

MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE MÁSTER

***DESARROLLO DE NUEVAS
METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS
DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y
CARACTERIZACIÓN ELÁSTICA DE
MUELAS ABRASIVAS DE ALTO
RENDIMIENTO***

Alumno: Casas, Gayubo, Josu

Director: Pombo, Rodilla, Íñigo

Curso: 2020 - 2021

Fecha: 25 / 06 / 2021

RESUMEN

Castellano

El presente proyecto pertenece al ámbito de rectificado y tiene como objetivo principal el desarrollo de una metodología industrial eficaz, que permita calcular, de forma rápida y sencilla, el módulo de elasticidad “E” de muelas abrasivas a partir de su comportamiento dinámico.

Para cumplir el objetivo principal, se ha realizado, en primer lugar, un extenso análisis bibliográfico donde se han encontrado diversos métodos desarrollados a lo largo de los años para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Sin embargo, muy pocos han resultado de gran interés desde el punto de vista industrial. Actualmente, los métodos más utilizados en la industria y los que son objeto de estudio del presente proyecto son los ensayos dinámicos o “Sonic-Test”, donde se relacionan las propiedades elásticas de las muelas abrasivas con su comportamiento dinámico, definido por su frecuencia fundamental de vibración, la cual se puede calcular mediante análisis modal experimental. Estos “Sonic-Test” proporcionan una serie de fórmulas para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Sin embargo, en estas fórmulas interviene un parámetro llamado factor de forma, cuyo valor se desconoce.

Para solucionar este problema, se ha realizado otro análisis bibliográfico donde se han encontrado dos métodos de cálculo del módulo de elasticidad de materiales homogéneos, elásticos e isotropos a partir de su comportamiento dinámico, que son, por un lado, un procedimiento desarrollado por Gustáv Martinec [18] y, por otro lado, las normas ASTM [17]. No obstante, estos métodos calculan los módulos de elasticidad a partir de las dos primeras frecuencias naturales, a diferencia de los “Sonic-Test”, que calculan el módulo de elasticidad a partir de la frecuencia fundamental de vibración, lo que los convierte en una muy buena herramienta desde el punto de vista industrial.

Con el fin de desarrollar una metodología que resulte una buena alternativa frente a los Sonic Tests desde el punto de vista industrial para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas mediante análisis modal experimental, es decir, que permita calcular el módulo de elasticidad a través de una única frecuencia natural, en el presente proyecto se realiza un estudio teórico y experimental para relacionar el factor de forma de los “Sonic Test” con los parámetros característicos de las muelas abrasivas. Para ello, en primer lugar, se calcula la expresión matemática que define los factores de forma en función de la geometría y de las dos primeras frecuencias naturales de la muela abrasiva, para cada uno de los mencionados métodos de cálculo del módulo de elasticidad. En segundo lugar, se realiza una batería de análisis modales experimentales a una serie de muelas preseleccionadas, para calcular sus primeras dos frecuencias naturales. En último lugar, a partir de los resultados obtenidos en el análisis modal experimental, se va a calcular tanto los factores de forma, como los módulos de elasticidad de las muelas abrasivas obtenidos mediante los tres métodos mencionados, con el fin de obtener unas conclusiones representativas acerca del cálculo y de la variabilidad del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas con sus parámetros característicos.

Euskera

Proiektu hau artezketaren arlokoa da, eta industria-metodologia eraginkor bat garatzea du helburu nagusi, haren portaera dinamikoan oinarrituta, artezteko gurpilen elastikotasun "E" modulua azkar eta erraz kalkulatu ahal izateko.

Helburu nagusia betetzeko, lehenik eta behin, azterketa bibliografiko luze bat egin da. Azterketa horretan, urteetan zehar garatu diren hainbat metodo aurkitu dira, artezteko gurpilen elastikotasunaren modulua kalkulatzeko. Hala ere, oso gutxi izan dira industriaren ikuspegitik interes handikoak. Gaur egun, industrian gehien erabiltzen diren metodoak eta proiektu honetan aztertzen direnak test dinamikoak edo "Sonic-Test"-ak dira, non harri urratzaileen propietate elastikoak beren portaera dinamikoarekin erlazionatzen diren, bibrazioaren funtsezko maiztasunaren arabera zehaztua, analisi modal esperimentalaren bidez kalkula daitekeena. "Sonic-Test" horiek zenbait formula ematen dituzte artezteko gurpilen elastikotasunaren modulua kalkulatzeko. Hala ere, formula horietan forma-faktore izeneko parametro batek esku hartzen du, eta horren balioa ez da ezaguna.

Arazo hori konpontzeko, beste azterketa bibliografiko bat egin da. Bertan, material homogeneoen, elastikoen eta isotropoen elastikotasun-moduluak kalkulatzeko bi metodo aurkitu dira, haien portaera dinamikotik abiatuta. Metodo horiek, alde batetik, Gustáv Martincekek garatutako prozedura [18] eta, bestetik, ASTM arauak dira [17]. Hala ere, metodo horiek elastikotasun-moduluak kalkulatzeko lehen bi frekuentzia naturalatik abiatuta, "Sonic-Test" modulua ez bezala, horiek elastikotasun-modulua bibrazioaren funtsezko frekuentziatik abiatuta kalkulatzeko baitute, eta horrek oso tresna ona bihurtzen ditu industriaren ikuspegitik.

Industriaren ikuspegitik Sonic Tests delakoen aurrean alternatiba ona izango den metodologia bat garatzeko, artezteko gurpilen elastikotasun-modulua kalkulatzeko analisi modal esperimentalaren bidez, hau da, elastikotasun-modulua maiztasun natural bakar baten bidez kalkulatu ahal izateko, proiektu honetan azterketa teoriko eta esperimental bat egiten da "Sonic Test" delakoen forma-faktorea artezteko gurpilen parametro bereizgarriekin lotzeko. Horretarako, lehenik eta behin, forma-faktoreak definitzen dituen adierazpen matematikoa kalkulatzeko da, artezteko gurpilen geometriaren eta lehen bi frekuentzia naturalen arabera, elastikotasun-modulua kalkulatzeko aipatutako metodo bakoitzerako. Bigarrenik, aurrez hautatutako harri-sorta bati moduzko analisi esperimentalak egiten zaizkio, lehen bi maiztasun naturalak kalkulatzeko. Azkenik, analisi modal esperimentalean lortutako emaitzetatik abiatuta, aipatutako hiru metodoen bidez lortutako forma-faktoreak eta artezteko gurpilen elastikotasun-moduluak kalkulatzeko dira, artezteko gurpilen elastikotasun-moduluaren kalkuluari eta aldakortasunari buruzko ondorio adierazgarriak lortzeko, parametro bereizgarriekin.

English

The present project belongs to the grinding field and its main objective is the development of an efficient industrial methodology, which allows to calculate, in a fast and simple way, the modulus of elasticity "E" of grinding wheels from their dynamic behavior.

In order to fulfill the main objective, first of all, an extensive bibliographic analysis has been carried out, where several methods developed over the years for the calculation of the modulus of elasticity of grinding wheels have been found. However, very few of them have been of great interest from an industrial point of view. Currently, the most widely used methods in the industry and the ones that are the object of study of the present project are the dynamic tests or "Sonic-Tests", where the elastic properties of grinding wheels are related to their dynamic behavior, defined by their fundamental frequency of vibration, which can be calculated by means of experimental modal analysis. These "Sonic-Tests" provide a series of formulas for the calculation of the modulus of elasticity of grinding wheels. However, these formulas involve a parameter called shape factor, the value of which is unknown.

In order to solve this problem, another bibliographic analysis has been carried out where two methods for calculating the modulus of elasticity of homogeneous, elastic and isotropic materials from their dynamic behavior have been found, which are, on the one hand, a procedure developed by Gustáv Martinec [18] and, on the other hand, the ASTM standards [17]. However, these methods calculate the modulus of elasticity from the first two natural frequencies, unlike the "Sonic-Tests", which calculate the modulus of elasticity from the fundamental frequency of vibration, which makes them a very good tool from an industrial point of view.

In order to develop a methodology that is a good alternative to the Sonic Tests from the industrial point of view for the calculation of the modulus of elasticity of grinding wheels by means of experimental modal analysis, that is to say, that allows the calculation of the modulus of elasticity through a single natural frequency, in the present project a theoretical and experimental study is carried out to relate the form factor of the "Sonic Test" with the characteristic parameters of the grinding wheels. To this end, firstly, the mathematical expression that defines the shape factors as a function of the geometry and the first two natural frequencies of the grinding wheel is calculated for each of the above-mentioned methods of calculating the modulus of elasticity. Secondly, a battery of experimental modal analyses is performed on a series of pre-selected wheels to calculate their first two natural frequencies. Finally, from the results obtained in the experimental modal analysis, both the form factors and the modulus of elasticity of the grinding wheels obtained by the three methods mentioned above will be calculated, in order to obtain representative conclusions about the calculation and variability of the modulus of elasticity of the grinding wheels with their characteristic parameters.

MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE MÁSTER

***DESARROLLO DE NUEVAS
METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS
DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y
CARACTERIZACIÓN ELÁSTICA DE
MUELAS ABRASIVAS DE ALTO
RENDIMIENTO***

DOCUMENTO I - ÍNDICE

Alumno: Casas, Gayubo, Josu

Director: Pombo, Rodilla, Íñigo

Curso: 2020 - 2021

Fecha: 25 / 06 / 2021

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	15
2.	OBJETIVOS Y ALCANCE DEL TRABAJO.....	17
2.1.	OBJETIVOS.....	17
2.2.	ALCANCE.....	17
3.	ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE	18
3.1.	MUELAS ABRASIVAS.....	18
3.2.	ESPECIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS	19
3.3.	CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DE MUELAS ABRASIVAS Y SU IMPACTO EN EL COMPORTAMIENTO EN EL PROCESO.	22
3.4.	ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL.....	25
3.5.	SONIC COMPARATOR.....	28
3.6.	GRINDO SONIC	29
3.7.	CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DE GEOMETRÍAS CIRCULARES A PARTIR DE FRECUENCIAS NATURALES	31
3.7.1.	Gustáv Martincek	31
3.7.2.	Normas ASTM.....	35
4.	PROBLEMÁTICA DEL TRABAJO.....	38
5.	SOLUCIÓN PROPUESTA.....	39
6.	DESARROLLO DEL TRABAJO.....	40
6.1.	CÁLCULO DE LOS FACTORES DE FORMA DE GRINDO SONIC	41
6.1.1.	Sonic Comparator.....	41
6.1.2.	Gustáv Martincek	42
6.1.3.	ASTM	43
6.2.	ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL.....	44
6.2.1.	Puesta a punto de los ensayos	44
6.2.2.	Procedimiento del ensayo.....	53
6.2.3.	Resultados de los ensayos.....	58
6.3.	CÁLCULO DE LOS MÓDULOS DE ELASTICIDAD Y FACTORES DE FORMA.....	59
6.3.1.	Sonic Comparator.....	61
6.3.2.	Gustáv Martincek	61
6.3.3.	ASTM	62
6.4.	INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	64
6.4.1.	Módulo de Elasticidad	64
6.4.2.	Factores de forma	70
6.4.3.	Frecuencias naturales de vibración.....	72

DOCUMENTO I - ÍNDICE

8. CONCLUSIONES	73
9. LÍNEAS FUTURAS.....	74
10. BIBLIOGRAFÍA	75

MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE MÁSTER

***DESARROLLO DE NUEVAS
METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS
DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y
CARACTERIZACIÓN ELÁSTICA DE
MUELAS ABRASIVAS DE ALTO
RENDIMIENTO***

***DOCUMENTO II - LISTA DE FIGURAS, TABLAS, GRÁFICOS
Y NOMENCLATURA***

Alumno: Casas, Gayubo, Josu

Director: Pombo, Rodilla, Íñigo

Curso: 2020 - 2021

Fecha: 25 / 06 / 2021

FIGURAS

Figura 1. Nomenclatura de distintos fabricantes en referencia al material de grano.	16
Figura 2. Muela abrasiva.	19
Figura 3. Dureza de los diferentes materiales de grano a temperatura ambiente.....	19
Figura 4. Designación normalizada para muelas de abrasivo convencional.....	21
Figura 5. Nodos y antinodos de una onda estacionaria.....	25
Figura 6. Módulos de elasticidad de una serie de muelas de aglomerante vítreo en función de su dureza [16].....	30
Figura 7. Nomograma para calcular el ratio de Poisson en función de (f_1/f_2) y (t/r) [18].	33
Figura 8. Disposición de los apoyos duros para análisis modal experimental según la norma ASTM [17].....	46
Figura 9. Diagrama de desplazamientos del primer modo de vibración de una geometría en forma de disco [17].	47
Figura 10. Diagrama de desplazamientos del segundo modo de vibración de una geometría en forma de disco [17].	47
Figura 11. Primer tipo de apoyo suave.	48
Figura 12. Segundo tipo de apoyo suave.	48
Figura 13. Apoyos duros.....	49
Figura 14. Contacto puntual entre los apoyos duros y la muela abrasiva.	49
Figura 15. Martillo excitador.....	49
Figura 16. Transductor piezoeléctrico y cera para su unión al sistema a medir.....	50
Figura 17. Posicionamiento del transductor y de la excitación para el modo fundamental de vibración.....	51
Figura 18. Posicionamiento del transductor y de la excitación para el segundo modo de vibración.....	51
Figura 19. Cables coaxiales aislados.....	52
Figura 20. Analizador de señal.	52
Figura 21. Configuración del análisis modal experimental con el 1º tipo de apoyo blando.....	53
Figura 22. Respuesta del sistema con el 1º tipo de apoyo suave.	53
Figura 23. Valores de los picos de la respuesta con el primer tipo de apoyo blando.....	54
Figura 24. Configuración del análisis modal experimental con el 2º tipo de apoyo blando.....	54
Figura 25. Valores de los picos de la respuesta con el 2º tipo de apoyo blando.	55
Figura 26. Configuración del análisis modal experimental con apoyos duros.....	55
Figura 27. Respuesta del sistema con apoyos duros.	56

Figura 28. Valores de los picos de la respuesta con apoyos duros.	56
Figura 29. Configuración para la detección de las dos primeras frecuencias naturales mediante un único ensayo.	57
Figura 30. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P II.....	58
Figura 31. Báscula para pesar las muelas abrasivas.....	59
Figura 32. Configuración del análisis modal experimental para la muela 4MBA 46G12V489P20P I – 400 x 127 x 40.....	77
Figura 33. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P I – 400 x 127 x 40.....	77
Figura 34. Configuración del análisis modal experimental para la muela 4MBA 46G12V489P20P – 343 x 127 x 40.....	78
Figura 35. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P – 343 x 127 x 40.....	78
Figura 36. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.....	79
Figura 37. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.....	79
Figura 38. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 60H12V489P20P – 385 x 127 x 40.....	80
Figura 39. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 60H12V489P20P – 385 x 127 x 40.....	80
Figura 40. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 80H12V489P20P – 395 x 127 x 40.....	81
Figura 41. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 80H12V489P20P – 395 x 127 x 40.....	81
Figura 42. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 80H12V489P20P – 300 x 127 x 40.....	82
Figura 43. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 80H12V489P20P – 300 x 127 x 40.....	82
Figura 44. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.....	83
Figura 45. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.....	83
Figura 46. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P – 350 x 127 x 40.....	84
Figura 47. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P – 350 x 127 x 40.....	84
Figura 48. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P I – 300 x 127 x 40.....	85

Figura 49. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P I – 300 x 127 x 40.....	85
Figura 50. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.....	86
Figura 51. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.....	86
Figura 52. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3CXROBA 54R5V489 – 400 x 127 x 30.	87
Figura 53. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3CXROBA 54R5V489 – 400 x 127 x 30.	87
Figura 54. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3CXROBA 54R5V489 – 300 x 127 x 40.	88
Figura 55. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3CXROBA 54R5V489 – 300 x 127 x 40.	88
Figura 56. Configuración del análisis modal experimental para la muela MA 46EF12V489 I – 250 x 127 x 40.	89
Figura 57. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela MA 46EF12V489 I – 250 x 127 x 40.	89
Figura 58. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.....	90
Figura 59. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.....	90

TABLAS

Tabla 1. Acabado superficial en función del tamaño de grano.....	20
Tabla 2. Clasificación de las muelas en función de su dureza.....	20
Tabla 3. Clasificación de la muela en función de la estructura.	20
Tabla 4. Valores de λ para la frecuencia fundamental de vibración [18].	32
Tabla 5. Valores de λ para la segunda frecuencia natural de vibración [18].	32
Tabla 6. Valores de K_1 en función de ν y (t/r) [17].	36
Tabla 7. Valores de K_2 en función de ν y (t/r) [17].	36
Tabla 8. Valores del ratio de Poisson para distintas relaciones entre (f_1/f_2) Y (t/r) [17].	36
Tabla 9. Especificaciones de muela seleccionadas para el análisis modal experimental.	44
Tabla 10. Dimensiones seleccionadas para las muelas del análisis modal experimental.....	45
Tabla 11. Muelas analizadas mediante análisis modal experimental.....	45

Tabla 12. Resultados del análisis modal experimental.	58
Tabla 13. Masa, volumen y densidad de las muelas ensayadas.	60
Tabla 14. Ratios de Poisson de las muelas ensayadas.	60
Tabla 15. Factores de forma y Módulos de Young según el ensayo Sonic Comparator.	61
Tabla 16. Valores de λ_1 y de λ_2 de las muelas ensayadas.....	62
Tabla 17. Factores de forma y Módulos de Young según el procedimiento de Gustáv Martincek.	62
Tabla 18. Factores geométricos K_1 y de K_2 de las muelas ensayadas.....	63
Tabla 19. Factores de forma y Módulos de Young según la norma ASTM.....	63
Tabla 20. Módulos de elasticidad calculados según los tres métodos.	64
Tabla 21. Variabilidad del módulo de elasticidad con las dimensiones de las muelas.	65
Tabla 22. Factores de forma de las muelas abrasivas para un cálculo de E según el procedimiento de Martincek.	70

GRÁFICOS

Gráfico 1. Variaciones en los resultados de E calculados según el ensayo Sonic Comparator. ...	66
Gráfico 2. Variaciones en los resultados de E calculados según el procedimiento de Gustáv Martincek.	66
Gráfico 3. Variaciones en los resultados de E calculados según la norma ASTM.	67
Gráfico 4. Comparativa entre los módulos de elasticidad calculados y los teóricos.	68
Gráfico 5. Variabilidad del módulo de elasticidad con el tamaño de grano.	69
Gráfico 6. Relación entre el factor de forma "C" calculado según Martincek y los ratios geométricos de la muela.	70
Gráfico 7. Relación entre el factor de forma "P" calculado según Martincek y los ratios geométricos de la muela.	71
Gráfico 8. Relación entre el factor de forma "C" calculado según la norma ASTM y los ratios geométricos de la muela.	71
Gráfico 9. Relación entre el factor de forma "P" calculado según la norma ASTM y los ratios geométricos de la muela.	71
Gráfico 10. Variación de (f_1/f_2) con sus relaciones geométricas (t/r) y (d/D)	72

NOMENCLATURA

f_1	[Hz]	Frecuencia fundamental de vibración
f_2	[Hz]	Segunda frecuencia natural
E	[GPa]	Módulo de Elasticidad
ν	[–]	Ratio de Poisson
D	[mm]	Diámetro exterior
r	[mm]	Radio
t	[mm]	Grosor
d	[mm]	Diámetro interior
m	[g]	Masa
V	[mm ³]	Volumen de las muelas abrasivas
φ	$\left[\frac{g}{mm^3}\right]$	Densidad
R	[μs]	Duración en microsegundos de dos periodos de oscilación (2T)
T	[s]	Periodo de oscilación
P_1	[–]	Factor de forma
P	[–]	Factor de forma
C	[–]	Factor de forma
λ_i	[–]	Factores geométricos de las frecuencias naturales (Martincek)
K_i	[–]	Factores geométricos de las frecuencias naturales (ASTM)

MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE MÁSTER

***DESARROLLO DE NUEVAS
METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS
DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y
CARACTERIZACIÓN ELÁSTICA DE
MUELAS ABRASIVAS DE ALTO
RENDIMIENTO***

DOCUMENTO III - MEMORIA

Alumno: Casas, Gayubo, Josu

Director: Pombo, Rodilla, Íñigo

Curso: 2020 - 2021

Fecha: 25 / 06 / 2021

1. INTRODUCCIÓN

El rectificado es un proceso de acabado de piezas que se utiliza en la etapa final del proceso de fabricación, para mejorar la tolerancia dimensional y el acabado superficial del producto. Es un proceso de mecanizado utilizado en piezas que demandan medidas y tolerancias exigentes, tanto geométricas, como dimensionales o de acabado superficial.

El rectificado es un proceso de mecanizado abrasivo, lo que quiere decir que la eliminación del material se produce por abrasión, en vez de por corte, como ocurre en el torneado o en el fresado. La herramienta encargada de realizar la abrasión del material es la muela abrasiva, que está compuesta por dos elementos, los granos abrasivos y el aglomerante. Los granos abrasivos son micropartículas de extremada dureza que mediante rozamiento se encargan de llevar a cabo el proceso de abrasión, mientras que el aglomerante es el encargado de unir los granos abrasivos aportando rigidez a la muela y debe ser capaz de liberarlos cuando éstos han perdido el filo de corte.

Al igual que en todo proceso de mecanizado, es necesario tener un buen conocimiento de las propiedades de la herramienta utilizada, puesto que va a tener consecuencias directas en el correcto desarrollo del propio proceso. Sin embargo, el conocimiento actual sobre el comportamiento mecánico de las muelas abrasivas y su desgaste es escaso, siendo difícil conocer, a priori, el comportamiento que va a tener la muela abrasiva en el proceso de rectificado. Esto supone un problema en la tarea de optimización de un proceso de rectificado, donde la selección de una muela apropiada que garantice un resultado óptimo es un aspecto de vital importancia. De hecho, con los nuevos desarrollos de muelas abrasivas donde se mezclan tipos de abrasivos distintos (composición química, forma, tamaño de grano, estructura cristalográfica, etc.) la selección de una muela abrasiva óptima se vuelve aún más complicado. Realmente, hasta los más expertos, aunque tengan una buena noción de qué tipo de muelas se ajustan mejor a cada proceso, a veces, tienen problemas a la hora de hacer esta selección. Uno de los principales motivos de este problema es que la nomenclatura utilizada para caracterizar las muelas abrasivas no ofrece ninguna información a partir de la cual obtener conclusiones directas del comportamiento que vaya a tener la muela en el proceso de rectificado. Esto se debe principalmente a que el proceso de producción de una muela abrasiva no está normalizado y, por ello, los distintos fabricantes de muelas abrasivas no están obligados a seguir una metodología global y específica para la producción ni para la posterior especificación de las mismas. En la siguiente imagen se muestra cómo distintos fabricantes de muelas abrasivas utilizan nomenclaturas distintas para referirse al mismo material de grano utilizado en la producción de muelas abrasivas.

ANCHOR	FLEXOVIT	ABRASI-FLEX	KINIK	NORTON	TYROLIT	UNIVERSAL
A	A	A	A/10A	A	A/10A	A/11A
19A	19A	8A	19A	19A	50A	MA/51A/52A
23A	23A	6A	23A	23A	16A	-
29A	-	-	-	-	-	-
32A	32A	77A	32A	32A	-	41A
50A	-	-	-	-	-	-
93A	-	-	-	-	93A	-
WA/AA/38A	38A	9A	WA	38A	89A	WA
FKA	-	-	-	-	-	-
DA/64A	47A	64A	64A	-	-	MA
87A	51A	17A	pSA	-	90A	-
53A	53A	22A	53A	53A	63A	56A
57A	57A	3A	57A	57A	52A	12A/47A 48A
DR	-	-	-	-	-	-
PA	PA	17A	PA	-	88A	41AA
PW	-	-	-	-	-	-
RA	RA	DRA	RA	25A	91A	46A
C	37C	C	C	37C	C	BC
GC	39C	1C	GC	39C	1C	GC
RC	74C	2C	C/GC	74C	50C	DC
AC	AC	CA	AC	AC	CA	AC
AZ	ZA	ZN	AZ	NZ	28A/21A	63A/64A
CX	-	3CT	KG	SG	-	73A

Figura 1. Nomenclatura de distintos fabricantes en referencia al material de grano.

De esta forma, dos muelas con las mismas características pueden tener nomenclaturas diferentes si han sido producidas por distintos fabricantes. Sin embargo, también se puede dar el caso en el que dos muelas completamente distintas muestren un comportamiento mecánico similar, o incluso que, dos muelas con la misma nomenclatura muestren diferentes comportamientos en proceso. Este hecho hace que cuando se quiere desarrollar una nueva aplicación de rectificado, sea muy complicado conseguir maximizar las capacidades del mismo.

