

DOCUMENTOS DE TRABAJO

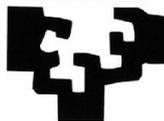
BILTOKI

D.T. 2004.02

Estacionalidad determinista y estocástica
en series temporales macroeconómicas.

Ignacio Díaz-Emparanza y Javier López-de-Lacalle

eman ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko
del País Vasco Unibertsitatea

Facultad de Ciencias Económicas.
Avda. Lehendakari Aguirre, 83
48015 BILBAO.

Documento de Trabajo BILTOKI DT2004.02

Editado por los Departamentos de Economía Aplicada II (Hacienda), Economía Aplicada III (Econometría y Estadística), Fundamentos del Análisis Económico I, Fundamentos del Análisis Económico II e Instituto de Economía Pública de la Universidad del País Vasco.

Depósito Legal No.: BI-2986-04

ISSN: 1134-8984

Estacionalidad determinista y estocástica en series temporales macroeconómicas

Ignacio Díaz-Emparanza¹
y
Javier López de Lacalle²

10 de diciembre de 2004

¹El primer autor agradece la financiación de la Universidad del País Vasco al grupo de investigación: 9/UPV-00038.321-13503/2001 y del Ministerio de Ciencia y Tecnología y FEDER para el proyecto: BEC2003-02028.

²El segundo de los autores agradece a la Universidad del País Vasco la ayuda económica ofrecida a través del programa de becas predoctorales.

Índice general

1. Análisis teórico	5
1.1. Introducción	5
1.2. Notación	9
1.3. Tendencia determinista y tendencia estocástica	9
1.3.1. Procesos estacionarios y procesos integrados de orden 1	9
1.3.2. Regresión espúrea sobre una tendencia lineal determinista	14
1.4. Estacionalidad determinista y estacionalidad estocástica	19
1.5. Interpretación de los componentes deterministas en una serie en diferencias estacionales	22
1.6. Análisis gráfico	26
1.6.1. Transformaciones de la serie	26
1.6.2. Espectro	27
1.6.3. Correlogramas	27
1.6.4. Gráficos de Buys-Ballot	27
1.6.5. Descomposición del filtro de diferencias estacional	28
1.7. Contrastes de raíces unitarias	29
1.7.1. Contraste ADF	29
1.7.2. Contraste de KPSS	30
1.7.3. Contraste de HEGY	31
1.7.4. Contraste de CH	34
1.8. Protocolo	36
2. Análisis práctico	45
2.1. Series de la CAPV	45
2.1.1. Paro registrado	45
2.1.2. Pasajeros de líneas aéreas	54
2.1.3. Pernoctación hotelera	63
2.2. Series del Estado	73
2.2.1. Índice de producción industrial	73
2.2.2. Matriculación de turismos	84
2.2.3. Coste salarial	93
3. Conclusiones	101

Índice de figuras

1.1. Paseo aleatorio y paseo aleatorio con deriva	15
1.2. Residuos de la regresión de dos paseos aleatorios sobre una tendencia lineal	17
1.3. Efecto de un intercepto en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original	23
1.4. Efecto de una pendiente en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original	24
1.5. Efecto de variables ficticias estacionales en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original	25
1.6. Secuencia de contrastes HEGY-CH	37
1.7. Secuencia de contrastes CH-HEGY	39
2.1. ParoReg.CAPV. Gráficos de la serie original	50
2.2. ParoReg.CAPV. Correlogramas	51
2.3. ParoReg.CAPV. Ciclos estacionales	52
2.4. ParoReg.CAPV. Evolución mensual	53
2.5. ParoReg.CAPV. Evolución mensual sobre la serie en diferencias	53
2.6. TAer.CAPV. Gráficos de la serie	58
2.7. TAer.CAPV. Correlogramas	59
2.8. TAer.CAPV. Ciclos estacionales	60
2.9. TAer.CAPV. Evolución mensual	61
2.10. TAer.CAPV. Evolución mensual sobre la serie en diferencias	61
2.11. TAer.CAPV. Buys-Ballot 3D	62
2.12. TAer.CAPV. Buys-Ballot: Curvas de nivel	62
2.13. pernhot.capv. Gráficos de la serie original	68
2.14. pernhot.capv. Correlogramas	69
2.15. pernhot.capv. Ciclos estacionales	70
2.16. pernhot.capv. Evolución mensual	71
2.17. pernhot.capv. Evolución mensual sobre la serie en diferencias	71
2.18. pernhot.capv. Evolución anual	72
2.19. pernhot.capv. Buys-Ballot 3D	72
2.20. ipi.es. Gráficos de la serie original	79
2.21. ipi.es. Correlogramas	80
2.22. ipi.es. Ciclos estacionales	81
2.23. ipi.es. Evolución mensual	82
2.24. ipi.es. Evolución mensual sobre la serie en diferencias	82
2.25. ipi.es. Buys-Ballot 3D	83

2.26. ipi.es. Buys-Ballot: Curvas de nivel	83
2.27. mtur.es. Gráficos de la serie	88
2.28. mtur.es. Correlogramas	89
2.29. mtur.es. Ciclos estacionales	90
2.30. mtur.es. Evolución mensual	91
2.31. mtur.es. Evolución mensual sobre la serie en diferencias	91
2.32. mtur.es. Evolución anual	92
2.33. mtur.es. Buys-Ballot 3D	92
2.34. costesal.es. Gráficos de la serie deflactada	97
2.35. costesal.es. Correlogramas	98
2.36. costesal.es. Ciclos estacionales	99
2.37. costesal.es. Evolución trimestral en la serie deflactada y en dife- rencias	99
2.38. costesal.es. Buys-Ballot 3D	100
2.39. costesal.es. Buys-Ballot: Curvas de nivel	100

Índice de tablas

1.1.	Características básicas de las series $I(0)$ frente a $I(1)$	14
1.2.	Análisis estándar de regresión sobre dos paseos aleatorios	16
1.3.	Convergencia de momentos muestrales	18
1.4.	Frecuencias en series estacionales	21
1.5.	Secuencia de contrastes	38
1.6.	Resultados de la secuencia CH-HEGY 1/2	43
1.7.	Resultados de la secuencia CH-HEGY 2/2.	44
2.1.	ParoReg.CAPV en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad	48
2.2.	ParoReg.CAPV en logaritmos: Componentes deterministas	49
2.3.	TAer.CAPV en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad	56
2.4.	TAer.CAPV en logaritmos: Componentes deterministas	57
2.5.	pernhot.capv en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad	66
2.6.	pernhot.capv en logaritmos. Componentes deterministas	67
2.7.	ipi.es en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad	76
2.8.	ipi.es en logaritmos. Componentes deterministas	77
2.9.	log de ipi.es (1975.1-1992.9). Contrastes de integración frente a estacionariedad	78
2.10.	mtur.es en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad	86
2.11.	mtur.es en logaritmos: Componentes deterministas	87
2.12.	costesal.es. Componentes deterministas	95
2.13.	costesal.es. Contrastes de integración frente a estacionariedad	96

Capítulo 1

Análisis teórico

1.1. Introducción

La Economía es una ciencia social que estudia el comportamiento humano en facetas relacionadas con la producción e intercambio de bienes y servicios. Su objeto de análisis no sólo está influido por el ciclo natural que determina las condiciones del entorno, sino también por el ciclo de la historia, esto es, de la época y de los individuos que la caracterizan. El estado y evolución de un sistema económico está sujeto por tanto, a la habilidad de las personas para organizarse y satisfacer en cada momento sus necesidades tanto de consumo como de ocio.

Esto último hace que los fenómenos económicos sean más erráticos e imprevisibles que cualquier otro fenómeno estudiado por las ciencias físicas, como puede ser el estudio de las estaciones fluviales en una región o el nivel de entropía en un punto del espacio.

Ciertamente, factores físicos como los anteriores son circunstancias exógenas y particulares de un entorno que afectan a la organización de las sociedades y con ello, a la economía. De esta forma, configuran una serie de rasgos característicos que determinan el rumbo de la economía.

La planificación y organización de las relaciones entre los individuos forma otro conjunto de factores a los que está sujeta la economía, en este caso a más corto plazo. Cada estación del año, cada día de la semana o cada momento del día, tiene unas características que periódicamente repercuten de la misma forma en las actividades de los individuos. Así, los meses de agosto y abril son propicios para viajar, lo que aumenta el peso relativo del sector servicios en la economía; el domingo es tradicionalmente un día de descanso, etcétera.

Con todo lo anterior, cabe esperar que se puedan detectar en las variables económicas una serie de rasgos característicos que, por su permanencia en el tiempo, merezcan ser analizados y explicados. En la Teoría Económica existen una serie de *hechos estilizados* que se pretenden explicar. En series temporales suficientemente largas se observa, por ejemplo, que se alternan recesiones económicas de fuerte intensidad durante periodos relativamente cortos, con periodos más largos de ligera expansión.

No se puede ignorar, sin embargo, que los individuos, tanto por su hetero-

geneidad, como por su capacidad para alterar o adaptarse a nuevos contextos, también son responsables de la historia de la propia economía. Así, junto a todo lo anterior, existen otra serie de acontecimientos de carácter fortuito que provocan reacciones *permanente* o *esporádicamente* en la actividad de los agentes económicos. Éstos son todas aquellas innovaciones que la creatividad de los individuos es capaz de concebir y que se transmiten a la economía por medio de los cambios que provocan sobre las relaciones entre distintas variables.

Es preciso matizar el significado de los dos calificativos empleados anteriormente. Una reacción permanente ante cualquier fenómeno se refiere a un suceso inicial seguido de otros basados en él pero que no son previsibles sólo a partir de él. De esta manera el efecto del primero permanece en el tiempo a través de los otros. Un fenómeno provoca reacciones esporádicas cuando altera las relaciones entre los factores. La diferencia con el caso anterior es que, si bien su efecto también permanecerá en el tiempo, es decir, el nuevo orden o sistema siempre estará ahí, este fenómeno no es susceptible de provocar nuevas reacciones.

Es importante distinguir esto ya que, el primer caso podría explicarse como una acumulación de shocks, es decir, un comportamiento *estocástico*, mientras que el segundo puede deberse simplemente a un cambio *determinista* en el comportamiento habitual de la serie.

En el siguiente ejemplo se distinguen estos dos casos que recogen el significado intuitivo de lo que en las siguientes secciones será tratado por medio de instrumentos estadísticos y econométricos. Si en algún lugar se construye una pabellón cubierto para esquiar en cualquier época del año, la consecuencia más probable que se puede esperar es que en los sucesivos meses de verano aumente en cierta cantidad el número de esquiadores.

Este mismo hecho se puede dar dentro de otro contexto como el siguiente. La celebración de un mundial de deportes de invierno en una región promueve en los años previos al mundial una mejora de los accesos a las pistas, la promoción de este deporte, etc. Esto puede aumentar el número de personas que decidan practicar este deporte en la zona, o que las habituales permanezcan más días. En general, todas las variables económicas que se puedan relacionar con la producción de bienes y servicios vinculados a esta actividad recogerán este cambio en los años previos al mundial.

Por otro lado, si se teme que las nevadas en el año del mundial no sean suficientes para conseguir una calidad óptima de las pistas, podría pensarse en acondicionar un pabellón cubierto donde puedan realizarse algunas de las especialidades.

Finalmente, es muy probable que tras la emoción del mundial aumente el número de aficionados que practiquen este deporte, principalmente entre los individuos que residan en la zona. A su vez, el pabellón se mantendría abierto durante todo el año, ya que su uso no depende de la meteorología. Toda esta cadena de acontecimientos habría cambiado paulatinamente el comportamiento de la demanda de esquís, estancias en hoteles, periodos vacacionales,...

La diferencia entre los dos ejemplos expuestos es que en el primero de ellos el efecto “sorpresa”, esto es, la cualidad característica de una innovación, no es capaz de replicarse en los periodos siguientes y su efecto, aunque ilimitado en el tiempo, supone tan sólo un cambio en el nivel de las variables implicadas.

La celebración del mundial, en cambio, es un shock inicial que genera una cadena de reacciones favoreciendo que éste permanezca en el tiempo cualitativa y cuantitativamente.

Circunstancias como la anterior añaden al carácter determinista de una serie señalado al principio de esta sección, una sucesión de movimientos aleatorios, pudiendo llegar a concretarse la estructura de una serie temporal en un patrón de comportamiento estocástico que evoluciona a su vez, guiado por un componente determinista.

Otra serie de situaciones contempladas por la Teoría Económica, como por ejemplo; errores de cálculo por parte de los individuos (paradoja de Allais), información imperfecta, etc. son también perturbaciones que podrían desviar la serie de un comportamiento determinista. Cuando estos shocks son los que guían el comportamiento de la serie se dice que ésta es *integrada*, en el sentido de que es una integración o suma acumulada de shocks. El caso más representativo y que veremos más adelante es el de un *paseo aleatorio*.

