezten dugu. Gure metodoak eremu urruneko MU erradiazioa erabiltzen du, era pultsatu eta jarraituan. Aurreko metodoa ez bezala, hau LD faktore txikiakin $\eta \sim 0.01$ erabiltzeko dago diseinatuta, eta bi ioi baino gehiago dituen kateetan aplikatu daiteke, modu bibrazional bakarria erabiltzen duelako. Metodo hau ere eremu magnetikoen edo MU eremuen gorabeheren aurrean babestua dago, eta ioi batean egindako pultsuak bestean eragindako diafonia efektua minimizatzen du. Gainera, ate hau MU-intentsitate ezberdinekin erabili daiteke, egoera esperimental ezberdinetara moldagarria izanik. Partikulari [288, 289] erreferentzietako emaitzetan inspiratuta, gure metodoak fase modulazioa, fase iraulketa, eta π pultsuen bidezko berfokuraztea erabiltzen ditu, fidelitate altuko atea sortuz egungo parametro esperimentalekin. Zenbakizko simulazioak erabiliz, atearen por-

taera ebaluatu dugu eremu magnetikoaren eta MU eremuen intentsitatearen gorabeheren aurrean, eta modu normalaren berotzea gehituz. Horrela, egungo esperimentueta % 99tik gorako fidelitateak lortzea posible dela frogatu dugu, eta, baita ere, garapen esperimental txiki batzuekin % 99.9ko fidelitateak lortu ahal direla.

2.2.1. Metodoa: ate bikromatikoa DD jarraituarekin

Aurreko atalean bezala, elkarren ondoan dauden bi $^{171}\text{Yb}^+$ ioi harrapatu kontsideratuko ditugu. Qubita definitzeko, $6s^2S_{1/2}$ azpi-espazioko bi egoera hiperfin aukeratuko ditugu, $|g\rangle \equiv \{F = 0, m_F = 0\}$, eta $|e\rangle \equiv \{F = 1, m_F = 1\}$ hain zuzen. Zeeman efektua dela eta, j qubit-maiztasuna $\omega_j = \omega_0 + \gamma_e B(z_j^0)/2$ da, non $\omega_0 = (2\pi) \times 12.6$ GHz eta $\gamma_e = (2\pi) \times 2.8$ MHz/G diren, ikusi [281], eta z_j^0 ioiaren oreka posizioa den (z ardatzean). Ardatz longitudinalean eremu magnetikoaren gradiente bat $\partial B/\partial z = g_B$ kontsideratuz gero, ω_j maiztasunek balio desberdinak hartzen dituzte, qubitak bereizgarri eginez, eta bakoitza era indibidualean kontrolatzea ahalbidetuz [269, 290]. Sistemaren Hamiltondarra hurrengoa da:

$$H = \frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z + \nu b^\dagger b + \eta\nu(b + b^\dagger)S_z, \quad (2.19)$$

non $S_z = \sigma_1^z + \sigma_2^z$ den, $b^\dagger(b)$ masa-zentro moduari dagokion sortze (deuseztatze) eragilea den, ν harrapatze maiztasuna den, eta $\eta = \frac{\gamma_e g_B}{8\nu} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu}}$ LD faktorea den.

MU eremu bikromatikoa bat aplikatu daiteke ioien gainean, δ desintoniarekin. Orduan, $H_0 = \frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z + \nu b^\dagger b$ Hamiltondarrari dagokion elkarrekintza irudian (2.19) Hamiltondarra hurrengoa da (elkarrekintza-irudiei buruzko xehetasunetarako, ikusi B.1 eranskina):

$$H = \eta\nu(b e^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})S_z + \Omega \cos(\delta t)S_x. \quad (2.20)$$

Adierazpenak sinplifikatzeko, bigarren modu bibrazionalari dagozkion terminoak kendu ditugu (2.19) eta (2.20) ekuazioetatik, eta, baita diafonia terminoak ere. Hauek guztiak zenbakizko simulazioetan kontsideratuko ditugu, atean duten efektua arbuigarria dela egiaztatzeko. Simulazioetan erabilitako adierazpen orokorra B.2 eranskinean aurki daiteke. Orain, $\Omega \cos(\delta t)S_x$ Hamiltondarrarekiko biratzen dagoen erreferentzia sistema batera joanez (elkarrekintza-irudi bikromatikoa [264, 291, 292]), eta Jacobi-Anger garapena erabiliz ($e^{iz \sin(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(z) e^{in\theta}$, non $J_n(z)$ Besselen funtzioa den), hurrengoa lortzen dugu

$$H = \eta\nu(b e^{-i\nu t} + \text{H.c.}) \left\{ J_0\left(\frac{2\Omega}{\delta}\right)S_z + 2J_1\left(\frac{2\Omega}{\delta}\right) \sin(\delta t)S_y \right\}. \quad (2.21)$$

Hemen, Jacobi-Anger garapeneko lehen ordenako terminoak besterik ez ditugu kontsideratzen, besteen efektua arbuigarria baita $\Omega \ll \delta$ baldin bada. Desintoniaren balioa $\delta = \nu + \xi$ bada, non $\xi \ll \nu$ den, eta RWA erabiliz ν maiztasunarekin biratzen duten

termino guztiak arbiutzen baditugu, atea sortzen duen Hamiltondarra lortzen dugu,

$$H_G = i\eta\nu J_1 \left(\frac{2\Omega}{\delta} \right) \left\{ b^\dagger e^{-i\xi t} - \text{H.c.} \right\} S_y \approx i \frac{\eta\nu\Omega}{\delta} \left\{ b^\dagger e^{-i\xi t} - \text{H.c.} \right\} S_y, \quad (2.22)$$

non $J_1(x) \approx x/2$ hurbilketa erabili dugun, x txikia delako. Eboluzio-denborak $t_n = 2\pi n_{\text{RT}}/\xi$ balio badu, non $n_{\text{RT}} \in \mathbb{N}$ den, eta (2.22) Hamiltondarrari dagokion eboluzio eragilea

$$U_G(t_n) = \exp(i\theta_n S_y^2) \quad (2.23)$$

den, non $\theta_n = 2\pi n_{\text{RT}} \eta^2 \nu^2 J_1^2(2\Omega/\delta)/\xi^2 \approx 2\pi n_{\text{RT}} \eta^2 \Omega^2/\xi^2$ [49–51]. Parametroak $\theta_n = \pi/8$ izan dadin aukeratuz gero, U_G eragileak $|g, g\rangle$ egoera banangarria $\frac{1}{\sqrt{2}}(|g, g\rangle + i|e, e\rangle)$ egoera korapilatuan bihurtzen du.

Ate-logiko kuantikoa $\frac{\epsilon_1(t)}{2}\sigma_1^z + \frac{\epsilon_2(t)}{2}\sigma_2^z$ bezalako eremu magnetikoaren gorabeheren aurrean babesteko ($\epsilon_{1,2}(t)$ funtzio estokastiko bat izanik), MU eremu gehigarri bat kontsideratuko dugu. Eremu hau $\frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} S_y$ terminoarekin adieraziko dugu, (2.20) Hamiltondarra

$$H = \eta\nu (b e^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t}) S_z + \Omega \cos(\delta t) S_x + \frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} S_y \quad (2.24)$$

bilakatuz. Elkarrekintza-irudi bikromatikoa, (2.24) ekuazioa (hemendik aurrera, $J_{0,1}\left(\frac{2\Omega}{\delta}\right) \equiv J_{0,1}$)

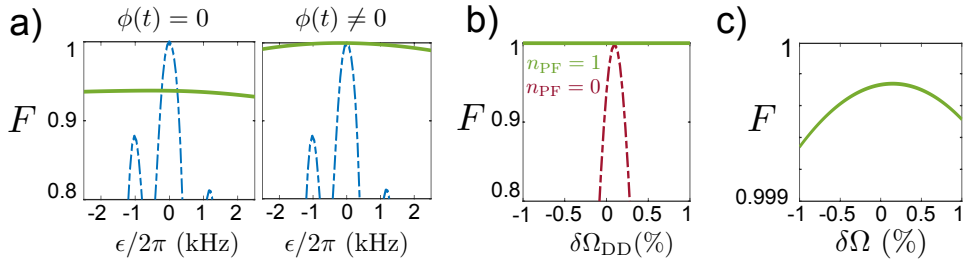
$$H = \eta\nu (b e^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t}) \left\{ J_0 S_z + 2J_1 \sin(\delta t) S_y \right\} + \frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} \left\{ J_0 S_y - 2J_1 \sin(\delta t) S_z \right\} \quad (2.25)$$

bihurtzen da. Gehitutako $\frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} S_y$ terminoak (2.25) ekuazioko bigarren lerroko terminoak sortzen ditu. Lehenengoak, $\frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} J_0 S_y$, eremu magnetikoaren aurrean babesteko gaitu. Bigarrenak, $J_1 \Omega_{\text{DD}} \sin(\delta t) S_z$, atearen dinamika oztopatuko du eta, beraz, deuseztatzen saiatuko gara. $\Omega_{\text{DD}} \ll \delta$ bada, RWA erabiliz azken termino honen efektua arbiatu daiteke, baina honek gure metodoa Ω_{DD} -ren balio txikietara mugatuko luke. Ez zaigu hori komeni, Ω_{DD} -ren balio altuek atea hobeto babesten dutelako. Arazo honi aurre egiteko, MU eremu guztietan $\phi(t)$ fase aldakor bat sartzea proposatzen dugu. Honek, $J_1 \Omega_{\text{DD}} \sin(\delta t) S_z$ terminoa ezabatuko du, geroago ikusiko dugun bezala. Fase modulazioa hurrengo da:

$$\phi(t) = 4 \frac{\Omega_{\text{DD}} J_1}{\delta J_0} \sin^2(\delta t/2). \quad (2.26)$$

Fase modulazio hau ezartzeak (2.24) Hamiltondarra aldatzen du (ikusi B.2 eranskina xehetasunetarako), forma berria

$$H = \eta\nu (b e^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t}) S_z + \Omega \cos(\delta t) S_\phi^\parallel + \frac{\Omega_{\text{DD}}}{2} S_\phi^\perp \quad (2.27)$$



2.5 irudia: Lerrakuntza edo aldaketa konstanteentzako sentikortasuna $g_B = 20.9 T/m$, $\nu = (2\pi) \times 138 \text{ kHz}$ ($\eta = 0.011$) eta $\Omega = (2\pi) \times 26 \text{ kHz}$ izanik. (a) Bell egoera batekiko fidelitatea $\Omega_{DD} = 0$ (kurba urdin marraduna) eta $\Omega_{DD} = (2\pi) \times 49 \text{ kHz}$ (kurba berde jarraitua) badira. Eskuineko eta ezkerreko irudietan fase-modulazioarekin eta fase-modulaziorik gabe lorturiko emaitzak adierazten dira, hurrenez hurren. (b) Bell egoera batekiko fidelitatea $n_{PF} = 1$ (kurba berde jarraitua) edo $n_{PF} = 0$ (kurba gorri marraduna) baldin badira. (c) Bell egoera batekiko fidelitatea $\Omega(t)$ -ren balioaren lerrakuntza konstanteentzako.

izanik, non $S_\phi^\parallel \equiv S^+ e^{i\phi(t)} + \text{H.c.}$ eta $S_\phi^\perp \equiv -iS^+ e^{i\phi(t)} + \text{H.c.}$ diren. $-\frac{\dot{\phi}(t)}{2} S_z$ terminoarekiko elkarrekintza-irudian, (2.27) Hamiltondarra

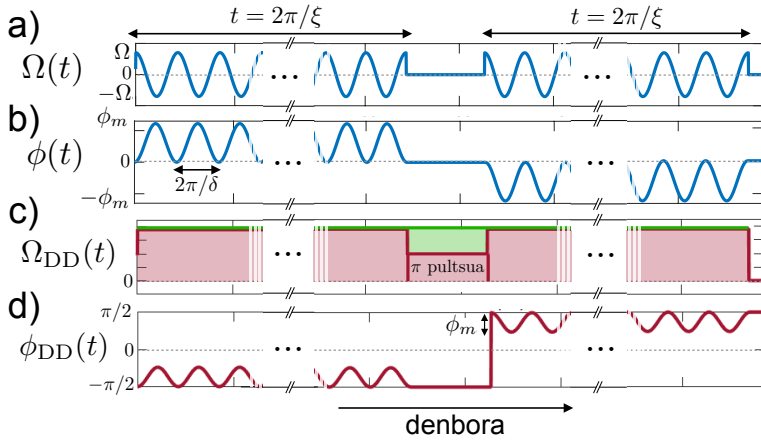
$$H = \left\{ \eta\nu (be^{-i\nu t} + \text{H.c.}) + \frac{\dot{\phi}(t)}{2} \right\} S_z + \Omega \cos(\delta t) S_x + \frac{\Omega_{DD}}{2} S_y. \quad (2.28)$$

bihurtzen da. Orain, elkarrekintza-irudi bikromatikora joanez gero, hurrengoa dugu:

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \eta\nu (be^{-i\nu t} + \text{H.c.}) \left\{ J_0 S_z + 2J_1 \sin(\delta t) S_y \right\} \\ & + \frac{\tilde{\Omega}_{DD}}{2} S_y - \Omega_{DD} J_1^2 / J_0 \cos(2\delta t) S_y, \end{aligned} \quad (2.29)$$

non $\tilde{\Omega}_{DD} = J_0 \Omega_{DD} (1 + 2J_1^2 / J_0^2)$ den. Ikus daiketeenez, fase-modulazioak (2.25) Hamiltondarreko $J_1 \Omega_{DD} \sin(\delta t) S_z$ terminoa kentzen digu. Honen ordez, (2.29) ekuazioan ondorengo terminoa agertzen zaigu: $\Omega_{DD} J_1^2 / J_0 \cos(2\delta t) S_y$; hau (2.22) Hamiltondarrarekiko trukakorra da, eta, gainera, honen akoplamenduaren balioa txikiagoa da ($\Omega_{DD} J_1^2 / J_0$). Qubit-maiztasunean ϵ lerrakuntza bat gertatuz gero atek jasandako fidelitate galera ageri da 2.5(a) irudian, fase-modulazioarekin eta modulaziorik gabe. Marradun kurba urdinak $\Omega_{DD} = 0$ deneko kasua adierazten du, zeinak ϵ lerrakuntzaren aurrean sentikortasun handia erakusten duen. Kurba berdean aldiz, argi ikusten da $\frac{\Omega_{DD}}{2} S_y$ terminoak eragindako babesa. 2.5(a) irudian, eskuinean, fase-modulazioarekin lorturiko emaitza ageri da. Ikus daitekeenez, fase-modulazioarekin fidelitate altuagoak lortzen dira.

Gure metodoak badauka zer hobetu, izan ere, (2.29) ekuazioko lehen terminoak, $\eta\nu (be^{-i\nu t} + \text{H.c.}) J_0 S_z$, kontuan eduki beharreko efektu bat sortuko du, zorionez, zuzendu daitekeena. Termino honek sortuko duen kontribuzioa kalkulatzeko $\tilde{\Omega}_{DD} S_y / 2$ terminoak



2.6 irudia: Kontrol seinaleak (a) Kontrol bikromatikoaren Rabi maiztasuna $\Omega(t) = \Omega \cos(\delta t)$. (b) Fase-modulazioa kontrol bikromatikoan. Bigarren zatian modulazioaren zeinua aldatzen da, DD kontrol-eremuaren fase-iraulketa dela eta. Hemen, $\phi_m = \max(|\phi(t)|)$ (c) DD kontrol-eremuaren Rabi maiztasunak bi ioietan berdina balio du erdian izan ezik. Bertan, lehen ioiaren egoerak 180° ko errotazioa jasaten du (gorria), bigarrenarenak, aldiz, 360° koa (berdea). (d) DD kontrol-eremuaren seinalearen fase modulazioa. Eboluzioaren bigarren zatian, fasea irauli egiten da, $-\pi/2$ -tik $\pi/2$ -ra.

definitutako elkarrekintza-irudira joan gaitezke, eta gero bigarren ordenako Hamiltondar efektiboa kalkulatu. Hau

$$\tilde{H} \approx H_G - g_{\tilde{\Omega}}(2b^\dagger b + 1)S_y - \frac{g_\nu}{2}(S_x^2 + S_z^2) \quad (2.30)$$

da, non $g_{\tilde{\Omega}} = \frac{\tilde{\Omega}_{DD}\eta^2 J_0^2}{1 - \tilde{\Omega}_{DD}^2/\nu^2}$, eta $g_\nu = \frac{\nu\eta^2 J_0^2}{1 - \tilde{\Omega}_{DD}^2/\nu^2}$ (ikusi B.3 eranskina xehetasunetarako). Txikiak izan arren, $g_{\tilde{\Omega}}(2b^\dagger b + 1)S_y$ eta $\frac{g_\nu}{2}(S_x^2 + S_z^2)$ terminoek atearen kalitatea oker dezakete. Horregatik, berfokuratze teknikak erabiliz ezabatuko ditugu. Zehazki, $g_{\tilde{\Omega}}(2b^\dagger b + 1)S_y$ terminoaren eragina deuseztatzeko, eboluzioa bi zatitan banatuko dugu eta bigarren zatian DD seinalearen fasea 180° biratuko dugu. Erabilitako MU seinaleak 2.6 irudian ageri dira. Fase-iraulketa honek Ω_{DD} -ren zeinua aldatuko du ($\Omega_{DD} \rightarrow -\Omega_{DD}$), $g_{\tilde{\Omega}}(2b^\dagger b + 1)S_y$ terminoaren DDa edo berfokuratzea eraginez. Estrategia hau baliagarria da baita ere atea Ω_{DD} balioak jasan dezakeen lerrakuntzen aurrean babesteko, 2.5(b) irudian ikus daitezkeen bezala. Aipaturiko fase-iraulketa horrek $\phi(t)$ fasearen zeinua aldatzera behartzen gaitu, (2.26) ekuazioa momentu oro bete dadin. Geroago ikusiko dugun bezala, gero eta fase-iraulketen kopurua (n_{PF}) handituz, orduan eta hobeto deuseztatuko da lerrakuntzen efektua, fidelitate altuagoak lortuz. Honek ordea, Ω_{DD} -ren balio posibleak mugatuko ditu, B.1 eranskinean azaltzen den bezala.

Beste alde batetik, $\frac{g_\nu}{2}(S_x^2 + S_z^2)$ terminoaren berfokuratzea ere lortu daiteke π pulstua batekin qubit bakarraren egoera 180° biratuz eboluzioaren erdian eta bukaeran. Biraketa-

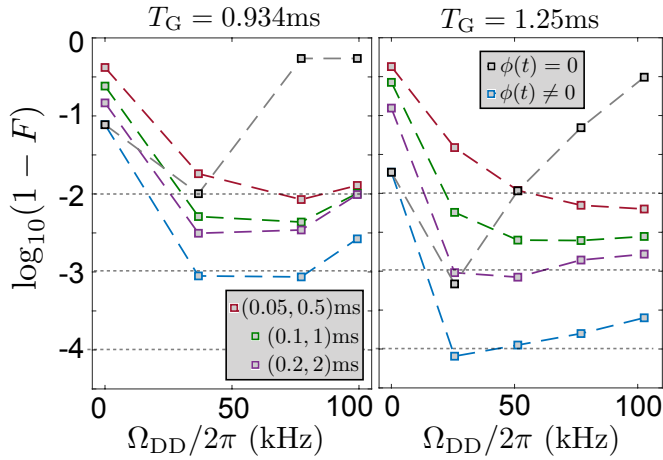
ardatza Blochen esferako y ardatza bada, hau da, biraketa bakoitzari dagokion eragilea $\exp(i\pi/2\sigma_1^y)$ bada, S_x^2 eta S_z^2 eragileen zeinua aldatu egingo da, S_y^2 eragilearena berdin mantenduz. Honela, fase-iraultetak eta π pultsuak erabilia, (2.30) Hamiltondarrak $\tilde{H} \approx H_G$ -ren antz gehiago izango du. Aipatzekoa da erresonantziak kanpo dauden modu normalei dagozkien terminoak (2.30) ekuazioko azken terminoaren antzekoak direla, eta, beraz, berfokuratua izango dira baita ere. Metodoak erresonantziak kanpo dauden modu normalen efektua deuseztatzen duenez, gure metodoa N ioieko kate batean ere aplikagarria da. Kate honetako bi qubiten artean atea egin daitezke, eta honelako hainbat konbinatu qubit antzeko atea sortzeko [251]. Bukatzeko, 2.5(c) irudian Bell egoerarekiko fidelitatea ageri da, $\Omega(t)$ -ren lerrakuntza konstante baten funtzioan. Gure metodoa lerrakuntza hauen aurrean babestua dago, $\Omega(t)$ -rekin doan terminoak δ maiztasunarekin biratzen baitu, lerrakuntzaren efektua txikituz.

2.2.2. Berfokuratze aproposa eta emaitzak

Gure metodoaren eraginkortasuna baieztatzeko zenbakizko simulazioak erabiliko ditugu. Bertan, lortu beharreko Bell egoerarekiko fidelitatea kalkulatu dugu, eremu magnetikoaren eta MU eremuen gorabeherak kontsideratuz. Horrez gain, modu normalen berotzea, erresonantziak-kanpo dauden moduen presentzia (bi modu normalak egoera termikoan daudela kontsideratuko dugu batezbesteko fonoi kopurua $\bar{n} = 1$ izanik) edo ioi bati bidalitako seinaleak bestean duen diafonia efektua ere hartuko ditugu kontuan. Emaitzak 2.7 irudian ageri dira, bi parametro-sorta desberdinetarako. Ezkerreko irudian: $g_B = 20.9$ T/m, $\nu = (2\pi) \times 138$ kHz eta $\Omega = (2\pi) \times 37$ kHz dira. Eskuinekoan berriz, $g_B = 38.5$ T/m, $\nu = (2\pi) \times 207$ kHz eta $\Omega = (2\pi) \times 26.6$ kHz (bi irudietan, LD faktoreak $\eta = 0.011$ balio du).

Karratu urdinek gure metodoarekin lortutako fidelitateak adierazten dituzte. DD seinalearen gorabeheren aurrean babesteko 31 fase-iraulteta erabili ditugu. Ikus daitezkeenez, $\Omega_{DD} = 0$ kasuan, fidelitateak % 99 baino baxuagoak dira. Hau ioi bati zuzenduriko Ω MU seinaleak beste ioian duen diafonia efektuagatik da, izan ere, seinale honek lerrakuntza bat eragiten du beste qubitaren energian. DD seinalea erabiltzen badugu, $\Omega_{DD} \neq 0$, lerrakuntza hauen efektua zuzendu egiten da, eta % 99.9tik % 99.99ra doazen fidelitateak lortzen ditugu. Eskuineko irudian aukeraturiko parametro esperimentalak komenigarriagoak dira, hurrengo arrazoiengatik: Lehenbizi, Ω Rabi maiztasuna ezkerreko kasuan baino baxuagoa da, eta eremu magnetikoaren gradientea altuagoa. Biek, diafonia efektuak txikitzen dituzte. Bigarrenez, ν potentzial harmonikoaren maiztasuna altuagoa da, eta honek erresonantziak kanpo dauden moduen efektua txikitzen du. Azkenik, Ω/δ arrazoa txikiagoa da, eta honek Bessel funtzioen garapenean arbuia ditugun ordena altuko terminoen efektua murrizten du, ikusi (2.29) ekuazioa. Karratu beltzek fase modulazioa erabili gabe lorturiko fidelitateak adierazten dituzte. Espero bezala, fase modulazioa garrantzitsua da Ω_{DD} seinaleak eragindako lerrakuntzen aurrean babesteko.

Beste kurbek, masa-zentro modu normalaren berotzea eta eremu magnetikoaren eta MU seinaleen intentsitatearen lerrakuntza hartzen dute kontuan. Moduaren berotzea



2.7 irudia: Fidelitatea Ω_{DD} -ren funtzioan, $g_B = 20.9 T/m$, $\nu = (2\pi) \times 138 \text{ kHz}$ and $\Omega = (2\pi) \times 37 \text{ kHz}$ izanik ezkerreko irudian, eta $g_B = 38.5 T/m$, $\nu = (2\pi) \times 207 \text{ kHz}$ eta $\Omega = (2\pi) \times 26.6 \text{ kHz}$ eskuineko irudian. Karratu urdin eta beltzek kontuan hartzen dituzte errezonantzia kanpoko moduen eta diafoniaren efektuak, eta metodoak lorturiko emaitzak adierazten dituzte, fase modulazioa erabiliz edo erabili gabe, hurrenez hurren. Beste kurbek, gainera, modu normalaren berotzea eta MU seinaleen eta eremu magnetikoaren intentsitateen lerrakuntza hartzen dituzte kontuan. Karratu gorri, berde eta moreak eremu magnetikoaren lerrakuntza ezberdinak adierazten dituzte, $(\tau, T_2) = (0.05, 0.5)$, $(0.1, 1)$, eta $(0.2, 2)$ ms izanik, hurrenez hurren.

(2.18) ekuazioan adierazitako termino disipatiboak erabiliz simulatu dugu, kasu honetan, $T = 300\text{K}$ izanik. Ezkerreko irudian, berotze abiadura $\dot{n} \approx 300$ fonoi/segundu dela kontsideratu dugu [256, 276, 287]. Eskuinekoan aldiz, $\dot{n} \approx 200$ fonoi segunduko.

Eremu magnetikoaren eta MU seinaleen lerrakuntza simulatzeko Ornstein-Uhlenbeck (OU) izeneko prozesu estokastikoa erabili dugu [293]. Horrela, 2.7 irudian agertzen den puntu bakoitza, 100 prozesuren batezbestekoa da. Eremu magnetikoaren lerrakuntza deskribatzen duen OU prozesuak τ_B korrelazio denbora eta T_2 desfasatze-denbora ditu ezaugarri, aldiz, MU seinalearen lerrakuntza definitzeko τ_Ω korrelazio denbora eta δ_Ω anplitude errorea kontsideratu ditugu. Ezkerreko MU seinaleentzako $\tau_B = 500 \mu\text{s}$ -ko korrelazio denbora eta $\delta_\Omega = \% 0.5$ eko anplitude errorea kontsideratu ditugu. Eskuineko irudian berriz, $\tau_\Omega = 1 \text{ ms}$ eta $\delta_\Omega = \% 0.25$ [294]. Karratu gorri, berde eta moreak eremu magnetikoaren lerrakuntza desberdinak adierazten dituzte, parametroak $(\tau, T_2) = (0.05, 0.5)$, $(0.1, 1)$, eta $(0.2, 2)$ ms izanik, hurrenez hurren.

Zenbakizko simulazioak erabiliz, kasurik okerreanean ere, $(\tau, T_2) = (0.05, 0.5)$ ms denean, gure metodoak $\% 99$ tik gorako fidelitateak lortzen dituela egiaztatu dugu. Parametro esperimental hobeak kontsideratuz, $(\tau, T_2) = (0.2, 2)$ ms adibidez, metodoak $\% 99.9$ tik gorako fidelitateak lortzen ditu, Ω_{DD} -ren balio ezberdinetarako (ikus eskuineko irudia).

Atal honetan, ioi kateetan bi qubitoko ate korapilatzaileak sortzeko metodo bat proposatu dugu. Metodo horrek MU erradiazio jarraitua, fase-iraultak π pultsuak konbinatzen ditu, fidelitate altuko ateak sortzeko. Zenbakizko simulazioek, dekoherentzia-iturri nagusiak kontsideratuz, erakusten dute Bell fidelitateak % 99 baino gehiago izan daitezkeela egungo parametro esperimentalekin; % 99,9tik gorakoak aldiz, hobekuntza esperimental gutxi batzuekin.

3

Argi-Materia Elkarrekintza-Ereduen Simulazio Kuantikoa

Bi mailako atomoen (qubiten) eta eremu elektromagnetikoen modu bosonikoen arteko elkarrekintza ulertzea ezinbestekoa da teknologia kuantikoen garapenerako. Qubit-bosoi elkarrekintzak SCko erregimena lor dezaketen hainbat plataforma kuantikoren dinamika deskribatzen du, hala nola barrunbeko QEDarena [21, 170], ioi harrapatuena [171] edo zirkuitu supereroaleena [172]. SCko erregimenean, qubit-bosoi elkarrekintzaren g Rabi akoplamendu-maiztasuna sistemaren eta ingurunearen arteko akoplamendua baino handiagoa da. Gainera, g akoplamendu-maiztasuna eremuaren maiztasuna baino askoz txikiagoa bada, RWA aplikatu ondoren lortzen den JC ereduak [168] sistemaren deskribapen egokia ematen du. Azken hamarkadan USCko erregimeneko akoplamendua ($g/\omega \gtrsim 0.1$) soberan gainditu duten esperimenduak [189] deskribatzeko, ezin da QRMaren tratamendu perturbatiborik erabili. Horregatik, DSCko erregimenean ($g/\omega \gtrsim 1$) nahitaezkoa da QRMA osorik hartzea, eredu honek iragarritako fisika JC ereduarekiko desberdina izanik [194].

Kapitulu honetan, QRMaren bi luzapen ezberdin aztertuko ditugu: Rabi-Stark eredia eta QRM ez-lineala. Lehenengoan, QRMari Stark akoplamendu-termino bat gehitzen zaio, SCko eta USCko erregimenean fotoien elkarrekintza selektiboak eragiten dituen. Bigarren kasuan, eredia era naturalean agertzen da QRMA ioi harrapatuetan simulatzean, bereziki LD erregimenean kanpo.

3.1. Elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark eredian

Stark akoplamendua duen QRMA, Rabi-Stark izenekoa [295] (hurrengoan ere izen hori erabiliko dugu), Grismok eta Parkinsek kontsideratu zuten lehen aldiz [296, 297]. Bere energia-espektroaren azterketak [295, 298, 299] zenbait ezaugarri interesgarri erakutsi ditu, hala nola espektroaren kolapsoa edo lehen mailako fase-trantsizio bat [299], bi fotoiko QRMArekin [300–306] edo QRM anisotropikoarekin erlazionatuz [307]. Bestalde, Stark akoplamendua duen JC eredia aztertua izan da iraganean [308–313]. Ikusi da Stark terminoa erabilgarria dela erresonantzia-baldintza, eta beraz Rabi oszilazioak, JC bikote bakar batera murrizteko, besteak erresonantziak kanpo utziz. Hautakortasun edo selektibitate hau eremu bosonikoen egoera kuantikoak prestatzeko eta neurtzeko erabili

ahal da, adibidez barrunbeko QEDan [308, 310] edo ioi harrapatuetan [309, 311, 312]. Guzti honengatik, interesgarria da Rabi-Stark ereduaz aztertzea, bereziki SCko eta USCko erregimenetan.

Atal honetan, Rabi-Stark ereduaren dinamika aztertu dugu, eta, aurkitu dugu Rabi eta Stark terminoen konbinazioak k fotoiko elkarrekintza selektiboak eragiten dituela SCko eta USCko erregimenetan. Iraganean, k fotoiko (edo fotoi anitzeko) elkarrekintzak aztertuak izan dira QRM linealean [314, 315], qubit-bosoi akoplamendu gidatuekin [316–320] edo akoplamendu ez-linealekin [321, 322], eta, duela gutxi, informazio kuantikorako izan dezaketen erabilgarritasuna aztertu da [323, 324]. Gure kasuan, k fotoiko trantsizioak QRMaren ordena altuko prozesu gisa agertzen dira, Stark akoplamendua elkarrekintzaren izaera selektiboaren erantzulea izanik. Atala honela dago antolatutik: 3.1.1 atalean Rabi-Stark ereduaz aurkeztu, eta agertzen diren fotoi bakarreko elkarrekintzak berrikusten dira. 3.1.2 atalean denboraren menpeko perturbazio teoria erabiltzen dugu Rabi-Stark ereduko fotoi anitzeko elkarrekintzak ezaugarritzeko. Azkenik, 3.1.3 atalean, ioi harrapatuak erabiliz Rabi-Stark ereduaz simulatzeko proposamen bat aurkezten da. Metodoaren baliaeritasuna aztertzen da zenbakizko simulazioak erabiliz, eta simulagailuan lortutako emaitzak ereduarekin bat datozela baieztatzen da.

3.1.1. Selektibitatea fotoi bakarreko elkarrekintzetan

Rabi-Stark ereduaren Hamiltondarra hurrengo da:

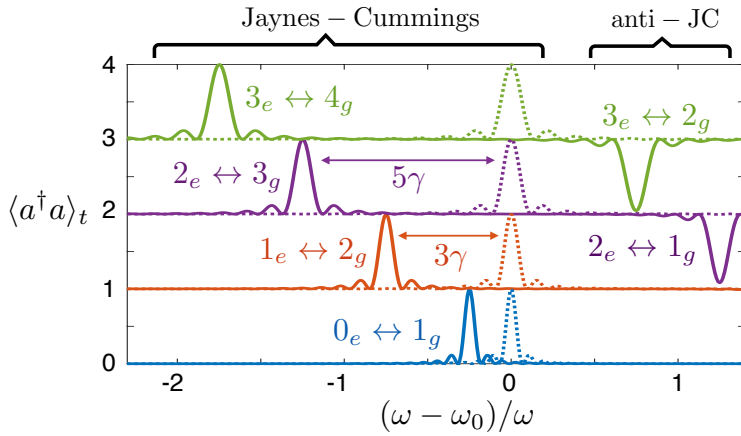
$$H = \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + \omega a^\dagger a + \gamma a^\dagger a \sigma_z + g(\sigma_+ + \sigma_-)(a + a^\dagger), \quad (3.1)$$

non ω_0 eta ω qubitaren eta eremu bosonikoaren maiztasunak diren, eta γ eta g Stark eta Rabi terminoen akoplamendu-maiztasunak diren, hurrenez hurren. Stark terminoa diagonal da $\{|e\rangle, |g\rangle\} \otimes |n\rangle$ oinarria erabiliz (non $\sigma_z|e\rangle = |e\rangle$, $\sigma_z|g\rangle = -|g\rangle$ eta $a^\dagger a|n\rangle = n|n\rangle$), eta egoera bosonikoaren araberrako qubit-energiaren aldaketa gisa interpreta daiteke. (3.1) ekuazioko lehen hiru terminoekiko elkarrekintza irudian, sistemaren Hamiltondarrak hurrengo forma hartzen du (ikus C.1 eranskina xehetasunetarako)

$$H_I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n (\sigma_+ e^{i\delta_n^+ t} + \sigma_- e^{i\delta_n^- t}) |n+1\rangle \langle n| + \text{H.c.}, \quad (3.2)$$

non $\Omega_n = g\sqrt{n+1}$, $\delta_n^+ = \omega + \omega_n^0$, $\delta_n^- = \omega - \omega_n^0$, eta $\omega_n^0 = \omega_0 + \gamma(2n+1)$ diren. $\gamma = 0$ bada, δ_n^\pm desintonien balioa ez da n Fock egoeraren menpekoa. Hemen, $|\delta^+| \gg \Omega_n$ eta $\delta^- = \omega - \omega_0 = 0$ badira ($|\delta^-| \gg \Omega_n$ eta $\delta^+ = \omega + \omega_0 = 0$), JC (anti-JC) Hamiltondar erresonante bat lortuko genuke, azkar biratzen duten terminoak RWA aplikatuz arbuia ostean. Egoera honetan Ω_n maiztasuneko Rabi oszilazioak agertzen dira $|e, n\rangle \leftrightarrow |g, n+1\rangle$ ($|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n+1\rangle$) egoeren artean n guztietarako. Elkarrekintza hauek ez dira selektiboak, Fock egoera guztietarako modu berdinean gertatzen direlako.

Stark akoplamendu-maiztasunaren balioa zero ez denean, δ_n^\pm desintoniak n -ren menpeko



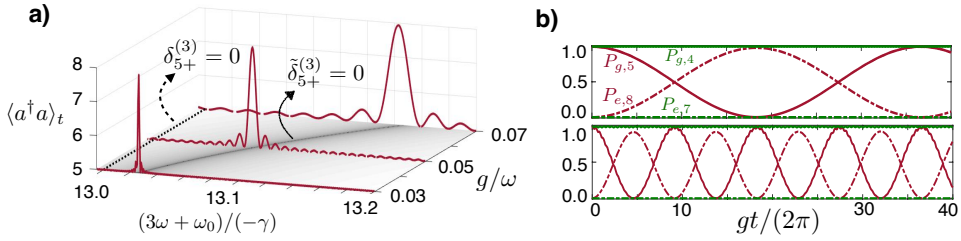
3.1 irudia: Fotoi bakarrek elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark eremuan. (3.1) Hamiltondarrak $t = \pi/2\Omega_n$ unean sortutako egoeran $\langle a^\dagger a \rangle$ behagarriak hartzen duen balioa kalkulatzeko, ω_0/ω arrazioaren balio ezberdinetarako eta $|e, 0\rangle$ (urdina), $|e, 1\rangle$ (laranja), $|e, 2\rangle$ (morea) and $|e, 3\rangle$ (berdea) hasierako egoerentarako. Akoplamendu-maiztasunak $\gamma/\omega = -0.25$ eta $g/\omega = 0.02$ dira (lerro jarraituak). $\gamma = 0$ balitz, JC-tontor guztiak $\omega - \omega_0 = 0$ puntuan egongo lirateke (marradun lerroak).

bihurtzen dira, n bakoitzari erresonantzia-maiztasun ezberdin bat egokitzen zaiolarik. Honela, $\delta_{N_0}^- = 0$ ($\delta_{N_0}^+ = 0$) eta $|\delta_{n \neq N_0}^-| \gg \Omega_{n \neq N_0}$ ($|\delta_{n \neq N_0}^+| \gg \Omega_{n \neq N_0}$) baldin badira, (3.1) Hamiltondarraren arabera, $\{|e\rangle, |g\rangle\} \otimes \{|N_0\rangle, |N_0+1\rangle\}$ azpiespazioan fotoi bakarrek JC (anti-JC) elkarrekintza bat gertatuko da. Beste egoeretan, aldiz, ez da erresonantziarik gertatuko. 3.1 irudian $|e, n\rangle$ hasierako egoeraren dinamika adierazten da, n -ren balio ezberdinetarako. Ikus daitekeenez, fotoi bakarrek Rabi oszilazio bat gertatzen da baldin eta $\omega - \omega_0 = \gamma(2n+1)$ bada, hau da, $\delta_n^- = 0$. x ardatzean $(\omega - \omega_0)/\omega$ -ren balio ezberdinak ageri dira, Stark eta Rabi akoplamendu-maiztasunak $\gamma/\omega = -0.25$ eta $g/\omega = 0.02$ izanik. Ezkerreko lau tontorrek $n = 0, 1, 2, 3$ erresonantzei dagozkie (lerro jarraituak). Eskuineko bi tontorrek, aldiz, $\delta_n^+ = 0$ baldintzari loturiko fotoi bakarrek anti-JC erresonantziak adierazten dituzte, $n = 1, 2$ kasuetarako.

3.1.2. Fotoi anitzeko elkarrekintzak

Lehenago esan bezala, fotoi bakarrek trantsizioez gain, Rabi-Stark Hamiltondarrak fotoi anitzeko elkarrekintza selektiboak eragiten ditu. Fotoi bakarrek elkarrekintza selektiboak ez bezala, hauek termino birakari edo kontra-birakarien konbinazioaren ondorioz agertzen dira, selektibotasuna Stark terminoari zor diotelarik. (3.2) ekuazioari dagokion Dysonen

3.1 Elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark ereduan



3.2 irudia: Hiru fotoieko elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark ereduan. (a) Rabi-Stark Hamiltoniarraren erresonantzia-espektroa hasierako egoera $|g, 5\rangle$ izanik. $t = \pi/2\Omega_{5+}^{(3)}$ denbora pasa ostean, $\langle a^\dagger a \rangle_t$ kalkulatu dugun $\gamma/\omega = -0.4$ kasurako. Tontorrak $\delta_{5+}^{(3)} = 0$ puntutik (lerro marraduna) lerratuta agertzen dira, $\tilde{\delta}_{5+}^{(3)} = 0$ puntuan. Puntu hau XY planoko zonalde beltzak erakusten du, $\log_{10} |\delta_{5+}^{(3)}|$ funtzioaren balio txikiak, hain zuzen ere. (b) $P_{g,4}$ (lerro jarraia) eta $P_{e,7}$ (lerro marraduna) populazioen bilakaera hasierako egoera $|g, 4\rangle$ izanik (berdea). Baita ere, $P_{g,5}$ eta $P_{e,8}$ populazioen bilakaera hasierako egoera $|g, 5\rangle$ (gorria) izanik. Rabi akoplamendu-maiztasunaren balioak $g/\omega = 0.05$ (goian) eta $g/\omega = 0.1$ (behean) dira.

garapena kontsideratuz gero, bigarren ordenako Hamiltondar efektiboa idatzi dezakegu,

$$H_I^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta_n^e \sigma_+ \sigma_- + \Delta_n^g \sigma_- \sigma_+) |n\rangle \langle n|, \quad (3.3)$$

non $\Delta_n^e = \Omega_{n-1}^2 / \delta_{n-1}^+ - \Omega_n^2 / \delta_n^-$ eta $\Delta_n^g = \Omega_{n-1}^2 / \delta_{n-1}^- - \Omega_n^2 / \delta_n^+$ diren. Ageri ez den denboraren menpeko zati bat ere lortzen da, $\delta_{n+1}^+ + \delta_n^- = 2\omega + 2\gamma$, $\delta_{n+1}^- + \delta_n^+ = 2\omega - 2\gamma$, eta $\delta_n^\pm, \delta_{n+1}^\pm$ maiztasunekin biratzen duena. Termino hauek arbuigarriak dira RWA erabiliz gero (ikus C.1.1 eranskina (3.3) ekuazioaren kalkulua ikusteko).

Hirugarren ordenako Hamiltondar efektiboak hiru-fotoiko trantsizioak deskribatzen ditu, (ikus C.1.2 eranskina xehetasunetarako)

$$H_I^{(3)}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (\Omega_{n+}^{(3)} e^{i\delta_{n+}^{(3)} t} \sigma_+ + \Omega_{n-}^{(3)} e^{i\delta_{n-}^{(3)} t} \sigma_-) |n+3\rangle \langle n| + \text{H.c.}, \quad (3.4)$$

non $\Omega_{n\pm}^{(3)} = g^3 \sqrt{(n+3)!/n!} / [2\delta_n^\pm (\omega \mp \gamma)]$ eta $\delta_{n\pm}^{(3)} = \delta_{n+2}^\pm + \delta_{n+1}^\mp + \delta_n^\pm = 2\omega + \delta_{n+1}^\pm$ diren. Honen arabera, JC tankerako hiru-fotoiko prozesu bat gertatzen da $\delta_{N_0-}^{(3)} = 0$ denean, $|e, N_0\rangle \leftrightarrow |g, N_0 + 3\rangle$ egoeren arteko populazio-truke bat eraginez. Bestalde, $|g, N_0\rangle$ badugu, anti-JC tankerako trantsizio bat gertatzen da $\delta_{N_0+}^{(3)} = 0$ denean, $|e, N_0 + 3\rangle$ egoerara populazio transferentzia eraginez. Hamiltondar efektibo honek hasierako (3.1) Hamiltondarraren dinamika deskribatzeko balio duen egiaztatzeko, azken honek eragindako dinamika kalkulatu dugun zenbakizko simulazioen bidez.

Hiru fotoiko prozesuak ikusteko, 3.2(a) irudian (3.1) Hamiltondarrak $t = \pi/2\Omega_{5+}^{(3)}$ unean sortutako egoeran $\langle a^\dagger a \rangle$ behagarriak hartzen duen balioa kalkulatzeko ω_0/ω eta g/ω arrazioen balio ezberdinetarako. Kasu honetan, $\gamma/\omega = -0.4$ eta hasierako egoera $|g, N_0 = 5\rangle$ da. Ikus daiteke erresonantzia ez dela $\delta_{5+}^{(3)} = 3\omega + \omega_0 + 13\gamma = 0$ puntuan agertzen, erresonantzia-maiztasunean Rabi terminoak eragindako lerrakuntza baten ondorioz. Lerrakuntza hau azaltzeko, (3.3) Hamiltondarrarekiko elkarrekintza irudi batera joan gaitezke. Hau eginez gero, (3.4) Hamiltondarreko termino oszilakorren maiztasunak aldatu egiten dira, balio berriak $\tilde{\delta}_{n+}^{(3)} = \delta_{n+}^{(3)} + \Delta_{n+3}^e - \Delta_n^g$ eta $\tilde{\delta}_{n-}^{(3)} = \delta_{n-}^{(3)} + \Delta_{n+3}^g - \Delta_n^e$ izanik. 3.4(a) irudiko xy planoan, grisezko eskala batean, $\log_{10} |\tilde{\delta}_{5+}^{(3)}|$ funtzioaren balioak adierazten ditugu (g -ren eta ω_0 -ren menpe), eta ikus daiteke hiru fotoiko trantsizioa $\tilde{\delta}_{5+}^{(3)}$ -ren minimoan agertzen dela.

Aipatutako hiru fotoiko elkarrekintza soilik hautatutako azpiespazioan gertatzen dela erakusteko, 3.2(b) irudian $|g, 4\rangle$ eta $|g, 5\rangle$ egoeren bilakaera ageri da. Espero bezala, bigarrenak $|e, 8\rangle$ egoerarako trantsizioa pairatzen du, $|g, 4\rangle$ egoera konstante mantentzen den bitartean. Bestalde, $g/\omega = 0.05$ eta $g/\omega = 0.1$ Rabi akoplamendu-maiztasunak konparatzen ditugu. Ikus daitekeenez, g/ω -ren balioa handituz gero $|e, 8\rangle$ egoerarako populazio-transferentzia, $t = \pi/2\Omega_{5+}^{(3)}$ unean, azkarragoa da baina ez hain eraginkorra.

Rabi-Stark ereduak ordena altuagoko elkarrekintza selektiboak sortuko ditu, eta, printzipioz, Hamiltondar efektiboaren kalkuluaren bidez ezaugarritu daitezke. Ordena altuagoko elkarrekintza hauen akoplamendu-maiztasuna gero eta txikiagoa izango da k igo ahala, izan ere $\Omega^{(k)}/\omega \propto (g/\omega)^k$ da. Horrela, ordena altuko prozesuek denbora luzeagoak behar dituzte behatuak izateko, agian sistemaren koherentzia-denborak gaintuz. Edozein kasutan, k fotoiko kasua aztertzeak merezi du eta (3.3) eta (3.4) ekuazioen kalkuluan jarraitutako prozedura berdina erabiliz egin daiteke. Prozedura hau jarraituz, k -ren balio bikoitietarako k -garren ordenako Hamiltondarrak elkarrekintza selektiborik ez duela deskribatuko ondorioztatzen dugu; k -ren balio bakoitietarako, aldiz, k -garren ordenako Hamiltondarrak k fotoiko trantsizioak iragartzen ditu, Hamiltondarrak

$$H_I^{(k)}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (\Omega_{n+}^{(k)} e^{i\delta_{n+}^{(k)} t} \sigma_+ + \Omega_{n-}^{(k)} e^{i\delta_{n-}^{(k)} t} \sigma_-) |n+k\rangle \langle n| + \text{H.c.} \quad (3.5)$$

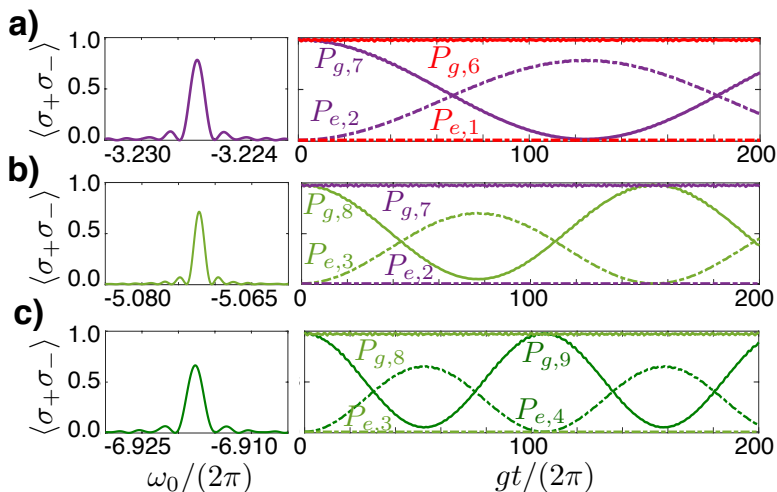
izanik, non

$$\delta_{n\pm}^{(k)} = \sum_{s=0}^{k-1} \delta_{n+s}^{\pm} + \delta_{n+s+1}^{\mp} + \delta_k^{\pm} = (k-1)\omega + \delta_{n+(k-1)/2}^{\pm} \quad (3.6)$$

eta

$$\Omega_{n\pm}^{(k)} = \frac{g^k}{(k-1)!(\omega \mp \gamma)^{\frac{k-1}{2}}} \sqrt{\frac{(n+k)!}{n!}} \prod_{s=1,3,\dots}^{k-2} \frac{1}{\delta_{n\pm}^{(s)}}. \quad (3.7)$$

Goiko ekuazioak erabiliz eta zenbakizko simulazioen laguntzarekin, ez da zaila k fotoiko prozesu bat aurkitzea (3.5) Hamiltondar efektiboaren baliagarritasuna frogatzeko. Kasu



3.3 irudia: Bost fotoiko elkarrekintza selektiboak Rabi-Stark ereduan. (a) Ezkerrean $\langle \sigma_+ \sigma_- \rangle$ -ren balioak ageri dira $t = \pi/2\Omega_{2-}^{(5)}$ unean, ω_0/ω arrazoiairen balio ezberdinetarako, $\omega_0^c = 5\omega - \gamma(2 \times 2 + 5)$ balioaren inguruan eta hasierako egoera $|g, 7\rangle$ izanik. Hemen, $g/\omega = 0.1$ eta $\gamma/\omega = 0.9$. Eskubian, $P_{e,2}$ eta $P_{g,7}$ populazioen bilakaera erakusten da hasierako egoera $|g, 7\rangle$ izanik, eta $P_{e,1}$ eta $P_{g,6}$ populazioena $|g, 8\rangle$ egoerarako, $\omega_0/\omega = -3.227$ denean. (b) and (c) irudietan, prozedura berdina jarraitzen da $|g, 8\rangle$ eta $|g, 9\rangle$ egoeren kasuan, eta tontorrak $\omega_0/\omega = -5.072$ eta $\omega_0/\omega = -6.918$ balioetan agertzen dira, hurrenez hurren.

horretan, zenbakizko simulazioak behar dira, ordena altuko prozesuen erresonantzia-maiztasun zehatzen kalkulu analitikoak zaila bihurtzen baita k -ren balioak gora egin ahala. Adibidez, JC tankerako bost fotoiko elkarrekintza bat aurkitzeko, $\delta_{N_0-}^{(5)} = 0$ baldintza erabiltzen dugu qubit-maiztasunaren gutxi gorabeherako balio bat lortzeko, $\omega_0^c = 5\omega - \gamma(2N_0 + 5)$ hain zuzen. Behin hau izanda, (3.1) Hamiltondarrak $t = \pi/2\Omega_{N_0-}^{(5)}$ unean sortutako egoeran $\langle \sigma_+ \sigma_- \rangle$ behagarriak duen balioa kalkulatu dugu, ω_0 -ren balio ezberdinetarako. ω_0^c -ren baliotik gertu, bost-fotoiko elkarrekintza selektiboari dagokion tontor bat ikusi beharko genuke (ikusi 3.3 irudiko ezkerreko irudiak).