Sin embargo, a las muelas también se les puede atribuir un parámetro que defina sus propiedades elásticas y su comportamiento mecánico en proceso. Este parámetro es el Módulo de Elasticidad “E” y aunque no sea práctica común utilizar o definir el Módulo de Elasticidad de las muelas abrasivas y la designación normalizada no haga referencia a este parámetro, son varias las razones por las que hacerlo puede resultar de interés. Actualmente, se han realizado multitud de estudios abordando este tema y la conclusión principal ha sido que, aunque el módulo de elasticidad no se pueda utilizar como un parámetro universal que defina el comportamiento mecánico de las muelas abrasivas, puede ser de mucha ayuda de cara a anticipar el comportamiento en proceso de diferentes muelas. A lo largo de los años, se han desarrollado varios métodos para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Sin embargo, ninguno de ellos es universal y el uso de un método u otro dependerá de la experiencia y del criterio del ingeniero. De hecho, muy pocos han resultado de gran interés desde el punto de vista industrial. Actualmente, los métodos más utilizados en la industria son los ensayos dinámicos o “Sonic-Tests”, donde se relacionan las propiedades elásticas de las muelas abrasivas con su comportamiento dinámico, definido por su frecuencia fundamental de vibración, la cual se puede calcular mediante análisis modal experimental. Sin embargo, estos métodos no se pueden realizar sin la compra de los equipos, proporcionados por las empresas desarrolladoras de los mismos.

En el presente Trabajo de Fin de Máster se pretende abordar este aspecto y tratar de desarrollar una metodología industrial sencilla y eficaz para el cálculo del módulo de elasticidad de una muela abrasiva mediante análisis modal experimental.

2. OBJETIVOS Y ALCANCE DEL TRABAJO

2.1. OBJETIVOS

Partiendo del contexto industrial previamente explicado, el objetivo principal del presente proyecto es el siguiente:

- Desarrollar una metodología industrial, basada en el análisis modal experimental, que permita calcular, de forma rápida y sencilla, el módulo de elasticidad “E” de las muelas abrasivas a partir de su comportamiento dinámico.

Para cumplir con el objetivo principal del proyecto, se establecen los siguientes objetivos secundarios:

- Caracterización elástica de las muelas abrasivas, relacionando su comportamiento dinámico con el módulo de elasticidad “E”.
- Analizar la influencia de los parámetros característicos de las muelas abrasivas en su módulo de elasticidad.

2.2. ALCANCE

Para cumplir con los objetivos establecidos, el alcance del presente proyecto es el siguiente:

Se realizará un análisis modal experimental a muelas abrasivas basado en su totalidad en el ensayo dinámico “Grindo Sonic”, quedando fuera de estudio otros ensayos dinámicos desarrollados para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Además, se analizará la variabilidad del Módulo de Elasticidad de las muelas abrasivas respecto de su tamaño de grano, grado y estructura. Queda fuera de este estudio analizar la variabilidad del Módulo de Elasticidad respecto del tipo de grano y aglomerante. De esta forma, las muelas analizadas en este estudio serán en su totalidad muelas de alúmina de aglomerante vítreo.

3. ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

En el siguiente apartado se explicará, en primer lugar, el proceso de rectificado atendiendo a los aspectos básicos que pueden suponer el núcleo central del proceso y centrandolo la atención en la herramienta de corte del proceso, es decir, la muela abrasiva, objeto de estudio del proyecto.

En segundo lugar, se mostrarán las técnicas o ensayos utilizados para la caracterización elástica de la muela y, por último, se explicará la metodología desarrollada para el análisis del comportamiento mecánico de las mismas.

3.1. MUELAS ABRASIVAS

Las muelas abrasivas son la herramienta de corte que se utiliza en el proceso de rectificado, objeto de estudio del presente proyecto, las cuales están compuestas por una mezcla aleatoria y compleja de granos abrasivos y material aglomerante. De esta forma, el rendimiento de las muelas abrasivas depende de la naturaleza de los granos abrasivos, de las características del material aglomerante y de la concentración de granos y aglomerante en el volumen aparente de la muela abrasiva.

➤ Granos abrasivos

Los granos abrasivos son el medio de corte de la muela. Se trata de micropartículas de extremada dureza que mediante rozamiento se encargan de llevar a cabo el proceso de abrasión modificando la forma de la pieza con un excelente acabado superficial. De tal manera, se puede plantear que cada grano es una herramienta de corte microscópica y, aunque la cantidad de material eliminada por cada grano sea muy pequeña, durante el proceso existen una gran cantidad de granos actuando simultáneamente, mediante los cuales se consigue la abrasión del material. El grano abrasivo debe ser más duro que la pieza a la temperatura de trabajo.

➤ Material de unión o aglomerante

El material de unión es el encargado de unir los granos abrasivos y se le denomina como aglomerante o aglutinante. Debe ofrecer rigidez, puesto que es el encargado de mantener unidos a los granos, y debe ser capaz de liberarlos cuando éstos han perdido el filo de corte. Además, debe transmitir la fuerza entre el grano y el husillo que aguanta la muela. Por otro lado, debe ser capaz de disipar el calor generado en el proceso.

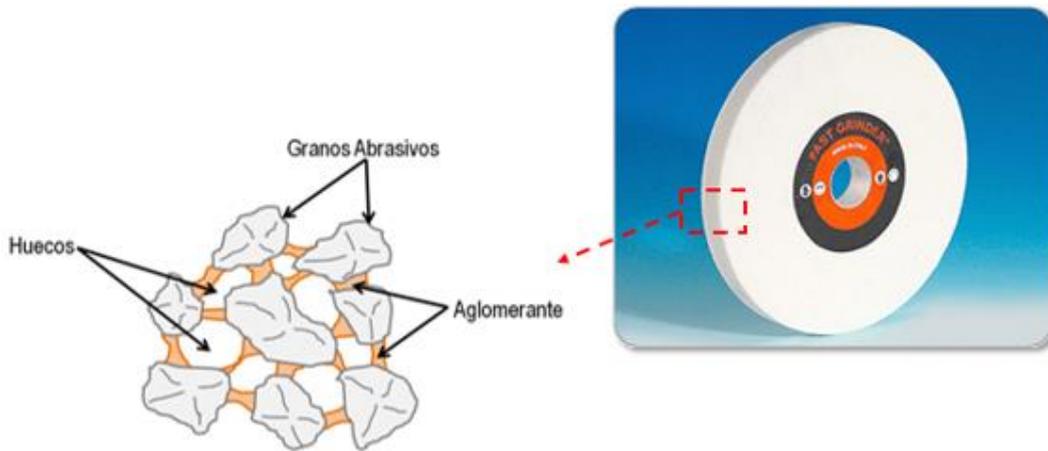


Figura 2. Muela abrasiva.

3.2. ESPECIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS

A continuación, se explicarán las características en función de las cuales se clasifican las muelas abrasivas. En función de estos parámetros existe una gran variedad de muelas y una adecuada elección de la misma es fundamental para llevar a cabo el proceso de manera eficiente.

➤ Material del grano

Los materiales de los granos abrasivos se suelen clasificar en dos categorías, en función de su dureza: convencionales y superabrasivos. Como materiales convencionales se utilizan, mayoritariamente, el óxido de aluminio o corindón (Al_2O_3) y el carburo de silicio (SiC) y las muelas de estos materiales alcanzan como máximo 60 m/s. Como superabrasivos se utilizan el nitruro de boro cúbico (CBN) y el diamante y pueden llegar a alcanzar hasta los 280 m/s. En la siguiente imagen se ilustran las durezas de los distintos materiales de grano a temperatura ambiente.

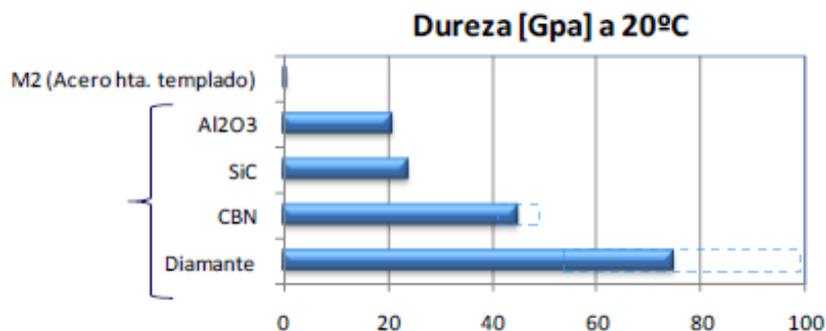


Figura 3. Dureza de los diferentes materiales de grano a temperatura ambiente.

El presente proyecto se centra exclusivamente en estudiar el comportamiento de muelas convencionales o de corindón.

➤ **Tamaño de grano**

El tamaño de grano determina en gran medida el acabado superficial del proceso. Se utiliza un tamaño de grano grande, de mayor resistencia al desgaste, para procesos de desbaste, dejando un acabado superficial “pobre”. El tamaño de grano pequeño se utiliza para procesos de acabado, puesto que aportan mayor precisión en el rectificado.

El tamaño de grano se designa mediante números pares que representan la densidad de las rendijas del tamiz utilizado para clasificarlo.

Tabla 1. Acabado superficial en función del tamaño de grano.

Tamaño de grano	Acabado superficial
4, 6, 8, 10	Muy grosero
12, 14, 16, 18, 24	Grosero
30, 36, 46, 56, 60	Medio
70, 80, 90, 100, 120, 150	Fino
180, 220, 240, 280, 320, 400, 500, 600	Muy fino

➤ **Grado o dureza**

El grado de la muela indica de la resistencia de la muela y de la medida de la fuerza con la que el aglutinante sujeta los granos. También se le suele denominar dureza y se clasifica mediante letras.

Tabla 2. Clasificación de las muelas en función de su dureza.

Designación	Característica
A - E	Muelas muy blandas
F - K	Muelas blandas
L - Q	Muelas de dureza media
R - T	Muelas duras
U - Z	Muelas muy duras

➤ **Estructura (Concentración volumétrica de granos abrasivos)**

La estructura indica la concentración volumétrica de granos en la muela. Para materiales blandos y dúctiles y para operaciones de desbaste se emplean muelas “abiertas”, mientras que, para materiales frágiles, para procesos con áreas de contacto pequeñas y operaciones de acabado se utilizan muelas “cerradas”. La estructura de la muela se clasifica mediante números.

Tabla 3. Clasificación de la muela en función de la estructura.

Grado	Tipo de muela	Espacio de grano
1 – 4	Densa	Cerrado
5 -7	Normal	Medio
8 -11	Abierta	Separado
12 - 14	Muy abierta	Muy separado

➤ Tipo de aglomerante

Al igual que con los granos abrasivos, se pueden utilizar distintos tipos de materiales para los aglomerantes de las muelas abrasivas. Entre los tipos de aglomerante más comunes se encuentran los metálicos (M), los vítreos (V) y los resinosos (B).

➤ Designación normalizada de las muelas abrasivas

Las muelas se designan con un código identificativo teniendo en cuenta todas las características anteriormente mencionadas. De esta forma, la designación normalizada para muelas de material abrasivo convencional es la siguiente:

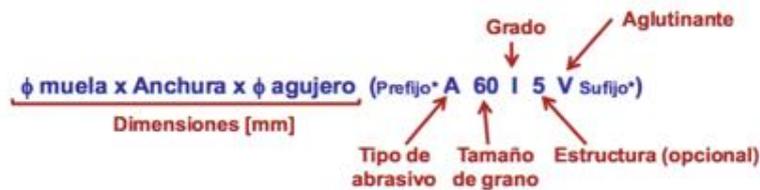


Figura 4. Designación normalizada para muelas de abrasivo convencional.

Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, la designación normalizada de las muelas abrasivas no hace referencia al comportamiento mecánico de las mismas, aspecto de gran importancia de cara a realizar un proceso de selección de muelas para un proceso de mecanizado concreto. Además, tampoco hace referencia al proceso de producción utilizado por el fabricante para fabricar la muela.

De esta forma, se hace evidente la dificultad que puede presentar el proceso de selección de muelas abrasivas para un proceso de mecanizado concreto, pudiendo darse el caso en el que dos muelas fabricadas por distintos fabricantes, tengan diferentes comportamientos en el proceso, aun teniendo la misma nomenclatura; o que dos muelas con características bien diferenciadas presenten comportamientos mecánicos similares.

Por ello, con el presente trabajo se pretende desarrollar una metodología rápida y sencilla, mediante la cual se pueda comprobar el comportamiento mecánico de las muelas abrasivas, solucionando los problemas previamente descritos.

3.3. CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DE MUELAS ABRASIVAS Y SU IMPACTO EN EL COMPORTAMIENTO EN EL PROCESO.

En el apartado anterior se han mencionado las especificaciones o características de las muelas abrasivas, todas ellas en referencia al tipo de grano y aglomerante de la muela, y la designación normalizada mediante la cual éstas se clasifican. Sin embargo, a las muelas también se les puede atribuir un parámetro que defina sus propiedades elásticas y su comportamiento mecánico en proceso. Este parámetro es el Módulo de Elasticidad “E”. Aunque no sea práctica común utilizar o definir el Módulo de Elasticidad de las muelas abrasivas y la designación normalizada no haga referencia a este parámetro, son varias las razones por las que hacerlo puede resultar de gran interés.

En primer lugar, porque el módulo de elasticidad es un parámetro con significado físico real, a diferencia del grado o la dureza, que se cuantifica con una unidad adimensional.

En segundo lugar, el módulo de elasticidad es un parámetro muy útil de cara a anticipar el comportamiento en el proceso de las muelas abrasivas, puesto que está relacionado con los parámetros característicos de las mismas. König et al [1] hicieron un estudio observando, por un lado, la variabilidad del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas con los parámetros característicos de las mismas como son, el tipo de abrasivo, el tamaño de grano, la dureza y la microestructura y analizando, por otro lado, la influencia de dicho parámetro sobre parámetros representativos del proceso como son, el caudal específico de viruta Q'_w y la rugosidad media R_z . Para ello, se analizaron los resultados de los parámetros representativos del proceso al realizar la misma operación de plongeado variando los parámetros característicos de las muelas de uno en uno y manteniendo los demás parámetros constantes. Los resultados de este estudio fueron los siguientes. Por un lado, se demostró como tres muelas de alúmina, rubí y carburo de silicio, respectivamente, mostraban un comportamiento en el proceso completamente distinto, a pesar de tener módulos de elasticidad similares. Por ello, se concluyó que, para muelas de tipo de abrasivo distinto, no se puede deducir directamente el comportamiento en el proceso de distintas muelas, únicamente mediante su módulo de elasticidad. Por otro lado, en lo que respecta al tamaño de grano, dureza y microestructura de la muela, observaron que sí existe una relación directa entre los parámetros representativos del proceso y el módulo de elasticidad, siempre y cuando se mantengan constantes el resto de parámetros característicos. Cabe mencionar que, en cuanto a la microestructura, esta afirmación se cumple siempre y cuando la microestructura sea relativamente similar y que para microestructuras completamente distintas se pierde la relación entre los parámetros representativos del proceso y el módulo de elasticidad. De esta forma, el estudio concluye que en la mayoría de los casos sí es posible establecer una relación entre el módulo de elasticidad de las muelas y los parámetros representativos del proceso, siempre que se limite el alcance del estudio a un único parámetro característico de la muela, aunque a veces se pueda llegar a falsas conclusiones, cuando se trata del tipo de abrasivo y de la microestructura. De este estudio se puede concluir que, aunque el módulo de elasticidad no se pueda utilizar como un parámetro universal que defina el comportamiento mecánico

de las muelas abrasivas, puede ser de mucha ayuda de cara a anticipar el comportamiento en proceso de diferentes muelas.

No obstante, el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas no solo es útil a la hora de anticipar su comportamiento en el proceso. El análisis de las cargas sufridas por el aglomerante de las muelas abrasivas en el proceso de rectificado es un asunto de vital importancia, puesto que afecta directamente al comportamiento del aglomerante, a la interacción pieza-muela, a la fuerza de rectificado, calor generado y energía consumida, a la calidad de la superficie acabada y a la vida de la muela abrasiva, entre otras. A lo largo de los años se ha investigado acerca de este asunto y Peters et al [2] afirmaron que el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas sería de gran ayuda de cara a analizar las cargas sufridas por del aglomerante en el proceso de rectificado.

Por último, el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas es un parámetro muy útil de cara a modelar y realizar simulaciones virtuales del comportamiento mecánico, tanto estático como dinámico, de las mismas. El comportamiento mecánico de los materiales normalmente responde a las leyes de la mecánica de medios continuos. Sin embargo, la constitución heterogénea de las muelas abrasivas viola alguna de las leyes de la mecánica de medios continuos. Por ejemplo, la simulación de fenómenos discontinuos como es la fractura múltiple no se puede describir mediante dicha ley. En estos casos, se ha demostrado que el Método de Elementos Discretos (DEM) es una buena herramienta para simular el comportamiento de las muelas abrasivas y es ahí donde entra en juego el módulo de elasticidad de las mismas. Durante los últimos años se han realizado multitud de investigaciones acerca de la creación de herramientas virtuales capaces de simular el comportamiento mecánico de los materiales mediante el método de los elementos discretos. Damien André et al [3] presentaron una metodología (cohesive beam model) para simular, mediante el método de elementos discretos, el comportamiento estático y dinámico de cualquier material definido por un módulo de Young, un ratio de Poisson y densidad. Unos años después, Damien André et al [4] crearon GranOO, un software libre destinado a simulaciones para problemas tribológicos y muy útil de cara a describir fenómenos de medio discontinuo como la multi fractura. Actualmente, en el departamento de ingeniería mecánica de la Escuela de Ingeniería de Bilbao se están realizando investigaciones de cara a simular el contacto pieza-muela del proceso de rectificado mediante este software y para ello, es necesario conocer el módulo de elasticidad de la muela abrasiva.

Por todo lo explicado anteriormente, se hace evidente el interés y las ventajas de definir el módulo de elasticidad como parámetro complementario a la designación normalizada de las muelas abrasivas. Con el paso del tiempo, se han desarrollado diversos métodos para calcular el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas.

Krug et al [5] obtuvieron valores experimentales del módulo de elasticidad de muelas abrasivas a partir del tipo de grano y la dureza de los mismos, mediante ensayos mecánicos. Sin embargo, en este estudio no se tienen en cuenta factores determinantes para el cálculo del módulo de elasticidad como son el tipo de aglomerante o las fracciones volumétricas de los granos, aglomerante y poros, por lo que sus resultados no son fiables.

Miyamoto et al [6] analizó el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas a partir del método de elementos finitos. No obstante, el método de elementos finitos es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales de problemas continuos y no es capaz de resolver correctamente problemas discontinuos como pueden ser la aparición de grietas, como ocurre en los granos de las muelas abrasivas. Miyamoto en un artículo posterior [7] muestra ejemplos donde se consiguen resolver mecanismos de fractura mediante el método de elementos finitos. Sin embargo, no se considera adecuado dicho método para su aplicación en muelas abrasivas, ya que, como se ha comentado anteriormente, se ha demostrado que el método de elementos discretos es una mejor herramienta para la modelización de medios discontinuos.

Optiz et al [8] presentó un método para obtener el módulo de elasticidad a partir del módulo de elasticidad de los granos y del aglomerante y de sus respectivas fracciones volumétricas. Sin embargo, los valores obtenidos mediante este método diferían de los valores reales. Dentro de esta línea de investigación, Matsuno et al [9] dieron un paso más allá e introdujeron la fracción volumétrica de poros de la muela abrasiva en el modelo del módulo de elasticidad, presentando una fórmula con unos resultados muy similares a los obtenidos mediante ensayos de flexión.

Como se puede observar, se han desarrollado infinidad de métodos a lo largo de los años para el cálculo del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas. Sin embargo, a día de hoy ninguno de ellos es universal y el uso de un método u otro dependerá de la experiencia y del criterio del ingeniero. De hecho, muy pocos han resultado de gran interés desde el punto de vista industrial.

Actualmente, los ensayos dinámicos o “Sonic-Tests” son los más utilizados en la industria para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Esto se debe principalmente a que son ensayos no destructivos, con un tiempo de medición pequeño y muy fáciles de llevar a cabo, lo que hace que sean una alternativa muy interesante desde el punto de vista industrial. Dentro de estos ensayos dinámicos se distinguen 3 ensayos principales. Por un lado, el “Sonic Comparator” y el “Grindo-Sonic”, desarrollados por R. G. Rowe [10] y Peters y Snoeys [11] respectivamente, son ensayos basados en detectar una frecuencia natural de las muelas abrasivas, mediante análisis modal experimental, para el cálculo de su módulo de elasticidad. Por otro lado, el “Ultrasonic Grader” desarrollado por Shinozaki et al [12][13] es un ensayo que se basa en detectar la velocidad de transmisión de pulsos ultrasónicos a través de la muela, por lo que permite calcular el módulo de elasticidad en una zona concreta de la muela abrasiva, pero no en su conjunto completo y por ello es que su uso no es tan expandido como el del “Sonic Comparator” o el del “Grindo Sonic”. En este proyecto se centra la atención en los Sonic-Tests basados en detectar las frecuencias naturales de las muelas abrasivas a través de análisis modal experimental, es decir, en el “Sonic Comparator” y el “Grindo-Sonic”.

3.4. ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL

Mediante análisis modal experimental es posible determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración asociados a objetos o estructuras durante vibración libre. Todas las estructuras poseen frecuencias naturales y, asociado a cada una de ellas, un modo de vibración. Dichas frecuencias y modos dependen de parámetros del sistema tales como la masa, la rigidez y el amortiguamiento del mismo.

Cuando un objeto se somete a una fuerza o excitación mecánica, se genera una perturbación o vibración sobre el mismo, que se propaga a través del medio en forma de onda sinusoidal. Cuando una onda de propagación llega al final del medio material por el que se propaga, ocurre el fenómeno de la reflexión, y la onda incidente sufre un cambio de fase de 180° , convirtiéndose en una onda reflejada. De esta forma, las ondas incidentes interfieren con las ondas reflejadas que se mueven en dirección opuesta, perdiendo el aspecto de propagación. Dependiendo de las características del sistema de estudio, que son su masa, rigidez y amortiguamiento, existen ciertas frecuencias para las cuales la superposición de las ondas que se propagan en ambos sentidos resulta constructiva, produciendo un esquema vibratorio estacionario denominado onda estacionaria.

Una onda estacionaria se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda y frecuencia que avanzan en sentido opuesto a través de un medio. Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio, que es el medio de propagación de dicha onda. La amplitud de oscilación para cada punto del medio depende de su posición, mientras que la frecuencia es la misma para todos los puntos y coincide con la de las ondas que interfieren. Toda onda estacionaria tiene unos puntos característicos denominados nodos y antinodos de vibración. Los nodos son todos aquellos puntos que no vibran, es decir, que permanecen estacionarios en todo momento, sin desplazamiento. Son los puntos donde las ondas que generan la onda estacionaria interfieren de forma destructiva. Los antinodos, sin embargo, son aquellos puntos que vibran con amplitud máxima, igual al doble de las ondas que interfieren. Son aquellos puntos donde las ondas que generan la onda estacionaria interfieren de forma constructiva. La distancia que separa dos nodos o antinodos de vibración consecutivos es media longitud de onda.

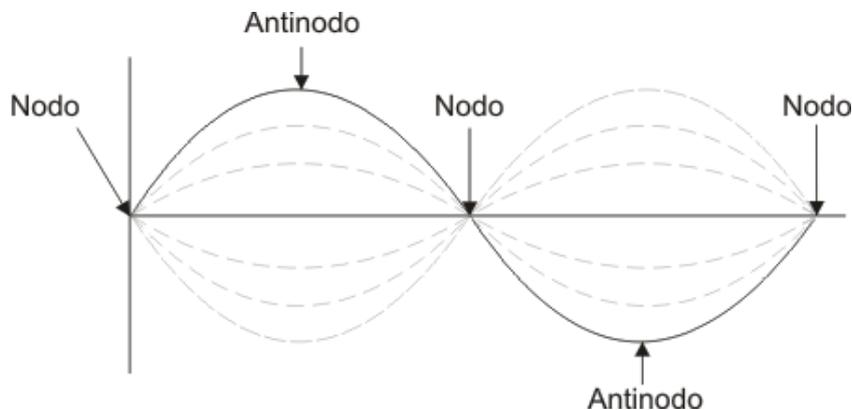


Figura 5. Nodos y antinodos de una onda estacionaria.

Las frecuencias en las que se forman las ondas estacionarias son las conocidas como frecuencias naturales o resonantes y al patrón de movimiento generado sobre el sistema se le denomina modo normal de vibración. Por lo tanto, toda frecuencia natural de un sistema tiene asociado un modo normal de vibración, los cuales dependen de parámetros del sistema tales como la masa, la rigidez y el amortiguamiento del mismo. La frecuencia mínima de vibración capaz de generar una onda estacionaria en un sistema se denomina frecuencia fundamental o primera frecuencia natural. Cuando un objeto vibra con dicha frecuencia se dice que el objeto vibra en su modo fundamental de vibración. La frecuencia de los demás modos de vibración del objeto son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Para calcular dichas frecuencias y modos de vibración mediante análisis modal experimental es necesario registrar la entrada, captar la salida y postprocesar ambas. El sistema básico de medida permite realizar estas operaciones y consta de tres componentes: el mecanismo de excitación, el sistema de transducción y el analizador de señal.