A partir de la evidencia empírica encontrada por Nelson y Plosser (1982) sobre esta característica de las series, se han sucedido una gran cantidad de trabajos acerca de los efectos que este hecho tiene sobre los métodos econométricos tradicionales. Desde los trabajos de Fuller (1976), Dickey y Fuller (1981), Phillips (1987b), entre otros, hasta las investigaciones más recientes en el campo de la integración fraccional, ha crecido el interés y el conocimiento en un área de investigación que genéricamente podemos denominar: *memoria y persistencia de los shocks en series temporales macroeconómicas*.

En el desarrollo de este área de conocimiento intervienen, como en toda ciencia, tres elementos: una serie de ideas y de conocimientos, organizados en modelos por la Teoría Económica; un conjunto de instrumentos con los que representar y contrastar esas ideas, la Teoría Matemática y Estadística y una recopilación ordenada de evidencia empírica.

La aportación más directa del trabajo que aquí se presenta se da en el tercero de estos elementos. Para ello se analizarán un conjunto de series temporales macroeconómicas de la Comunidad Autónoma del País Vasco [CAPV] y del conjunto del Estado. El objetivo es mostrar para cada una de estas series el tratamiento estadístico adecuado, dadas las características deterministas y estocásticas de sus componentes, tendencia y estacionalidad.

Trabajos como los últimos mencionados han propiciado el desarrollo de una gran variedad de técnicas para este tipo de análisis en series temporales. Como suele ser habitual, los nuevos métodos han surgido con el propósito de mejorar aquello en lo que los anteriores eran deficientes. Esto no necesariamente significa que el método más reciente sea el óptimo, ya que la mejora de unos aspectos suele conseguirse a costa de la omisión de alguno de los aspectos que determinan la totalidad del objeto de análisis.

Tampoco tiene porqué ser cierto que la técnica más compleja o completa, aquélla que pretenda recoger todas las posibilidades sea la idónea, ya que dificultaría el control de todas las relaciones que pudieran darse entre los parámetros. Esto podría provocar que el resultado obtenido se deba a causas desconocidas o que no hemos detectado, lo que, evidentemente, es más peligroso que obviarlas conscientemente.

Para evitar lo anterior los límites del análisis de este trabajo están definidos y organizados dentro de un protocolo. En este trabajo se realizará un *análisis univariante* sobre la existencia de raíces unitarias en la frecuencia del largo plazo y en las estacionales. Como se explicará en secciones posteriores, esto permite distinguir el carácter determinista o estocástico de los componentes de la serie. En las secciones 1.6 y 1.7 se describen los gráficos y contrastes más relevantes para el análisis realizado en este trabajo, justificándose la secuencia de aplicación de cada uno de los contrastes.

Es interesante resaltar aquí la atención que se presta en este trabajo al componente estacional. Durante muchos años, la presencia de estacionalidad en los datos era considerada como un elemento prescindible a la hora de realizar un análisis económico. A menudo, este hecho se resolvía aplicando directamente variables ficticias estacionales en el modelo de regresión. Con el objeto de facilitar el trabajo a los investigadores, los propios organismos oficiales de estadística han desarrollado métodos para ofrecer los datos desestacionalizados. El más común y extendido de estos métodos es el filtro X-11, Shiskin et al. (1967) y el filtro X-12, desarrollados por la Oficina del censo de los EE.UU. El diseño de este método requería que su aplicación fuera inmediata y mecánica para todas las series, ya que estos organismos trabajan con un gran número de series. Si bien es cierto que este objetivo se cumplió, diferentes trabajos, (Wallis, 1974; Sims, 1974), ponen de manifiesto los inconvenientes de usar este tipo de datos.

A la vista de la dificultad de definir un método mecánico para la modelización de la estacionalidad que se adapte a las características de cada serie, (den Butter y Fase, 1991), el mayor acierto de los centros oficiales proveedores de datos estadísticos ha sido homogeneizar el método de desestacionalización y la elaboración de trabajos que dan a conocer las propiedades de este filtro, además de proporcionar los datos originales.

En cualquier caso, para un análisis económico riguroso, el tratamiento de la estacionalidad debería ser analizado a fondo, por lo que es aconsejable disponer de los datos originales en lugar de emplear únicamente series desestacionalizadas. Reconociendo la dificultad de realizar esta labor para todas las series que los centros estadísticos oficiales están comprometidos a ofrecer periódicamente, en el primer capítulo de este trabajo se describe un protocolo para el análisis del componente estacional.

En la segunda parte de este trabajo se presentan un conjunto de aplicaciones en las que se propone un modelo estadístico que recoja las características encontradas en cada serie. Los resultados obtenidos para estas y otras series podrán mostrar evidencia a favor o en contra de ciertos modelos de la Teoría Económica que, en cualquier caso, deberían contrastarse en un estudio particular y detallado donde el tratamiento estadístico de los datos quede integrado dentro de un modelo macroeconómico.

Los gráficos y los estadísticos de contraste empleados se han realizado con el programa estadístico *R*, (R Development Core Team, 2004). Éste es un lenguaje similar a *S* distribuido bajo la licencia de software libre [GPL]. Para ello se han implementado las aplicaciones necesarias en este análisis bajo un entorno gráfico fácil de usar.

1.2. Notación

La notación empleada en este trabajo será la habitual en el análisis de series temporales. En general, y_t es una serie temporal que abarca un periodo muestral desde $t = 0$ hasta $t = n$. El operador de retardos L , se define como $L^k y_t = y_{t-k}$. Del anterior operador se deriva el operador de diferencias Δ , definido como $\Delta_k y_t = y_t - L^k y_t = (1 - L^k) y_t = y_t - y_{t-k}$.

Cuando se haga referencia a algún artículo concreto seguiremos la notación original del artículo. Por otro lado, para presentar los resultados que se derivan en la sección 1.5, será útil referirse a las observaciones de forma que se refleje tanto el año como la estación a la que pertenecen dentro del periodo muestral considerado. Así, en dicha sección seguiremos la notación empleada por Franses (1996) tal y como se explica a continuación.

La observación t -ésima, y_t , se denota como $y_{s,T}$, donde los subíndices s y T indican la estación y el año al que pertenece dicha observación. El número de observaciones por año en dicha serie es S , siendo $S = 4$ ó 12 según sea la serie trimestral o mensual. Cada estación, esto es, cada trimestre o mes se denota como s , donde $s = 1, 2, \dots, S$. Por su parte, los años se denotan como T , con $T = 0, 1, \dots, N$, cumpliéndose que $T = \lfloor \frac{t}{S} \rfloor$, donde $\lfloor F \rfloor$ se refiere a la parte entera de F . Suponiendo que se dispone de los datos de una serie durante N años completos, se satisface que $\frac{n+1}{S} - 1 = N$.

El operador de retardos L se define como

$$L^k y_{s,T} = y_{s,T-k}, \text{ para } s = 1, 2, \dots, S \text{ y } T = 1, \dots, N,$$

es decir, retarda la serie k años manteniéndose en la misma estación.

El operador de diferencias Δ se define como

$$\Delta y_{s,T} = y_{s,T} - y_{s,T-1}, \text{ para } s = 1, 2, \dots, S \text{ y } T = 1, \dots, N.$$

1.3. Tendencia determinista y tendencia estocástica

En esta sección se presenta el concepto de *integración* frente a *estacionariedad*. Para ello en el apartado 1.3.1 se derivan y comparan algunas de las propiedades características de estos procesos. En el apartado 1.3.2 se exponen brevemente los resultados encontrados por Durlauf y Phillips (1988) en relación a las implicaciones que tienen sobre el carácter determinista o estocástico de la tendencia las propiedades de los procesos descritos en el punto 1.3.1.

1.3.1. Procesos estacionarios y procesos integrados de orden 1

Las propiedades asintóticas de muchos de los métodos econométricos convencionales suponen que la variable de estudio es *estacionaria*¹. Un proceso estocástico es *estacionario en sentido estricto* si todas las variables aleatorias que lo componen están idénticamente distribuidas. Esto implica que todos los

¹La derivación de las propiedades de consistencia y normalidad asintótica del estimador MCO, por ejemplo, parten del supuesto de estacionariedad.

momentos de dichas variables son idénticos. Generalmente estos requisitos se suelen reducir, exigiéndose que tan sólo los momentos de primer y segundo orden sean idénticos. En este caso se habla de *estacionariedad en sentido débil o de segundo orden* y supone que la media, la varianza, las covarianzas y las correlaciones no dependen del periodo muestral en que se calculen, sino que son constantes.

En la práctica casi ninguna serie temporal económica es estacionaria, ni siquiera en sentido débil, ya que simplemente el hecho de que ésta evolucione a lo largo de una pendiente, como suele ser habitual, hará que la media no sea constante. Tampoco suele ser habitual que la varianza de la serie se mantenga constante a lo largo de todo el periodo muestral. En presencia de este fenómeno, *heterocedasticidad*, la varianza de la serie aumenta o decrece a medida que avanzamos en el tiempo. En series económicas lo habitual es encontrar que la varianza aumenta.

No obstante, esto no supone un obstáculo insalvable ya que se sabe que, tomando diferencias en la serie ésta se estabiliza en media, mientras que, tomar logaritmos en los datos, produce habitualmente el mismo efecto sobre la varianza². Una vez obtenida la estacionariedad de la serie los métodos convencionales son directamente aplicables sobre la serie transformada.

Desde el punto de vista del modelo que describe la estructura de la serie la no estacionariedad puede deberse a que existe un componente determinista, por ejemplo en forma de tendencia lineal, o bien, a que la serie es *integrada*. Este último caso es el que analizaremos en esta sección.

El número de diferencias necesarias para obtener la estacionariedad de la serie, en general d diferencias, es el *orden de integración* y denotaremos como $I(d)$ a una serie integrada de orden d . Si la serie original es estacionaria la serie es integrada de orden cero, $I(0)$. A continuación se derivan y comparan algunas de las propiedades de una serie $I(0)$ e $I(1)$ respectivamente.

Sean x_t y z_t las siguientes series temporales, estacionaria, $I(0)$, e integrada de orden uno, $I(1)$, respectivamente, ambas con media cero:

$$x_t = \phi x_{t-1} + \epsilon_t, \quad |\phi| < 1, \quad (1.1)$$

$$z_t = z_{t-1} + \epsilon_t, \quad (1.2)$$

donde σ_ϵ^2 es constante y $\epsilon_t \sim iid(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Para la obtención de algunos resultados que muestran las diferencias entre los procesos (1.1) y (1.2), es útil reescribirlos de la siguiente forma. Realizando repetidas sustituciones en el proceso autorregresivo estacionario, x_t , se tiene que:

$$\begin{aligned} x_t &= \phi x_{t-1} + \epsilon_t, \\ x_t &= \phi \underbrace{(\phi x_{t-2} + \epsilon_{t-1})}_{x_{t-1}} + \epsilon_t = \\ &= \phi^2 x_{t-2} + \phi \epsilon_{t-1} + \epsilon_t, \end{aligned}$$

²Tomar logaritmos con este propósito es un caso particular de la transformación propuesta por Box-Cox, $y_t^* = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$, cuando $\lambda = 0$.

$$\begin{aligned}
x_t &= \phi^2 \underbrace{(\phi x_{t-3} + \epsilon_{t-2})}_{x_{t-2}} + \phi \epsilon_{t-1} + \epsilon_t = \\
&= \phi^3 x_{t-3} + \phi^2 \epsilon_{t-2} + \phi \epsilon_{t-1} + \epsilon_t, \\
&\dots \\
x_t &= \phi^t x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \epsilon_{t-i}.
\end{aligned}$$

Considerando que el periodo inicial x_0 ocurre en un pasado infinitamente lejano, se tiene que:

$$x_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \phi^t x_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \epsilon_{t-i},$$

y dado que $|\phi| < 1$ se tiene que $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi^t x_0 = 0$. Así,

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \epsilon_{t-i}. \quad (1.3)$$

De la misma forma, mediante repetidas sustituciones podemos reescribir el proceso autorregresivo I(1), z_t , como:

$$\begin{aligned}
z_t &= z_{t-1} + \epsilon_t \\
z_t &= \underbrace{z_{t-2} + \epsilon_{t-1}}_{z_{t-1}} + \epsilon_t \\
z_t &= \underbrace{z_{t-3} + \epsilon_{t-2}}_{z_{t-2}} + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\
z_t &= \underbrace{z_{t-4} + \epsilon_{t-3}}_{z_{t-3}} + \epsilon_{t-2} + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\
&\dots \\
z_t &= \sum_{i=0}^t \epsilon_{t-i}. \quad (1.4)
\end{aligned}$$

A partir de las ecuaciones (1.3) y (1.4) podemos calcular y comparar las respectivas varianzas y funciones de autocorrelación.