Bost fotoiko elkarrekintzen adibide bezala, 3.3 irudian $N_0 = 2, 3$ eta 4 balioei dagozkien erresonantziak ageri dira, $g/\omega = 0.1$ eta $\gamma/\omega = 0.9$ akoplamendu-maiztasunetarako. Erresonantzia-tontorrak aurkitzen ditugu $\omega_0/\omega = -3.227, -5.072$ eta -6.918 balioetan, erabilitako gutxi gorabeherako balioetatik gertu, $\omega_0^c/\omega = -3.1, -4.9$ eta -6.7 , hurrenez hurren. Hiru fotoiko prozesuekin alderatuta, bost fotoiko prozesuak geldoagoak dira eta ez dago populazioaren transferentzia osorik $g/\omega = 0.1$ kasurako. Transferentzia osoa gertatzen ez den arren, selektibitatea eta $t = \pi/\Omega_{2-}^{(5)}$ unean hasierako egoera berreskuratzea mantentzen dira USCko erregimenaren hasieran. $\omega_0/\omega = -3.227$ kasuan, adibidez, $|g, 7\rangle \leftrightarrow |e, 2\rangle$ egoeren arteko populazio-trukea gertatzen da, $|g, 6\rangle$ eta $|e, 1\rangle$ egoerak erresonantziak kanpo mantentzen diren bitartean. Horrenbestez, Rabi akoplamendu-

maiztasunaren balio altuagoetan, $g/\omega \approx 0.3$ adibidez, selektibitatea mantentzen da baina elkarrekintza ez da JC (edo anti-JC) tankerakoa izango, hautaturiko JC-bikotetik kanpokoko egoerak ere kitzikatzen direlako. 3.3 irudian $|g, N_0 + 5\rangle$ eta $|e, N_0\rangle$ egoeren arteko populazio trukea partziala da dagoeneko, eta transferitzen ez den populazioa $|g, N_0 + 1\rangle$ eta $|g, N_0 - 1\rangle$ egoeretara doa.

Rabi-Stark ereduko fotoi anitzeko elkarrekintza selektiboetarako buruzko gure iragarpenak egiaztatzeko, hurrengo atalean, eredia esperimentalki gauzatzeko metodo bat proposatzen dugu.

3.1.3. Simulazioa ioi harrapatuetan

ioi harrapatuak simulagailu kuantiko bikainak dira [96, 171], fotoi bakarrek QRM-ren simulazio esperimentalak [161, 325, 326] eta bi fotoiko QRM-ren proposamenak tarteko [268, 327]. Jarraian, Rabi-Stark eredia simulatzeko metodo bat proposatzen dugu, harrapatutako ioi bakar bat erabiliz.

ioi harrapatu baten Hamiltondarra, j laser-eremuen eraginpean, eta $H_0 = \frac{\omega_I}{2}\sigma_z + \nu a^\dagger a$ Hamiltondarrarekiko elkarrekintza-irudi batean,

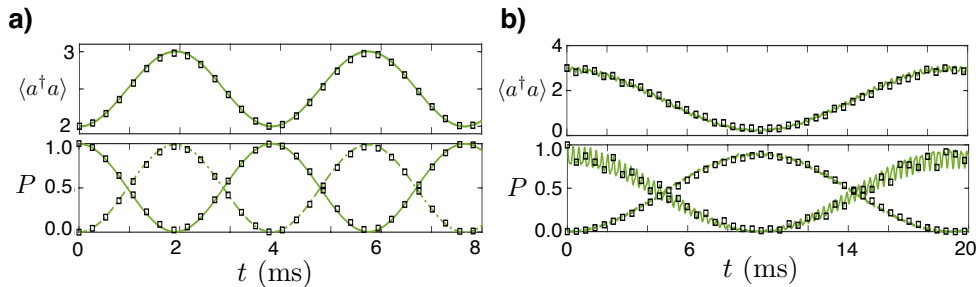
$$H = \sum_j \frac{\Omega_j}{2} \sigma^+ e^{i\eta(ae^{-i\nu t} + a^\dagger e^{i\nu t})} e^{-i(\omega_j - \omega_I)t} e^{i\phi_j} + \text{H.c.} \quad (3.8)$$

da [171], non Ω_j Rabi maiztasuna, η eta $a^\dagger(a)$ modu bibrazionalen LD faktorea and sortze (deuseztatze) eragilea, ν harrapatze maiztasuna, ω_I qubitaren maiztasuna, eta ω_j eta ϕ_j laserraren maiztasuna eta fasea diren.

Rabi-Stark eredia gauzatzeko hiru laser eremu erabiltzea proposatzen dugu, horietariko bi albo-banda gorri eta urdinetik gertu eta hirugarrena trantsizio eramailearen maiztasunarekin $\omega_S = \omega_I$. LD erregimenean, $\eta\sqrt{\langle a^\dagger a \rangle} \ll 1$, eta RWA bibrazionala erabili ostean, Hamiltondarra hurrengo da

$$H_{LD} = -ig_r a \sigma^+ e^{-i\delta_r t} - ig_b a^\dagger \sigma^+ e^{-i\delta_b t} - \hat{g}_S \sigma^+ + \text{H.c.}, \quad (3.9)$$

non $\omega_{r,b} = \omega_I \mp \nu + \delta_{r,b}$, $g_{r,b} = \eta\Omega_{r,b}/2$, $\phi_{r,b,S} = -\pi$ eta $\hat{g}_S = \frac{\Omega_S}{2}(1 - \eta^2/2) - \frac{\Omega_S}{2}\eta^2 a^\dagger a = \frac{\Omega_0}{2} - \gamma^R a^\dagger a$. Elkarrekintza eramailearen fonoi kopuruarekiko menpekotasuna $e^{i\eta(a+a^\dagger)}$ terminoaren η -n bigarren ordenerarteko garapena kontsideratzean agertzen da. $\delta_r = -\delta_b = \omega^R$ hartuz gero, (3.9) Hamiltondarra dagoeneko Rabi-Stark eredu bezala interpreta daiteke, $-\omega^R a^\dagger a$ terminoarekiko elkarrekintza-irudi batean. Hala ere, diseinatutako Hamiltondarra ezin da ereduaren erregimen guztietara iritsi, Ω_0 eta γ^R ezin daitezkeelako era independentean aldatu. Honela, simulagailua $\gamma^R \ll \Omega_0$ erregimenean soilik litzateke baliagarria. Arazo honi aurre egiteko, $\frac{\Omega_{DD}}{2}\sigma_x - \omega^R a^\dagger a$ terminoarekiko elkarrekintza-irudi batera mugi gaitzke, non $\Omega_{DD} = -(\Omega_0 + \omega_0^R)$. Desintonien balioak $\delta_{r,b} = \Omega_{DD} \pm \omega^R$ baldin badira, Ω_{DD} maiztasunarekin biratzen duten terminoak arbuatuz



3.4 irudia: Bat eta hiru fotoiko elkarrekintza selektiboak ioi harrapatu batean. a) Fonoï kopuruaren eta $P_{+,2}$ (jarraia) and $P_{-,3}$ (marraduna) populazioen bilakaera hasierako egoera $|+,2\rangle$ izanik eta $g/\omega^R = 0.05$, $\gamma/\omega^R = -0.4$ eta $\omega_0^R/\omega^R = 3$ balioetarako. b) Fonoï kopuruaren eta $P_{+,3}$ (jarraia) eta $P_{-,0}$ (marraduna) populazioen bilakaera hasierako egoera $|+,3\rangle$ izanik, $g/\omega^R = 0.3$, $\gamma/\omega^R = -0.1$ eta $\omega_0^R/\omega^R = -2.4385$ balioetarako. Lerro berde jarraiek (3.10) Hamiltondarraren bilakaera jarraitzen dute; karratu beltzek, aldiz, (3.8) Hamiltondarrarena.

gero lortzen den Hamiltondarra hurrengoa da:

$$H_{LD}^{II} = \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_x + \omega^R a^\dagger a + g^R \sigma_y (a + a^\dagger) + \gamma^R a^\dagger a \sigma_x, \quad (3.10)$$

non $g^R = (\eta\Omega_r/4)(1 - \epsilon_S)$ baldin eta $\Omega_b = \Omega_r(1 - \epsilon_S)/(1 + \epsilon_S)$ bada, non $\epsilon_S = \Omega_S/\nu$. Ikus C.2 eranskina (3.10) Hamiltondarraren kalkuluaren xehetasunetarako. Kontuan izan (3.1) eta (3.10) Hamiltondarrak baliokideak direla, oinarri aldaketa bat medio. (3.10) Hamiltondarraren kasuan, oinarria $\{|+\rangle, |-\rangle\} \otimes |n\rangle$ egoerek osatzen dute, non $\sigma_x|\pm\rangle = \pm|\pm\rangle$. Bertan, ereduaren parametroak eta parametro esperimenteralak honela erlazionatzen dira: $\omega_0^R = -(\Omega_0 + \Omega_{DD})$, $\omega^R = (\delta_r - \delta_b)/2$, eta $\gamma^R = \eta^2\Omega_S/2$. Stark akoplamendu-maiztasun negatiboak, $\gamma^R < 0$, lortu daitezke $\phi_S = 0$ aukeratuz gero. Hala ere, azken elkarrekintza-irudiaren maiztasuna aldatu egin beharko litzateke, $\Omega_{DD} = \Omega_0 - \omega_0^R$ aukeratuz. Horrela, kasu honetan $g^R = (\eta\Omega_r/4)(1 + \epsilon_S)$ litzateke, $\Omega_b = \Omega_r(1 + \epsilon_S)/(1 - \epsilon_S)$ aukeratuz gero.

Orain, metodoaren bidegarritasuna aztertuko dugu, zenbakizko simulazioen bidez (3.8) eta (3.10) Hamiltondarrak sortutako dinamikak alderatuz. Emaitzak 3.4(a) eta 3.4(b) irudietan adierazi dira, fotoi bateko eta hiru fotoiko kasuetarako, hain zuzen. 3.4(a) irudian erabilitako parametro esperimenteralak hauek dira: $\nu = (2\pi) \times 4.98$ MHz-ko harrapatze-maiztasuna, $\eta = 0.1$ -eko LD parametroa, eta $\Omega_S = (2\pi) \times 120$ kHz-ko eramailearen akoplamendu-maiztasuna. Honela, lortutako Stark akoplamendu maiztasuna $|\gamma^R| = (2\pi) \times 0.6$ kHz-koa da. Rabi eta Stark akoplamendu-maiztasun erlatiboak $g^R/\omega^R = 0.05$ eta $\gamma^R/\omega^R = -0.4$ dira, hurrenez hurren; qubit maiztasuna, berriz, $\omega_0^R = \omega^R - \gamma^R(2N_0 + 1)$, $N_0 = 2$ izanik. Erregimen hau lortzeko, $\Omega_r = (2\pi) \times 2.94$ kHz, $\Omega_b = (2\pi) \times 3.08$ kHz, eta $\Omega_{DD} = (2\pi) \times 114.86$ kHz aukeratu ditugu. Ikus daitekeenez, $|+,2\rangle$ hasierako egoerak populazioa trukutzen du $|-,3\rangle$ egoerarekin. 3.4(b) irudian, hiru

fotoiko elkarrekintza ageri da, gertatzeko milisegundo batzuk behar dituenen. $|+, 3\rangle$ egoeran hasita, $|-, 0\rangle$ egoerarekin populazioa trukutzen du. Hemen aukeratutako LD faktorea $\eta = 0.05$ da, eta, ereduaren parametroak, $\gamma^R/\omega^R = -0.1$, $g^R/\omega^R = 0.3$ eta $\omega_0^R/\omega^R = -2.4385$. Hauek lortzeko behar diren parametro esperimentalak $\Omega_r = (2\pi) \times 35.2$ kHz, $\Omega_b = (2\pi) \times 36.9$ kHz, eta $\Omega_{DD} = (2\pi) \times 123.5$ kHz direla ikusi dugu. Irudian SCko eta USCko erregimenetan zentratu garen arren, nabarmendu behar da gure metodoa baliagarria dela g/ω arazoaren balio altuagoetarako ere. Hala, gure metodoak Rabi-Stark ereduia simula dezake erregimen garrantzitsu guztietan.

Atal honetan, Rabi-Stark ereduaren dinamika aztertu dugu SCko eta USCko erregimenetan, eta, denboraren mendeko perturbazio teoria erabiliz, agertzen diren fotoi anitzeko interakzioak karakterizatu ditugu. Stark akoplamendua dela eta, fotoi anitzeko elkarrekintza horiek selektiboak dira; beraz, erresonantzia-maiztasuna modu bosonikoaren egoeraren araberakoa da. Azkenik, zenbakizko simulazioen laguntzarekin, Rabi-Stark ereduia nola gauzatu proposatu dugu, laser bidez gidaturiko ioi harrapatu bat erabiliz. Zenbakizko simulazioek ioi-sistemaren eta Rabi-Stark ereduaren dinamikak baliokideak direla erakusten dute.

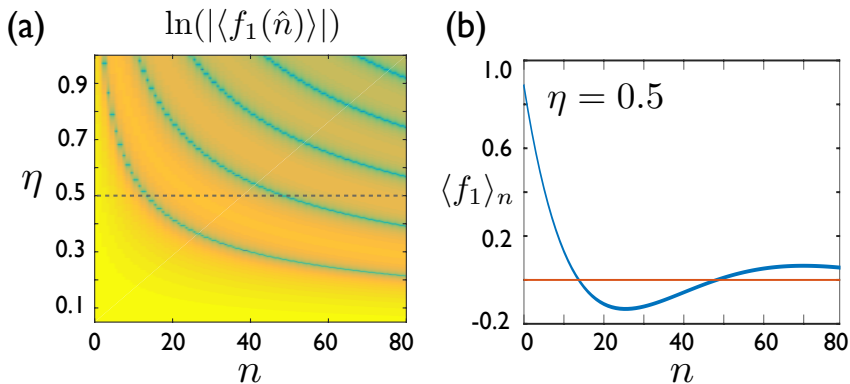
3.2. Rabiren eredu kuantiko ez-lineala ioi harrapatuetan

Atal honetan proposaturiko QRM ez-linealaren (NQRMaren) azterketa, LD erregimenetik kanpo dagoen ioi baten portaera ez-linealaren azterketa ere bada. Iraganean, LD erregimenetik kanpoko portaera aztertu duten ikerketek JC ereduia izan dute izpide [322, 328–330]. Hortaz aparte, LD erregimenetik irteteak laser bidezko hozketan daukan inportantzia [331–333] edo Frack-Condon ereduak simulatzeko [334] izan ditzakeen aplikazioak ere izan dira aztergai. Atala honela banatua dago: Lehenbizi, 3.2.1 atalean, JC eredu linealaren eta ez-linealaren arteko desberdintasunak azalduko ditugu. Hamiltondarrean termino ez-linealak daudelako, besteak beste eredu linealean ohikoak diren egoera koherenteen desagertze eta suspertzea ez da gertatzen. 3.2.2 atalean, anti-JC eredu ez-lineala aztertuko dugu, eta azalduko dugu nola konbinatu daitekeen disipazio kontrolatuarekin, $|n\rangle$ Fock egoera bat sortzeko. Metodo hau erabiliz, ez dira beharrezkoak, beste metodo batzuetan bezala, laser-pultsuaren iraupenaren kontrol zehatza edota oinarritzko bibrazio egoeran hastea. Azkenik, 3.2.3 atalean, QRM ez-linealaren simulazioa proposatzen dugu, erresonantziaz kanpoko JC eta anti-JC elkarrekintzak erabiliz.

3.2.1. JC ereduak ioi harrapatuetan

Potentzial harmoniko batean, bi barne egoera dituen ioi harrapatu batek laser batekin duen elkarrekintza deskibatzen duen Hamiltondarra honela idatz daiteke:

$$H = \frac{\omega_I}{2} \sigma_z + \nu a^\dagger a + \frac{\Omega}{2} \sigma^x [e^{i(\eta(a+a^\dagger) - \omega_L t + \phi)} + \text{H.c.}], \quad (3.11)$$



3.5 irudia: (a) $f_1(\hat{n})$ eragilearen balio absolutuaren logaritmoa $|n\rangle$ Fock egoera eta η LD faktore ezberdinetarako. Gune urdin ilunek $f_1(\hat{n})|n\rangle \approx 0$ adierazten dute. (b) $f_1(n)$ funtzio ez-lineala $\eta = 0.5$ LD faktorera (kurba urdina). $f_1(n) = 0$ lerroa (lerro laranja).

non ω_0 bi mailako sistemaren maiztasuna den, σ_z, σ^x dagozkion Pauliren matrizeak diren, eta Ω, ω_L eta ω_L laserrari dagozkion Rabi maiztasuna, maiztasuna, eta fasea diren.

LD erregimenean, $H_0 = \frac{\omega_L}{2}\sigma_z + \nu a^\dagger a$ Hamiltondarrarekiko elkarrekintza-irudi batean, eta RWA optikoa aplikatu ostean, (3.11) Hamiltondarra honela berridatzi daiteke [171]

$$H_{\text{int}}^{\text{LD}} = \frac{\Omega}{2}\sigma^+[1 + i\eta(ae^{-i\nu t} + a^\dagger e^{i\nu t})]e^{i(\phi - \delta t)} + \text{H.c.}, \quad (3.12)$$

non $\delta = \omega_L - \omega_I$, ω_0 eta ω_L maiztasunen arteko desintonia den. Bestalde, $\eta \ll 1$ delako, $\exp[i\eta(a + a^\dagger)]$ terminoaren zero eta lehen ordenak soilik mantentzen ditugu. Gainera, $\delta = -\nu$ eta $\Omega \ll \nu$ badira, RWA bibrazionala aplika daiteke, eta, orduan, $H_{\text{JC}} = ig_r(\sigma^+ a - \sigma^- a^\dagger)$ JC Hamiltondarrak deskribatzen du sistemaren dinamika, non $g_r = \eta\Omega/2$ eta $\phi = 0$ diren. JC eredu analitikoki ebatzi daiteke, eta $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n-1\rangle$ egoeren arteko populazio trukea deskribatzen du, $\Omega_{n,n-1} = \eta\Omega\sqrt{n}$ maiztasunarekin. Bestalde, desintonia $\delta = \nu$ aukeratuz gero, deskribapen egokia $H_{\text{aJC}} = ig_b(\sigma^+ a^\dagger - \sigma^- a)$ anti-JC Hamiltondarrak ematen du. Honek, $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n+1\rangle$ egoeren arteko populazio trukea deskribatzen du, $\Omega_{n,n+1} = \eta\Omega\sqrt{n+1}$ maiztasunarekin.

loi harrapatua LD erregimenetik kanpo dagoenean $\exp[i\eta(a + a^\dagger)]$ exponenzialaren garapenean ezin da terminorik arbuia, eta, hortaz, (3.12) Hamiltondarra hurrengoa da:

$$H_{\text{int}} = \frac{\Omega}{2}\sigma^+ e^{i\eta(a^\dagger e^{i\nu t} + a e^{-i\nu t}) - i(\delta t - \phi)} + \text{H.c.} \quad (3.13)$$

Bertan, $\delta = -\nu$ eta $\Omega \ll \nu$ badira, RWA bibrazionala aplikatu ostean, sistema deskribatzen duen Hamiltondarra JC eredu ez-lineala da [322],

$$H_{\text{nJC}} = ig_r[\sigma^+ f_1(\hat{n})a - \sigma^- a^\dagger f_1(\hat{n})], \quad (3.14)$$

non f_1 [322] funtzio ez-lineala

$$f_1(\hat{n}) = e^{-\eta^2/2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-\eta^2)^l}{l!(l+1)!} a^\dagger l a^l \quad (3.15)$$

den, $a^\dagger l a^l = \hat{n}!/(\hat{n}-l)!$ izanik. Eredue honen dinamika analitikoki idatzi daiteke, eta, JC ereduak bezala $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n-1\rangle$ egoeren arteko populazio trukea deskribatzen du. Kasu honetan, ordea, trukearen maiztasuna $\tilde{\Omega}_{n,n-1} = |f_1(n-1)|\Omega_{n,n-1} = \eta\Omega\sqrt{n}|f_1(n-1)|$ da, non $f_1(n)$, $|n\rangle$ egoerari dagokion f_1 eragilearen autobalioa den, hau da, $f_1(n) \equiv \langle f_1(\hat{n}) \rangle_n$.

(3.13) Hamiltondarrean $\delta = \nu$ desintonia hautatzen badugu, $\Omega \ll \nu$ baldin bada, eta RWA bibrazionala aplikatuz gero, anti-JC eredu ez-lineala lortuko genuke,

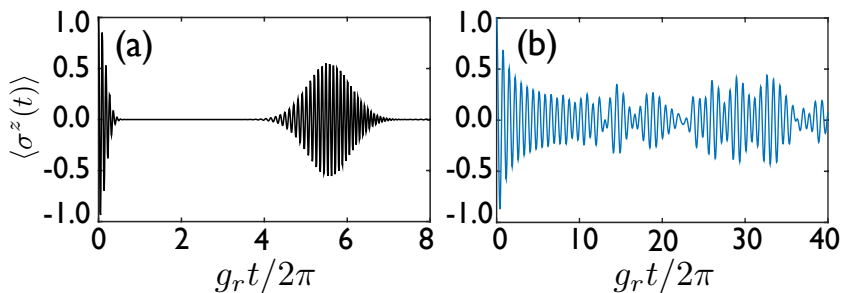
$$H_{\text{naJC}} = ig_b[\sigma^+ a^\dagger f_1(\hat{n}) - \sigma^- f_1(\hat{n}) a], \quad (3.16)$$

zeinak, anti-JC eredu linealak bezala, $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n+1\rangle$ egoeren arteko populazio trukea sortzen duen, kasu honetan $\tilde{\Omega}_{n,n+1} = |f_1(n)|\Omega_{n,n+1} = \eta\Omega\sqrt{n+1}|f_1(n)|$ maiztasunarekin. f_1 funtzio ez-linealak balio ezberdinak har ditzazke $|n\rangle$ egoeraren edo η LD faktorearen balioaren arabera. $\eta\sqrt{\langle (a + a^\dagger)^2 \rangle} \ll 1$ baldin bada, LD erregimena berreskuratzeko dugu. Bertan, $|f_1(n)| \approx 1$ da eta egoeren dinamika eredu linealek deskribaturikoa izango da.

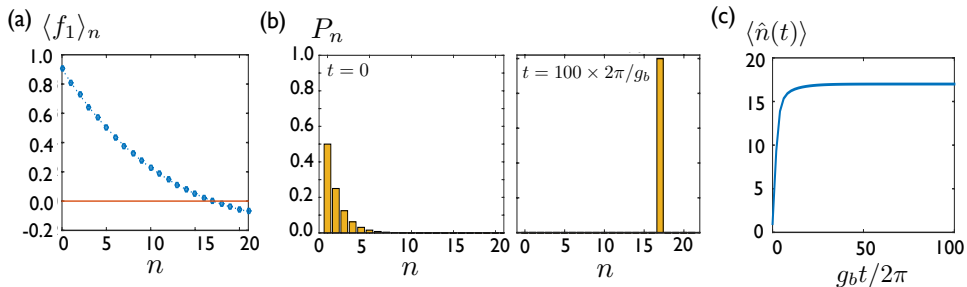
LD erregimenetik kanpo f_1 eragilearen portaera oszilatzaileak garrantzia hartzen du. 3.5(a) irudian $f_1(n, \eta)$ eragilearen balio absolutuaren logaritmoa irudikatzen da, n eta η -ren hainbat baliotarako. Bertan, gune urdin ilunek $f_1 \approx 0$ adierazten dute. 3.5(b) irudian funtzioaren portaera oszilatzailea ikus daiteke, $|n\rangle$ Fock egoeraren zenbakiaren funtzioan eta $\eta = 0.5$ kasurako. Bertan, funtzioa zerotik gertu dagoela esan genezake $n = 14$ eta $n = 48$ denean. Hau dela eta, $\eta = 0.5$ denean $|g, 15\rangle \leftrightarrow |e, 14\rangle$ eta $|g, 49\rangle \leftrightarrow |e, 48\rangle$ egoeren arteko populazio trukea gelditu egingo da JC eredu ez-linealaren kasuan. Bestetik, berdina gertatuko zaio $|g, 14\rangle \leftrightarrow |e, 15\rangle$ and $|g, 48\rangle \leftrightarrow |e, 49\rangle$ egoeren arteko trukeari anti-JC eredu ez-linealaren kasuan.

3.6(a) irudian JC eredu linealean $|\alpha|^2 = 30$ batezbesteko fonoi kopurua duen egoera koherente batek¹ jasaten duen desagertze eta suspertzea ikus daiteke [176]. Bertan, $\langle \sigma^z(t) \rangle = \langle \psi(t) | \sigma^z | \psi(t) \rangle$ irudikatzen dugu JC ereduari dagokionez. Hau $\eta = 0.5$ kasurako JC eredu ez-linealari dagokion eboluzioarekin alderatzen badugu (3.6(b) irudia), ikus daiteke azken kasuan desagertze eta suspertzea ez dela gehiago ageri, dinamika irregularago bat lortuz. Hau ulergarria izan daiteke pentsatzen badugu eredu linealean egoera kuantikoaren osagaiak fasean oszilatzen dezaketela berriz, denbora tarte bat pasa ostean. Eredue ez-linealean hau nekez gerta litekeela dirudi. Kontuan izan eredu ez-linealean denbora tarte handiagoa irudikatu dugula, izan ere, f_1 funtzio ez-linealak dinamikaren abiadura moteltzen du.

¹Egoera koherentea honela definitzen da: $|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$



3.6 irudia: σ_z eragilearen batezbesteko balioa denboran zehar, $|\alpha = \sqrt{30}\rangle$ hasierako egoera koherentearen kasuan, (a) JC eredu linealerako eta (b) JC eredu ez-linealerako. Kasu bietan, g_r berdina da, eta kasu ez-linealean $\eta = 0.5$. (a) irudian σ_z eragilearen desagertze eta suspertzea ikus daiteke. Ereduez-linealean ez da horrelakorik ikusten.



3.7 irudia: (a) f_1 funtzioa $|n\rangle$ Fock egoera desberdinetarako, $\eta = 0.4518$ izanik (kurba urdina). Zero balioa (lerro horizontal laranja). LD faktore honetarako, $f_1|17\rangle = 0$. (b) Ezkerrean, $\langle n \rangle = 1$ egoera termikoaren fonoiaren populazio-banaketa. Eskuinean, populazio-banaketa $t = 100 \times 2\pi/g_b$ unean, ia populazio guztia $|17\rangle$ egoeran dagoelarik. (c) \hat{n} eragilearen batezbesteko balioa denboraren funtzioan, (b) irudiko egoeran hasita eta $|17\rangle$ prestatzeko gure metodoa erabiliz.

3.2.2. Anti-JC eredu ez-lineal disipatiboa Fock egoerak prestatzeko

Atal honetan azaltzen dugu nola erabili daitekeen anti-JC eredu ez-lineala era disipatiboa Fock egoerak sortzeko. Honetarako, beharrezkoa da anti-JC eredu ez-linealaren dinamikari zarata depolarizatzailea gehitzea. Zarata honek qubitaren egoera kitzikatutik populazioa ateratzen du, oinarriko egoerara eramanez. Populazioaren ponpatze hau oso ohikoa da ioi harrapatuen esperimuntuetan, adibidez, atomoen energia zinetikoa murrizteko laser bidezko hozketa erabiliz. Gainera, aipagarria da ez-linealtasuneko hozketa prozesu hauetan duten eragina aurreko ikerketa batzuen aztergaia izan dela [331, 332].

Proposatzen dugun metodoak pauso hauek jarraitzen ditu: Lehenbizi, atomoaren qubita eta oszilatzailea beren oinarrizko egoerara, $|g, 0\rangle$, eraman behar ditugu (geroago ikusiko dugun bezala, ez da beharrezkoa oszilatzailea oinarrizko egoeran egotea, soilik prestatu nahi dugun Fock egoeraren gainetik dagoen populazioa arbuigarria izatea behar dugu). Behin egoera honetan, anti-JC eredu ez-linealak $|g, 0\rangle$ egoeratik $|e, 1\rangle$ egoerarako populazio transferentzia eragingo du, zarata depolarizatzaileak $|e, 1\rangle$ egoerako populazioa $|g, 1\rangle$ egoerara daraman bitartean. Biak batera, egoera bibrazioanaren berotze bat eragingo dute, populazioa Fock egoera batetik hurrerora eramanez. Lehenago edo beranduago, $f_1(n) = 0$ bada, populazio guztia $|g, n\rangle$ egoeran batuko da. Hau, eredu ez-linealean $|g, n\rangle$ eta $|e, n + 1\rangle$ egoeren arteko populazio transferentzia gelditu egiten delako gertatzen da, hau da, $\Omega_{n, n+1} = 0$. Horretarako beharrezkoa den $f_1(n) = 0$ baldintza LD faktorea aldatuz lor daiteke. $|n\rangle$ Fock egoera emanik, non $n > 0$, beti existitzen da η LD faktore bat $f_1(n, \eta) = 0$ baldintza betetzen duena. Adibide bezala, $\eta = 0.4518$ LD faktorea aukeratzen badugu, $f_1(17) = 0$ izanen dugu. Gure metodoa, hurrengo ekuazio nagusia erabiliz simulatu daiteke

$$\dot{\rho} = -i[H_{\text{naJC}}, \rho] + \frac{\Gamma}{2}(2\sigma^- \rho \sigma^+ - \sigma^+ \sigma^- \rho - \rho \sigma^+ \sigma^-), \quad (3.17)$$

non $\Gamma = 2g_b$ qubitaren erlaxazio-abiadura den.

3.7 irudian ikusten denez, metodo hau erabiliz, $\rho_T = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\langle n \rangle^k}{(\langle n \rangle + 1)^{k+1}} |k\rangle \langle k|$ egoera termiko batetik hasita (non $\langle n \rangle = 1$ den), gai gara $|17\rangle$ Fock egoera fideltasun handiz prestatzeko. Hots, n altuko Fock egoera bat presta dezakegu oszilatzailearen oinarrizko egoeran hasi gabe, soilik LD faktorea ondo aukeratuz. Beste metodo batzuekin alderatuta [335], gure metodoan Rabi maiztasunen edo pultsuen iraupenen kontrol zehatza ez da beharrezkoa, $|n\rangle$ azpitik dauden egoeren populazioek $|n\rangle$ egoeran amaitzeko joera izango dute eta. Gure metodoaren baliagarritasuna bermatzeko, ordea, LD faktorearen kontrol zehatza behar da. Hau, k laserraren uhin-zenbakia eta ν harrapatze-maiztasunaren menpekoea da laser bidezko elkarrekintzetan, $\eta = k\sqrt{\hbar}/2M\nu$, eta hauek zehaztasun handiarekin kontrola daitezke esperimenduetan [336]. Horregatik, n altuko Fock egoeren prestaketa anti-JC eredu ez-linealaren aplikazio garrantzitsu bat dela uste dugu.

3.2.3. Rabiren eredu kuantiko ez-lineala

Atal honetan, (3.13) Hamiltondarra erabiliz Rabiren eredu kuantiko ez-lineala (NQRM) nola gauzatu daitekeen azalduko dugu. Albo-banda urdin eta gorriaren erresonantzia maiztasunetik apur bat aldendurik dauden bi eremu kontsideratuko ditugu, δ_r eta δ_b desintonia eta Ω Rabi maiztasunarekin. Hamiltondarra, RWA optikoa aplikatu ondoren, hurrengo da [171, 325],

$$H_{\text{int}} = \sum_{j=r,b} \frac{\Omega_j}{2} \sigma^+ e^{i\eta(a^\dagger e^{i\nu t} + a e^{-i\nu t})} e^{-i(\delta_j t - \phi_j)} + \text{H.c.}, \quad (3.18)$$

non $\omega_r = \omega_I - \nu + \delta_r$ eta $\omega_b = \omega_I + \nu + \delta_b$ diren, $\delta_r, \delta_b \ll \nu \ll \omega_I$ eta $\Omega_r = \Omega_b \ll \nu$ izanik. Sistema LD erregimenetik kanpo dagoela suposatuko dugu, eta $\phi_{r,b} = 0$ direla. RWA bibrationala aplikatuz gero, ν edo antzeko maiztasunarekin biratzen duten termino guztiak arbuaiatuz, hurrengo gelditzen zaigu

$$H_{\text{int}} = ig^R \sigma^+ (f_1 a e^{-i\delta_r t} + a^\dagger f_1 e^{-i\delta_b t}) + \text{H.c.}, \quad (3.19)$$

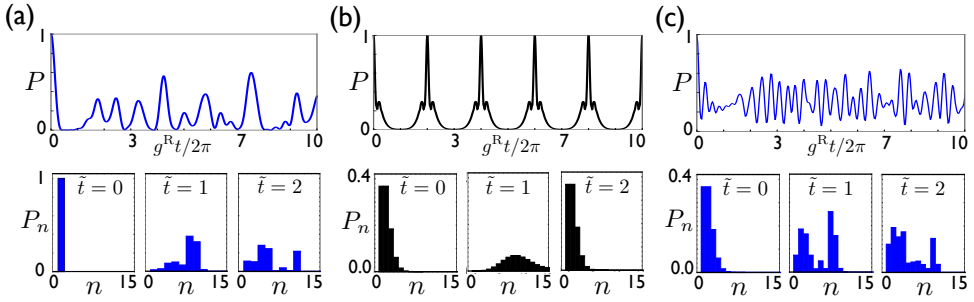
non $g^R = \eta \Omega_r / 2$ eta $f_1 \equiv f_1(\hat{n})$ (3.15) ekuazioak emandakoa den. $H_0 = \frac{1}{4}(\delta_b + \delta_r) \sigma_z + \frac{1}{2}(\delta_b - \delta_r) a^\dagger a$ Hamiltondarrarekiko biratzen duen irudi batera joanez gero, NQRMa lortzen dugu

$$H_{\text{inQRM}} = \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_z + \omega^R a^\dagger a + ig^R (\sigma^+ - \sigma^-) (f_1 a + a^\dagger f_1), \quad (3.20)$$

non $\omega_0^R = -\frac{1}{2}(\delta_r + \delta_b)$ eta $\omega^R = \frac{1}{2}(\delta_r - \delta_b)$ diren. (3.20) ekuazioa NQRMaren Hamiltondarra da, ω_0^R eta ω^R simulaturiko qubitaren eta modu bosonikoaren maiztasunak diren eta g^R bien arteko akoplamendu-maiztasuna den, azken hau $f_1(\hat{n}, \eta)$ funtzioari biderkatuta egonik. NQRMaren erregimen ezberdinak lau parametro hauen arteko erlazioaren arabera sailkatuko dira. Lehenik, LD erregimenean, $\eta \sqrt{((a + a^\dagger)^2)} \ll 1$, (3.20) ekuazioa QRM linealera hurbildu daiteke [325]. LD erregimenetik kanpo, $|\omega^R - \omega_0^R| \ll g^R \ll |\omega^R + \omega_0^R|$ baldin bada, RWA aplikatu daiteke. Honela, H_0 -rekiko biratzen dagoen irudi baten $\pm |\omega^R + \omega_0^R|$ maiztasunarekin biratzen duten terminoak arbuaiatu ditzazkegu. Hau eginez gero, lehenago aztertutako JC eredu ez-lineala eskuratuko genuke. Era berean, $|\omega^R + \omega_0^R| \ll g^R \ll |\omega^R - \omega_0^R|$ izanez gero, anti-JC eredu ez-lineala lortuko genuke. Azken hau lortzeko, qubitaren maiztasunak negatiboa izan behar du. USCko eta DSCko erregimenak $0.1 \lesssim g^R / \omega^R \lesssim 1$ eta $g^R / \omega^R \gtrsim 1$ baldintzek definitzen dituzte, hurrenez hurren. Bertan, RWA ez da aplikagarria.

Adibide bezala, hemen NQRMa aztertuko dugu DSCko erregimenean, eta, hasierako egoera $|0, g\rangle$ izanik, non $|0\rangle$ eta $|g\rangle$ qubita eta modu bosonikoaren oinarrizko egoerak diren, hurrenez hurren. 3.8(a) irudian $\eta = 0.67898$ LD faktoreko kasua aztetzen da, non $f_1|7\rangle = 0$, $g^R / \omega^R = 4$ eta $\omega_0^R = 0$ diren. Erregimen hau ioi harrapatuetan lortzeko, beharrezkoa da $\delta_r = (2\pi) \times 11.31$ kHz, $\delta_b = -(2\pi) \times 11.31$ kHz, $\delta_r = (2\pi) \times 11.31$ kHz eta $\delta_b = -(2\pi) \times 11.31$ kHz desintonia balioak izatea, $\Omega_r = (2\pi) \times 133.26$ kHz-eko ($g^R = (2\pi) \times 45.24$ kHz) Rabi maiztasunarekin. Jakina da QRMAk hasierako egoeraren desagertze eta suspertzea deskribatzen duela DSCko erregimenean [194]. 3.8(a) irudian ikusten denez, kasu ez-linealean, desagertze eta suspertze hau ez den ageri, eboluzio irregularrago bat eskuratuz. Aipagarria da nola dinamikan zehar ez den $f_1(n) = 0$ ekuazioa betetzen duen $|n\rangle$ Fock egoera gaingiditzen. Bestalde, kontuan eduki behar da funtzio ez-linealak akoplamendu-maiztasuna murrizten duela orokorrean, izan ere $f_1(n) < 1$ da beti. Horregatik, DSCko erregimena lortzeko, beharrezkoa da kasu linealean baino g^R / ω^R arrazoi handiagoak erabiltzea. Laburbilduz, gure emaitzek argi erakusten dute NQRMari dagokion dagokion Hilberten espazioa bi azpiespaziotan banatzen dela, $|n\rangle$ egoeratik gora eta behera, hain zuzen. Horregatik, n Fock zenbakiari NQRMaren “hesia” deitu diogu.

Hesi honen efektua erakusteko, $\langle n \rangle = |\alpha|^2 = 1$ -eko batezbesteko fonoi kopurua duen egoera koherente baten eboluzioa kalkulatu dugu. QRMAren eta NQRMAren araberrako



3.8 irudia: Goiko irudietan, hasierako egoerarekiko fidelitatea $P(t) = |\langle \psi_0 | \psi(t) \rangle|^2$ ageri da, denboraren funtzioan. Beheko irudietan, fonoi-en populazio-banaketa erakusten da, hainbat uneetan, non $\tilde{t} = g^R t / 2\pi$ den. (a) irudian, $|0, g\rangle$ da hasierako egoera, eta, (b) and (c) irudietan aldiz, $|\alpha = 1, g\rangle$. (a) irudian, eboluzioa NQRMaren arabera gertatzen da, $\eta = 0.67898$ LD faktorearekin, non $f_1|7\rangle = 0$, $g^R / \omega^R = 4$ eta $\omega_0^R = 0$ diren. Fonoi-en populazio-banaketa ikusita, $n > 7$ egoerak ez direla populatzen ikus daiteke. (b) irudian, egoerak QRMaren arabera eboluzionatzen du. (c) irudian, aldiz, NQRM aukeratzen dugu $\eta = 0.57838$ LD faktorearekin, non $f_1|10\rangle = 0$, $g^R / \omega^R = 3.7$ eta $\omega_0^R = 0$ diren.

eboluzioak konparatu ditugu, DSCko erregimenean, eta ereduaren parametroak $g^R / \omega^R = 2$ eta $\omega_0^R = 0$ izanik. QRMak, hasierako egoeraren desagertze eta suspertzea erakusten du, 3.8(b) irudian ikus daitekeenez. 3.8(b)-ko behe-irudian Fock espazioko populazio banaketa ikus daiteke. NQRMak dinamika irregularragoa du, eta, espero bezala, populazioak ez du $f_1(n) = 0$ ekuazioak adierazten duen hesia gainditzen, ikus 3.8(c) irudia. Hesi honek higidura-iragazki bezala jokatzen du hasierako fonoi populazioa hesiaren alde batean baldin badago. Populazioa hesiaren beheko aldean badago, banaketa fonoi altuko gunetara igotzea galarazten du NQRMak. Simulazioetarako $\eta = 0.57838$ aukeratu dugu, non $f_1|10\rangle = 0$. Hasierako egoeraren fonoi-en populazio-banaketa $n = 10$ egoeratik behera dagoenez, honek ez du hesia gaindituko. Beste parametroek DSCko erregimenean kokatzen dute eredia: $g^R / \omega^R = 3.7$ eta $\omega_0^R = 0$ izanik. Kasu hau ioi harrapatu batean gauzatzeko beharrezko desintoniak $\delta_r = (2\pi) \times 11.31\text{kHz}$ eta $\delta_b = -(2\pi) \times 11.31\text{kHz}$ dira, Rabi maiztasuna $\Omega = (2\pi) \times 133.26\text{kHz}$ izanik.

Laburbilduz, atal honetan NQRMaren simulazio kuantikoa nola egin proposatu dugu. Aztertutako termino ez-lineala LD erregimenetik kanpo agertzen da, eta fonoi-populazioaren hedapena galarazten du $|n\rangle$ egoeratik aurrera, $f_1(\hat{n})|n\rangle = 0$ baldin bada. JC eredu lineala eta ez-lineala elkar konparatu ditugu, kasu linealean gertatzen den desagertze eta suspertzeak eredu ez-linealean ageri ez direla aurkituz. Gainera, modu disipatiboan Fock egoerak prestatzeko metodo bat proposatu dugu, anti-JC eredu ez-lineala erabiliz. Azkenik, QRM lineala eta ez-lineala konparatu ditugu DSCko erregimenean. Eredu ez-linealak higidura-iragazki bezala joka dezakeela aurkitu dugu.

4

Bosoi Laginketa Atomo Ultrahotzekin

Nagusitasun kuantikoa lortzea mugarra da akats tolerantzia duen konputagailu kuantikoa sortzeko bidean. Alde batetik, konputazio kuantikoaren gaitasuna klasikoaren gainetik egotea posible dela frogatzen du, ordenagailu kuantiko baten gauzatzea oztopatuko lukeen mekanismo ezezagun baten existentziaren ideia baztertuz [149]. Bestalde, Church-Turing tesi hedatuaren [337] haustearen lehen froga esperimentalak litzateke. Tesi honen arabera, Turing makina klasiko bat gai da fisikoki gauzatu daitekeen edozein eredu konputazional modu efizientean simulatzeko. Tesiaren haustea frogatzeko, beharrezkoa da makina kuantikoak egindako atazaren konplexutasun konputazionala zein den ezagutzea. Adibidez, suberaketa kuantikoa edo simulazio kuantikoa erabiliz, ezingo litzateke Church-Turing tesi hedatuaren haustearen frogatu, hauek ebazten duten problemaren konplexutasun konputazionala ez dagoelako ondo definitua. Alde horretatik, nagusitasun kuantikoaren frogapen zorrotz batek egindako atazaren konplexutasun konputazionalari buruzko ezagutza sakona behar du [338].

Laginketa kuantikoa eredu kuantiko batek sortutako amaierako egoera deskribatzen duen probabilitate banaketaren araberako laginak sortzean datza. Laginketa kuantikoan oinarritzen diren problemen konplexutasun konputazionala zehaztasunez ebalua daiteke [85]. Gainera, problema hauek akats-zuzenketa kuantikoa [339] erabili gabe aplikatu daitezke, kostu esperimentalak nabarmen murriztuz, beste algoritmo kuantiko batzuekin alderatuta. Bereziki, bosoi laginketa [87, 339, 340] deritzen problemak arreta handia jaso du, elkar interakzionatzen ez duten partikulak nahikoa direlako eredu gauzatzeko.

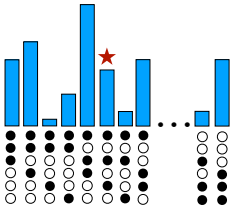
Bosoi laginketa probabilitate-banaketa baten araberako laginak sortzean datza. Probabilitate banaketa honek Haar ausazko matrize unitario batek deskribatutako M moduko interferometro lineal batetik N bosoi pasarazten direnean lortzen den egoera kuantikoa deskribatzen du. Egoera hau konfigurazio posible guztien gainezarmen kuantiko batean dago, eta konfigurazio posible bakoitzari esleitutako probabilitatea $N \times N$ dimentsioko azpimatrizen permanentearen proportzionala da, lerroek eta zutabeek hasierako eta bukaerako egoera erlazionatzen dituztelarik. Permanentea amaierako konfiguraziora iristeko dauden $N!$ bide fisikoen ondorioz agertzen da, ikus 4.1(b) irudia. Determinantearen antzekoa dirudien arren, zeina klasikoki era efizientean kalkula daitekeen, zenbaki konplexuzko matrize baten permanentea kalkulatzeko #P-zaila den problema konputazionala

a)

Sarrera : Haar ausazko U

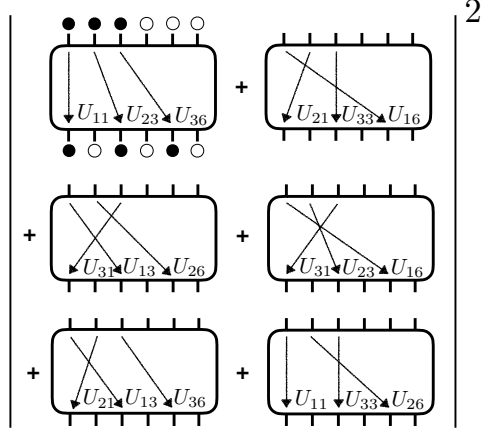
$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{21} & U_{31} & \dots & U_{61} \\ U_{12} & U_{22} & U_{32} & \dots & U_{62} \\ U_{13} & U_{23} & U_{33} & \dots & U_{63} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{16} & U_{26} & U_{36} & \dots & U_{66} \end{bmatrix}$$

Irteera : P_{BS} – tik lagina



b)

$$\star \Pr(\bullet\circ\circ\circ\bullet) = |\text{Per}(\begin{bmatrix} \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet \end{bmatrix})|^2 =$$



4.1 irudia: a) $M \times M$ dimentsioko Haar ausazko U matrize unitarioa emanda, probabilitate-banaketa bat defini daiteke $N \times N$ azpimatrizeen permanenten modulu karratuarekin. Bosoi laginketa P_{BS} probabilitate-banaketaren araberako laginak kalkulatzeko datza. b) Bosoi laginketarako gailu esperimental batean, P_{BS} banaketak gailuaren emaitza posibleen probabilitateak batzen ditu, N bosoi hasierako egoera bat emanik. Adibidez, (a) irudian karratu gorrietan ageri diren 9 elementuek osaturiko A_S azpimatrizeak $a_1^\dagger a_2^\dagger a_3^\dagger |0\rangle$ hasierako egoera $a_1^\dagger a_3^\dagger a_6^\dagger |0\rangle$ amaierako egoerarekin erlazionatzen du. $N!$ bide fisiko posibleen interferentzia dela eta, amaierako egoeraren probabilitatea A_S matrizearen permanentearekin erlazionatua dago.

da [341]. Bestela esanda, ordenagailu klasiko batek ezin du modu efiziente batean bosoi laginketa problema ebatzi. Bosoi laginketaren probabilitate-banaketaren araberako laginen kalkulua, gutxi gorabeherakoa bada ere, $\#P$ -zaila dela uste da [87, 342]. Honek, bosoi laginketa akats esperimentalekiko sentikorregia ez izatearekin batera [343–347], bosoi laginketa makinaren aurrerapen azkarra ekarri du azken urtetan.

Orain arte, bosoi laginketa kuantikoa egiteko, zirkuitu kuantiko fotonikoak erabili izan dira [348–358], gaur egungo errekorra 60 modutako interferometro batean 20 sarrerako fotoi eta 14 irteerako fotoitan egonik [359]. Gailu fotoniko hauen fotoi kopurua handitzeko aurrerapen kontzeptual eta teknologiko andana egon den arren [358, 360–365], hogei fotoi baino gehiagoren aldi bereko kontrola ezinezkoa da momentuz. Gainera, bosoi laginketa simulatzeko metodo klasikoaren aurrerapena nabarmena izan da azken urteetan [366–368]. Bi arrazoi hauek zaildu egiten dute epe laburreko nagusitasun kuantikoaren proba bosoi laginketarako gailu fotoniko baten bidez. Bestalde, metodo alternatiboak proposatu dira ioi harrapatuetan [369], zirkuitu supereroaletan [370] edo sare optikoetan [371, 372] bosoi laginketa egiteko. Hala ere, orain arte esperimentu bakarra egin da, ioi bakar baten bibrazio-moduak erabiliz [373].

Kapitulu honetan, bosoi laginketa gauzatzeko metodo eskalagarri bat aurkezten dugu, spin menpeko sare optikoetan atomo ultrahotzak erabiliz. Gure eskeman, oinarrizko egoera bibrazionalera hozten diren atomoek bosoi bereizezinen funtzioa betetzen dute; sare optikoko minimoek eta atomoen barne-egoerak, berriz, modu bosonikoen papera jokatzen dute. Polarizazio sintetizatuko sare optikoen bidez [374, 375] spin egoeraren mendeko sare-desplazamenduak egin daitezke, modu desberdinak posizio berdinerara ekarriz. Modu hauen arteko elkarrekintza gailu fotonikoetan erabiltzen diren sorta-banatzailleetan gertatzen denaren analogoa da, eta MU erradiazioa eta pultsu optikoak elkarrekin konbinatuz lor daiteke. Elkarrekintza hau da gure proposamenaren oinarrizko blokea. Hau frogatua izan da dagoeneko, bi atomoen arteko Hong-Ou-Mandel interferentziaren bidez [221].