El mecanismo de excitación genera la excitación al sistema mecánico, mediante una fuerza o un desplazamiento. Consta de tres componentes: el generador de señal, el amplificador y el excitador. El generador de señal tiene como función la generación de una señal eléctrica variable en el tiempo. La mayoría de generadores de señal incorporan funciones predefinidas como la armónica, el impulso, el escalón o la rampa. El amplificador de señal amplifica la señal eléctrica antes de mandarla al excitador. Por último, el excitador transforma la señal eléctrica en una acción mecánica que aplica sobre el sistema. Los excitadores pueden clasificarse en dos categorías: los que están en contacto con el sistema durante un tiempo muy reducido, como son el martillo excitador, calibrado o instrumentado; y los que están permanentemente en contacto con el sistema durante la fase de ensayo experimental, como es la mesa excitadora. En cuanto al martillo excitador, aplica una percusión sobre el sistema equivalente a una función impulso. Resulta ser un instrumento sencillo de montar y de coste reducido. Éste se compone de cinco partes: el mango, la conexión mediante cable al analizador de señal, un contrapeso que permite controlar la intensidad de la percusión, un transductor (célula de carga) para medir la magnitud del impulso generado, y una punta de dureza variable que permite controlar el rango de frecuencia excitado. Según el tipo de sistema y el orden de magnitud del impulso a generar existe una amplia gama de modelos de martillos excitadores. En cuanto a la mesa excitadora, la forma en que varía la excitación se define mediante un generador que crea una señal eléctrica, que después de ser amplificada se manda al excitador, el cual la transforma en una acción mecánica. Aunque el coste de la mesa excitadora es mucho más elevado que el del martillo, permite la aplicación de una amplia gama de cargas tipo en un punto del sistema a excitar, entre las cuales se hallan las funciones impulso, escalón, rampa, armónica, pulso, ruido, etc.

El captador o transductor recoge la respuesta del sistema en forma de señales eléctricas. Dicha variable mecánica puede ser un desplazamiento, una velocidad, una aceleración o una fuerza, siendo estas dos últimas las más comunes. Los transductores más utilizados

son los piezoeléctricos, los cuales pueden ser de dos tipos: los acelerómetros que miden aceleraciones o las células de carga que miden fuerzas. En ambos casos la magnitud física es convertida en una señal eléctrica proporcional a dicha magnitud. Un acelerómetro tipo se compone de una base unida solidariamente al sistema vibrante, un elemento piezoeléctrico y una masa sísmica. Los elementos piezoeléctricos son cristales de cuarzo que generan una diferencia de potencial entre sus caras cuando están sometidos a una tensión mecánica. Al moverse el sistema, la inercia de la masa hace que se ejerza una acción sobre los cristales, generando la señal eléctrica. Es fundamental que el desplazamiento del acelerómetro sea el mismo que el del sistema mecánico. En la práctica, se utilizan distintos métodos de montaje para unir los transductores a los sistemas vibrantes, así como tornillos, imanes, pegamento o cera. Se ha comprobado que esta última opción es la que menos interfiere en la unión sistema/acelerómetro.

La señal eléctrica generada por los transductores se amplifica y se trata numéricamente mediante un analizador de señal, donde se visualizan los resultados mediante gráficos y tablas. Las principales variables que pueden representarse en un analizador de señal son desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. Las gráficas más comunes que pueden visualizarse en el analizador de vibraciones se representan en el dominio de la frecuencia a través de la transformada rápida de Fourier. Representando la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia, se pueden detectar picos en la respuesta que definen las frecuencias de resonancia del sistema analizado.

Para la mayoría de las conexiones entre los distintos componentes que forman la cadena de medida experimental se utilizan cables coaxiales aislados para minimizar los efectos exteriores, como pueden ser los campos eléctricos y magnéticos.

Mediante análisis modal experimental es posible calcular cualquier frecuencia de vibración de una muela abrasiva, aislando el modo de vibración que se desee calcular, es decir, apoyando la muela sobre los nodos y pegando el martillazo en un antinodo de dicho modo de vibración. De esta forma, se favorece la excitación de dicho modo de vibración, al mismo tiempo que se atenúa la excitación del resto de modos.

3.5. SONIC COMPARATOR

Sonic Comparator fue desarrollado por R. G. Rowe [10] en 1949 en Estados Unidos y su uso se extiende principalmente a Estados Unidos y a Japón. Es un ensayo que se basa en detectar cualquier frecuencia natural, independientemente del modo de vibración, mediante análisis modal experimental, para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Sin embargo, en producción se suele utilizar el primer modo de vibración de las muelas abrasivas, es decir, el modo de vibración fundamental diametral bi-nodal, puesto que es el modo de vibración más fácilmente detectable para una geometría en forma de disco.

El ensayo Sonic Comparator está basado en las teorías clásicas de vibración redactadas por S. Timoshenko en 1928 [14]. Según esta teoría, la frecuencia natural del modo de vibración diametral bi-nodal, es decir, la frecuencia fundamental de una geometría en forma de disco, viene definida por la siguiente ecuación:

$$f_1 = \frac{5.25 \cdot t}{\pi \cdot D^2} \sqrt{\frac{E \cdot 10^9}{3 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (1)$$

Para una geometría en forma de disco con un agujero en el medio de diámetro “ d ”, como la de las muelas abrasivas, la frecuencia fundamental viene definida por la siguiente ecuación:

$$f_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{5,25 \cdot t}{\pi \cdot D^2} \sqrt{\frac{E \cdot 10^9}{3 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (2)$$

La ecuación (2) es apropiada para unas relaciones de $\left(\frac{d}{D}\right)$ y $\left(\frac{t}{D}\right)$ inferiores a 1/3 y 0,15 respectivamente. Reordenando términos, la misma se puede expresar como:

$$E = 1,074 \cdot \frac{f_1^2 \cdot D^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2} \cdot 10^{-9} \quad (3)$$

3.6. GRINDO SONIC

Grindo Sonic fue desarrollado por Peters y Snoeys [11] en 1965 en Bélgica y es utilizado en Europa para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Su procedimiento es muy similar al Sonic Comparator. La principal diferencia reside en que Grindo Sonic calcula el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas a partir de su frecuencia fundamental de vibración, a diferencia del Sonic Comparator que permite calcular el módulo de elasticidad para cualquier frecuencia natural, aunque lo más habitual sea calcularlo a través de la frecuencia fundamental. Otra diferencia respecto del Sonic Comparator es que el equipo electrónico de Grindo Sonic no muestra el valor de la frecuencia fundamental de la muela a analizar, sino el valor del parámetro “R”, que corresponde con la duración en microsegundos de dos periodos de oscilación (2T).

$$R = 2T \cdot 10^6 \quad (4)$$

Conociendo la relación entre frecuencia y periodo de oscilación.

$$T = \frac{1}{f_1} \quad (5)$$

Por lo tanto, la relación entre el parámetro R y la frecuencia fundamental de la muela es la siguiente.

$$R = \frac{2}{f_1} \cdot 10^6 \quad (6)$$

De esta forma, la frecuencia fundamental de la muela abrasiva es:

$$f_1 = \frac{2}{R} \cdot 10^6 \quad (7)$$

Una vez calculado el valor de la frecuencia fundamental, el módulo de elasticidad se calcula de igual manera que en Sonic Comparator a través de la ecuación (3).

A. Decneut dio un paso más allá y 5 años después, en 1970, propuso una ecuación más precisa para el cálculo del módulo de elasticidad [15]. Para relaciones de $\left(\frac{D}{t}\right)$ mayores de 25 propuso la siguiente ecuación:

$$E = \frac{P_1 \cdot \varphi \cdot D^4}{t^2 \cdot R^2} \quad (8)$$

Para muelas más gruesas con relación $\left(\frac{D}{t}\right)$ entre 3,30 y 25, es más adecuada la siguiente expresión:

$$E = \frac{P \cdot \varphi \cdot D^2}{R^2} \quad (9)$$

Sin embargo, se ha encontrado otra expresión referenciada a Grindo Sonic para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas, desarrollada también por Peters, Snoeys y Decneut [1] en 1970, que es la siguiente:

$$E = C \cdot \frac{m}{R^2} \quad (10)$$

No se especifica su uso para ninguna relación dimensional específica, por lo que se entiende que es una formulación genérica para cualquier relación dimensional.

En base a los resultados obtenidos en la medición del módulo de elasticidad de una serie de muelas mediante Grindo Sónico Peters, Snoeys y Decneut [16] proponen la curva de la Figura 6 donde se relacionan la frecuencia natural, el módulo de elasticidad y el grado o la dureza de la muela. Durante los años, esta curva se ha utilizado como referencia aproximada del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas en función de su dureza.

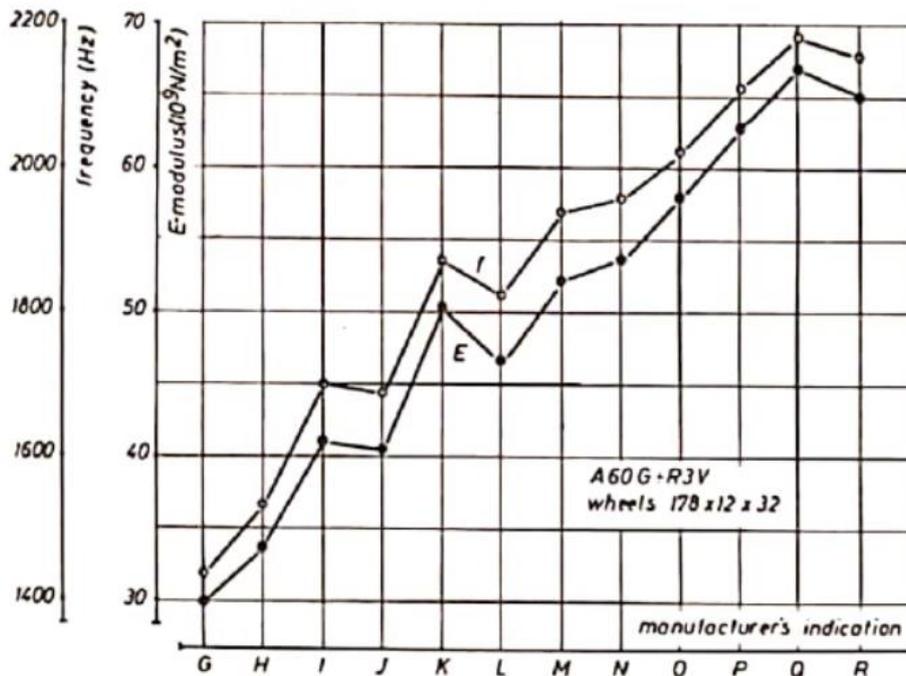


Figura 6. Módulos de elasticidad de una serie de muelas de aglomerante vítreo en función de su dureza [16].

3.7. CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DE GEOMETRÍAS CIRCULARES A PARTIR DE FRECUENCIAS NATURALES

Hoy en día el procedimiento de obtención de las propiedades elásticas de materiales homogéneos, elásticos e isótropos a partir de su comportamiento dinámico está normalizado por las normas ASTM [17] las cuales están basadas en el procedimiento desarrollado por Gustáv Martinec [18] en 1964.

En cuanto a las muelas abrasivas, aunque su constitución sea una mezcla aleatoria y heterogénea de granos, aglomerante y poros, a escala macroscópica se pueden considerar homogéneas, elásticas e isótropas. De hecho, Martinec afirma en el apéndice de su artículo que los métodos dinámicos para la obtención de propiedades elásticas se pueden aplicar sobre muelas abrasivas.

Teniendo en cuenta que la bibliografía menciona que los ensayos Sonic Comparator y Grindo Sonic están basados en las teorías clásicas de vibraciones y, que el ensayo Grindo Sonic fue presentado en 1965, un año después de que Martinec presentara su desarrollo, se entiende que el ensayo Grindo Sonic es una particularización de dicho desarrollo para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas a partir de una única frecuencia.

3.7.1. Gustáv Martinec

Según Martinec, la relación entre las frecuencias naturales, las dimensiones y las propiedades de un material homogéneo, elástico e isótropo viene dada por la siguiente ecuación:

$$f_i = \frac{\lambda_i}{r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (11)$$

Siendo,

$$A = \frac{E \cdot 10^9 \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (12)$$

Para una geometría en forma de disco con un agujero en el medio de diámetro “ d ”, como la de las muelas abrasivas, la frecuencia fundamental viene definida por la siguiente ecuación:

$$f_i = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{\lambda_i}{r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (13)$$

De esta forma, las expresiones tanto para la frecuencia fundamental de vibración como para la segunda frecuencia natural de muelas abrasivas, son las siguientes.

$$f_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{\lambda_1}{r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (14)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{\lambda_2}{r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (15)$$

El valor de λ_1 y λ_2 se recogen en las siguientes tablas para distintas relaciones entre los valores del ratio de Poisson y de $\left(\frac{t}{r}\right)$.

Tabla 4. Valores de λ para la frecuencia fundamental de vibración [18].

h/R	0	0.1	0.25	0.50	0.75	1.0
$\nu = 0$	6.17	6.09	5.80	5.11	4.41	3.81
$\nu = 0.15$	5.83	5.72	5.49	4.80	4.14	3.58
$\nu = 0.30$	5.34	5.29	5.03	4.39	3.78	3.26
$\nu = 0.50$	4.54	4.49	4.28	3.72	3.21	2.79

Tabla 5. Valores de λ para la segunda frecuencia natural de vibración [18].

h/R	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
$\nu = 0$	8.24	7.67	6.52	5.49	4.68	4.05	3.54
$\nu = 0.15$	8.64	7.99	6.83	5.68	4.81	4.18	3.66
$\nu = 0.30$	9.00	8.28	6.96	5.80	4.90	4.21	3.70
$\nu = 0.50$	9.42	8.55	7.01	5.75	4.79	4.11	3.58

El valor del ratio de Poisson también se recoge en el siguiente nomograma para distintas relaciones entre los valores de $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ y de $\left(\frac{t}{r}\right)$.

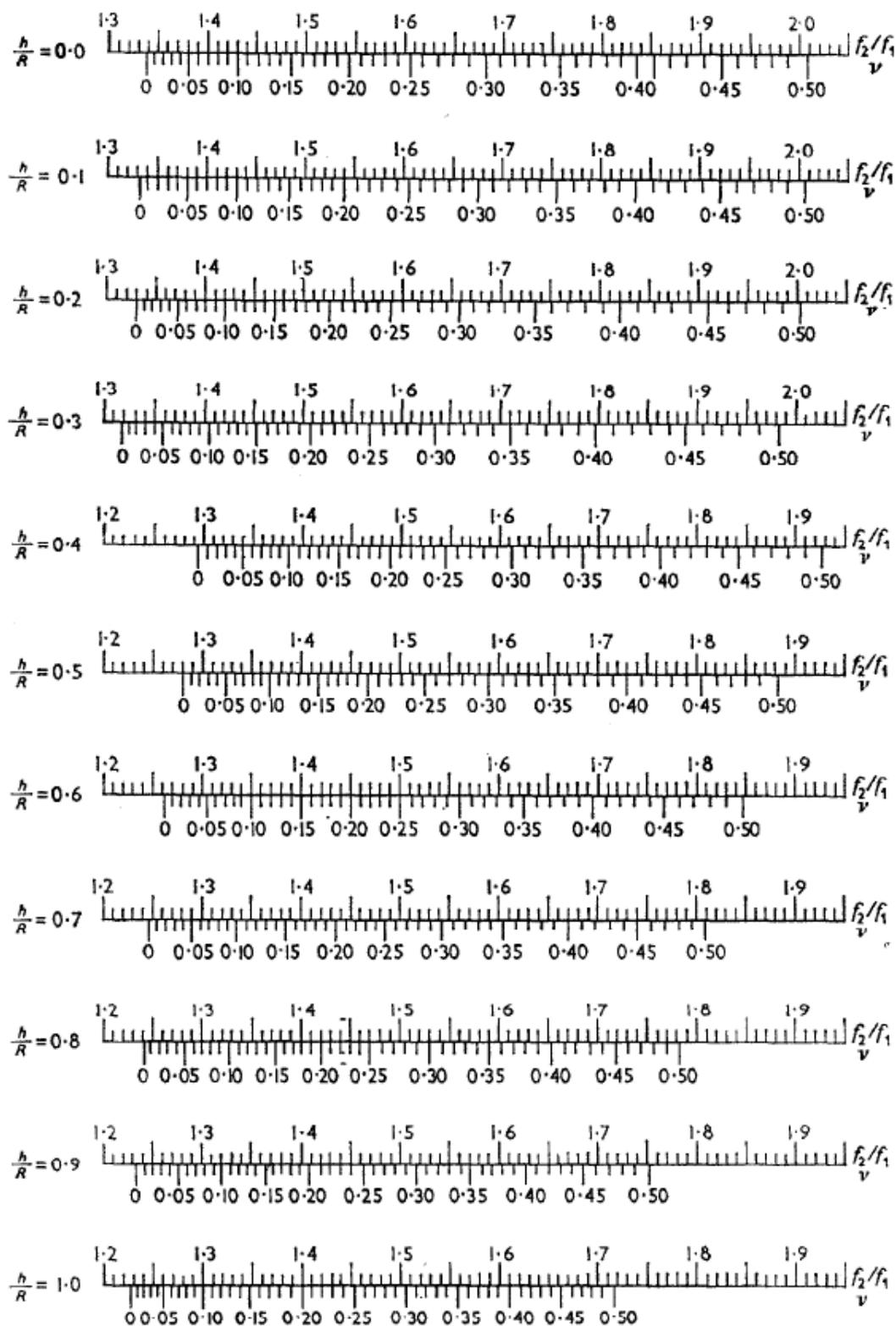


Figura 7. Nomograma para calcular el ratio de Poisson en función de (f_2/f_1) y (t/r) [18].

Despejando el módulo de elasticidad “E” de la ecuación (13) se obtiene la expresión matemática para su cálculo, que es la siguiente:

$$E_i = \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot f_i^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \lambda_i^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (16)$$

Por lo tanto, para la frecuencia fundamental de vibración:

$$E_1 = \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot f_1^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (17)$$

Y para la segunda frecuencia natural:

$$E_2 = \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot f_2^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (18)$$

Por último, el módulo de elasticidad se calcula como la media de los módulos de elasticidad de las dos primeras frecuencias naturales, de tal forma que:

$$E = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (19)$$

$$E = \frac{\frac{48 \cdot \pi^2 \cdot f_1^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} + \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot f_2^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}}}{2} \cdot 10^{-9} \quad (20)$$

$$E = \frac{24 \cdot \pi^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (21)$$

3.7.2. Normas ASTM

Partiendo de la misma base de Martincek, la relación entre las frecuencias naturales, las dimensiones y las propiedades de un material homogéneo, elástico e isótropo viene dada por la siguiente ecuación:

$$f_i = \frac{K_i}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (22)$$

Siendo,

$$A = \frac{E \cdot 10^9 \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (23)$$

Para una geometría en forma de disco con un agujero en el medio de diámetro “ d ”, como la de las muelas abrasivas, la frecuencia fundamental viene definida por la siguiente ecuación:

$$f_i = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{K_i}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (24)$$

De esta forma, las expresiones tanto para la frecuencia fundamental de vibración como para la segunda frecuencia natural de muelas abrasivas, son las siguientes.

$$f_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{K_1}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (25)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \frac{K_2}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{A}{\varphi \cdot t}} \quad (26)$$

El valor de los factores geométricos K_1 y de K_2 se recoge en la Tabla 6 y en la Tabla 7 para distintas relaciones entre los valores del ratio de Poisson y de $\left(\frac{t}{r} \right)$.

Tabla 6. Valores de K_1 en función de ν y (t/r) [17].

t/r	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500
μ	K ₁ Value										
0.000	6.170	6.144	6.090	6.012	5.914	5.800	5.674	5.540	5.399	5.255	5.110
0.050	6.076	6.026	5.968	5.899	5.816	5.717	5.603	5.473	5.331	5.178	5.019
0.100	5.962	5.905	5.847	5.782	5.705	5.613	5.504	5.377	5.234	5.079	4.915
0.150	5.830	5.776	5.720	5.657	5.581	5.490	5.382	5.256	5.115	4.962	4.800
0.200	5.681	5.639	5.587	5.524	5.446	5.351	5.240	5.114	4.975	4.826	4.673
0.250	5.517	5.491	5.445	5.380	5.297	5.197	5.083	4.957	4.822	4.681	4.537
0.300	5.340	5.331	5.290	5.223	5.135	5.030	4.913	4.787	4.656	4.523	4.390
0.350	5.192	5.156	5.120	5.052	4.961	4.853	4.734	4.610	4.483	4.358	4.234
0.400	4.973	4.964	4.931	4.865	4.775	4.668	4.551	4.429	4.306	4.186	4.070
0.450	4.781	4.756	4.723	4.661	4.576	4.476	4.365	4.249	4.131	4.013	3.899
0.500	4.540	4.525	4.490	4.436	4.365	4.280	4.182	4.075	3.960	3.841	3.720

t/r	0.100	0.110	0.120	0.130	0.140	0.150	0.160	0.170	0.180	0.190	0.200
μ	K ₁ Value										
0.14	5.746	5.739	5.722	5.710	5.696	5.683	5.670	5.654	5.642	5.629	5.608
0.16	5.694	5.687	5.670	5.664	5.645	5.632	5.619	5.602	5.590	5.576	5.556
0.18	5.641	5.634	5.617	5.606	5.592	5.579	5.566	5.549	5.537	5.523	5.502
0.20	5.587	5.576	5.563	5.551	5.538	5.524	5.510	5.495	5.479	5.463	5.446
0.22	5.531	5.524	5.507	5.495	5.481	5.468	5.455	5.439	5.427	5.411	5.388
0.24	5.474	5.467	5.450	5.438	5.424	5.410	5.396	5.379	5.366	5.351	5.328
0.26	5.415	5.408	5.391	5.379	5.364	5.350	5.336	5.318	5.304	5.289	5.266
0.28	5.354	5.347	5.330	5.317	5.301	5.287	5.273	5.255	5.241	5.225	5.201
0.30	5.290	5.279	5.266	5.253	5.238	5.223	5.207	5.190	5.173	5.154	5.135
0.32	5.224	5.217	5.200	5.187	5.172	5.157	5.142	5.123	5.108	5.091	5.067
0.34	5.156	5.148	5.131	5.118	5.103	5.088	5.073	5.053	5.037	5.020	4.997

Tabla 7. Valores de K_2 en función de ν y (t/r) [17].

t/r	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500
μ	K ₂ Value										
0.000	8.240	8.226	8.151	8.027	7.863	7.670	7.455	7.227	6.991	6.754	6.520
0.050	8.378	8.339	8.252	8.124	7.963	7.777	7.570	7.350	7.120	6.885	6.649
0.100	8.511	8.459	8.364	8.233	8.071	7.885	7.679	7.459	7.228	6.991	6.751
0.150	8.640	8.584	8.485	8.349	8.182	7.990	7.779	7.553	7.316	7.074	6.830
0.200	8.764	8.712	8.611	8.469	8.294	8.092	7.871	7.635	7.390	7.141	6.889
0.250	8.884	8.840	8.738	8.589	8.403	8.189	7.964	7.708	7.450	7.191	6.931
0.300	9.000	8.962	8.860	8.705	8.508	8.280	8.030	7.767	7.497	7.226	6.960
0.350	9.111	9.081	8.977	8.814	8.605	8.363	8.098	7.819	7.535	7.253	6.979
0.400	9.219	9.193	9.085	8.913	8.692	8.436	8.157	7.865	7.569	7.276	6.991
0.450	9.321	9.292	9.178	8.997	8.766	8.499	8.208	7.905	7.598	7.295	7.001
0.500	9.420	9.376	9.252	9.063	8.824	8.550	8.252	7.940	7.625	7.313	7.010

t/r	0.100	0.110	0.120	0.130	0.140	0.150	0.160	0.170	0.180	0.190	0.200
μ	K ₂ Value										
0.14	8.460	8.443	8.411	8.385	8.355	8.326	8.297	8.262	8.234	8.202	8.160
0.16	8.510	8.493	8.460	8.433	8.403	8.373	8.343	8.308	8.279	8.248	8.205
0.18	8.560	8.542	8.509	8.482	8.451	8.421	8.391	8.356	8.327	8.294	8.249
0.20	8.611	8.596	8.559	8.530	8.500	8.469	8.437	8.403	8.368	8.331	8.294
0.22	8.662	8.648	8.613	8.582	8.548	8.517	8.487	8.454	8.425	8.390	8.358
0.24	8.712	8.694	8.660	8.630	8.597	8.565	8.534	8.498	8.467	8.432	8.382
0.26	8.762	8.743	8.708	8.678	8.645	8.612	8.580	8.542	8.510	8.474	8.425
0.28	8.811	8.791	8.755	8.726	8.692	8.659	8.625	8.585	8.551	8.515	8.467
0.30	8.860	8.833	8.804	8.772	8.739	8.705	8.668	8.630	8.591	8.550	8.508
0.32	8.907	8.885	8.848	8.818	8.784	8.750	8.716	8.675	8.640	8.601	8.548
0.34	8.954	8.932	8.894	8.863	8.827	8.793	8.758	8.717	8.681	8.641	8.586

El valor del ratio de Poisson también se recoge en la Tabla 8 para distintas relaciones entre $(\frac{f_2}{f_1})$ y $(\frac{t}{r})$.