Varianza de un proceso I(0)

$$\begin{aligned}
\gamma_0 &= \text{Var}(x_t) = \text{Var}\left(\sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \epsilon_{t-i}\right) = \\
&= \sum_{i=0}^{\infty} \phi^{2i} \text{Var}(\epsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi^{2i} \sigma_{\epsilon}^2 = \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{1 - \phi^2}.
\end{aligned}$$

Dado que $|\phi| < 1$, la varianza de un proceso I(0), estacionario, es finita aun cuando $t \rightarrow \infty$.

Varianza de un proceso I(1)

$$\text{Var}(z_t) = \text{Var}\left(\sum_{i=0}^t \epsilon_{t-i}\right) = t\sigma_\epsilon^2 \quad \forall t.$$

En este caso, $\lim_{t \rightarrow \infty} t\sigma_\epsilon^2 \rightarrow \infty$ y por lo tanto la varianza de un proceso integrado de orden uno, I(1), es infinita.

Covarianzas de un proceso I(0)

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \text{Cov}(x_t, x_{t-1}) = E[x_t, x_{t-1}] = \\ &= E[(\phi x_{t-1} + \epsilon_t)x_{t-1}] = \\ &= E[\phi x_{t-1}^2 + \epsilon_t x_{t-1}] = \phi\sigma_x^2 = \\ &= \phi \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \phi^2} = \phi\gamma_0 \\ \gamma_2 &= \text{Cov}(x_t, x_{t-2}) = E[x_t, x_{t-2}] = \\ &= E[\phi x_{t-1}x_{t-2} + \epsilon_t x_{t-2}] = \\ &= \phi\gamma_1 + E[\epsilon_t x_{t-2}] = \phi^2\gamma_0 \\ \gamma_3 &= \text{Cov}(x_t, x_{t-3}) = E[x_t, x_{t-3}] = \\ &= E[\phi x_{t-1}x_{t-3} + \epsilon_t x_{t-3}] = \\ &= \phi\gamma_2 + E[\epsilon_t x_{t-3}] = \phi^3\gamma_0 \\ &\dots \\ \gamma_k &= \text{Cov}(x_t, x_{t-k}) = E[x_t, x_{t-k}] = \\ &= E[\phi x_{t-1}x_{t-k} + \epsilon_t x_{t-k}] = \\ &= \phi\gamma_{(k-1)} + E[\epsilon_t x_{t-k}] = \phi^k\gamma_0 \end{aligned}$$

Dado que el coeficiente de correlación de orden k es $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$, la función de correlación en un proceso estacionario es de la forma $\rho_k = \phi^k \quad \forall k > 0$. La condición $|\phi| < 1$ hace que esta función decrezca exponencialmente hacia cero de forma que su suma, $\sum_{k=0}^{\infty} \rho_k = \frac{1}{1-\phi}$, es finita.

Covarianzas de un proceso I(1)

$$\begin{aligned} \gamma_{k,t} &= E[z_t, z_{t-k}] = E\left[\left(\sum_{i=0}^t \epsilon_{t-i}\right)\left(\sum_{i=0}^{t-k} \epsilon_{t-k-i}\right)\right] = \\ &= E[(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{t-k} + \dots + \epsilon_t)(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{t-k})] = \\ &= E[\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \dots] + E[(\epsilon_1\epsilon_2) + (\epsilon_1\epsilon_3) + \dots] = (t-k)\sigma_\epsilon^2. \end{aligned}$$

La función de autocorrelación es la siguiente:

$$\rho_{k,t} = \frac{\gamma_{k,t}}{\sqrt{\gamma_{0,t}}\sqrt{\gamma_{0,t-k}}} = \frac{(t-k)\sigma_\epsilon^2}{\sqrt{t\sigma_\epsilon^2}\sqrt{(t-k)\sigma_\epsilon^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{t-k}{t}}$$

En este caso, a diferencia de los procesos estacionarios, la función de autocorrelación decae muy lentamente, tomando valores cercanos a 1 incluso en intervalos de tiempo amplios. En concreto, ocurre que $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{k,t} \rightarrow 1$. Este resultado produce una fuerte correlación de cada periodo con los anteriores. La representación gráfica de estos procesos es una serie que evoluciona *suavemente*, sin grandes altibajos. Además, puede producir localmente el efecto de una pendiente lineal, lo que puede llevar a concluir que la fuente de no estacionariedad es un componente determinista en lugar de una pendiente de naturaleza estocástica.

Como veremos con más detalle en la sección 1.3.2, no sólo la apariencia de la serie puede conducir a este error, sino también la aplicación de los métodos econométricos tradicionales.

Efecto de una innovación $\delta > 0$ en el periodo $t = 1$ en un proceso $I(0)$

$$\begin{aligned} x_t &= \phi x_{t-1} + \epsilon_t \\ t = 1 \quad x_1 &= \phi x_0 + \epsilon_1 + \delta \\ t = 2 \quad x_2 &= \phi x_1 + \epsilon_2 = \\ &= \phi(\phi x_0 + \epsilon_1 + \delta) + \epsilon_2 = \\ &= \phi(\phi x_0 + \epsilon_1) + \epsilon_2 + \phi\delta \\ &= \phi^2 x_0 + \phi\epsilon_1 + \epsilon_2 + \phi\delta \\ t = 3 \quad x_3 &= \phi x_2 + \epsilon_3 = \\ &= \phi(\phi x_1 + \epsilon_2) + \epsilon_3 = \\ &= \phi[\phi(\phi x_0 + \epsilon_1) + \epsilon_2 + \phi\delta] + \epsilon_3 \\ &= \phi^3 x_0 + \phi^2 \epsilon_1 + \phi\epsilon_2 + \epsilon_3 + \phi^2 \delta \end{aligned}$$

Siendo $|\phi| < 1$, el efecto del shock tenderá a anularse. Una innovación tiene sólo un efecto transitorio sobre una serie $I(0)$.

Efecto de una innovación $\delta > 0$ en el periodo $t = 1$ en un proceso $I(1)$

$$\begin{aligned} z_t &= z_{t-1} + \epsilon_t \\ t = 1 \quad z_1 &= z_0 + \epsilon_1 + \delta \\ t = 2 \quad z_2 &= z_1 + \epsilon_2 = \\ &= (z_0 + \epsilon_1 + \delta) + \epsilon_2 = \\ &= z_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \delta \\ t = 3 \quad z_3 &= z_2 + \epsilon_3 = \\ &= z_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \delta) + \epsilon_3 = \end{aligned}$$

$$= z_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \delta$$

El shock δ , ocurrido en el periodo $t = 1$, permanece con la misma fuerza en todos los periodos posteriores. Una innovación tiene un efecto permanente sobre una serie $I(1)$.

La tabla 1.1 resume las características consideradas aquí acerca de los procesos $I(0)$ e $I(1)$.

Tabla 1.1: Características básicas de las series $I(0)$ frente a $I(1)$

	ARMA estacionario	Proceso integrado $I(1)$
Varianza	Finita	Infinita
Función		
de autocorrelación	$\rho_k = \phi^k$	$\rho_k = \sqrt{\frac{t-k}{t}}$
Periodo de tiempo		
medio entre dos cruces consecutivos con el eje de abscisas	Finito	Infinito
Memoria	Temporal, corta	Permanente, larga

1.3.2. Regresión espúrea sobre una tendencia lineal determinista

A pesar de que el comportamiento determinista de una serie, recogido bien por una tendencia lineal, o bien, por variables ficticias estacionales, es la primera estructura que nos puede sugerir la gráfica de la serie, no es conveniente empezar estimando estos componentes por separado. Los trabajos de Phillips (1987*b*), Dickey y Fuller (1979*a*), muestran que las distribuciones de los estadísticos de significatividad tradicionales sobre los parámetros asociados a los componentes deterministas, se ven alterados en el caso de que en la serie exista alguna raíz unitaria no recogida en el modelo.

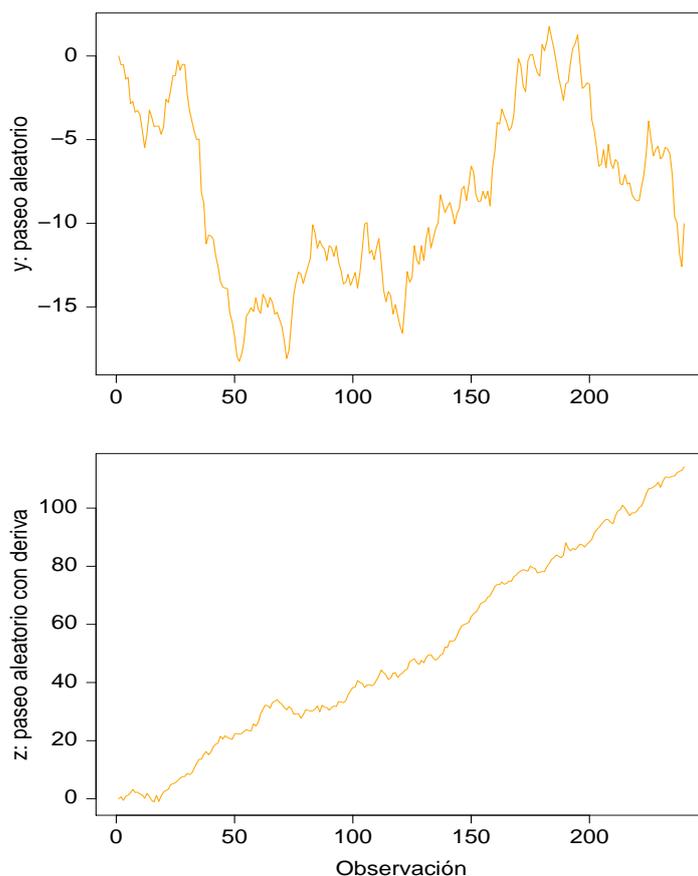
En concreto, advierten que, bajo la existencia de raíz unitaria en la frecuencia de largo plazo, se reduce la probabilidad de rechazar la no significatividad de una tendencia determinista. Esto se debe a que, en presencia de raíces unitarias, el estimador de mínimos cuadrados ordinarios [MCO] no mantiene las propiedades asintóticas de consistencia y normalidad, provocando un cambio en la distribución de los estadísticos habituales de contraste.

La tabla 1.2 recoge los resultados de un pequeño ejercicio de simulación en el que se observa este fenómeno. Supongamos que en el siguiente paseo aleatorio y_t y el paseo aleatorio con deriva z_t , representados en la figura 1.1,

$$z_t = z_{t-1} + \epsilon_t, \tag{1.5}$$

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \epsilon_t, \tag{1.6}$$

Figura 1.1: Paseo aleatorio y paseo aleatorio con deriva



donde $\epsilon_t \sim NID(0, \sigma_\epsilon^2)$, optamos por estimar una tendencia lineal determinista aplicando el estimador MCO sobre los siguientes modelos:

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \beta t + \epsilon_t, & t = 1, 2, \dots, n. \\ z_t &= \alpha + \beta t + \epsilon_t, & t = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \tag{1.7}$$

Los principales resultados de estas estimaciones se recogen en la tabla 1.2. Se observa que, tomando como referencia para el contraste de significatividad del término constante, t_α , y de la pendiente, t_β , el valor $\pm 1,96$, en el caso del paseo aleatorio no resultan significativos ninguno de estos dos términos, si bien, el coeficiente de determinación concede cierta representatividad al modelo, 42,63 %.

La posibilidad de incurrir en error en la especificación del modelo es más acusada en el caso de un paseo aleatorio con deriva. En este caso, tanto el término constante como la pendiente son significativos, además, el coeficiente de correlación obtenido como media es muy alto, 99,66 %. Lo primero se ve respaldado por el hecho de que el término constante en un paseo aleatorio con deriva se identifica con una pendiente en la serie, tal y como se observa al reescribir el proceso en función de las observaciones pasadas, ecuación (1.9).

Tanto el contraste de Ljung-Box como el de Durbin-Watson, empleados para contrastar la independencia en los residuos, no se ven alterados por el hecho de

que la serie sea integrada y ambos revelan la deficiencia del modelo empleado. Es aconsejable, por lo tanto, atender a la información que proporciona al menos uno de estos dos contrastes para evitar problemas de especificación incorrecta en el análisis de series temporales.

Tabla 1.2: Análisis estándar de regresión sobre dos paseos aleatorios

PGD ^a	t_α^b	t_β^b	R^2^b	Ljung-Box ^c	DW ^b
Paseo aleatorio	-0,31	-0,41	42,63	100	$3,22e - 04$
Paseo aleatorio con deriva	-2,51	300,85	99,66	100	$3,30e - 04$

La regresión estimada para cada PGD es: $y_t = \alpha + \beta t + \epsilon_t$.