Kapitulua honela antolatzen da: 4.1 atalean, polarizazio sintetizatuko sare optikoetan atomo ultrahotzak erabiliz zirkuitu kuantikoak eraikitzeke metodoa deskribatzen dugu. 4.2 atalean, bosoi laginketaren zirkuitu kuantikoa eta honen eskalagarritasuna aztertzen dugu, atomo dozena batzuren kasurako. Bi gorputzen arteko talkek laginketa-abiadurari nola eragiten dioten aztertuko dugu, baita probabilitate-banaketaren forma nola aldatzen duten ere. 4.2.3 atalean, beste errore-iturri batzuk hartzen ditugu kontuan, hala nola desfasatzea edo oinarrizko egoerarako hozketa inperfektua.

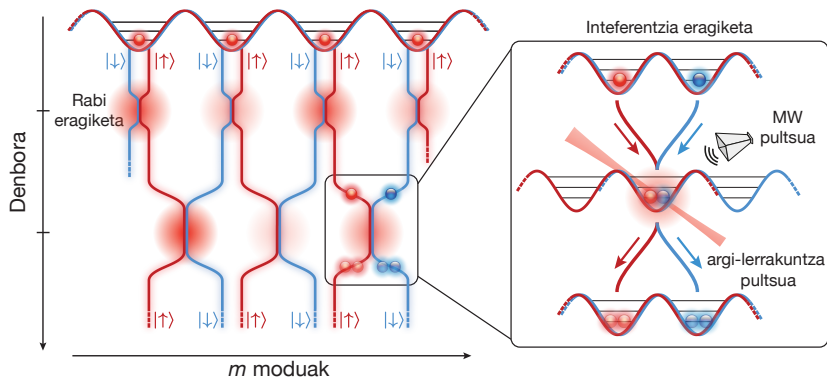
4.1. Zirkuitu kuantikoak spin-menpeko sare optikoekin

Atal honetan, atomo ultrahotzak spin-menpeko sare optikoetan, zirkuitu kuantikoak, eta bereziki bosoi laginketa, era eskalagarrian sortzeko gai den plataforma gisa aurkezten dugu. Ideiaren oinarrian dagoena, $M \times M$ dimentsioko U matrize unitario batek soilik ondoz ondoko moduen arteko eragiketak egiten dituen, M moduko interferometro lineal baten bilakaera deskribatzen duela da [376, 377]. Atomoiez egindako interferometroak alternatiba interesgarria dira fotoien interferometroen aurrean, sistema atomikoek partikula kopuru handiagoak kontrolatzeko gaitasuna dutelako. Gainera, sistema hauek sare-toki berdinean dauden atomoen arteko elkarrekintzak kontrolatzeko aukera ematen dute [378]. Prozesu ez-lineal hauek amaierako egoeraren korrelazio kuantikoa alda dezakete [379], eta litekeena da prozesu osoaren simulazio klasikoa kasu linealarena baino zailagoa izatea.

Atomo identikoen egituren prestaketa

Bi laser-izpiren arteko interferentzia sare optiko izenez ezagutzen diren mikropotentzial optikoen egiturak sortzeko erabil daitezke. Atomoak sare optikoaren minimoetan (sare-tokietan) harrapa daitezke, eta, banan banan ordenatu potentzial mugikorrek erabiliz [375, 380–383]. Honela aurrez diseinatutako atomoen egiturak sor daitezke. Egun, atomo-egitura hauek $N = 111$ [384] atomokoak izan daitezke, gailu fotonikoekin lortutako $N = 20$ fotoien oso gainetik [359]. Gainera, zenbaki hori 1000 arte handitzeko ideiak badaude spin-menpeko sare optiko bidimentsionalak erabiliz [375]. Atomoak berrantolatu ondoren, beren oinarrizko bibrazio egoerara hoztu daitezke albo-bandako hozketa erabiliz. Metodo hau erabiliz % 90eko purutasuna (atomoa oinarrizko egoera bibrazionalan

4.1 Zirkuitu kuantikoak spin-menpeko sare optikoekin



4.2 irudia: Polarizazio sintetizatuko sare optikoetan atomo ultrahotzak erabiliz eraikitako zirkuitu kuantikoa. Sare optikoen minimo bakoitzak bi modu ditu, $|\uparrow\rangle$ eta $|\downarrow\rangle$ barne-egoera atomikoei dagozkienak. Irudian ageri den hasierako egoeran, bi modutatik bat okupatua dago. Atomoak lekuz aldatzen dira spin-menpeko desplazamenduen bidez, eta haien spin egoerak MU erradiazioa erabiliz akoplatzen dira. Eskubiko irudian: argi-pultsuak eta MU pultsuak konbinatuz fotoietan sorta-banatzailleek eragiten duten efektua lor daiteke.

egoteko probabilitatea) lortu da [383], purutasun altuago bat lortzeko muga nagusia konfinamendu-norabideetako baten harrapatze-maiztasuna bajua izatea delarik. Alde horretatik, % 100etik gertuko probabilitateak lortzea espero da hiru dimentsioko sare optikoak erabiliz. Bestalde, badira beste teknika batzuk entropia gutxiko atomo egiturak sortzeko. Horretarako Mott egoera isolatzaile bat prestatu behar da lehenengo, eta, gero, komeni ez zaizkigun tokiak okupatzen dituzten atomoak kendu. Metodo honen bidez, tokiko % 99ko purutasuna lortu da 12 atomorekin [385, 386].

Zirkuitu kuantikoaren eraikuntza spin-menpeko sare optikoekin

Zirkuitu kuantikoak eraikitzeko, polarizazio sintetizatuko sare optikoak kontsideratzen ditugu [375]: Bi potentzial optiko independente dira, hauek atomoak harrapatzen dituzte barne-egoera bati lotutako trantsizioaren polarizazioaren arabera. Horretarako, ^{133}Cs atomoaren bi egoera erabil daitezke, $|\uparrow\rangle = |F = 4, m_F = 4\rangle$ eta $|\downarrow\rangle = |F = 3, m_F = 3\rangle$ adibidez. Sare optikoaren uhin-luzera $\lambda_L = 870$ nm-koa da. Trantsizioen polarizabilitate desberdina dela eta [387–389], $|\uparrow\rangle$ edo $|\downarrow\rangle$ egoeran dauden atomoek bi sare optikoetatik bat bakarrik sumatzen dute, energia potentziala

$$V_{\uparrow,\downarrow}(x) = V_{\uparrow,\downarrow}^0 \cos^2\{2\pi/\lambda_L[x - x_{\uparrow,\downarrow}(t)]\} \quad (4.1)$$

izanik, non bi sareen $x_{\uparrow,\downarrow}(t)$ posizioa kontrola daitekeen zehaztasun subnanometrikoarekin polarizazio sintetizatzaile bati esker [374]. Gainera, $V_{\uparrow,\downarrow}^0$ potentzialen sakoneragatik, atomoek ez dute ondoko minimoetara, tunel-efektua dela eta, salto egingo.

Atomo ultrahotzekin zirkuitu kuantikoak egiteko sare-toki ezberdinak sare optikoen spin-menpeko desplazamenduen bidez lotzen ditugu, 4.2 irudian ikus daitekeen bezala. Gure eskeman, zirkuituko moduen papera sare-tokiek eta bi spin egoerek betetzen dute, $M/2$ sare-toki nahikoa izanik M modu ordezkatzeko. Sare-desplazamendua harrapatze-maiztasunari lotutako periodoa bezain laburra izan daiteke, 3 femtosegundo inguru, eta bi barne-egoeren arteko koherentziari eusten dio [390]. 4.2 irudian erakusten den zirkuituaren geometria zirkuitu fotonikoenaren baliokidea da. Gure kasuan dimentsio espazial bat nahikoa da, fotoiekin aldiz, bi dimentsio espazial erabiltzen dira [355]. Zirkuitu fotonikoetan bezala, M moduko interferometro batek eragindako eboluzioa $M \times M$ dimentsioko U matrize unitario batekin deskribatu daiteke [376, 377]. t denboran eta s sare-tokian eragiten duen eta bi moduen arteko elkarrekintza deskribatzen duen matrizea hurrengoa da:

$$T(t, s) = \begin{pmatrix} e^{-i\phi} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ e^{-i\phi} \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

non ϕ , soilik $|\uparrow\rangle$ egoerari dagokion fase bat den, eta θ $|\uparrow\rangle$ eta $|\downarrow\rangle$ egoeren Blochen esferako y ardatzarekiko biraketaren angelua den. Jakina da $M \times M$ dimentsioko U matrize unitario orokor bat $T(t, s)$ bezalako $M(M-1)/2$ operazioez eraiki daitekeela. Kontuan izan eragiketa bakoitza bi parametrok ezaugarritzen duela, eta, beraz, protokolo osoa definitzeko $M(M-1)$ parametro behar direla. Hau da, hain zuzen $M \times M$ dimentsioko matrize unitario bat definitzeko behar den zenbaki erreal kopurua, azken M moduei aplikatutako fase aldaketak kontuan izan gabe, horiek ez baitira garrantzizkoak aplikazio honetarako. Printzipioz, eragiketa hauek guztiak M denbora-pausotan egin daitezke, eta, beraz, lortutako zirkuituaren sakonera M -koa da [377], ikusi 4.2 irudia.

Moduen arteko hautazko akoplamendua argi pultsuen bidez

Sare-toki berean dauden bi modu akoplatzeko tokian fokalizatutako argi pultsuak MU-pultsuekin konbinatu daitezke, $T(t, s)$ operazioa eraginez. Zehazki, argi pultsua tokiko bi egoera hiperfinen, $|\uparrow\rangle$ eta $|\downarrow\rangle$, arteko fase diferentzia bat sortzeko erabiltzen da. MU-pultsua aldiz, toki guztietan Hadamard eragiketa bat sortzeko erabiltzen da, $\pi/2$ pultsu baten bitartez, Blochen esferako x ardatzaren inguruko 90 graduko errotazioa eraginez. Hadamard eragiketa $H_{2 \times 2} = \exp(-i\sigma_x \pi/4)$ matrizearen bidez adierazten da. Zesioan fase diferentzia lokala sortzeko [387–389], laser-pultsua sare-tokian fokalizatua egon behar da [391–393]. Honela, z ardatzaren inguruko errotazio independenteak sortu daitezke, $A(\varphi_s) = \exp[-i\sigma_z \varphi/2]$ matrizeak adierazi bezala, non φ_s fasea argi-pultsuaren intentsitateak eta iraupenak kontrolatzen duten. MU-pultsu globalen iraupena $150 \mu\text{s}$ ingurukoa da; hala ere, 30 mikrosegundotara labur daiteke MU pultsuaren potentzia handituz. Laser-pultsu lokalak aldiz, $10 \mu\text{s}$ -ko tartean egin daitezke $1 \mu\text{W}$ -eko potentzia erabiliz, sare-tokiko. Laserraren kasuan, fotoien sakabanaketak eragindako errore baten probabilitatea $\% 10^{-3}$ koa da. Abantaila nagusi gisa, aurkeztutako metodo honek ez ditu Raman pultsuak erabiltzen moduen arteko akoplamendua eragiteko.

Deskribatutako ate kuantikoak nahikoak dira $T(t, s)$ -ko eragiketa generikoa eraikitzeko, formula honetan erakusten den bezala:

$$T'(t, s) = e^{i\phi/2} T(t, s) = H_{2 \times 2}^\dagger A(\theta) H_{2 \times 2} A(\phi). \quad (4.3)$$

Hemen, $e^{i\phi/2}$ fase globala da baina soilik pseudospinaren azpiespazioan, hala, kontuan izan behar da $M \times M$ matrizea eraikitzean. Hala ere, Clements *et al.* [377]-en aurkeztutako algoritmoa, $T(t, s)$ erabili beharrean, $T'(t, s)$ erabiltzeko molda daitekeela frogatu daiteke, eta, beraz, fase global honen kontrola ez da beharrezkoa. 4.2 irudiko eskuineko irudian s sare-tokiko $|\uparrow\rangle$ moduaren eta $s + 1$ sare-tokiko $|\downarrow\rangle$ moduaren arteko $T(t, s)$ interferentzia-eragiketa deskribatzen da. Lehenbizi, spinaren menpeko sare-desplazamendua erabiliko dugu $|\downarrow\rangle$ modua $s + 1$ tokitik s tokira eramateko. Gero, goian deskribatutako eragiketak egin ditzakegu, eta, bukatzeko, $|\downarrow\rangle$ modua $s + 1$ sare-tokira eraman dezakegu berri.

Atomoen tokia eta egoera bereizten dituen detekzioa

Amaierako egoeraren neurketa ezinbesteko baldintza da edozein konputazio kuantiko erabilgarri egiteko. Gurean, fluoreszentzia-irudi bat hartzen da amaierako egoera neurtzeko [393, 394]. Bereizmen handiko objektibo bat erabiliz, atomoek sare optikoan duten posizioa % 99tik gorako fidelitatearekin ikus daiteke [395]. Fluoreszentzia-teknika horrek sare-tokien okupazioari buruzko informazioa ematen du; hala ere, barne-egoera desberdinen artean bereizteko, spinarekiko selektiboa den detekzio-eskema behar da. Horretarako, [395] erreferentzian frogatzen denez, distantzia luzeko egoeraren menpeko desplazamendu bat egin daiteke, $|\uparrow\rangle$ eta $|\downarrow\rangle$ egoeran dauden atomoak espazialki banatuz.

Idealena sare-toki bakoitzean zenbat atomo dauden detektatzeko gai izatea izango litzateke. Zoritxarrez, fluoreszentzia-irudi estandarrek sare-tokian dauden atomo bikoteen galera eragiten du, eta, beraz okupazio-zenbakiaren paritatea bakarrik neur daiteke. Hori konpontzeko, atomoak sare optikoaren beste dimentsio espazial batean bana litezke, espantsio balistiko bat erabiliz, adibidez. Antzeko metodoak erabiltzen dira fotoi kopurua detektatzeko gai diren fotodetektagailuetan [352, 396] eta sare optikoetara molda daiteke [385, 397]. Alternatiba bezala, atomoen arteko elkarrekintzak erabil litezke okupazioaren menpeko tunel-efektu bidez atomoak sakabanatzeko [398].

4.2. Atomoen bosoi laginketaren eskalagarritasuna

Gailu fotonikoen alternatiba gisa, 4.1 atalean deskribatutako atomo ultrahotzekin eraikitako zirkuitu kuantikoak, atomoekin bosoi laginketa egiteko modu bat dira. Gaur egun, atomo ultrahotzen sistemek ehun bat partikula kontrolatzeko aukera eskaintzen dute, ehunka sare-tokietan banatuta. Hau dela eta, sistema horiek oso erakargarriak dira bosoi laginketa eskalatu eta nagusitasun kuantikoa lortzeko. Lehenengo, N sare-tokietan uniformeki banatutako N atomoez osaturiko hasierako egoera bat beharko genuke: $|\psi_0\rangle = \sum_{s=1}^N \hat{a}_{2s-1}^\dagger |0\rangle$, non $|0\rangle$ modu guztien hutsunea den, eta M zirkuituaren modu kopurua

izanik. Zirkuitua deskribatuko duen matrize unitarioa ausaz aukeratzen bada Haar neurriaren arabera, $P(n_1, n_2, \dots, n_M) = |\langle n_1, n_2, \dots, n_M | \hat{U} | \psi_0 \rangle|^2$ irteerako probabilitate-banaketaren arabera laginak sortzea zaila da ordenagailu klasikoentzat [87]. Zailtasun honen froga matematikoak $N \leq M^{1/6}$ baldintza eskatzen duen arren, normalean baldintza egingarriago bat, $N \leq M^{1/2}$, nahikoa dela onartzen da.

Bosoi laginketa erabiliz nagusitasun kuantikoa lortuko esperimendu bat proposatzerako orduan, beharrezkoa da akats experimental posibleak kontuan hartzea. Atal honetan, partikulen galerak irteerako probabilitate-banaketaren konplexutasunean, eta laginketa-abiadura duen efektua aztertuko dugu.

4.2.1. Laginketa abiadura kalkulatzeko eredu simple bat

Esperimentuaren errepikapen-tasak zuzenki lotuta dago hasierako egoera prestatzeko, interferentzia-eragiketa guztiak egiteko eta azken egoera neurtzeko behar den denborarekin. 100 bat atomoko hasierako egoera bat efizienteki presta daiteke 100 ms-ko denboran [375]. Horregatik, lehen urrats honi dagokion t_{in} denbora finkotzat hartzen dugu. Interferentzia-eragiketa guztiak egiteko behar den denbora, ordea, sistemako modu-kopuruaren mende dago, eta, hau $M = N^2$ baldintzaren arabera handitzen da partikula kopuruarekin. Lehenago aipatu bezala, $M \times M$ dimentsioko edozein transformazio unitario $M(M-1)/2$ eragiketa unitario bidimentsionalen bidez egin daiteke [376, 377], hauetatik $(M-1)/2$, batezbestean, aldi berean egin daitezkeelarik, ikus 4.2 irudia. Amaierako egoeraren neurketak $t_{\text{det}} = 50$ ms-ko denbora behar du, eta atomo bakoitzaren posizioa eta spina detektatzeko gai da, fluoreszentzia-irudia erabiliz. Guzti honen arabera, prozesatze-denbora honela aldatzen da, $t_{\text{pr}} \equiv R_{\text{pr}}^{-1} \approx N^2 t_{\text{op}} + t_{\text{in}} + t_{\text{det}}$, N partikula kopuruarekin. Hemen, t_{op} interferentzia-eragiketa bat egiteko beharrezko denbora da, eta t_{in} eta t_{det} hasierako egoera prestatzeko eta amaierako egoera neurtzeko behar diren denborak dira, hurrenez hurren. Bestalde, modu bakoitzean gehienez atomo bat duten amaierako egoerak interesatzen zaizkigu gehien, hauen probabilitatea kalkulatzeko delako zailena ordenagailu klasikoentzat. Beraz, baldintza hau betetzen duten amaierako egoerak, talkarik gabeko azpiespazioa deiturikoa osatzen dutenak, soilik hartuko ditugu kontuan. Modu kopuru partikula kopuruaren karratuarekin handitzen bada, amaierako egoeren e^{-1} frakzio bat, gutxi gorabehera, mota horretakoa izatea espero da [399].

Aurreko analisiak egoera ideala deskribatzen du, non atomo guztiak oinarritzko egoeran prestatzen diren, bat bera ere ez den galtzen prozesuan zehar, eta neurketa perfektua den. Hala ere, esperimendu batean, laginak sortzeko abiadurari eragiten dioten akatsak agertuko dira. [357, 366] erreferentzietan oinarrituta, lagin baliagarrien sortze-abiadura kalkulatzeko ondorengo formula erabiliko dugu:

$$R = \frac{1}{e} R_{\text{pr}} \eta_{\text{d}}^N P_{\text{surv}}, \quad (4.4)$$

non P_{surv} N atomoren biziraupen probabilitatea eta η_{d} atomoko detekzio efizientzia diren. Neurketa % 99ko efizientziaz egin daiteke [395]. N atomoren biziraupen-probabilitatea,

4.1 taula: Parametro esperimentalak

	Arruntak	Puntakoak
Spin eragiketa + sare desplazemendu denbora (t_{op})	$150\mu s + 20\mu s$	$30\mu s + 3\mu s$
Abiarazte denbora (t_{in})	0.75s	0.1s
Detekzio denbora (t_{det})	60ms	30ms
Detekzio efizientzia (η_d)	0.99	0.999
Atomo bateko galeren erdibizitza (τ_{bg})	60s	360s
Bi atomoko galeren erdibizitza (τ_{tb})	40ms	400ms

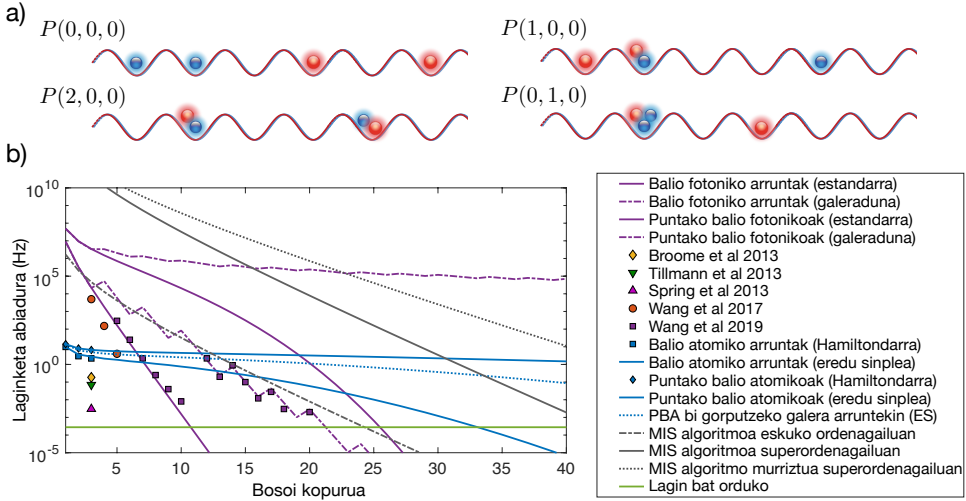
ordea, t_{pr} prozesatze-denboraren menpekoa izango da. Atomo batek saretik ihes egin dezake ingurumeneko lurrin partikulekin talka egitearen ondorioz. Akats honi lotutako biziraupen-probabilitatea adierazteko $\exp(-t_{pr}/\tau_{bg})$ formula erabil daiteke, non τ_{bg} hondo-talkei lotutako erdibizitza den, atomo bakoitzeko.

Hortaz aparte, sare-toki bakoitzeko atomo bat baino gehiago izateak atomo baten edo biren galera ekar dezake talka inelastikoen ondorioz. Horrelako talka batean, atomo bikote baten biziraupen probabilitatea $(1 + (t_{pr} - t_{in})/\tau_{tb})^{-1}$ da [400], non τ_{tb} bi gorputzeko talken erdibizitza den. Talka hauek laginen sortze-abiaduran duten efektua ikusteko, prozesuko pauso guztietan sare-toki berdinean partikula-pare bat izateko probabilitatea kalkulatu behar dugu. Hasierako konfigurazioan atomo guztiak sare-toki desberdinetan badaude, probabilitate hau zero da t_{in} arte. Interferentzia- eta neurketa-prozesuetan, aldiz, probabilitate hau ez da zero izango. Probabilitate honen balioa hurbiltzeko, bosoiak uneoro banaketa uniforme baten daudela suposatuko dugu, konfigurazio posible guztiek probabilitate berdina dutelarik. Honela, τ iraupeneko prozesu batean, N atomoren biziraupen probabilitatea honela idatz dezakegu:

$$P_{step}(\tau) = (e^{-N\frac{\tau}{\tau_{bg}}}) \sum_{k=0}^{N/2} P_{pair}(k) \left[1 + \frac{\tau}{\tau_{tb}}\right]^{-k} \quad (4.5)$$

non $P_{pair}(k)$ sare-toki desberdinetan k pare aurkitzeko probabilitatea den. Adibidez, $k = 0$ atomo guztiak sare-toki desberdinetan daudeneko egoerari dagokio. $P_{pair}(k)$ analitikoki kalkula daiteke, N handientzat $(3/2)^k / (e^{3/2} k!)$ adierazpena lortuz, ikus D.1 eranskina xehetasunetarako. (4.5) ekuazioak ez ditu kontuan hartzen sare-toki batean bi partikula baino gehiago dituzten egoerak. Deskribapen zehatzago baterako, $P_{pair}(k)$ beharrez $P(k_2, k_3, k_4, k_5)$ erabili ahal da, hau da, k_2 pare, k_3 hirukote, k_4 laukote eta abar, aurkitzeko probabilitatea. $N = 4$ eta $M = 12$ kasurako, zenbait konfigurazio ageri dira 4.3 irudian¹. Pairen probabilitate-banaketa, D.1 eranskinean ikus daitekeenez, $(3/2)^{k_2} / (e^{3/2} k_2!)$ Poissonen banaketara hurbiltzen da N handietarako, eta, sare-toki bakoitzeko bikote bat baino partikula gehiago edukitzeko probabilitatea zerora doa. Eredu

¹Gogoratu 6 sare-tokitan 12 modu sartzen direla.



4.3 irudia: a) Zenbait egoera $M = 12$ eta $N = 4$ kasurako. $P(0,0,0)$ pare, hirukote eta laukoterik gabeko egoera kopuruaren eta egoera kopuru totalaren arteko zatidura da. $P(1,0,0)$ pare bakar bat duten egoeren proportzioari dagokio. $P(2,0,0)$ -k eta $P(0,1,0)$ -k bi pare, zero hirukote eta zero laukote, eta, zero pare, hirukote bat, eta zero laukote dituzten egoeren probabilitateak adierazten dituzte, hurrenez hurren. b) Bosoi laginketa makinaren eskalagarritasuna. Laginen sortze-abiadura partikula kopuruaren menpe gailu atomiko (urdin), fotoniko (more) eta klasikoekin (gris). Parametro esperimentalak hobetuz gero, gailu fotonikoek eta atomikoek algoritmo klasikoak gaindi ditzakete, $N \approx 23$ eta $N \approx 30$ partikulekin, hurrenez hurren. Gailu fotonikoetan, lerro marradunean $\approx \% 30$ eko fotoi galera onartzen dugu.

simple honekin, biziraupen probabilitate totala honela idatz daiteke:

$$P_{\text{surv}}(N) = P_{\text{step}}(t_{\text{op}})^M P_{\text{step}}(t_{\text{det}}). \quad (4.6)$$

Geroago, eredu hau zenbakizko simulazio zehatzen bidez egiaztatuko dugu, N txiki-atarako. Ordurarte, eredu hau zuzentzat hartu dezakegu, beste bosoi laginketa gailuekin konparatzeko.

4.1 taulan parametro esperimental posibleak aurki daitezke. Bi gorputzeko galerei dagokienez, $\tau_{\text{tb}} = 400\text{ms}$ -ko erdibizitza aukeratzen dugu, printzipioz egingarria dena Feshbach erresonantziak erabiliz [401]. Puntako parametroen eta parametro arruntaren kasuak 4.3(b) irudian ageri dira, goiko eta beheko kurba urdin jarraituetan, hurrenez hurren. Beste lerro bat ere gehitu dugu (urdin marraduna), non puntako parametroak aukeratu ditugun, bi gorputzen talken erdibizitza izan ezik, zeina $\tau_{\text{tb}} = 40\text{ms}$ -koa aukeratu dugun. Ikus daitekeenez, puntako parametroen bi lerroek lerro gris jarraitua gurutzatzen dute $N \gtrsim 30$ inguruan, abantaila kuantikoa lortu daitekeela adieraziz.

Fotoizko bosoi laginketa gailuek ere bosoiak (fotoiak) galtzen dituzte, eta hori da,

hain zuzen, eskalatzeko muga nagusia. Nahiz eta fotoi bereizezinen sortze-abiadura $R_0 = 76\text{MHz}$ -ekoa izan, gaur egun, lagin baliagarrien sortze-abiadura $R = 295\text{Hz}$ -era jaisten da 5 fotoiko bosoi laginketaren kasuan [359]. M modu kopurua N partikula kopuruaren karratuarekin handitzen bada, gailu fotonikoaren laginketa-abiadura honela idatz daiteke:

$$R = \frac{1}{e} \frac{R_0}{N} \eta^N \quad (4.7)$$

non $\frac{R_0}{N}$ N fotoiko egoeren sortze abiadura den, eta $\eta = \eta_f \eta_c^d$ fotoi bakarraren biziraupen probabilitatea den. Azken hau, η_f N partikula kopuruarekin handitzen ez diren erroreak kontuan hartzen dituen biziraupen-probabilitate finko baten eta η_c^d zirkuituaren luzeraren (eta, beraz, partikulen kopuruaren; $d = M = N^2$ delako [377]) menpekkoa den biziraupen probabilitate baten arteko biderketa da. Fotoien galera onartuz gero, bosoi laginketa galeraduna deritzona, sortze-abiadura hurrengoa da:

$$R = \frac{1}{e} \frac{R_0}{N} \binom{N}{N - k_l} \eta^{N - k_l} (1 - \eta)^{k_l}, \quad (4.8)$$

non k_l galdutako fotoi kopurua den. Bi fotoien galera onartuz gero, $R N(N - 1)/2$ aldiz handitzen da, fotoi galerarik gabeko kasuarekin alderatuz.

Bost fotoiko bosoi laginketarako lorturiko $R = 295\text{Hz}$ -eko sortze-abiadura kontuan izanik [359], eta 60×60 dimentsioko zirkuitu optikoaren transmisio probabilitatea % 98.7koa dela harturik, eta, beraz, $\eta_c = 0.987^{1/60}$, $\eta_f = 0.14$ -ko biziraupen probabilitate finko bat kontsidera dezakegu gailu fotoniko arruntentzako. [358] erreferentzian diotenez, etorkizun hurbilean fotoi iturriaren, interferometroaren eta detekzioaren eraginkortasunak 0.8, 0.9, eta 0.9ra igo daitezke $\eta_f = 0.65$ lortuz. 4.3(b) irudiak bi kasu, arrunta eta puntakoa, erakusten ditu, beheko eta goiko kurba moreetan, hurrenez hurren. Puntako kasuan, transmisio probabilitatea batekoa dela suposatuz dugu. Puntako parametroekin, abantaila kuantikoa $N \approx 23$ partikulekin lor daitekeela ikusten da, % 30eko fotoi galerarekin.

Azkenik, [366] erreferentzian garatutako laginketa independente metropolizatuko (MISko) algoritmoaren sortze-denbora

$$1/R = 100 \tilde{a} N^2 2^N \quad (4.9)$$

formulak ematen du, \tilde{a} ordenagailu klasikoaren abiadurarekin erlazionatuta dagoen parametroa da. Tianhe 2 superordenagailuaren kasuan, honek $\tilde{a} = 3 \times 10^{-15}\text{s}$ -ko balioa hartzen du [367]; Ordenagailu arrunt baten kasuan, aldiz, $\tilde{a} = 3 \times 10^{-9}\text{s}$ inguru. Algoritmoa fotoien bosoi laginketa galeradunarekin konparatuz gero, N beharrean, $N - k_l$ hartu behar da (4.9) ekuazioan. Kasu hau adierazten du 4.3(b) irudiko lerro gris marradunak, zeinak bosoi laginketa fotonikoaren lerroa gurutzatzen duen $N \approx 23$ inguruan.

Atomoen eta fotoien formulatako t_{pr} and d partikula-kopuruarekin koadratikoki handitzen direnez, gailu esperimentalen eskalagarritasuna algoritmo klasikoarena baino okerragoa da. Hala ere, eta 4.3(b) irudian ageri den moduan, iraupen errealista batean, gailu esperimentalek algoritmo klasikoak baino azkarrago sortu ditzakete laginak. Gailu atomikoaren kasuan, superordenagailu klasiko batek baino laginketa azkarragoa lortzen da

$N \gtrsim 35$ inguruan, bi gorputzeko galeren erdibizitza $\tau_{tb} = 400\text{ms}$ -koa edo $\tau_{tb} = 40\text{ms}$ -koa bada ere.

Kontuan hartu behar den gauza bat da bi gorputzeko galerek aldatu egin dezaketela bosoi laginketaren probabilitate-banaketaren forma. Hala bada, zehaztu behar dugu zenbateraino urruntzen garen bosoi-laginketa atazari dagokion probabilitate-banaketatik. Horretarako, hurrengo atalean eredu Hamiltondar bat aurkezten dugu, bi probabilitate-banaketen arteko distantzia hori kuantifikatzeko balioko diguna, egoera-fidelitatea erabiliz.

4.2.2. Partikula galera deskribatzeko eredu Hamiltondar bat

Atal honetan, partikula-galera duen bosoi laginketa deskribatzen duen eredu Hamiltondar bat eraikiko dugu, mekanika kuantikoaren bigarren kuantizazioaren formalismoa erabiliz. Sistemak N partikula izango ditu M modu bosonikoetan banaturik, eta gorputz bakarreko eta bi gorputzeko galerek izango ditu. Ikusiko dugunez, galera horiek zati anti-Hermitiar baten bidez adierazi daitezke Hamiltondarrean.

Bigarren kuantizazioa erabiliz, $M/2$ sare-toki dituen dimentsio bakarreko sare optiko baten Hamiltondarra (sinplifikatzeko, modu kopurua bikoitia dela hartuko dugu), non sare-toki bakoitzean bi barne-egoerako atomoak egon daitezkeen, hurrengoa da:

$$H_0 = \sum_{s=1}^{M/2} \omega_{\uparrow} a_{2s-1, \uparrow}^{\dagger} a_{2s-1, \uparrow} + \omega_{\downarrow} a_{2s, \downarrow}^{\dagger} a_{2s, \downarrow} \quad (4.10)$$

non $a_j^{\dagger}(a_j)$ j moduari dagokion sortze (deuseztatze) eragilea den. Hemendik aurrera, notazioa errazteko, $a_{j, \uparrow} \equiv a_j$ eta $a_{j, \downarrow} \equiv a_j$ izango dira, j bakoiti edo bikoitiak $|\uparrow\rangle$ edo $|\downarrow\rangle$ egoerei dagozkielarik, hurrenez hurren.

$\omega_{\uparrow} - \omega_{\downarrow}$ maiztasuneko MU eremu bat erabiliz, $|\uparrow\rangle$ eta $|\downarrow\rangle$ egoeren arteko populazio truke koherente bat lor daiteke, Rabi oszilazioak, hain zuzen. Prozesu honi dagokion Hamiltondarra, H_0 -rekiko elkarrekintza-irudi batean

$$H_x = \sum_{s=1}^{M/2} \frac{\Omega_0}{2} (a_{2s-1}^{\dagger} a_{2s} e^{i\varphi_0} + a_{2s-1} a_{2s}^{\dagger} e^{-i\varphi_0}) \quad (4.11)$$

da, non Ω_0 and φ_0 MU eremuaren Rabi maiztasuna eta fasea diren. 4.1 atalean aurreratu bezala, fase diferentzia lokalak eragin daitezke laser eremua sare-tokietan fokalizatuz. Honek, H_0 -k definitutako energia diferentzia aldatzea ahalbidetzen du, eta ondorengo Hamiltondarrak adierazi dezake

$$H_z = \sum_{s=1}^{M/2} \frac{\Omega_s}{2} (a_{2s-1}^{\dagger} a_{2s-1} - a_{2s}^{\dagger} a_{2s}), \quad (4.12)$$

non Ω_s -ren balioa desberdina izan daitekeen s sare-toki bakoitzeko. (4.11) eta (4.12)

ondoko moduen arteko $M/2$ eragiketa unitario aplikatzeko gai gara. Eragiketa hauek guztiak kateatuz, ondoren adierazi bezala,

$$\hat{U} = \hat{U}_M \hat{U}_{M-1} \dots \hat{U}_2 \hat{U}_1, \quad (4.16)$$

M moduak U Haar ausazko matrize unitario bati dagokion bezala transformatzeko gai gara. U eta \hat{U} matrize eta eragile unitarioak ez dira nahastu behar: U $M \times M$ dimentsioko matrize bat da; \hat{U} aldiz, infinitu dimentsioko eragile unitario bat da, egoera kuantikoen Hilbert espazioan eragiten duena. Biak erlazionatzen dituen formula hurrengoa da:

$$\hat{U}^\dagger a_j^\dagger \hat{U} = \sum_{i=1}^M U_{ji} a_i^\dagger, \quad (4.17)$$

zeinak erakusten duen nola transformatzen den j modua (4.16) ekuazioko eragiketen ondorioz.

Partikula-galera deskribatzeko ondorengo Lindbladen ekuazio nagusia erabil dezakegu:

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \sum_b \Gamma_b \mathcal{L}_b(\rho), \quad (4.18)$$

non

$$\mathcal{L}_b(\rho) = F_b \rho F_b^\dagger - \frac{1}{2} \{F_b^\dagger F_b, \rho\}, \quad (4.19)$$

eta F_b partikula-galera eragiten duen jauzi-eragilea den. Inguruneko gasaren aurkako talken ondoriozko partikula-galerari dagokion a_m jauzi-eragileak independenteki eragiten du modu bakoitzean. Beraz, hondo-talka prozesuei dagokien supereragilea

$$\mathcal{L}_{bg}(\rho) = \sum_{m=1}^M a_m \rho a_m^\dagger - \frac{1}{2} \{\hat{n}_m, \rho\} \quad (4.20)$$

litzateke, $\Gamma_{bg} = 1/\tau_{bg}$ galera-abiadura izanik. Bi gorputzeko galeren kasuan, bi kasu izan ditzakegu, modu berean dauden bi partikulek elkar talka egin dezakete, kasu horretan jauzi-eragilea $a_m^2/\sqrt{2}$ eta supereagilea

$$\mathcal{L}_{tb1}(\rho) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M a_m^2 \rho (a_m^\dagger)^2 - \frac{1}{2} \{\hat{n}_m(\hat{n}_m - 1), \rho\} \quad (4.21)$$

lirateke, $\Gamma_{tb} = 1/\tau_{tb}$ galera-abiadura izanik. Bestalde, sare-toki berdineko bi moduetan dauden partikulek elkar talka egin dezakete. Orduan, jauzi-eragilea $a_{2s-1} a_{2s}$ izango litzateke, non s sare-tokiaren indizea den. Jauzi-eragilea $a_{2s} a_{2s+1}$ izatera pasako litzateke (4.14) eta (4.15) ekuazioetan deskribatutako sare konfigurazioa izanez gero. Horrela, bi

supereragile desberdin ditugu, sare-konfigurazioaren arabera. Hauek

$$\mathcal{L}_{\text{tb}2}(\rho) = \sum_{s=1}^{M/2} a_{2s-1} a_{2s} \rho a_{2s-1}^\dagger a_{2s}^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s}, \rho \} \quad (4.22)$$

eta

$$\mathcal{L}'_{\text{tb}2}(\rho) = \sum_{s=1}^{M/2} a_{2s} a_{2s+1} \rho a_{2s}^\dagger a_{2s+1}^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{n}_{2s} \hat{n}_{2s+1}, \rho \} \quad (4.23)$$

dira, non, bietan, $\Gamma_{\text{tb}} = 1/\tau_{\text{tb}}$ galera-abiadura den.

Definizioz, bosoi laginketa probleman partikula kopurua kontserbatzen da, hau da, Hamiltondarra $\hat{N} = \sum_m \hat{n}_m$ partikula kopuru totalaren eragilearekin trukakorra da. Ekuazio nagusian, N partikulako azpiespaziotik kanporako trantsizioak eragiten dituzten terminoak (4.20), (4.21), (4.22), eta (4.23) ekuazioetako lehenengo terminoak dira. Soilik N partikulako azpiespazioaren bilakaerak interesatzen bagaitu, termino horiek arbuatu daitezke, azpiespazioko dinamikan ez bai dute eraginik. Hau egitean, ekuazio nagusiaren unitaritatea galduko da, eta honek probabilitate-galera ekarriko du, $\text{tr}(\rho) \leq 1$. Trukean, problemaren deskribapena askoz errazagoa bilakatzen da, eta sistemaren galeradunaren dinamika ondorengo Hamiltondar ez-Hermitiarrak deskribatuko du:

$$\tilde{H} = H - iV - i\frac{\Gamma_{\text{bg}}}{2} \hat{N}, \quad (4.24)$$

non V

$$V = \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{4} \sum_{m=1}^M \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) + \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{2} \sum_{s=1}^{M/2} \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \quad (4.25)$$

edo

$$V' = \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{4} \sum_{m=1}^M \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) + \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{2} \sum_{s=1}^{M/2-1} \hat{n}_{2s} \hat{n}_{2s+1} \quad (4.26)$$

izan daitekeen, sarearen konfigurazioaren arabera. Froga daiteke, pauso bakoitzean, zati Hermitiar eta anti-Hermitiarrak elkar trukakorrek direla, hau da, $[H, V] = [H', V'] = 0$, eta, beraz, t pausoari dagokion eboluzio eragilea $U_t e^{-V\tau} e^{-\Gamma_{\text{bg}}\tau \hat{N}/2}$ bezala idatz daiteke. Azkenean, eboluzio eragile totala honela idatz daiteke:

$$\hat{U} e^{-M\tau\Gamma_{\text{bg}}\hat{N}/2} e^{-V_M\tau} e^{-V_{M-1}\tau} \dots e^{-V_2\tau} e^{-V_1\tau} \quad (4.27)$$

non $V_t \hat{U}_{t-1,1}^\dagger V \hat{U}_{t-1,1}$ den j bakoitia denean, eta $\hat{U}_{t-1,1}^\dagger V' \hat{U}_{t-1,1}$ j bikoitia bada, $\hat{U}_{t,1} = \prod_{j=1}^t \hat{U}_j$ izanik. Amaieran, N partikulako egoera bat izateko probabilitatea

$$p = e^{-M\tau\Gamma_{\text{bg}}N} \langle \psi_0 | \left(\prod_{t=1}^M e^{-V_t\tau} \right)^\dagger \prod_{t=1}^M e^{-V_t\tau} | \psi_0 \rangle, \quad (4.28)$$

da, non $|\psi_0\rangle$ hasierako egoera den, $\hat{N}|\psi_0\rangle = N|\psi_0\rangle$ izanik. Kontuan izan gorputz bakarreko galerak eragindako probabilitate galerak, $\exp(-N\Gamma_{bg}M\tau)$, (4.5) ekuazioko forma berdina duela. (4.27) ekuazioa erabiliz, galerarik gabeko eta galeradun kasuek sortutako amaierako egoeren arteko fidelitatea kalkula daiteke:

$$F = |\langle\psi_0|\prod_{t=1}^M e^{-V_t\tau}|\psi_0\rangle|^2 / \langle\psi_0|(\prod_{t=1}^M e^{-V_t\tau})^\dagger \prod_{t=1}^M e^{-V_t\tau}|\psi_0\rangle. \quad (4.29)$$

Goiko ekuazioan ikus daiteke gorputz bakarreko galerek ez dutela amaierako egoerari dagokion fidelitatea, eta, beraz, probabilitate-banaketa, aldatzen. Horregatik, esan dezakegu gorputz bakarreko galera homogeneoek ez dutela bosoi laginketa atazaren konplexutasun konputazionala aldatzen. Bi gorputzeko galeren kasuan, aldiz, ezin da hau esan, eta, horregatik, F fidelitateak eta p biziraupen-probabilitateak N handitzean duten joera aztertzea komeni da. Kantitate hauek zenbakizko simulazioak erabiliz kalkula daitezke, tamalez, Hilbert espazioaren tamaina N -rekin esponentzialki handitzen denez, 5 partikula baino gehiago simulatzea ezinezkoa zaigu. Horregatik, komenigarria zaigu F eta p -rentzat adierazpen analitikoak lortzea. Horretarako, ordea, hurbilketa batzuk egin beharko ditugu.

Bi gorputzeko galera bajuak

Bi gorputzeko galera-abiadura txikia bada, hau da, $\Gamma_{bb}M\tau \ll 1$, esponentzial gutzien bigarren ordenarainoko garapena egin dezakegu, ondorengo biziraupen-probabilitatea

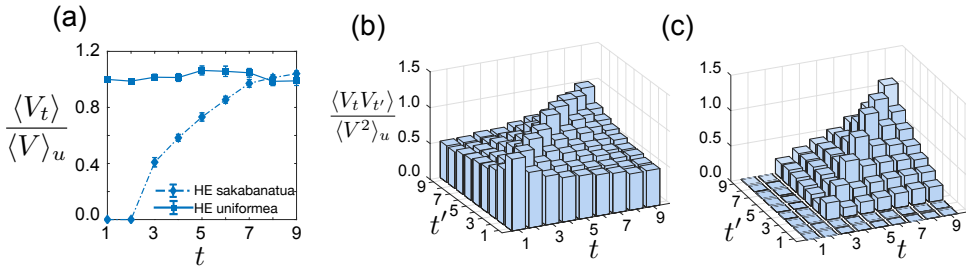
$$p \approx e^{-M\Gamma_{bg}\tau N} \left\{ 1 - 2\tau \sum_t \langle V_t \rangle + \tau^2 \left[\sum_t \langle V_t^2 \rangle + \sum_{t,t'} \langle V_t V_{t'} \rangle \right] \right\} + O(\tau^3) \quad (4.30)$$

eta fidelitatea

$$F \approx 1 - \tau^2 \left\{ \sum_{t,t'} \langle V_t V_{t'} \rangle - \langle V_t \rangle \langle V_{t'} \rangle \right\} + O(\tau^3) \quad (4.31)$$

lortuz. p eta F , $\langle V_t \rangle$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle$ kantitateen menpekoak dira, beraz. 4.5 irudian, $\langle V_t \rangle$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle$ -ren forma ikus daiteke $N = 3$ kasurako. Hasierako egoera uniformea bada, $|\psi_u\rangle$, $\langle V_t \rangle$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle$ -k balio konstantea mantentzen dute prozesuan zehar, gutxi gorabehera. Hasierako egoera sakabanatua aukeratuz gero, non atomoen arteko distantzia maximoa den, $\langle V_t \rangle$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle$ zero dira hasieran, eta prozesuak aurrera egin ahala, hauen balioa handitzen da. Partikula kopurua handitzean, ez dugu portaera hau aldatzerik espero, ez, modu kopurua N -ren karratuarekin handitzen bada behintzat. Horregatik, p eta F funtzioentzat ondorengo mugak ezarri ditzakegu:

$$p \gtrsim e^{-M\Gamma_{bg}\tau N} \left\{ 1 - 2M\tau \langle V \rangle_u + M\tau^2(1 + M)\langle V^2 \rangle_u \right\} + O(\tau^3) \quad (4.32)$$



4.5 irudia: Zenbakizko metodoekin kalkulaturako $\langle V_t \rangle$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle$, $N = 3$ eta $M = 9$ izanik. (a) $\langle V_t \rangle$ -ren batezbesteko balioa 30 ausazko U matrize erabilia. Lerro jarraituak eta marradunak hasierako egoera uniforme eta sakabanatuak adierazten dituzte, hurrenez hurren. (b) eta (c) irudietan $\langle V_t V_{t'} \rangle$ -ren batezbesteko balioa erakusten da 30 matrizeren kasurako eta hasierako egoera uniforme eta sakabanatuak erabiliz.

eta

$$F \gtrsim 1 - M^2 \tau^2 \left\{ \langle V^2 \rangle_u - \langle V \rangle_u^2 \right\} + O(\tau^3), \quad (4.33)$$

non $\langle V_t \rangle \lesssim \langle V \rangle_u$ eta $\langle V_t V_{t'} \rangle \lesssim \langle V^2 \rangle_u$ direla erabiltzen dugun.

Orain, $\langle V \rangle_u$ eta $\langle V^2 \rangle_u$ -ren balioak analitikoki kalkula ditzakegu, N handietarako, $\langle V \rangle_u = 3\Gamma_{tb}/4$ eta $\langle V^2 \rangle_u = (3/2 + 9/4)\Gamma_{tb}^2/4$ lortuz, ikus D.2 eranskina xehetasunetarako. Hau erabiliz, (4.32) eta (4.33) ekuazioek ondoko forma dute:

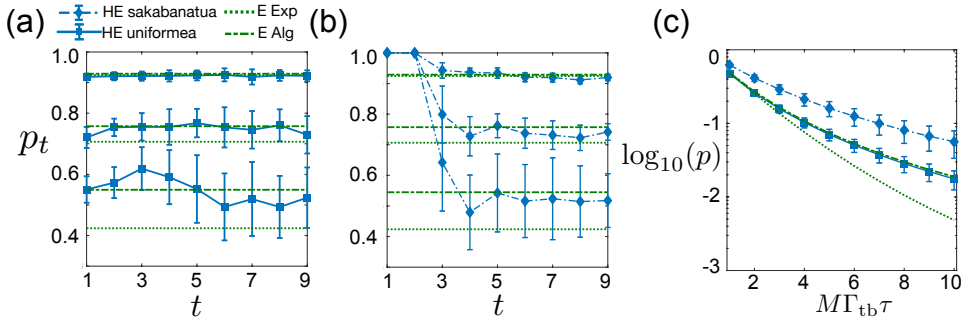
$$p \gtrsim e^{-M\Gamma_{bg}\tau N} \left\{ 1 - 3M\Gamma_{tb}\tau/2 + 15M^2\Gamma_{tb}^2\tau^2(1 + 1/M)/36 \right\} + O(\tau^3) \quad (4.34)$$

eta

$$F \gtrsim 1 - 3M^2\Gamma_{tb}^2\tau^2/8 + O(\tau^3). \quad (4.35)$$

Goiko ekuazioetatik ondoriozta daiteke partikula kopurua handitzean, F eta p -ren balioak konstante mantentzeko, beharrezkoa dela $\Gamma_{tb}\tau/1/M$ bezala txikitzea. Kontuan izan fidelitatearen balio konstantea mantentzeak laginen konplexutasuna konstante mantentzearen balioidea dela [363].

Beraz, (4.35) ekuazioaren arabera, $N \approx 30$ inguruan, % 99ko fidelitatearekin, abantaila kuantikoa lortzeko τ_{tb} τ baino bost mila aldiz handiagoa izatea eskatuko luke. Adibidez, $\tau \sim 100\mu\text{s}$ bada, orduan $\tau_{tb} \sim 500\text{ms}$ izan beharko litzateke. Balio hori, printzipioz, Feshbach erresonantzien bidez lor daiteke [401]. Hala ere, baliteke hain fidelitate altuak behar ez izatea nagusitasun kuantikoa lortzeko. Agian, konputagailu klasikoekiko abantaila lor daiteke $M\Gamma_{tb}\tau \gtrsim 1$ erregimenean, baldin eta sortutako laginen konplexutasuna ez bada txikitzen Γ_{tb} handitzean. Honegatik, interesgarria da atal honetako azterketa galera altuko kasura zabaltzea.



4.6 irudia: (a) eta (b) Biziraupen probabilitatea pausoko p_t , non $p = \prod_t p_t$, galera-abiadura desberdinetarako: $M\Gamma_{tb}\tau = 1$ (goiko kurbak), $M\Gamma_{tb}\tau = 5$ (erdiko kurbak), and $M\Gamma_{tb}\tau = 20$ (beheko kurbak), $N = 3$, eta hasierako egoera uniforme eta sakanatuetarako. Lerro urdinek kalkulu zehatza adierazten dute, puntu bakoitza 30 matrize ezberdinekin lortutako batezbesteko balioa izanik. Kurba berde marradun eta puntudunak eredu emaitzak adierazten dituzte, galera aljebraiko eta esponontzialekin, hurrenez hurren. (c) Biziraupen probabilitatea $M\Gamma_{tb}\tau$ -ren funtzioan. Ikus daitekeenez eredu aljebraikoaren emaitzak (berde marraduna) eta hasierako egoera uniformeko kasu zehatzaren emaitzak (urdin jarraitua) bat datoz.