Tabla 8. Valores del ratio de Poisson para distintas relaciones entre (f_1/f_2) Y (t/r) [17].

f_1/f_2	1.350	1.375	1.400	1.425	1.450	1.475	1.500	1.525	1.550	1.575	1.600
t/r Ratio	POISSON'S RATIO (μ)										
0.00	0.015	0.043	0.070	0.094	0.118	0.141	0.163	0.184	0.205	0.226	0.247
0.05	0.018	0.044	0.070	0.094	0.118	0.141	0.164	0.185	0.206	0.226	0.247
0.10	0.020	0.045	0.070	0.094	0.118	0.141	0.164	0.185	0.206	0.227	0.247
0.15	0.023	0.049	0.075	0.100	0.124	0.148	0.171	0.192	0.212	0.233	0.254
0.20	0.025	0.053	0.080	0.105	0.130	0.154	0.178	0.198	0.218	0.239	0.260
0.25	0.033	0.060	0.088	0.114	0.139	0.162	0.186	0.206	0.227	0.247	0.268
0.30	0.040	0.068	0.096	0.122	0.148	0.171	0.193	0.214	0.235	0.255	0.275
0.35	0.051	0.078	0.105	0.130	0.155	0.179	0.203	0.224	0.245	0.264	0.284
0.40	0.062	0.088	0.113	0.138	0.162	0.187	0.212	0.234	0.255	0.274	0.292
0.45	0.070	0.096	0.123	0.148	0.173	0.197	0.221	0.242	0.263	0.281	0.300
0.50	0.078	0.105	0.132	0.158	0.183	0.206	0.229	0.250	0.270	0.289	0.307

f_1/f_2	1.625	1.650	1.675	1.700	1.725	1.750	1.775	1.800	1.825	1.850	1.875	1.900
t/r Ratio	POISSON'S RATIO (μ)											
0.00	0.265	0.282	0.297	0.312	0.329	0.346	0.362	0.378	0.394	0.409	0.424	0.438
0.05	0.265	0.283	0.298	0.314	0.331	0.347	0.363	0.378	0.394	0.409	0.424	0.438
0.10	0.265	0.283	0.300	0.316	0.332	0.348	0.363	0.378	0.394	0.409	0.424	0.438
0.15	0.271	0.289	0.306	0.322	0.338	0.354	0.368	0.383	0.398	0.413	0.427	0.442
0.20	0.278	0.295	0.312	0.328	0.344	0.359	0.374	0.388	0.403	0.417	0.431	0.445
0.25	0.286	0.304	0.320	0.336	0.351	0.366	0.380	0.395	0.409	0.423	0.437	0.451
0.30	0.294	0.312	0.328	0.344	0.358	0.372	0.387	0.402	0.415	0.428	0.442	0.456
0.35	0.302	0.320	0.336	0.352	0.367	0.382	0.398	0.414	0.428	0.442	0.456	0.471
0.40	0.310	0.328	0.344	0.360	0.376	0.392	0.409	0.425	0.440	0.455	0.470	0.485
0.45	0.318	0.337	0.354	0.370	0.387	0.403	0.420	0.437	0.452	0.468	0.485	0.503
0.50	0.327	0.346	0.363	0.380	0.397	0.414	0.431	0.448	0.464	0.480	0.500	0.520

Despejando el módulo de elasticidad “E” de la ecuación (24) se obtiene la expresión matemática para el cálculo del módulo de elasticidad referente a cada una de las frecuencias naturales.

$$E_i = \frac{12 \cdot \pi \cdot f_i^2 \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2)}{K_i^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (27)$$

Por lo tanto, para la frecuencia fundamental de vibración:

$$E_1 = \frac{12 \cdot \pi \cdot f_1^2 \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2)}{K_1^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (28)$$

Y para la segunda frecuencia natural:

$$E_2 = \frac{12 \cdot \pi \cdot f_2^2 \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2)}{K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (29)$$

Por último, el módulo de elasticidad se calcula como la media de los módulos de elasticidad de las dos primeras frecuencias naturales, de tal forma que:

$$E = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (30)$$

$$E = \frac{\frac{12 \cdot \pi \cdot f_1^2 \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2)}{K_1^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} + \frac{12 \cdot \pi \cdot f_2^2 \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2)}{K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}}}{2} \cdot 10^{-9} \quad (31)$$

$$E = \frac{6 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}} \cdot 10^{-9} \quad (32)$$

4. PROBLEMÁTICA DEL TRABAJO

Teniendo en cuenta la importancia del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas, a lo largo de los años, se han desarrollado varios métodos para el cálculo de dicho parámetro. Sin embargo, ninguno de ellos es universal y el uso de un método u otro dependerá de la experiencia y del criterio del ingeniero. De hecho, muy pocos han resultado de gran interés desde el punto de vista industrial.

Actualmente, los métodos más utilizados en la industria para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas son los ensayos dinámicos o “Sonic-Tests”, donde se relacionan las propiedades elásticas de las muelas abrasivas con su comportamiento dinámico. Estos ensayos están basados en el desarrollo de Gustáv Martinec, que define la metodología de obtención de las propiedades elásticas de materiales a partir de su comportamiento dinámico. Desde el año 2001, dicho desarrollo está normalizado por las normas ASTM.

La principal ventaja de los “Sonic Test” frente al desarrollo de Martinec y las normas ASTM, es que los primeros permiten el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas a partir de una única frecuencia natural, a diferencia de los segundos, que necesitan calcular las dos primeras frecuencias naturales, lo que supone una gran ventaja desde el punto de vista industrial. Por un lado, supone la realización de un único ensayo de análisis modal experimental por cada muela. Además, para geometrías de disco como las de las muelas abrasivas, es sencillo excitar el modo fundamental de vibración mientras que el segundo modo requiere de unas condiciones de contorno más precisas. Por todo ello es que, desde el punto de vista industrial, los Sonic Test resultan ser un buen método para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. Sin embargo, estos métodos no se pueden realizar sin la compra de equipos, proporcionados por las empresas desarrolladoras de los mismos.

De esta forma, actualmente los fabricantes tienen dos alternativas frente al cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. La realización de dos ensayos de análisis modal experimental para determinar las dos primeras frecuencias naturales y calcular así el módulo de elasticidad de las muelas, frente a la compra de los equipos de Sonic Comparator y Grindo Sonic, pudiendo de esta forma calcular el módulo de elasticidad mediante un único ensayo de análisis modal experimental.

5. SOLUCIÓN PROPUESTA

Como se ha explicado anteriormente, los Sonic Test son un buen método desde el punto de vista industrial para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas, ya que permiten su cálculo a través de una única frecuencia natural de vibración. Sin embargo, en las fórmulas de los Sonic Test para el cálculo del módulo de elasticidad interviene el ratio de Poisson de la muela abrasiva, el cual, según la norma ASTM y el desarrollo de Martincek depende de la relación entre sus dos primeras frecuencias naturales, así como de su geometría. En el Sonic Comparator el ratio de Poisson interviene directamente en la fórmula para el cálculo del módulo de elasticidad, mientras que en el Grindo Sonic es el factor de forma el que depende del ratio de Poisson. Por lo tanto, como los Sonic Test afirman poder calcular el módulo de elasticidad de muelas abrasivas a partir de una única frecuencia natural, tiene que existir un método o procedimiento para calcular el ratio de Poisson o el factor de forma sin utilizar la segunda frecuencia natural.

En el 3.3 se han mencionado multitud de estudios en los que se ha calculado el módulo de elasticidad de muelas abrasivas a través de sus parámetros característicos, que son el tipo de grano, tamaño de grano, grado, estructura, aglomerante, etc. y que definen el material de la propia muela. De esta forma, se entiende que el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas depende de dichos parámetros. Sin embargo, en los ensayos dinámicos no se hace ninguna referencia a ellos y el único parámetro característico del material que interviene en el cálculo de E es el ratio de Poisson ν . Por ello, se entiende y el presente proyecto parte de la suposición de que el ratio de Poisson de las muelas abrasivas y, por tanto, el factor de forma de Grindo Sonic, es función de los parámetros característicos de las muelas abrasivas.

Con el fin de desarrollar una metodología que resulte una buena alternativa frente a los Sonic Tests desde el punto de vista industrial para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas mediante análisis modal experimental, es decir, que permita calcular el módulo de elasticidad a través de una única frecuencia natural, en el presente proyecto se realiza un estudio teórico y experimental para relacionar el factor de forma de Grindo Sonic con los parámetros característicos de las muelas abrasivas.

6. DESARROLLO DEL TRABAJO

Como se ha explicado anteriormente, el objetivo del presente trabajo es desarrollar una metodología, basada en los Sonic Test, y que al igual que los mismos, resulte una alternativa eficaz desde el punto de vista industrial para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas mediante análisis modal experimental.

Para ello, se va a estudiar el origen de las fórmulas de cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas de Grindo Sonic, con el objetivo de encontrar alguna relación entre los factores de forma de Grindo Sonic y los parámetros característicos de las muelas abrasivas.

Como se ha explicado anteriormente, Grindo Sonic inicialmente calculaba el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas con la formulación matemática del Sonic Comparator. Varios años después, Decneut propuso una serie de fórmulas más precisas para el cálculo de E en las que intervienen los mencionados factores de forma, las cuales, en base a la revisión bibliográfica realizada, se cree que son una particularización para muelas abrasivas del procedimiento desarrollado por Gustáv Martinec para el cálculo del módulo de elasticidad de materiales homogéneos, elásticos e isótropos a partir de sus dos primeras frecuencias naturales. Años más tarde, las normas ASTM presentan una metodología normalizada para dicho cálculo, basadas en el procedimiento de Gustáv Martinec. En el presente proyecto se va a calcular el módulo de elasticidad de una serie de muelas abrasivas a través de los tres métodos (Sonic Comparator, Gustáv Martinec y la norma ASTM) con el fin de estudiar el origen de los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” de Grindo Sonic.

Para ello en primer lugar, se calcula la expresión matemática que define los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” en función de la geometría y de las dos primeras frecuencias naturales de la muela abrasiva, para cada uno de los tres métodos de cálculo del módulo de elasticidad.

Una vez obtenidas las expresiones matemáticas de los factores de forma de Grindo Sonic, se realiza una batería de análisis modales experimentales a una serie de muelas preseleccionadas, para calcular sus primeras dos frecuencias naturales.

En último lugar, a partir de los resultados obtenidos en el análisis modal experimental, se va a calcular tanto los factores de forma, como los módulos de elasticidad de las muelas abrasivas obtenidos mediante los tres métodos mencionados, con el fin de obtener unas conclusiones representativas acerca de la variabilidad del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas con sus parámetros característicos.

6.1. CÁLCULO DE LOS FACTORES DE FORMA DE GRINDO SONIC

En primer lugar, a partir de las expresiones (8), (9) y (10) se obtiene la expresión matemática que define los factores de forma:

$$P_1 = \frac{E \cdot t^2 \cdot R^2}{\varphi \cdot D^4} \quad (33)$$

$$P = \frac{E \cdot R^2}{\varphi \cdot D^2} \quad (34)$$

$$C = \frac{E \cdot R^2}{m} \quad (35)$$

Los factores de forma correspondientes a cada método (Sonic Comparator, Gustáv Martinec y la norma ASTM) se calculan a través de las fórmulas (3), (21) y (32), respectivamente.

6.1.1. Sonic Comparator

P₁

$$P_1 = 1,074 \cdot \frac{f^2 \cdot D^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2} \cdot \frac{t^2 \cdot R^2}{\varphi \cdot D^4} \cdot 10^{-9} \quad (36)$$

$$P_1 = 4,296 \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{\left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2} \cdot 10^3 \quad (37)$$

P

$$P = 1,074 \cdot \frac{f^2 \cdot D^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2} \cdot \frac{R^2}{\varphi \cdot D^2} \cdot 10^{-9} \quad (38)$$

$$P = 4,296 \cdot \frac{D^2 \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2} \cdot 10^3 \quad (39)$$

C

$$C = 1,074 \cdot \frac{f^2 \cdot D^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}^2} \cdot \frac{R^2}{m} \cdot 10^{-9} \quad (40)$$

$$C = 4,296 \cdot \frac{D^4 \cdot (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot V \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}^2} \cdot 10^3 \quad (41)$$

De esta forma, quedan definidos los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” de Grindo Sonic en función de la geometría y de las dos primeras frecuencias naturales de la muela abrasiva, para un cálculo de E realizado según el ensayo Sonic Comparator.

6.1.2. Gustáv Martineck**P₁**

$$P_1 = \frac{24 \cdot \pi^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{t^2 \cdot R^2}{\varphi \cdot D^4} \cdot 10^{-9} \quad (42)$$

$$P_1 = 6\pi^2 \cdot \frac{(1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{f_1^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (43)$$

P

$$P = \frac{24 \cdot \pi^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{R^2}{\varphi \cdot D^2} \cdot 10^{-9} \quad (44)$$

$$P = 6\pi^2 \cdot \frac{D^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot f_1^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (45)$$

C

$$C = \frac{24 \cdot \pi^2 \cdot r^4 \cdot \varphi \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{R^2}{m} \cdot 10^{-9} \quad (46)$$

$$C = 6\pi^2 \cdot \frac{D^4 \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot \lambda_2^2 + f_2^2 \cdot \lambda_1^2]}{t^2 \cdot V \cdot f_1^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (47)$$

De esta forma, quedan definidos los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” de Grindo Sonic en función de la geometría y de las dos primeras frecuencias naturales de la muela abrasiva, para un cálculo de E realizado según el procedimiento de Gustáv martinček.

6.1.3. ASTM

P₁

$$P_1 = \frac{6 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{t^2 \cdot R^2}{\varphi \cdot D^4} \cdot 10^{-9} \quad (48)$$

$$P_1 = \frac{24 \cdot \pi \cdot V \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{f_1^2 \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot D^2 \cdot t \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (49)$$

P

$$P = \frac{6 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{R^2}{\varphi \cdot D^2} \cdot 10^{-9} \quad (50)$$

$$P = \frac{24 \cdot \pi \cdot V \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{f_1^2 \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (51)$$

C

$$C = \frac{6 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot m \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot \frac{R^2}{m} \cdot 10^{-9} \quad (52)$$

$$C = \frac{24 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot [f_1^2 \cdot K_2^2 + f_2^2 \cdot K_1^2]}{f_1^2 \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 \cdot t^3 \cdot \left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right\}} \cdot 10^3 \quad (53)$$

De esta forma, quedan definidos los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” de Grindo Sonic en función de la geometría y de las dos primeras frecuencias naturales de la muela abrasiva, para un cálculo de E realizado según el procedimiento de las normas ASTM.

6.2. ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL

Una vez obtenidas las expresiones matemáticas de los factores de forma “ P_1 ”, “ P ” y “ C ” de Grindo Sonic, se realiza una batería de análisis modales experimentales a una serie de muelas preseleccionadas, para calcular sus dos primeras frecuencias naturales.

Como se ha mencionado anteriormente, este estudio se limita a muelas convencionales de alúmina de aglomerante vítreo, por lo que, los parámetros característicos a analizar son el tamaño de grano, la dureza y la estructura.

6.2.1. Puesta a punto de los ensayos

➤ Selección de muelas

Para analizar la influencia de los parámetros característicos de las muelas abrasivas en su factor de forma, se han seleccionado 7 especificaciones de muela diferentes.

Tabla 9. Especificaciones de muela seleccionadas para el análisis modal experimental.

Num.	Especificación
1	3MBA 46H12V489
2	3MBA 60H12V489
3	3MBA 80H12V489
4	4MBA 46G12V489
5	5MBA 46G12V489
6	3CXROBA 54R5V485
7	MA 46EF12V489

En cuanto a la geometría de las probetas, para la correcta realización del ensayo es necesario utilizar una geometría de la muela óptima, puesto que las frecuencias de resonancia de la muela dependerán en gran medida de sus dimensiones y de su masa. En las normas ASTM se recomienda realizar el ensayo con muelas con valores entre 5 y 20 en cuanto a la relación diámetro – espesor. Es decir, que el diámetro de la muela sea entre 5 y 20 veces mayor que el espesor de la misma.

Grindo Sonic ofrece una solución analítica para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas para relaciones de D/t mayores de 25, donde interviene el factor de forma P_1 . Sin embargo, como la norma ASTM recomienda una relación D/t máxima de 20 y, debido a que no es práctica común del departamento de Ingeniería Mecánica trabajar con muelas abrasivas con relaciones D/t mayores de 25, el alcance del estudio del presente proyecto se limita a muelas con relaciones D/t menores de 20, quedando fuera del alcance el estudio del factor de forma P_1 .

De esta forma, para analizar la influencia de la geometría de las muelas abrasivas en su módulo de elasticidad y, por consiguiente, en su factor de forma, se han seleccionado las siguientes 8 configuraciones de dimensiones para las muelas ensayadas.

Tabla 10. Dimensiones seleccionadas para las muelas del análisis modal experimental.

Num.	Dimensiones (mm)
1	400 x 40 x 127
2	400 x 30 x 127
3	395 x 40 x 127
4	385 x 40 x 127
5	350 x 40 x 127
6	343 x 40 x 127
7	300 x 40 x 127
8	250 x 40 x 127

Para comprobar la repetibilidad del ensayo y asegurar que no hay desviaciones en los resultados de dos muelas distintas de la misma especificación, se ensayan dos muelas idénticas de las siguientes dos especificaciones: “4MBA 46G12V489P20P” y “5MBA 46G12V489P20P”.

De esta forma, en la siguiente tabla se recogen todas las muelas analizadas mediante análisis modal experimental.

Tabla 11. Muelas analizadas mediante análisis modal experimental.

Num.	Especificación	Dimensiones (mm)
1	3MBA 46H12V489	400 x 40 x 127
2	3MBA 60H12V489	385 x 40 x 127
3	3MBA 80H12V489	395 x 40 x 127
4	3MBA 80H12V489	300 x 40 x 127
5	4MBA 46G12V489 I	400 x 40 x 127
6	4MBA 46G12V489 II	400 x 40 x 127
7	4MBA 46G12V489	343 x 40 x 127
8	5MBA 46G12V489	400 x 40 x 127
9	5MBA 46G12V489	350 x 40 x 127
10	5MBA 46G12V489 I	300 x 40 x 127
11	5MBA 46G12V489 II	300 x 40 x 127
12	3CXROBA 54R5V485	400 x 30 x 127
13	3CXROBA 54R5V485	300 x 40 x 127
14	MA 46EF12V489 I	250 x 40 x 127
15	MA 46EF12V489 II	250 x 40 x 127

➤ Condiciones de contorno

Una vez seleccionadas las probetas de muela, se han de definir las condiciones de contorno del ensayo, es decir, los apoyos sobre los que se disponen las probetas durante el ensayo, los cuales se eligen convenientemente en función del modo de vibración que se desee excitar. Las normas ASTM para la determinación de las frecuencias de vibración de objetos de geometrías cilíndricas [,] recomiendan dos configuraciones de apoyos distintas, que son: apoyos blandos o apoyos duros.

Por un lado, para la configuración de apoyos blandos, se utilizan dos líneas de espuma de poliuretano, colocadas perpendicularmente en el centro de la muela, en forma de “X”. Esta configuración es recomendada para ensayos en los que la probeta tiene una relación diámetro – espesor menor de 10. En este caso, al ser los apoyos blandos, no supondrán gran interferencia en el cálculo del primer modo de vibración, por lo que un posicionamiento visual de los mismos garantiza una precisión suficiente en el resultado.

Por otro lado, en caso de no disponer de las líneas de espuma de poliuretano, se puede optar por utilizar 4 apoyos puntuales rígidos. En este caso, la muela se debe colocar sobre 4 apoyos mencionados dispuestos sobre la circunferencia nodal del segundo modo de vibración de la muela y separados a 90° entre sí. La disposición de los apoyos se muestra a en la Figura 8.

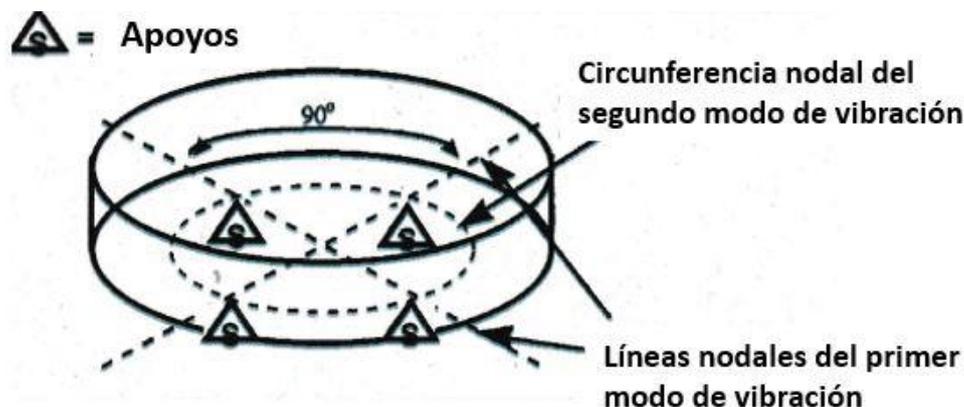


Figura 8. Disposición de los apoyos duros para análisis modal experimental según la norma ASTM [17].

Normalmente, un posicionamiento visual de los apoyos garantiza una precisión suficiente para muelas grandes, de un diámetro mayor de 75 mm. Sin embargo, si se ha seleccionado una muela con una relación diámetro – espesor mayor de 20 o de un diámetro menor de 75 mm, se requerirá un posicionamiento más preciso de los apoyos.

Para saber que disposición de apoyos es la más adecuada para la determinación de la frecuencia fundamental de vibración de una muela abrasiva es necesario conocer el comportamiento dinámico de la misma, es decir, sus modos de vibración.

En el modo fundamental de vibración de una muela abrasiva, los desplazamientos del plano transversal de la muela son perpendiculares a dicho plano y simétricos respecto de dos diámetros ortogonales, como se muestra en la Figura 9. Se conoce como el modo de vibración anti flexional ortogonal. Por un lado, los nodos de este modo de vibración están

situados sobre dos diámetros ortogonales, con un offset de 45° respecto al punto donde se genera la excitación o golpe que induce este modo de vibración. Por otro lado, los antinodos están situados sobre dos diámetros ortogonales, donde uno de los mencionados diámetros interseca al punto donde se genera la excitación.

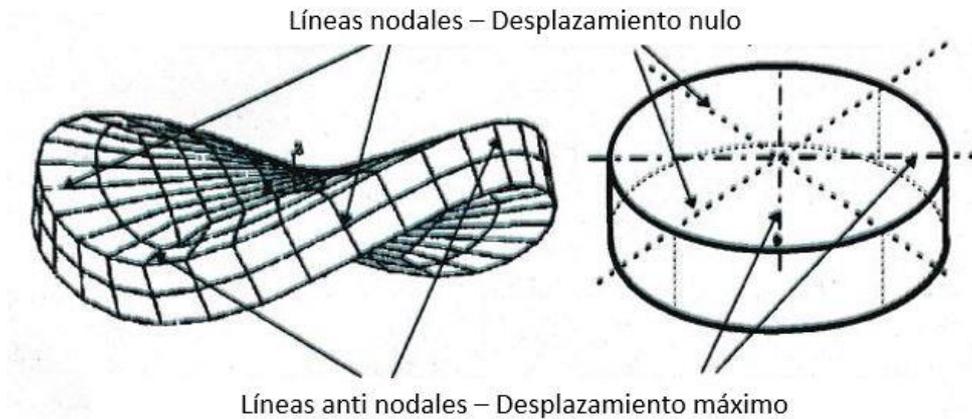


Figura 9. Diagrama de desplazamientos del primer modo de vibración de una geometría en forma de disco [17].

En el segundo modo de vibración, los desplazamientos en la sección transversal de la muela son también perpendiculares a dicho plano. Sin embargo, en este modo de vibración los desplazamientos son iguales para una distancia radial dada, desde el centro de la muela, como se puede observar en la Figura 10. Se conoce como el modo de vibración flexional axisimétrico. De esta forma, los nodos del segundo modo de vibración están situados en una circunferencia concéntrica con el centro de la muela a una distancia $0,681 \cdot R$ del mismo, conocida como la circunferencia nodal del segundo modo de vibración. Los anti-nodos, sin embargo, están situados en el centro y en el perímetro de la muela.