El número de iteraciones es 1000.

^a El número de observaciones en cada proceso es 240.

^b Es el valor medio obtenido para cada estadístico.

^c Recoge el porcentaje de ocasiones en que ha sido rechazada la hipótesis de independencia en los residuos.

Reescribiendo las ecuaciones (1.5) y (1.6) en función de su pasado podemos ver cómo evoluciona cada proceso.

$$z_t = z_0 + \sum_{i=1}^t \epsilon_i, \quad (1.8)$$

$$y_t = y_0 + \mu t + \sum_{i=1}^t \epsilon_i, \quad (1.9)$$

Lo que ocurre es que, por ser el proceso generador de los datos un proceso integrado, su comportamiento responde a una continua acumulación de los shocks ϵ_t , como se ve en las ecuaciones (1.8) y (1.9). La suma acumulada de estos shocks aleatorios supone un crecimiento de la serie a lo largo del tiempo, pero es un crecimiento de naturaleza estocástica y no se debe a un comportamiento determinista que por cualquier motivo pudiera seguir la serie.

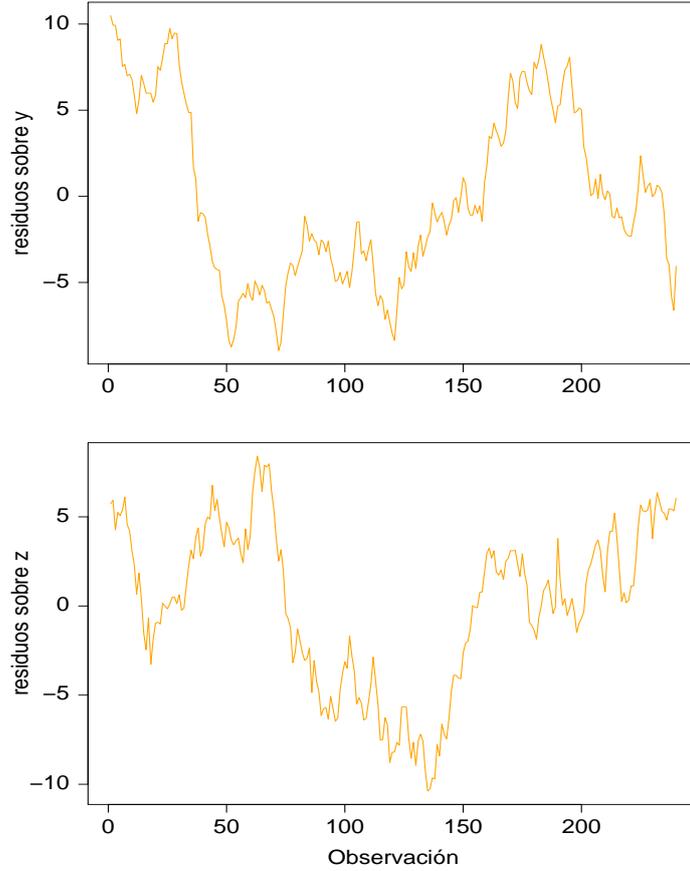
En la figura 1.2 observamos que es precisamente esta volatilidad que caracteriza a la serie lo que no se ha conseguido explicar y que por tanto, ha quedado como residuo o parte no explicada por el modelo (1.7).

Los resultados del anterior ejercicio de simulación se pueden justificar analíticamente derivando las propiedades asintóticas del estimador MCO en el contexto expuesto. A continuación se desarrollan los resultados que obtienen a este respecto Durlauf y Phillips (1988).

En primer lugar consideramos el caso en el que el proceso generador de los datos [PGD] es un paseo aleatorio con deriva. El estimador MCO de la ecuación (1.7) es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & \sum_{t=1}^T t \\ \sum_{t=1}^T t & \sum_{t=1}^T t^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T y_t \\ \sum_{t=1}^T ty_t \end{bmatrix}.$$

Figura 1.2: Residuos de la regresión de dos paseos aleatorios sobre una tendencia lineal



Calculando la matriz inversa obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (A)^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T t^2 & -\sum_{t=1}^T t \\ -\sum_{t=1}^T t & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T y_t \\ \sum_{t=1}^T ty_t \end{bmatrix},$$

donde $A = T \sum_{t=1}^T t^2 - (\sum_{t=1}^T t)^2$.

Realizando el producto matricial y sustituyendo el modelo (1.6) para la serie y_t , con $y_0 = 0$ y $\sum_{i=1}^t \epsilon_i = S_t$, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T t^2 \sum_{t=1}^T (S_t + \mu t) - \sum_{t=1}^T t \sum_{t=1}^T (tS_t + \mu t^2) \\ -\sum_{t=1}^T t \sum_{t=1}^T (S_t + \mu t) + T \sum_{t=1}^T (tS_t + \mu t^2) \end{bmatrix}$$

Por último, operando en las expresiones anteriores de los estimadores, multiplicando por $T^{-1/2}$ y reordenando los términos de forma que se puedan aplicar directamente los resultados habituales de convergencia para diferentes momentos muestrales, véase la tabla 1.3, obtenemos:

$$T^{-1/2}\hat{\alpha} = (T^{-4}A)^{-1} \left[T^{-3} \sum_{t=1}^T t^2 \left(T^{-3/2} \sum_{t=1}^T S_t \right) - T^{-2} \sum_{t=1}^T t \left(T^{-5/2} \sum_{t=1}^T tS_t \right) \right] \quad (1.10)$$

Tabla 1.3: Convergencia de momentos muestrales

Momento muestral	Distribución Normal	Proceso de Wiener
y_T/\sqrt{T}	$N(0, 1)$	$W(1)$
$T^{-1/2}(\sum_{t=1}^T S_t)/T$	$N(0, 1/3)$	$\sigma_u \int_0^1 W(r) dr$
$T^{-5/2} \sum_{t=1}^T tS_t$	$N(0, \theta)$ $\theta = \frac{1}{60}(8 - 25a + 20a^2)\sigma_u^2$	$\sigma_u \int_0^1 (r - a)W(r) dr$

Siguiendo los mismos pasos, pero ahora multiplicando por $T^{1/2}$, se obtiene:

$$T^{1/2}(\hat{\beta} - \mu) = (T^4 A^{-2}) \left[T \cdot T^{-7/2} \sum_{t=1}^T tS_t - T^{-2} \sum_{t=1}^T t \left(T^{-3/2} \sum_{t=1}^T S_t \right) \right] \quad (1.11)$$

Por otro lado, de los siguientes resultados matemáticos,

$$\sum_{t=1}^T t = (1/2) T(T + 1), \quad \sum_{t=1}^T t^2 = (1/6) T(T + 1)(2T + 1),$$

se obtienen otros dos resultados de convergencia:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-2} \sum_{t=1}^T t = \frac{1}{2}, \quad \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-3} \sum_{t=1}^T t^2 = \frac{1}{3}.$$

Aplicando lo anterior en las expresiones (1.10) y (1.11) y teniendo en cuenta los resultados de convergencia recogidos en la tabla 1.3 obtenemos finalmente dos expresiones que Durlauf y Phillips (1988) discuten en su artículo.

$$\begin{aligned} T^{-1/2}\hat{\alpha} &\Rightarrow 12 \left[(1/3)\sigma_u \int_0^1 W(r) dr - (1/2)\sigma_u \int_0^1 rW(r) dr \right] = \quad (1.12) \\ &= 4\sigma_u \int_0^1 W(r) dr - 6\sigma_u \int_0^1 rW(r) dr = \\ &= -6\sigma_u \int_0^1 (r - 2/3) W(r) dr \\ &\equiv N \left(0, \frac{2\sigma_u^2}{15} \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T^{1/2}(\hat{\beta} - \mu) &\Rightarrow 12\sigma_u \left[\int_0^1 rW(r) dr - (1/2) \int_0^1 W(r) dr \right] = \quad (1.13) \\ &= 12\sigma_u \int_0^1 (r - 1/2) W(r) dr \\ &\equiv N \left(0, \frac{6\sigma_u^2}{5} \right). \end{aligned}$$

De la expresión (1.12) se concluye que la estimación del término constante no es consistente y su distribución diverge cuando $T \rightarrow \infty$. La ecuación

(1.13) muestra que la estimación del coeficiente de la pendiente es consistente y converge a μ . La razón de este resultado se puede entender recordando que la ecuación (1.6) se puede reescribir como en (1.9), donde el término constante se transforma en una pendiente. La interpretación de los resultados de estos modelos de regresión revela que la tendencia lineal estimada es un elemento significativo en la serie, cuando en realidad, μ no es el elemento representativo de la tendencia, sino $\sum_{i=1}^T \epsilon_i$, esto es, una tendencia estocástica en lugar de una tendencia lineal.

Para el caso en que el modelo que representa la serie es un paseo aleatorio sin deriva, ecuación (1.5), siguiendo el mismo procedimiento se obtienen los siguientes resultados a los que también se refieren Durlauf y Phillips (1988):

$$\begin{aligned} T^{-1/2}\hat{\alpha} &\Rightarrow 4\sigma_u \int_0^1 W(r) dr - 6\sigma_u \int_0^1 rW(r) dr \equiv & (1.14) \\ &\equiv N\left(0, \frac{2\sigma_u^2}{15}\right). \end{aligned}$$

$$T^{1/2}\hat{\beta} \Rightarrow 12\sigma_u \left[\int_0^1 rW(r) dr - (1/2) \int_0^1 W(r) dr \right] \equiv N\left(0, \frac{6\sigma_u^2}{5}\right). \quad (1.15)$$

En este caso ocurre también que la estimación del término constante no es consistente y su distribución diverge cuando $T \rightarrow \infty$. El estimador de la pendiente sí es consistente y converge al verdadero valor cero.

1.4. Estacionalidad determinista y estacionalidad estocástica

Durante muchos años la estacionalidad ha sido entendida principalmente como un *ruido* que oculta la información relevante para el análisis económico. Este tratamiento que se daba al componente estacional procedía de la dificultad teórica que se encontraba al explicar las fluctuaciones que se separan del ciclo-tendencia. Los argumentos que se daban para explicar estos movimientos de la serie en el corto plazo eran siempre en términos de fenómenos deterministas, como las condiciones meteorológicas de cada estación, los periodos vacacionales u otros fenómenos conocidos que ocurren regularmente en la economía. En consecuencia, el tratamiento de los datos previo a cualquier análisis económico era su *desestacionalización* por medio de algún *filtro* que eliminara el efecto estacional. A menudo, los propios organismos oficiales proporcionan los datos ya desestacionalizados.

Los procedimientos de desestacionalización en este caso son varios, dependiendo del estudio que se quiera realizar. El filtro más simple que se puede aplicar son las variables ficticias estacionales incluidas en la ecuación de regresión. El filtro de diferencias estacionales empleado en la metodología desarrollada por Box y Jenkins (1976) elimina las raíces unitarias en la frecuencia de largo plazo y en todas las frecuencias estacionales. La Oficina del Censo de EE.UU. ha elaborado filtros más complejos como el X-11 ó X-12, (Shiskin et al. (1967)), a partir de los cuales ofrecen los datos desestacionalizados. En la Teoría de los

Ciclos Económicos son comunes los *filtros pasabanda*, por medio de los cuales se filtran las frecuencias más bajas, relacionadas con la tendencia, y aquellas frecuencias altas que recogen el comportamiento estacional del corto plazo.

Diferentes artículos, (Wallis (1974), Sims (1974)), muestran que el análisis de regresión con series desestacionalizadas por medio del filtro X-11, donde el usuario ha de elegir unos filtros iniciales, puede ser erróneo si no se aplican los mismos filtros a las series, ya que se pueden distorsionar las relaciones entre las distintas variables.

A pesar de este y otros inconvenientes presentes en este tipo de procedimientos, se puede decir que ha sido básicamente, la constatación de que el patrón estacional en las series temporales macroeconómicas es a menudo mayor y menos regular de lo que se pensaba, lo que ha impulsado la redefinición de este concepto y el desarrollo de una nueva metodología.

Hoy en día es comúnmente aceptada la definición de Hylleberg (1992) sobre la estacionalidad:

La estacionalidad es el movimiento sistemático, aunque no necesariamente regular, producido en las variables económicas durante el curso del año, debido a que los cambios de la meteorología, las características de los distintos periodos del calendario y el momento de la toma de decisiones, afectan directa o indirectamente a las decisiones de consumo y de producción tomadas por los agentes de la economía. Estas decisiones están influenciadas por las dotaciones, las expectativas y preferencias de los agentes, y las técnicas de producción disponibles en la economía.