Bi gorputzeko galera altuak

Ondoren, bi gorputzeko galerak altuak diren kasuan, eta, beraz, $M\Gamma_{tb}\tau \approx 1$ den kasuan, biziraupen-probabilitatearen N -rekiko menpekotasuna aztertuko dugu. Hau kalkulatzeko, zenbakizko simulazio zehatzak erabil daitezke. Galera baxuen kasuan bezala, pausoko probabilitate-galera gutxi gorabehera konstante mantentzen da hasierako egoera uniforme denean, ikus 4.6(a) irudia. Balio konstante honen adierazpena lortzeko uneoro egoera uniforme bat daukagula suposatuko dugu, eta, orduan, 4.2.1 atalean aurkeztutako ereduaren arabera, pausoko probabilitate-galera ondorengo litzateke²:

$$P_{\text{step}} = e^{-N\Gamma_{bg}\tau} \sum_{k_3=0}^{N/3} \sum_{k_2=0}^{N/2-3k_3} P(k_2, k_3) \left[1 + 3\Gamma_{tb}\tau\right]^{-k_3} \left[1 + \Gamma_{tb}\tau\right]^{-k_2}, \quad (4.36)$$

non $P(k_2, k_3)$ k_2 pare eta k_3 hirukote dituen egoera bat izateko probabilitatea den. Kasu hontan, sare-toki bakarrean 4 edo partikula gehiago edukitzearen probabilitateak arbuaitu ditzakegu, zero baitira $N = 3$ delako. Kontuan izan (4.36) ekuazioa ez dela Hamiltondar galeradunaren eboluzioa egoera uniformeari aplikatetik ateratzen, hau da, $e^{-N\Gamma_{bg}\tau} \langle e^{-V\tau} \rangle_u$. Honek $\exp(-\Gamma_{tb}\tau)$ galera esponontziala deskribatuko luke, $(1 + \Gamma_{tb}\tau)^{-1}$ aljebraikoa beharrean. Bitxia badirudi ere, galera aljebraikoak hobeto deskribatzen du lortutako emaitza, 4.6(c) irudian ikus daitekeenez. Honek esaten diguna zera da:

²Partikula hirukotearen galera-abiadura bikotearenaren hirukoitza da, izan ere, hirukote batean 3 pare desberdin ditugu.

galerarik gabeko kasuan ez bezala, galeradun kasuan dugun batezbesteko egoera ez da benetan uniforme. Bestalde, zenbakizko simulazioen eta 4.2.1 ataleko ereduaren arteko baliokidetasuna ikusten da 4.3(b) irudian, ereduaren zuzentasuna bermatuz.

Eredu horren arabera, ordenagailu klasikoekiko abantaila ezin da lortu egungo balio esperimentalen barruan. Hala ere, laginak superordenagailuak baino azkarrago sortzea posible litzateke $N \approx 34$ partikulekin, $\tau_{tb} \approx 40\text{ms}$ eta $\tau \approx 33\mu\text{s}$ badira. Erregimen horretan, $M\Gamma_{tb}\tau \approx 1$ da, eta ziur asko sortutako laginak ez datoz bosoi laginketaren probabilitate-banaketatik. Tamalez, gure lanaren emaitzetatik ezin da jakin lortutako probabilitate-banaketa berritik laginak kalkulatzeko klasikoki problema zail bat den edo ez.

4.2.3. Gogoeta osagarriak

Partikula-galera da laginketa-abiadurari eragiten dion akats esperimental nagusia. Hala ere, beste errore-iturri batzuek, sortze-abiadurari eragin gabe, amaierako probabilitate-banaketaren forma alda dezakete, hau da, amaierako egoera kuantikoa. Sare optikoaren polarizazio inperfektuak edo eremu magnetikoaren gorabeherak nahi gabeko energia-aldaketak eragin ditzakete [402]. Energia-lerrakuntza hauek erroreak eragin ditzakete 2×2 dimentsioko transformazio unitarioak eragitean, azken $M \times M$ dimentsioko transformazio unitarioa U Haar ausazko matrize batetik urrunduz. Honi dagokionez, Leverrier *et al.* [403]-ek bukaerako probabilitate-banaketaren konplexutasuna bermatua dagoela frogatu dute, baldin eta eragiketa bakoitzean egindako errorea $1/N^2$ bezala txikitzen bada partikula kopuruarekin. Gure eredu Hamiltondarrean, argi-lerrakuntza uniforme bat kontsidera daiteke $H_{\text{shift}} = \epsilon\Omega_0 \sum_{s=1}^{M/2} \hat{n}_{2s}$ bezalako termino batekin. Holako termino batek prozesu osoan zehar eraginez, eta $N = 3$ eta $\epsilon = 8 \times 10^{-3}$ izanik, $F \approx \% 99$ ko fidelitatea lortzen da bosoi laginketaren amaierako egoerarekiko. Fidelitate hau $N \approx 30$ partikulekin mantentzeko, $\epsilon \sim 8 \times 10^{-5}$ -ko balio bat behako litzateke, zeinak, $\Omega_0 \approx (2\pi) \times 3$ MHz bada, $(2\pi) \times 240$ Hz balio duen.

Beste kontu garrantzitsu bat atomoen arteko bereizgarritasun-maila da. Bosoi-laginketa probleman, partikulak bereizezinak dira. Gure kasuan, modu berean dauden bi atomo bereizezinak izango dira soilik egoera bibrazionala berdina bada. Horretarako, hauen oinarriko egoera bibrazionala lortu behar da, dimentsio espazial guztietan, laser-hozketa bidez. Gainera, sarearen desplazamenduak atomoen bibrazio-egoera alda lezake, trantsizio bibrazionalak kitzikatuz. Honi dagokionez, [343, 404] erreferentzietan frogatzen da abantaila kuantikoa posiblea dela partzialki bereizezinak diren atomoekin. Zehazki, Shchesnovichek [404] zera frogatu du, N handitzean, amaierako fidelitatea konstante mantentzen dela bibrazio-egoeren arteko fidelitatea $1 - O(1/N)$ bezala handitzen bada.

Laburbilduz, kapitulu honetan sare optikoetako atomo ultrahotzekin bosoi laginketa egiteko metodo bat aurkeztu dugu. Akats-eredu sinpleak erabiliz, bosoi laginketa atomiko, fotoniko eta klasikoaren eskalagarritasuna aztertu dugu, eta, ondorioztatu dugu bosoi laginketa atomikoak eta fotonikoak etorkizun hurbilean abantaila kuantikoa lortu dezaketela $N \approx 30$ eta $N \approx 23$ partikulekin, hurrenez hurren. Gainera, akats-eredu atomikoa gorputz bakarrekiko eta biko galerak kontuan hartzen dituen eredu Hamiltondar batekin konparatu

dugu. $N = 3$ partikulentzako, eta bi gorputzeko galera baxu eta altuetarako, ereduak bat datoz³. Azkenik, bi gorputzeko galera altuekin ere posible izan daiteke laginak sortzea ordenagailu klasikoak baino azkarrago. Lagin hauek, ordea, ez datoz bat bosoi laginketaren probabilitate banaketarekin, eta, beraz, gehiago ikertu beharko litzateke lagin hauek sortzeko zailtasun konputazionalaren inguruan.

³Gure ordenagailuen gaitasuna ez da nahikoa eredu Hamiltondarraren zenbakizko simulazioak egiteko $N > 4$ bada.

5

Detekzio Kuantikoa NV Zentroekin

Erradiazio elektromagnetikoa erabiliz sistema kuantiko txiki bat manipulatzeko, honen egoera kuantikoa abiarazteko eta detektatzeko gai izanda, erabilgarria da hurbil dauden sistemen gaineko kontrola lortzeko [405–410]. Horixe gertatzen da nanoeskalako NMRaren kasuan, non helburua maiztasun handiko eremu-magnetiko igorgailuak (adibidez, spin nuklearrak) detektatzea den, bereizmen espazial handiarekin. Diamantean aurkitzen den NV zentroa sentsore kuantiko ezaguna da, bere koherentzia-denbora luzeei esker, eta giro-tenperaturan erabil daitekeelako. Haren spin elektronikoa MU erradiazio bidez kontrolatzen da; abiaratzea eta detekzioa aldiz, eremu optikoen bidez egiten da [282, 411]. Giro-tenperaturan, NV zentroaren T_1 depolarizazio-denbora milisegundo ingurukoa da [126]. T_2 desfasatze-denborak laburragoak izan ohi dira, NVaren eta diamanteko ^{13}C nukleoaren arteko elkarrekintza dela eta [230]. Hemen, DDko teknikak berebiziko garrantzia izan dute, T_2 desfasatze-denborak T_1 ingururaino luzatuz [167]. Bestalde, NVa seinale jakin batekin akoplatzeko ere erabil daitezke DDko teknikak, adibidez, eremu elektromagnetiko jakin batekin [231] edota spin nuklearrek igorritako eremuekin [241, 283, 412]. Partikularki, DDko teknikak, maiztasun jakin bateko seinaleak soilik pasarazteko erabil daitezke [413]. Iragazki honen doitasunaren arabera, seinalearen detekzioa eta kontrola hobea edo okerragoa izan daiteke. Normalean, DDko eskema jarraituak edo pultsatuak kontsideratzen dira. Lehenak Hartmann-Hahn baldintza bete behar du [289, 414], bigarrenak, aldiz, π pultsuen arteko denbora-tarteak erabiltzen ditu, NVa seinale jakin horren maiztasun berean biratzen jartzeko [415]. DD pultsatuko eskemek zenbait abantaila dituzte metodo jarraituen aldean, hala nola bereizmen-espektral handiagoa lor daiteke pultsuek sortutako modulazio-funtzioaren goi-harmonikoak erabiliz [267, 415]. Baita ere, metodo pultsatuek kontrol-akatsetikiko sentikortasun txikiagoa erakusten dute, adibidez, XY pultsuak erabiliz [269, 285, 416–418]. Hala ere, goi-harmonikoen erabilerak inguruneke zaratarekiko sentikorreragoa bilakatzen du DDko pultsu-sekuentzia. Honek, seinaleen teilakatzea eragin dezake, espektroaren irakurketa zailduz [267]. Arazo hau B_z eremu magnetiko estatiko handi bat aplikatuz konpondu daiteke. Tamalez, B_z handietan DDko sekuentziek ez dute ondo funtzionatzen, π pultsuak behar bezain azkarrak, eta beraz, energetikoak, ez badira Larmor maiztasunekin alderatuta (kontuan izan azken hauek B_z -rekiko proportzionalak direla). Energia altuko MU pultsuen erabilerak desabantaila

larriak dakartza, adibidez, DDko sekuentziak lagin biologikoetan erabili behar badira. Izan ere, energia altuko pultsuek lagina honda dezakete, eragindako berotzearen ondorioz [419].

Kapitulu honetan, anplitude-modulatuko DDko pultsuen diseinu bat proposatzen dugu, goian deskribatutako problema konpontzen duena eta elkarrekintza selektiboak lortzen dituena NVa eta spin nuklearren artean. Hau, B_z handietan π pultsu azkarrik gabe egin daiteke, eta beraz, energia baxuak erabiliz. Metodoa ilustratzeko, diamanteko NV zentroa erabiliko dugu, hala ere, gure eskema orokorra da eta edozein spin-sistema hibridoetan aplikatu daiteke. Gainera, gure protokoloa DDko sekuentzia estandarretan, adibidez XY8-an, sar daiteke, eskemaren malgutasuna erakutsiz. Aipagarria da B_z handietan aplikatzeko metodo jarraitu bat ere proposatu dela [289] erreferentzian.

5.1. Sistema: Nanoeskalako NMRa NV zentroa erabiliz

NV zentro bat kontsideratzen dugu, hurbileko spin nuklearrekin akoplatzen dena. Hau ondorengo Hamiltondarrak deskribatzen du:

$$H = DS_z^2 - \gamma_e B_z S_z - \sum_j \omega_L I_j^z + S_z \sum_j \vec{A}_j \cdot \vec{I}_j, \quad (5.1)$$

non $D = (2\pi) \times 2.87$ GHz, $\gamma_e = -(2\pi) \times 28.024$ GHz/T eta B_z eremurik gabeko desdoblamentua, NV zentroaren arrazoi giromagnetikoa, eta NVaren ardatzean (z ardatzean) aplikatutako eremu magnetiko estatikoaren intentsitatea diren, hurrenez hurren. Nukleoaren Larmor maiztasuna $\omega_L = \gamma_n B_z$ da, non γ_n nukleoaren arrazoi giromagnetikoa den. $S_z = |1\rangle\langle 1| - |-1\rangle\langle -1|$ NVa adierazten duen spin-1 eragilea da, $|1\rangle$ eta $|-1\rangle$ NVaren bi egoera hiperfin izanik. Nukleoari dagozkien spin-1/2 eragileak $I_j^\alpha = 1/2 \sigma_j^\alpha$ dira ($\alpha = x, y, z$) eta \vec{A}_j NV-nukleo elkarrekintza ezaugarritzen duen bektorea da. Azkena, hurrengo adierazpenak ematen du:

$$\vec{A}_j = \frac{\mu_0 \gamma_e \gamma_n \hbar}{4\pi r_j^3} \left[\hat{z} - \frac{3(\hat{z} \cdot \vec{r}_j) \vec{r}_j}{r_j^2} \right], \quad (5.2)$$

non \vec{r}_j j nukleoaren posizio-bektorea den, jatorria hutsunaren tokian egonik, eta $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T · m/A hutsaren iragazkortasuna izanik.

NV zentroaren barne-egoera x norabidean polarizatutako MU eremu batekin kontrola daiteke. Honelako eremu bati dagokion Hamiltondarra

$$H_c = \sqrt{2}\Omega(t) S_x \cos[\omega t - \phi] \quad (5.3)$$

da, non $S_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle\langle 0| + |-1\rangle\langle 0| + \text{H.c.})$ den, eta ϕ eta ω pultsuaren fasea eta maiztasuna diren. Eremuaren maiztasuna $|1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$ trantsizio-maiztasunaren ($D + \gamma_e B_z/2$) berdina bada, $DS_z^2 - \gamma_e B_z S_z$ terminoarekiko elkarrekintza-irudi batean, (5.1) ekuazioa honela

idatz daiteke:

$$H = \sum_j \omega_j \hat{\omega}_j \cdot \vec{I}_j + \frac{\sigma_z}{2} \sum_j \vec{A}_j \cdot \vec{I}_j + \frac{\Omega(t)}{2} (|1\rangle\langle 0|e^{i\phi} + \text{H.c.}), \quad (5.4)$$

non $\sigma_z = |1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|$ den, eta $\hat{\omega}_j = \vec{\omega}_j/|\vec{\omega}_j|$, $\vec{\omega}_j = \omega_L \hat{z} - \frac{1}{2} \vec{A}_j$ izanik (kontuan izan $|\vec{\omega}_j| = \omega_j$ dela). $|1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$ trantsizioaren erabilpenak posizioaren-menpeko energia-aldaketa eragiten du nukleoaren Larmor maiztasunean, $\omega_j \approx \omega_L - \frac{1}{2} A_j^z$. Aplikazio batzuetarako, posizioaren-menpeko energia-aldaketa hau ez da komenigarria, hau ekiditeko, $|1\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$ trantsizioa erabil daiteke¹.

DD pulsatuko metodoetan, nukleoekiko erresonantzia NVaren gaineko π -pultsuen aplikazioaren bidez lortzen da. $\frac{\Omega(t)}{2} (|1\rangle\langle 0|e^{i\phi} + \text{H.c.})$ terminoarekiko elkarrekintza-irudian pultsu hauen aplikazio estroboskopiko hau honela deskriba daiteke:

$$H = - \sum_j \omega_j \hat{\omega}_j \cdot \vec{I}_j + F(t) \frac{\sigma_z}{2} \sum_j \vec{A}_j \cdot \vec{I}_j, \quad (5.5)$$

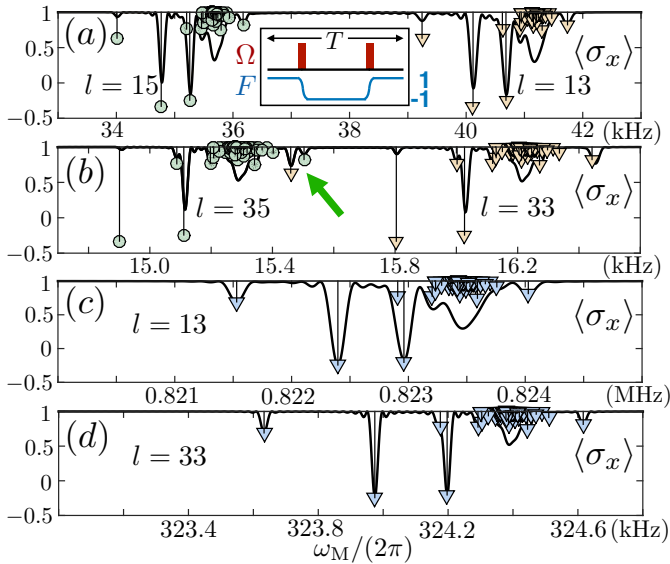
non $F(t)$ modulazio-funtzioa den, zeinak $+1$ edo -1 balioak hartzen dituen aplikatutako π -pultsu kopuruaren arabera. Kontuan izan, antzeko zerbait egin dugula 2.1 atalean, ioi harrapatuetan.

DDko tekniken deskribapenean askotan onartzen den zerbait da π -pultsuak bat-batekoak direla, eta, beraz, energia altukoak. Hala ere, errealitatean pultsu hauek iraupen bat dute, adibidez, $t_\pi = \frac{\pi}{\Omega}$, Ω konstantea bada pultsua aplikatzean. Honek ondorioak ditu NV-nukleo elkarrekintzan, tartean, erresonantzia faltuen agerpena [420–422], edo NMRaren sentikortasunaren galera B_z altuetan [288]. [288] erreferentzian, sentikortasuna berreskuratzeko estrategia bat aurkezten da, pultsu zabalak erabiliz. Hemen, metodo hori moldatu egiten dugu elkarrekintza nuklear selektiboak lortzeko. Ondoren, anplitude-modulatuko pultsu zabalek NV-nukleo elkarrekintza selektiboak eragiten dituztela frogatuko dugu.

5.2. DDa bat-bateko MU pultsuak erabiliz

Gure metodoa frogatzeko XY8=XYXYXYX eskema kontsideratuko dugu, non X (Y) $|0\rangle$ eta $|1\rangle$ egoerei dagokien Blochen esferan x (y) ardatzaren inguruko π angeluko errotazio bat den. NVaren gaineko XY8 blokeen aplikazioak $F(t)$ periodiko bat eragiten du. Fourierren garapena erabiliz, $F(t) = \sum_n f_n \cos(n\omega_M t)$ da, non $f_n = 2/T \int_0^T F(s) \cos(n\omega_M s) ds$ n harmonikoaren koefizientea den, eta $\omega_M = \frac{2\pi}{T}$, T $F(t)$ funtzioaren periodoa izanik. $F(t)$ funtzioaren adibide bat ikus daiteke 5.1(a)-ko barneko irudian. $-\sum_j \omega_j \hat{\omega}_j \cdot \vec{I}_j$

¹Adibidez, ikusi argitalpen zerrendako 14. argitalpena.



5.1 irudia: Bat-bateko pultsuak erabiliz lortutako seinalea (kurba beltz jarraitua) $B_z = 500$ G izanik (a) eta (b) irudietan eta $B_z = 1$ T berriz (c) eta (d) irudietan. Zirkuluek eta trianguluek $\langle \sigma_x \rangle$ -rentzat esperotako balioak adierazten dituzte. (a) $l = 13, 15$ harmonikoak aukeratzen ditugu, eta seinaleak banatuta agertzen dira. (b) $l = 33, 35$ harmonikoak aukeratu seinaleak teilakatzen direla ikus daiteke (gezi berdea). (c) (d) B_z handiago batekin ez dago teilakatze espektralik, eta seinaleak (beltz jarraitua) esperotako balioak ematen ditu. (a) eta (c) irudietan, sekuentziaren iraupena ≈ 0.5 ms-koa da, eta, (b) eta (d) irudietan aldiz ≈ 1.2 ms-koa.

terminoekiko elkarrekintza-irudian, (5.4) ekuazioa hurrengoa da²:

$$H = \sum_{n,j} \frac{f_n \cos(n\omega_M t) \sigma_z}{2} \left[A_j^x I_j^x \cos(\omega_j t) + A_j^y I_j^y \sin(\omega_j t) + A_j^z I_j^z \right], \quad (5.6)$$

non $A_j^{x,y,z} = |\vec{A}_j^{x,y,z}|$, $\vec{A}_j^x = \vec{A}_j - (\vec{A}_j \cdot \hat{\omega}_j) \hat{\omega}_j$, $\vec{A}_j^y = \hat{\omega}_j \times \vec{A}_j$, eta $\vec{A}_j^z = (\vec{A}_j \cdot \hat{\omega}_j) \hat{\omega}_j$ diren, eta $I_x^j = \vec{I}_j \cdot \hat{x}_j$, $I_y^j = \vec{I}_j \cdot \hat{y}_j$, eta $I_z^j = \vec{I}_j \cdot \hat{z}_j$ diren, $\hat{x}_j = \vec{A}_j^x / A_j^x$, $\hat{y}_j = \vec{A}_j^y / A_j^y$ eta $\hat{z}_j = \vec{A}_j^z / A_j^z$ izanik. Kontuan izan j nukleo bakoitzaren oinarri kartesiarra birdefinitu dugula.

Orain, $F(t)$ garapeneko harmoniko bat aukera dezakegu (l harmonikoa), NVaren eta nukleo baten (adb. k nukleoa) arteko elkarrekintza erresonante bat sortzeko. Horretarako, (5.6) ekuazioan $n = l$ eta T parametroak aukeratu ditugu, $l\omega_M \approx \omega_k$ izan dadin. Azkar

²Ondokoa kalkulatzeko, formula hau erabilgarria da: $e^{ia(\hat{n} \cdot \vec{\sigma})} \vec{\sigma} e^{-ia(\hat{n} \cdot \vec{\sigma})} = \vec{\sigma} \cos(2a) + \hat{n} \times \vec{\sigma} \sin(2a) + \hat{n} (\hat{n} \cdot \vec{\sigma}) (1 - \cos(2a))$.

oszilatzen duten terminoak arbuizaten baditugu, RWA erabiliz, hurrengo lortzen dugu:

$$\begin{aligned}
 H &\approx \frac{f_l A_k^x}{4} \sigma_z [I_k^- e^{i(\omega_k - l\omega_M)t} + \text{H.c.}] \\
 &+ \sum_{j \neq k} \frac{f_l A_j^x}{4} \sigma_z [I_j^- e^{i(\omega_j - l\omega_M)t} + \text{H.c.}] \\
 &+ \sum_{n \neq l} \sum_j \frac{f_n A_j^x}{4} \sigma_z [I_j^- e^{i(\omega_j - n\omega_M)t} + \text{H.c.}].
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

(5.7) ekuazioko lehen lerroa ikusita, argi dago l harmonikoarekin nukleoa gidatzeko bete beharreko baldintza

$$l\omega_M = l \frac{2\pi}{T} = \omega_k \tag{5.8}$$

dela. Erresonantzia-baldintza hau beteta, (5.7) ekuazioko lehen terminoak, $f_l A_k^x / 4 \sigma_z I_k^x$, dinamika erresonantea deskribatuko du, eta erresonantziaz kanpoko terminoen (bigarren eta hirugarren lerrokoak) efektua arbuigarria izango da RWA dela eta. Zehazki, eta (5.8) ekuazioa ikusita, (5.7) ekuazioko bigarren lerroa arbuia dezakegu baldin eta

$$|\omega_j - \omega_k| \gg f_l A_j^x / 4 \tag{5.9}$$

bada. (5.7) ekuazioko hirugarren lerroan $n \neq l$ harmonikoei dagozkien erresonantziaz kanpoko terminoak daude. Hauek arbuigarriak dira

$$|\omega_j - n/l\omega_k| \approx \omega_L(l - n)/l \gg f_n A_j^x / 4 \quad \forall n \tag{5.10}$$

bada.

(5.9) baldintza indartzeko, f_l -ren balioa txikitu daiteke harmoniko altu bat aukeratuz (ikusitako gero). (5.10) baldintza, aldiz, hobeto betetzen da B_z handietan, izan ere, $\omega_L \propto B_z$. (5.7) ekuazioko erresonantziaz kanpoko terminoak arbuia ostean, Hamiltondarra

$$H = \frac{f_l A_k^x}{4} \sigma_z I_k^x \tag{5.11}$$

da. Honen dinamika analitikoki ebatz daiteke, eta $\langle \sigma_x \rangle$ behargarriaren bilakaeraren adierazpena (hasierako egoera $\rho = |+\rangle\langle +| \otimes \frac{1}{2}\mathbb{I}$ bada, hau da, nukleoak egoera termiko batean daude) hurrengo da:

$$\langle \sigma_x \rangle = \cos\left(\frac{f_l A_k^x}{4} t\right). \tag{5.12}$$

Hau da, hain zuzen, $\omega_M = \omega_k / l$ denean lortu beharreko seinale ideala, 5.1 irudian zirkulu eta triangeluez adierazia.

Bat-bateko π pultsuak ditugula onartuz gero, Ω konstanteko DDko sekuentziak [416–418] $|f_l| = \frac{4}{\pi l}$ eta $|f_l| = 0$ lortzen dute l bakoitia edo bikoitia denean, hurrenez hurren.

Horregatik, harmoniko altuen erabilerak (5.9) baldintza indartzen du, f_l -ren balio txikiak eragiten dituelako. 5.1 irudian, NVaren $\langle \sigma_x \rangle$ beharriaren balioa kalkulatu dugu, 150^{13}C nukleo ($\gamma_{13\text{C}} = (2\pi) \times 10.708 \text{ MHz/T}$) dituen lagin baten kasurako. Bereizmen-espektral nahikoa lortzeko, harmoniko altuak erabiltzen ditugu. 5.1(a) irudian $l = 13, 15$ harmonikoen kasuak ageri dira, balio teoriko idealekin batera (triangeluak $l = 13$ kasuan eta zirkuluak $l = 15$ kasuan). Ikus daitekeenez, lorturiko seinalea ez da seinale idealaren berdina. Honen atzean dagoena ez da bakarrik (5.9, 5.10) baldintzak ez direla betetzen; baita ere, harmoniko altuen erabilerak $T = 2\pi l / \omega_k$ periodoa luzatzen du, π pultsuen arteko iraupena luzatuz eta (5.6) ekuazioko $\sigma_z A_j^z I_j^z$ terminoen indargabetze egokia galaraziz. 5.1 (a)-ko barne-irudian behin eta berriz aplikatzen dugun pultsu-blokea ageri da (20 aldiz (a) eta (b)-n, eta 400 aldiz (c) eta (d)-n). Bloke gorriak bat-bateko π pultsuak adierazten dituzte, kurba urdinak aldiz, $F(t)$ modulazio-funtzioa adierazten du. Harmoniko are handiagoekin lan egiteak teilakatze-espektralaren arazoa dakar, hau da, ondoz ondoko harmonikoei lotutako seinaleak nahastuta agertzen dira. Hau 5.1(b) irudian ikus daiteke (gezi berdea), non $l = 35$ harmonikoari lotutako tontor bat (zirkulu berdea) $l = 33$ harmonikoaren seinalearekin (triangelu laranja) nahasten den. Hau desabantaila nabarmena da, espektroa ulertzea zailtzen duelako.

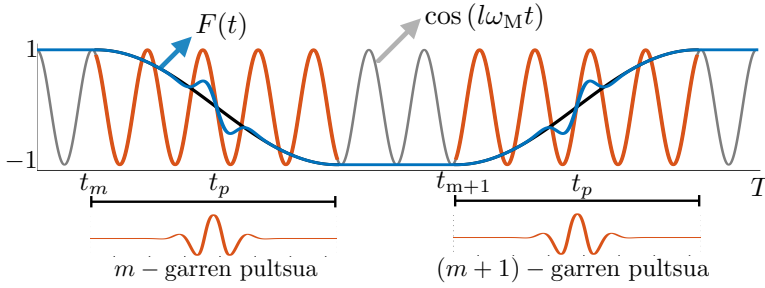
(5.10) baldintza B_z handiago bat erabiltzen indartzen da. Honek ω_k erresonantzia-maiztasunak handiagotzen ditu. ω_k handiagoak edukitzea onuragarria da T periodoa laburtu egiten delako (gogoratu erresonantzian $T = 2\pi l / \omega_k$ dela) eta pultsuen arteko denbora txikitzen delako, $\sigma_z A_j^z I_j^z$ terminoen indargabetze hobea eraginez. (5.1) (c) eta (d) irudietan, $B_z = 1 \text{ T}$ -ko eremu magnetikoa erabiltzen dugu, teilakatze-espektrala desagerraraziz. Hemen, kalkulatuak balioak seinale idealaren balioak dira (triangelu urdinak).

Zoritxarrez, B_z handiak ditugunean bat-bateko π pultsuak ditugula kontsideratzea ez da zuzena, izan ere, pultsuak irauten duen denboran nukleoaren egoera ez da konstantea, eta honek seinalearen desagertzea ekartzen du [288]. Beraz, MU potentzia nahikoa jarri ezean, ezingo ditugu 5.1 (c) eta (d) irudietan deskribatutako emaitzak lortu.

5.3. Konponbide bat pultsu zabalekin

Esan bezala, errealitatean π pultsuak iraupen jakin bat dute, eta, beraz, f_l koefizientearen balioan kontuan hartu behar dugu pultsuan zeharreko integrala. Hau, m pultsu generiko batentzat $2/T \int_{t_m}^{t_m+t\pi} F(s) \cos(l\omega_M s) ds$ da, non t_π pultsuaren iraupena eta t_m pultsua hasten den unea diren, ikus 5.2 irudia xehetasunetarako. Gainera, $F(t)$ funtzioak ondorengo baldintzak bere behar ditu: π pultsuaren aplikazio-gunetik kanpo, $F(t) = \pm 1$ izan behar da; pultsuaren aplikazio-gunean, funtzioak $-1 \leq F(t) \leq 1 \forall t$ mugak bete behar ditu, ikus 5.2 irudia.

Orain, $F(t)$ funtzioaren diseinu bat proposatzen dugu, goiko baldintzak betetzen dituen eta zeinak pultsuan zeharreko integrala zero egiten duen. Ondorioz, diseinu honek



5.2 irudia: Goiko irudian, $F(t)$ funtzioaren periodo bat ageri da, pultsuan zeharreko portaera eta $\cos(l\omega_M t)$ funtzioa erakutsiz. π pultsu zabalek t_π denboran zehar eragiten dute (pultsuan zeharreko gunea gorritz agertzen da). Adibide honetan, $l = 13$ eta $t_\pi \approx 4.5 \times (T/l)$. Kurba beltz jarraituak $F(t)$ -ren portaera deskribatzen du pultsuak karratuak direnean. Beheko irudian, modulatuak $\Omega(t)$ Rabi maiztasuna ageri da.

NV-nukleo elkarrekintza moldagarriak eragiten ditu. Zehazki, m pultsurako

$$F(t) = \cos[\pi(t - t_m)/t_\pi] + \sum_q \alpha_q(t) \sin[q l \omega_M (t - t_p)] \quad (5.13)$$

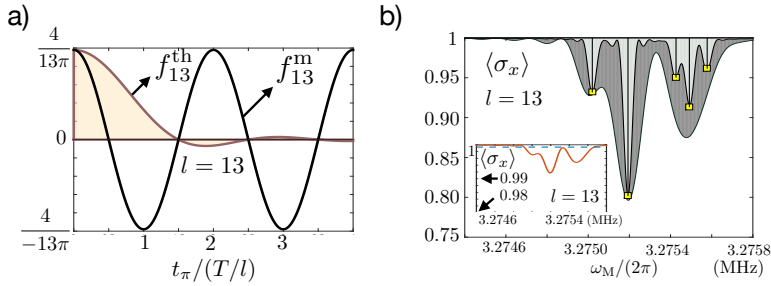
da. Hemen, $\alpha_q(s)$ doitu beharreko funtzioak dira (ikus geroago) eta $t_p = t_m + t_\pi/2$ pultsuaren erdiko unea da, ikus 5.2 irudia. Pultsuan zehar, $F(t)$ -ren forma modulatzen dugu (m pultsurako), $\int_{t_m}^{t_m+t_\pi} F(s) \cos(l\omega_M s) ds = 0$ izan dadin. Behin hau betetzen duen $F(t)$ funtzioa izanda, dagokion Rabi maiztasuna hurrengo formulak ematen du,

$$\Omega(t) = \frac{\partial}{\partial t} \arccos[F(t)] = -\frac{1}{\sqrt{1 - F(t)^2}}, \quad (5.14)$$

$F(t)$ diferentziagarria bada. Ikusi E.1 eranskina xehetasunetarako. Orain, modulatuak $F(t)$ funtzioa erabiliz lortutako f_l koefizientearen balioa (hemendik aurrera f_l^m deituko diogu) π pultsuen aplikazio-gunetik kanpoko integralek erabakitzen dute. Hau kalkulatzeko badugu,

$$f_l^m = \frac{4}{\pi l} \cos\left(\pi \frac{t_\pi}{T/l}\right) \sin(\pi/2) \quad (5.15)$$

lortzen da, gure emaitza nagusia dena. Kalkulu zehatzerako, ikus E.2.1 eranskina. t_π (π pultsu zabalaren iraupena) eta T/l -ren arteko zatidura aldatuz, f_l^m koefizientearen balioa zehaztu dezakegu, NV-nukleo elkarrekintza moldagarriak lortuz. (5.15) ekuazioaren arabera, f_l^m koefizienteak $-\frac{4}{l\pi}$ eta $\frac{4}{l\pi}$ arteko edozein balio hartu lezake, ikus 5.2 irudiko kurba beltz jarraitua. Gainera, (5.15) formularen portaera periodikoa dela eta, $\{-\frac{4}{l\pi}, \frac{4}{l\pi}\}$ bitarteko edozein balio lortu daiteke t_π iraupen luzeak izanda ere. Azken hau π pultsu zabalaren kasuari dagokio, MU energia baxuei, hain zuzen. Aitzitik, π pultsuak forma karratuak



5.3 irudia: (a) f_l^m (kurba beltz jarraitua) and f_l^{th} (gune horiko kurba) $t_\pi/(T/l)$ arrazioaren funtzioan, $l = 13$ bada. (b) $\langle \sigma_x \rangle$ (gune argi eta ilunen ertzak) testu nagusian aipaturiko baldintzetarako. Barneko irudian, $\langle \sigma_x \rangle$ ageri da, pulstu karratueterako. (b) irudiko zenbakizko simulazioetan, $\Omega(t)$ -n % 1eko errorea dagoela kontsideratu dugu [423].

gutenean, (hau da, Ω konstantea) lortutako balioa (ikus kalkulia E.2.2 eranskinean)

$$f_l^{\text{th}} = \frac{4 \sin(\pi l/2) \cos(\pi l t_\pi/T)}{\pi l (1 - 4l^2 t_\pi^2/T^2)} \quad (5.16)$$

da. f_l^m ez bezala, f_l^{th} koefizientearen balioa txikitzen doa t_π luzatzen dugunean, $|f_l^{\text{th}}| \propto [t_\pi/(T/l)]^{-2}$. Portaera hau 5.2 irudian gune horiaren gaineko kurbak adierazten du. Beraz, ezin dira t_π luzeko pulstu karratuak erabili, f_l^{th} koefizientearen balioa zero bihurtzen baita.

Gure teoriaren baliagarritasuna frogatzeko, $\alpha_1(t) = a_1 e^{-(t-t_p)^2/2c_1^2}$ Gausen funtzioa erabiliko dugu, $\alpha_q(t) = 0$ izanik $\forall q > 1$ bada. 5.2 irudian (kurba urdin jarraitua), modulatuak pulsuari dagokion $F(t)$ modulazio funtzioa ageri da, baita ere pulstu karratuari dagokiona (kurba beltz jarraitua). Behin t_π finkatuta, l eta c parametroek erabakiko dute $F(t)$ funtzioaren forma; a_1 parametroa $\int_{t_m}^{t_m+t_\pi} F(s) \cos(l\omega_M s) ds = 0$ baldintza bete dadin aukeratu dugu. (5.13) ekuazioa aztertuz, argi dago baldintza hau beteko dela hurrengo betetzen bada:

$$a_1 = - \frac{\int_{t_m}^{t_m+t_\pi} \cos[\pi(s-t_m)/t_\pi] \cos(l\omega_M s) ds}{\int_{t_m}^{t_m+t_\pi} e^{-\frac{(s-t_p)^2}{2c_1^2}} \sin[l\omega_M(s-t_p)] \cos(l\omega_M s) ds} \quad (5.17)$$

5.3(b) irudian 5 protoiko lagin bat simulatu dugu³, nukleoaren eta NVaren arteko distantzia, batezbestean, ≈ 2.46 nm izanik. Zenbakizko simulazioak (5.4) ekuaziotik abiatuz egin ditugu, hurbilketa gehiagorik egin gabe. 5-H nukleoari dagozkien bektore hiperfinak $\vec{A}_1 = (2\pi) \times [-1.84, -3.19, -11.02]$, $\vec{A}_2 = (2\pi) \times [2.38, 5.04, -8.78]$, $\vec{A}_3 = (2\pi) \times$

³Kontuan izan, pulstu zabalekin, [230] erreferentzian azaldu bezalako zenbakizko metodoak ezin direla erabili spin nuklear asko simulatzeko. Hemen, ordenagailuaren botere ahalmenak baldintzatuta, bost nukleo eta NVa simulatu ditugu.

[8.09, 2.66, -1.02], $\vec{A}_4 = (2\pi) \times [4.26, 2.46, 3.48]$, eta $\vec{A}_5 = (2\pi) \times [4.07, 1.00, -7.09]$ kHz dira (kontuan izan, $\gamma_H = (2\pi) \times 42.577$ MHz/T dela). Bi pultsu sekuentzia desberdin simulatu ditugu, π pultsu zabalak erabiliz, eta $B_z = 1$ T-ko eremu magnetiko batean. Karratu horidun lerro bertikalek teorikoki esperotako balioak adierazten dituzte, seinalearen maiztasunari eta kontrasteari dagokionez. Kalkulatutako lehen seinalerako XY8 sekuentzia bat erabili dugu, non X (Y) pultsuaren fasea $\phi = 0$ ($\phi = \pi/2$) den, ikusi 5.3(b) irudiko gune ilunaren ertza. $\Omega(t)$ modulaturako Rabi maiztasuna $f_{13}^m = 4\pi/13 = 0.0979$ izan dadin aukeratzen dugu $l = 13$ harmonikorako (balio hau f_{13}^m -k izan dezakeen maximoa da), pultsuaren iraupena $t_\pi = 6 \times (T/l)$ izanik. $\alpha_1(t)$ Gaussen funtzioaren zabalera, $c_1 = 0.07t_\pi$ hartu dugu. ω_M eskaneatze-maiztasunak $\gamma_H B_z/l$ maiztasunaren inguruko balio ezberdinak hartzen ditu, $l = 13$ izanik, ikus 5.3(b) irudiko ardatz horizontala. XY8 sekuentzia 400 aldiz errepikatuz, hau da, 3200 π pultsu zabal aplikatuz, amaiera denbora $t_f \approx 0.488$ ms da, eta gune ilunaren ertzak adierazitako seinalea lortzen dugu. 5.3(b) irudian ikusten denez, sekuentzia honek ez ditu 5-H multzoko nukleo guztien erresonantzia-maiztasunak identifikatzen.

Problema hau konpontzeko, gure metodoaren moldagarritasuna aprobeztatzen dugu, eta bigarren sekuentzia bat simulatzen dugu. Honek lorturiko seinalea 5.3(b) irudiko gune argiaren ertzak adierazten du. Bertan, $f_{13}^m = 0.0979/3 = 0.0326$ aukeratu dugu, pultsuaren iraupena $t_\pi \approx 6.4 \times (T/l)$ izanik, eta $c_1 = 0.07t_\pi$. Orain, f_{13}^m koefizientea txikiagoa denez, XY8 sekuentzia 400×3 aldiz (hau da, 9600 pultsu) errepikatu dugu, aurreko kasuko kontraste berdina lortzeko. Sekuentziaren amaiera-denbora $t_f \approx 1.5$ ms da. 5.3(b) irudian ikus daitekeenez, gure metodoa 5-H multzoko erresonantzia-maiztasun guztiak identifikatzeko gai da, eta teorikoki esperotako kontrastea lortzen du. Kontuan edukitzeko modukoa da gure metodoaren moldagarritasuna aplikagarria izan daitekeela NV zentroetarako diseinatutako beste algoritmo kuantiko batzuetan [284, 286, 424, 425].

5.4. MU potentzia eta seinale nuklearra

5.3(b) irudian, pultsu zabalaren batezbesteko energia berdina erabiliko luketen pultsu karratuak erabiliz lortutako seinalea adierazten da. π pultsu karratu eta zabalaren energia, $E^{\text{th}}(t_\pi)$ eta $E^{\text{ext}}(t_\pi)$, $\propto \int \Omega^2(s)ds$ dela erabiltzen dugu, non integralaren aplikazio eremua pultsuaren aplikazio tarteari dagokion. Energiaren adierazpenen kalkulua E.3 eranskinean aurki daiteke. Barne-irudiko kurba laranja jarraitua 3200 π -pultsu karratuko XY8 sekuentzia erabiliz kalkulatu da, $\Omega \approx (2\pi) \times 18.2$ MHz izanik. Ω -ren balio honetarako, π -pultsu karratu batek 5.3(b) irudiko gune ilunaren ertzak adierazten duen seinalea lortzeko erabilitako pultsu zabal batek bezain beste energia erabiltzen du, hau da, $E^{\text{th}}(t_\pi) = E^{\text{ext}}(t_\pi)$. Gure metodoak ez bezala, pultsu karratuen sekuentziak, ia kontrasterik gabeko seinale bat lortzen du. Kontuan izan 5.3(b)-ko barne irudiko ardatz bertikalaren balio minimoa 0.98 dela, eta pultsu karratuekin lortutako kontrastea 0.99tik gora dagoela (kontraste txikia, beraz). Kurba marradunak adierazitako seinalea $\Omega \approx (2\pi) \times 4.68$ MHz Rabi maiztasuneko pultsu karratuak erabiliz lortu da. Hau, 5.3(b) irudiko gune argiaren ertzak adierazten duen seinalea lortzeko erabilitako pultsu zabalaren energia baliokidea erabiliz egin da. Azken

kasu hontan, π -pultsu karratuek lortutako seinaleak kontraste arbuigarria lortzen duela ikusten da. Eraitza hauek zera adierazten dute: guk diseinaturiko anplitude-modulatuko pultsu sekuentziak NV-nukleo elkarrekintza moldagarriak sortzeko gai direla, MU energia baliokidedun pultsu karratuzko sekuentziek elkarrekintza hauek sortzeko gai ez direlarik.

Laburbilduz, kapitulu honetan metodo orokor bat aurkezten dugu: energia baxuak erabiltzen ditu, DDko teknikan erraz erabil daitekeena, adibidez, XY8 sekuentzietan. Gure metodoa NVEzko sentzore kuantiko baten eta spin nuklearren arteko elkarrekintza moldagarriak, eta, beraz, selektiboak, sortzeko gai da eremu magnetiko estatiko handietan, eta, beraz, nanoeskalako NMRerako baldintza optimoetan.

6

Ondorioak

Tesi honetan, ioi harrapatuetako, atomo ultrahotzetako edota NV zentroetako aplikazio konkretuetara egokitutako argi-materia elkarrekintza efektiboak diseinatu ditugu. Laburbilduz, DDko teknikak erabili ditugu ingurumen- eta kontrol-eremuetako akatsekiko sentikortasun txikia duten fidelitate altuko atea diseinatzeko ioi harrapatuekin, baita NV-zentroekin nanoeskalako NMRa egiteko energetikoki efizienteak diren metodoak proposatzeko ere. Argi-materia elkarrekintzaren eredu orokortuak ere aztertu ditugu, k fotoiko elkarrekintzak aurkituz Rabi-Stark ereduan, edota egoera kuantikoak prestatzeko modu bat lortuz NQRMa erabiliz. Gainera, zenbakizko simulazioak erabiliz, frogatu dugu sare optikoetan atomo ultrahotzak erabiliz bosoi laginketa egitea posible dela, baita nagusitasun kuantikoa lortzea dozenaka atomo erabiliz. Zehatzago:

2. kapitulan, bi metodo proposatu ditugu MU bidez gidaturiko ioi harrapatuetan akatsekiko sentikortasun gutxiko eta fidelitate altuko bi qubitoko atea sortzeko. Alde batetik, zenbakizko simulazioak erabiliz frogatu dugu DD pulsatuko eskemek bi biteko ate azkar eta eraginkorrak sortzen dituztela. Gure MU-sekuentziak, bereziki, modu normal guztiei eragiten die, ate azkarragoa sortuz. Gainera, gure sekuentzia bereziki diseinatuta dago eremu magnetikoetako eta MUetako gorabeherekiko sentikortasun txikia edukitzeko. Honela, % 99.9tik gorako fidelitateak lortu ditugu, dekoherentzia-iturri errealista horiek kontuan izanik. Bestalde, DD jarraitua fase-iraultetekin eta π pultsu berfokuratzailleekin konbinatzen duen metodo hibrido bat proposatu dugu, fidelitate altuko ate korapilatzaileak sortzeko. Aurreko kasuan ez bezala, potentzia txikiko MU erradiazioa kontsideratu dugu metodo honetan, egungo egoera esperimentalekin bat eginez. Beraz, frogatu dugu Bell egoeren prestaketa % 99tik gorako fidelitateekin egin daitekeela gaur egungo parametro esperimentalak erabiliz. Gainera, frogatu dugu ere % 99.9tik gorako fidelitateak lor daitezkeela hobekuntza esperimental gutxirekin. Laburbilduz, DDko metodoen laguntzarekin, bi ate-eskema garatu ditugu, eta, hauek erabiliz, uste dugu gaur egungo fidelitateak igo daitezkeela akats-zuzenketa kuantikoa aplikatzeko behar den atalaseraino. Azkenik, norabide berean, azter liteke ea anplitude-modulatuko pultsuek zein abantaila ekar dezaketen ate hauen diseinuan.

3. kapituluan, argi-materia elkarrekintzaren bi eredu aztertu ditugu, eta laser bidez gidaturiko ioi harrapatu batekin hauek nola simulatu azaldu dugu. Lehenbizi, Rabi-Stark eredu kontsideratu dugu, SCko eta USCko erregimenetan. Bertan, k fotoiko elkarrekintzak aurkitu ditugu, hauen erresonantzia-maiztasuna egoera bosonikoaren menpekota delarik. Portaera selektibo hori Stark terminoak sortzen duela ikusi dugu, eta elkarrekintza hauek era analitikoan deskribatzen dituzten eredu efektiboak aurkitu ditugu. Bigarrenez, NQRMa proposatu dugu; hau QRMaen luzapen natural gisa agertzen da ioi harrapatuetan. LD erregimenetik kanpo agertzen den $f_1(\hat{n})$ termino ez-linealak fonoiaren populazio-banaketa blokeoa eragiten duela ikusi dugu, $f_1(\hat{n})|n\rangle = 0$ denean. SCko erregimenean, JC eredu lineal eta ez-linealak konparatu ditugu, eta azken honetan egoera koherenteen desagertze eta suspertzea ematen ez dela ikusi dugu. Eredu ez-linealaren aplikazio bezala, n handiko Fock egoerak sortzeko metodo bat garatu dugu, anti-JC eredu ez-lineala depolarizazio zaratarekin konbinatuz. Honi dagokionez, interesgarria litzateke aztertzea zein den egoera prestatzeko behar den denboraren menpekotasuna n zenbakiarekiko¹. Azkenik, Rabi-Stark eredu eta NQRMa ioi harrapatu bat erabiliz nola simulatu daitezkeen azaldu dugu. Lan honen jarraipen naturalak lirateke eredu hauek barrunbeto QEDa erabiliz nola gauzatu aztertzea, edo qubit anitzeko sistemak kontsideratzea.

4. kapituluan, bosoi laginketa egiteko metodo bat aurkeztu dugu, atomo ultrahotzak erabiliz sare optikoetan. Dieter Meschede irakaslearen eta Andrea Alberti doktorearen taldeak aurrez gauzatu dituzte ausazko ibilaldiak atomoekin [395], baita bi atomoren arteko interferentzia ere [221], MU pultsuak eta spin-menpeko sare optikoak konbinatuz. Bosoi laginketa partikula anitzeko ibilaldi kuantiko baten baliokidea da, eta, Aaronsonen eta Arkhipovoren frogatu bezala, zaila da hau simulatzea ordenagailu klasikoak erabiliz [87]. Batetik, bosoi laginketa problemaren partikula-galeraren efektua aztertu dugu, bereziki, bi gorputzeko galerekin lagin baliagarriak sortzeko gaitasunean daukaten efektua. Galerak kontuan izanda, sortutako laginak bosoi laginketaren probabilitate banaketa (BLPB) jarraitu dezaketela frogatu dugu. Hau gutxi balitz, galera altuak izanda ere laginak superordenagailu klasiko batek baino azkarrago sortzea posible dela ikusi dugu. Hala ere, lagin hauek ez dute BLPB jarraitzen, eta oraindik frogatzeke geratzen da ea probabilitate banaketa berri honi dagozkion laginak sortzea problema zaila den. Bosoi kopurua handitzean BLPBtik laginak sortzen jarraitzeko, beste akats esperimentalak nolakoak izan behar duten ere aztertu dugu. Zehazki, eremu magnetikoen gorabeherak eta atomoak oinarritzko egoera bibrazionalera eramateko gaitasuna. Kontuan izan behar da, printzipioz DDko teknikak erabili daitezkeela gorabehera hauekiko sentikortasuna txikitzeko. Azkenik, atomoekin bosoi laginketa egitearen abantailak bat aipatu nahi dugu. Superordenagailuak gailu esperimentalaren emaitzak aurreratzeko gai ez direnean, ezingo dugu baieztatu ea gailu kuantikoa laginketa ondo egiten ari den edo ez. Kasu horretan, atomo bosonikoak erabili beharrean atomo fermionikoak erabili genitzake. Horrela, fermioien gainean eragiketa berdinak eginez gero, fermioi laginketa izango genuke bosoi laginketa beharrean. Fermioi laginketaren emaitzak aurreratea, ordea, erraza da ordenagailu klasikoentzat, eta, beraz, fermioi laginketa ondo egiten ari dela baieztatu ondoren, suposa genezake atomo bosonikoekin ere laginketa egokia izango dela.

¹Jonathan P. Home irakaslea eskertu nahi dugu ekarpen honengatik.