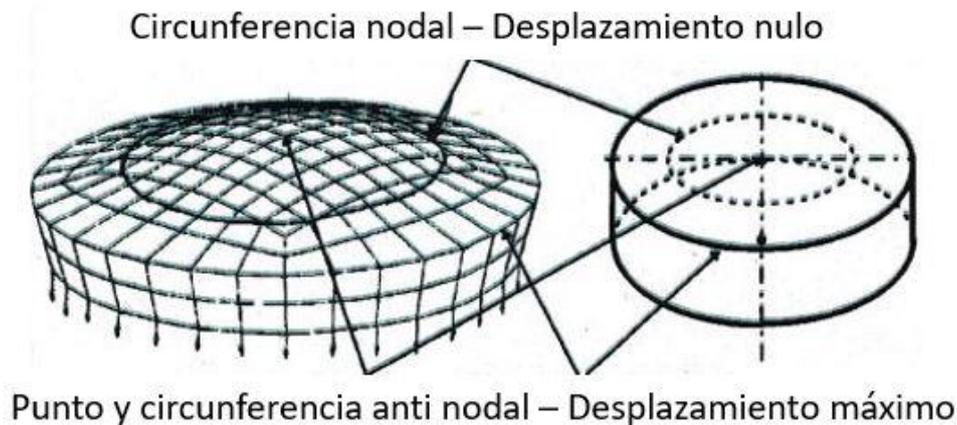


Figura 10. Diagrama de desplazamientos del segundo modo de vibración de una geometría en forma de disco [17].

Según las normas ASTM, para excitar el modo fundamental de vibración es posible utilizar las dos configuraciones de apoyos, puesto que ambas quedan dispuestas sobre los nodos de dicho modo. Sin embargo, la configuración de apoyos blandos es una mejor opción frente a la configuración de apoyos duros, debido a que la muela se apoya por completo sobre sus nodos de vibración, a diferencia de la configuración de apoyos duros

donde hay mayores posibilidades de excitar otros modos de vibración. Por otro lado, para excitar el segundo modo de vibración, hay que utilizar la configuración de apoyos duros, ya que la configuración de apoyos suaves no permite a la muela vibrar según su segundo modo de vibración.

A continuación, se muestran los apoyos escogidos para las configuraciones de apoyos blandos y duros, respectivamente. Por un lado, en cuanto a la configuración de apoyos blandos para la excitación del modo fundamental de vibración, se van a utilizar los siguientes dos tipos de apoyos, siendo ambos apoyos de espuma, si bien no son de poliuretano.



Figura 11. Primer tipo de apoyo suave.

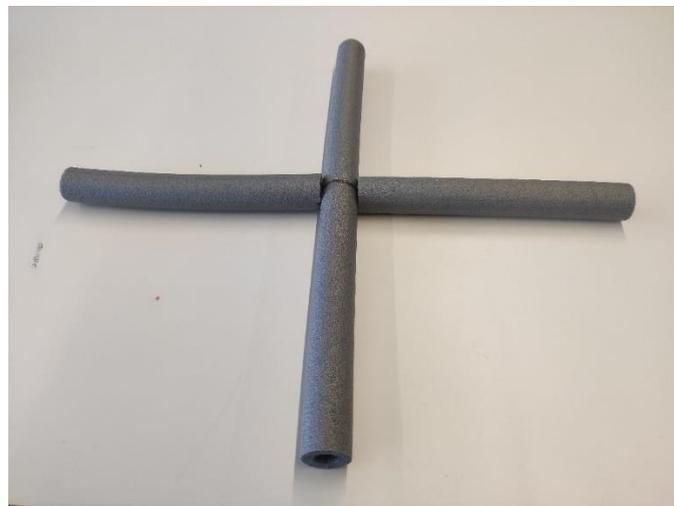


Figura 12. Segundo tipo de apoyo suave.

Al comienzo de los ensayos experimentales se va a analizar una muela escogida al azar, con ambas configuraciones de apoyos blandos para la excitación del primer modo de vibración, y se va a decidir cuál de las dos configuraciones de apoyos blandos muestra unos resultados más claros en cuanto a la frecuencia fundamental de vibración.

Por otro lado, en cuanto a la configuración de apoyos duros para la excitación del segundo modo de vibración, se van a utilizar los siguientes apoyos con geometría de cono, de tal forma que el contacto entre los apoyos y la muela sea puntual, tal y como se puede observar en la Figura 14.



Figura 13. Apoyos duros.



Figura 14. Contacto puntual entre los apoyos duros y la muela abrasiva.

➤ **Excitación**

Una vez definidos los apoyos que se utilizan para cada uno de los dos modos de vibración a analizar, se deben excitar dichos modos. Para ello, se utiliza un martillo excitador como el que se muestra a continuación.



Figura 15. Martillo excitador.

A diferencia de los apoyos, los cuales se sitúan sobre los nodos correspondientes al modo de vibración a analizar, el martillazo debe realizarse sobre un antinodo del correspondiente modo de vibración. El golpe debe ser suave y elástico.

En el primer modo de vibración, los antinodos están situados sobre dos diámetros ortogonales con un offset de 45° respecto de los nodos. Por lo tanto, el martillazo se realizará sobre una de las mencionadas líneas antinodales, indistintamente. Sin embargo, los nodos del segundo modo de vibración están situados en una circunferencia concéntrica con el centro de la muela a una distancia de $0,681R$ del mismo, conocida como la circunferencia nodal del segundo modo de vibración. De esta forma, pegando el martillazo sobre la intersección entre las líneas antinodales del primer modo de vibración con la circunferencia nodal del segundo modo, se intensifica la excitación del primer modo de vibración al mismo tiempo que se atenúa la excitación del segundo modo. De esta forma, para la excitación del primer modo de vibración de las muelas abrasivas, se pega un martillazo sobre las líneas antinodales del primer modo de vibración, a una distancia de $0,681R$ del centro de la muela.

En el segundo modo de vibración, los antinodos están situados en el centro y en el perímetro de la muela. Sin embargo, el centro de la muela no se puede excitar debido al agujero interior de la misma. Por ello, para la excitación del segundo modo de vibración de las muelas el martillazo se realiza sobre un punto cualquiera del perímetro de las mismas.

➤ **Transductor piezoeléctrico**

La respuesta del sistema frente a la excitación se recoge mediante un captador o transductor piezoeléctrico, que transforma dicha respuesta en una señal eléctrica. Es fundamental que el desplazamiento del acelerómetro sea el mismo que el del sistema a analizar. Para ello, el transductor se une a la muela abrasiva mediante cera, puesto que se ha demostrado que es el mecanismo que menos interfiere en la respuesta del sistema.



Figura 16. Transductor piezoeléctrico y cera para su unión al sistema a medir.

Por otro lado, el transductor debe colocarse sobre un antinodo del modo de vibración a analizar, de tal forma que se registre la amplitud máxima del desplazamiento del modo correspondiente. Además, es conveniente que la posición del transductor coincida también, si es posible, con un nodo del modo de vibración que no se esté analizando, para que la respuesta de este modo no interfiera con la del modo que se quiere analizar.

De esta forma, para el primer modo de vibración, el transductor se coloca sobre la intersección entre una de las líneas anti-nodales del primer modo y la circunferencia nodal del segundo. Para el segundo modo de vibración, el transductor se coloca sobre la intersección entre la línea nodal del primer modo y la circunferencia anti-nodal del segundo, es decir, se coloca sobre el perímetro de la muela en la intersección con una de las líneas nodales del primer modo de vibración.

En las siguientes imágenes se muestran las posiciones del transductor y del punto de excitación para cada uno de los modos de vibración a analizar según la norma ASTM ().



Figura 17. Posicionamiento del transductor y de la excitación para el modo fundamental de vibración.



Figura 18. Posicionamiento del transductor y de la excitación para el segundo modo de vibración.

➤ **Cables coaxiales aislados**

Para minimizar los efectos exteriores en los resultados del ensayo, se utilizan los siguientes cables coaxiales aislados para las conexiones entre todos los elementos que forman el sistema básico de medida.



Figura 19. Cables coaxiales aislados

➤ **Análisis de los resultados – Frecuencias naturales**

Para recoger la señal eléctrica generada por el transductor, tratarla numéricamente y visualizar los resultados del análisis modal experimental, se utiliza el siguiente analizador de señal.



Figura 20. Analizador de señal.

Los resultados del análisis modal experimental se visualizan en la pantalla del analizador de señal, a través de la función de respuesta en frecuencia del sistema. Las frecuencias

naturales del sistema aparecen en dicha respuesta en forma de picos. De esta forma, detectando picos en la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia se calculan las frecuencias naturales de cada modo de vibración.

6.2.2. Procedimiento del ensayo

Como se ha mencionado anteriormente, el primer paso de los ensayos modales experimentales es analizar cuál de los dos tipos de apoyos escogidos para la configuración de apoyos blandos muestra unos resultados más claros en cuanto a la frecuencia fundamental de vibración. Para ello, se analiza la respuesta de la muela 4MBA 46G12V489P20P II, la cual se ha escogido aleatoriamente entre todas las muelas de estudio.

De esta forma, se realiza un análisis modal experimental de dicha muela con el primer tipo de apoyo blando.



Figura 21. Configuración del análisis modal experimental con el 1º tipo de apoyo blando.

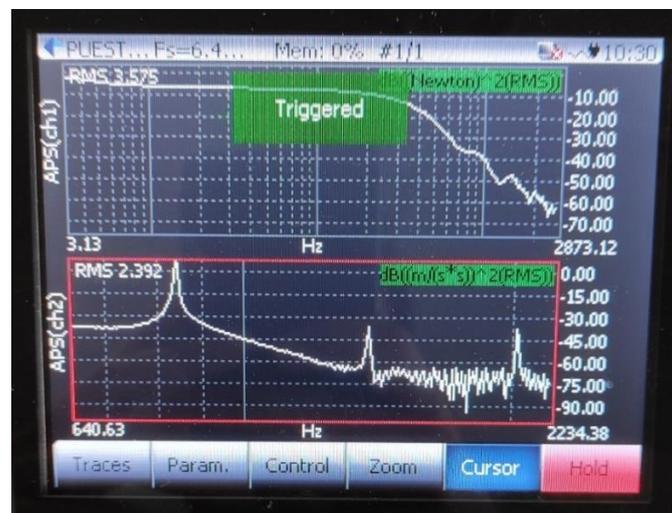


Figura 22. Respuesta del sistema con el 1º tipo de apoyo suave.

En la anterior imagen se muestra la respuesta del sistema utilizando el primer tipo de apoyo suave. En ella, se pueden observar varios picos, que según la teoría de análisis modal experimental se corresponden con las frecuencias naturales de la muela analizada. Por un lado, el primer pico de la respuesta corresponde a la frecuencia fundamental de vibración. Por otro lado, según la norma ASTM, el segundo modo de vibración no debería excitarse con la configuración de apoyos utilizada, por lo que es probable que los otros dos picos de la respuesta del sistema correspondan a frecuencias de vibración posteriores a la segunda. A continuación, se muestran los valores numéricos de los dos primeros picos de la respuesta del sistema.

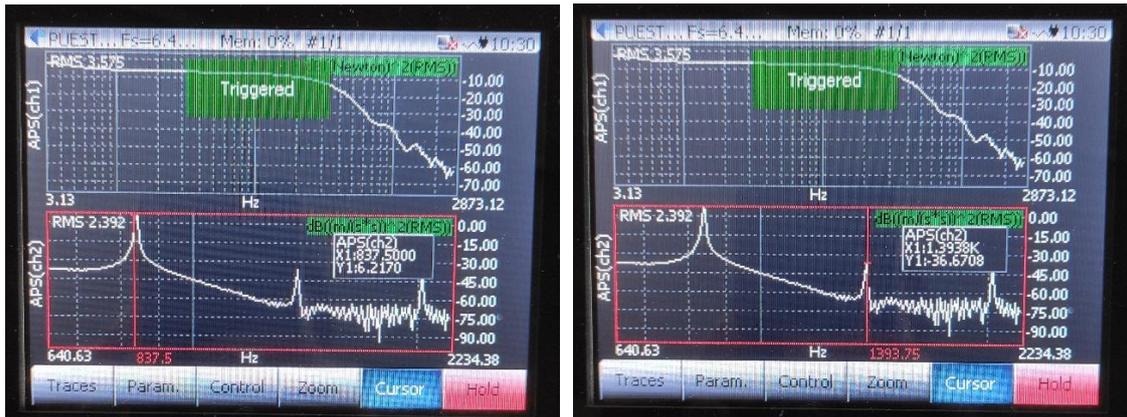


Figura 23. Valores de los picos de la respuesta con el primer tipo de apoyo blando.

Por otro lado, en cuanto al segundo tipo de apoyo blando.



Figura 24. Configuración del análisis modal experimental con el 2º tipo de apoyo blando.



Figura 25. Valores de los picos de la respuesta con el 2º tipo de apoyo blando.

Comparando los resultados del sistema con los dos tipos de apoyos blandos, se puede concluir que ambos son válidos para la excitación del modo fundamental de vibración, puesto que las respuestas de ambos ensayos muestran claramente el primer pico de la respuesta de sistema, con un valor de 837,5 Hz, referente a la frecuencia fundamental de vibración de la muela analizada. Sin embargo, el segundo tipo de apoyo blando muestra ruido en la respuesta para frecuencias mayores, a diferencia de primer tipo de apoyo blando, donde la respuesta del sistema es más limpia para frecuencias altas. Por ello, se elige el primer tipo de apoyo blando para la excitación del primer modo de vibración.

A continuación, se procede a calcular la segunda frecuencia natural de la muela 4MBA 46G12V489P20P II. Para ello, se utiliza la configuración de apoyos duros, tal como se muestra en la Figura 14.



Figura 26. Configuración del análisis modal experimental con apoyos duros.



Figura 27. Respuesta del sistema con apoyos duros.

En la anterior imagen se muestra la respuesta del sistema utilizando la configuración de apoyos duros para la excitación del segundo modo de vibración. Se puede observar que la respuesta, con esta configuración de apoyos, tiene mucho ruido, probablemente debido a una falta de precisión en la colocación de los apoyos duros, ya que el posicionamiento de la muela abrasiva sobre los apoyos se realiza de forma manual. Sin embargo, al igual que ocurre con la configuración de apoyos blandos para la excitación del primer modo, se pueden observar varios picos en la respuesta del sistema, en vez de uno solo, como debería ocurrir según la norma ASTM.



Figura 28. Valores de los picos de la respuesta con apoyos duros.

Además, el valor de los dos primeros picos de la respuesta del sistema coincide con los picos de la respuesta del sistema con la configuración de apoyos blandos para la excitación del primer modo, que son 837,5 Hz y 1390,625 Hz, respectivamente.

Por lo tanto, se pueden establecer las siguientes conclusiones respecto al análisis modal experimental. En primer lugar, la configuración de apoyos blandos en forma de cruz no aísla completamente el primer modo de vibración, puesto que la respuesta del sistema utilizando dicha configuración de apoyos muestra, si bien atenuada, la segunda frecuencia

natural de la muela abrasiva. Como consecuencia, se puede afirmar que no es estrictamente necesario utilizar las configuraciones de apoyos recomendadas por la norma ASTM, puesto que no es necesario aislar los modos de vibración para una correcta detección de los mismos, como se ha comprobado en los ensayos realizados anteriormente.

A continuación, se propone una nueva configuración que permita calcular las dos primeras frecuencias naturales de una muela abrasiva mediante un único análisis modal experimental, que es la siguiente.

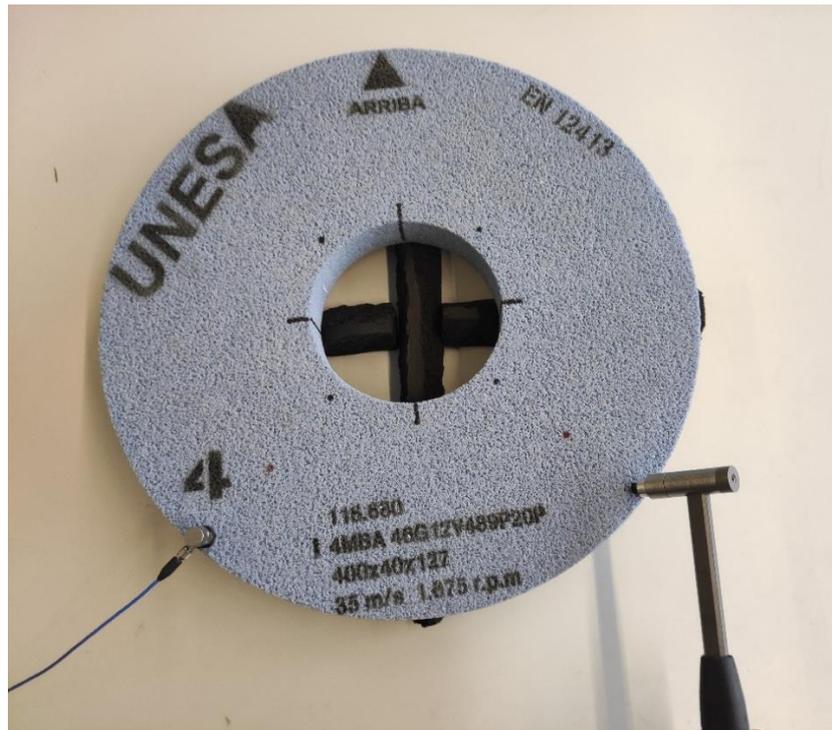


Figura 29. Configuración para la detección de las dos primeras frecuencias naturales mediante un único ensayo.

Esta nueva configuración propuesta es muy similar a la configuración de apoyos blandos para la detección del primer modo de vibración. La principal diferencia reside en el posicionamiento del transductor y en el punto de excitación. En la configuración de apoyos blandos para la excitación del primer modo, el transductor se coloca sobre la intersección entre una de las líneas anti-nodales del primer modo y la circunferencia nodal del segundo, de tal forma que la respuesta del segundo modo se vea atenuada. En la nueva configuración propuesta, tanto el transductor como el martillazo se posicionan en el perímetro de la muela, es decir, sobre la circunferencia anti-nodal del segundo modo de vibración, de tal forma que dicho modo no se vea atenuado y se puedan analizar los dos primeros modos de vibración mediante un único ensayo. A continuación, se muestra la respuesta del sistema utilizando la configuración propuesta.

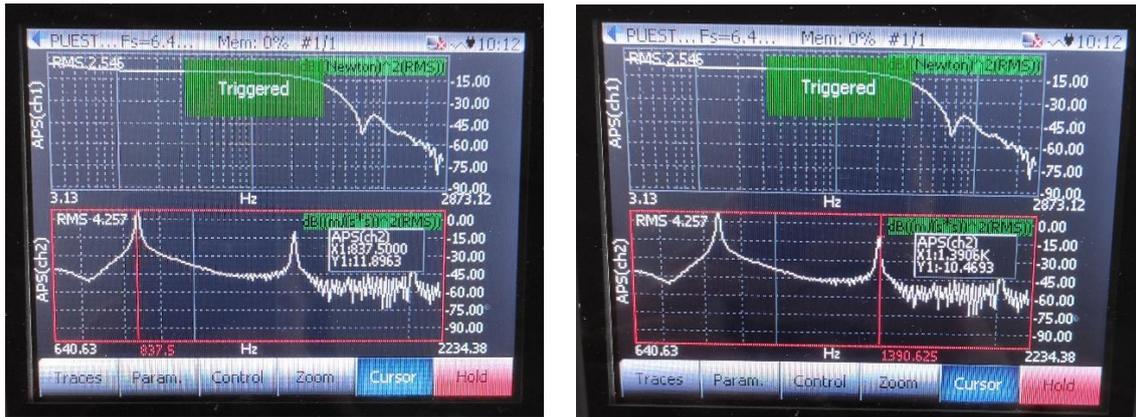


Figura 30. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P II.

En la anterior imagen se puede observar que la respuesta del sistema con la nueva configuración de apoyos muestra claramente las dos primeras frecuencias naturales de la muela analizada siendo estas 837,5 Hz y 1390,625 Hz, respectivamente. De esta forma, se demuestra que con la nueva configuración propuesta se pueden calcular las dos primeras frecuencias naturales de una muela abrasiva mediante un único análisis modal experimental. Por lo tanto, el resto de muelas se van a analizar utilizando dicha configuración.

6.2.3. Resultados de los ensayos

En el Anexo I se muestran las imágenes tanto de las muelas ensayadas, como sus correspondientes dos primeras frecuencias naturales obtenidas mediante el análisis modal experimental. En la Tabla 12. Resultados del análisis modal experimental. Tabla 12 se muestran los valores de dichas frecuencias.

Tabla 12. Resultados del análisis modal experimental.

Num.	Especificación	Dimensiones (mm)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)
1	3MBA 46H12V489	400 x 40 x 127	846,875	1409,375
2	3MBA 60H12V489	385 x 40 x 127	884,375	1484,375
3	3MBA 80H12V489	395 x 40 x 127	906,25	1506,25
4	3MBA 80H12V489	300 x 40 x 127	1425	2631,25
5	4MBA 46G12V489 I	400 x 40 x 127	840,625	1400
6	4MBA 46G12V489 II	400 x 40 x 127	837,5	1390,625
7	4MBA 46G12V489	343 x 40 x 127	1087,5	1903,125
8	5MBA 46G12V489	400 x 40 x 127	834,375	1387,5
9	5MBA 46G12V489	350 x 40 x 127	1050	1812,5
10	5MBA 46G12V489 I	300 x 40 x 127	1300	2409,375
11	5MBA 46G12V489 II	300 x 40 x 127	1309,375	2421,875
12	3CXROBA 54R5V485	400 x 30 x 127	946,875	1587,5
13	3CXROBA 54R5V485	300 x 40 x 127	1906,25	3512,5
14	MA 46EF12V489 I	250 x 40 x 127	1568,75	3212,5
15	MA 46EF12V489 II	250 x 40 x 127	1575	3231,25

6.3. CÁLCULO DE LOS MÓDULOS DE ELASTICIDAD Y FACTORES DE FORMA

A partir de los resultados obtenidos en el análisis modal experimental, se va a calcular tanto los módulos de elasticidad, como los factores de forma “P” y “C” de las muelas abrasivas obtenidos mediante los tres métodos presentados en el apartado 3 (Sonic Comparator, Gustáv Martincek y la norma ASTM).

En primer lugar, se van a calcular las masas, los volúmenes, las densidades y los ratios de Poisson de las muelas ensayadas, puesto que estos parámetros están presentes en cada uno de los tres procedimientos.

➤ Masa, Volumen y Densidad

La masa de las muelas abrasivas se obtiene pesando las muelas en una báscula como la que se muestra en la siguiente figura.



Figura 31. Báscula para pesar las muelas abrasivas.

El volumen de las muelas abrasivas se calcula mediante la siguiente fórmula.

$$V = \pi \cdot \left[\left(\frac{D}{2} \right)^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right] \cdot t \quad (54)$$

Conociendo la masa y el volumen de las muelas ensayadas, su densidad se calcula mediante la siguiente expresión.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (55)$$

En la Tabla 13 se recogen las masas, los volúmenes y las densidades de las muelas ensayadas.

Tabla 13. Masa, volumen y densidad de las muelas ensayadas.

Num	Especificación	m (g)	V (mm ³)	ϕ (g/mm ³)
1	3MBA 46H12V489	8138	4519840,77	0,001800
2	3MBA 60H12V489	7553	4149918,23	0,001820
3	3MBA 80H12V489	8108	4394962,46	0,001845
4	3MBA 80H12V489	4234	2320725,91	0,001824
5	4MBA 46G12V489 I	7914	4519840,77	0,001751
6	4MBA 46G12V489 II	8037	4519840,77	0,001778
7	4MBA 46G12V489	5561	3189344,86	0,001744
8	5MBA 46G12V489	8083	4519840,77	0,001788
9	5MBA 46G12V489	5934	3341743,52	0,001776
10	5MBA 46G12V489 I	4063	2320725,91	0,001751
11	5MBA 46G12V489 II	4083	2320725,91	0,001759
12	3CXROBA 54R5V485	8229	3389880,57	0,002428
13	3CXROBA 54R5V485	5479	2320725,91	0,002361
14	MA 46EF12V489 I	2495	1456787,93	0,001713
15	MA 46EF12V489 II	2508	1456787,93	0,001721

➤ Ratio de Poisson

En cuanto al ratio de Poisson, se calcula con **las tablas de la norma ASTM** en la que se relacionan los valores de $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ y de $\left(\frac{t}{r}\right)$ de las muelas, realizando las interpolaciones lineales necesarias. En la Tabla 14 se recogen los valores de los ratios de Poisson de las muelas ensayadas.

Tabla 14. Ratios de Poisson de las muelas ensayadas.