Al igual que ocurría en el caso del componente de tendencia, la estacionalidad puede ser de naturaleza determinista o estocástica. La primera de ellas se configura por medio de unas ponderaciones fijas sobre las observaciones de una misma estación:

$$y_t = \sum_{i=1}^S \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1), \quad (1.16)$$

donde D_i son variables ficticias estacionales que toman valor 1 en la estación i y 0 en el resto. En este caso, para obtener estacionariedad en la serie se elimina el componente estacional estimado por medio de la siguiente transformación: $y_t^* = y_t - \sum_{i=1}^S \hat{\gamma}_i D_{i,t}$, donde $\hat{\gamma}_i$ son las estimaciones por MCO en la regresión (1.16).

La segunda responde al efecto que se produce cuando la serie sigue un proceso autorregresivo de orden S .

$$y_t = \phi y_{t-s} + \epsilon_t = \phi^t y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \epsilon_{t-i}, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1). \quad (1.17)$$

Cuando $|\phi| < 1$ el proceso es estacionario y los resultados asintóticos tradicionales no se ven alterados. Cuando $\phi = 1$, la estacionalidad responde al efecto que produce la acumulación de los shocks ocurridos en cada estación. La transformación apropiada en este caso para obtener estacionariedad consiste en tomar

diferencias estacionales, $(1 - L^S)y_t \equiv \Delta_S y_t$. Este filtro estacional contiene más de una raíz de módulo 1. En particular la diferencia estacional se puede descomponer en el producto de varios polinomios a los que se asocia una frecuencia. En la tabla 1.4 se relacionan las raíces de cada uno de estos polinomios con las frecuencias, mostrando en cada caso el filtro que elimina el ciclo generado por cada frecuencia.

Tabla 1.4: Frecuencias en series estacionales

Frecuencia	Periodo	Ciclos/ año	Raíz	Filtro	
Series mensuales					
0	Largo plazo	∞	0	1	$(1 - L)$
$\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$	Anual	12; 1,09	1; 11	$\frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i)$	$(1 - \sqrt{3}L + L^2)$
$\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$	Semianual	6; 1,2	2; 10	$\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$	$(1 - L + L^2)$
$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$		4; $\frac{4}{3}$	3; 9	$\pm i$	$(1 + L^2)$
$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$		3; 1,5	4; 8	$-\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$	$(1 + L + L^2)$
$\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$		2,4; 1,7	5; 7	$-\frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i)$	$(1 + \sqrt{3}L + L^2)$
π		2	6	-1	$(1 + L)$
Series trimestrales					
0	Largo plazo	∞	0	1	$(1 - L)$
$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$	Anual	4; $\frac{4}{3}$	1; 3	$\pm i$	$(1 + L^2)$
π	Semianual	2	2	-1	$(1 + L)$

En ambos procesos, (1.16) y (1.17), se crea el efecto de un patrón estacional permanente. Con $\phi = 1$, en (1.17) se genera además una varianza que aumenta con el tiempo. Sin embargo, en el caso de un componente estacional de naturaleza puramente estocástica, ecuación (1.17) con $\phi = 1$, un shock exógeno que intervenga en la serie puede provocar un cambio en la estructura del patrón estacional, ya que su efecto permanecerá indefinidamente en la serie.

La distinción entre un proceso en el que el componente estacional se genera de acuerdo a la expresión (1.16) y (1.17) no es inmediata. En el modelo (1.17) con $\phi = 1$, los contrastes de significatividad sobre los componentes deterministas, $\sum_{i=1}^S \gamma_i D_{i,t}$, no siguen la distribución habitual, igual que ocurría en el caso de la tendencia. A su vez, los resultados de los contrastes elaborados para detectar una raíz unitaria en cierta frecuencia dependen de los componentes deterministas que se consideren en las regresiones auxiliares de dichos contrastes. De ahí la dificultad de obtener un método que permita desestacionalizar las series de forma mecánica, como se pretende en los organismos oficiales encargados de elaborar grandes bases de datos.

En la sección 1.8 se define el método de análisis seguido en las aplicaciones de este trabajo. Teniendo en cuenta las características de los gráficos y contrastes presentados en las secciones 1.6 y 1.7, se decide una estrategia de análisis que permite detectar en qué frecuencias es integrada la serie, así como los componentes deterministas presentes en ella.

1.5. Interpretación de los componentes deterministas en una serie en diferencias estacionales

Un proceso estacionario en diferencias estacionales supone que cada estación sigue un paseo aleatorio. En esta sección analizaremos el efecto que tiene sobre este proceso la inclusión de componentes deterministas. Tal y como se explicó en la sección 1.2, página 9, en este apartado seguiremos la notación empleada por Franses (1996).

$$\Delta y_{s,T} = \alpha + \beta t + \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_j D_{s,T} + \epsilon_t, \quad t = 0, \dots, N \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1)$$

La regresión auxiliar (1.18) trata los datos tomando diferencias estacionales en ellos. En el caso de que se haya tomado logaritmos a la serie, la variable dependiente en la regresión (1.18) recoge las tasas de crecimiento estacionales en la serie original. Esto implica que los resultados de los contrastes para los componentes deterministas hay que trasladarlos a la serie original. Para ver cuál es la interpretación de cada uno de estos componentes es útil reescribir la ecuación (1.18) en términos de la serie original. Despejando $y_{s,T}$ e iterando el proceso hacia atrás hasta llegar al periodo inicial $y_{s,0}$, obtenemos una expresión de y_t en función de y_0 y del componente considerado. A continuación se obtienen y representan dichas expresiones para el caso en que en la ecuación (1.18) se incluye sólo un término constante α ; un término constante y una tendencia β ; sólo variables ficticias estacionales γ_s , $s = 1, \dots, S$.

Efecto de un término constante, α , en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original. (Véase la figura 1.3):

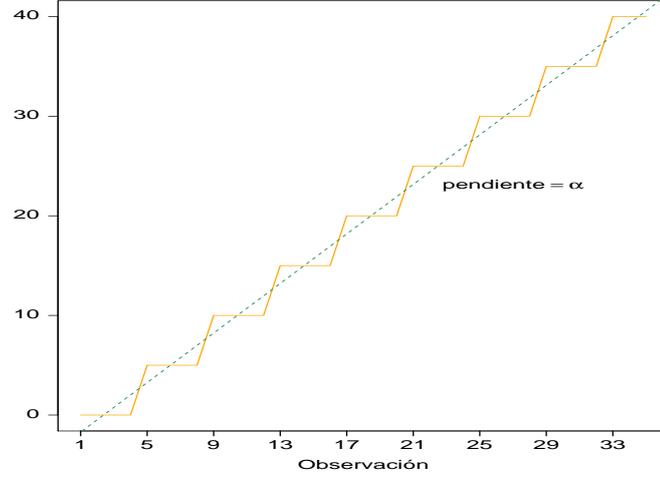
$$\begin{aligned} \Delta y_{s,T} &= \alpha, \quad \text{para } s = 1, 2, \dots, S \text{ y } T = 0, 1, \dots, N \\ y_{s,T} &= y_{s,T-1} + \alpha \\ y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-2} + \alpha + \alpha}_{y_{s,T-1}} = y_{s,T-2} + 2\alpha \\ y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-3} + \alpha + 2\alpha}_{y_{s,T-2}} = y_{s,T-3} + 3\alpha \\ y_{s,T} &= \dots \\ y_{s,T} &= y_{s,0} + T\alpha, \quad T = \left[\frac{t}{S} \right] \end{aligned}$$

donde $s = 1, 2, \dots, S$ y $[F]$ se refiere a la parte entera de F .

Efecto de una pendiente, β , en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original. (Véase la figura 1.4):

$$\Delta y_{s,T} = \alpha + \beta t, \quad \text{para } t = 0, \dots, N \quad s = 1, 2, \dots, S \text{ y } T = 0, 1, \dots, N$$

Figura 1.3: Efecto de un intercepto en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original

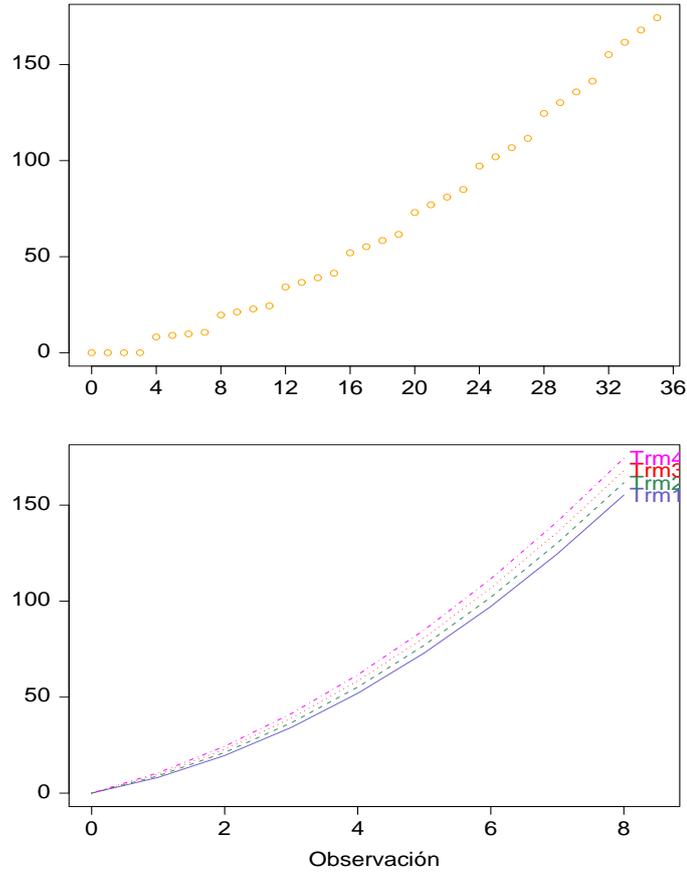


$$\begin{aligned}
 y_{s,T} &= y_{s,T-1} + \alpha + \beta t \\
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-2} + \alpha + \beta(t-S)}_{y_{s,T-1}} + \alpha + \beta t \\
 &= y_{s,T-2} + 2(\alpha + \beta t) - \beta S \\
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-3} + \alpha + \beta(t-2S)}_{y_{s,T-2}} + 2\beta t + 2\alpha - \beta S \\
 &= y_{s,T-3} + 3(\alpha + \beta t) - 3\beta S \\
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-4} + \alpha + \beta(t-3S)}_{y_{s,T-3}} + 3\beta t + 3\alpha - 3\beta S \\
 &= y_{s,T-4} + 4(\alpha + \beta t) - 6\beta S \\
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-5} + \alpha + \beta(t-4S)}_{y_{s,T-4}} + 4\beta t + 4\alpha - 6\beta S \\
 &= y_{s,T-5} + 5(\alpha + \beta t) - 10\beta S \\
 y_{s,T} &= \dots \\
 y_{s,T} &= y_{s,0} + T(\alpha + \beta t) - \frac{T(T-1)}{2}\beta S
 \end{aligned}$$

Efecto de variables ficticias estacionales, γ_s , $s = 1, \dots, S$ en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original. (Véase la figura 1.5):

$$\begin{aligned}
 \Delta y_{s,T} &= \sum_{j=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T}, \quad \text{para } s = 1, 2, \dots, S \text{ y } T = 0, 1, \dots, N \\
 y_{s,T} &= y_{s,T-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T}
 \end{aligned}$$

Figura 1.4: Efecto de una pendiente en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original



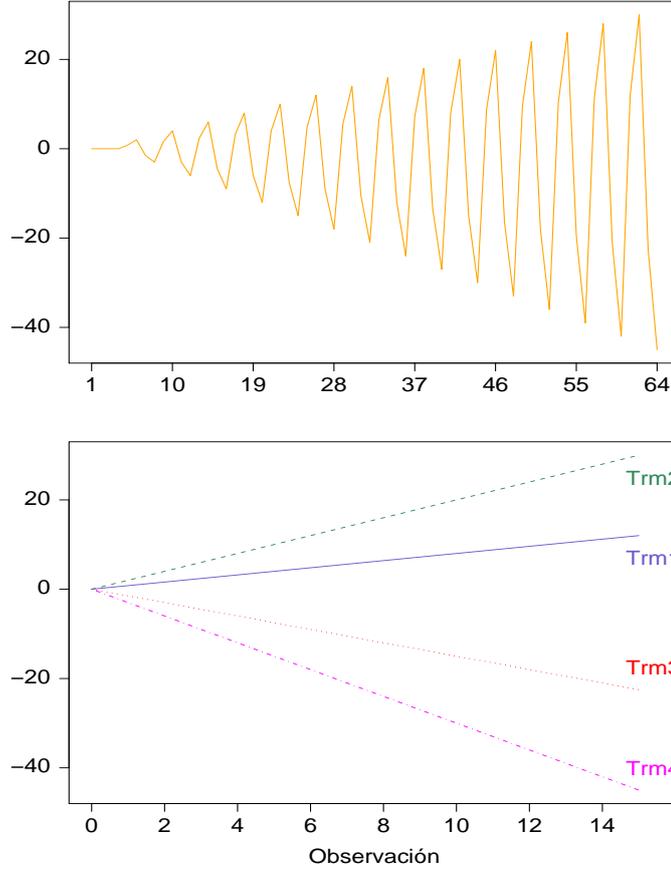
$$\begin{aligned}
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-2} + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T-1}}_{y_{s,T-1}} + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T} = y_{s,T-2} + 2 \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T} \\
 y_{s,T} &= \underbrace{y_{s,T-3} + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T-2}}_{y_{s,T-2}} + 2 \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T} = y_{s,T-3} + 3 \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T} \\
 y_{s,T} &= \dots \\
 y_{s,T} &= y_{s,0} + T \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{s,T}
 \end{aligned}$$

De esta manera, cada estación sigue una tendencia lineal.