5. kapituluan, eremu magnetiko handietan NV sentsore kuantiko baten eta spin nuklearren arteko elkarrekintza moldagarriak, beraz, selektiboak, lortzen duten MU pultsu zabalak diseinatzeko metodo bat aurkeztu dugu. Eremu magnetiko handiak aproposak dira nanoeskalan NMRa egiteko, izan ere, eremu magnetikoen igorleen seinalea hobekiago jaso dezake NVak. Bestalde, eremu magnetiko handietan Larmor maiztasunak handiagoak dira, eta Rabi maiztasunen balioa txiki gelditu daiteke hauen aurrean. Honek NMRaren espektroaren desagertzea ekartzen du, gure anplitude-modulatuko pultsuak erabili ezean. Gure metodoa erabiliz, ez da beharrezkoa Rabi maiztasunak Larmor maiztasunen parera igotzea seinalea berreskuratzeko, beraz, energetikoki efizientea da gure metodoa. Gainera, metodoa orokorra da eta DDko teknika estroboskopiko guztietan aplika daiteke, adibidez, XY8 sekuentzian. Tesi hau garatu bitartean, anplitude-modulatuko pultsuak proposatu ditugu magnetometria kuantiko bikoitza egiteko². Kasu horretan, bi tonuko seinale estroboskopikoak erabiltzen ditugu NMRaren espektroaren seinalea handitzeko.

Laburtuz, tesi honek sistema kuantikoak kontrolatzeko bide berriak aztertzen ditu, apropos diseinatutako erradiazio-patroiek moldatutako argi-materia elkarrekintzen bidez. Espero dugu hemen aurkeztutako emaitzek lagun dezaten akats-zuzenketa kuantikoa aplikatzeko beharrezko diren fidelitateak dituzten bi qubitoko ateak sortzen MUEz gidatutako ioi harrapatuekin, nanoeskalan NMRa egiteko sentsore kuantiko hobeak sortzen, eta atomo harrapatuak erabiliz lehen nagusitasun kuantikoko esperimntua egiten. Orokorrean, gure emaitzek teknologia kuantikoa garatzen lagunduko dute. Teknologia hauek, aurrerapen tekniko berriak ekartzeaz gain, funtsezkoak izango dira, zalantzarik gabe, naturak gordetzen dituen sekretuak argitzeko.

²Ikusi argitalpenen zerrendako 14garren artikulua.

A

Gogoeta Osagarriak DD Pultsatuko Bi Qubiteko Ateari Buruz

A.1. Hasierako hurbilketak

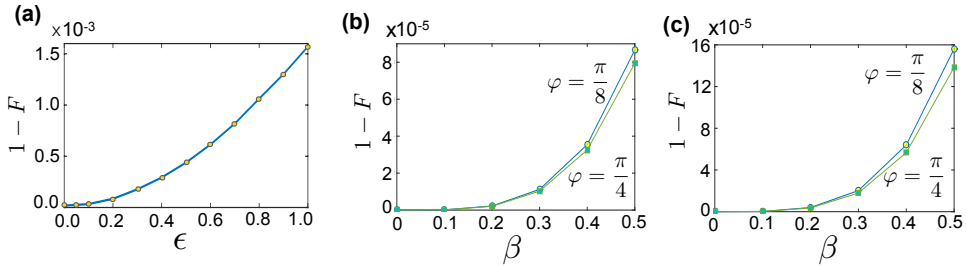
Bi mailen hurbilketa

Atal honen helburua zera da, frogatzea ez $^{171}\text{Yb}^+$ ioiaren egitura hiperfineko gainontzeko mailek, ez eremu magnetikoaren gorabeherak, ezta $2\omega_j$ -ko maiztasunaz biratzen duten terminoek, ez dutela eraginik testu nagusian fidelitate altuei buruz egindako baieztapenetan. Sinplifikatzeko, ioi bakar bat kontsideratuko dugu hemen, bere egitura hiperfineko lau egoerekin. 20π -pultsu aplikatu ostean, fidelitatea kalkulatu dugu eta egiaztatu hauek eragindako errorea 10^{-5} ordenean dagoela, hau da, 2.1 taulako balioen azpitik. Honengatik, testuan eginiko lehen hurbilketa horiek bidezkoak direla ondoriozta dezakegu. Hurrengoan, erabilitako parametro eta baldintza esperimentalak zehaztuko ditugu.

$^{171}\text{Yb}^+$ ioiaren balentzia elektroaren oinarrizko egoera hiperfinean, trantsizio ezberdinak kitzika daitezke MU eremuaren polarizazioa erabiliz. Akats esperimentalek ordea, beste egoeretara kitzikapena egotea eragin dezakete, populazioa qubitetik kanpo eramanez. Bestalde, eremu magnetikoaren gorabeherak ere π -pultsu akastunak eragin ditzakete atearen fidelitatea atakan jarritz. Akats esperimental hauen efektua ikusteko ondorengo 4 egoerako Hamiltondarra simulatuko dugu

$$H_{4l} = E_0|0\rangle\langle 0| + E_1|1\rangle\langle 1| + E_2|2\rangle\langle 2| + E_3|3\rangle\langle 3| + X(t)|1\rangle\langle 1| - X(t)|3\rangle\langle 3| + \Omega(t)(|0\rangle\langle 1| + \epsilon|0\rangle\langle 2| + \epsilon|0\rangle\langle 3| + \text{H.c.}) \cos[\omega t + \phi(t)], \quad (\text{A.1})$$

non qubita $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ egoerek definitzen duten, eta E_i maila hiperfinen energiak diren, 100 Gausseko eremu magnetiko batean aurkitzen den $^{171}\text{Yb}^+$ ioi baten kasurako. $X(t)$ funtzioak eremu magnetikoaren gorabehera adierazten du. Honek, $|1\rangle$ eta $|3\rangle$ magnetikoki sentikorrek diren egoeren energien lerrakuntza eragiten du. $X(t)$ funtzioak Ornstein-Uhlenbeck (OU) prozesu estokastikoa [293] jarraitzen du, eta pultsurik egon ezean 3ms-ko T_2 koherentzia-denbora ezarriko luke, lehenago esperimentuetan ikusi den bezala [196]. Zehazki, $\tau = 50\ \mu\text{s}$ -ko korrelazio denbora hautatu dugu, difusio konstantea $c = 2/(\tau * T_2)$



A.1 irudia: a) 20π -pultsuz osaturiko eta $80 \mu\text{s}$ -ko iraupeneko $XY4$ sekuentzia batek sorturiko egoeraren fidelitatea ($1-F$, berez), lerroadura akatsa adierazten duen ϵ faktorearen funtzioan. Puntu bakoitza 100 simulazio estokastikoren emaitzen batez bestekoa da. ϵ faktorea Ω Rabi maiztasunaren funtzioan emana dago. b) Fidelitate galera modu erradialekin (A.3) ekuazioan azaldutako akoplamenduaren harira. Fidelitatearen galera ikusten da β -ren balio handietarako, non $\beta = \Delta_r/\Delta_1$ den. (a) $g_B = 150 \frac{\text{THz}}{\text{m}}$ kasua, $\varphi = \pi/4$ (karratuak) eta $\varphi = \pi/8$ (zirkuluak) ate-faseetarako. (b) $g_B = 300 \frac{\text{THz}}{\text{m}}$ kasurako, berdina. Erabilitako hasierako egoera ψ_A da (ikusi 2.1 taula)

izanik. Bestalde, $\Omega(t)$ funtzioak Ω eta 0 balioak hartzen ditu soilik, eta ϵ beste egoeretara populazio transferentzia adierazten duen faktore txiki bat da, polarizazio-akats bati lotua. Zenbakizko simulazioetan muturreko balioak aukeratu ditugu parametro hauentzako. Adibidez, $\Omega = (2\pi) \times 20$ MHz-eko Rabi maiztasuna, testu nagusian erabilitako balio maximoaren bikoitza, beste trantsizioak kitzikatzeko aukera handiagotuz, beraz. Bestalde, 2.1.3 atalean aipaturiko sekuentzia luzeena kontsideratu dugu simulazioetan, hau da, $80 \mu\text{s}$ -koa.

Zenbakizko kalkuluez lortutako eragile unitarioa identitatearekin konparatzen dugu, izan ere, hau da idealki espero duguna aplikatutako π -pultsu kopurua bikoitza bada. A eta B eragileen arteko fidelitatea neurtzeko hurrengo definizioa erabiltzen dugu:

$$F_{A,B} = \frac{|\text{Tr}(AB^\dagger)|}{\sqrt{\text{Tr}(AA^\dagger)\text{Tr}(BB^\dagger)}}, \quad (\text{A.2})$$

Prozesu estokastikoak direla eta, 100 saiakuntza egiten ditugu, eta azkenik batezbesteko fidelitatea hartzen dugu. A.1 irudian fidelitatea irudikatu dugu, ϵ faktorearen funtzioan. Ikus daitekeen moduan, erroreak ez du menpekotasun lineala ϵ -ekiko. Hala ere, % 20ko lerroadura baino balio txikiagoetarako ($\epsilon = 0.2$), eragindako akatsa 10^{-4} baino baxuagoa da. Horregatik, polarizazio errorea % 20koa baino baxuagoa bada, egitura hiperfineko beste egoeren, eremu magnetikoaren gorabeheren, eta $2\omega_j$ -ko maiztasunaz biratzen duten terminoen efektua fidelitatearen bosgarren dezimalean soilik ikus daiteke, eta ez dute 2.1.3 atalean egindako baieztapenik kolokan jartzen.

Modu erradialekin akoplamendua

Atal honetan proposaturiko atean modu erradialek duten eragina aztertu dugu. Horretarako, (2.1) Hamiltondarrari d modu erradialari dagokion ondorengo terminoa gehituko diogu,

$$\nu_r d^\dagger d + \Delta_r (d + d^\dagger) [\sigma_1^z + \sigma_2^z]. \quad (\text{A.3})$$

Konputazio mugak direla eta, modu erradial bakar bat hartuko dugu kontuan, eta honek koherentzia galerarik ez duela jasaten ere bai. (A.3) terminoa justifikatua dago, posible delako eremu magnetikoaren gradienteak z norabidea ez ezik, beste norabideetan osagai txikiren bat izatea. Honek Δ_r akoplamendu bat eragingo luke. Hau η_1 -ren funtzioan jarritz, $\Delta_r = \beta \eta_1 \nu_1$ dugu. (2.1) Hamiltondarra simulatu dugu termino hau gehituz eta gehitu gabe, eta bukaerako egoeren arteko fidelitatea kalkulatu. Emaitza A.1 irudian ikus daiteke, β -ren funtzioan. $\nu_r = (2\pi) \times 2.5$ MHz erabili dugu simulazioan, eta hasierako egoera 2.1 taulan ageri den ψ_4 egoera da. Bi fonoidun egoera termikoa hautatu dugu modu erradialaren hasierako egoera bezala. Ikus daitekeen bezala, modu erradialen efektua arbuia garria da β -ren balio altuetarako ere. Fidelitatea 10^{-5} bakarrik jaitsiko luke β 0.4 izanez gero, eta ez dira β -ren horren balio altuak espero esperimenduetan.

A.2. Bi ioi eremu magnetikoaren gradiente batean

Bi qubit hiperfinen (bi $^{171}\text{Yb}^+$ ioi, gure kasuan) Hamiltondarra z norabidean eremu magnetikoaren gradiente baten eraginpean hurrengoa da:

$$\begin{aligned} H = \nu_1 a^\dagger a + \nu_2 c^\dagger c &+ [\omega_e + \gamma_e B(z_1)/2] |e\rangle\langle e|_1 + \omega_g |g\rangle\langle g|_1 \\ &+ [\omega_e + \gamma_e B(z_2)/2] |e\rangle\langle e|_2 + \omega_g |g\rangle\langle g|_2. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

loiek Coulomben indarra dela eta ikusten dute elkar, bakoitza z_j^0 oreka posizio finko baten egonik. Posizio honen inguruan oszilatzen dute ioiek, $z_j = z_j^0 + q_j$, baina oszilazio hauen anplitudea ioien arteko distantzia baino askoz txikiagoa dela suposatuko dugu. Honi oszilazio txikien hurbilketa deritzo. Hurbilketa hau erabiliz Coulomben indarrari dagokion potentzialaren terminoaren Taylorren garapena kontsideratu daiteke bigarren ordenaraino. Hau eginda, Hamiltondarra analitikoki diagonalizatu daiteke, $\nu_1 = \nu$ eta $\nu_2 = \sqrt{3}\nu$ maiztasuneko modu normalak lortuz, masa-zentro eta arnaste moduak, hurrenez hurren [280]. $B(z_j)$, q_j -ren lehen ordenako funtzio bezala idatziz, $B(z_j) = B_j + g_B q_j$ dugu, non $B_j \equiv B(z_j^0)$ eta $g_B \equiv \partial B / \partial z_j |_{z_j=z_j^0}$ diren. Hau kontuan hartuta, eta energia absolutuaren jatorria aldatzen duten terminoak arbuia tuz (ez dute sistemaren dinamikan

eraginik), (A.4) Hamiltondarra

$$H = \frac{1}{2}[\omega_e + \gamma_e B_1/2 - \omega_g] \sigma_1^z + \frac{1}{2}[\omega_e + \gamma_e B_2/2 - \omega_g] \sigma_2^z \quad (\text{A.5})$$

$$+ \nu_1 a^\dagger a + \nu_2 c^\dagger c + \frac{\gamma_e g_B}{4}(q_1 + q_2) + \frac{\gamma_e g_B}{4}(q_1 \sigma_1^z + q_2 \sigma_2^z)$$

bilakatzen da, non $|e\rangle\langle e|_j = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \sigma_j^z)$ eta $|g\rangle\langle g|_j = \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \sigma_j^z)$ diren. Behin hau izanda, erabilgarria da q_1 eta q_2 koordenatuak, Q_1 eta Q_2 modu normalen funtzioan idaztea:

$$q_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\hbar}{4M\nu_1}}(a + a^\dagger) - \sqrt{\frac{\hbar}{4M\nu_2}}(c + c^\dagger),$$

$$q_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\hbar}{4M\nu_1}}(a + a^\dagger) + \sqrt{\frac{\hbar}{4M\nu_2}}(c + c^\dagger), \quad (\text{A.6})$$

non M ioi bakoitzaren masa den [280]. Goiko erlazioak erabiliz, (A.5) Hamiltondarra ondorengo forman berridatzi daiteke

$$H = \frac{1}{2}[\omega_e + \gamma_e B_1/2 - \omega_g] \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 (a + a^\dagger) \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_1^z$$

$$+ \frac{1}{2}[\omega_e + \gamma_e B_2/2 - \omega_g] \sigma_2^z + \eta_1 \nu_1 (a + a^\dagger) \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_2^z$$

$$+ \nu_1 a^\dagger a + \nu_2 c^\dagger c + \frac{\gamma_e g_B}{4} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu_1}}(a + a^\dagger), \quad (\text{A.7})$$

non qubit eta moduen arteko akoplamenduak $\eta_{1,2} \equiv \frac{\gamma_e g_B}{8\nu_{1,2}} \sqrt{\frac{\hbar}{M\nu_{1,2}}}$ diren. (A.7) Hamiltondarreko azken terminoa eragile bosonikoetako bat birdefinituz kendu daiteke, non $b = a + 2\eta_1$ den. Honekin, Hamiltondarra

$$H = \nu_1 b^\dagger b + \nu_2 c^\dagger c + \frac{\omega_1}{2} \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 (b + b^\dagger) \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_1^z$$

$$+ \frac{\omega_2}{2} \sigma_2^z + \eta_1 \nu_1 (b + b^\dagger) \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 (c + c^\dagger) \sigma_2^z \quad (\text{A.8})$$

da, non $\omega_{1,2} \equiv \omega_e - \omega_g - 4\eta_1^2 \nu_1 + \gamma_e B_{1,2}/2$ den. Gainera, $\omega_2 - \omega_1 = \gamma(B_2 - B_1) = \gamma_e g_B (z_2 - z_1)/2 = \gamma_e g_B \Delta z/2$ dugu.

A.3. Elkarrekintza Hamiltondarra

Aurreko atalean deskribatutako sistemari ω_j maiztasuneko eta ϕ_j faseko kontrol eremu bat aplikatzen zaionean (A.8) Hamiltondarrari batu beharreko terminoa

$$H_c(t) = \sum_{j=1}^2 \Omega_j(t) (\sigma_1^x + \sigma_2^x) \cos(\omega_j t - \phi_j) \quad (\text{A.9})$$

da, non Ω_j eremuaren intentsitatearekin lotutako Rabi maiztasuna den. (A.8) Hamiltondarrari horrelako bi termino batuz gero ($j = 1, 2$), eta $H_0 = \frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z + \nu_1 b^\dagger b + \nu_2 c^\dagger c$ Hamiltondarrarekiko elkarrekintza-irudian, Hamiltondarra ondorengoa da:

$$H^I(t) = \eta_1 \nu_1 b e^{-i\nu_1 t} \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 c e^{-i\nu_2 t} \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 b e^{-i\nu_1 t} \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 c e^{-i\nu_2 t} \sigma_2^z + \left[\sum_{j=1}^2 \Omega_j(t) \cos(\omega_j t - \phi_j) \right] (\sigma_1^+ e^{i\omega_1 t} + \sigma_2^+ e^{i\omega_2 t}) + \text{H.c.}, \quad (\text{A.10})$$

non $e^{i\theta a^\dagger} a e^{-i\theta a^\dagger} a = a e^{-i\theta}$ eta $e^{i\theta \sigma^z} \sigma^+ e^{-i\theta \sigma^z} = \sigma^+ e^{i2\theta}$ erlazioak erabili ditugun. Azken terminoa berridatziz honakoa dugu:

$$H^I(t) = \eta_1 \nu_1 b e^{-i\nu_1 t} \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 c e^{-i\nu_2 t} \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 b e^{-i\nu_1 t} \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 c e^{-i\nu_2 t} \sigma_2^z + \frac{\Omega_1(t)}{2} \left[\sigma_1^+ e^{i\phi_1} (e^{i2(\omega_1 t - \phi_1)} + 1) + \sigma_2^+ (e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} e^{-i\phi_1} + e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} e^{i\phi_1}) \right] + \frac{\Omega_2(t)}{2} \left[\sigma_1^+ (e^{i(\omega_2 + \omega_1)t} e^{-i\phi_2} + e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} e^{i\phi_2}) + \sigma_2^+ e^{i\phi_2} (e^{i2(\omega_2 t - \phi_2)} + 1) \right] + \text{H.c.} \quad (\text{A.11})$$

Behin hemen, $\pm|2\omega_1|, \pm|2\omega_2|$ eta $\pm|\omega_1 + \omega_2|$ maiztasunekin biratzen duten terminoak arbuia ditzakegu RWA erabiliz. $|\omega_1|, |\omega_2| \gg \Omega_1, \Omega_2$ betetzen denez, sistemaren dinamikan gai hauen efektua guztiz arbuia garria da. Ez da berdin gertatzen $\pm|\omega_2 - \omega_1|$ maiztasunarekin biratzen duten terminoekin, baina hauen efektua DDKo teknikak erabiliz desagerraraziko dugu. Hau nola egiten dugun 2.1.3 atalean eta A.6. eranskinean azaldu dugu. Hau kontuan izanda, termino hauek ere arbuia ditzakegu eta beraz Hamiltondarra testu nagusiko (2.3) ekuazioan agertzen den bezala idatz daiteke:

$$H^I(t) = \eta_1 \nu_1 (b e^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_1^z - \eta_2 \nu_2 (c e^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_1^z + \eta_1 \nu_1 (b e^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_2^z + \eta_2 \nu_2 (c e^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_2^z + \frac{\Omega_1(t)}{2} (\sigma_1^+ e^{i\phi_1} + \sigma_1^- e^{-i\phi_1}) + \frac{\Omega_2(t)}{2} (\sigma_2^+ e^{i\phi_2} + \sigma_2^- e^{-i\phi_2}). \quad (\text{A.12})$$

A.4. Eboluzio eragilea

Eboluzio eragilea analitikoki ebatzi daiteke Hamiltondarra honakoa bada

$$H^{II}(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M f_j(t) \eta_{jm} \nu_m (a_m e^{-i\nu_m t} + a_m^\dagger e^{i\nu_m t}) \sigma_j^z. \quad (\text{A.13})$$

Gure kasuan, bat bateko π -pultsuen efektua dela eta, Hamiltondarrak ondorengo forma hartzen du:

$$\begin{aligned}
 H^I(t) &= f_1(t)\eta_1\nu_1(be^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_1^z \\
 &\quad - f_1(t)\eta_2\nu_2(ce^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_1^z \\
 &\quad + f_2(t)\eta_1\nu_1(be^{-i\nu_1 t} + b^\dagger e^{i\nu_1 t}) \sigma_2^z \\
 &\quad + f_2(t)\eta_2\nu_2(ce^{-i\nu_2 t} + c^\dagger e^{i\nu_2 t}) \sigma_2^z,
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

eta ondorioz (A.13) Hamiltondarraren baliokidea da $a_1 = b$, $a_2 = c$ eta $\eta_{11} = \eta_{21} = \eta_1$, $\eta_{12} = -\eta_{22} = -\eta_2$ izanik.

Hamiltondarrean denbora era esplizituan agertzen bada, eboluzio eragilea Magnusen garapena erabiliz kalkula daiteke:

$$U(t) = \exp \{ \Omega_1(t) + \Omega_2(t) + \Omega_3(t) + \dots \}, \tag{A.15}$$

non (orokorrean $t_0 \neq 0$)

$$\begin{aligned}
 \Omega_1(t, t_0) &= -i \int_{t_0}^t dt_1 H(t_1) \\
 \Omega_2(t, t_0) &= -\frac{1}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 [H(t_1), H(t_2)] \\
 \Omega_3(t, t_0) &= \frac{i}{6} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_3 \left([H(t_1), [H(t_2), H(t_3)]] \right. \\
 &\quad \left. + [H(t_3), [H(t_2), H(t_1)]] \right),
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

eta abar. Gure kasuan, Ω_k terminoak $k > 2$ bada zero dira, $[H(s), [H(s'), H(s'')]] = 0$ delako. Ω_1 lehenengo terminoa

$$\Omega_1(t, t_0) = -i \sum_{j,m} \eta_{jm} [a_m G_{jm}(t, t_0) + a_m^\dagger G_{jm}^*(t, t_0)] \sigma_j^z \tag{A.17}$$

da, non

$$G_{jm}(t, t_0) = \nu_m \int_{t_0}^t dt' f_j(t') e^{-i\nu_m t'} \tag{A.18}$$

den. Bigarrenaren kalkulua eginez, honakoa dugu:

$$\begin{aligned}
 \Omega_2(t, t_0) &= -\frac{1}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 [H(t_1), H(t_2)] = -\frac{i}{2} \int_{t_0}^t dt_1 [H(t_1), \Omega_1(t_1, t_0)] \\
 &= -\frac{i}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \sum_{jm} \sum_{j'm'} (-i) \eta_{jm} \eta_{j'm'} \nu_m \\
 &\times [f_j (a_m e^{-i\nu_m t_1} + a_m^\dagger e^{i\nu_m t_1}) \sigma_j^z, (a_{m'} G_{j'm'} + a_{m'}^\dagger G_{j'm'}^*) \sigma_{j'}^z] \\
 &= -\frac{i}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \sum_{jj'} \sum_m (-i) \eta_{jm} \eta_{j'm} \nu_m \\
 &\times (f_j G_{j'm}^* e^{-i\nu_m t_1} [a_m, a_m^\dagger] + f_j G_{j'm} e^{i\nu_m t_1} [a_m^\dagger, a_m]) \sigma_j^z \sigma_{j'}^z. \quad (\text{A.19})
 \end{aligned}$$

$[a_m, a_{m'}^\dagger] = \delta_{m,m'}$ eta $(\sigma_j^z)^2 = \mathbb{1}$ propietateak erabiliz:

$$\Omega_2(t, t_0) = i\varphi(t, t_0) \sigma_1^z \sigma_2^z + K(t, t_0) \mathbb{1} \quad (\text{A.20})$$

dugu, non φ fasea denboraren funtzioa den, bere adierazpena

$$\varphi(t, t_0) = \sum_m \Im \int_{t_0}^t dt' \eta_{1m} \eta_{2m} \nu_m \{f_1(t') G_{2m}(t', t_0) + f_2(t') G_{1m}(t', t_0)\} e^{i\nu_m t'} \quad (\text{A.21})$$

izanik, non \Im -ek "barrukoaren zati irudikaria" adierazi nahi duen. $K(t)$ arbuia dugu, honen efektua fase global bat besterik ez da eta. Azkenik, erraz ikus daiteke eboluzio eragilea honela idatz daitekeela:

$$U(t, t_0) = U_s(t, t_0) U_c(t, t_0) \quad (\text{A.22})$$

non

$$U_s(t, t_0) = \exp \left\{ -i \sum_{j,m} \eta_{jm} [a_m G_{jm}(t, t_0) + a_m^\dagger G_{jm}^*(t, t_0)] \sigma_j^z \right\}, \quad (\text{A.23})$$

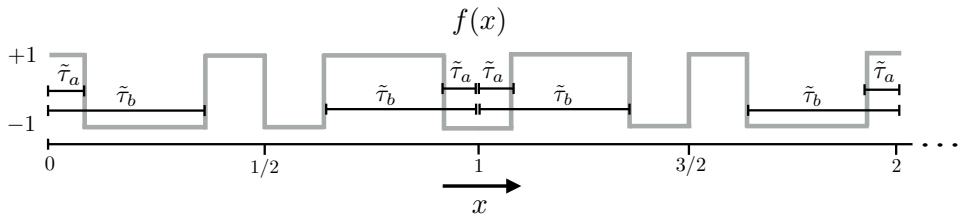
eta

$$U_c(t, t_0) = \exp [i\varphi(t, t_0) \sigma_1^z \sigma_2^z] \quad (\text{A.24})$$

dugun.

A.5. $G_{jm}(t)$ eta $\varphi(t)$ funtzioen propietateak

$G_{jm}(T_G) = 0$ eta $\varphi(T_G) \neq 0$ baldintzak betetzen dituzten sekuentziak bilatzeko garrantz-itsua da ezinbestekoak diren aldagaiak soilik kontuan izatea. $f_1(t) = f_2(t) = f(t)$ modulazio funtzioa guztiz finkatzen da τ_a, τ_b, τ , eta M aldagaiak aukeraturaz gero. Sekuentziaren iraupena, bestalde, τ eta M aldagaiek finkatzen dute ($T_G = M\tau$). Komenigarria da



A.2 irudia: AXY-4 pultsu segidaren lehen bi blokeei dagokien $f(x)$ modulazio funtzioa. Denbora sekuentziaren τ iraupen karakteristikoarekiko normalizatu dugu ($x = t/\tau$), baita ere beste parametroak, $\tilde{\tau}_a = \tau_a/\tau$ eta $\tilde{\tau} = \tau_b/\tau$.

f funtzioaren eremuan eskala-aldaketa bat egitea, $t = x\tau$ adierazpenak emanda, τ sekuentziaren denbora karakteristikoa erabiliz. Honela, $f(t + \tau) = -f(t)$ propietatea $f(x + 1) = -f(x)$ da orain. Bestalde, τ_a eta τ_b , $\tilde{\tau}_a = \tau_a/\tau$ eta $\tilde{\tau} = \tau_b/\tau$ bezala birdefinitu daitezke. A.2 irudian AXY-4 sekuentziari dagokion modulazio funtzioa adierazten da, eskala-aldaketa ostean. Orain, G_{jm} funtzioak T_G aldiunean

$$G_{jm}(T_G) = \nu_m \int_0^{T_G} dt f(t) e^{-i\nu_m t} = \nu_m \tau \int_0^M dx f(x) e^{-i\nu_m \tau x}. \quad (\text{A.25})$$

adierazten dira. τ eta ν ondorengo moduan erlazionatuz

$$\nu \tau = 2\pi r \quad \text{with } r \in \mathbb{N}, \quad (\text{A.26})$$

ν parametroa funtzioen adierazpenetik kanporatu daiteke:

$$G_{j1}(T_G) = \nu_1 \tau \int_0^M dx f(x) e^{-i2\pi r x} = 2\pi r \int_0^M dx f(x) e^{-i2\pi r x} \quad (\text{A.27})$$

$$G_{j2}(T_G) = \nu_2 \tau \int_0^M dx f(x) e^{-i2\pi \sqrt{3} r x} = 2\pi \sqrt{3} r \int_0^M dx f(x) e^{-i2\pi \sqrt{3} r x}. \quad (\text{A.28})$$

Berdina egin daiteke $\varphi(t)$ funtzioarekin, eskala-aldaketa ondoren $\tilde{\varphi}_1(t)$ eta $\tilde{\varphi}_2(t)$ funtzioen bidez defini daiteke:

$$\varphi(t) = \eta_1^2 \tilde{\varphi}_1(t) - \eta_2^2 \tilde{\varphi}_2(t) = \eta_1^2 (\tilde{\varphi}_1(t) - \frac{1}{3\sqrt{3}} \tilde{\varphi}_2(t)) = \eta_1^2 \tilde{\varphi}(t), \quad (\text{A.29})$$

non

$$\tilde{\varphi}_1(T_G) = (2\pi r)^2 \Im \int_0^M dx \int_0^x dy [f_1(x)f_2(y) + f_2(x)f_1(y)] e^{i2\pi r(x-y)} \quad (\text{A.30})$$

$$\tilde{\varphi}_2(T_G) = (2\pi \sqrt{3} r)^2 \Im \int_0^M dx \int_0^x dy [f_1(x)f_2(y) + f_2(x)f_1(y)] e^{i2\pi \sqrt{3} r(x-y)}, \quad (\text{A.31})$$

edo

$$\tilde{\varphi}(T_G) = (2\pi r)^2 \Im \int_0^M dx \int_0^x dy [f_1(x)f_2(y) + f_2(x)f_1(y)] \quad (\text{A.32})$$

$$\times (e^{i2\pi r(x-y)} - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{i2\pi\sqrt{3}r(x-y)}). \quad (\text{A.33})$$

Orain argi geratzen da $\tilde{G}_{j1}(T_G)$, $\tilde{G}_{j2}(T_G)$, eta $\tilde{\varphi}(T_G)$, $\tilde{\tau}_a$, $\tilde{\tau}_b$, M eta r -ren funtzio direla. Honela, testu nagusiko 2.3 irudian irudikatutako funtzioek ($M = 4$, $r = 1, 2, 3$ kasuak), ez dute ν_m parametroarekiko menpekotasunik, soilik $\tilde{\tau}_a$ eta $\tilde{\tau}_b$ -rena.

A.6. Pultsuen eboluzio eragilea

loi batean π -pultsu azkarrak egin ostean honek alboko ioian duen diafonia efektua arbuiaut ahal izateko, beharrezkoa da Rabi maiztasunaren balio jakin bat hautatzea. π -pultsu bat aplikatzen denean, esaterako, lehen ioiaren Hamiltondarra hau da:

$$H = \frac{\omega_1}{2} \sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2} \sigma_2^z + \Omega_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1) (\sigma_1^x + \sigma_2^x). \quad (\text{A.34})$$

$\frac{\omega_1}{2} \sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2} \sigma_2^z$ terminoekiko elkarrekintza-irudian, goiko Hamiltondarra honela berridatzi daiteke:

$$H = \frac{\Omega_1}{2} \sigma_1^{\phi_1} + \frac{\Omega_1}{2} [\sigma_2^+ e^{i\phi_1} e^{i\delta_2 t} + \text{H.c.}], \quad (\text{A.35})$$

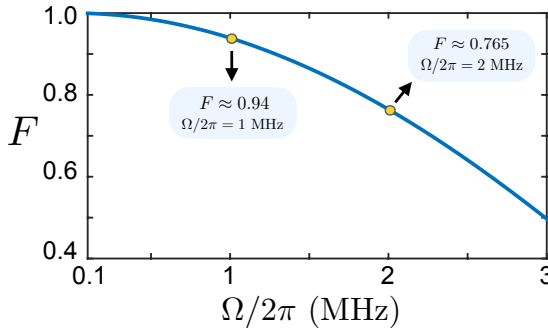
non $\sigma_1^{\phi_1} = \sigma_1^+ e^{i\phi_1} + \sigma_1^- e^{-i\phi_1}$ eta $\delta_2 = \omega_2 - \omega_1$ diren. Hemen, goiko ekuazioko eskumako terminoa arbuiaigarria dela esan daiteke baldin eta Ω_1 Rabi maiztasuna txikia bada δ_2 maiztasunarekin konparatuz. Honek Ω_1 -en balio maximoan muga bat jartzen du, pultsuen iraupena baldintzatuz. $\omega_2 - \omega_1 \approx (2\pi) \times 45$ MHz baldin bada, fidelitate altuak mantentzeko, Ω_1 , $(2\pi) \times 1$ MHz baino txikiagoa izan beharko litzatekeela ikus daiteke A.3 irudian.

Muga hau ez da beharrezkoa, ondoren azalduko dugun bezala. Hurrengo adierazpena erabiliz,

$$\begin{aligned} U_{[t:t_0]} &\equiv \hat{T} e^{-i \int_{t_0}^t H(s) ds} = U_0 \tilde{U}_{[t:t_0]} \\ &\equiv e^{-i H_\delta (t-t_0)} \hat{T} e^{-i \int_{t_0}^t U_0^\dagger (H(s) - H_\delta) U_0 ds}, \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

non \hat{T} denbora ordenamendu eragilea den eta $H_\delta = -(\delta_2/2) \sigma_2^z$, (A.35) ekuazioari dagokion eboluzio eragilea aurki dezakegu analitikoki (t, t_0) denbora tarte batean:

$$U_{[t:t_0]} = e^{-i \frac{\Omega_1}{2} \sigma_1^{\phi_1} (t-t_0)} e^{i \frac{\delta_2}{2} \sigma_2^z (t-t_0)} e^{-i \gamma (t-t_0) \hat{n}_0 \cdot \vec{\sigma}_2}, \quad (\text{A.37})$$



A.3 irudia: Fidelitatea $H = \frac{\Omega_1}{2}\sigma_1^{\phi_1} + \frac{\Omega_1}{2}[\sigma_2^+ e^{i\phi_1} e^{i\delta_2 t} + \text{H.c.}]$ eta $H = \frac{\Omega_1}{2}\sigma_1^{\phi_1}$ Hamiltondarrek deskribaturiko 20π -pultsu aplikatu ostean, Rabi maiztasunaren funtzioan. Fidelitatearen galera ikus daiteke, RWArean hutsegitea dela eta. Simulazio hauetan $\delta_2 \approx (2\pi) \times 45$ MHz hartu dugu, 2.1.3 atalean erabilitako balioa baino altuago dena.

non $\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{\Omega_1^2 + \delta_2^2}$ eta

$$\hat{n}_0 = \frac{1}{2\gamma} \left[\Omega \cos(\phi - \varphi_0), -\Omega \sin(\phi + \varphi_0), \delta \right], \quad (\text{A.38})$$

non $\varphi_0 = \delta t_0/2$ den.

(A.35) ekuazioko lehen eta bigarren terminoak trukakorrak direnez, (A.36) erlazioa aplika diezaiokegu $\frac{\Omega_1}{2}[\sigma_2^+ e^{i\phi_1} e^{i\delta_2 t} + \text{H.c.}]$ zatitari. Azkenik, π -pultsu bat nahi dugunez, $(t - t_0) = t_\pi^{(1)} \equiv \frac{\pi}{\Omega_1}$ ezar dezakegu, ondoregoa ekarriz

$$U_{t_\pi}^{(1)} = e^{-i(\Omega_1/2)\sigma_1^{\phi_1} t_\pi} e^{i(\delta_2/2)\sigma_2^z t_\pi} e^{-i\gamma t_\pi (\hat{n}_0 \cdot \vec{\sigma}_2)}. \quad (\text{A.39})$$

Era berean, bigarren ioiari aplikaturiko π -pultsu baten kasuan ($t_\pi^{(2)} \equiv \frac{\pi}{\Omega_2}$ izanik), ondorengo izango genuke

$$U_{t_\pi}^{(2)} = e^{-i(\Omega_2/2)\sigma_2^{\phi_2} t_\pi} e^{i(\delta_1/2)\sigma_1^z t_\pi} e^{-i\gamma t_\pi (\hat{n}_0 \cdot \vec{\sigma}_1)}. \quad (\text{A.40})$$

(A.39) eta (A.40) ekuazioetan π -pultsua sortzen duten terminoak ageri dira ($\exp[-i\frac{\Omega_1}{2}\sigma_1^{\phi_1} t_\pi]$ and $\exp[-i\frac{\Omega_2}{2}\sigma_2^{\phi_2} t_\pi]$), diafonia terminoekin batera. $\exp[-i\gamma t_\pi \vec{\sigma}_2]$ eta $\exp[-i\gamma t_\pi \vec{\sigma}_1]$ terminoak desagerrarazteko $\Omega_{1,2}$ Rabi maiztasunen balio jakin batzuk aukera ditzakegu, ondorengo bete dezaten

$$\gamma t_\pi = \frac{1}{2} \sqrt{(\Omega_{1,2})^2 + (\delta_{2,1})^2} \frac{\pi}{\Omega_{1,2}} = \pi \times k, \text{ non } k \in \mathbb{Z}. \quad (\text{A.41})$$

Hau honela bada, $\exp[-i\gamma t_\pi (\hat{n}_0 \cdot \vec{\sigma}_2)] = \exp[-i\gamma t_\pi (\hat{n}_0 \cdot \vec{\sigma}_1)] = \pm 1$ dugu eta soilik

$\exp [i \frac{\delta_2}{2} \sigma_2^z t_\pi]$ eta $\exp [i \frac{\delta_1}{2} \sigma_1^z t_\pi]$ terminoak geldituko zaizkigu eboluzio eragilean. Hauek ordea, AXY sekuentziaren eraginagatik desagertuko dira, ikus 2.1.3 atala.

A.7. Berotze-abiaduren estimazioa

$\Gamma_{b,c}$ parametroak estimatzeko [276] erreferentzia erabili dugu, baita ere [287] erreferentzian aurki daitekeen berotze-abiadurak tranparen parametroengan daukan menpekotasuna. Zehazki, erreferentzia balio bezala hartu ditugu $\dot{n}_{\text{com}}^{\text{ref}} = 41$ fonoi/s (masa-zentro moduarentzat) $\nu_1^{\text{ref}}/(2\pi) = 427$ kHz maiztasunarentzat, eta $\dot{n}_{\text{bre}}^{\text{ref}} = 7$ fonoi/s (arnaste moduarentzat) $\nu_2^{\text{ref}}/(2\pi) = 459$ kHz maiztasunerako [276]. Balio hauek giro tenperaturan ($T^{\text{ref}} = 300$ K) eta elektrodoetatik $d^{\text{ref}} \approx 310$ μm -ra egonda neurtu dira, $g_B = 23.6 \frac{\text{T}}{\text{m}}$ -ko gradientea sortuz.

Gure metodoak eremu magnetikoaren gradiente handiagoak behar ditu, eta horrek ioia eta elektrodoen arteko distantzia txikitzea eskatzen du. $g_B = 150 \frac{\text{T}}{\text{m}}$ -ko gradientea sortzeko, beharrezkoa da $d \approx 150$ μm -ko distantzia. Gainera, $\nu_1 = \nu$ eta $\nu_2 = \sqrt{3}\nu$ dira, non $\nu/(2\pi) = 150$ kHz, eta $T = 50$ Kelvineko tenperatura kontsideratuko ditugun. Egoera honetan, \dot{n}_{com} eta \dot{n}_{bre} berotze abiadurentzako balio berriak atera ahal ditugu [287] erreferentzian agertzen diren menpekotasunak kontuan hartuz. Gure kasuan:

$$\dot{n}_{\text{com}} \approx \dot{n}_{\text{com}}^{\text{ref}} \left(\frac{\nu_1^{\text{ref}}}{\nu_1} \right)^2 \left(\frac{d^{\text{ref}}}{d} \right)^4 \left(\frac{T^{\text{ref}}}{T} \right)^{-2.13}, \quad (\text{A.42})$$

eta

$$\dot{n}_{\text{bre}} \approx \dot{n}_{\text{bre}}^{\text{ref}} \left(\frac{\nu_2^{\text{ref}}}{\nu_2} \right)^2 \left(\frac{d^{\text{ref}}}{d} \right)^4 \left(\frac{T^{\text{ref}}}{T} \right)^{-2.13}. \quad (\text{A.43})$$

Hontaz aparte, oszilatazailearen oinarrizko egoeratik gertu

$$\dot{n}_{\text{com,bre}} = \Gamma_{b,c} \bar{N}_{b,c} \quad (\text{A.44})$$

dugula [287] erabil dezakegu. Honekin eta $\bar{N}_{b,c} \equiv N_{b,c}^{\text{thermal}} = 1/(e^{\hbar\nu_{1,2}/k_B T} - 1)$ dela erabiliz, $\Gamma_{b,c}$ -ren balio berriak atera ahal ditugu.

Kontsideratu dugun beste kasuan, gradientearen $g_B = 300 \frac{\text{T}}{\text{m}}$ balioa erabili dugu. Honek distantzia txikitzea ekarriko luke, beroketa gehiago ekarritz. $g_B \sim \frac{1}{d^2}$ menpekotasuna kontsideratuz, distantzia berria kalkula daiteke, $d = \sqrt{\frac{150}{300}} 150 \mu\text{m} \approx 106 \mu\text{m}$. Distantzia berri hau (A.42) eta (A.43) ekuazioekin batera erabil daiteke $\Gamma_{b,c}$ berotze abiaduren parametro berriak kalkulatzeko.

B

Gogoeta Osagarriak Bi Qubiteko Ate Hibridoari Buruz

B.1. Elkarrekintza irudiak eta MU sekuentzia

2.2 atalean erabilitako elkarrekintza-irudia $H_0 = \frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z + \nu a^\dagger a$ Hamiltondarrak ezartzen du; honi ioiaren elkarrekintza-irudia deituko diogu. Hau dela eta, metodoak sortutako Bell egoerak irudi honen arabera biratuko du. 2.2 atalean zehar zenbait elkarrekintza-irudi erabiltzen ditugu sistemako interakzio guztiak hobeto ulertzeko. Elkarrekintza-irudi bikromatikoak, adibidez, $H_B(t) = \Omega \cos(\delta t) S_x$ Hamiltondarrak definitzen du [264, 291, 292]. (2.22) Hamiltondarra irudi honetan idatzia dago, eta t_n aldiunean sortutako egoera elkarrekintza-irudi bikromatikoan edo ioiaren elkarrekintza-irudian berdina izan dadin, $U_1(t_n) = \exp[i\Omega \text{sinc}(\delta t_n) S_x] = \mathbb{1}$ izan behar da¹. Bi irudi hauek sinkronizatzeko, desintonien artean $\xi = \delta/N = \nu/(N-1)$ erlazioa ezartzen dugu, honela $\delta t_n = 2\pi N$ izan dadin, non $N \in \mathbb{N}$. Hau ez da behar-beharrezkoa, efektu berdina lortu daiteke pulstuen modulazioa erabiliz [264, 291].

Seinale eramailea sartzea $\frac{\tilde{\Omega}_{DD}}{2} S_y$ terminoaren bidez adierazten da (2.29) ekuazioan. Termino hau atearen Hamiltondarrarekiko trukakorra den arren, bi qubiten biraketa eragiten du. Biraketa hauek t_n denborekin sinkronizatzeko, $\tilde{\Omega}_{DD}$ maiztasunak $\tilde{\Omega}_{DD} t_n = 2\pi m$ baldintza bete behar du, non $m \in \mathbb{N}$. Bestalde, fase-iraulketa kantitateak Ω_{DD} maiztasunaren balioa baldintzatzen du, bi fase-iraulketen arteko debora-tartea $2\pi/\tilde{\Omega}_{DD}$ periodoaren multiploa izan behar dalako. Hau ezinbestekoa da eremu magnetikoaren aldaketek eragindako akatsak zuzentzeko. Aldi berean, honek Ω_{DD} maiztasunaren balio minimo bat ezartzen du, balio hau orduan eta altuagoa izanik fase-iraulketen kopuruak gora egin ahala. Azkenik, fase-modulazioa erabiliz gero, fase-iraulketen arteko denbora-tarteak π/δ periodoaren multiploa izan behar du baita ere.

¹sinc funtzioa $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ bezala definitzen da.

B.2. Hamiltondarra diafonia terminoekin eta bi modu bibrazionalekin

Eremu magnetikoaren gradiente baten ($\partial B/\partial z = g_B$) eraginpean dauden bi ioi harrapatu deskribatzen duen Hamiltondarra, $\frac{\omega_1}{2}\sigma_1^z + \frac{\omega_2}{2}\sigma_2^z + \nu b^\dagger b + \sqrt{3}\nu c^\dagger c$ terminoekiko elkarrekintza-irudi baten, ondokoa da:

$$H_{sys} = \eta\nu(be^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + 3^{-1/4}\eta\nu(ce^{-i\sqrt{3}\nu t} + c^\dagger e^{i\sqrt{3}\nu t})(-\sigma_1^z + \sigma_2^z) \quad (B.1)$$

non $b^\dagger(b)$ eta $c^\dagger(c)$ bi ioieko katearen masa-zentro eta arnaste moduei loturiko sortze (deuseztatze) eragileak diren. Kasu honetan, masa-zentro modua bi qubiten arteko bitartekari bezala erabiliko dugu, bestea, ordea, erresonantzia kanpo geldituko da. 2.2 ataleko zenbakizko simulazioetan, modu hauentzat $N_{\text{com}} = 15$ eta $N_{\text{br}} = 5$ dimentsioko Hilberten espazioa erabiliko dugu, hurrenez hurren.

Lehen qubitean eragiten duen $\tilde{\omega}_1$ maiztasuneko eta ϕ fase-dun MU seinale baten Hamiltondarra

$$H_{q1} = \frac{\Omega_1}{2}(\sigma_1^+ e^{i\omega_1 t} + \sigma_2^+ e^{i\omega_2 t})(e^{i\tilde{\omega}_1 t} e^{-i\phi} + e^{-i\tilde{\omega}_1 t} e^{i\phi}) + \text{H.c.} \quad (B.2)$$

da, non $|\omega_1 - \tilde{\omega}_1| \ll \omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1 + \omega_2$ den. $\pm(\omega_1 + \tilde{\omega}_1)$ eta $\pm(\omega_2 + \tilde{\omega}_1)$ maiztasunekin biratzen duten terminoak RWA erabiliz arbuatuz gero, Hamiltondarra

$$H_{q1} = \frac{\Omega_1}{2}(\sigma_1^+ + \sigma_2^+ e^{i\Delta\omega t})e^{i\phi} + \text{H.c.} \quad (B.3)$$

da, non $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\gamma_e g_B}{2} \left(\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 M\nu^2} \right)^{1/3}$ den. Gure metodoan, qubit bakoitzean fase-modulazioa erabiltzen duten bi seinalek eragiten dute, beraz, Hamiltondar totala

$$H = H_{sys} + \sum_{j=1}^2 \left\{ 2\Omega_j(t) \cos[\omega_j t - \phi] - \Omega_{\text{DD}} \sin[\omega_j t - \phi] \right\} \times (\sigma_1^+ e^{i\omega_1 t} + \sigma_2^+ e^{i\omega_2 t} + \text{H.c.}) \quad (B.4)$$

da, non $\Omega_j(t) = \Omega_j \cos(\delta t)$ eta $\phi \equiv \phi(t)$ diren. ω_j maiztasuneko terminoak arbuatuz gero, Hamiltondarra ondokoa bihurtzen da:

$$H = H_{sys} + [\Omega(t) - if(t) \frac{\Omega_{\text{DD}}}{2}] e^{if(t)\phi(t)} \times [\sigma_1^+(1 + e^{-i\Delta\omega t}) + \sigma_2^+(1 + e^{i\Delta\omega t})] + \text{H.c.}, \quad (B.5)$$

non $f(t) + 1$ edo -1 izan daitekeen egindako fase-iraulketa kopuruaren arabera, eta $\phi(t)$ testu nagusian aurki daitekeen. Goiko Hamiltondarra da zenbakizko simulazioetan erabili

duguna. Honek kontuan hartzen ditu $\pm\Delta\omega$ maiztasunarekin biratzen duten diafonia terminoak, hauen efektua ez baita arbuia garria. Hauen efektua, ordea, asko txikituko da seinale eramailea sartuz gero. Metodoa hobeto ulertze aldera, 2.2.1 atalean ez ditugu sartu diafonia terminoak, ezta erresonantziak kanpo dagoen modua ere. Honela, (B.5) Hamiltondarrara

$$H = \eta\nu(be^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})S_z + [\Omega \cos(\delta t) - if(t)\frac{\Omega_{DD}}{2}]e^{if(t)\phi(t)}S_+ + \text{H.c.} \quad (\text{B.6})$$

bezala berridatzi daiteke. Hau, (2.27) Hamiltondarraren berdina litzateke $f(t)$ funtzioagatik ez balitz. Azken hau ez dugu sartu adierazpena sinplifikatzearen.

B.3. Bigarren ordenako Hamiltondarraren kalkulua

Atal honetan (2.30) ekuazioaren kalkulua azalduko dugu, (2.29) ekuazioari dagokion bigarren ordenako Hamiltondarraren kalkulua, hain zuzen. (2.29) ekuazioa hurrengo da:

$$\begin{aligned} \tilde{H} = \eta\nu J_0\left(\frac{2\Omega}{\delta}\right)(be^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})S_z + 2\eta\nu J_1\left(\frac{2\Omega}{\delta}\right)(be^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})\sin(\delta t)S_y \\ + \frac{\tilde{\Omega}_{DD}}{2}S_y - \tilde{\Omega}_{DD}\frac{J_1^2(2\Omega/\delta)}{J_0(2\Omega/\delta)}\cos(2\delta t)S_y. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$\tilde{\Omega}_{DD}S_y/2$ terminoarekiko biratzen duen elkarrekintza-irudi baten, \tilde{H} Hamiltondarrara

$$\begin{aligned} \tilde{H} = \eta\nu J_0(\tilde{S}_+be^{-i(\nu-\tilde{\Omega})t} + \tilde{S}_-be^{-i(\nu+\tilde{\Omega})t} + \text{H.c.}) \\ + 2\eta\nu J_1(be^{-i\nu t} + b^\dagger e^{i\nu t})\sin(\delta t)S_y - \tilde{\Omega}_{DD}\frac{J_1^2}{J_0}\cos(2\delta t)S_y \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

bilakatzen da, non $\tilde{\Omega} \equiv \tilde{\Omega}_{DD}$ eta $\tilde{S}_\pm = \frac{1}{2}(S_z \pm iS_x)$ diren.