Num	Especificación	Dimensiones		Análisis Modal		TABLAS		
		r (mm)	t (mm)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	t/r	f ₂ /f ₁	v
1	3MBA 46H12V489	200	40	846,875	1409,375	0,20	1,664	0,305
2	3MBA 60H12V489	192,5	40	884,375	1484,375	0,21	1,678	0,316
3	3MBA 80H12V489	197,5	40	906,25	1506,25	0,20	1,662	0,303
4	3MBA 80H12V489	150	40	1425	2631,25	0,27	1,846	0,423
5	4MBA 46G12V489 I	200	40	840,625	1400	0,20	1,665	0,305
6	4MBA 46G12V489 II	200	40	837,5	1390,625	0,20	1,660	0,302
7	4MBA 46G12V489	171,5	40	1087,5	1903,125	0,23	1,750	0,363
8	5MBA 46G12V489	200	40	834,375	1387,5	0,20	1,663	0,304
9	5MBA 46G12V489	175	40	1050	1812,5	0,23	1,726	0,349
10	5MBA 46G12V489 I	150	40	1300	2409,375	0,27	1,853	0,427
11	5MBA 46G12V489 II	150	40	1309,375	2421,875	0,27	1,850	0,425
12	3CXROBA 54R5V485	200	30	946,875	1587,5	0,15	1,677	0,307
13	3CXROBA 54R5V485	150	40	1906,25	3512,5	0,27	1,843	0,421
14	MA 46EF12V489 I	125	40	1568,75	3212,5	0,32	2,048	0,200
15	MA 46EF12V489 II	125	40	1575	3231,25	0,32	2,052	0,200

En siguiente lugar, se calculan, para los tres métodos, los módulos de elasticidad y los factores de forma “P” y “C” de las muelas ensayadas, a través de las ecuaciones presentadas en el apartado XX.

6.3.1. Sonic Comparator

En la Tabla 15 se muestran los módulos de elasticidad y los valores de los factores de forma “P” y “C” de las muelas ensayadas según el ensayo Sonic Comparator.

Tabla 15. Factores de forma y Módulos de Young según el ensayo Sonic Comparator.

Num	Especificación	C	P	E (Gpa)
1	3MBA 46H12V489	17058,855	481895,676	24,890
2	3MBA 60H12V489	16111,028	451067,279	23,792
3	3MBA 80H12V489	16800,898	473253,096	27,969
4	3MBA 80H12V489	11421,502	294513,072	24,550
5	4MBA 46G12V489 I	17058,855	481895,676	23,850
6	4MBA 46G12V489 II	17093,105	482863,214	24,089
7	4MBA 46G12V489	13587,133	368333,382	22,340
8	5MBA 46G12V489	17070,309	482219,251	24,015
9	5MBA 46G12V489	14043,068	383088,408	22,968
10	5MBA 46G12V489 I	11374,207	293293,513	19,525
11	5MBA 46G12V489 II	11397,910	293904,727	19,944
12	3CXROBA 54R5V485	40381,235	855547,268	74,482
13	3CXROBA 54R5V485	11444,983	295118,547	56,966
14	MA 46EF12V489 I	12555,856	292659,517	19,274
15	MA 46EF12V489 II	12555,856	292659,517	19,525

6.3.2. Gustáv Martineck

λ_1 y λ_2

El valor de λ_1 y de λ_2 se calcula con la Tabla 4 y la Tabla 5 en la que se relacionan los valores de (v) y de $\left(\frac{t}{r}\right)$ de las muelas, realizando las interpolaciones lineales necesarias.

En la Tabla 16 se recogen los valores de los factores geométricos λ_1 y de λ_2 de las muelas ensayadas.

Tabla 16. Valores de λ_1 y de λ_2 de las muelas ensayadas.

Num	Especificación	r (mm)	t (mm)	t/r	v	λ_1	λ_2
1	3MBA 46H12V489	200	40	0,20	0,305	5,117	8,424
2	3MBA 60H12V489	192,5	40	0,21	0,316	5,038	8,419
3	3MBA 80H12V489	197,5	40	0,20	0,303	5,117	8,424
4	3MBA 80H12V489	150	40	0,27	0,423	4,514	8,332
5	4MBA 46G12V489 I	200	40	0,20	0,305	5,117	8,424
6	4MBA 46G12V489 II	200	40	0,20	0,302	5,117	8,424
7	4MBA 46G12V489	171,5	40	0,23	0,363	4,826	8,426
8	5MBA 46G12V489	200	40	0,20	0,304	4,618	8,424
9	5MBA 46G12V489	175	40	0,23	0,349	4,876	8,408
10	5MBA 46G12V489 I	150	40	0,27	0,427	4,514	8,332
11	5MBA 46G12V489 II	150	40	0,27	0,425	4,514	8,332
12	3CXROBA 54R5V485	200	30	0,15	0,307	5,176	8,580
13	3CXROBA 54R5V485	150	40	0,27	0,421	4,514	8,332
14	MA 46EF12V489 I	125	40	0,32	0,200	5,148	7,747
15	MA 46EF12V489 II	125	40	0,32	0,200	5,148	7,747

En la Tabla 17 se muestran los módulos de elasticidad y los valores de los factores de forma “P” y “C” de las muelas ensayadas según el procedimiento de Gustáv Martincek.

Tabla 17. Factores de forma y Módulos de Young según el procedimiento de Gustáv Martincek..

Num	Especificación	C	P	E (GPa)
1	3MBA 46H12V489	18157,897	512942,522	26,493
2	3MBA 60H12V489	17576,510	492097,005	25,956
3	3MBA 80H12V489	17860,115	503089,482	29,733
4	3MBA 80H12V489	15458,823	398618,780	33,227
5	4MBA 46G12V489 I	18171,367	513323,033	25,406
6	4MBA 46G12V489 II	18152,861	512800,255	25,583
7	4MBA 46G12V489	16120,370	437006,841	26,505
8	5MBA 46G12V489	18199,33	514112,86	25,603
9	5MBA 46G12V489	16300,888	444680,708	26,661
10	5MBA 46G12V489 I	15452,249	398449,263	26,526
11	5MBA 46G12V489 II	15453,247	398475,006	27,040
12	3CXROBA 54R5V485	42030,427	890488,295	77,524
13	3CXROBA 54R5V485	15458,174	398602,054	76,941
14	MA 46EF12V489 I	18623,941	434098,123	28,588
15	MA 46EF12V489 II	18668,611	435139,303	29,030

6.3.3. ASTM

K_1 y K_2

El valor de los factores geométricos K_1 y de K_2 se calculan con la Tabla 6 y la Tabla 7 en la que se relacionan los valores de (v) y de $\left(\frac{t}{r}\right)$ de las muelas, realizando las

interpolaciones lineales necesarias. En la Tabla 18 se recogen los valores de los factores geométricos K_1 y de K_2 de las muelas ensayadas.

Tabla 18. Factores geométricos K_1 y de K_2 de las muelas ensayadas.

Num	Especificación	r (mm)	t (mm)	t/r	v	K_1	K_2
1	3MBA 46H12V489	200	40	0,20	0,305	5,135	8,508
2	3MBA 60H12V489	192,5	40	0,21	0,316	5,114	8,752
3	3MBA 80H12V489	197,5	40	0,20	0,303	5,135	8,508
4	3MBA 80H12V489	150	40	0,27	0,423	4,526	8,354
5	4MBA 46G12V489 I	200	40	0,20	0,305	5,135	8,508
6	4MBA 46G12V489 II	200	40	0,20	0,302	5,135	8,508
7	4MBA 46G12V489	171,5	40	0,23	0,363	4,848	8,480
8	5MBA 46G12V489	200	40	0,20	0,304	5,135	8,508
9	5MBA 46G12V489	175	40	0,23	0,349	4,896	8,460
10	5MBA 46G12V489 I	150	40	0,27	0,427	4,526	8,354
11	5MBA 46G12V489 II	150	40	0,27	0,425	4,526	8,354
12	3CXROBA 54R5V485	200	30	0,15	0,307	4,887	8,705
13	3CXROBA 54R5V485	150	40	0,27	0,421	4,526	8,354
14	MA 46EF12V489 I	125	40	0,32	0,200	3,960	8,168
15	MA 46EF12V489 II	125	40	0,32	0,200	3,960	8,168

En la Tabla 19 se muestran los módulos de elasticidad y los valores de los factores de forma “P” y “C” de las muelas ensayadas según el procedimiento de la norma ASTM.

Tabla 19. Factores de forma y Módulos de Young según la norma ASTM.

Num	Especificación	C	P	E (GPa)
1	3MBA 46H12V489	13024,768	367936,738	23,504
2	3MBA 60H12V489	11791,145	330121,698	21,924
3	3MBA 80H12V489	12701,815	357788,804	26,302
4	3MBA 80H12V489	8502,767	219251,011	27,128
5	4MBA 46G12V489 I	13034,369	368207,951	22,538
6	4MBA 46G12V489 II	13021,344	367840,021	22,696
7	4MBA 46G12V489	13758,697	372984,302	22,622
8	5MBA 46G12V489	13023,407	367898,293	22,660
9	5MBA 46G12V489	14009,916	382184,042	22,914
10	5MBA 46G12V489 I	8499,156	219157,907	21,656
11	5MBA 46G12V489 II	8499,702	219171,993	22,077
12	3CXROBA 54R5V485	31953,954	677000,542	72,894
13	3CXROBA 54R5V485	8502,407	219241,734	62,817
14	MA 46EF12V489 I	8951,491	208646,777	24,962
15	MA 46EF12V489 II	8967,904	209029,341	25,334

6.4. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

6.4.1. Módulo de Elasticidad

➤ Módulos de elasticidad según los tres métodos

En primer lugar, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos mediante los tres métodos (Sonic Comparator, Gustáv Martinecek y la norma ASTM). Para analizar la variabilidad de los resultados obtenidos mediante los tres métodos se utiliza la diferencia entre los módulos de elasticidad máximo y mínimos obtenidos para cada muela.

Tabla 20. Módulos de elasticidad calculados según los tres métodos.

Num	Especificación	Dimensiones (mm)	E (Gpa)			Diferencia	%
			Comparator	Martinecek	ASTM		
1	3MBA 46H12V489	400 x 40 x 127	24,890	26,493	23,504	2,990	11,98
2	3MBA 60H12V489	385 x 40 x 127	23,792	25,956	21,924	4,032	16,88
3	3MBA 80H12V489	395 x 40 x 127	27,969	29,733	26,302	3,430	12,25
4	3MBA 80H12V489	300 x 40 x 127	24,550	33,227	27,128	6,099	21,55
5	4MBA 46G12V489 I	400 x 40 x 127	23,850	25,406	22,538	2,867	11,98
6	4MBA 46G12V489 II	400 x 40 x 127	24,089	25,583	22,696	2,887	11,97
7	4MBA 46G12V489	343 x 40 x 127	22,340	26,505	22,622	3,883	16,30
8	5MBA 46G12V489	400 x 40 x 127	24,015	25,603	22,660	2,943	12,22
9	5MBA 46G12V489	350 x 40 x 127	22,968	26,661	22,914	3,747	15,50
10	5MBA 46G12V489 I	300 x 40 x 127	19,525	26,526	21,656	4,869	21,57
11	5MBA 46G12V489 II	300 x 40 x 127	19,944	27,040	22,077	4,964	21,56
12	3CXROBA 54R5V485	400 x 30 x 127	74,482	77,524	72,894	4,630	6,18
13	3CXROBA 54R5V485	300 x 40 x 127	56,966	76,941	62,817	14,124	21,54
14	MA 46EF12V489 I	250 x 40 x 127	19,274	28,588	24,962	3,626	14,94
15	MA 46EF12V489 II	250 x 40 x 127	19,525	29,030	25,334	3,697	15,01

En base a los resultados obtenidos en la Tabla 20, se observan variaciones en los módulos de elasticidad calculados mediante los tres métodos entre el 6,18% y el 21,58%. Las variaciones más pequeñas se encuentran en los módulos de elasticidad calculados para las muelas de diámetro 400 mm, con una media de variación del 10,86%. Sin embargo, para las muelas de menor diámetro, las variaciones en los resultados obtenidos mediante los tres métodos son mayores, con una media de variación del 17,71%, llegando a variaciones del 21,54 % en muelas de diámetro 300 mm.

Con todo esto, se concluye en que los tres métodos difieren en los módulos de elasticidad calculados, cuestión que se va a analizar en los siguientes apartados.

➤ Variabilidad del módulo de elasticidad con las dimensiones

A continuación, se va a analizar la variabilidad del módulo de elasticidad en función de las dimensiones de la muela, para los tres métodos. Las muelas número 1, 2, 14 y 15 quedan fuera de este análisis puesto que no se ha analizado ninguna muela semejante a

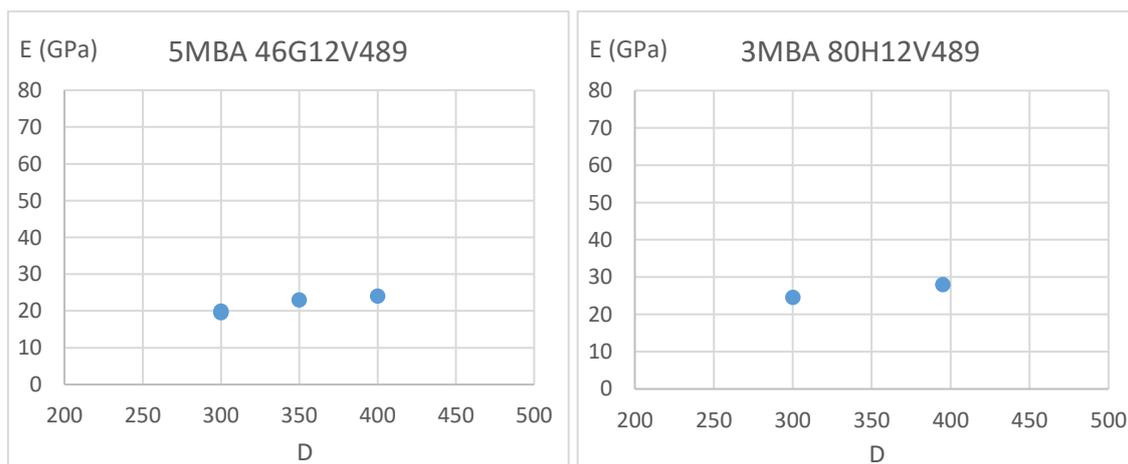
ellas, de diferentes dimensiones. De tal forma, las muelas a analizar se recogen en la Tabla 21.

Tabla 21. Variabilidad del módulo de elasticidad con las dimensiones de las muelas.

Num	Especificación	Dimensiones (mm)	E (Gpa)		
			Comparator	Martincek	ASTM
3	3MBA 80H12V489	395 x 40 x 127	27,969	29,733	26,302
4	3MBA 80H12V489	300 x 40 x 127	24,550	33,227	27,128
5	4MBA 46G12V489 I	400 x 40 x 127	23,850	25,406	22,538
6	4MBA 46G12V489 II	400 x 40 x 127	24,089	25,583	22,696
7	4MBA 46G12V489	343 x 40 x 127	22,340	26,505	22,622
8	5MBA 46G12V489	400 x 40 x 127	24,015	25,603	22,660
9	5MBA 46G12V489	350 x 40 x 127	22,968	26,661	22,914
10	5MBA 46G12V489 I	300 x 40 x 127	19,525	26,526	21,656
11	5MBA 46G12V489 II	300 x 40 x 127	19,944	27,040	22,077
12	3CXROBA 54R5V485	400 x 30 x 127	74,482	77,524	72,894
13	3CXROBA 54R5V485	300 x 40 x 127	56,966	76,941	62,817

En cuanto al ensayo Sonic Comparator, se observan variaciones en los resultados del módulo de elasticidad obtenidos para muelas idénticas de distintas dimensiones. Según este ensayo, las muelas de diámetro inferior resultan en módulos de elasticidad inferiores. Por ejemplo, analizando los resultados de las muelas 8, 9, 10 y 11, todas ellas de especificación “5MBA 46G12V489”, se puede observar que el módulo de elasticidad resultante es menor, cuanto menor es el diámetro de la muela.

Lo mismo ocurre para las muelas 3 y 4 de especificación “3MBA 80H12V489”, para las muelas 5, 6 y 7 de especificación “4MBA 46G12V489” y para las muelas 12 y 13 de especificación “3CXROBA 54R5V485”.



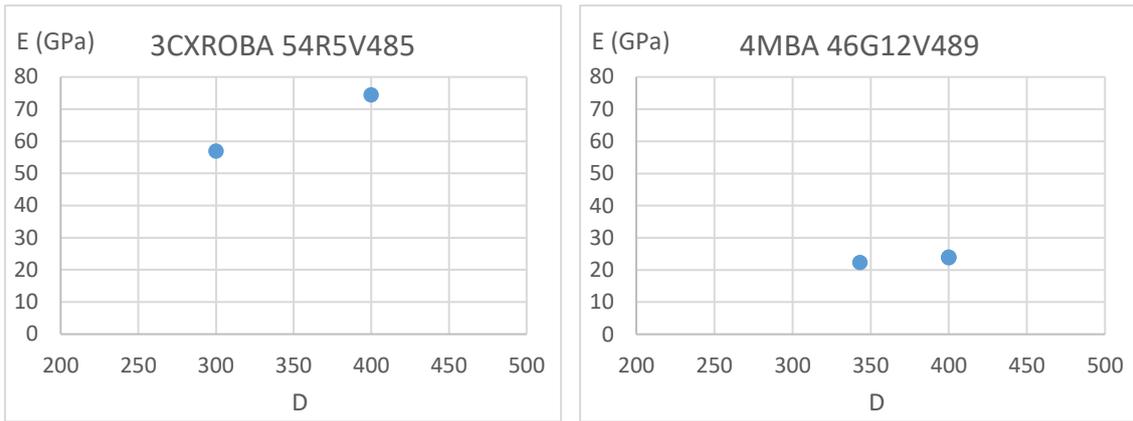


Gráfico 1. Variaciones en los resultados de E calculados según el ensayo Sonic Comparator.

En cuanto a los módulos de elasticidad obtenidos mediante el procedimiento de Gustáv Martinec, no se observan variaciones significativas en los resultados del módulo de elasticidad de muelas semejantes de diferentes dimensiones, salvo para las muelas 3 y 4 de especificación “3MBA 80H12V489” donde los módulos de elasticidad resultan en 29,733 GPa y 33,227 GPa, respectivamente. El resto de muelas analizadas, sin embargo, muestran valores muy similares en el módulo de elasticidad para especificaciones de muelas semejantes.

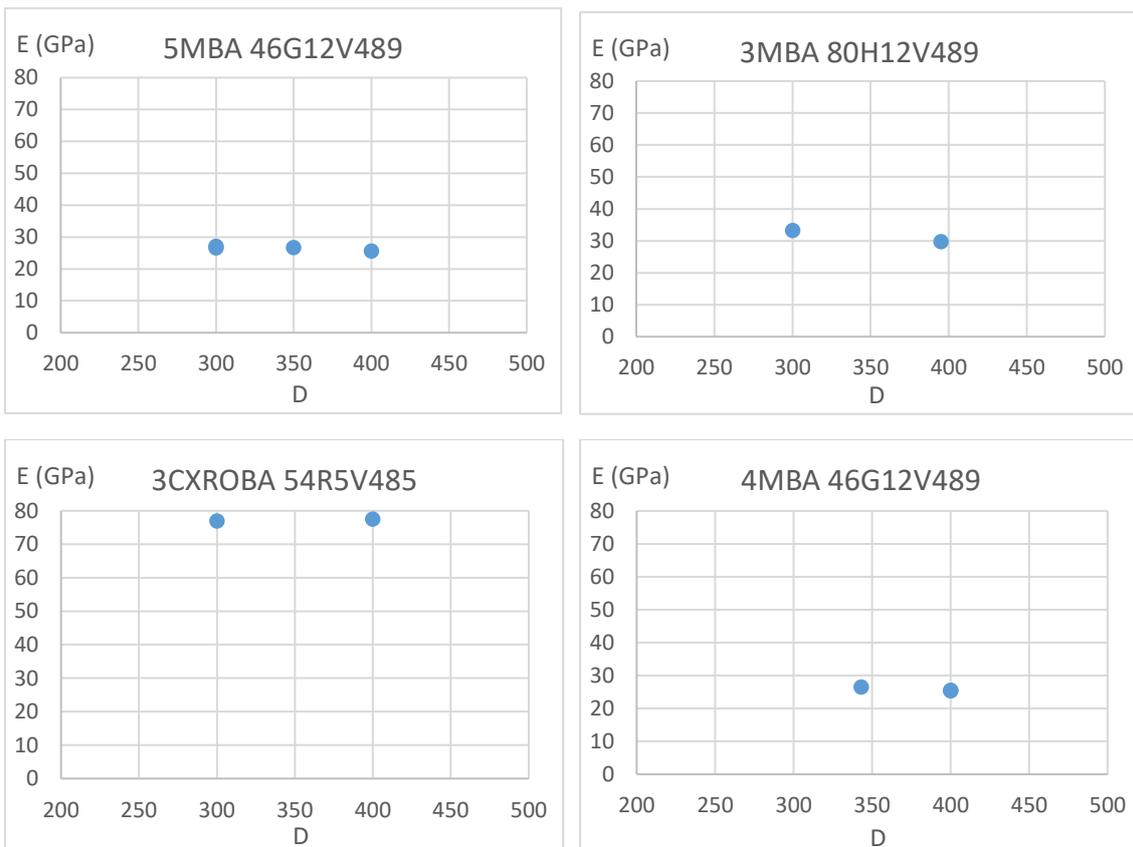


Gráfico 2. Variaciones en los resultados de E calculados según el procedimiento de Gustáv Martinec.

En cuanto a los módulos de elasticidad calculados según la norma ASTM, por un lado, se observa una variación mayor en los módulos de elasticidad de las muelas de dureza G, comparado con los resultados del procedimiento de Martinec. Además, por otro lado, se

observa una variación significativa en los resultados de las muelas 12 y 13 de especificación “3CXROBA 54R5V485”, siendo 72,894 GPa y 62,817 GPa respectivamente, a diferencia del procedimiento de Martinec donde los módulos de elasticidad de dichas muelas muestran valores muy similares, siendo 77,524 GPa y 76,941 GPa respectivamente.

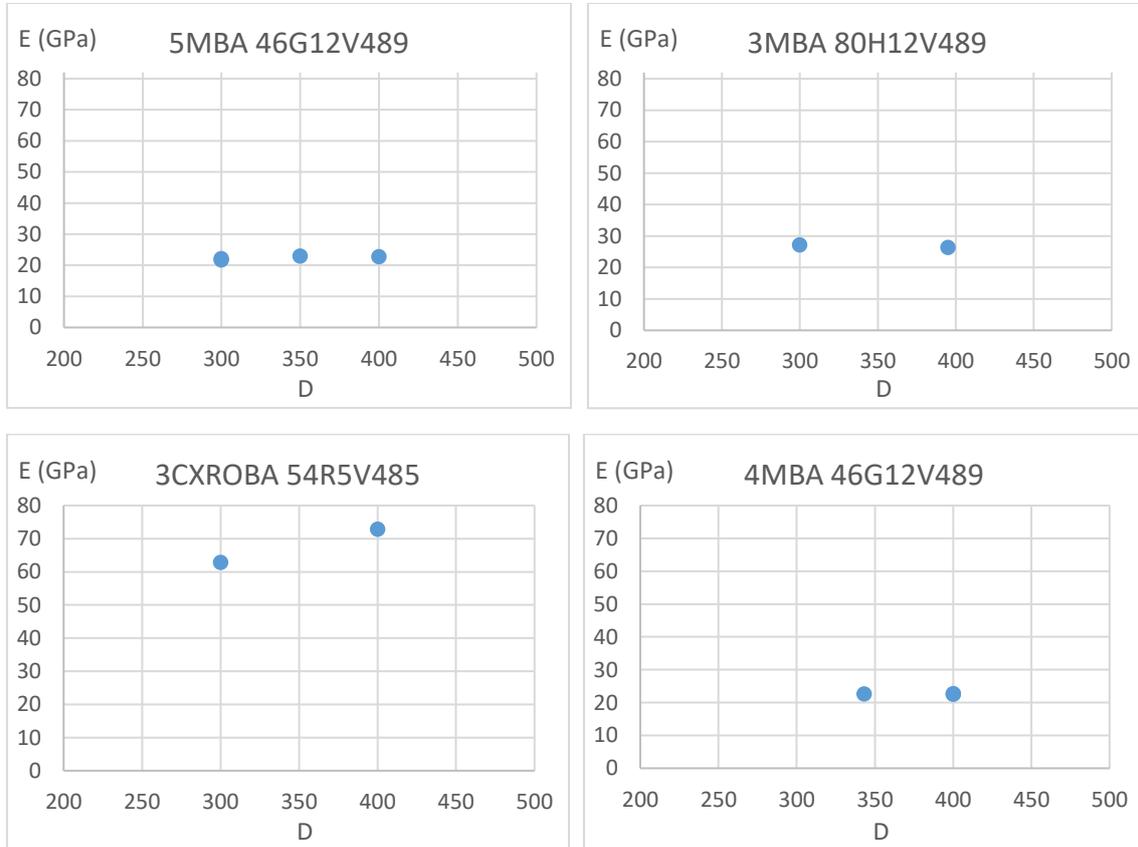


Gráfico 3. Variaciones en los resultados de E calculados según la norma ASTM.