Un último comentario sobre la interpretación y estimación de los componentes deterministas en las siguientes regresiones:

$$y_t = \alpha + \beta t + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{st} + \sum_{i=1}^{P_1} \phi_i y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1.18)$$

Figura 1.5: Efecto de variables ficticias estacionales en la serie de diferencias estacionales sobre la serie original



$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{st} + \sum_{i=1}^{P_2} \phi_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1.19)$$

$$\Delta^S y_t = \alpha + \beta t + \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_s D_{st} + \sum_{i=1}^S \pi_i y_{it} + \sum_{i=1}^{P_3} \phi_i \Delta^S y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1.20)$$

La ecuación (1.18) es simplemente la regresión de la serie original sobre los componentes deterministas, donde además se elige un número de retardos, P , de la variable dependiente para obtener estacionariedad en los residuos.

Las ecuaciones (1.19) y (1.20) son las regresiones auxiliares del contraste de Dickey y Fuller (1981) y Hylleberg et al. (1990) que veremos en la sección 1.7.

Como hemos visto en esta sección, la interpretación de los componentes deterministas en una regresión sobre la serie en diferencias no es la misma que sobre la serie original. No obstante, puede ocurrir que las estimaciones de estos componentes coincidan en los tres modelos. Esto sucederá cuando se den las siguientes condiciones:

- Cuando $P_1 = P_2 + 1$; $\hat{\phi}_1^1 = 1 + \hat{\rho}^2 + \hat{\phi}_1^2$; $\sum_{i=2}^{P_1-1} \hat{\phi}_i^1 = -(\hat{\phi}_{i-1}^2 - \hat{\phi}_i^2)$ y $\hat{\phi}_{P_1}^1 = -\hat{\phi}_{P_1-1}^2$, el modelo (1.18) es equivalente a (1.19).

- Cuando $P_1 = P_3 + S$; $\hat{\phi}_i^1 = \hat{\phi}_i^2$, $i = 1, \dots, P_3$; $\hat{\phi}_i^1 = \hat{\phi}_{i-s}^1$, $i = 1, \dots, P_3$; $\hat{\pi}_i = 0$, $i = 1, \dots, S$ y $\hat{\phi}_s^1 = 1$, el modelo (1.18) es equivalente a (1.20).

1.6. Análisis gráfico

Antes del análisis estadístico de cualquier serie temporal es útil observar su representación gráfica. El análisis gráfico sirve de guía para describir las características generales de la serie, las cuales, después del correspondiente análisis estadístico pueden ser confirmadas y detalladas. Asimismo, en la aplicación de los contrastes estadísticos es conveniente tener cierta orientación acerca de los rasgos generales de la serie.

El gráfico de la serie original no siempre muestra una información suficientemente nítida que permita realizar una primera aproximación a la estructura de la serie. En esta sección describiremos un conjunto de gráficos auxiliares en los que se hacen visibles características propias de la serie como: la estacionariedad en media y varianza, el patrón estacional, la regularidad en el comportamiento de la serie, etc. Los gráficos más relevantes que serán empleados en las aplicaciones de este trabajo son los descritos a continuación.

1.6.1. Transformaciones de la serie

En este apartado se presentan los gráficos de diferentes transformaciones de la serie original que, fundamentalmente, permiten analizar la estacionariedad de la serie en media y varianza y la presencia de un componente estacional.

- Gráfico rango-media: Recoge la influencia que tiene la media de la serie sobre la varianza de ésta. Para ello se calcula en varias submuestras de la serie el rango y la media de ésta, obteniéndose una nube de puntos en el plano rango-media. El número de observaciones empleadas es arbitrario y aquí tomaremos la raíz cuadrada del número total de observaciones. También se recoge la correlación entre el rango y la media a partir de los puntos obtenidos anteriormente.

En el caso de que la serie sea estacionaria en varianza los puntos se encontrarán en torno a una franja horizontal, indicando que no existe dependencia entre la media y la varianza. En series económicas es habitual que la varianza de la serie crezca con la media, la cual suele crecer con el tiempo. La transformación Box-Cox permite eliminar el efecto de distintas relaciones entre la media y la varianza. En el caso del tipo de heterocedasticidad habitual en series económicas, la estacionariedad en varianza se obtiene frecuentemente tomando logaritmos en la serie original.

- Diferencias de primer orden y diferencias estacionales: Las diferencias de primer orden eliminan el componente de largo plazo de la serie, esto es, la tendencia. De esta forma se obtiene la estacionariedad en media de la serie y a veces se consigue homogeneizar también la varianza. Asimismo, en este gráfico quedan resaltados los trazos que configuran el patrón estacional, ofreciendo una visión general de este componente.

El gráfico de las diferencias estacionales, por su parte, elimina las raíces unitarias en las frecuencias estacionales y del largo plazo además del posible patrón estacional determinista de la serie.

1.6.2. Espectro

Un suavizado del periodograma nos permite obtener una estimación consistente de la densidad espectral. Considerando la serie como una suma de ciclos generados por distintas frecuencias, este gráfico muestra la variabilidad de la serie que es explicada por cada frecuencia. En los gráficos del capítulo 2, el eje de ordenadas recoge la densidad espectral y el eje de abscisas los ciclos asociados a cada frecuencia.

Los resultados estadísticos que explican el procedimiento para la estimación del espectro, así como las implicaciones que tiene el estudio de la serie en el dominio de la frecuencia son amplios y conducen a aplicaciones que quedan fuera del objeto de estudio de este trabajo.

La interpretación principal que este gráfico nos permite realizar es la siguiente. Observando las frecuencias estacionales, podemos valorar la relevancia del componente estacional de la serie. Cuando estas frecuencias generan ciclos que influyen y determinan la evolución de la serie, observaremos que éstas aparecen resaltadas en el gráfico explicando una parte importante de la varianza de la serie. Así, podremos valorar la presencia o no de un componente estacional en la serie y su importancia.

1.6.3. Correlogramas

Los correlogramas son la representación gráfica de las funciones de autocorrelación [FAC] y de autocorrelación parcial [FACP] muestrales. A partir del análisis de estacionariedad, la metodología desarrollada por Box y Jenkins (1976) permite determinar los órdenes de un modelo ARMA estacional multiplicativo para la serie estacionaria.

Cuando en el gráfico de las diferencias de primer orden no se observa una estructura estacional clara, la significatividad de las correlaciones de orden estacional permite constatar la presencia o no de este componente.

Los correlogramas de la serie también aportan información sobre la estacionariedad de la serie. Cuando el componente de largo plazo y/o el patrón estacional no es estacionario, las correlaciones, regulares y/o estacionales, tenderán a ser significativas aun para órdenes elevados.

En las aplicaciones de este trabajo se presentan para cada serie los correlogramas de la serie original, de la serie en primeras diferencias, en diferencias estacionales y en diferencias de primer orden y estacionales.

1.6.4. Gráficos de Buys-Ballot

En estos gráficos se representan individualmente los valores que toma la serie en cada estación, mostrando la evolución de cada trimestre/mes de la serie. De esta forma se pretende analizar tanto la estructura como la regularidad del patrón estacional.

Por un lado, permite detectar cuál es el comportamiento habitual de la serie en cada estación: en qué estaciones la serie toma los valores más altos o más bajos, cómo se produce la transición de una estación a otra, etc. A su vez, se puede discutir si las regularidades observadas anteriormente se mantienen durante todo el periodo muestral o si, por el contrario, el patrón estacional ha cambiado.

En el caso de que el patrón estacional sea determinista, la representación de cada estación debería mostrar que éstas evolucionan de forma paralela, sin producirse cruces entre unas y otras. Lo contrario es señal de que este comportamiento no es tan sistemático o que se ha producido un cambio en el patrón estacional.

Es necesario realizar estos gráficos no sólo sobre la serie original sino también sobre la serie en primeras diferencias, para evitar que la tendencia de la serie en el largo plazo oculte la información sobre la evolución en el corto plazo.

La representación de estos gráficos para la serie original simulando el espacio de tres dimensiones y la representación de las curvas de nivel del gráfico anterior facilitará la interpretación de éstos.

1.6.5. Descomposición del filtro de diferencias estacional

Los gráficos de los filtros estacionales son la representación de la serie temporal filtrando la raíz unitaria de la frecuencia cero y todas las raíces unitarias estacionales salvo aquélla que se quiere representar. Esto se realiza a partir de la descomposición del filtro estacional $(1 - L^s)y_t$ que se realiza en Hylleberg et al. (1990) y que se explicará en la sección (1.7).

En el caso de series trimestrales se obtiene los siguientes gráficos:

- $y_{1,t} = (1 + L)(1 + L^2)y_t = (1 + L + L^2 + L^3)y_t$, elimina todas las raíces unitarias estacionales, manteniendo la posible raíz unitaria de la frecuencia cero, el largo plazo.
- $y_{2,t} = (1 - L)(1 + L^2)y_t = (1 - L + L^2 - L^3)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo π .
- $y_{3,t} = (1 - L)(1 + L)y_t = (1 - L^2)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{\pi}{2}$ y su alias $\frac{3\pi}{2}$.

En el caso de series mensuales se obtienen los siguientes gráficos:

- $y_{1,t} = (1 + L)(1 + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t$, elimina las raíces unitarias estacionales, manteniendo la posible raíz unitaria de la frecuencia cero, el largo plazo.
- $y_{2,t} = (1 - L)(1 + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo π .
- $y_{3,t} = (1 - L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{\pi}{2}$ y su alias $\frac{3\pi}{2}$.
- $y_{4,t} = (1 - L^4)(1 - \sqrt{3}L + L^2)(1 + L^2 + L^4)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{5\pi}{6}$ y su alias $\frac{7\pi}{6}$.

- $y_{5,t} = (1 - L^4)(1 + \sqrt{3}L + L^2)(1 + L^2 + L^4)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{\pi}{6}$ y su alias $\frac{11\pi}{6}$
- $y_{6,t} = (1 - L^4)(1 - L + L^2)(1 - L^2 + L^4)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{2\pi}{3}$ y su alias $\frac{4\pi}{3}$.
- $y_{7,t} = (1 - L^4)(1 + L + L^2)(1 - L^2 + L^4)y_t$, elimina las raíces unitarias en todas las frecuencias salvo $\frac{\pi}{3}$ y su alias $\frac{5\pi}{3}$.

1.7. Contrastes de raíces unitarias

En esta sección se presentan algunos de los contrastes desarrollados para detectar la existencia de raíces unitarias. Los primeros trabajos realizados en este campo, (Fuller, 1976; Dickey y Fuller, 1979b, 1981; Phillips y Perron, 1988; Kwiatkowski et al., 1992), se centraron en el análisis de la existencia de una posible raíz unitaria en la frecuencia cero, el largo plazo. De esta forma, se puede conocer si el componente de tendencia de la serie es de naturaleza determinista o estocástica.

A medida que se fue asumiendo que el patrón estacional es menos estable y regular de lo que los argumentos teóricos sugerían, la metodología desarrollada en los trabajos anteriores se extendió al análisis de las frecuencias estacionales (Dickey, Hasza y Fuller, 1984; Hylleberg, Engle, Granger y Yoo, 1990; Canova-Hansen:95).

Las frecuencias estacionales son $\omega = \frac{2\pi j}{S}$ $j = 1, \dots, \left[\frac{S}{2}\right]$, donde S es el número de observaciones por año, 4 ó 12 según sea la serie trimestral o mensual. La tabla 1.4, página 21, resume las características de estas frecuencias. Las raíces complejo-conjugadas se corresponden con dos ciclos estacionales. El filtro para cada frecuencia es el polinomio de retardos que, aplicado sobre la serie original, elimina la raíz unitaria en la correspondiente frecuencia.