(B.8) ekuazioko lehen terminoaren bigarren ordenako Hamiltondarrara kalkulatu dugu, $\tilde{\Omega}_{DD} < \nu$ dela kontuan hartuz eta honen akoplamendu-maiztasuna atearena baino altuagoa delako. Bigarren ordenako Hamiltondarrara Magnusen garapena erabiliz atera daiteke, eta hurrengo da:

$$\begin{aligned} \tilde{H}^{(2)}(t) = -i\frac{\eta^2\nu^2 J_0^2}{2} \int_0^t dt' [\tilde{S}_+be^{-i(\nu-\tilde{\Omega})t'} + \tilde{S}_-be^{-i(\nu+\tilde{\Omega})t'} + \text{H.c.}] \\ , \tilde{S}_+be^{-i(\nu-\tilde{\Omega})t'} + \tilde{S}_-be^{-i(\nu+\tilde{\Omega})t'} + \text{H.c.}] \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Lehenbizi, denborarekiko independenteak diren terminoak sortuko dituzten terminoetan

jarriko dugu arreta. Hauek dira:

$$\int_0^t dt' [b\tilde{S}_+, b^\dagger\tilde{S}_-] \dots = [b\tilde{S}_+, b^\dagger\tilde{S}_-] \frac{-2i}{\nu - \tilde{\Omega}} (1 - \cos[(\nu - \tilde{\Omega})t]) \quad (\text{B.10})$$

$$\int_0^t dt' [b\tilde{S}_-, b^\dagger\tilde{S}_+] \dots = [b\tilde{S}_-, b^\dagger\tilde{S}_+] \frac{-2i}{\nu + \tilde{\Omega}} (1 - \cos[(\nu + \tilde{\Omega})t]). \quad (\text{B.11})$$

Trukatzaileak $[AB, A^\dagger B^\dagger] = [A, A^\dagger]BB^\dagger + A^\dagger A[B, B^\dagger]$ erlazioa erabiliz kalkulatu daitezke, erlazio hau egia izanik soilik $[A, B] = 0$ bada. Hau erabiliz,

$$[b\tilde{S}_+, b^\dagger\tilde{S}_-] = \frac{1}{4}(S_x^2 + S_z^2) + (b^\dagger b + \frac{1}{2})S_y \quad (\text{B.12})$$

$$[b\tilde{S}_-, b^\dagger\tilde{S}_+] = \frac{1}{4}(S_x^2 + S_z^2) - (b^\dagger b + \frac{1}{2})S_y, \quad (\text{B.13})$$

eta bigarren ordenako Hamiltondarraren denborarekiko independentea den zatia hurrengoa da:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\text{eff}}^{(2)} = & - \frac{\eta^2 \nu^2 J_0^2}{4} \left\{ \frac{1}{\nu - \tilde{\Omega}} + \frac{1}{\nu + \tilde{\Omega}} \right\} (S_x^2 + S_z^2) \\ & - \frac{\eta^2 \nu^2 J_0^2}{2} \left\{ \frac{1}{\nu - \tilde{\Omega}} - \frac{1}{\nu + \tilde{\Omega}} \right\} (2b^\dagger b + 1)S_y, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

zeina

$$\tilde{H}_{\text{eff}}^{(2)} = -\frac{g_\nu}{2}(S_x^2 + S_z^2) - g_{\tilde{\Omega}}(2b^\dagger b + 1)S_y \quad (\text{B.15})$$

bezala berridatz daitekeen, non $g_\nu = \frac{\nu\eta^2 J_0^2}{1-\tilde{\Omega}^2/\nu^2}$ eta $g_{\tilde{\Omega}} = \frac{\tilde{\Omega}\eta^2 J_0^2}{1-\tilde{\Omega}^2/\nu^2}$ diren.

C

Gogoeta Osagarriak QRMko Elkarrekintza Selektiboei Buruz

C.1. Rabi-Stark Hamiltondarraren Dysonen garapena

Rabi-Stark Hamiltondarra, (3.1) ekuazioan agertzen den bezala, hurrengoa da:

$$H = \frac{\omega_0}{2}\sigma_z + \omega a^\dagger a + \gamma a^\dagger a \sigma_z + g(\sigma_+ + \sigma_-)(a + a^\dagger), \quad (\text{C.1})$$

non $\sigma_z, \sigma_+, \sigma_-$ bi mailako sistemaren eragileak diren, eta a^\dagger eta a eremu bosonikoari dagozkion dimentsio infinituko eragileak diren. Ket-bra notazioa erabiliz, bi mailako matrizeak $\sigma_+ = |e\rangle\langle g|$, $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$ eta $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ dira, non $|e\rangle$ eta $|g\rangle$ egoera kitzikatua eta oinarrizko egoera diren. Bestalde, eragile bosonikoak honako eran adierazi daitezke:

$$a^\dagger = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} |n+1\rangle\langle n| \quad (\text{C.2})$$

$$a = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} |n\rangle\langle n+1|, \quad (\text{C.3})$$

non $|n\rangle$ n -garren Fock egoera den. Notazio honekin, (C.1) Hamiltondarra

$$H = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n^e |e\rangle\langle e| \otimes |n\rangle\langle n| + \omega_n^g |g\rangle\langle g| \otimes |n\rangle\langle n| + \Omega_n (|e\rangle\langle g| + \text{H.c.}) \otimes (|n+1\rangle\langle n| + \text{H.c.}) \quad (\text{C.4})$$

bezala berridatzi daiteke, non $\omega_n^e = (\omega + \gamma)n + \omega_0/2$, $\omega_n^g = (\omega - \gamma)n - \omega_0/2$ eta $\Omega_n = g\sqrt{n+1}$ diren. (C.4) ekuazioaren zati diagonalak definituriko elkarrekintza-irudian,

elementu ez diagonalek ondoko eran biratuko dute:

$$|e\rangle\langle g| \otimes |n+1\rangle\langle n| \rightarrow |e\rangle\langle g| \otimes |n+1\rangle\langle n| e^{i(\omega_{n+1}^e - \omega_n^g)t} \quad (\text{C.5})$$

$$|g\rangle\langle e| \otimes |n+1\rangle\langle n| \rightarrow |g\rangle\langle e| \otimes |n+1\rangle\langle n| e^{-i(\omega_n^e - \omega_{n+1}^g)t} \quad (\text{C.6})$$

$$|e\rangle\langle g| \otimes |n\rangle\langle n+1| \rightarrow |e\rangle\langle g| \otimes |n\rangle\langle n+1| e^{i(\omega_n^e - \omega_{n+1}^g)t} \quad (\text{C.7})$$

$$|g\rangle\langle e| \otimes |n\rangle\langle n+1| \rightarrow |g\rangle\langle e| \otimes |n\rangle\langle n+1| e^{-i(\omega_{n+1}^e - \omega_n^g)t}, \quad (\text{C.8})$$

non $\delta_n^+ = \omega_{n+1}^e - \omega_n^g = \omega + [\omega_0 + \gamma(2n+1)]$ eta $\delta_n^- = \omega_{n+1}^g - \omega_n^e = \omega - [\omega_0 + \gamma(2n+1)]$ diren. Elkarrekintza-irudian, Hamiltondarra

$$H_I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n (\sigma_+ e^{i\delta_n^+ t} + \sigma_- e^{i\delta_n^- t}) \otimes |n+1\rangle\langle n| + \text{H.c.} \quad (\text{C.9})$$

da. (3.2) ekuazioaren baliokidea, hain zuzen.

C.1.1. Bigarren ordenako Hamiltondarra

(C.9) Hamiltondarrari dagokion bigarren ordenako Hamiltondarra ondoko adierazpenak ematen du [153]:

$$H^{(2)}(t) = -i \int_0^t dt' H_I(t) H_I(t'). \quad (\text{C.10})$$

$H_I(t)$ ondoko eran berridatzi daiteke,

$$H_I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n \left(S_n(t) |n+1\rangle\langle n| + S_n^\dagger(t) |n\rangle\langle n+1| \right), \quad (\text{C.11})$$

eta, orduan,

$$\begin{aligned} H^{(2)}(t) &= -i \sum_{n,n'} \Omega_n \Omega_{n'} \left(S_n(t) |n+1\rangle\langle n| + S_n^\dagger(t) |n\rangle\langle n+1| \right) \\ &\quad \times \int_0^t dt' \left(S_{n'}(t') |n'+1\rangle\langle n'| + S_{n'}^\dagger(t') |n'\rangle\langle n'+1| \right) \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

da, non $H^{(2)} = H_A^{(2)} + H_B^{(2)}$ den,

$$\begin{aligned} H_A^{(2)}(t) &= -i \sum_n \Omega_n^2 \left(S_n(t) \int_0^t dt' S_n^\dagger(t') \right) |n+1\rangle\langle n+1| \\ &\quad + \Omega_n^2 \left(S_n^\dagger(t) \int_0^t dt' S_n(t') \right) |n\rangle\langle n| \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

eta

$$H_B^{(2)}(t) = -i \sum_n \Omega_n \Omega_{n+1} \left(S_{n+1}(t) \int_0^t dt' S_n(t') \right) |n+2\rangle \langle n| \\ + \Omega_n \Omega_{n+1} \left(S_n^\dagger(t) \int_0^t dt' S_{n+1}^\dagger(t') \right) |n\rangle \langle n+2| \quad (\text{C.14})$$

izanik. $H_A^{(2)}(t)$ elementu diagonalekin osatua dago eta $H_B^{(2)}(t)$ bi fotoiko prozesuekin erlazionatzen da. Kalkulua eginez, ondorengoa lortzen dugu,

$$S_n(t) \int_0^t dt' S_n^\dagger(t') = \frac{i}{\delta_n^+} \sigma_+ \sigma_- + \frac{i}{\delta_n^-} \sigma_- \sigma_+ \\ - \frac{i}{\delta_n^+} \sigma_+ \sigma_- e^{i\delta_n^+ t} - \frac{i}{\delta_n^-} \sigma_- \sigma_+ e^{i\delta_n^- t} \quad (\text{C.15})$$

$$S_n^\dagger(t) \int_0^t dt' S_n(t') = -\frac{i}{\delta_n^+} \sigma_- \sigma_+ - \frac{i}{\delta_n^-} \sigma_+ \sigma_- \\ + \frac{i}{\delta_n^+} \sigma_- \sigma_+ e^{-i\delta_n^+ t} + \frac{i}{\delta_n^-} \sigma_+ \sigma_- e^{-i\delta_n^- t} \quad (\text{C.16})$$

$$S_{n+1}(t) \int_0^t dt' S_n(t') = -\frac{i}{\delta_n^-} \sigma_+ \sigma_- (e^{i(\delta_{n+1}^+ + \delta_n^-)t} - e^{i\delta_{n+1}^+ t}) \\ - \frac{i}{\delta_n^+} \sigma_- \sigma_+ (e^{i(\delta_{n+1}^- + \delta_n^+)t} - e^{i\delta_{n+1}^- t}) \quad (\text{C.17})$$

$$S_n^\dagger(t) \int_0^t dt' S_{n+1}^\dagger(t') = \frac{i}{\delta_{n+1}^-} \sigma_- \sigma_+ (e^{-i(\delta_n^+ + \delta_{n+1}^-)t} - e^{-i\delta_n^+ t}) \\ + \frac{i}{\delta_{n+1}^+} \sigma_+ \sigma_- (e^{-i(\delta_n^- + \delta_{n+1}^+)t} - e^{-i\delta_n^- t}). \quad (\text{C.18})$$

$\pm\delta_n^\pm$ desintoniekin biratzen duten terminoak arbuia ditzakegu, hauek fotoi bakarreko elkarrekintzak adierazten dituztelako. Beste terminoak mantenduz gero, hurrengoa dugu:

$$H_A^{(2)} \approx \sum_n \Omega_n^2 \left(\frac{\sigma_+ \sigma_-}{\delta_n^+} + \frac{\sigma_- \sigma_+}{\delta_n^-} \right) |n+1\rangle \langle n+1| - \Omega_n^2 \left(\frac{\sigma_- \sigma_+}{\delta_n^+} + \frac{\sigma_+ \sigma_-}{\delta_n^-} \right) |n\rangle \langle n| \quad (\text{C.19})$$

eta

$$H_B^{(2)}(t) \approx \sum_n -\Omega_n \Omega_{n+1} \left(\frac{\sigma_+ \sigma_-}{\delta_n^-} e^{i(\delta_{n+1}^+ + \delta_n^-)t} + \frac{\sigma_- \sigma_+}{\delta_n^+} e^{i(\delta_{n+1}^- + \delta_n^+)t} \right) |n+2\rangle \langle n| \\ + \Omega_n \Omega_{n+1} \left(\frac{\sigma_- \sigma_+}{\delta_{n+1}^-} e^{-i(\delta_n^+ + \delta_{n+1}^-)t} + \frac{\sigma_+ \sigma_-}{\delta_{n+1}^+} e^{-i(\delta_n^- + \delta_{n+1}^+)t} \right) |n\rangle \langle n+2|. \quad (\text{C.20})$$

(C.20) ekuazioan, bi fotoiko elkarrekintzak deskribatzen dituzten terminoak $\delta_n^+ + \delta_{n+1}^- = 2\omega - 2\gamma$ eta $\delta_{n+1}^+ + \delta_n^- = 2\omega + 2\gamma$ desintoniekin biratzen dute. Maiztasun hauek espektro-

kolapso puntuan dira soilik zero. Beraz, ez dugu bi fotoiko elkarrekintzarik ikustea espero, Hamiltondarra behetik bornatua dagoen erregimenean, behintzat. (C.19) ekuazioko terminoek Stark lerrakuntza gehigarri bat eragingo dute, ordena altuagoko prozesuetan erresonantzia-lerrakuntzak eraginez. Hamiltondarra honela sinplifika daiteke:

$$H_A^{(2)} \approx \sum_n \left\{ \left(\frac{\Omega_{n-1}^2}{\delta_{n-1}^+} - \frac{\Omega_n^2}{\delta_n^-} \right) \sigma_+ \sigma_- + \left(\frac{\Omega_{n-1}^2}{\delta_{n-1}^-} - \frac{\Omega_n^2}{\delta_n^+} \right) \sigma_- \sigma_+ \right\} |n\rangle \langle n|. \quad (C.21)$$

C.1.2. Hirugarren ordenako Hamiltondarra

Hirugarren ordenako Hamiltondarra ondoko adierazpenak ematen du:

$$H^{(3)}(t) = (-i)^2 \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' H_I(t) H_I(t') H(t''). \quad (C.22)$$

Aurreko ataleko notazio berdina erabiliz, hirugarren ordenako Hamiltondarra

$$\begin{aligned} H^{(3)}(t) = & - \sum_{n, n', n''} \Omega_n \Omega_{n'} \Omega_{n''} \left(S_n(t) |n+1\rangle \langle n| + \text{H.c.} \right) \\ & \times \int_0^t dt' \left(S_{n'}(t') |n'+1\rangle \langle n'| + \text{H.c.} \right) \int_0^{t'} dt'' \left(S_{n''}(t'') |n''+1\rangle \langle n''| + \text{H.c.} \right) \end{aligned} \quad (C.23)$$

da. Hiru fotoiko elkarrekintzak ondorengo Hamiltondarrean deskribatzen dira,

$$\begin{aligned} H_A^{(3)}(t) = & - \sum_n \Omega_n \Omega_{n+1} \Omega_{n+2} S_{n+2}(t) \\ & \times \int_0^t dt' S_{n+1}(t') \left(\int_0^{t'} dt'' S_n(t'') \right) |n+3\rangle \langle n| + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (C.24)$$

Bi mailako eragileen kontribuzioa kalkulatzeko, kontuan izan

$$\begin{aligned} S_{n+2}(t) S_{n+1}(t') S_n(t'') = & (\sigma_+ e^{i\delta_{n+2}^+ t} + \sigma_- e^{i\delta_{n+2}^- t}) \\ & \times (\sigma_+ e^{i\delta_{n+1}^+ t'} + \sigma_- e^{i\delta_{n+1}^- t'}) (\sigma_+ e^{i\delta_n^+ t''} + \sigma_- e^{i\delta_n^- t''}), \end{aligned} \quad (C.25)$$

terminoetatik, ondorengo terminoak kenduta, besteak zero direla (kontuan izan $\sigma_{\pm}^2 = 0$ dela):

$$S_{n+2}(t) S_{n+1}(t') S_n(t'') = \sigma_+ e^{i\delta_{n+2}^+ t} e^{i\delta_{n+1}^- t'} e^{i\delta_n^+ t''} + \sigma_- e^{i\delta_{n+2}^- t} e^{i\delta_{n+1}^+ t'} e^{i\delta_n^- t''}. \quad (C.26)$$

Integrala kalkulatu eta gero, Hamiltondarra honela berridatzi daiteke,

$$\begin{aligned}
 H_A^{(3)}(t) = & \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n \Omega_{n+1} \Omega_{n+2} \left\{ \frac{1}{\delta_n^+ (\delta_{n+1}^- + \delta_n^+)} \left(e^{i\delta_{n+}^{(3)} t} - e^{i\delta_{n+2}^+ t} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\delta_n^+ \delta_n^-} \left(e^{i2(\omega+\gamma)t} - e^{i\delta_{n+2}^+ t} \right) \right\} \sigma_+ |n+3\rangle \langle n| + \text{H.c} \\
 & + \Omega_n \Omega_{n+1} \Omega_{n+2} \left\{ \frac{1}{\delta_n^- (\delta_{n+1}^+ + \delta_n^-)} \left(e^{i\delta_{n-}^{(3)} t} - e^{i\delta_{n+2}^- t} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\delta_n^- \delta_n^+} \left(e^{i2(\omega-\gamma)t} - e^{i\delta_{n+2}^- t} \right) \right\} \sigma_- |n\rangle \langle n+3| + \text{H.c.}, \quad (\text{C.27})
 \end{aligned}$$

non $\delta_{n+}^{(3)} = \delta_{n+2}^+ + \delta_{n+1}^- + \delta_n^+ = 2\omega + \delta_{n+1}^+$ eta $\delta_{n-}^{(3)} = \delta_{n+2}^- + \delta_{n+1}^+ + \delta_n^- = 2\omega + \delta_{n+1}^-$ diren. Lehen ordenako prozesuekin erlazionaturik dauden eta δ_{n+2}^+ eta δ_{n+2}^- desintoniekin biratzen duten terminoak, eta $2(\omega \pm \gamma)$ maiztasunarekin biratzen duten terminoak arbuizten baditugu, Hamiltondar efektiboa

$$\begin{aligned}
 H_A^{(3)}(t) = & \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n \Omega_{n+1} \Omega_{n+2} \left\{ \frac{1}{2\delta_{n+}^+ (\omega - \gamma)} \sigma_+ e^{i\delta_{n+}^{(3)} t} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2\delta_{n-}^- (\omega + \gamma)} \sigma_- e^{i\delta_{n-}^{(3)} t} \right\} |n+3\rangle \langle n| + \text{H.c}. \quad (\text{C.28})
 \end{aligned}$$

da, non hiru fotoiko JC eta anti-JC interakzioak $\delta_{n+}^{(3)} = 0$ eta $\delta_{n-}^{(3)} = 0$ erresonantzia-puntuekin erlazionatuak dauden, hurrenez hurren. Era sinpleago batean, (C.28) ekuazioa

$$H_A^{(3)}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (\Omega_{n+}^{(3)} \sigma_+ e^{i\delta_{n+}^{(3)} t} + \Omega_{n-}^{(3)} \sigma_- e^{i\delta_{n-}^{(3)} t}) |n+3\rangle \langle n| + \text{H.c} \quad (\text{C.29})$$

bezala berridatzi daiteke, non akoplamendu-maiztasunak $\Omega_{n+}^{(3)} = g^3 \sqrt{(n+3)!/n!} / 2\delta_{n+}^+ (\omega - \gamma)$ eta $\Omega_{n-}^{(3)} = g^3 \sqrt{(n+3)!/n!} / 2\delta_{n-}^- (\omega + \gamma)$ diren, 3.1.2 atalean azaldu bezala.

C.2. Rabi-Stark Hamiltondarra ioi harrapatuetan

Atal honetan (3.9) ekuaziotik (3.10) ekuaziora nola pasatu azalduko dugu. (3.9) ekuazioa honakoa da:

$$H_A(t) = -i \frac{\eta \Omega_r}{2} a \sigma_+ e^{-i\delta_r t} - i \frac{\eta \Omega_b}{2} a^\dagger \sigma_+ e^{-i\delta_b t} + e^{i\phi_S} \hat{g}_S \sigma_+ + \text{H.c.} \quad (\text{C.30})$$

Puntu honetan RWA bibrazionala aplikatu da jada, baina, dinamika efektiboa zehatzago ulertzeko, lehen arbuiaitu ditugun termino batzuk berreskuratu behar dira. Hamiltondar osoa, beraz, $H = H_A + H_B$ da, non

$$H_B(t) = -\frac{\Omega_r}{2}\sigma_+e^{-i(-\nu+\delta_r)t} - \frac{\Omega_b}{2}\sigma_+e^{-i(\nu+\delta_b)t} + i\eta e^{i\phi_S}\frac{\Omega_S}{2}\sigma_+(ae^{-i\nu t} + a^\dagger e^{i\nu t}) + \text{H.c.} \quad (\text{C.31})$$

Lehen bi terminoak albo-banda urdin eta gorria zuzendutako seinaleei dagozkien erresonantzia kanpoko termino eramaileak dira. Hauek arbuiaitu egiten dira normalean, $\Omega_{r,b} \ll \nu$ delako. Azken terminoak seinale eramaileak modu bibrazionalarekin lortutako akoplamendua deskribatzen du. Azken termino hau ez da trukakorra lehenengo eta bigarren terminoekiko, eta hauen biraketa-maiztasuna antzekoa da ($\delta_r, \delta_b \ll \nu$ denez). Horregatik, bigarren ordenan, termino hauek arbuiaitu ezin diren elkarrekintzak sortuko dituzte. Bigarren ordenako Hamiltondar efektiboa honakoa da:

$$H^{(2)}(t) = -i \int_0^t H(t)H(t')dt' = -i \int_0^t (H_A(t) + H_B(t))(H_A(t') + H_B(t'))dt'. \quad (\text{C.32})$$

Soilik $\int_0^t H_B(t)H_B(t')dt'$ integraletik ateratzen diren terminoetan gaude interesatuta, hauen biraketa-maiztasunak δ_r eta δ_b direlako. Hauek dira:

$$\frac{\Omega_r}{2}\sigma_+e^{-i(-\nu+\delta_r)t} \int_0^t dt' i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{-i\phi_S} \sigma_- a e^{-i\nu t'} = -\eta \frac{\Omega_S \Omega_r}{4\nu} \sigma_+ \sigma_- e^{-i\phi_S} e^{-i\delta_r t} a \quad (\text{C.33})$$

$$\frac{\Omega_b}{2}\sigma_+e^{-i(\nu+\delta_b)t} \int_0^t dt' i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{-i\phi_S} \sigma_- a^\dagger e^{i\nu t'} = \eta \frac{\Omega_S \Omega_b}{4\nu} \sigma_+ \sigma_- e^{-i\phi_S} e^{-i\delta_b t} a^\dagger \quad (\text{C.34})$$

$$-i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{i\phi_S} \sigma_+ a^\dagger e^{i\nu t} \int_0^t dt' \frac{\Omega_r}{2} \sigma_- e^{i(-\nu+\delta_r)t'} = \eta \frac{\Omega_S \Omega_r}{4(\nu - \delta_r)} \sigma_+ \sigma_- e^{i\phi_S} e^{i\delta_r t} a^\dagger \quad (\text{C.35})$$

$$-i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{i\phi_S} \sigma_+ a e^{-i\nu t} \int_0^t dt' \frac{\Omega_b}{2} \sigma_- e^{i(\nu+\delta_b)t'} = -\eta \frac{\Omega_S \Omega_b}{4(\nu + \delta_b)} \sigma_+ \sigma_- e^{i\phi_S} e^{i\delta_b t} a \quad (\text{C.36})$$

$$-\frac{\Omega_r}{2}\sigma_- e^{i(-\nu+\delta_r)t} \int_0^t dt' i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{i\phi_S} \sigma_+ a^\dagger e^{i\nu t'} = -\eta \frac{\Omega_S \Omega_r}{4\nu} \sigma_- \sigma_+ e^{i\phi_S} e^{i\delta_r t} a^\dagger \quad (\text{C.37})$$

$$-\frac{\Omega_b}{2}\sigma_- e^{i(\nu+\delta_b)t} \int_0^t dt' i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{i\phi_S} \sigma_+ a e^{-i\nu t'} = \eta \frac{\Omega_S \Omega_b}{4\nu} \sigma_- \sigma_+ e^{i\phi_S} e^{i\delta_b t} a \quad (\text{C.38})$$

$$i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{-i\phi_S} \sigma_- a e^{-i\nu t} \int_0^t dt' \frac{\Omega_r}{2} \sigma_+ e^{-i(-\nu+\delta_r)t'} = \eta \frac{\Omega_S \Omega_r}{4(\nu - \delta_r)} \sigma_- \sigma_+ e^{-i\phi_S} e^{-i\delta_r t} a \quad (\text{C.39})$$

$$i\eta \frac{\Omega_S}{2} e^{-i\phi_S} \sigma_- a^\dagger e^{i\nu t} \int_0^t dt' \frac{\Omega_b}{2} \sigma_+ e^{-i(\nu+\delta_b)t'} = -\eta \frac{\Omega_S \Omega_b}{4(\nu + \delta_b)} \sigma_- \sigma_+ e^{-i\phi_S} e^{-i\delta_b t} a^\dagger. \quad (\text{C.40})$$

Onartzen badugu $1/(\nu \pm \delta_j) \sim 1/\nu$ dela, terminoak berrantolatuz bigarren ordenako Hamiltondarra honela idatz daiteke:

$$H_B^{(2)}(t) \approx \eta \frac{\Omega_S \Omega_r}{4\nu} (ie^{-i\phi_S} e^{-i\delta_r t} a + \text{H.c.}) \sigma_z - \eta \frac{\Omega_S \Omega_b}{4\nu} (ie^{-i\phi_S} e^{-i\delta_b t} a^\dagger + \text{H.c.}) \sigma_z. \quad (\text{C.41})$$

Hau, (C.30) ekuazioko lehen ordenako Hamiltondarrari batu diezaiokegu,

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}}(t) &= -i(2g_r^{(1)} \sigma_+ - g_r^{(2)} e^{-i\phi_S} \sigma_z) a e^{-i\delta_r t} - i(2g_b^{(1)} \sigma_+ + g_b^{(2)} e^{-i\phi_S} \sigma_z) a^\dagger e^{-i\delta_b t} \\ &+ \frac{\Omega_0}{2} \sigma_+ e^{i\phi_S} - \eta^2 \frac{\Omega_S}{2} a^\dagger a \sigma_+ e^{i\phi_S} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (\text{C.42})$$

lortuz, non $g_{r,b}^{(1)} = \eta \Omega_{r,b}/4$, $g_{r,b}^{(2)} = \eta \Omega_S \Omega_{r,b}/4\nu$ eta $\Omega_0 = \Omega_S(1 - \eta^2/2)$ diren. Orain, $\phi_S = 0$ edo π dela suposatuz, eta $\frac{\Omega_{DD}}{2} \sigma_x$ terminoak definituriko elkarrekintza-irudian, honakoa dugu (behean $\Omega \equiv \Omega_{DD}$),

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}}^I &= \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_+ \mp \eta^2 \frac{\Omega_S}{2} a^\dagger a \sigma_+ - i \left(g_r^{(1)} (\sigma_x + i\sigma_y e^{-i\Omega t \sigma_x}) \mp g_r^{(2)} \sigma_z e^{-i\Omega t \sigma_x} \right) a e^{-i\delta_r t} \\ &- i \left(g_b^{(1)} (\sigma_x + i\sigma_y e^{-i\Omega t \sigma_x}) \pm g_b^{(2)} \sigma_z e^{-i\Omega t \sigma_x} \right) a^\dagger e^{-i\delta_b t} + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (\text{C.43})$$

non $\Omega_{DD} = \pm \Omega_0 - \omega_0^R$ den $\phi_S = 0$ eta $\phi_S = \pi$ faseentzako, hurrenez hurren. Hurrengo erabiliz,

$$\sigma_y e^{-i\Omega t \sigma_x} = \cos(\Omega_{DD} t) \sigma_y - \sin(\Omega_{DD} t) \sigma_z = \tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} + \tilde{\sigma}_- e^{-i\Omega_{DD} t} \quad (\text{C.44})$$

$$\sigma_z e^{-i\Omega t \sigma_x} = \cos(\Omega_{DD} t) \sigma_z + \sin(\Omega_{DD} t) \sigma_y = -i(\tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} - \tilde{\sigma}_- e^{-i\Omega_{DD} t}), \quad (\text{C.45})$$

non $\tilde{\sigma}_\pm = (\sigma_y \pm i\sigma_z)/2$ den, eta desintoniak $\delta_r = \Omega_{DD} + \omega^R$ eta $\delta_b = \Omega_{DD} - \omega^R$ diren, (C.42) ekuazioa honela idatzi daiteke

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}}^I &= \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_+ \mp \eta^2 \frac{\Omega_S}{2} a^\dagger a \sigma_+ \\ &+ \left(g_r^{(1)} (-i\sigma_x + [\tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} + \text{H.c.}]) \pm g_r^{(2)} (\tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} - \text{H.c.}) \right) a e^{-i\Omega_{DD} t} e^{-i\omega^R t} \\ &+ \left(g_b^{(1)} (-i\sigma_x + [\tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} + \text{H.c.}]) \mp g_b^{(2)} (\tilde{\sigma}_+ e^{i\Omega_{DD} t} - \text{H.c.}) \right) a^\dagger e^{-i\Omega_{DD} t} e^{i\omega^R t} \\ &+ \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (\text{C.46})$$

non $\pm \Omega_{DD}$ maiztasunarekin biratzen duten terminoak arbuaiatu daitezken RWA erabiliz. Hurbilketa aplikatu ostean

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}}^I &= \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_x \mp \eta^2 \frac{\Omega_S}{2} a^\dagger a \sigma_+ + (g_r^{(1)} \pm g_r^{(2)}) \tilde{\sigma}_+ a e^{-i\omega^R t} \\ &+ (g_b^{(1)} \mp g_b^{(2)}) \tilde{\sigma}_+ a^\dagger e^{i\omega^R t} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

dugu, zeina $-\omega^R a^\dagger a$ terminoarekiko elkarrekintza-irudian

$$H_{\text{eff}}^{II} = \frac{\omega_0^R}{2} \sigma_x + \omega^R a^\dagger a + g_{\text{JC}}(\tilde{\sigma}_+ a + \tilde{\sigma}_- a^\dagger) + g_{\text{aJC}}(\tilde{\sigma}_+ a^\dagger + \tilde{\sigma}_- a) \mp \eta^2 \frac{\Omega_S}{2} a^\dagger a \sigma_x \quad (\text{C.48})$$

den, non $g_{\text{JC}} = \eta \Omega_r (1 \pm \Omega_S / \nu) / 4$ eta $g_{\text{aJC}} = \eta \Omega_b (1 \mp \Omega_S / \nu) / 4$ diren, fasea $\phi_S = 0$ edo $\phi_S = \pi$ bada, hurrenez hurren.

D

Gogoeta Osagarriak Atomo Ultrahotzen Bosoi Laginketari Buruz

D.1. Bikoteen banaketa sare optikoan

4.2 ataleko bi gorputzeko talken maiztasuna kalkulatzeko, sare-toki berdinean dauden k partikula-pare aurkitzeko probabilitatea jakin behar dugu, hauen spin-egoera edozein dela ere. Probabilitate hau kalkulatzeko, zirkuitu kuantikoa U Haar-ausazko matrize batek deskribatzen duela erabiliko dugu. Hau honela bada, amaierako egoera, egoera posible guztien gainezarmen batean aurkitzen da, non egoera guztien probabilitateak berdinak diren, batezbestean. Bukaeran banaketa uniforme (batezbestean) lortzen dela frogatua izan da [399], eta, hemen, hau egia dela suposatuko dugu zirkuituaren bitarteko egoeretan ere. Hurbilketa honen baliagarritasuna zenbakizko simulazioak erabiliz aztertu dugu 4.2.2 atalean.

k_2 pare edukitzearen probabilitatea kalkulatzeko sare-toki berdinean dauden k_2 partikula-pare dituzten konfigurazio kopurua zati konfigurazio kopuru totala egin daiteke. Konfigurazio kopuru totala $\binom{M}{N}$ multimultzo-koefizienteak ematen du. k_2 pareko konfigurazio kopurua kalkulatzeko, kontuan izan behar dugu $\binom{M/2}{k_2}$ era desberdin daudela k_2 pare $M/2$ sare-tokietan jartzeko. Sare-toki bakoitzak bi spin-egoera izan ditzakeenez, hiru konfigurazio posible daude, $|2\rangle_{\downarrow}|0\rangle_{\uparrow}$, $|1\rangle_{\downarrow}|1\rangle_{\uparrow}$, eta $|0\rangle_{\downarrow}|2\rangle_{\uparrow}$, hain zuzen. Beraz, konfigurazio kopurua lortzeko 3^{k_2} bider $\binom{M/2}{k_2}$ egin behar dugu. Bestalde, geratzen diren $N - 2k_2$ atomoak libre dauden $M/2 - k_2$ sare-tokietan jartzeko $\binom{M/2 - k_2}{N - 2k_2}$ konbinazio desberdin daude, eta, sare-toki hauetan egoerak bi izan daitezke, $|1\rangle_{\downarrow}|0\rangle_{\uparrow}$ eta $|0\rangle_{\downarrow}|1\rangle_{\uparrow}$. Horrela, banaketa uniforme baten k_2 atomo-pare aurkitzeko probabilitatea honakoa da:

$$P_{\text{pair}}(N, M; k_2) = \frac{3^{k_2} \binom{M/2}{k_2} 2^{N-2k_2} \binom{M/2-k_2}{N-2k_2}}{\binom{M}{N}} \quad (\text{D.1})$$

(D.1) ekuazioak soilik partikula-pareak hartzen ditu kontuan. Ez ditugu kontuan hartzen, beraz, sare-toki berdinean bi partikula baino gehiago dituzten egoerak. Hauek kontuan har daitezke adierazpen orokorrago baten bidez, $P(k_2, k_3, k_4, \dots)$, k_2 pare, k_3 hirukote, k_4

laukote eta abar edukitzeko probabilitateari dagokiona, hain zuzen. Sinplifikatzeko, bikote eta hirukoteei dagokien kasua aztertuko dugu. k_3 hirukote $M/2$ sare-tokitan $\binom{M/2}{k_3}$ eratan jar daitezke. Zenbaki hau bider 4^{k_3} egin behar da, hirukote bakoitzak 4 spin-konfigurazio izan ditzakeelako: $|3\rangle_\downarrow|0\rangle_\uparrow$, $|2\rangle_\downarrow|1\rangle_\uparrow$, $|1\rangle_\downarrow|2\rangle_\uparrow$ eta $|0\rangle_\downarrow|3\rangle_\uparrow$. Orain, k_2 pare hutsik dauden $M/2 - k_3$ sare-tokietan jartzeko era desberdinak $\binom{M/2-k_3}{k_2}$ dira. Azkenik, geratzen diren $N - 2k_2 - 3k_3$ partikulak libre hutsik dauden $N - 2k_2 - 3k_3$ sare-tokietan jartzeko $\binom{M/2-k_2-k_3}{N-2k_2-3k_3}$ aukera ezberdin ditugu. k_2 pare eta k_3 hirukote izateko probabilitatea, beraz,

$$P(k_2, k_3) = 4^{k_3} \binom{M/2}{k_3} 3^{k_2} \binom{M/2 - k_3}{k_2} 2^{N-2k_2-3k_3} \binom{M/2 - k_2 - k_3}{N - 2k_2 - 3k_3} / \left(\binom{M}{N} \right) \quad (D.2)$$

da. N handiko limitean, (D.1) eta (D.2) ekuazioek hurrengo banaketa Poissondarrerantz jotzen dute

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_{\text{pair}}(N, M; k) = \frac{\lambda^k}{e^\lambda k!}, \quad (D.3)$$

non $\lambda = 3/2c$ den. Hemen, c faktoreak $c = M/N^2$ arrazoa adierazten du, eta testu nagusian $c = 1$ bezala hartu da. Adibide bezala, talkarik gabeko azpiespazioari (atomo guztiak sare-toki desberdinetan dituzten egoeren multzoa) dagokion probabilitateak, $P_{\text{pair}}(N, M; 0)$, $1/\exp(3/2c)$ zenbakirako joera dauka N handiko limitean.

N handiko limitean (D.2) ekuazioak (D.3) ekuaziora duen joera frogatzeko, erabilgarria da ondokoa gogoratzea:

$$\left(\binom{M}{N} \right) = \frac{M^N}{N!} \prod_{a=0}^{N-1} (1 + a/M) \approx \exp \left(\sum_{a=0}^{N-1} a/M \right) \approx \exp(N^2/2M), \quad (D.4)$$

eta

$$\binom{M}{N} = \frac{M^N}{N!} \prod_{a=0}^{N-1} (1 - a/M) \approx \exp \left(- \sum_{a=0}^{N-1} a/M \right) \approx \exp(-N^2/2M), \quad (D.5)$$

$M \ll N$ denean. Erlazio hauek erabiliz, (D.2) ekuazioa honela berridatzi daiteke,

$$P(k_2, k_3) \approx \frac{1}{k_2! k_3!} \left(\frac{N^3}{2M^2} \right)^{k_3} \left(\frac{3N^2}{2M} \right)^{k_2} e^{-3N^2/2M}. \quad (D.6)$$

Modu kopurua $M = cN^2$ bezala handitzen bada, $N^3/2M^2$ zerora hurbiltzen da N handietarako. Beraz, hirukoteak izateko probabilitatea zerora doa N handiko limitean. Laukoteak, boskoteak eta abar izateko probabilitatearekin antzekoa gertatuko da. $k_3 = 0$ kasurako, k_2 pare izateko probabilitatea hurrengo da,

$$P_{\text{pair}}(k_2) = P(k_2, 0) \approx \frac{1}{k_2!} \left(\frac{3}{2c} \right)^{k_2} e^{-3/2c}, \quad (D.7)$$

(D.3) ekuazioaren berdina, hain zuzen.

D.2. V -ren eta V^2 -ren batezbesteko balioen kalkulua

Jarraian, V eta V^2 eragileen batezbesteko balioaren kalkulua azalduko dugu, egoera uniforme baten kasuan $|\psi\rangle_u = D^{-1/2} \sum_{d=1}^D |d\rangle$, non $D = \binom{M}{N}$. V eragilea honela definitzen da:

$$V = \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{4} \sum_{m=1}^M \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) + \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{2} \sum_{s=1}^{M/2} \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s}. \quad (\text{D.8})$$

Beraz, $\langle V \rangle_u$

$$\langle V \rangle_u = \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{4} M \langle \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \rangle_u + \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{2} \frac{M}{2} \langle \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \rangle_u \quad (\text{D.9})$$

da, non egoera uniformearen simetriari erlazionatutako $\langle \sum_{m=1}^M \hat{A}_m \rangle_u = M \langle \hat{A}_m \rangle_u$ propietatea erabili dugun. $\langle \hat{n}_m \rangle_u$ kalkulatzeko, m egoeran k bosoi izan dezaketen egoera kopuruan pentsa dezakegu. Hau $N - k$ partikula $M - 1$ modutan jartzeko dauden konfigurazio posibleen berdina da, hau da, $\binom{M-1}{N-k}$. Honela, $\langle \hat{n}_m \rangle_u = \sum_{k=0}^N k p_k$ da, non $p_k = \binom{M-1}{N-k} / \binom{M}{N}$ den. Era berdinean, $\langle \hat{n}_m^2 \rangle_u = \sum_{k=0}^N k^2 p_k$ dugu. p_k deitzen diogu m moduan k partikula izateko probabilitateari. $\langle \hat{n}_m \hat{n}_{m'} \rangle_u$ kalkulatzeko, kontuan izan behar dugu m moduan k partikula eta, aldi berean, m' moduan k' partikula izateko probabilitatea, hau da, $p_{k,k'} = \binom{M-2}{N-k-k'} / \binom{M}{N}$. $\langle \hat{n}_m \hat{n}_{m'} \rangle_u = \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N-k} k k' p_{k,k'}$ dela erabiliz,

$$\langle V \rangle_u = \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{4} M \sum_{k=0}^N p_k k (k - 1) + \frac{\Gamma_{\text{tb}}}{2} \frac{M}{2} \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N-k} p_{k,k'} k k' \quad (\text{D.10})$$

dugu. (D.10) ekuazioko batukarien kalkulua egiteko, ondorengo erlazioa erabili dezakegu

$$\left(\binom{M}{N-k} \right) / \left(\binom{M}{N} \right) \sim \frac{N^k}{(M+N)^k}, \quad (\text{D.11})$$

zeina egia den $k \ll N, M$ bada [399]. Orduan, $p_k \approx a_1 \lambda_1^k$ eta $p_{k,k'} \approx a_2 \lambda_2^{(k+k')}$ dira, $a_j = \prod_{i=1}^j \frac{M-i}{M+N-i}$ eta $\lambda_j = \frac{N}{M+N-j}$ izanik. Batukariak serie geometrikoekin erlaziona ditzakegu orduan, adibidez,

$$\sum_{k=0}^N k(k-1)p_k = a_1 \lambda_1^2 \frac{\partial^2}{\partial k^2} \sum_{k=0}^N \lambda_1^k \approx a_1 \lambda_1^2 \frac{\partial^2}{\partial k^2} \frac{1}{1-\lambda_1} = \frac{2a_1 \lambda_1^2}{(1-\lambda_1)^3}. \quad (\text{D.12})$$

$M = cN^2$ dela onartzen badugu, N handietarako $M2a_1 \lambda_1^2 / (1-\lambda_1)^3$ adierazpenaren limitea kalkula dezakegu, eta $2/c$ ematen duela egiaztatu. Gainontzeko batukariak Wolfram Mathematica softwarea erabiliz kalkulatu ditugu, eta emaitza $\langle V \rangle_u = 3\Gamma_{\text{tb}}/4c$

da.

$\langle V^2 \rangle_u$ kalkulatzeko, metodo berdina erabili dugu. Lehenbizi V^2 eragilearen adierazpena idazten dugu:

$$\begin{aligned}
 V^2 &= \frac{\Gamma_{tb}^2}{16} \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{m'} (\hat{n}_{m'} - 1) \\
 &+ \frac{\Gamma_{tb}^2}{4} \sum_{s=1}^{M/2} \sum_{s'=1}^{M/2} \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \hat{n}_{2s'-1} \hat{n}_{2s'} \\
 &+ \frac{\Gamma_{tb}^2}{4} \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^{M/2} \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s}.
 \end{aligned} \tag{D.13}$$

Lehen terminoaren garapena honakoa da:

$$\begin{aligned}
 &\left\langle \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{m'} (\hat{n}_{m'} - 1) \right\rangle_u \\
 &= M \langle \hat{n}_m^2 (\hat{n}_m - 1)^2 \rangle_u + M(M-1) \langle \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{m'} (\hat{n}_{m'} - 1) \rangle_u \tag{D.14} \\
 &= M \sum_{k=0}^N p_k k^2 (k-1)^2 + M(M-1) \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N-k} p_{k,k'} k(k-1) k'(k'-1).
 \end{aligned}$$

Bigarren terminoaren garapena berriz:

$$\begin{aligned}
 &\left\langle \sum_{s=1}^{M/2} \sum_{s'=1}^{M/2} \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \hat{n}_{2s'-1} \hat{n}_{2s'} \right\rangle_u \\
 &= \frac{M}{2} \langle \hat{n}_{2s-1}^2 \hat{n}_{2s}^2 \rangle_u + \frac{M}{2} \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \langle \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \hat{n}_{2s'-1} \hat{n}_{2s'} \rangle_u \tag{D.15} \\
 &= \frac{M}{2} \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N-k} p_{k,k'} k^2 k'^2 + \frac{M}{2} \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N-k} \sum_{k''=0}^{N-k-k'} \sum_{k'''=0}^{N-k-k'-k''} p_{k,k',k'',k'''} k k' k'' k''',
 \end{aligned}$$

non $N' = N - k$, $N'' = N - k - k'$, $N''' = N - k - k' - k''$, eta $p_{k,k',k'',k'''} = \binom{M-4}{N-k-k'-k''-k'''} / \binom{M}{N}$ diren, azken honen hurbilketa bat $p_{k,k',k'',k'''} \approx a_4 \lambda_4^{(k+k'+k''+k'''')}$

izanik. Hirugarren terminoa ondorengoa da

$$\begin{aligned}
 & \left\langle \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^{M/2} \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{2s-1} \hat{n}_{2s} \right\rangle_u \\
 &= M \langle \hat{n}_m^2 (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{m'} \rangle_u + \frac{M}{2} (M-1) \langle \hat{n}_m (\hat{n}_m - 1) \hat{n}_{m'} \hat{n}_{m''} \rangle_u \quad (\text{D.16}) \\
 &= M \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N'} p_{k,k'} k^2 (k-1) k' + \frac{M}{2} (M-1) \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^{N'} \sum_{k''=0}^{N''} p_{k,k',k''} k (k-1) k' k'',
 \end{aligned}$$

non $p_{k,k',k''} = \left(\binom{M-3}{N-k-k'-k''} \right) / \left(\binom{M}{N} \right)$ den, forma hurbildua $p_{k,k',k''} \approx a_3 \lambda_3^{(k+k'+k'')}$ izanik. Batukari hauek Wolfram Mathematica erabiliz kalkulatu gero, $M = cN^2$ dela onartuz, eta N handirako limitea hartuz gero, erantzuna $\langle V^2 \rangle_u = (3/2c + 9/4c^2) \Gamma_{\text{tb}}^2 / 4$ da.

$$\begin{aligned} \text{In[1]} &:= \text{Pk}[x_] = a_1 \lambda_1^x; \\ \text{Pkk}[x_, y_] &= a_2 (\lambda_2^x) (\lambda_2^y); \\ \text{Pkkk}[x_, y_, z_] &= a_3 (\lambda_3^x) (\lambda_3^y) (\lambda_3^z); \\ \text{Pkkkk}[x_, y_, z_, u_] &= a_4 (\lambda_4^x) (\lambda_4^y) (\lambda_4^z) (\lambda_4^u); \\ a_1 &= (M - 1) / (M + n - 1); \\ a_2 &= (M - 1) (M - 2) / ((M + n - 1) (M + n - 2)); \\ a_3 &= (M - 1) (M - 2) (M - 3) / ((M + n - 1) (M + n - 2) (M + n - 3)); \\ a_4 &= (M - 1) (M - 2) (M - 3) (M - 4) / ((M + n - 1) (M + n - 2) (M + n - 3) (M + n - 4)); \\ \lambda_1 &= n / (n + M - 1); \\ \lambda_2 &= n / (n + M - 2); \\ \lambda_3 &= n / (n + M - 3); \\ \lambda_4 &= n / (n + M - 4); \\ M &= c n^2; \end{aligned}$$

$$\text{In[4]} := \text{AvV} = \frac{M}{2} \left(\sum_{k=0}^n \text{Pk}[k] * k (k - 1) \right) + \frac{M}{2} \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \text{Pkk}[k_1, k_2] k_1 k_2 \right);$$

$$\text{Limit}[\text{AvV}, n \rightarrow \infty, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1]$$

$$\text{Out[15]} = \frac{3}{2c}$$

$$\text{In[16]} := \text{Limit} \left[\frac{M}{4} \left(\sum_{k=0}^n \text{Pk}[k] * k^2 (k - 1)^2 \right), n \rightarrow \infty, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[16]} = \frac{1}{c}$$

$$\text{In[17]} := \text{Limit} \left[\frac{M(M-1)}{4} \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \text{Pkk}[k_1, k_2] k_1 (k_1 - 1) k_2 (k_2 - 1) \right), n \rightarrow \infty, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[17]} = \frac{1}{c^2}$$

$$\text{In[18]} := \text{Limit} \left[\frac{M}{2} \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \text{Pkk}[k_1, k_2] k_1^2 k_2^2 \right), n \rightarrow \infty, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[18]} = \frac{1}{2c}$$

$$\text{In[19]} := \text{Limit} \left[\frac{M}{2} \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \sum_{k_3=0}^{n-k_1-k_2} \sum_{k_4=0}^{n-k_1-k_2-k_3} \text{Pkkkk}[k_1, k_2, k_3, k_4] k_1 k_2 k_3 k_4 \right), n \rightarrow \infty, \right. \\ \left. \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[19]} = \frac{1}{4c^2}$$

$$\text{In[20]} := \text{Limit} \left[M \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \text{Pkk}[k_1, k_2] k_1^2 (k_1 - 1) k_2 \right), n \rightarrow \infty, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[20]} = 0$$

$$\text{In[21]} := \text{Limit} \left[M \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \left(\sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{n-k_1} \sum_{k_3=0}^{n-k_1-k_2} \text{Pkkk}[k_1, k_2, k_3] k_1 (k_1 - 1) k_2 k_3 \right), n \rightarrow \infty, \right. \\ \left. \text{Assumptions} \rightarrow 0 < c < 1 \right]$$

$$\text{Out[21]} = \frac{1}{c^2}$$

E

Gogoeta Osagarriak NV Zentroekin Eginiko Detekzio Kuantikoari Buruz

E.1. $F(t)$ -tik $\Omega(t)$ nola kalkulatu

(5.4) ekuazioan MU seinalea deskribatzen duen terminoa $\frac{\Omega(t)}{2}(|1\rangle\langle 0|e^{i\phi} + \text{H.c.})$ da, eta honi dagokion eboluzio eragilea, adibidez, m -garren π -pultsuaren kasuan ondorengo da:

$$U_t = \exp \left[-i \int_{t_m}^{t_m+t\pi} \frac{\Omega(s)}{2} (|1\rangle\langle 0|e^{i\phi} + \text{H.c.}) ds \right]. \quad (\text{E.1})$$

m -garren π -pultsuak irauten duen bitartean, hau da, t_m eta $t_m + t\pi$ aldiuneeen artean, U_t eragileak ondorengo eran eragiten dio elektroioaren σ_z spin-eragileari (hemen, $\sigma_\phi = |1\rangle\langle 0|e^{i\phi} + \text{H.c.}$):

$$\begin{aligned} e^{i \int_{t_m}^{t_m+t} \frac{\Omega(s)}{2} \sigma_\phi ds} \sigma_z e^{-i \int_{t_m}^{t_m+t} \frac{\Omega(s)}{2} \sigma_\phi ds} &= e^{i \int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds} \sigma_\phi \sigma_z \\ &= \cos \left(\int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds \right) \sigma_z + i \sin \left(\int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds \right) \sigma_\phi \sigma_z. \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Honela, argi dago $F(t) = \cos \left(\int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds \right)$ dela. Beste spin-osagaia, hau da, $\sin \left(\int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds \right)$ integralarekin doana, arbuigarria da fase desberdineko pultsuak erabiltzen baditugu [422], adibidez $XY8 \equiv XYXYXYX$ pultsu-segida. Termino hau arbuizatzeko arrazoia da honen biraketa-periodoa sekuentziaren periodoaren bikoitza dela da, hau da, $2T$, eta, beraz, erresonantziak kanpo gelditzen da. Orain, $F(t)$ eta $\Omega(t)$ diferentziagarriak direla suposatzen badugu, $F(t) = \cos \left(\int_{t_m}^{t_m+t} \Omega(s) ds \right)$ adierazpenaren alderantzikoa lortu dezakegu:

$$\Omega(t) = \frac{\partial}{\partial t} \arccos[F(t)] = -\frac{1}{\sqrt{1-F(t)^2}}. \quad (\text{E.3})$$

Hau (5.14) ekuazioaren baliokidea da.