En resumen, el ensayo Sonic Comparator muestra variaciones en los módulos de elasticidad de muelas semejantes, a diferencia del procedimiento de Martinec y la norma ASTM. A partir de estos resultados, teniendo en cuenta la antigüedad del ensayo Sonic Comparator y que realiza el cálculo del módulo de elasticidad a partir de la frecuencia fundamental de vibración únicamente, se descarta el ensayo Sonic Comparator como método para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas.

➤ Variabilidad del módulo de elasticidad con la dureza

A continuación, se estudia la variabilidad de los módulos de elasticidad calculados para muelas de la misma dureza. Para ello, se comparan los resultados obtenidos mediante los métodos Martinec y ASTM con la Figura 6, donde se muestran los módulos de elasticidad de las muelas abrasivas en función de su dureza, según Peters et al [16].

En el siguiente gráfico se muestran, para los métodos Martinec y ASTM, la dispersión de los módulos calculados para todas las muelas de cada dureza, el valor medio de dichos módulos, así como el módulo correspondiente a cada dureza según la Figura 6. Para

representar la dispersión de los módulos calculados, el gráfico va acompañado de la diferencia entre los valores máximo y mínimos calculados para cada dureza y del porcentaje de dicha desviación respecto del valor medio.

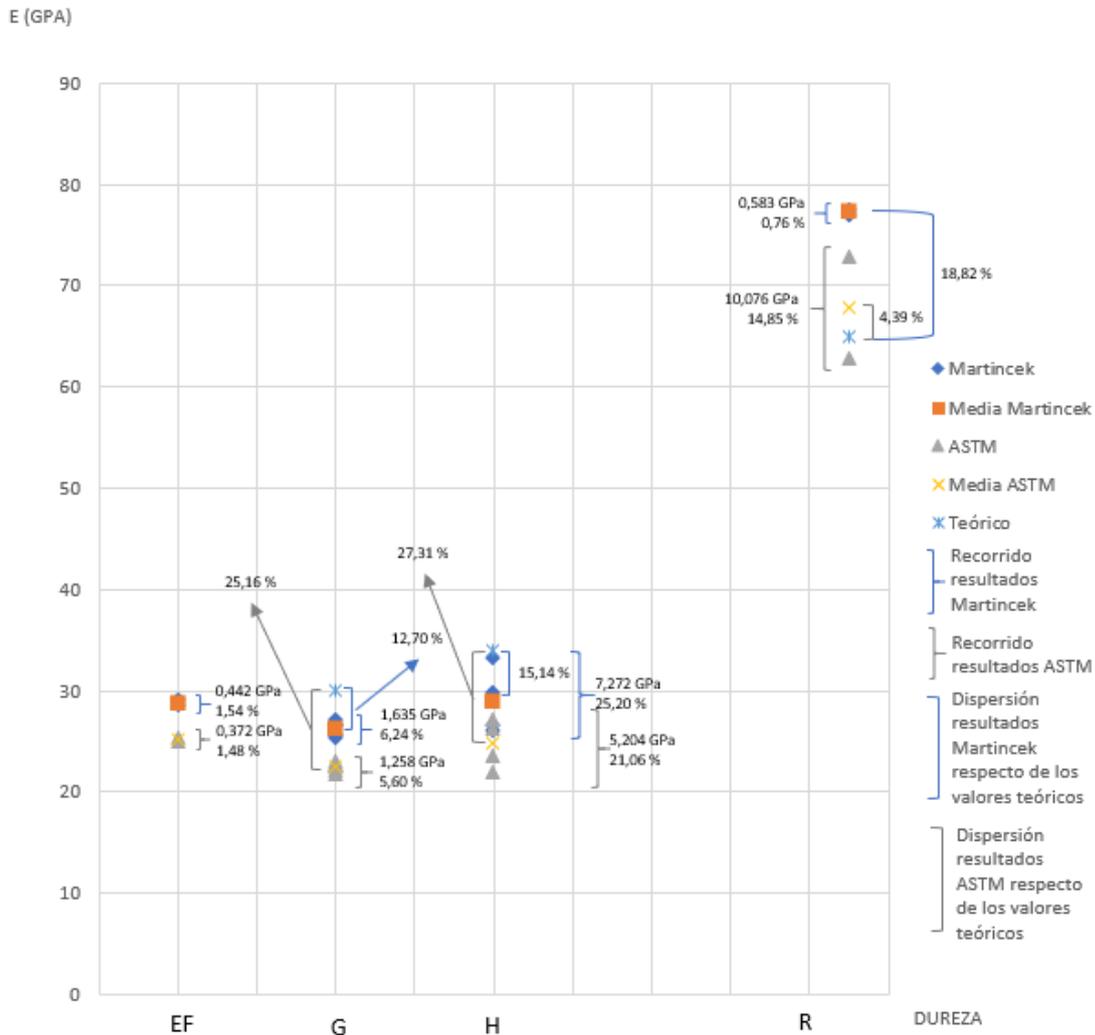


Gráfico 4. Comparativa entre los módulos de elasticidad calculados y los teóricos.

Los resultados obtenidos del análisis modal experimental a partir de los métodos Martineck y ASTM muestran una buena correlación con los resultados de la Figura 6, cumpliendo la tendencia creciente de los módulos de elasticidad con la dureza de las muelas. Sin embargo, aunque dicha gráfica se haya utilizado durante muchos años de forma representativa para conocer la variabilidad del módulo de elasticidad de muelas abrasivas en función de su dureza, las muelas tienen varios parámetros característicos más allá de la dureza que también puedan afectar al módulo de elasticidad de las propias muelas, en mayor o menor medida. De hecho, la variabilidad de los resultados obtenidos en los análisis realizados en el presente proyecto lo pone de manifiesto. Así, por ejemplo, las muelas 12 y 13 de especificación “3CXROBA 54R5V485” muestran un módulo de elasticidad sensiblemente diferente al propuesto por Peters (un 18,82 % para el método Martineck y un 4,39% para la norma ASTM). Es posible que este aumento en el módulo de elasticidad sea producido por la estructura cerrada de estas muelas, aunque no se puede afirmar debido a la falta de ensayos experimentales. Por otro lado, las muelas 1, 2, 3 y 4

de especificación “3MBA 46-60-80 H12V485” muestran dispersiones elevadas en sus módulos de elasticidad (un 25,20 % para el método Martincek y un 21,06 % para la norma ASTM). Es posible que esta dispersión en los resultados sea originada por la diferencia en el tamaño de grano de estas muelas, cuestión que se estudia en el siguiente apartado.

➤ Variabilidad del módulo de elasticidad con el tamaño de grano

Para analizar la variabilidad del módulo de elasticidad con el tamaño de grano de las muelas abrasivas, se van a analizar los resultados obtenidos para las muelas de especificación “3MBA 46-60-80 H12V489”, puesto que son muelas cuyo único parámetro característico variable es el tamaño de grano. A continuación, se muestran en un gráfico los valores del módulo de elasticidad calculados para las muelas de diferentes tamaños de grano.

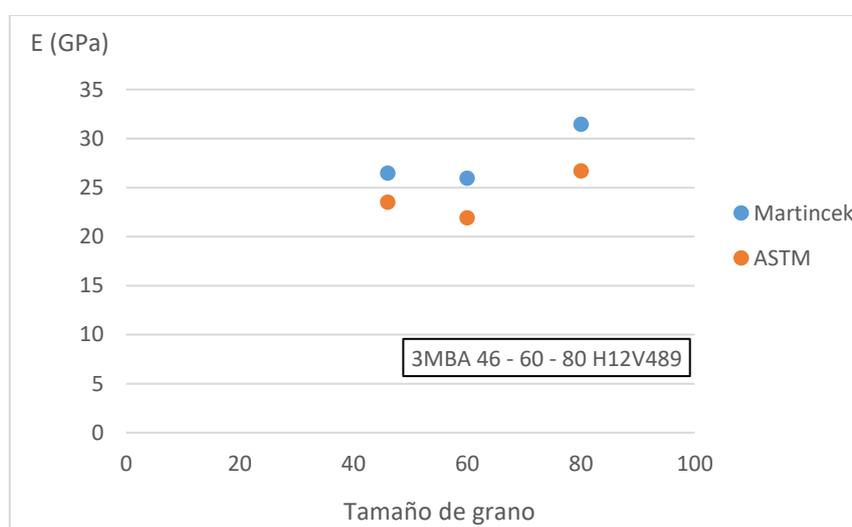


Gráfico 5. Variabilidad del módulo de elasticidad con el tamaño de grano.

Se observa un ligero incremento en el módulo de elasticidad calculado, tanto con el procedimiento de Martincek como con la norma ASTM, con el tamaño de grano. Analizando la gráfica, se puede ver cómo para los tamaños de grano de 46 y 60, el valor de E apenas varía, mientras que aumenta un 18% en ambos casos cuando el tamaño de grano pasa a ser de 80.

De esta manera, parece que para tamaños de grano medios-grandes (muelas de desbaste-semidesbaste), el valor de E se mantiene constante produciéndose un cambio de tendencia para granos pequeños (muelas de acabado).

Con todo ello, si bien no se puede afirmar que el módulo de elasticidad varíe con el tamaño de grano, debido a una falta de datos experimentales, se han encontrado indicios de que el tamaño de grano pueda estar relacionado con la variabilidad del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas, siendo así, otro parámetro característico a tener en cuenta, a parte de la dureza, para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas.

6.4.2. Factores de forma

En la Tabla 22 se muestran los factores de forma calculados para los métodos Martincek y ASTM, así como los parámetros característicos y geométricos de las muelas abrasivas analizadas.

Tabla 22. Factores de forma de las muelas abrasivas para un cálculo de E según el procedimiento de Martincek.

Num	Especificación	d/D	t/r	Martincek		ASTM	
				C	P	C	P
1	3MBA 46H12V489	0,32	0,20	18157,90	512942,52	13024,77	367936,74
2	3MBA 60H12V489	0,33	0,21	17576,51	492097,00	11791,15	330121,70
3	3MBA 80H12V489	0,32	0,20	17860,12	503089,48	12701,81	357788,80
4	3MBA 80H12V489	0,42	0,27	15458,82	398618,78	8502,77	219251,01
5	4MBA 46G12V489 I	0,32	0,20	18171,37	513323,03	13034,37	368207,95
6	4MBA 46G12V489 II	0,32	0,20	18152,86	512800,25	13021,34	367840,02
7	4MBA 46G12V489	0,37	0,23	16120,37	437006,84	13758,70	372984,30
8	5MBA 46G12V489	0,32	0,20	18199,33	514112,86	13023,41	367898,29
9	5MBA 46G12V489	0,36	0,23	16300,89	444680,71	10990,80	299823,91
10	5MBA 46G12V489 I	0,42	0,27	15452,25	398449,26	8499,16	219157,91
11	5MBA 46G12V489 II	0,42	0,27	15453,25	398475,01	8499,70	219171,99
12	3CXROBA 54R5V485	0,32	0,15	42030,43	890488,30	31953,95	677000,54
13	3CXROBA 54R5V485	0,42	0,27	15458,17	398602,05	8502,41	219241,73
14	MA 46EF12V489 I	0,51	0,32	18623,94	434098,12	8951,49	208646,78
15	MA 46EF12V489 II	0,51	0,32	18668,61	435139,30	8967,90	209029,34

Analizando los resultados experimentales recogidos en la Tabla 22, se observa una relación entre los factores de forma y los ratios geométricos $\left(\frac{d}{D}\right)$ y $\left(\frac{t}{r}\right)$. A continuación, se muestran graficados la relación entre los factores de forma “P” y “C” calculados según ambos métodos con dichos ratios geométricos.

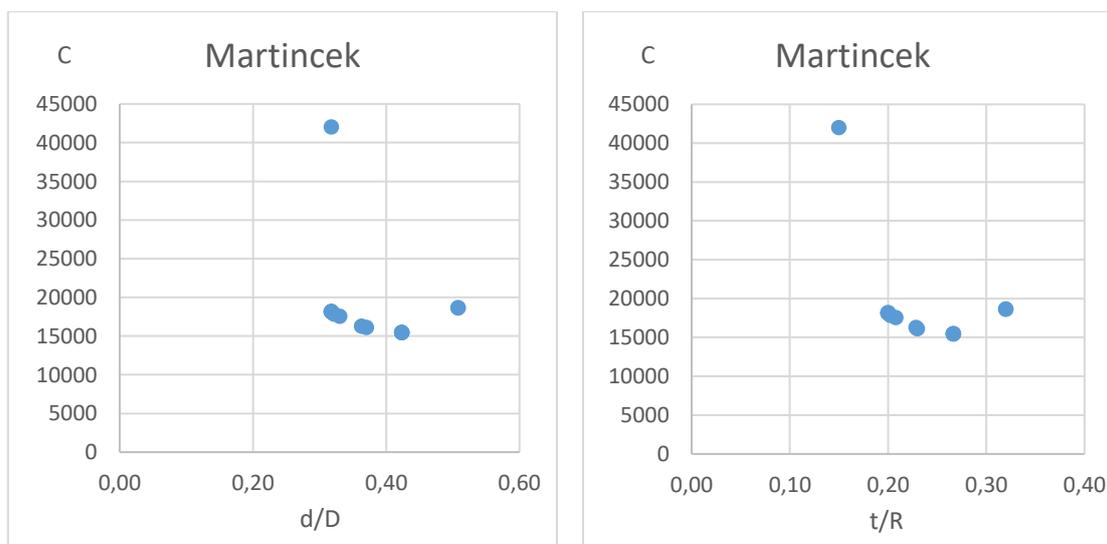


Gráfico 6. Relación entre el factor de forma "C" calculado según Martincek y los ratios geométricos de la muela.

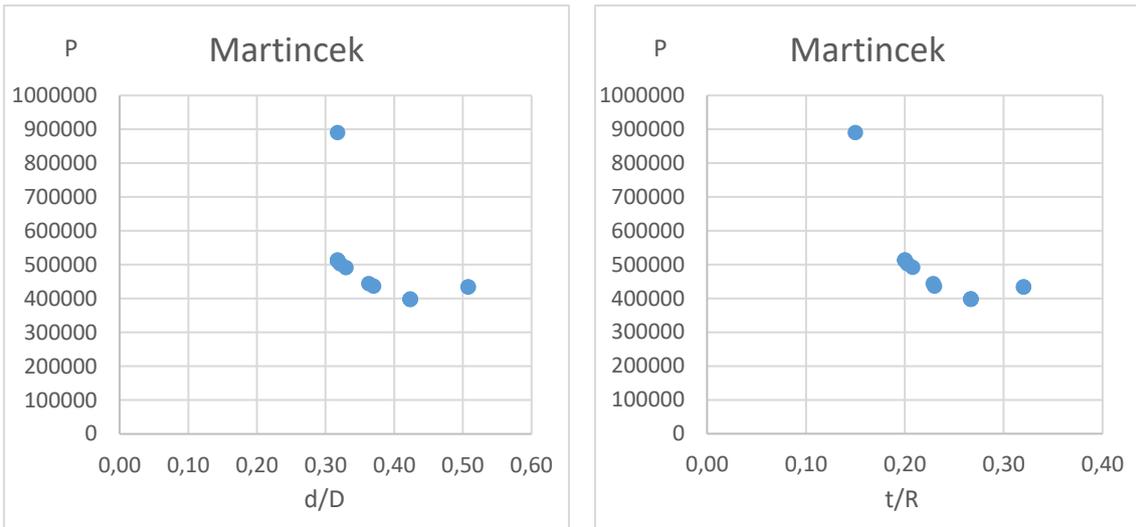


Gráfico 7. Relación entre el factor de forma "P" calculado según Martineck y los ratios geométricos de la muela.

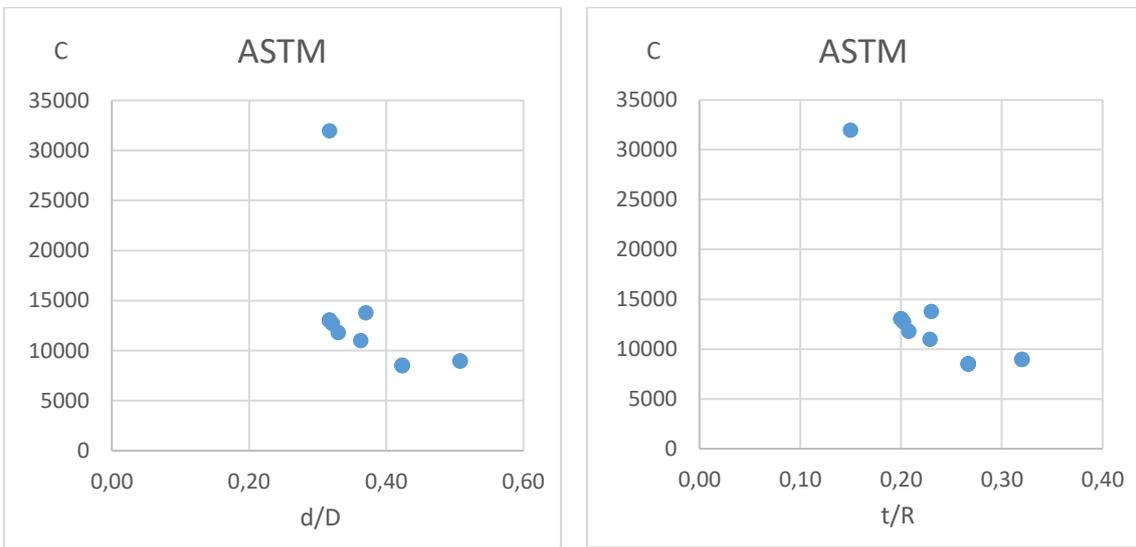


Gráfico 8. Relación entre el factor de forma "C" calculado según la norma ASTM y los ratios geométricos de la muela.

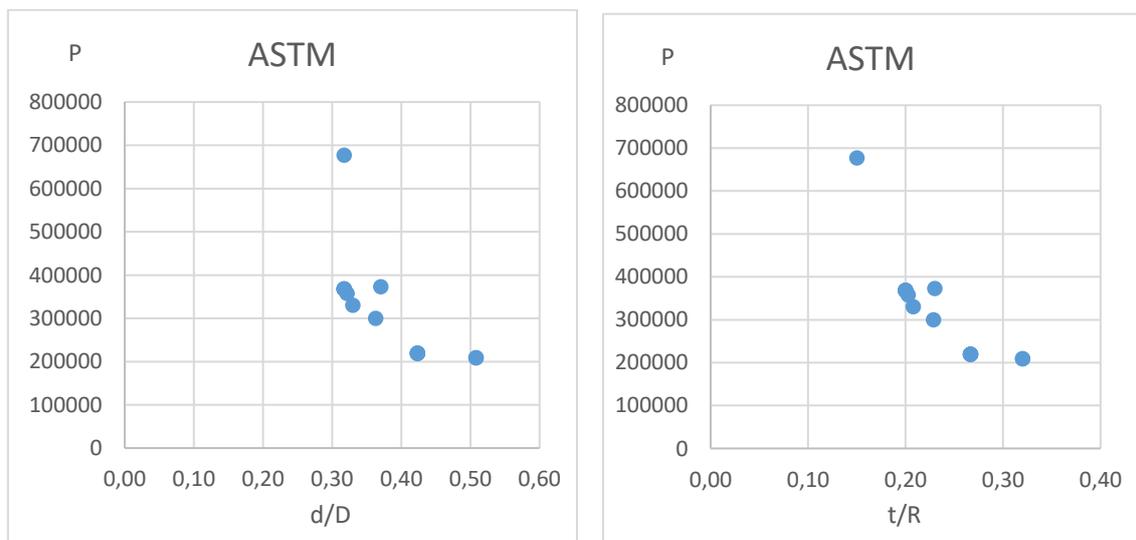


Gráfico 9. Relación entre el factor de forma "P" calculado según la norma ASTM y los ratios geométricos de la muela.

Sin embargo, con los datos experimentales recogidos, no ha sido posible establecer una relación exacta entre los factores de forma y los parámetros característicos de las muelas abrasivas. De hecho, recordando las ecuaciones (45), (47), (51) y (53) se observa la influencia de un gran número de variables en el cálculo de los factores de forma de Grindo Sonic según los métodos Martineck y ASTM.

Por esta razón, no ha sido posible sistematizar el cálculo del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas mediante una única frecuencia natural de vibración, a través de las ecuaciones de Grindo Sonic.

6.4.3. Frecuencias naturales de vibración

No obstante, analizando la Tabla 14, se puede observar una relación entre los valores de $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ y las dimensiones de la muela abrasiva. En el siguiente gráfico se muestra la variación de la fracción de las dos primeras frecuencias naturales $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ de las muelas abrasivas con sus relaciones geométricas $\left(\frac{t}{r}\right)$ y $\left(\frac{d}{D}\right)$.

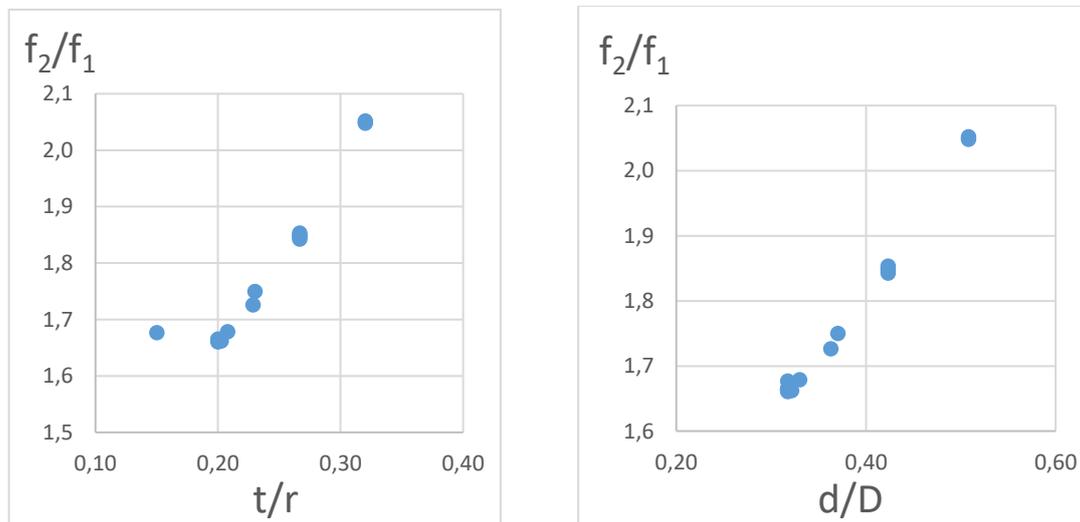


Gráfico 10. Variación de (f_2/f_1) con sus relaciones geométricas (t/r) y (d/D) .

En base a los datos experimentales obtenidos, se observa una tendencia ascendente de $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ con $\left(\frac{d}{D}\right)$. De esta manera se plantea la siguiente hipótesis:

“La fracción entre las dos primeras frecuencias naturales de las muelas abrasivas $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ es función de la fracción entre los diámetros interior y exterior de las mismas $\left(\frac{d}{D}\right)$.”

Sin embargo, los ensayos experimentales realizados son insuficientes para dar por válida la anterior hipótesis. De esta manera, se propone para líneas futuras, la realización de un mayor número de ensayos experimentales con un mayor abanico de muelas ensayadas, que permita contrastar la hipótesis planteada y de esta manera poder calcular el módulo de elasticidad de muelas abrasivas, sin necesidad de calcular su segunda frecuencia natural, como lo hace el ensayo Grindo Sonic.

8. CONCLUSIONES

En el siguiente apartado se van a presentar las conclusiones principales de la investigación realizada en el presente proyecto:

➤ **Cálculo del módulo de elasticidad según los tres métodos**

El método Sonic Comparator muestra variaciones en los módulos de elasticidad de muelas semejantes, a diferencia de los métodos Martineck y ASTM. A partir de estos resultados, teniendo en cuenta la antigüedad del ensayo Sonic Comparator y que realiza el cálculo del módulo de elasticidad a partir de la frecuencia fundamental de vibración únicamente, se descarta el ensayo Sonic Comparator como método para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas.

De esta forma, el módulo de elasticidad de muelas abrasivas no es función de sus dimensiones. Es decir, el módulo de elasticidad de dos muelas abrasivas de la misma especificación es el mismo, independientemente de las dimensiones de las muelas.

En cuanto a los métodos Martineck y ASTM, ambos presentan dispersiones similares respecto de los módulos de elasticidad de la Figura 6 propuestos por Peters et al [], para las correspondientes durezas. Por ello, en base a los resultados experimentales obtenidos, ambos métodos son válidos para un cálculo aproximado del módulo de elasticidad de muelas abrasivas.