1.7.1. Contraste ADF

Este contraste permite detectar la existencia de una raíz unitaria en la frecuencia cero a partir de un proceso AR(1) como el siguiente:

$$y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \epsilon_t,$$

donde la hipótesis nula es $\rho = 1$. En la práctica es más cómodo calcular el estadístico t , para la hipótesis nula en que un coeficiente es cero, reescribiendo el modelo anterior como:

$$\Delta y_t = \beta + \phi y_{t-1} + \epsilon_t.$$

La hipótesis nula de integración es equivalente a contrastar $\phi = 0$. El estadístico se calcula de la forma habitual $\tau_\phi = \frac{\hat{\phi}}{\hat{\sigma}_\phi}$.

La distribución de este estadístico depende de los componentes deterministas incluidos en el modelo. En particular, Dickey y Fuller (1981) consideran las

siguientes versiones:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \phi y_{t-1} + \epsilon_t, \\ \Delta y_t &= \alpha + \phi y_{t-1} + \epsilon_t, \\ \Delta y_t &= \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + \epsilon_t,\end{aligned}$$

Por último, hay que tener en cuenta que la distribución varía ligeramente en función del tamaño muestral y que el proceso generador de datos sobre el que se han simulado las tablas es un paseo aleatorio. La inclusión de retardos de la serie en primeras diferencias no afecta, sin embargo, a la distribución asintótica del estadístico. Así, en la práctica suele ser necesario incluir aquéllos retardos que permitan satisfacer la condición de la hipótesis nula, según la cual los residuos han de ser ruido blanco. Esta variante de la regresión auxiliar se conoce como contraste aumentado de Dickey-Fuller [ADF].

Existen diferentes métodos de selección de los retardos. En las aplicaciones realizadas en este trabajo el método de selección se basa en el criterio de Schwarz [BIC] y el contraste de Ljung-Box.

Las tablas para el contraste de la hipótesis nula $\phi = 0$ son las recogidas por Fuller (1976, pp.373). La hipótesis alternativa es $-2 < \phi < 0$, puesto que $\phi > 0$ implica $\rho > 1$, esto es, un comportamiento explosivo que detectaríamos fácilmente en el gráfico de la serie. De esta manera el contraste se realiza por la cola izquierda.

La significatividad de los componentes deterministas se puede contrastar a partir de un estadístico t siguiendo las tablas I-III de Dickey y Fuller (1981). El contraste de raíz unitaria conjunto con los componentes deterministas se puede realizar a partir del correspondiente estadístico F y siguiendo las tablas IV-VI de Dickey y Fuller (1981).

1.7.2. Contraste de KPSS

El contraste ADF presentado anteriormente permite rechazar la hipótesis de raíz unitaria en la frecuencia cero cuando la serie es estacionaria en dicha frecuencia, pero cuando la serie es realmente integrada, sería interesante disponer de un contraste que permita rechazar la hipótesis de estacionariedad.

Éste es el objetivo del contraste de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992), donde se diseña un estadístico en el que la hipótesis nula es la inversa al caso de ADF, esto es, estacionariedad. La estrategia seguida consiste en contrastar la significatividad de la varianza de u_t en los siguientes modelos de componentes no observables:

$$\begin{aligned}y_t &= \psi t + r_t + \epsilon_t, \\ r_t &= r_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim iid(0, \sigma_u^2),\end{aligned}$$

donde el valor inicial r_0 es fijo, realizando la función de un término constante. Los residuos ϵ_t son estacionarios. Si la serie es estacionaria en torno a una tendencia determinista, se tiene que $\sigma_u^2 = 0$, mientras que en otro caso, la tendencia sigue un paseo aleatorio en torno a una recta de pendiente ψ .

El segundo de los modelos es:

$$\begin{aligned} y_t &= r_t + \epsilon_t \\ r_t &= r_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim iid(0, \sigma_u^2), \end{aligned}$$

siendo en este caso la hipótesis nula estacionariedad en nivel, con $\sigma_u^2 = 0$.

En función de la hipótesis nula que se quiera contrastar, estacionariedad en torno a una tendencia o estacionariedad en nivel, se emplean los respectivos residuos de las siguientes regresiones estimadas por MCO:

$$y_t = \alpha + \beta t + e_t, \quad e_t = y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} t, \quad (1.21)$$

para la hipótesis nula de estacionariedad en torno a una tendencia,

$$y_t = \alpha + e_t \quad e_t = y_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t, \quad (1.22)$$

para la hipótesis nula de estacionariedad en nivel.

El estadístico de contraste para ambas hipótesis nulas es el siguiente:

$$\mu = T^{-2} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{s^2(l)}, \quad (1.23)$$

donde $S_t = \sum_{i=1}^t e_i$, $t = 1, 2, \dots, n$. Por último, $s^2(l)$, definido en (1.24), es un estimador consistente de la varianza de los residuos e_t que satisface las condiciones de regularidad descritas en Phillips (1987a) supuesto 2.1. Esto permite que los residuos pertenezcan a un conjunto menos restringido que el supuesto $id \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$, en particular se permite cierto grado de correlación entre ellos.

$$s^2(l) = n^{-1} \sum_{t=1}^n e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}. \quad (1.24)$$

La función de ponderaciones $w(s, l)$ es la propuesta por Newey y West (1987) y se define como $w(s, l) = 1 - \frac{s}{l+1}$. Para obtener consistencia en la estimación de la varianza de los residuos es necesario que el parámetro de truncamiento l tienda a infinito a medida que el tamaño muestral tiende también a infinito. En las aplicaciones de este trabajo se presentan los resultados de este contraste para valores de l entre 1 y 4.

Kwiatkowski et al. (1992) obtienen la distribución del estadístico (1.23) bajo las dos hipótesis nulas y muestran los valores críticos simulados para ambos casos.

1.7.3. Contraste de HEGY

Con el objetivo de analizar la variabilidad del componente estacional y de la tendencia, Dickey, Hasza y Fuller (1984) extienden el test de Dickey y Fuller (1979b, 1981) al caso de series estacionales. Para ello estiman y obtienen los valores críticos de los estadísticos en la siguiente regresión auxiliar:

$$(1 - L^s)y_t = \phi y_{t-s} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, \sigma_\epsilon^2). \quad (1.25)$$

En la práctica, sin embargo, no tiene porqué ocurrir necesariamente que tanto la tendencia como la estacionalidad sean estocásticas, ni tampoco tienen porqué existir raíces unitarias en todas las frecuencias estacionales. Sería interesante, por tanto, disponer, como regresores en la regresión auxiliar, de los propios ciclos generados por cada frecuencia. Esto es lo que hacen Hylleberg Engle, Granger y Yoo (1990) [HEGY] descomponiendo el operador de diferencia estacional.

Lagrange demuestra que cualquier polinomio de orden p , $\varphi(L)$, posiblemente con raíces complejas en las frecuencias θ_k , se puede expresar como:

$$\varphi(L) = \sum_{k=1}^s \lambda_k \Delta(L) \frac{1 - \delta_k(L)}{\delta_k(L)} + \Delta(L) \varphi^*(L), \quad (1.26)$$

donde

$$\begin{aligned} \delta_k(L) &= 1 - \frac{1}{\theta_k}(L), \\ \lambda_k &= \frac{\varphi(\theta_k)}{\prod_{j \neq k} \delta_j(\theta_k)}, \\ \Delta(L) &= \prod_{k=1}^s \delta_k(L), \end{aligned}$$

siendo $\varphi^*(L)$ un resto con raíces fuera del círculo unidad y θ_k son las raíces de la frecuencia cero y estacionales que aparecen en la tabla 1.4. A partir de esta proposición, Hylleberg et al. (1990) derivan la regresión auxiliar para el caso de series trimestrales, en la que es posible contrastar la existencia de raíz unitaria en cada una de las frecuencias. Esta regresión es la siguiente:

$$\varphi^*(L) \Delta^4 y_t = \sum_{i=1}^4 \pi_i y_{i,t} + \epsilon_t, \quad (1.27)$$

en la que se pueden incluir un término constante, una tendencia lineal y/o variables ficticias estacionales. Cada uno de los regresores $y_{i,t}$, definidos en el apartado 1.6.5 (véase la página 28 y la tabla 1.4 en la página 21), recoge un solo ciclo.

- $y_{1,t}^* = y_{1,t-1}$,
- $y_{2,t}^* = -y_{2,t-1}$,
- $y_{3,t}^* = -y_{3,t-2}$,
- $y_{3,t}^* = -y_{3,t-1}$.

El contraste sobre la hipótesis de raíz unitaria en la frecuencia cero se realiza calculando el estadístico tipo t para $\pi_1 = 0$, la hipótesis de raíz unitaria en la frecuencia π equivale a contrastar $\pi_2 = 0$, mientras que la misma hipótesis en las frecuencias con raíces complejo-conjugadas se puede realizar con el estadístico t para $\pi_3 = 0$ y para $\pi_4 = 0$, o bien, realizando un contraste conjunto tipo F .

Burrige y Taylor (2001) demuestran que, en presencia de correlación en los residuos, la extensión de la ecuación (1.27) por medio de una serie de retardos de la variable dependiente, $\varphi^*(L)$, permite que todos los estadísticos F y el estadístico t sobre las frecuencias cero y π mantengan la distribución inicial. Con los estadísticos t sobre las frecuencias con raíces complejo-conjugadas no ocurre esto. Por esta razón, en las aplicaciones del capítulo 2 consideraremos únicamente el estadístico F para las frecuencias distintas de 0 y π .

Hylleberg et al. (1990) recogen los valores críticos necesarios para estos contrastes en el caso trimestral, dadas las distribuciones de cada estadístico en presencia de raíces unitarias.

Alternativamente se puede linealizar el polinomio $(1 - L^s)$ y obtener la ecuación (1.27) a partir de la descomposición $(1 - L^4) = (1 - L)(1 + L)(1 - iL)(1 + iL)$, donde las raíces son $(\pm 1, \pm i)$. Generalizando este polinomio como $(1 - L^4) = (1 - \delta_1 L)(1 + \delta_2 L)(1 - \delta_3 L^2)$ y realizando una expansión de Taylor en torno a los parámetros $\delta_1 = 1, \delta_{2,3} = -1$ se obtiene de nuevo la expresión (1.27).

Basándose en la metodología del contraste de HEGY, Franses (1990) y Beaulieu y Miron (1993) obtienen los valores críticos de cada estadístico en series mensuales, donde la regresión auxiliar análoga es:

$$\varphi^*(L)\Delta^{12}y_t = \sum_{i=1}^{12} \pi_i y_{i,t}^* + \epsilon_t, \quad (1.28)$$

siendo los regresores en este caso (con $y_{i,t}$ definidos en la página 28):

- $y_{1,t}^* = y_{1,t-1}$,
- $y_{2,t}^* = -y_{2,t-1}$,
- $y_{3,t}^* = -y_{3,t-2}$,
- $y_{4,t}^* = -y_{3,t-1}$,
- $y_{5,t}^* = -\frac{1}{2}(1 + 2L)y_{4,t-1}$,
- $y_{6,t}^* = \frac{\sqrt{3}}{2}y_{4,t-1}$,
- $y_{7,t}^* = \frac{1}{2}(1 - 2L)y_{5,t-1}$,
- $y_{8,t}^* = -\frac{\sqrt{3}}{2}y_{5,t-1}$,
- $y_{9,t}^* = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 2L)y_{6,t-1}$,
- $y_{10,t}^* = \frac{1}{2}y_{6,t-1}$,
- $y_{11,t}^* = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 2L)y_{7,t-1}$,
- $y_{12,t}^* = -\frac{1}{2}y_{7,t-1}$.

Como contrapartida a las ventajas que el contraste de HEGY presenta, es necesario, para la correcta interpretación del contraste, tener presentes otros aspectos. Ghysels et al. (1994), Beaulieu y Miron (1993) muestran mediante métodos de simulación una escasa sensibilidad de este contraste para captar la hipótesis alternativa, especialmente cuando existe correlación serial en los residuos. Esto es importante cuando el módulo de la raíz en la frecuencia analizada no es exactamente 1 sino un valor muy próximo a 1.

Por otro lado, este contraste se puede ver también afectado en el caso de que exista un cambio estructural en el periodo abarcado por la serie temporal, como puede ser por ejemplo, un cambio en la media, o por la presencia de observaciones atípicas.

Ante los resultados presentados por los anteriores trabajos es aconsejable disponer de otro tipo de contraste o variaciones del contraste de HEGY en los casos en que se crea que la serie puede estar siendo afectada por alguna de las circunstancias anteriores. Se han realizado varias modificaciones del contraste de HEGY con la finalidad de que los resultados de éste sean robustos ante cambios en la media de cada estación (Franses y Vogelsang, 1998; Hassler y Rodrigues, 2003).