E.2. f_l koefizienteen kalkulua

E.2.1. Koefizienteak pulsu zabaletarako

f_l koefizienteen adierazpen analitikoa ondorengo da:

$$f_l = \frac{2}{T} \int_0^T F(s) \cos\left(\frac{2\pi ls}{T}\right) ds, \quad (\text{E.4})$$

non $T = 2\pi/\omega_M$. Integrazio-aldagaia berdefinituz $s = xT/2$ adierazpenaren arabera, koefizientea honela idatz daiteke

$$f_l = \int_0^2 F(x) \cos(\pi lx) dx. \quad (\text{E.5})$$

l bikoitia (bakoitia) bada, integralaren barruko funtzioa simetrikoa (antisimetrikoa) izango da $x = 1$ puntuarekiko. Hau frogatzeko, nahikoa da $F(x+1) = -F(x)$ eta $\cos[\pi l(x+1)] = \cos(\pi l) \cos(\pi lx)$ propietateak erabiltzea. Beraz, l bikoitia bada eta funtzioa $x = 1$ puntuarekiko simetrikoa bada, integralaren balioa nulua izango da. Edozein kasutan, (E.5) ekuazioarentzako adierazpen orokor bat garatu daiteke. Lehenbizi, integrala bi zatitan banatu dezakegu,

$$f_l = \int_0^1 F(x) \cos(\pi lx) dx + \int_1^2 F(x) \cos(\pi lx) dx, \quad (\text{E.6})$$

eta x beharrez $x+1$ erabili bigarren integralean. Goian aipatutako simetria-propietateak erabiliz, adierazpena sinplifikatu egiten da,

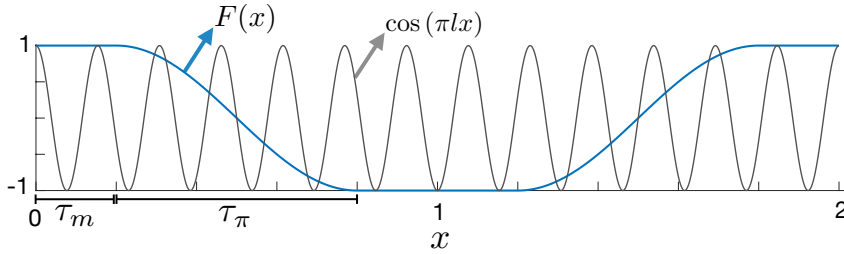
$$f_l = (1 - \cos(\pi l)) \int_0^1 F(x) \cos(\pi lx) dx. \quad (\text{E.7})$$

Orain, $x = 0$ -tik 1 -era, $F(x)$ funtzioa $\tau_m \equiv 2t_m/T$ eta $1 - \tau_m$ aldiuneez definitutako hiru zatitan banatu daiteke,

$$\int_0^{\tau_m} F(x) \cos(\pi lx) dx + \int_{\tau_m}^{1-\tau_m} F(x) \cos(\pi lx) dx + \int_{1-\tau_m}^1 F(x) \cos(\pi lx) dx. \quad (\text{E.8})$$

Erdiko integrala zero da pulsu zabalen kasuan. Lehenengo eta hirugarren integralean $F(x)$ 1 eta -1 da, hurrenez hurren. Honela,

$$f_l^m = (1 - \cos(\pi l)) \left\{ \int_0^{\tau_m} \cos(\pi lx) dx - \int_{1-\tau_m}^1 \cos(\pi lx) dx \right\} \quad (\text{E.9})$$



E.1 irudia: $F(x)$ eta $\cos(\pi lx)$ funtzioak (non $l = 13$ den) $x = 0$ eta $x = 2$ artean, $t = 0$ eta $t = T$ denbora tartean, alegia.

lortzen dugu, eta, berridatziz,

$$f_l^m = \frac{1}{\pi l} (1 - \cos(\pi l)) \left\{ \sin(\pi l \tau_m) + \sin(\pi l (1 - \tau_m)) \right\}. \quad (\text{E.10})$$

Orain, $\sin[\pi l (1 - \tau_m)] = -\sin(\pi l \tau_m) \cos(\pi l)$ eta $\sin^2 \theta = (1 - \cos(2\theta))/2$ propietateak erabiliz, f_l^m koefizientearen adierazpena honakoa da:

$$f_l^m = \frac{4}{\pi l} \sin^4(\pi l / 2) \sin(\pi l \tau_m). \quad (\text{E.11})$$

Azkenik, $T = 4t_m + 2t_\pi$ erlazioa erabiliz, f_l^m

$$f_l^m = \frac{4}{\pi l} \sin^4(\pi l / 2) \sin\left(\pi l \left(\frac{1}{2} + \frac{t_\pi}{T}\right)\right) \quad (\text{E.12})$$

bihurtzen da, non t_π π -pultsu baten iraupena den. (E.12) ekuazioa testu nagusiko (5.15) ekuazioaren baliokidea da. Hau ikusteko, $\sin(\theta + \pi l / 2) = \sin(\theta) \cos(\pi l / 2) + \cos(\theta) \sin(\pi l / 2)$ propietatea erabili daiteke,

$$f_l^m = \frac{4}{\pi l} \cos\left(\pi \frac{t_\pi}{T/l}\right) \sin(\pi l / 2) \quad (\text{E.13})$$

lortuz, $\sin^4(\pi l / 2) \cos(\pi l / 2) = 0$ eta $\sin^5(\pi l / 2) = \sin(\pi l / 2)$ direlako.

E.2.2. Koefizienteak pultsu karratueterako

Pultsu karratuen kasurako f_l koefizienteen balioa kalkulatzeko, (E.8) ekuazioko bigarren integralaren balioa hartu behar dugu kontuan. $F(s)$ funtzioaren balioa pultsuan zehar $F(s) = \cos[\pi(s - t_m)/t_\pi]$ da, non $t_p = t_m + t_\pi/2$ den. Integrazio-aldagaia birdefinitu

ostean, hau honela idazten da:

$$F(s) = \cos [\pi(x - \tau_m)/\tau_\pi], \quad (\text{E.14})$$

non $\tau_\pi = 2t_\pi/T$. Beraz, hurrengo integrala kalkulatu behar dugu,

$$\int_{\tau_m}^{1-\tau_m} F(x) \cos(\pi l x) dx = \int_{\tau_m}^{1-\tau_m} \cos [\pi(x - \tau_m)/\tau_\pi] \cos(\pi l x) dx. \quad (\text{E.15})$$

Integrala ebazteko jatorria mugitzen dugu aldagai-aldaketa honen bitartez, $x = y + \tau_m + \tau_\pi/2 = y + 1/2$. Orain, integralaren itxura

$$\begin{aligned} & \int_{-\tau_\pi/2}^{\tau_\pi/2} \cos [\pi y/\tau_\pi + \pi/2] \cos [\pi l(y + 1/2)] dy \\ &= - \int_{-\tau_\pi/2}^{\tau_\pi/2} \sin (\pi y/\tau_\pi) \cos [\pi l(y + 1/2)] dy \end{aligned} \quad (\text{E.16})$$

da, eta $\cos[\pi l(y + 1/2)] = \cos(\pi l y) \cos(\pi l/2) - \sin(\pi l y) \sin(\pi l/2)$ erabiliz,

$$\begin{aligned} & \sin(\pi l/2) \int_{-\tau_\pi/2}^{\tau_\pi/2} \sin(\pi y/\tau_\pi) \sin(\pi l y) dy \\ & - \cos(\pi l/2) \int_{-\tau_\pi/2}^{\tau_\pi/2} \sin(\pi y/\tau_\pi) \cos(\pi l y) dy. \end{aligned} \quad (\text{E.17})$$

Bigarren integrala zero da simetria arrazoiengatik, hau da, $\int_{-a}^a F(x) dx = 0$ baldin eta $F(-x) = -F(x)$ bada. Simetria arrazoiengatik baita ere, lehenengo integrala

$$2 \sin(\pi l/2) \int_0^{\tau_\pi/2} \sin(\pi y/\tau_\pi) \sin(\pi l y) dy, \quad (\text{E.18})$$

da, eta berdintza trigonometrikoak erabiliz, honakoa dugu:

$$\sin(\pi l/2) \left\{ \int_0^{\tau_\pi/2} \cos(\pi y(l - 1/\tau_\pi)) dy - \int_0^{\tau_\pi/2} \cos(\pi y(l + 1/\tau_\pi)) dy \right\}. \quad (\text{E.19})$$

Integralak ebartziz gero

$$\frac{-1}{\pi} \sin(\pi l/2) \cos(\pi l \tau_\pi/2) \left\{ \frac{1}{l - 1/\tau_\pi} + \frac{1}{l + 1/\tau_\pi} \right\} \quad (\text{E.20})$$

lortzen da, eta sinplifikatuz,

$$\frac{2l\tau_\pi^2}{\pi(1 - l^2\tau_\pi^2)} \sin(\pi l/2) \cos(\pi l \tau_\pi/2). \quad (\text{E.21})$$

(E.8) ekuazioko hiru integralen baturak ondorengo balio du

$$f_l^{\text{th}} = \frac{4 \sin(\pi l/2) \cos(\pi l t_\pi/T)}{\pi l(1 - 4l^2 t_\pi^2/T^2)}, \quad (\text{E.22})$$

eta hau testu nagusian agertzen den adierazpena da.

E.3. Energia emaria

Poyntingen bektoreak uhin elektromagnetiko baten energia-fluxua deskribatzen du, eta bere adierazpena

$$\vec{P} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{E.23})$$

da, non μ_0 hutsaren iragazkortasuna den, eta \vec{E} eta \vec{B} interesatzen zaigun puntuko (NV zentroko) eremu elektriko eta magnetikoak diren. NV zentroaren neurria nanometrikoa da, txikia MU erradiazioaren uhin-luzerarekin alderatuta. Horregatik, uhin lauaren hurbilketa erabili dezakegu erradiazioa deskribatzeko, eta, beraz, eremu magnetikoa honela adierazi daiteke

$$\vec{B} = \vec{B}_0(t) \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \phi), \quad (\text{E.24})$$

non \vec{k} uhin-zenbakia den eta ω MU eremuaren maiztasuna. $B_0(t)$ intentsitateak denborarekiko menpekotasun bat duela suposatuko dugu gero, baina aldaketa hori oso geldoa da $2\pi/\omega$ periodoarekin alderaturik. Hutseko Maxwellen ekuazioak erabiliz eta honelako eremu magnetiko baten kasuan, $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$, $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, eta $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$ adierazpenak lor ditzazkegu. $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \partial \vec{E} / \partial t$ ekuazioa erabiliz, honakoa dugu:

$$\vec{E} = c^2 \int dt (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -c^2 \int dt (\vec{k} \times \vec{B}_0(t)) \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \phi). \quad (\text{E.25})$$

\vec{B} eremuaren norabidea NVaren (z) ardatzarekiko perpendikularra dela suposatuko dugu, x ardatzean dagoela, hain zuzen. Seinalearen Hamiltondarra, orduan,

$$H_c(t) = -\gamma_e \vec{B} \cdot \vec{S} = \gamma_e B_x(t) S_x \cos(\omega t - \phi) \quad (\text{E.26})$$

da, non \vec{S} NVaren spinari dagokion eragilea, γ_e elektroien arrazoi giromagnetikoa, eta $\vec{x} = 0$ NVaren posizioa diren. Testu nagusiko (5.3) ekuazioa lortzeko, $\sqrt{2}\Omega(t) = \gamma_e B_x(t)$ erlazioa erabiliko dugu, orduan, $\vec{x} = 0$ puntuan eremu magnetikoa

$$\vec{B}(t) = \frac{\sqrt{2}\Omega(t)}{\gamma_e} \cos(\omega t - \phi) \hat{x} \quad (\text{E.27})$$

da, eta eremu elektrikoa, (E.25) ekuazioa erabiliz,

$$\vec{E}(t) = \frac{\sqrt{2}\omega c}{\gamma_e} \int dt \Omega(t) \sin(\omega t - \phi) \hat{k} \times \hat{x}. \quad (\text{E.28})$$

Hau, $\partial^2 \vec{E} / \partial t^2 = c^2 \nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \vec{E}$ uhin-ekuazioa erabiliz,

$$\vec{E}(t) = \frac{\sqrt{2}}{k\gamma_e} \frac{\partial}{\partial t} \left[\Omega(t) \sin(\omega t - \phi) \right] \hat{x} \times \hat{k} \quad (\text{E.29})$$

adierazpenaren baliokidea da.

E.3.1. π pultsu karratuak

Pulstu karratuen kasuan $\partial \Omega(t) / \partial t = 0$ dugu, beraz, hauei dagokien energia-fluxua

$$E^{\text{th}}(t_\pi) = \int_0^{t_\pi} dt |\vec{P}(t)| = \frac{c}{\mu_0} \frac{2}{\gamma_e^2} \int_0^{t_\pi} dt \Omega^2 \cos^2(\omega t - \phi) \quad (\text{E.30})$$

da, eta kalkulua eginez gero,

$$E^{\text{th}}(t_\pi) = \frac{c}{\mu_0} \frac{\Omega^2}{\gamma_e^2} \left\{ t_\pi + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t_\pi - 2\phi) \right\}. \quad (\text{E.31})$$

Adierazpenaren bigarren zatia $(2\omega)^{-1}$ balioak bornatua dago, eta, hau, t_π baino askoz txikiagoa da, beraz, arbuigarria. $t_\pi = \pi / \Omega$ enez, (E.31) ekuazioa honela berridatzi daiteke,

$$E^{\text{th}}(t_\pi) \approx \frac{\pi c}{\mu_0} \frac{\Omega}{\gamma_e^2}. \quad (\text{E.32})$$

Beraz, energia linealki handitzen da Rabi maiztasuna handitzean.

E.3.2. π pulsu zabalak

Pulstu zabal baten kasua aztertzeko, (E.29) ekuazioko bi terminoak kalkulatu behar ditugu. Adierazpen orokorra honakoa da:

$$E^{\text{ext}}(t_\pi) = \frac{c}{\mu_0} \frac{2}{\gamma_e^2} \int_0^{t_\pi} dt \left[\Omega^2(t) \cos^2(\omega t - \phi) + \frac{1}{\omega} \Omega(t) \frac{\partial \Omega(t)}{\partial t} \cos(\omega t - \phi) \sin(\omega t - \phi) \right]. \quad (\text{E.33})$$

Tesian aztertutako kasu guztietan, ordea, (E.33) ekuazioko bigarren terminoaren kontribuzioa arbuia garria da, eta beraz, ondorengoa idatz daiteke

$$E^{\text{ext}}(t_\pi) \approx \frac{c}{\mu_0} \frac{2}{\gamma_e^2} \int_0^{t_\pi} dt \left[\Omega^2(t) \cos^2(\omega t - \phi) \right]. \quad (\text{E.34})$$

E.3.3. Rabi-maiztasun baliokideak

Pultsu zabalen energia berdina daraman pultsu karratu baten Rabi maiztasuna kalkulatzeko $E^{\text{top-hat}}(t_\pi) = E^{\text{ext}}(t_\pi)$ ekuazioa erabiliko dugu, eta, hemendik, Ω askatu. (E.32, E.33) ekuazioak erabiliz, erraz aurki daiteke:

$$\Omega = \frac{\mu_0 \gamma_e^2}{\pi c} E^{\text{ext}}(t_\pi). \quad (\text{E.35})$$

Bibliografia

- [1] M. Planck, “*Ueber eine Verbesserung der Wien’schen Spectralgleichung*”, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* **2**, 202–204 (1900).
- [2] A. Einstein, “*Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*”, *Annalen der Physik* **322**, 132–148 (1905).
- [3] A. Einstein, “*Zur Quantentheorie der Strahlung*”, *Physikalische Zeitschrift* **18**, 121–128 (1917).
- [4] E. Schrödinger, “*An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules*”, *Physical Review* **28**, 1049–1070 (1926).
- [5] P. A. M. Dirac, “*The quantum theory of the emission and absorption of radiation*”, *Proceedings of the Royal Society A* **114**, 243–265 (1927).
- [6] R. P. Feynman, *QED: The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press, 1985.
- [7] W. E. Lamb and R. C. Retherford, “*Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method*”, *Physical Review* **72**, 241–243 (1947).
- [8] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes, “*The Maser—New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer*”, *Physical Review* **99**, 1264–1274 (1955).
- [9] A. Kastler, “*Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d’une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes*”, *Journal de Physique et Le Radium* **11**, 255–265 (1950).
- [10] N. Taylor, *Laser: The Inventor, The Nobel Laureate, and The Thirty-Year Patent War*. Simon & Schuster, 2000.
- [11] R. J. Glauber, “*The Quantum Theory of Optical Coherence*”, *Physical Review* **130**, 2529–2539 (1963).
- [12] R. J. Glauber, “*Coherent and Incoherent States of the Radiation Field*”, *Physical Review* **131**, 2766–2788 (1963).

- [13] W. Paul, “*Electromagnetic traps for charged and neutral particles*”, *Reviews of Modern Physics* **62**, 531–540 (1990).
- [14] D. J. Wineland and H. Dehmelt, “*Proposed $10^{14}\delta\nu/\nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ mono-ion oscillator III (sideband cooling)*”, *Bulletin of the American Physical Society* **20**, 637 (1975).
- [15] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, “*Cooling of gases by laser radiation*”, *Optics Communications* **13**, 68–69 (1975).
- [16] W. D. Phillips, “*Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*”, *Reviews of Modern Physics* **70**, 721–741 (1998).
- [17] W. Nagourney, J. Sandberg, and H. Dehmelt, “*Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps*”, *Physical Review Letters* **56**, 2797–2799 (1986).
- [18] T. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt, and P. E. Toschek, “*Observation of Quantum Jumps*”, *Physical Review Letters* **57**, 1696–1698 (1986).
- [19] J. C. Bergquist, R. G. Hulet, W. M. Itano, and D. J. Wineland, “*Observation of Quantum Jumps in a Single Atom*”, *Physical Review Letters* **57**, 1699–1702 (1986).
- [20] F. Diedrich, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland, “*Laser Cooling to the Zero-Point Energy of Motion*”, *Physical Review Letters* **62**, 403–406 (1989).
- [21] S. Haroche and D. Kleppner, “*Cavity Quantum Electrodynamics*”, *Physics Today* **42**, 24 (1989).
- [22] E. M. Purcell, “*Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*”, *Physical Review* **69**, 674–674 (1946).
- [23] R. G. Hulet, E. S. Hilfer, and D. Kleppner, “*Inhibited Spontaneous Emission by a Rydberg Atom*”, *Physical Review Letters* **55**, 2137–2140 (1985).
- [24] W. Jhe, A. Anderson, E. A. Hinds, D. Meschede, L. Moi, and S. Haroche, “*Suppression of spontaneous decay at optical frequencies: Test of vacuum-field anisotropy in confined space*”, *Physical Review Letters* **58**, 666–669 (1987).
- [25] R. J. Thompson, G. Rempe, and H. J. Kimble, “*Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity*”, *Physical Review Letters* **68**, 1132–1135 (1992).
- [26] M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond, and S. Haroche, “*Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity*”, *Physical Review Letters* **76**, 1800–1803 (1996).
- [27] P. Vasa, “*Strong Light-Matter Interaction*”, in *digital Encyclopedia of Applied Physics*, pp. 1–30. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA (Ed.), 2019.

-
- [28] A. M. Turing, "On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem", [Proceedings of the London Mathematical Society](#) **s2-42**, 230-265 (1937).
- [29] B. Lojek, *History of Semiconductor Engineering*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [30] G. E. Moore, "Cramming more components onto integrated circuits", *Electronics* **38**, 114–117 .
- [31] S. Arora and B. Barak, *Computational Complexity: A Modern Approach*. Cambridge University Press, 2009.
- [32] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", [The Bell System Technical Journal](#) **27**, 379-423 (1948).
- [33] R. Landauer, "Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process", [IBM Journal of Research and Development](#) **5**, 183-191 (1961).
- [34] C. H. Bennett, "Logical Reversibility of Computation", [IBM Journal of Research and Development](#) **17**, 525-532 (1973).
- [35] P. Benioff, "The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines", [Journal of Statistical Physics](#) **22**, 563–591 (1980).
- [36] Y. I. Manin, *Vychislimoe i nevychislimoe (Computable and Noncomputable)*. Soviet Radio pp 13-15, 1980.
- [37] D. Deutsch, "Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer", [Proceedings of the Royal Society A](#) **400**, 97–117 (1985).
- [38] R. P. Feynman, "Simulating physics with computers", [International Journal of Theoretical Physics](#) **21**, 467–488 (1982).
- [39] R. P. Poplavskii, "Thermodynamic models of information processes", [Soviet Physics Uspekhi](#) **18**, 222–241 (1975).
- [40] S. Wiesner, "Conjugate Coding", [SIGACT News](#) **15**, 78–88 (1983).
- [41] C. H. Bennett and G. Brassard, "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing", [Theoretical Computer Science](#) **560**, 7–11 (2014).
- [42] C. H. Bennett, F. Bessette, G. Brassard, L. Salvail, and J. Smolin, "Experimental quantum cryptography", [Journal of Cryptology](#) **5**, 3–28 (1992).
- [43] P. W. Shor, "Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring", in *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pp. 124–134. 1994.

- [44] J. P. Dowling and G. J. Milburn, “*Quantum technology: the second quantum revolution*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A* **361**, 1655-1674 (2003).
- [45] J. I. Cirac and P. Zoller, “*Quantum Computations with Cold Trapped Ions*”, *Physical Review Letters* **74**, 4091–4094 (1995).
- [46] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, “*Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate*”, *Physical Review Letters* **75**, 4714–4717 (1995).
- [47] I. L. Chuang and Y. Yamamoto, “*Simple quantum computer*”, *Physical Review A* **52**, 3489–3496 (1995).
- [48] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, “*A scheme for efficient quantum computation with linear optics*”, *Nature* **409**, 46–52 (2001).
- [49] A. Sørensen and K. Mølmer, “*Quantum Computation with Ions in Thermal Motion*”, *Physical Review Letters* **82**, 1971–1974 (1999).
- [50] A. Sørensen and K. Mølmer, “*Entanglement and quantum computation with ions in thermal motion*”, *Physical Review A* **62**, 022311 (2000).
- [51] E. Solano, R. L. de Matos Filho, and N. Zagury, “*Deterministic Bell states and measurement of the motional state of two trapped ions*”, *Physical Review A* **59**, R2539–R2543 (1999).
- [52] D. Jonathan, M. B. Plenio, and P. L. Knight, “*Fast quantum gates for cold trapped ions*”, *Physical Review A* **62**, 042307 (2000).
- [53] T. Pellizzari, S. A. Gardiner, J. I. Cirac, and P. Zoller, “*Decoherence, Continuous Observation, and Quantum Computing: A Cavity QED Model*”, *Physical Review Letters* **75**, 3788–3791 (1995).
- [54] G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, “*Quantum Logic Gates in Optical Lattices*”, *Physical Review Letters* **82**, 1060–1063 (1999).
- [55] A. Kitaev, “*Fault-tolerant quantum computation by anyons*”, *Annals of Physics* **303**, 2–30 (2003).
- [56] D. Loss and D. P. DiVincenzo, “*Quantum computation with quantum dots*”, *Physical Review A* **57**, 120–126 (1998).
- [57] D. G. Cory, A. F. Fahmy, and T. F. Havel, “*Ensemble quantum computing by NMR spectroscopy*”, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **94**, 1634–1639 (1997).
- [58] N. A. Gershenfeld and I. L. Chuang, “*Bulk Spin-Resonance Quantum Computation*”, *Science* **275**, 350–356 (1997).

-
- [59] P. Cappellaro, L. Jiang, J. S. Hodges, and M. D. Lukin, “Coherence and Control of Quantum Registers Based on Electronic Spin in a Nuclear Spin Bath”, *Physical Review Letters* **102**, 210502 (2009).
- [60] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. S. Tsai, “Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box”, *Nature* **398**, 786–788 (1999).
- [61] L. K. Grover, “A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search”, in *STOC '96 Proceedings*, STOC '96, pp. 212–219. ACM Press, New York, USA, 1996.
- [62] A. W. Harrow, A. Hassidim, and S. Lloyd, “Quantum Algorithm for Linear Systems of Equations”, *Physical Review Letters* **103**, 150502 (2009).
- [63] P. W. Shor, “Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory”, *Physical Review A* **52**, R2493–R2496 (1995).
- [64] A. Steane, “Multiple-particle interference and quantum error correction”, *Proceedings of the Royal Society A* **452**, 2551–2577 (1996).
- [65] D. Gottesman, “An Introduction to Quantum Error Correction and Fault-Tolerant Quantum Computation”, in *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, volume 68, pp. 13–58. AMS Press, Providence, Rhode Island, USA, 2010.
- [66] E. T. Campbell, B. M. Terhal, and C. Vuillot, “Roads towards fault-tolerant universal quantum computation”, *Nature* **549**, 172–179 (2017).
- [67] T. Monz, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, and R. Blatt, “14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence”, *Physical Review Letters* **106**, 130506 (2011).
- [68] R. Barends *et al.*, “Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance”, *Nature* **508**, 500–503 (2014).
- [69] A. M. Kaufman, B. J. Lester, M. Foss-Feig, M. L. Wall, A. M. Rey, and C. A. Regal, “Entangling two transportable neutral atoms via local spin exchange”, *Nature* **527**, 208–211 (2015).
- [70] M. Ebert, M. Kwon, T. G. Walker, and M. Saffman, “Coherence and Rydberg Blockade of Atomic Ensemble Qubits”, *Physical Review Letters* **115**, 093601 (2015).
- [71] B. Lekitsch, S. Weidt, A. G. Fowler, K. Mølmer, S. J. Devitt, C. Wunderlich, and W. K. Hensinger, “Blueprint for a microwave trapped ion quantum computer”, *Science Advances* **3**, e1601540 (2017).
- [72] G. Popkin, “Quest for qubits”, *Science* **354**, 1090–1093 (2016).
- [73] Y. Wang, A. Kumar, T. Y. Wu, and D. S. Weiss, “Single-qubit gates based on targeted phase shifts in a 3D neutral atom array”, *Science* **352**, 1562–1565 (2016).

- [74] D. Barredo, V. Lienhard, S. de Léséleuc, T. Lahaye, and A. Browaeys, “*Synthetic three-dimensional atomic structures assembled atom by atom*”, *Nature* **561**, 79–82 (2018).
- [75] Y. Zeng, P. Xu, X. He, Y. Liu, M. Liu, J. Wang, D. J. Papoular, G. V. Shlyapnikov, and M. Zhan, “*Entangling Two Individual Atoms of Different Isotopes via Rydberg Blockade*”, *Physical Review Letters* **119**, 160502 (2017).
- [76] H. Bernien *et al.*, “*Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator*”, *Nature* **551**, 579–584 (2017).
- [77] A. Kandala, A. Mezzacapo, K. Temme, M. Takita, M. Brink, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, “*Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets*”, *Nature* **549**, 242–246 (2017).
- [78] P. Wang, C.-Y. Luan, M. Qiao, M. Um, J. Zhang, Y. Wang, X. Yuan, M. Gu, J. Zhang, and K. Kim, “*Single ion-qubit exceeding one hour coherence time*”, [arXiv 2008.00251](https://arxiv.org/abs/2008.00251) (2020).
- [79] A. Bermudez *et al.*, “*Assessing the Progress of Trapped-Ion Processors Towards Fault-Tolerant Quantum Computation*”, *Physical Review X* **7**, 041061 (2017).
- [80] D. M. Zajac, A. J. Sigillito, M. Russ, F. Borjans, J. M. Taylor, G. Burkard, and J. R. Petta, “*Resonantly driven CNOT gate for electron spins*”, *Science* **359**, 439–442 (2017).
- [81] J. Preskill, “*Quantum Computing in the NISQ era and beyond*”, *Quantum* **2**, 79 (2018).
- [82] F. Wilczek, “*Physics in 100 years*”, *Physics Today* **69**, 32 (2016).
- [83] A. Parra-Rodriguez, P. Lougovski, L. Lamata, E. Solano, and M. Sanz, “*Digital-analog quantum computation*”, *Physical Review A* **101**, 022305 (2020).
- [84] J. R. McClean, J. Romero, R. Babbush, and A. Aspuru-Guzik, “*The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms*”, *New Journal of Physics* **18**, 023023 (2016).
- [85] B. M. Terhal and D. P. Divincenzo, “*Adaptive Quantum Computation, Constant Depth Quantum Circuits and Arthur-Merlin Games*”, *Quantum Information & Computation* **4**, 134–145 (2004).
- [86] D. Shepherd and M. J. Bremner, “*Temporally unstructured quantum computation*”, *Proceedings of the Royal Society A* **465**, 1413–1439 (2009).
- [87] S. Aaronson and A. Arkhipov, “*The computational complexity of linear optics*”, in *STOC '11 Proceedings*, pp. 333–342. ACM Press, New York, USA, 2011.

-
- [88] S. Boixo, S. V. Isakov, V. N. Smelyanskiy, R. Babbush, N. Ding, Z. Jiang, M. J. Bremner, J. M. Martinis, and H. Neven, “*Characterizing quantum supremacy in near-term devices*”, *Nature Physics* **14**, 595–600 (2018).
- [89] A. Das and B. K. Chakrabarti, “*Colloquium: Quantum annealing and analog quantum computation*”, *Reviews of Modern Physics* **80**, 1061 (2008).
- [90] J. Preskill, “*Quantum Entanglement and Quantum Computing*”, in *Proceedings of the 25th Solvay Conference on Physics*, pp. 63–80. World Scientific, Singapore, 2013.
- [91] A. Papageorgiou and J. F. Traub, “*Measures of quantum computing speedup*”, *Physical Review A* **88**, 022316 (2013).
- [92] A. W. Harrow and A. Montanaro, “*Quantum computational supremacy*”, *Nature* **549**, 203–209 (2017).
- [93] F. Arute *et al.*, “*Quantum supremacy using a programmable superconducting processor*”, *Nature* **574**, 505–510 (2019).
- [94] J. I. Cirac and P. Zoller, “*Goals and opportunities in quantum simulation*”, *Nature Physics* **8**, 264–266 (2012).
- [95] I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbène, “*Quantum simulations with ultracold quantum gases*”, *Nature Physics* **8**, 267–276 (2012).
- [96] R. Blatt and C. F. Roos, “*Quantum simulations with trapped ions*”, *Nature Physics* **8**, 277–284 (2012).
- [97] A. Aspuru-Guzik and P. Walther, “*Photonic quantum simulators*”, *Nature Physics* **8**, 285–291 (2012).
- [98] A. A. Houck, H. E. Türeci, and J. Koch, “*On-chip quantum simulation with superconducting circuits*”, *Nature Phys.* **8**, 292 (2012).
- [99] K. Van Houcke, F. Werner, E. Kozik, N. Prokof'ev, B. Svistunov, M. J. H. Ku, A. T. Sommer, L. W. Cheuk, A. Schirotzek, and M. W. Zwierlein, “*Feynman diagrams versus Fermi-gas Feynman emulator*”, *Nature Physics* **8**, 366–370 (2012).
- [100] I. M. Georgescu, S. Ashhab, and F. Nori, “*Quantum simulation*”, *Reviews of Modern Physics* **86**, 153 (2014).
- [101] C. Gross and I. Bloch, “*Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices*”, *Science* **357**, 995–1001 (2017).
- [102] S. Lloyd, “*Universal Quantum Simulators*”, *Science* **273**, 1073–1078 (1996).
- [103] R. B. Laughlin and D. Pines, “*The Theory of Everything*”, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **97**, 28–31 (2000).

- [104] T. Byrnes and Y. Yamamoto, “*Simulating lattice gauge theories on a quantum computer*”, *Physical Review A* **73**, 022328 (2006).
- [105] J. I. Cirac, P. Maraner, and J. K. Pachos, “*Cold Atom Simulation of Interacting Relativistic Quantum Field Theories*”, *Physical Review Letters* **105**, 190403 (2010).
- [106] J. Casanova, L. Lamata, I. L. Egusquiza, R. Gerritsma, C. F. Roos, J. J. García-Ripoll, and E. Solano, “*Quantum Simulation of Quantum Field Theories in Trapped Ions*”, *Physical Review Letters* **107**, 260501 (2011).
- [107] L. Mazza, A. Bermudez, N. Goldman, M. Rizzi, M. A. Martin-Delgado, and M. Lewenstein, “*An optical-lattice-based quantum simulator for relativistic field theories and topological insulators*”, *New Journal of Physics* **14**, 015007 (2012).
- [108] S. P. Jordan, K. S. M. Lee, and J. Preskill, “*Quantum Algorithms for Quantum Field Theories*”, *Science* **336**, 1130–1133 (2012).
- [109] P. Hauke, D. Marcos, M. Dalmonte, and P. Zoller, “*Quantum Simulation of a Lattice Schwinger Model in a Chain of Trapped Ions*”, *Physical Review X* **3**, 041018 (2013).
- [110] I. Kassal, J. D. Whitfield, A. Perdomo-Ortiz, M.-H. Yung, and A. Aspuru-Guzik, “*Simulating Chemistry Using Quantum Computers*”, *Annual Review of Physical Chemistry* **62**, 185–207 (2011).
- [111] M. H. Yung, J. Casanova, A. Mezzacapo, J. McClean, L. Lamata, A. Aspuru-Guzik, and E. Solano, “*From transistor to trapped-ion computers for quantum chemistry*”, *Scientific Reports* **4**, 3589 (2014).
- [112] J. Argüello-Luengo, A. González-Tudela, T. Shi, P. Zoller, and J. I. Cirac, “*Analogue quantum chemistry simulation*”, *Nature* **574**, 215–218 (2019).
- [113] G. Jotzu, M. Messer, R. Desbuquois, M. Lebrat, T. Uehlinger, D. Greif, and T. Esslinger, “*Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions*”, *Nature* **515**, 237–240 (2014).
- [114] Z. Z. Yan, Y. Ni, C. Robens, and M. W. Zwierlein, “*Bose polarons near quantum criticality*”, *Science* **368**, 190–194 (2020).
- [115] J. A. Muniz, D. Barberena, R. J. Lewis-Swan, D. J. Young, J. R. K. Cline, A. M. Rey, and J. K. Thompson, “*Exploring dynamical phase transitions with cold atoms in an optical cavity*”, *Nature* **580**, 602–607 (2020).
- [116] Y. Tang, L. Li, T. Li, Y. Xu, S. Liu, K. Barmak, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. H. MacDonald, J. Shan, and K. F. Mak, “*Simulation of Hubbard model physics in WS_2/WS_2 moiré superlattices*”, *Nature* **579**, 353–358 (2020).
- [117] K. Li, Y. Li, M. Han, S. Lu, J. Zhou, D. Ruan, G. Long, Y. Wan, D. Lu, B. Zeng, and R. Laflamme, “*Quantum spacetime on a quantum simulator*”, *Communications Physics* **2**, 122 (2019).

- [118] J. W. Britton, B. C. Sawyer, A. C. Keith, C. C. J. Wang, J. K. Freericks, H. Uys, M. J. Biercuk, and J. J. Bollinger, “Engineered two-dimensional Ising interactions in a trapped-ion quantum simulator with hundreds of spins”, *Nature* **484**, 489–492 (2012).
- [119] M. F. Parsons, A. Mazurenko, C. S. Chiu, G. Ji, D. Greif, and M. Greiner, “Site-resolved measurement of the spin-correlation function in the Fermi-Hubbard model”, *Science* **353**, 1253–1256 (2016).
- [120] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z. X. Gong, and C. Monroe, “Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator”, *Nature* **551**, 601–604 (2017).
- [121] I. Arrazola, J. S. Pedernales, L. Lamata, and E. Solano, “Digital-Analog Quantum Simulation of Spin Models in Trapped Ions”, *Scientific Reports* **6**, 30534 (2016).
- [122] L. Lamata, A. Parra-Rodriguez, M. Sanz, and E. Solano, “Digital-analog quantum simulations with superconducting circuits”, *Advances in Physics: X* **3**, 1457981 (2018).
- [123] S. Trotzky, Y.-A. Chen, A. Flesch, I. P. McCulloch, U. Schollwöck, J. Eisert, and I. Bloch, “Probing the relaxation towards equilibrium in an isolated strongly correlated one-dimensional Bose gas”, *Nature Physics* **8**, 325–330 (2012).
- [124] E. Bernstein and U. Vazirani, “Quantum Complexity Theory”, *SIAM Journal on Computing* **26**, 1411-1473 (1997).
- [125] Y. Alexeev *et al.*, “Quantum Computer Systems for Scientific Discovery”, *arXiv* 1912.07577 (2019).
- [126] C. L. Degen, F. Reinhard, and P. Cappellaro, “Quantum sensing”, *Reviews of Modern Physics* **89**, 035002 (2017).
- [127] V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone, “Advances in quantum metrology”, *Nature Photonics* **5**, 222–229 (2011).
- [128] S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibbrandt, “ $^{27}\text{Al}^+$ Quantum-Logic Clock with a Systematic Uncertainty below 10^{-18} ”, *Physical Review Letters* **123**, 033201 (2019).
- [129] H. B. Dang, A. C. Maloof, and M. V. Romalis, “Ultrahigh sensitivity magnetic field and magnetization measurements with an atomic magnetometer”, *Applied Physics Letters* **97**, 151110 (2010).
- [130] P. Maletinsky, S. Hong, M. S. Grinolds, B. Hausmann, M. D. Lukin, R. L. Walsworth, M. Loncar, and A. Yacoby, “A robust scanning diamond sensor for nanoscale imaging with single nitrogen-vacancy centres”, *Nature Nanotechnology* **7**, 320–324 (2012).

- [131] L. Rondin, J.-P. Tetienne, P. Spinicelli, C. Dal Savio, K. Karrai, G. Dantelle, A. Thiaville, S. Rohart, J.-F. Roch, and V. Jacques, “*Nanoscale magnetic field mapping with a single spin scanning probe magnetometer*”, [Applied Physics Letters](#) **100**, 153118 (2012).
- [132] R. Maiwald, D. Leibfried, J. Britton, J. C. Bergquist, G. Leuchs, and D. J. Wineland, “*Stylus ion trap for enhanced access and sensing*”, [Nature Physics](#) **5**, 551–554 (2009).
- [133] M. J. Biercuk, H. Uys, J. W. Britton, A. P. VanDevender, and J. J. Bollinger, “*Ultrasensitive detection of force and displacement using trapped ions*”, [Nature Nanotechnology](#) **5**, 646–650 (2010).
- [134] T. L. S. Collaboration, “*A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit*”, [Nature Physics](#) **7**, 962–965 (2011).
- [135] S.-H. Tan, B. I. Erkmen, V. Giovannetti, S. Guha, S. Lloyd, L. Maccone, S. Pirandola, and J. H. Shapiro, “*Quantum Illumination with Gaussian States*”, [Physical Review Letters](#) **101**, 253601 (2008).
- [136] S. Lloyd, “*Enhanced Sensitivity of Photodetection via Quantum Illumination*”, [Science](#) **321**, 1463–1465 (2008).
- [137] Z. Zhang, M. Tengner, T. Zhong, F. N. C. Wong, and J. H. Shapiro, “*Entanglement’s Benefit Survives an Entanglement-Breaking Channel*”, [Physical Review Letters](#) **111**, 010501 (2013).
- [138] S. Barzanjeh, S. Guha, C. Weedbrook, D. Vitali, J. H. Shapiro, and S. Pirandola, “*Microwave Quantum Illumination*”, [Physical Review Letters](#) **114**, 080503 (2015).
- [139] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, and D. J. Wineland, “*Optical Clocks and Relativity*”, [Science](#) **329**, 1630–1633 (2010).
- [140] W. F. McGrew *et al.*, “*Atomic clock performance enabling geodesy below the centimetre level*”, [Nature](#) **564**, 87–90 (2018).
- [141] S. Bose, K. Jacobs, and P. L. Knight, “*Scheme to probe the decoherence of a macroscopic object*”, [Physical Review A](#) **59**, 3204–3210 (1999).
- [142] D. E. Chang, C. A. Regal, S. B. Papp, D. J. Wilson, J. Ye, O. Painter, H. J. Kimble, and P. Zoller, “*Cavity opto-mechanics using an optically levitated nanosphere*”, [Proceedings of the National Academy of Sciences](#) **107**, 1005–1010 (2010).
- [143] O. Romero-Isart, A. C. Pflanzer, F. Blaser, R. Kaltenbaek, N. Kiesel, M. Aspelmeyer, and J. I. Cirac, “*Large Quantum Superpositions and Interference of Massive Nanometer-Sized Objects*”, [Physical Review Letters](#) **107**, 020405 (2011).

-
- [144] M. Scala, M. S. Kim, G. W. Morley, P. F. Barker, and S. Bose, “Matter-Wave Interferometry of a Levitated Thermal Nano-Oscillator Induced and Probed by a Spin”, *Physical Review Letters* **111**, 180403 (2013).
- [145] J. S. Pedernales, G. W. Morley, and M. B. Plenio, “Motional Dynamical Decoupling for Interferometry with Macroscopic Particles”, *Physical Review Letters* **125**, 023602 (2020).
- [146] D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, “Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates”, *Physical Review Letters* **81**, 1543–1546 (1998).
- [147] Y. Y. Fein, P. Geyer, P. Zwick, F. Kiałka, S. Pedalino, M. Mayor, S. Gerlich, and M. Arndt, “Quantum superposition of molecules beyond 25 kDa”, *Nature Physics* **15**, 1242–1245 (2019).
- [148] O. Romero-Isart, “Quantum superposition of massive objects and collapse models”, *Physical Review A* **84**, 052121 (2011).
- [149] A. Bassi, K. Lochan, S. Satin, T. P. Singh, and H. Ulbricht, “Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests”, *Reviews of Modern Physics* **85**, 471–527 (2013).
- [150] S. Bose, A. Mazumdar, G. W. Morley, H. Ulbricht, M. Toroš, M. Paternostro, A. A. Geraci, P. F. Barker, M. S. Kim, and G. Milburn, “Spin Entanglement Witness for Quantum Gravity”, *Physical Review Letters* **119**, 240401 (2017).
- [151] C. Marletto and V. Vedral, “Gravitationally Induced Entanglement between Two Massive Particles is Sufficient Evidence of Quantum Effects in Gravity”, *Physical Review Letters* **119**, 240402 (2017).
- [152] I. I. Rabi, “Space Quantization in a Gyration Magnetic Field”, *Physical Review* **51**, 652–654 (1937).
- [153] J. J. Sakurai and J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2 ed., 2017.
- [154] F. Bloch, “Nuclear Induction”, *Physical Review* **70**, 460–474 (1946).
- [155] F. Arecchi and R. Bonifacio, “Theory of optical maser amplifiers”, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **1**, 169–178 (1965).
- [156] F. Bloch and A. Siegert, “Magnetic Resonance for Nonrotating Fields”, *Physical Review* **57**, 522–527 (1940).
- [157] C. J. Foot, *Atomic physics*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2007.
- [158] B. R. Mollow, “Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems”, *Physical Review* **188**, 1969–1975 (1969).

- [159] F. Schuda, C. R. Stroud, and M. Hercher, “*Observation of the resonant Stark effect at optical frequencies*”, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **7**, L198–L202 (1974).
- [160] S. H. Autler and C. H. Townes, “*Stark Effect in Rapidly Varying Fields*”, *Physical Review* **100**, 703–722 (1955).
- [161] R. Puebla, J. Casanova, and M. B. Plenio, “*A robust scheme for the implementation of the quantum Rabi model in trapped ions*”, *New Journal of Physics* **18**, 113039 (2016).
- [162] A. Bermudez, P. O. Schmidt, M. B. Plenio, and A. Retzker, “*Robust trapped-ion quantum logic gates by continuous dynamical decoupling*”, *Physical Review A* **85**, 040302 (2012).
- [163] A. Lemmer, A. Bermudez, and M. B. Plenio, “*Driven geometric phase gates with trapped ions*”, *New Journal of Physics* **15**, 083001 (2013).
- [164] E. L. Hahn, “*Spin Echoes*”, *Physical Review* **80**, 580–594 (1950).
- [165] H. Y. Carr and E. M. Purcell, “*Effects of Diffusion on Free Precession in Nuclear Magnetic Resonance Experiments*”, *Physical Review* **94**, 630–638 (1954).
- [166] S. Meiboom and D. Gill, “*Modified Spin-Echo Method for Measuring Nuclear Relaxation Times*”, *Review of Scientific Instruments* **29**, 688–691 (1958).
- [167] A. M. Souza, G. A. Álvarez, and D. Suter, “*Robust dynamical decoupling*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A* **370**, 4748–4769 (2012).
- [168] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, “*Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser*”, *Proceedings of the IEEE* **51**, 89–109 (1963).
- [169] G. Rempe, H. Walther, and N. Klein, “*Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser*”, *Physical Review Letters* **58**, 353–356 (1987).
- [170] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, “*Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity*”, *Reviews of Modern Physics* **73**, 565–582 (2001).
- [171] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, “*Quantum dynamics of single trapped ions*”, *Reviews of Modern Physics* **75**, 281–324 (2003).
- [172] J. Clarke and F. K. Wilhelm, “*Superconducting quantum bits*”, *Nature* **453**, 1031–1042 (2008).
- [173] D. Bera, L. Qian, T.-K. Tseng, and P. H. Holloway, “*Quantum Dots and Their Multimodal Applications: A Review*”, *Materials* **3**, 2260–2345 (2010).

-
- [174] H. Paul, “*Induzierte Emission bei starker Einstrahlung*”, *Annalen der Physik* **466**, 411–412 (1963).
- [175] R. Loudon, *The quantum theory of light*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2000.
- [176] C. Gerry and P. Knight, *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004.
- [177] S. Haroche and J. Raimond, “*Radiative Properties of Rydberg States in Resonant Cavities*”, volume 20 of *Advances in Atomic and Molecular Physics*, pp. 347 – 411. Academic Press, 1985.
- [178] J. Gallas, G. Leuchs, H. Walther, and H. Figger, “*Rydberg Atoms: High-Resolution Spectroscopy and Radiation Interaction – Rydberg Molecules*”, volume 20 of *Advances in Atomic and Molecular Physics*, pp. 413 – 466. Academic Press, 1985.
- [179] R. H. Dicke, “*Coherence in Spontaneous Radiation Processes*”, *Physical Review* **93**, 99–110 (1954).
- [180] M. Tavis and F. W. Cummings, “*Exact Solution for an N -Molecule-Radiation-Field Hamiltonian*”, *Physical Review* **170**, 379–384 (1968).
- [181] M. G. Raizen, R. J. Thompson, R. J. Brecha, H. J. Kimble, and H. J. Carmichael, “*Normal-mode splitting and linewidth averaging for two-state atoms in an optical cavity*”, *Physical Review Letters* **63**, 240–243 (1989).
- [182] Y. Zhu, D. J. Gauthier, S. E. Morin, Q. Wu, H. J. Carmichael, and T. W. Mossberg, “*Vacuum Rabi splitting as a feature of linear-dispersion theory: Analysis and experimental observations*”, *Physical Review Letters* **64**, 2499–2502 (1990).
- [183] F. Bernardot, P. Nussenzveig, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, “*Vacuum Rabi Splitting Observed on a Microscopic Atomic Sample in a Microwave Cavity*”, *Europhysics Letters* **17**, 33–38 (1992).
- [184] G. Günter *et al.*, “*Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction*”, *Nature* **458**, 178–181 (2009).
- [185] T. Niemczyk *et al.*, “*Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime*”, *Nature Physics* **6**, 772–776 (2010).
- [186] D. Z. Rossatto, C. J. Villas-Bôas, M. Sanz, and E. Solano, “*Spectral classification of coupling regimes in the quantum Rabi model*”, *Physical Review A* **96**, 013849 (2017).
- [187] A. Frisk Kockum, A. Miranowicz, S. De Liberato, S. Savasta, and F. Nori, “*Ultrastrong coupling between light and matter*”, *Nature Reviews Physics* **1**, 19–40 (2019).

- [188] P. Forn-Díaz, L. Lamata, E. Rico, J. Kono, and E. Solano, “*Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction*”, *Reviews of Modern Physics* **91**, 025005 (2019).
- [189] F. Yoshihara, T. Fuse, S. Ashhab, K. Kakuyanagi, S. Saito, and K. Semba, “*Superconducting qubit–oscillator circuit beyond the ultrastrong-coupling regime*”, *Nature Physics* **13**, 44–47 (2017).
- [190] A. Bayer, M. Pozimski, S. Schambeck, D. Schuh, R. Huber, D. Bougeard, and C. Lange, “*Terahertz Light–Matter Interaction beyond Unity Coupling Strength*”, *Nano Letters* **17**, 6340–6344 (2017).
- [191] N. S. Mueller, Y. Okamura, B. G. M. Vieira, S. Juergensen, H. Lange, E. B. Barros, F. Schulz, and S. Reich, “*Deep strong light–matter coupling in plasmonic nanoparticle crystals*”, *Nature* **583**, 780–784 (2020).
- [192] D. Braak, Q.-H. Chen, M. T. Batchelor, and E. Solano, “*Semi-classical and quantum Rabi models: in celebration of 80 years*”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **49**, 300301 (2016).
- [193] D. Braak, “*Integrability of the Rabi Model*”, *Physical Review Letters* **107**, 100401 (2011).
- [194] J. Casanova, G. Romero, I. Lizuain, J. J. García-Ripoll, and E. Solano, “*Deep Strong Coupling Regime of the Jaynes-Cummings Model*”, *Physical Review Letters* **105**, 263603 (2010).
- [195] L. S. Brown and G. Gabrielse, “*Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap*”, *Reviews of Modern Physics* **58**, 233–311 (1986).
- [196] D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King, and D. M. Meekhof, “*Experimental Issues in Coherent Quantum-State Manipulation of Trapped Atomic Ions*”, *Journal of Research of the NIST* **103**, 259–328 (1998).
- [197] V. M. Schäfer, C. J. Ballance, K. Thirumalai, L. J. Stephenson, T. G. Ballance, A. M. Steane, and D. M. Lucas, “*Fast quantum logic gates with trapped-ion qubits*”, *Nature* **555**, 75–78 (2018).
- [198] C. J. Ballance, T. P. Harty, N. M. Linke, M. A. Sepiol, and D. M. Lucas, “*High-Fidelity Quantum Logic Gates Using Trapped-Ion Hyperfine Qubits*”, *Physical Review Letters* **117**, 060504 (2016).
- [199] J. P. Gaebler, T. R. Tan, Y. Lin, Y. Wan, R. Bowler, A. C. Keith, S. Glancy, K. Coakley, E. Knill, D. Leibfried, and D. J. Wineland, “*High-Fidelity Universal Gate Set for $^9\text{Be}^+$ Ion Qubits*”, *Physical Review Letters* **117**, 060505 (2016).
- [200] D. Porras and J. I. Cirac, “*Effective Quantum Spin Systems with Trapped Ions*”, *Physical Review Letters* **92**, 207901 (2004).