➤ **Influencias de los parámetros característicos en el módulo de elasticidad**

Se observan influencias tanto del tamaño de grano como de la estructura de las muelas abrasivas en el módulo de elasticidad de las mismas, pudiendo ser así parámetros complementarios a la dureza para la variabilidad del módulo de elasticidad de muelas abrasivas. En cuanto al tamaño de grano, parece que para tamaños de grano medios-grandes (muelas de desbaste - semidesbaste), el valor de E se mantiene constante produciéndose un cambio de tendencia para granos pequeños (muelas de acabado). En cuanto a la estructura, las muelas 12 y 13 de especificación “3CXROBA 54R5V485” muestran un módulo de elasticidad sensiblemente diferente al propuesto por Peters (un 18,82 % para el método Martineck y un 4,39% para la norma ASTM). Es posible que este aumento en el módulo de elasticidad sea producido por la estructura cerrada de estas muelas. Sin embargo, no se puede afirmar la influencia de los mencionados parámetros característicos de las muelas abrasivas debido a unas insuficientes observaciones experimentales. De esta manera, se propone para líneas futuras la investigación de dichas influencias con mayor abanico de muestras experimentales.

En resumen, en base a la dispersión de los resultados obtenidos, no se puede afirmar que el módulo de elasticidad tenga un valor concreto, para una dureza de muela dada. Sería más apropiado decir que, para una dureza dada, el módulo de elasticidad de la muela se encuentra dentro de un intervalo de valores. Según el método Martineck, los módulos de elasticidad calculados presentan una dispersión máxima del 6,24 %, para un tamaño de grano y estructuras constantes, mientras que para tamaños de grano diferentes (46 – 60 – 80) la dispersión aumenta a un 25,20 %. Al mismo tiempo, según la norma ASTM, la dispersión máxima de los módulos de elasticidad calculados para tamaños de grano y

estructuras constantes es de 14,85 %, mientras que para tamaños de grano diferentes (46 – 60 – 80) la dispersión aumenta a un 21,06 %.

Por lo tanto, la Figura 6 presentada por Peters et al [], a través de la cual se relaciona el módulo de elasticidad de muelas abrasivas con su dureza, se puede utilizar para conocer, de forma aproximada, el módulo de elasticidad de las muelas abrasivas en función de su dureza. Sin embargo, no se recomienda su uso para un cálculo preciso del módulo de elasticidad de muelas abrasivas, puesto que se han observado influencias de otros parámetros característicos en la variabilidad del módulo de elasticidad de muelas abrasivas.

➤ **Cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas**

En cuanto al cálculo del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas, no se ha encontrado una relación directa entre los factores de forma “P” y “C” con los parámetros característicos ni con las dimensiones de las muelas abrasivas. De esta forma, no se ha podido desarrollar un método que, al igual que Grindo Sonic, calcule el módulo de elasticidad de muelas abrasivas a través de una única frecuencia natural. Sin embargo, en el apartado 6.2.2 se ha demostrado que se pueden obtener las dos primeras frecuencias naturales de las muelas abrasivas a través de un único ensayo modal experimental, utilizando la configuración propuesta en la Figura 29. Por lo tanto, aunque no se haya encontrado un método para el cálculo del módulo de elasticidad a través de una única frecuencia natural, sí se ha encontrado la forma de calcular el módulo de elasticidad a través de un único ensayo modal experimental, mediante el procedimiento utilizado en el apartado 6.2.2, cumpliendo así los objetivos fijados al inicio del presente proyecto.

9. LÍNEAS FUTURAS

El presente proyecto supone el primer paso entender las influencias de los parámetros característicos de las muelas abrasivas en su módulo de elasticidad. Se han conseguido cumplir satisfactoriamente los objetivos fijados al inicio del proyecto, habiendo desarrollado una metodología para el cálculo del módulo de elasticidad de muelas abrasivas mediante un único ensayo modal experimental. Sin embargo, no se han podido establecer unas leyes que describan la variabilidad del módulo de elasticidad de muelas abrasivas con sus parámetros característicos, como son el tamaño de grano y la estructura, si bien se han encontrado indicios de su influencia.

De esta forma, se propone para líneas futuras la realización de un proceso experimental más amplio, con un mayor número de muelas, que permita obtener unas conclusiones representativas acerca de la variabilidad del módulo de elasticidad de las muelas abrasivas con sus parámetros característicos.

10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Koenig W, Foellinger H. Elasticity Modulus of Grinding Wheels and Its Impact on Their in-Process Behavior. CFI Ceram Forum Int 1987;64:220–2, 224.
- [2] Okada S. Sonic Testing of Resinoid Grinding Wheels. J Ceram Assoc Japan 1977;85:38–43.
- [3] André D, Iordanoff I, Charles JL, Néauport J. Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. Comput Methods Appl Mech Eng 2012;213–216:113–25.
- [4] André D, Charles JL, Iordanoff I, Néauport J. The GranOO workbench, a new tool for developing discrete element simulations, and its application to tribological problems. Adv Eng Softw 2014;74:40–8.
- [5] Krug H, Honica G. Die elastische Verformung bei Schleifwerkzeugen. Werkstattstech Und Maschinenbau 1964;4:53–9.
- [6] Miyamoto H, Yoshikawa H, Ishijima Y, Honma K. No Title. Proc. Japan Soc. Precis. Eng. Conf., 1969, p. 143.
- [7] Miyamoto H. Application of Finite Element Method to Fracture Mechanics. 1971.
- [8] Optiz H, Peclenik J. No Title. Werkstattstech Und Maschinenbau 1965;55:274–6.
- [9] Matsuno Y, Yamada H. Elastic moduli of grinding wheel based on a simplified model. J Ceram Assoc Japan 1982;90:320–5.
- [10] Rowe RG. Vibration Apparatus for Testing Articles. No. 2,486,984, 1949.
- [11] Peters J, Snoeys R. The E-modulus, suitable characteristic of grinding wheels. Rep CRIF-MC9 1965.
- [12] Shinozaki Y, Umino K. Study on grading wheels by ultra-sonic pulse method (report 1). Seimitsu Kikai 1970;36:538.
- [13] Shinozaki Y, Umino K. Study on grading wheels by ultra-sonic pulse method (report 2). Seimitsu Kikai 1970;36:608.
- [14] Timoshenko S. Vibration Problem in Engineering. D. Van Nostrand Co., Inc.,; 1928.
- [15] Decneut A. New formulas improves E-modulus calculations, disc shaped bodies and rectangular or square bars. Rep CRIP-MC37 1970.
- [16] Decneut A, Snoeys R, Peters J. Sonic Testing of Grinding Wheels. MC 36, CRIF.; 1970.
- [17] ASTM. C 1259 - Standard Test Method for Dynamic Young 's Modulus , Shear Modulus , and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Impulse Excitation of Vibration. Annu B ASTM Stand 2001:1–21.
- [18] Martinček G. The determination of poisson's ratio and the dynamic modulus of elasticity from the frequencies of natural vibration in thick circular plates. J Sound Vib 1965;2:116–27.

MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA
TRABAJO FIN DE MÁSTER

***DESARROLLO DE NUEVAS
METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS
DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO Y
CARACTERIZACIÓN ELÁSTICA DE
MUELAS ABRASIVAS DE ALTO
RENDIMIENTO***

DOCUMENTO IV - ANEXOS

Alumno: Casas, Gayubo, Josu

Director: Pombo, Rodilla, Íñigo

Curso: 2020 - 2021

Fecha: 25 / 06 / 2021

ANEXO I

Imágenes de las muelas ensayadas, y sus correspondientes dos primeras frecuencias naturales obtenidas mediante el análisis modal experimental.

4MBA 46G12V489 I – 400 x 127 x 40

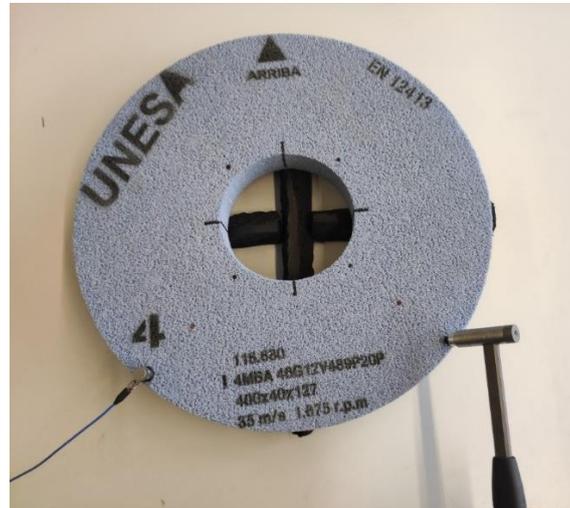


Figura 32. Configuración del análisis modal experimental para la muela 4MBA 46G12V489P20P I – 400 x 127 x 40.



Figura 33. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P I – 400 x 127 x 40.

4MBA 46G12V489 – 343 x 127 x 40



Figura 34. Configuración del análisis modal experimental para la muela 4MBA 46G12V489P20P – 343 x 127 x 40.



Figura 35. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 4MBA 46G12V489P20P – 343 x 127 x 40.

3MBA 46H12V489 – 400 x 127 x 40

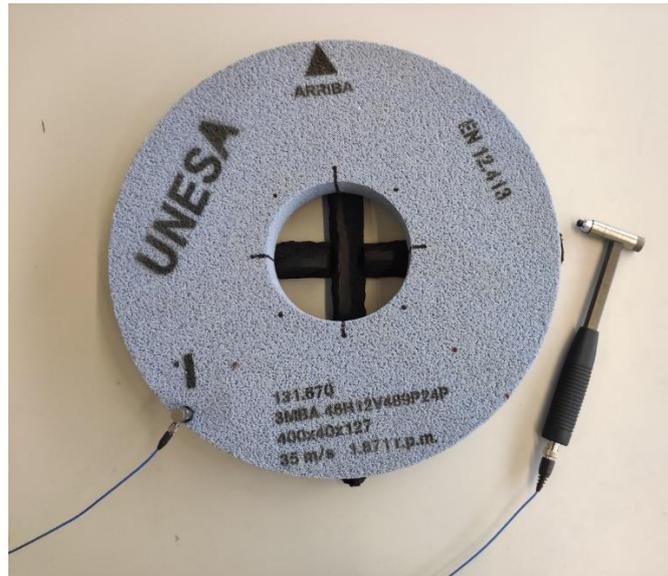


Figura 36. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.



Figura 37. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.

3MBA 60H12V489 – 385 x 127 x 40



Figura 38. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 60H12V489P20P – 385 x 127 x 40.



Figura 39. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 60H12V489P20P – 385 x 127 x 40.

3MBA 80H12V489 – 395 x 127 x 40

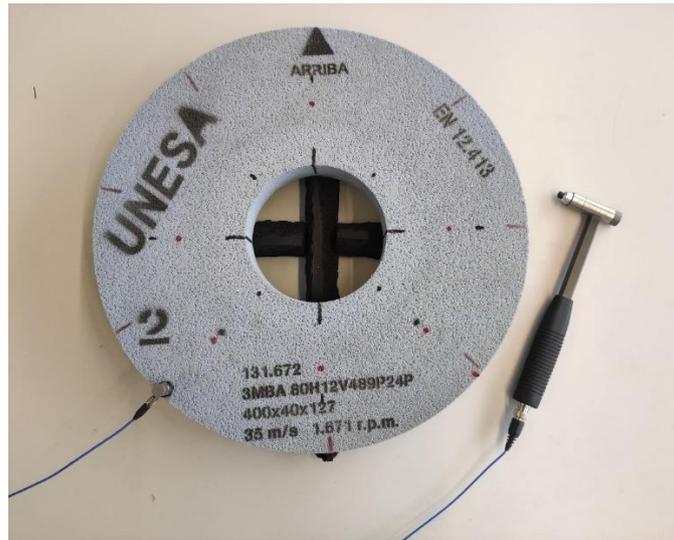


Figura 40. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 80H12V489P20P – 395 x 127 x 40.



Figura 41. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 80H12V489P20P – 395 x 127 x 40.

3MBA 80H12V489 – 300 x 127 x 40

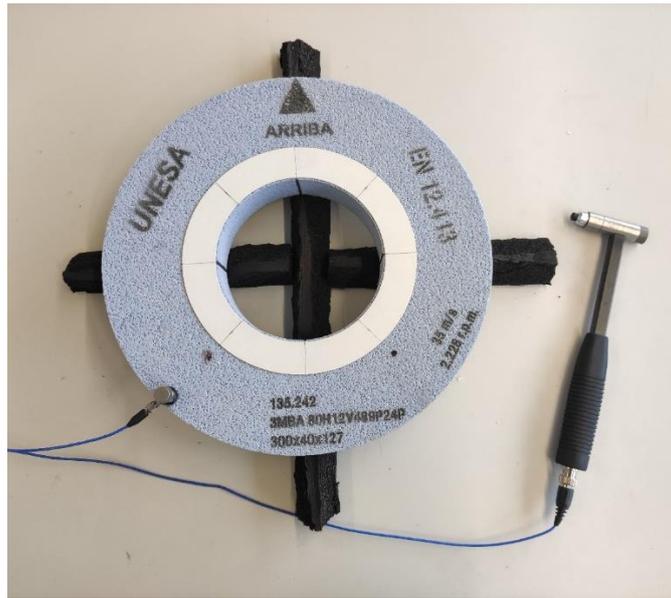


Figura 42. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3MBA 80H12V489P20P – 300 x 127 x 40.



Figura 43. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3MBA 80H12V489P20P – 300 x 127 x 40.

5MBA 46G12V489 – 400 x 127 x 40

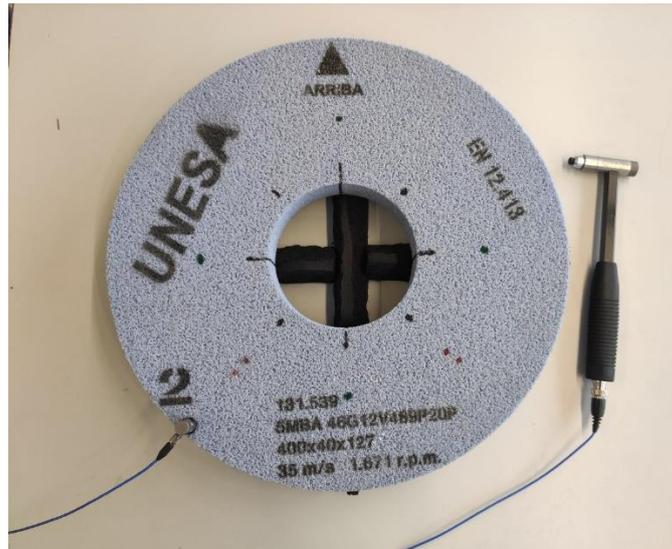


Figura 44. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.



Figura 45. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P – 400 x 127 x 40.

5MBA 46G12V489 – 350 x 127 x 40



Figura 46. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P – 350 x 127 x 40.

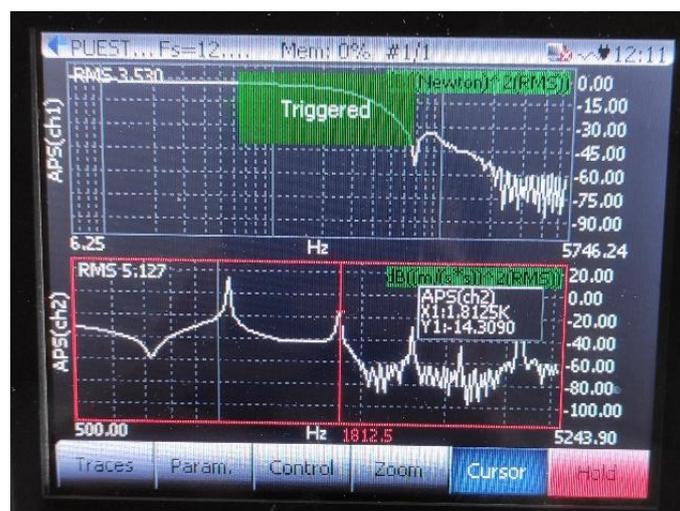


Figura 47. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P – 350 x 127 x 40.

5MBA 46G12V489 I – 300 x 127 x 40

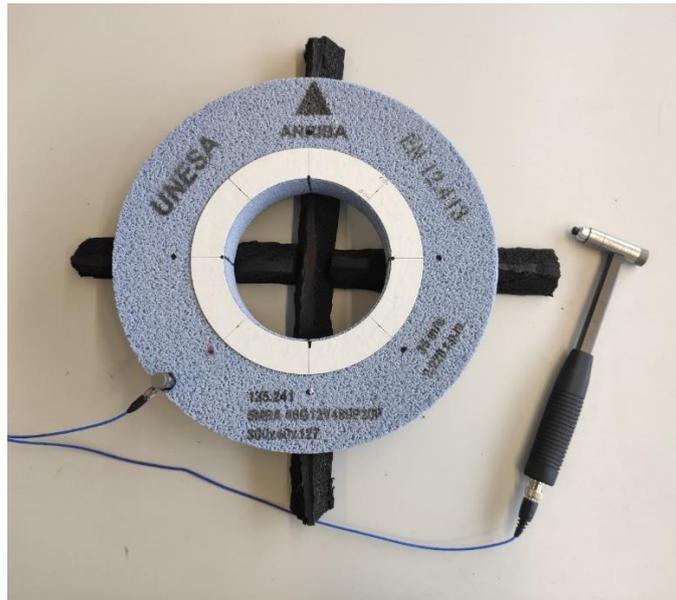


Figura 48. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P I – 300 x 127 x 40.



Figura 49. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P I – 300 x 127 x 40.

5MBA 46G12V489 II – 300 x 127 x 40

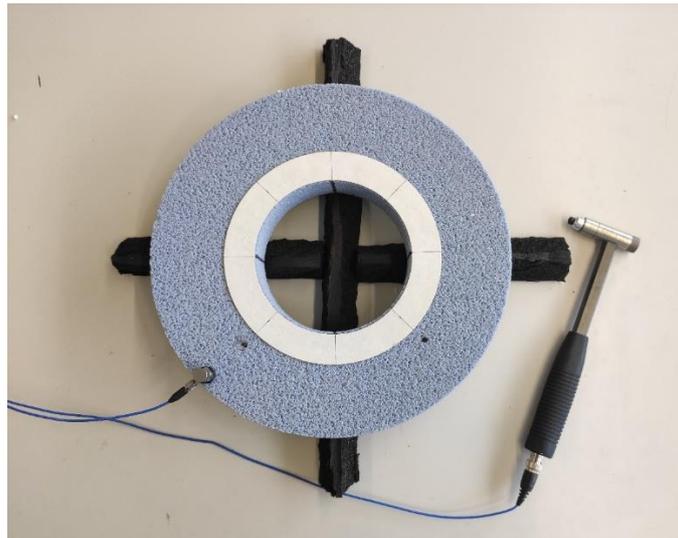


Figura 50. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.



Figura 51. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.

3CXROBA 54R5V489 – 400 x 127 x 30

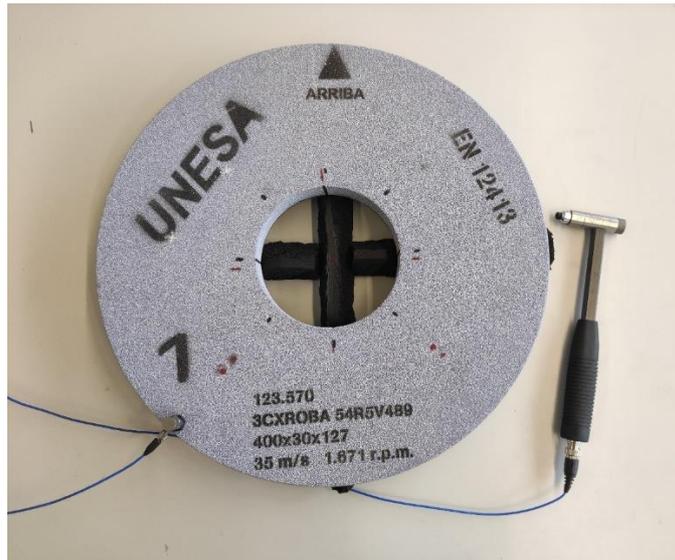


Figura 52. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3CXROBA 54R5V489 – 400 x 127 x 30.



Figura 53. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3CXROBA 54R5V489 – 400 x 127 x 30.

3CXROBA 54R5V489 – 300 x 127 x 40

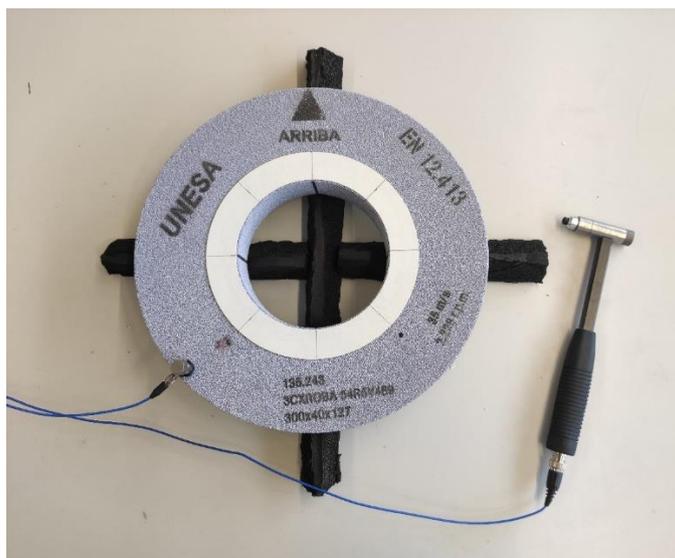


Figura 54. Configuración del análisis modal experimental para la muela 3CXROBA 54R5V489 – 300 x 127 x 40.



Figura 55. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 3CXROBA 54R5V489 – 300 x 127 x 40.

MA 46EF12V489 I – 250 x 127 x 40

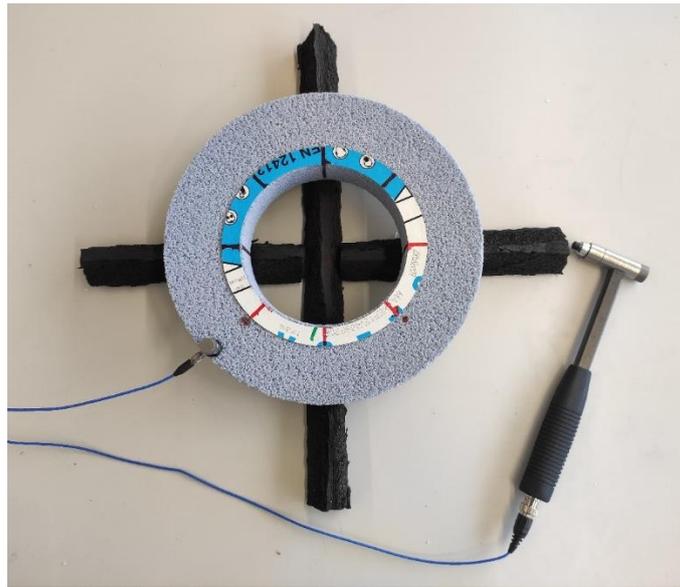


Figura 56. Configuración del análisis modal experimental para la rueda MA 46EF12V489 I – 250 x 127 x 40.



Figura 57. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la rueda MA 46EF12V489 I – 250 x 127 x 40.

MA 46EF12V489 II – 250 x 127 x 40

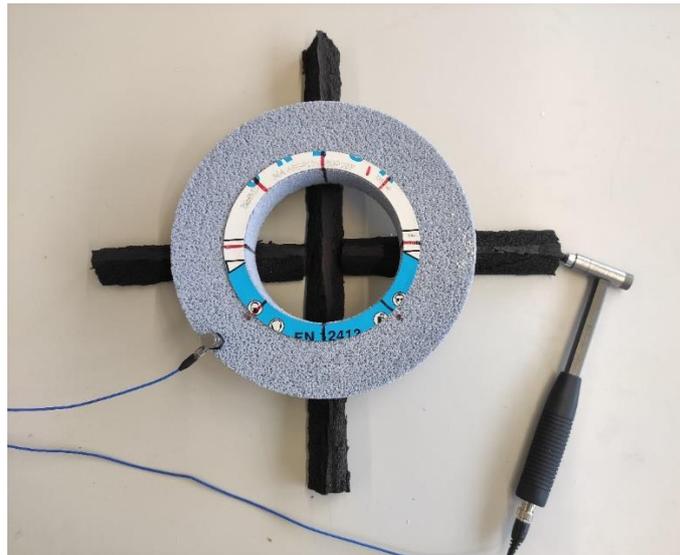


Figura 58. Configuración del análisis modal experimental para la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.



Figura 59. Valores de las dos primeras frecuencias naturales de la muela 5MBA 46G12V489P20P II – 300 x 127 x 40.