-
- [201] C. Schneider, D. Porras, and T. Schaetz, “*Experimental quantum simulations of many-body physics with trapped ions*”, [Reports on Progress in Physics](#) **75**, 024401 (2012).
- [202] J. G. Bohnet, B. C. Sawyer, J. W. Britton, M. L. Wall, A. M. Rey, M. Foss-Feig, and J. J. Bollinger, “*Quantum spin dynamics and entanglement generation with hundreds of trapped ions*”, [Science](#) **352**, 1297–1301 (2016).
- [203] P. Jurcevic, H. Shen, P. Hauke, C. Maier, T. Brydges, C. Hempel, B. P. Lanyon, M. Heyl, R. Blatt, and C. F. Roos, “*Direct Observation of Dynamical Quantum Phase Transitions in an Interacting Many-Body System*”, [Physical Review Letters](#) **119**, 080501 (2017).
- [204] J.-M. Cui, F. J. Gómez-Ruiz, Y.-F. Huang, C.-F. Li, G.-C. Guo, and A. del Campo, “*Experimentally testing quantum critical dynamics beyond the Kibble–Zurek mechanism*”, [Communications Physics](#) **3**, 44 (2020).
- [205] T. Graß, B. Juliá-Díaz, M. Kuś, and M. Lewenstein, “*Quantum Chaos in $SU(3)$ Models with Trapped Ions*”, [Physical Review Letters](#) **111**, 090404 (2013).
- [206] L. M. Sieberer, T. Olsacher, A. Elben, M. Heyl, P. Hauke, F. Haake, and P. Zoller, “*Digital quantum simulation, Trotter errors, and quantum chaos of the kicked top*”, [npj Quantum Information](#) **5**, 78 (2019).
- [207] L. Lamata, J. León, T. Schätz, and E. Solano, “*Dirac Equation and Quantum Relativistic Effects in a Single Trapped Ion*”, [Physical Review Letters](#) **98**, 253005 (2007).
- [208] R. Gerritsma, G. Kirchmair, F. Zähringer, E. Solano, R. Blatt, and C. F. Roos, “*Quantum simulation of the Dirac equation*”, [Nature](#) **463**, 68–71 (2010).
- [209] M. Wittmer, F. Hakeberg, P. Kiefer, J.-P. Schröder, C. Fey, R. Schützhold, U. Warring, and T. Schaetz, “*Phonon Pair Creation by Inflating Quantum Fluctuations in an Ion Trap*”, [Physical Review Letters](#) **123**, 180502 (2019).
- [210] E. A. Martinez *et al.*, “*Real-time dynamics of lattice gauge theories with a few-qubit quantum computer*”, [Nature](#) **534**, 516–519 (2016).
- [211] X. Zhang *et al.*, “*Experimental quantum simulation of fermion–antifermion scattering via boson exchange in a trapped ion*”, [Nature Communications](#) **9**, 195 (2018).
- [212] H. C. Nägerl, C. Roos, D. Leibfried, H. Rohde, G. Thalhammer, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, and R. Blatt, “*Investigating a qubit candidate: Spectroscopy on the $S_{1/2}$ to $D_{5/2}$ transition of a trapped calcium ion in a linear Paul trap*”, [Physical Review A](#) **61**, 023405 (2000).

- [213] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, “*Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*”, *Nature* **415**, 39–44 (2002).
- [214] T. Langen, R. Geiger, M. Kuhnert, B. Rauer, and J. Schmiedmayer, “*Local emergence of thermal correlations in an isolated quantum many-body system*”, *Nature Physics* **9**, 640–643 (2013).
- [215] T. Langen, S. Erne, R. Geiger, B. Rauer, T. Schweigler, M. Kuhnert, W. Rohringer, I. E. Mazets, T. Gasenzer, and J. Schmiedmayer, “*Experimental observation of a generalized Gibbs ensemble*”, *Science* **348**, 207–211 (2015).
- [216] A. M. Kaufman, M. E. Tai, A. Lukin, M. Rispoli, R. Schittko, P. M. Preiss, and M. Greiner, “*Quantum thermalization through entanglement in an isolated many-body system*”, *Science* **353**, 794–800 (2016).
- [217] P. W. Anderson, “*Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*”, *Physical Review* **109**, 1492–1505 (1958).
- [218] J.-Y. Choi, S. Hild, J. Zeiher, P. Schauß, A. Rubio-Abadal, T. Yefsah, V. Khemani, D. A. Huse, I. Bloch, and C. Gross, “*Exploring the many-body localization transition in two dimensions*”, *Science* **352**, 1547–1552 (2016).
- [219] I. Montvay and G. Münster, *Quantum Fields on a Lattice*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1994.
- [220] M. Saffman, “*Quantum computing with atomic qubits and Rydberg interactions: progress and challenges*”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **49**, 202001 (2016).
- [221] C. Robens, *Testing the Quantumness of Atom Trajectories*. PhD Thesis, University of Bonn, Germany, 2017.
- [222] J. Walker, “*Optical absorption and luminescence in diamond*”, *Reports on Progress in Physics* **42**, 1605–1659 (1979).
- [223] I. Aharonovich, S. Castelletto, D. A. Simpson, C.-H. Su, A. D. Greentree, and S. Praver, “*Diamond-based single-photon emitters*”, *Reports on Progress in Physics* **74**, 076501 (2011).
- [224] D. Suter and F. Jelezko, “*Single-spin magnetic resonance in the nitrogen-vacancy center of diamond*”, *Progress in NMR Spectroscopy* **98-99**, 50–62 (2017).
- [225] M. W. Doherty, N. B. Manson, P. Delaney, F. Jelezko, J. Wrachtrup, and L. C. L. Hollenberg, “*The nitrogen-vacancy colour centre in diamond*”, *Physics Reports* **528**, 1–45 (2013).
- [226] F. Jelezko and J. Wrachtrup, “*Single defect centres in diamond: A review*”, *physica status solidi (a)* **203**, 3207-3225 (2006).

- [227] B. M. Chernobrod and G. P. Berman, “*Spin microscope based on optically detected magnetic resonance*”, *Journal of Applied Physics* **97**, 014903 (2005).
- [228] G. Balasubramanian *et al.*, “*Nanoscale imaging magnetometry with diamond spins under ambient conditions*”, *Nature* **455**, 648–651 (2008).
- [229] C. L. Degen, “*Scanning magnetic field microscope with a diamond single-spin sensor*”, *Applied Physics Letters* **92**, 243111 (2008).
- [230] J. R. Maze *et al.*, “*Nanoscale magnetic sensing with an individual electronic spin in diamond*”, *Nature* **455**, 644–647 (2008).
- [231] J. M. Taylor, P. Cappellaro, L. Childress, L. Jiang, D. Budker, P. R. Hemmer, A. Yacoby, R. Walsworth, and M. D. Lukin, “*High-sensitivity diamond magnetometer with nanoscale resolution*”, *Nature Physics* **4**, 810–816 (2008).
- [232] J. H. Cole and L. C. L. Hollenberg, “*Scanning quantum decoherence microscopy*”, *Nanotechnology* **20**, 495401 (2009).
- [233] J. S. Hodges, N. Y. Yao, D. Maclaurin, C. Rastogi, M. D. Lukin, and D. Englund, “*Timekeeping with electron spin states in diamond*”, *Physical Review A* **87**, 032118 (2013).
- [234] G. Kucsko, P. C. Maurer, N. Y. Yao, M. Kubo, H. J. Noh, P. K. Lo, H. Park, and M. D. Lukin, “*Nanometre-scale thermometry in a living cell*”, *Nature* **500**, 54–58 (2013).
- [235] P. Neumann *et al.*, “*High-Precision Nanoscale Temperature Sensing Using Single Defects in Diamond*”, *Nano Letters* **13**, 2738–2742 (2013).
- [236] D. M. Toyli, C. F. de las Casas, D. J. Christle, V. V. Dobrovitski, and D. D. Awschalom, “*Fluorescence thermometry enhanced by the quantum coherence of single spins in diamond*”, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **110**, 8417–8421 (2013).
- [237] M. W. Doherty *et al.*, “*Electronic Properties and Metrology Applications of the Diamond NV⁻ Center under Pressure*”, *Physical Review Letters* **112**, 047601 (2014).
- [238] C.-C. Fu, H.-Y. Lee, K. Chen, T.-S. Lim, H.-Y. Wu, P.-K. Lin, P.-K. Wei, P.-H. Tsao, H.-C. Chang, and W. Fann, “*Characterization and application of single fluorescent nanodiamonds as cellular biomarkers*”, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **104**, 727–732 (2007).
- [239] I. Schwartz *et al.*, “*Robust optical polarization of nuclear spin baths using Hamiltonian engineering of nitrogen-vacancy center quantum dynamics*”, *Science Advances* **4**, eaat8978 (2018).

- [240] L. Robledo, L. Childress, H. Bernien, B. Hensen, P. F. A. Alkemade, and R. Hanson, “High-fidelity projective read-out of a solid-state spin quantum register”, *Nature* **477**, 574–578 (2011).
- [241] M. H. Abobeih, J. Cramer, M. A. Bakker, N. Kalb, M. Markham, D. J. Twitchen, and T. H. Taminiau, “One-second coherence for a single electron spin coupled to a multi-qubit nuclear-spin environment”, *Nature Communications* **9**, 2552 (2018).
- [242] P. Neumann *et al.*, “Quantum register based on coupled electron spins in a room-temperature solid”, *Nature Physics* **6**, 249–253 (2010).
- [243] G.-Q. Liu and X.-Y. Pan, “Quantum information processing with nitrogen–vacancy centers in diamond”, *Chinese Physics B* **27**, 020304 (2018).
- [244] X. Rong, J. Geng, F. Shi, Y. Liu, K. Xu, W. Ma, F. Kong, Z. Jiang, Y. Wu, and J. Du, “Experimental fault-tolerant universal quantum gates with solid-state spins under ambient conditions”, *Nature Communications* **6**, 8748 (2015).
- [245] C. E. Bradley, J. Randall, M. H. Abobeih, R. C. Berrevoets, M. J. Degen, M. A. Bakker, M. Markham, D. J. Twitchen, and T. H. Taminiau, “A Ten-Qubit Solid-State Spin Register with Quantum Memory up to One Minute”, *Physical Review X* **9**, 031045 (2019).
- [246] D. Scarabelli, M. Trusheim, O. Gaathon, D. Englund, and S. J. Wind, “Nanoscale Engineering of Closely-Spaced Electronic Spins in Diamond”, *Nano Letters* **16**, 4982–4990 (2016).
- [247] X. Zhu *et al.*, “Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond”, *Nature* **478**, 221–224 (2011).
- [248] E. Togan *et al.*, “Quantum entanglement between an optical photon and a solid-state spin qubit”, *Nature* **466**, 730–734 (2010).
- [249] N. Kalb, A. A. Reiserer, P. C. Humphreys, J. J. W. Bakermans, S. J. Kamerling, N. H. Nickerson, S. C. Benjamin, D. J. Twitchen, M. Markham, and R. Hanson, “Entanglement distillation between solid-state quantum network nodes”, *Science* **356**, 928–932 (2017).
- [250] B. Hensen *et al.*, “Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres”, *Nature* **526**, 682–686 (2015).
- [251] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2010.
- [252] H. H. “Quantum computing with trapped ions”, *Physics Reports* **469**, 155–203 (2008).
- [253] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, and J. L. O’Brien, “Quantum computers”, *Nature* **464**, 45–53 (2010).

- [254] F. Mintert and C. Wunderlich, “*Ion-Trap Quantum Logic Using Long-Wavelength Radiation*”, *Physical Review Letters* **87**, 257904 (2001).
- [255] M. B. Plenio and P. L. Knight, “*Decoherence limits to quantum computation using trapped ions*”, *Proceedings of the Royal Society A* **453**, 2017-2041 (1997).
- [256] S. Weidt, J. Randall, S. C. Webster, E. D. Standing, A. Rodriguez, A. E. Webb, B. Lekitsch, and W. K. Hensinger, “*Ground-State Cooling of a Trapped Ion Using Long-Wavelength Radiation*”, *Physical Review Letters* **115**, 013002 (2015).
- [257] C. Piltz, T. Sriarunothai, S. S. Ivanov, S. Wölk, and C. Wunderlich, “*Versatile microwave-driven trapped ion spin system for quantum information processing*”, *Science Advances* **2**, e1600093 (2016).
- [258] J. Welzel, F. Stopp, and F. Schmidt-Kaler, “*Spin and motion dynamics with zigzag ion crystals in transverse magnetic gradients*”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **52**, 025301 (2018).
- [259] C. Ospelkaus, C. E. Langer, J. M. Amini, K. R. Brown, D. Leibfried, and D. J. Wineland, “*Trapped-Ion Quantum Logic Gates Based on Oscillating Magnetic Fields*”, *Physical Review Letters* **101**, 090502 (2008).
- [260] C. Ospelkaus, U. Warring, Y. Colombe, K. R. Brown, J. M. Amini, D. Leibfried, and D. J. Wineland, “*Microwave quantum logic gates for trapped ions*”, *Nature* **476**, 181–184 (2011).
- [261] H. Hahn, G. Zarantonello, M. Schulte, A. Bautista-Salvador, K. Hammerer, and C. Ospelkaus, “*Integrated $^9\text{Be}^+$ multi-qubit gate device for the ion-trap quantum computer*”, *npj Quantum Information* **5**, 70 (2019).
- [262] G. Zarantonello, H. Hahn, J. Morgner, M. Schulte, A. Bautista-Salvador, R. F. Werner, K. Hammerer, and C. Ospelkaus, “*Robust and Resource-Efficient Microwave Near-Field Entangling $^9\text{Be}^+$ Gate*”, *Physical Review Letters* **123**, 260503 (2019).
- [263] R. Srinivas, S. C. Burd, R. T. Sutherland, A. C. Wilson, D. J. Wineland, D. Leibfried, D. T. C. Allcock, and D. H. Slichter, “*Trapped-Ion Spin-Motion Coupling with Microwaves and a Near-Motional Oscillating Magnetic Field Gradient*”, *Physical Review Letters* **122**, 163201 (2019).
- [264] R. T. Sutherland, R. Srinivas, S. C. Burd, D. Leibfried, A. C. Wilson, D. J. Wineland, D. T. C. Allcock, D. H. Slichter, and S. B. Libby, “*Versatile laser-free trapped-ion entangling gates*”, *New Journal of Physics* **21**, 033033 (2019).
- [265] D. J. Szwer, S. C. Webster, A. M. Steane, and D. M. Lucas, “*Keeping a single qubit alive by experimental dynamic decoupling*”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **44**, 025501 (2010).

- [266] C. Piltz, B. Scharfenberger, A. Khromova, A. F. Varón, and C. Wunderlich, “*Protecting Conditional Quantum Gates by Robust Dynamical Decoupling*”, [Physical Review Letters](#) **110**, 200501 (2013).
- [267] J. Casanova, Z.-Y. Wang, J. F. Haase, and M. B. Plenio, “*Robust dynamical decoupling sequences for individual-nuclear-spin addressing*”, [Physical Review A](#) **92**, 042304 (2015).
- [268] R. Puebla, M.-J. Hwang, J. Casanova, and M. B. Plenio, “*Protected ultrastrong coupling regime of the two-photon quantum Rabi model with trapped ions*”, [Physical Review A](#) **95**, 063844 (2017).
- [269] I. Arrazola, J. Casanova, J. S. Pedernales, Z.-Y. Wang, E. Solano, and M. B. Plenio, “*Pulsed dynamical decoupling for fast and robust two-qubit gates on trapped ions*”, [Physical Review A](#) **97**, 052312 (2018).
- [270] Z.-Y. Wang, J. E. Lang, S. Schmitt, J. Lang, J. Casanova, L. McGuinness, T. S. Monteiro, F. Jelezko, and M. B. Plenio, “*Randomization of Pulse Phases for Unambiguous and Robust Quantum Sensing*”, [Physical Review Letters](#) **122**, 200403 (2019).
- [271] N. Timoney, I. Baumgart, M. Johanning, A. F. Varón, M. B. Plenio, A. Retzker, and C. Wunderlich, “*Quantum gates and memory using microwave-dressed states*”, [Nature](#) **476**, 185–188 (2011).
- [272] G. Mikelsons, I. Cohen, A. Retzker, and M. B. Plenio, “*Universal set of gates for microwave dressed-state quantum computing*”, [New Journal of Physics](#) **17**, 053032 (2015).
- [273] I. Cohen, S. Weidt, W. K. Hensinger, and A. Retzker, “*Multi-qubit gate with trapped ions for microwave and laser-based implementation*”, [New Journal of Physics](#) **17**, 043008 (2015).
- [274] S. Wölk and C. Wunderlich, “*Quantum dynamics of trapped ions in a dynamic field gradient using dressed states*”, [New Journal of Physics](#) **19**, 083021 (2017).
- [275] A. E. Webb, S. C. Webster, S. Collingbourne, D. Breaud, A. M. Lawrence, S. Weidt, F. Mintert, and W. K. Hensinger, “*Resilient Entangling Gates for Trapped Ions*”, [Physical Review Letters](#) **121**, 180501 (2018).
- [276] S. Weidt, J. Randall, S. C. Webster, K. Lake, A. E. Webb, I. Cohen, T. Navickas, B. Lekitsch, A. Retzker, and W. K. Hensinger, “*Trapped-Ion Quantum Logic with Global Radiation Fields*”, [Physical Review Letters](#) **117**, 220501 (2016).
- [277] T. P. Harty, M. A. Sepiol, D. T. C. Allcock, C. J. Ballance, J. E. Tarlton, and D. M. Lucas, “*High-Fidelity Trapped-Ion Quantum Logic Using Near-Field Microwaves*”, [Physical Review Letters](#) **117**, 140501 (2016).

- [278] L.-M. Duan, “Scaling Ion Trap Quantum Computation through Fast Quantum Gates”, *Physical Review Letters* **93**, 100502 (2004).
- [279] J. Mizrahi, C. Senko, B. Neyenhuis, K. G. Johnson, W. C. Campbell, C. W. S. Conover, and C. Monroe, “Ultrafast Spin-Motion Entanglement and Interferometry with a Single Atom”, *Physical Review Letters* **110**, 203001 (2013).
- [280] D. F. V. James, “Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation”, *Applied Physics B* **66**, 181–190 (1998).
- [281] S. Olmschenk, K. C. Younge, D. L. Moehring, D. N. Matsukevich, P. Maunz, and C. Monroe, “Manipulation and detection of a trapped Yb^+ hyperfine qubit”, *Physical Review A* **76**, 052314 (2007).
- [282] Y. Wu, F. Jelezko, M. B. Plenio, and T. Weil, “Diamond Quantum Devices in Biology”, *Angewandte Chemie International Edition* **55**, 6586–6598 (2016).
- [283] Z.-Y. Wang, J. F. Haase, J. Casanova, and M. B. Plenio, “Positioning nuclear spins in interacting clusters for quantum technologies and bioimaging”, *Physical Review B* **93**, 174104 (2016).
- [284] J. Casanova, Z.-Y. Wang, and M. B. Plenio, “Noise-Resilient Quantum Computing with a Nitrogen-Vacancy Center and Nuclear Spins”, *Physical Review Letters* **117**, 130502 (2016).
- [285] Z.-Y. Wang, J. Casanova, and M. B. Plenio, “Delayed entanglement echo for individual control of a large number of nuclear spins”, *Nature Communications* **8**, 14660 (2017).
- [286] J. Casanova, Z.-Y. Wang, and M. B. Plenio, “Arbitrary nuclear-spin gates in diamond mediated by a nitrogen-vacancy-center electron spin”, *Physical Review A* **96**, 032314 (2017).
- [287] M. Brownnutt, M. Kumph, P. Rabl, and R. Blatt, “Ion-trap measurements of electric-field noise near surfaces”, *Reviews of Modern Physics* **87**, 1419–1482 (2015).
- [288] J. Casanova, Z.-Y. Wang, I. Schwartz, and M. B. Plenio, “Shaped Pulses for Energy-Efficient High-Field NMR at the Nanoscale”, *Physical Review Applied* **10**, 044072 (2018).
- [289] J. Casanova, E. Torrontegui, M. B. Plenio, J. J. García-Ripoll, and E. Solano, “Modulated Continuous Wave Control for Energy-Efficient Electron-Nuclear Spin Coupling”, *Physical Review Letters* **122**, 010407 (2019).
- [290] C. Piltz, T. Sriarunothai, A. F. Varón, and C. Wunderlich, “A trapped-ion-based quantum byte with 10^{-5} next-neighbour cross-talk”, *Nature Communications* **5**, 4679 (2014).

- [291] C. F. Roos, “*Ion trap quantum gates with amplitude-modulated laser beams*”, *New Journal of Physics* **10**, 013002 (2008).
- [292] R. T. Sutherland, R. Srinivas, S. C. Burd, H. M. Knaack, A. C. Wilson, D. J. Wineland, D. Leibfried, D. T. C. Allcock, D. H. Slichter, and S. B. Libby, “*Laser-free trapped-ion entangling gates with simultaneous insensitivity to qubit and motional decoherence*”, *Physical Review A* **101**, 042334 (2020).
- [293] D. T. Gillespie, “*Exact numerical simulation of the Ornstein-Uhlenbeck process and its integral*”, *Physical Review E* **54**, 2084–2091 (1996).
- [294] I. Cohen, N. Aharon, and A. Retzker, “*Continuous dynamical decoupling utilizing time-dependent detuning*”, *Fortschritte der Physik* **65**, 1600071 (2017).
- [295] H.-P. Eckle and H. Johannesson, “*A generalization of the quantum Rabi model: exact solution and spectral structure*”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **50**, 294004 (2017).
- [296] A. L. Grimsmo and S. Parkins, “*Cavity-QED simulation of qubit-oscillator dynamics in the ultrastrong-coupling regime*”, *Physical Review A* **87**, 033814 (2013).
- [297] A. L. Grimsmo and S. Parkins, “*Open Rabi model with ultrastrong coupling plus large dispersive-type nonlinearity: Nonclassical light via a tailored degeneracy*”, *Physical Review A* **89**, 033802 (2014).
- [298] A. J. Maciejewski, M. Przybylska, and T. Stachowiak, “*Analytical method of spectra calculations in the Bargmann representation*”, *Physics Letters A* **378**, 3445–3451 (2014).
- [299] Y.-F. Xie, L. Duan, and Q.-H. Chen, “*Quantum Rabi–Stark model: solutions and exotic energy spectra*”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **52**, 245304 (2019).
- [300] I. Travěnek, “*Solvability of the two-photon Rabi Hamiltonian*”, *Physical Review A* **85**, 043805 (2012).
- [301] A. J. Maciejewski, M. Przybylska, and T. Stachowiak, “*Comment on “Solvability of the two-photon Rabi Hamiltonian”*”, *Physical Review A* **91**, 037801 (2015).
- [302] I. Travěnek, “*Reply to “Comment on ‘Solvability of the two-photon Rabi Hamiltonian’ ”*”, *Physical Review A* **91**, 037802 (2015).
- [303] S. Felicetti, D. Z. Rossatto, E. Rico, E. Solano, and P. Forn-Díaz, “*Two-photon quantum Rabi model with superconducting circuits*”, *Physical Review A* **97**, 013851 (2018).
- [304] S. Felicetti, M.-J. Hwang, and A. Le Boité, “*Ultrastrong-coupling regime of nondipolar light-matter interactions*”, *Physical Review A* **98**, 053859 (2018).

-
- [305] L. Cong, X.-M. Sun, M. Liu, Z.-J. Ying, and H.-G. Luo, “Polaron picture of the two-photon quantum Rabi model”, *Physical Review A* **99**, 013815 (2019).
- [306] Q. Xie, H. Zhong, M. T. Batchelor, and C. Lee, “The quantum Rabi model: solution and dynamics”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **50**, 113001 (2017).
- [307] Q.-T. Xie, S. Cui, J.-P. Cao, L. Amico, and H. Fan, “Anisotropic Rabi model”, *Physical Review X* **4**, 021046 (2014).
- [308] T. Pellizzari and H. Ritsch, “Preparation of stationary Fock states in a one-atom Raman laser”, *Physical Review Letters* **72**, 3973–3976 (1994).
- [309] E. Solano, P. Milman, R. L. de Matos Filho, and N. Zagury, “Manipulating motional states by selective vibronic interaction in two trapped ions”, *Physical Review A* **62**, 021401 (2000).
- [310] M. França Santos, E. Solano, and R. L. de Matos Filho, “Conditional Large Fock State Preparation and Field State Reconstruction in Cavity QED”, *Physical Review Letters* **87**, 093601 (2001).
- [311] E. Solano, “Selective interactions in trapped ions: State reconstruction and quantum logic”, *Physical Review A* **71**, 013813 (2005).
- [312] M. França Santos, “Universal and Deterministic Manipulation of the Quantum State of Harmonic Oscillators: A Route to Unitary Gates for Fock State Qubits”, *Physical Review Letters* **95**, 010504 (2005).
- [313] F. O. Prado, W. Rosado, A. M. Alcalde, and M. H. Y. Moussa, “Engineering selective linear and nonlinear Jaynes–Cummings interactions and applications”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **46**, 205501 (2013).
- [314] K. K. W. Ma and C. K. Law, “Three-photon resonance and adiabatic passage in the large-detuning Rabi model”, *Physical Review A* **92**, 023842 (2015).
- [315] L. Garziano, R. Stassi, V. Macrì, A. F. Kockum, S. Savasta, and F. Nori, “Multiphoton quantum Rabi oscillations in ultrastrong cavity QED”, *Physical Review A* **92**, 063830 (2015).
- [316] H. Nha, Y.-T. Chough, and K. An, “Single-photon state in a driven Jaynes-Cummings system”, *Physical Review A* **63**, 010301 (2000).
- [317] Y.-T. Chough, H.-J. Moon, H. Nha, and K. An, “Single-atom laser based on multiphoton resonances at far-off resonance in the Jaynes-Cummings ladder”, *Physical Review A* **63**, 013804 (2000).
- [318] A. B. Klimov, I. Sainz, and C. Saavedra, “Effective resonant interactions via a driving field”, *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **6**, 448–453 (2004).

- [319] J. Casanova, R. Puebla, H. Moya-Cessa, and M. B. Plenio, “Connecting n th order generalised quantum Rabi models: Emergence of nonlinear spin-boson coupling via spin rotations”, [npj Quantum Information](#) **4**, 47 (2018).
- [320] R. Puebla, J. Casanova, O. Houhou, E. Solano, and M. Paternostro, “Quantum simulation of multiphoton and nonlinear dissipative spin-boson models”, [Physical Review A](#) **99**, 032303 (2019).
- [321] B. W. Shore and P. L. Knight, “The Jaynes-Cummings Model”, [Journal of Modern Optics](#) **40**, 1195-1238 (1993).
- [322] W. Vogel and R. L. d. M. Filho, “Nonlinear Jaynes-Cummings dynamics of a trapped ion”, [Physical Review A](#) **52**, 4214–4217 (1995).
- [323] V. Macrì, F. Nori, and A. F. Kockum, “Simple preparation of Bell and Greenberger-Horne-Zeilinger states using ultrastrong-coupling circuit QED”, [Physical Review A](#) **98**, 062327 (2018).
- [324] C. J. Villas-Boas and D. Z. Rossatto, “Multiphoton Jaynes-Cummings Model: Arbitrary Rotations in Fock Space and Quantum Filters”, [Physical Review Letters](#) **122**, 123604 (2019).
- [325] J. S. Pedernales, I. Lizuain, S. Felicetti, G. Romero, L. Lamata, and E. Solano, “Quantum Rabi Model with Trapped Ions”, [Scientific Reports](#) **5**, 15472 (2015).
- [326] D. Lv, S. An, Z. Liu, J.-N. Zhang, J. S. Pedernales, L. Lamata, E. Solano, and K. Kim, “Quantum Simulation of the Quantum Rabi Model in a Trapped Ion”, [Physical Review X](#) **8**, 021027 (2018).
- [327] S. Felicetti, J. S. Pedernales, I. L. Egusquiza, G. Romero, L. Lamata, D. Braak, and E. Solano, “Spectral collapse via two-phonon interactions in trapped ions”, [Physical Review A](#) **92**, 033817 (2015).
- [328] R. L. de Matos Filho and W. Vogel, “Nonlinear coherent states”, [Physical Review A](#) **54**, 4560–4563 (1996).
- [329] R. L. de Matos Filho and W. Vogel, “Quantum Nondemolition Measurement of the Motional Energy of a Trapped Atom”, [Physical Review Letters](#) **76**, 4520–4523 (1996).
- [330] D. Stevens, J. Brochard, and A. M. Steane, “Simple experimental methods for trapped-ion quantum processors”, [Physical Review A](#) **58**, 2750–2759 (1998).
- [331] G. Morigi, J. I. Cirac, M. Lewenstein, and P. Zoller, “Ground-state laser cooling beyond the Lamb-Dicke limit”, [Europhysics Letters \(EPL\)](#) **39**, 13–18 (1997).
- [332] G. Morigi, J. Eschner, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Laser cooling of two trapped ions: Sideband cooling beyond the Lamb-Dicke limit”, [Physical Review A](#) **59**, 3797–3808 (1999).

- [333] L. F. *et al.*, “*Microwave Control of Atomic Motion in Optical Lattices*”, *Physical Review Letters* **103**, 233001 (2009).
- [334] Y. M. Hu, W. L. Yang, Y. Y. Xu, F. Zhou, L. Chen, K. L. Gao, M. Feng, and C. Lee, “*Franck–Condon physics in a single trapped ion*”, *New Journal of Physics* **13**, 053037 (2011).
- [335] D. M. Meekhof, C. Monroe, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, “*Generation of Nonclassical Motional States of a Trapped Atom*”, *Physical Review Letters* **76**, 1796–1799 (1996).
- [336] K. G. Johnson, J. D. Wong-Campos, A. Restelli, K. A. Landsman, B. Neyenhuis, J. Mizrahi, and C. Monroe, “*Active stabilization of ion trap radiofrequency potentials*”, *Review of Scientific Instruments* **87**, 053110 (2016).
- [337] E. Bernstein and U. Vazirani, “*Quantum Complexity Theory*”, *SIAM Journal on Computing* **26**, 1411–1473 (1997).
- [338] S. Aaronson and L. Chen, “*Complexity-Theoretic Foundations of Quantum Supremacy Experiments*”, in *CCC '17 Proceedings*. LZI Press, Dagstuhl, Germany, 2017.
- [339] A. P. Lund, M. J. Bremner, and T. C. Ralph, “*Quantum sampling problems, BosonSampling and quantum supremacy*”, *npj Quantum Inf.* **3**, 15 (2017).
- [340] B. T. Gard, K. R. Motes, J. P. Olson, P. P. Rohde, and J. P. Dowling, “*An Introduction to Boson-Sampling*”, in *From Atomic to Mesoscale*, pp. 167–192. World Scientific, Singapore, 2015.
- [341] L. G. Valiant, “*The complexity of computing the permanent*”, *Theoretical Computer Science* **8**, 189–201 (1979).
- [342] S. Aaronson, “*A linear-optical proof that the permanent is #P-hard*”, *Proceedings of the Royal Society A* **467**, 3393–3405 (2011).
- [343] P. P. Rohde, “*Optical quantum computing with photons of arbitrarily low fidelity and purity*”, *Physical Review A* **86**, 052321 (2012).
- [344] P. P. Rohde and T. C. Ralph, “*Error tolerance of the boson-sampling model for linear optics quantum computing*”, *Physical Review A* **85**, 022332 (2012).
- [345] A. Arkhipov, “*BosonSampling is robust against small errors in the network matrix*”, *Physical Review A* **92**, 062326 (2015).
- [346] P. D. Drummond, B. Opanchuk, L. Rosales-Zárate, M. D. Reid, and P. J. Forrester, “*Scaling of boson sampling experiments*”, *Physical Review A* **94**, 042339 (2016).
- [347] C. Dittel, G. Dufour, M. Walschaers, G. Weihs, A. Buchleitner, and R. Keil, “*Totally Destructive Many-Particle Interference*”, *Physical Review Letters* **120**, 240404 (2018).

- [348] M. A. Broome, A. Fedrizzi, S. Rahimi-Keshari, J. Dove, S. Aaronson, T. C. Ralph, and A. G. White, “*Photonic boson sampling in a tunable circuit*”, *Science* **339**, 794–798 (2013).
- [349] M. Tillmann, B. Dakić, R. Heilmann, S. Nolte, A. Szameit, and P. Walther, “*Experimental boson sampling*”, *Nature Photonics* **7**, 540–544 (2013).
- [350] J. B. Spring *et al.*, “*Boson Sampling on a Photonic Chip*”, *Science* **339**, 798–801 (2013).
- [351] A. Crespi *et al.*, “*Integrated multimode interferometers with arbitrary designs for photonic boson sampling*”, *Nature Photonics* **7**, 545–549 (2013).
- [352] J. Carolan *et al.*, “*On the experimental verification of quantum complexity in linear optics*”, *Nature Photonics* **8**, 621–626 (2014).
- [353] N. Spagnolo *et al.*, “*Experimental validation of photonic boson sampling*”, *Nature Photonics* **8**, 615–620 (2014).
- [354] M. Tillmann, S.-H. Tan, S. E. Stoeckl, B. C. Sanders, H. de Guise, R. Heilmann, S. Nolte, A. Szameit, and P. Walther, “*Generalized Multiphoton Quantum Interference*”, *Physical Review X* **5**, 041015 (2015).
- [355] J. Carolan *et al.*, “*Universal linear optics*”, *Science* **349**, 711–716 (2015).
- [356] J. C. Laredo, M. A. Broome, P. Hilaire, O. Gazzano, I. Sagnes, A. Lemaitre, M. P. Almeida, P. Senellart, and A. G. White, “*Boson Sampling with Single-Photon Fock States from a Bright Solid-State Source*”, *Physical Review Letters* **118**, 130503 (2017).
- [357] H. Wang *et al.*, “*High-efficiency multiphoton boson sampling*”, *Nature Photonics* **11**, 361–365 (2017).
- [358] H. Wang *et al.*, “*Toward Scalable Boson Sampling with Photon Loss*”, *Physical Review Letters* **120**, 230502 (2018).
- [359] H. Wang *et al.*, “*Boson Sampling with 20 Input Photons and a 60-Mode Interferometer in a 10^{14} -Dimensional Hilbert Space*”, *Physical Review Letters* **123**, 250503 (2019).
- [360] K. R. Motes, A. Gilchrist, J. P. Dowling, and P. P. Rohde, “*Scalable Boson Sampling with Time-Bin Encoding Using a Loop-Based Architecture*”, *Physical Review Letters* **113**, 436 (2014).
- [361] A. P. Lund, A. Laing, S. Rahimi-Keshari, T. Rudolph, J. L. O’Brien, and T. C. Ralph, “*Boson Sampling from a Gaussian State*”, *Physical Review Letters* **113**, 100502 (2014).
- [362] M. Bentivegna *et al.*, “*Experimental scattershot boson sampling*”, *Science Advances* **1**, e1400255 (2015).

- [363] S. Aaronson and D. J. Brod, “*Boson Sampling with lost photons*”, *Physical Review A* **93**, 0489–0487 (2016).
- [364] Y. He *et al.*, “*Time-Bin-Encoded Boson Sampling with a Single-Photon Device*”, *Physical Review Letters* **118**, 190501 (2017).
- [365] C. S. Hamilton, R. Kruse, L. Sansoni, S. Barkhofen, C. Silberhorn, and I. Jex, “*Gaussian Boson Sampling*”, *Physical Review Letters* **119**, 170501 (2017).
- [366] A. Neville, C. Sparrow, R. Clifford, E. Johnston, P. M. Birchall, A. Montanaro, and A. Laing, “*Classical boson sampling algorithms with superior performance to near-term experiments*”, *Nature Physics* **13**, 1153–1157 (2017).
- [367] J. Wu, Y. Liu, B. Zhang, X. Jin, Y. Wang, H. Wang, and X. Yang, “*A benchmark test of boson sampling on Tianhe-2 supercomputer*”, *National Science Review* **5**, 715-720 (2018).
- [368] P. H. Lundow and K. Markström, “*Efficient computation of permanents, with applications to boson sampling and random matrices*”, *arXiv 1904.06229* (2019).
- [369] C. Shen, Z. Zhang, and L.-M. Duan, “*Scalable Implementation of Boson Sampling with Trapped Ions*”, *Physical Review Letters* **112**, 050504 (2014).
- [370] B. Peropadre, G. G. Guerreschi, J. Huh, and A. Aspuru-Guzik, “*Proposal for Microwave Boson Sampling*”, *Physical Review Letters* **117**, 140505 (2016).
- [371] A. Deshpande, B. Fefferman, M. C. Tran, M. Foss-Feig, and A. V. Gorshkov, “*Dynamical Phase Transitions in Sampling Complexity*”, *Physical Review Letters* **121**, 030501 (2018).
- [372] G. Muraleedharan, A. Miyake, and I. H. Deutsch, “*Quantum computational supremacy in the sampling of bosonic random walkers on a one-dimensional lattice*”, *New Journal of Physics* **21**, 055003 (2019).
- [373] Y. Shen, Y. Lu, K. Zhang, J. Zhang, S. Zhang, J. Huh, and K. Kim, “*Quantum optical emulation of molecular vibronic spectroscopy using a trapped-ion device*”, *Chemical Science* **9**, 836 (2018).
- [374] C. Robens, S. Brakhane, W. Alt, D. Meschede, J. Zopes, and A. Alberti, “*Fast, High-Precision Optical Polarization Synthesizer for Ultracold-Atom Experiments*”, *Physical Review Applied* **9**, 034016 (2018).
- [375] C. Robens, J. Zopes, W. Alt, S. Brakhane, D. Meschede, and A. Alberti, “*Low-entropy states of neutral atoms in polarization-synthesized optical lattices*”, *Physical Review Letters* **118**, 065302 (2017).
- [376] M. Reck, A. Zeilinger, H. J. Bernstein, and P. Bertani, “*Experimental realization of any discrete unitary operator*”, *Physical Review Letters* **73**, 58 (1994).

- [377] W. R. Clements, P. C. Humphreys, B. J. Metcalf, W. S. Kolthammer, and I. A. Walsmley, “*Optimal design for universal multiport interferometers*”, *Optica* **3**, 01460 (2016).
- [378] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga, “*Feshbach Resonances in Ultracold Gases*”, *Reviews of Modern Physics* **82**, 1225 (2010).
- [379] T. Brünner, G. Dufour, A. Rodríguez, and A. Buchleitner, “*Signatures of Indistinguishability in Bosonic Many-Body Dynamics*”, *Physical Review Letters* **120**, 210401 (2018).
- [380] H. Kim, W. Lee, H.-g. Lee, H. Jo, Y. Song, and J. Ahn, “*In situ single-atom array synthesis using dynamic holographic optical tweezers*”, *Nature Communications* **7**, 13317 (2016).
- [381] D. Barredo, S. de Léséleuc, V. Lienhard, T. Lahaye, and A. Browaeys, “*An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays*”, *Science* **354**, 1021–1023 (2016).
- [382] M. Endres, H. Bernien, A. Keesling, H. Levine, E. R. Anschuetz, A. Krajenbrink, C. Senko, V. Vuletić, M. Greiner, and M. D. Lukin, “*Atom-by-atom assembly of defect-free one-dimensional cold atom arrays*”, *Science* **354**, 1024–1027 (2016).
- [383] A. Kumar, T.-Y. Wu, F. Giraldo, and D. S. Weiss, “*Sorting ultracold atoms in a three-dimensional optical lattice in a realization of Maxwell’s demon*”, *Nature* **561**, 83–87 (2018).
- [384] D. Ohl de Mello, D. Schöffner, J. Werkmann, T. Preuschoff, L. Kohfahl, M. Schlosser, and G. Birkl, “*Defect-Free Assembly of 2D Clusters of More Than 100 Single-Atom Quantum Systems*”, *Physical Review Letters* **122**, 203601 (2019).
- [385] A. Lukin, M. Rispoli, R. Schittko, M. E. Tai, A. M. Kaufman, S. Choi, V. Khemani, J. Léonard, and M. Greiner, “*Probing entanglement in a many-body-localized system*”, *Science* **364**, 256–260 (2019).
- [386] M. Rispoli, A. Lukin, R. Schittko, S. Kim, M. E. Tai, J. Léonard, and M. Greiner, “*Quantum critical behaviour at the many-body localization transition*”, *Nature* **573**, 385–389 (2019).
- [387] I. H. Deutsch and P. S. Jessen, “*Quantum-state control in optical lattices*”, *Physical Review A* **57**, 1972 (1998).
- [388] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, “*Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*”, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics* **42**, 95–170 (2000).
- [389] F. Le Kien, P. Schneeweiss, and A. Rauschenbeutel, “*Dynamical polarizability of atoms in arbitrary light fields: general theory and application to cesium*”, *The European Physical Journal D* **67**, 1023 (2013).

- [390] C. Robens, W. Alt, D. Meschede, C. Emary, and A. Alberti, “*Ideal Negative Measurements in Quantum Walks Disprove Theories Based on Classical Trajectories*”, *Physical Review X* **5**, 011003 (2015).
- [391] C. Weitenberg, M. Endres, J. F. Sherson, M. Cheneau, P. Schauß, T. Fukuhara, I. Bloch, and S. Kuhr, “*Single-spin addressing in an atomic Mott insulator*”, *Nature* **471**, 319–324 (2011).
- [392] P. M. Preiss, R. Ma, M. E. Tai, A. Lukin, M. Rispoli, P. Zupancic, Y. Lahini, R. Islam, and M. Greiner, “*Strongly correlated quantum walks in optical lattices*”, *Science* **347**, 1229–1233 (2015).
- [393] C. Robens, S. Brakhane, W. Alt, F. Kleiβler, D. Meschede, G. Moon, and A. Alberti, “*High numerical aperture ($NA = 0.92$) objective lens for imaging and addressing of cold atoms*”, *Optics Letters* **42**, 1043 (2017).
- [394] A. Alberti, C. Robens, W. Alt, S. Brakhane, M. Karski, R. Reimann, A. Widera, and D. Meschede, “*Super-resolution microscopy of single atoms in optical lattices*”, *New Journal of Physics* **18**, 053010 (2016).
- [395] C. Robens, W. Alt, C. Emary, D. Meschede, and A. Alberti, “*Atomic ‘bomb testing’: the Elitzur-Vaidman experiment violates the Leggett-Garg inequality*”, *Applied Physics B* **123**, 12 (2017).
- [396] R. H. Hadfield, “*Single-photon detectors for optical quantum information applications*”, *Nature Photonics* **3**, 696–705 (2009).
- [397] A. Omran, M. Boll, T. A. Hilker, K. Kleinlein, G. Salomon, I. Bloch, and C. Gross, “*Microscopic Observation of Pauli Blocking in Degenerate Fermionic Lattice Gases*”, *Physical Review Letters* **115**, 263001 (2015).
- [398] P. M. Preiss, R. Ma, M. E. Tai, J. Simon, and M. Greiner, “*Quantum gas microscopy with spin, atom-number, and multilayer readout*”, *Physical Review A* **91**, 041602 (2015).
- [399] A. Arkhipov and G. Kuperberg, “*The bosonic birthday paradox*”, *Geometry & Topology Monographs* **18**, 1–7 (2012).
- [400] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, and C. E. Wieman, “*Magnetic Field Dependence of Ultracold Inelastic Collisions near a Feshbach Resonance*”, *Physical Review Letters* **85**, 728 (2000).
- [401] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, S. Chu, E. Tiesinga, P. J. Leo, and C. J. Williams, “*Precision Feshbach spectroscopy of ultracold Cs_2* ”, *Physical Review A* **70**, 032701 (2004).
- [402] A. Alberti, W. Alt, R. Werner, and D. Meschede, “*Decoherence Models for Discrete-Time Quantum Walks and their Application to Neutral Atom Experiments*”, *New Journal of Physics* **16**, 123052 (2014).

- [403] A. Leverrier and R. Garcia-Patron, “*Analysis of Circuit Imperfections in BosonSampling*”, [Quantum Information & Computation](#) **15**, 489–512 (2015).
- [404] V. S. Shchesnovich, “*Tight bound on the trace distance between a realistic device with partially indistinguishable bosons and the ideal BosonSampling*”, [Physical Review A](#) **91**, 063842 (2015).
- [405] L. Rondin, J.-P. Tetienne, T. Hingant, J.-F. Roch, P. Maletinsky, and V. Jacques, “*Magnetometry with nitrogen-vacancy defects in diamond*”, [Reports on Progress in Physics](#) **77**, 056503 (2014).
- [406] S. Schmitt *et al.*, “*Submillihertz magnetic spectroscopy performed with a nanoscale quantum sensor*”, [Science](#) **356**, 832–837 (2017).
- [407] J. M. Boss, K. S. Cujia, J. Zopes, and C. L. Degen, “*Quantum sensing with arbitrary frequency resolution*”, [Science](#) **356**, 837–840 (2017).
- [408] J. Zopes, K. Herb, K. S. Cujia, and C. L. Degen, “*Three-Dimensional Nuclear Spin Positioning Using Coherent Radio-Frequency Control*”, [Physical Review Letters](#) **121**, 170801 (2018).
- [409] D. R. Glenn, D. B. Bucher, J. Lee, M. D. Lukin, H. Park, and R. L. Walsworth, “*High-resolution magnetic resonance spectroscopy using a solid-state spin sensor*”, [Nature](#) **555**, 351–354 (2018).
- [410] J. Zopes, K. S. Cujia, K. Sasaki, J. M. Boss, K. M. Itoh, and C. L. Degen, “*Three-dimensional localization spectroscopy of individual nuclear spins with sub-Angstrom resolution*”, [Nature Communications](#) **9**, 4678 (2018).
- [411] R. Schirhagl, K. Chang, M. Loretz, and C. L. Degen, “*Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond: Nanoscale Sensors for Physics and Biology*”, [Annual Review of Physical Chemistry](#) **65**, 83-105 (2014).
- [412] C. Müller *et al.*, “*Nuclear magnetic resonance spectroscopy with single spin sensitivity*”, [Nature Communications](#) **5**, 4703 (2014).
- [413] J. F. Haase, Z.-Y. Wang, J. Casanova, and M. B. Plenio, “*Soft Quantum Control for Highly Selective Interactions among Joint Quantum Systems*”, [Physical Review Letters](#) **121**, 050402 (2018).
- [414] S. R. Hartmann and E. L. Hahn, “*Nuclear Double Resonance in the Rotating Frame*”, [Physical Review](#) **128**, 2042–2053 (1962).
- [415] T. H. Taminiau, J. J. T. Wagenaar, T. van der Sar, F. Jelezko, V. V. Dobrovitski, and R. Hanson, “*Detection and Control of Individual Nuclear Spins Using a Weakly Coupled Electron Spin*”, [Physical Review Letters](#) **109**, 137602 (2012).
- [416] A. Maudsley, “*Modified Carr-Purcell-Meiboom-Gill sequence for NMR fourier imaging applications*”, [Journal of Magnetic Resonance](#) (1969) **69**, 488–491 (1986).

-
- [417] T. Gullion, D. B. Baker, and M. S. Conradi, “*New, compensated Carr-Purcell sequences*”, *Journal of Magnetic Resonance* (1969) **89**, 479–484 (1990).
- [418] A. M. Souza, G. A. Álvarez, and D. Suter, “*Robust Dynamical Decoupling for Quantum Computing and Quantum Memory*”, *Physical Review Letters* **106**, 240501 (2011).
- [419] Q.-Y. Cao *et al.*, “*Protecting Quantum Spin Coherence of Nanodiamonds in Living Cells*”, *Physical Review Applied* **13**, 024021 (2020).
- [420] M. Loretz, J. M. Boss, T. Rosskopf, H. J. Mamin, D. Rugar, and C. L. Degen, “*Spurious Harmonic Response of Multipulse Quantum Sensing Sequences*”, *Physical Review X* **5**, 021009 (2015).
- [421] J. F. Haase, Z.-Y. Wang, J. Casanova, and M. B. Plenio, “*Pulse-phase control for spectral disambiguation in quantum sensing protocols*”, *Physical Review A* **94**, 032322 (2016).
- [422] J. E. Lang, J. Casanova, Z.-Y. Wang, M. B. Plenio, and T. S. Monteiro, “*Enhanced Resolution in Nanoscale NMR via Quantum Sensing with Pulses of Finite Duration*”, *Physical Review Applied* **7**, 054009 (2017).
- [423] J.-M. Cai, B. Naydenov, R. Pfeiffer, L. P. McGuinness, K. D. Jahnke, F. Jelezko, M. B. Plenio, and A. Retzker, “*Robust dynamical decoupling with concatenated continuous driving*”, *New Journal of Physics* **14**, 113023 (2012).
- [424] A. Ajoy, U. Bissbort, M. D. Lukin, R. L. Walsworth, and P. Cappellaro, “*Atomic-Scale Nuclear Spin Imaging Using Quantum-Assisted Sensors in Diamond*”, *Physical Review X* **5**, 011001 (2015).
- [425] M. A. Perlin, Z.-Y. Wang, J. Casanova, and M. B. Plenio, “*Noise-resilient architecture of a hybrid electron-nuclear quantum register in diamond*”, *Quantum Science and Technology* **4**, 015007 (2018).