No obstante, la estrategia que seguiremos para obtener información complementaria a la proporcionada por el contraste de HEGY no se basa en este tipo de modificaciones sino que se recurrirá al contraste de Canova y Hansen (1995) [CH]. La razón por la que este contraste resulta útil en este trabajo es que, a diferencia del contraste de HEGY, la hipótesis nula supone que la serie es estacionaria en la frecuencia ω analizada, $I_\omega(0)$, frente a la existencia de raíz unitaria en dicha frecuencia, $I_\omega(1)$. De esta forma, rechazar la hipótesis nula en el contraste de CH permite concluir que la serie no es estacionaria. Hylleberg (1995) muestra por medio de ejercicios de simulación que ambos contrastes son complementarios dado un proceso generador de datos conocido. En la sección 1.8 se discuten otros aspectos relacionados con la aplicación e interpretación conjunta de estos contrastes.

1.7.4. Contraste de CH

En esta sección presentamos la metodología empleada por Canova y Hansen (1995) para analizar si el patrón estacional es constante a lo largo del tiempo.

Hemos visto que el contraste de Kwiatkowski et al. (1992) invierten las hipótesis nula y alternativa del contraste de DF en el contraste de raíz unitaria en la frecuencia cero. De la misma forma, el contraste de CH invierte las hipótesis del contraste de HEGY. Además, estos dos contrastes comparten otra serie de características. Ambos recurren a la representación del modelo en el espacio de los estados. Al igual que en KPSS, los estadísticos de contraste se basan en un multiplicador de Lagrange como instrumento para contrastar la significatividad de la varianza en una ecuación de estado.

El modelo del que parte el contraste de CH es el siguiente:

$$y_i = \mu + x_i' \beta + f_i' \gamma_i + e_i, \quad (1.29)$$

$$\text{con } A' \gamma_i = A' \gamma_{i-1} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.30)$$

siendo γ_0 fijo y $u_i \sim iid$, $e_i \sim (0, \sigma_e^2)$, x_i son retardos de la serie original. Las matrices f_i y γ_i tienen la forma:

$$\gamma_i = \begin{bmatrix} \gamma_{1i} \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{qi} \end{bmatrix}, \quad f_i = \begin{bmatrix} f_{1i} \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{qi} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

donde $q = s/2$, siendo s el número de observaciones por año. Para $j < q$, $f'_{ji} = (\cos(j/q)\pi i, \sin(j/q)\pi i)$ y para $j = q$, $f'_{qi} = (\cos(\pi i) = (-1)^i, \sin(\pi i) = 0)$. Por su parte, la matriz $A_{(s-1) \times a}$ selecciona los a elementos de γ_i que se quieren contrastar.

Dado que el modelo (1.29) no recoge retardos de la variable dependiente, en el caso de que los residuos e_i estén correlacionados no se cumpliría el requisito de estacionariedad de los residuos. Para evitar que la correlación en los residuos distorsione los resultados se estima una matriz de varianzas y covarianzas de los residuos en 1.29 consistente, como la propuesta por Newey y West (1987):

$$\hat{\Omega} = \sum_{k=-m}^m w\left(\frac{k}{m}\right) \frac{1}{n} \sum_i d_{i+k} \hat{e}_{i+k} d'_{i+k} \hat{e}_{i+k} \quad (1.32)$$

La interpretación del contraste es la siguiente. En la medida en que la matriz de varianzas y covarianzas $E(u_i u'_i) = \tau^2 G$ sea nula, esto es, $\tau^2 = 0$, el patrón estacional en las frecuencias determinadas en A no seguirá el paseo aleatorio descrito por la ecuación de estado (1.30), sino que será constante.

La matriz G se define como

$$G = (A' \Omega^f A)^{-1}, \quad \text{donde} \quad (1.33)$$

$$\Omega^f = R'_1 \hat{\Omega} R_1, \quad \text{siendo} \quad (1.34)$$

$$R_1 = [f'_1, \dots, f'_s] \quad (1.35)$$

El contraste propuesto para contrastar la hipótesis nula $H_0 : \tau^2 = 0$, frente a $H_a : \tau^2 > 0$ es el siguiente:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \hat{F}_i A (A' \hat{\Omega}^f A)^{-1} A' \hat{A}' \hat{F}_i \\ &= \frac{1}{n^2} \text{tr}((A' \hat{\Omega}^f A)^{-1} A' \sum_{i=1}^n \hat{F} \hat{F}' A), \end{aligned} \quad (1.36)$$

donde F_i se define a partir de f_i en (1.31) como $\hat{F}_i = \sum_{t=1}^i f_t \hat{e}_t$, \hat{e}_t son los residuos de (1.29), $\hat{\Omega}^f$ está definido en (1.34) y $\text{tr}(Q)$ es la traza de Q .

Por último, Canova y Hansen (1995) explican que bajo $H_0 : L \xrightarrow{d} VM(a)$, es decir, bajo la hipótesis nula de estacionariedad en las a frecuencias analizadas, el estadístico (1.36) sigue una distribución *Von Mises* con a grados de libertad.

1.8. Protocolo

En esta sección se describe la estrategia de análisis seguida en las aplicaciones del capítulo 2 para detectar raíces unitarias y determinar la estructura del patrón estacional. En función de las características de la serie podremos encontrar que los ciclos estacionales se adaptan a uno de los siguientes casos:

- **No estacionalidad**

- **Estacionalidad**

- *Transitoria*

$$y_t = \phi y_{t-S} + \epsilon_t, \quad |\phi| < 1, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

- *Permanente*

- Determinista: $y_t = \sum_{i=1}^S \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$

- Estocástica: $\varphi(L) y_t = \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$

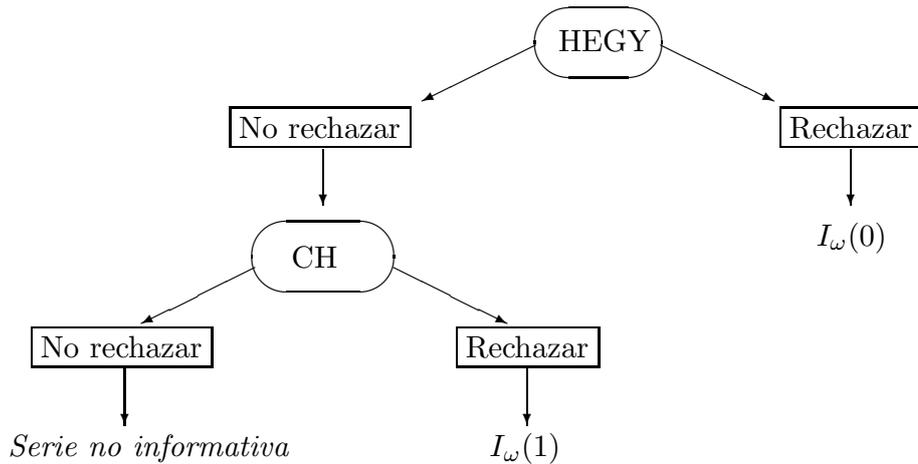
- Otros: Integración periódica, integración fraccional,...

Antes de comenzar con el análisis gráfico y estadístico presentado en las secciones anteriores, es prudente considerar que todas las series económicas se pueden ver afectadas por shocks exógenos a la estructura característica de cada serie, (Box y Tiao, 1975). Este tipo de factores externos pueden afectar a los resultados mostrados por los contrastes de raíz unitaria, identificándolos como cambios provocados por la aleatoriedad de la propia serie. Esta circunstancia se ve agravada cuando el efecto de un shock exógeno, *intervención*, permanece indefinidamente en la serie.

Existen métodos de detección de este tipo de *observaciones atípicas*, así como modelos en los que incorporarlas como intervenciones, (Chen y Liu, 1993; Chang y Tiao, 1983). No obstante, los métodos anteriores pueden proporcionar una serie transformada en la que la información relevante para este trabajo quede distorsionada. Puede ocurrir, por ejemplo, que se elimine el efecto de un determinado shock considerado exógeno a la serie. Esto eliminaría información acerca de cómo reacciona la serie en el largo plazo ante ese shock. En el caso de que exista alguna raíz unitaria, la *memoria* de la serie mantendrá el efecto del shock permanentemente, pero en la serie corregida de observaciones atípicas este hecho puede verse atenuado. De la misma forma, en el caso de que algún método de detección de observaciones atípicas encontrara la presencia de un shock exógeno temporal, estaría reconociendo implícitamente que no existe raíz unitaria en la serie, ya que en caso contrario el efecto sería permanente.

Tanto los métodos de detección de observaciones atípicas como los contrastes de raíces unitarias son en realidad complementarios. De hecho, un análisis exhaustivo sobre la detección de observaciones atípicas puede ser interesante después de haber caracterizado la aleatoriedad de los ciclos asociados a cada frecuencia. En dicho análisis se podría reconocer cuáles han sido los shocks exógenos que se han integrado en la estructura de la serie, esto es, cuáles han

Figura 1.6: Secuencia de contrastes HEGY-CH



marcado la forma y configuración de la aleatoriedad mostrada por la serie. Perron (1989) realiza este tipo de interpretaciones partiendo del supuesto de que las crisis de 1929 y 1973 son shocks exógenos a la serie que alteran la estructura típica de la serie.

De acuerdo con el objetivo de este trabajo y, teniendo en cuenta lo comentado anteriormente, no se realiza un análisis exhaustivo de observaciones atípicas. En su defecto, se ha evaluado la robustez de los resultados aplicando los contrastes en diferentes periodos muestrales.

Como se ha visto en la sección 1.7, las características de los contrastes ADF y KPSS son análogas a las de los contrastes de HEGY y CH, respectivamente. De hecho, el análisis en ambos casos es similar. No obstante, en el caso de las frecuencias estacionales no se conocen las distribuciones de los estadísticos de significatividad sobre los componentes deterministas. Recuérdese que, en el caso de la frecuencia cero, Dickey y Fuller (1981) obtienen las distribuciones de los estadísticos de significatividad para el término constante y la pendiente. Las distribuciones de estos estadísticos sobre los componentes deterministas de la regresión auxiliar del contraste de HEGY no se conocen. Para obtenerlas habría que considerar todas las combinaciones posibles de raíces unitarias en las frecuencias estacionales, ya que una raíz unitaria en una frecuencia estacional altera de una forma determinada la distribución del estadístico t sobre los componentes deterministas.

Después de observar el planteamiento de ambos contrastes en la sección 1.7 podemos esperar que ambos sean complementarios; cuando uno de ellos rechaza su hipótesis nula, el otro mantendrá su correspondiente hipótesis nula. Esta idea se fundamenta en el hecho de que, en el primero de ellos, la hipótesis nula es una serie con raíz unitaria en la frecuencia estacional analizada, $I_\omega(1)$, mientras que en el segundo, la hipótesis nula es una serie cuyo ciclo asociado a la frecuencia analizada es estacionario, $I_\omega(0)$. Hylleberg (1995) estudia mediante experimentos de simulación estos contrastes con diferentes procesos, concluyendo que, efectivamente, estos contrastes son complementarios. En las aplicaciones

de este documento tomaremos como principal fuente de información estadística los estadísticos de estos dos contrastes.

El error de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es cierta, o de mantenerla cuando la verdadera es la alternativa, aumenta si el proceso generador de los datos se separa del modelo especificado en su hipótesis nula. Este tipo de procesos se refieren principalmente a casos en que existe correlación serial en los residuos, las raíces son muy cercanas pero distintas de la unidad, existen raíces unitarias en algunas pero no todas las frecuencias o incluso situaciones en las que existe algún tipo de observaciones atípicas. En estos casos puede ocurrir que los estadísticos de los contrastes empleados no permitan obtener una conclusión; ninguno de los dos rechaza su hipótesis nula, o que ésta no sea coherente; ambos rechazan su hipótesis nula.

Esta circunstancia plantea la siguiente pregunta: ¿Cuál es la secuencia idónea de aplicación de ambos contrastes? ¿Importa el orden en que se apliquen e interpreten? Las figuras 1.6 y 1.7 recogen el proceso de análisis seguido para cada una de las posibles secuencias. No obstante, a partir de estos árboles y dados un nivel de significación y una potencia en cada contraste, no podemos derivar con qué probabilidad se llega a cada una de las conclusiones dado un proceso generador de datos. Esto se debe a que ambos estadísticos no son independientes. Esta circunstancia provoca además, que no podamos determinar cuál es el nivel de significación resultante de la aplicación de ambos contrastes. Por tanto, no podemos determinar cuál es la secuencia idónea, si es que la hay.

En el caso ideal en que ambos estadísticos fueran independientes, las conclusiones se obtendrían de acuerdo a los resultados recogidos en la tabla 1.5. Dado un nivel de significación del 5% en ambos contrastes, dicha tabla recoge con qué probabilidad se obtiene cada resultado cuando el proceso es integrado y estacionario, tanto para la secuencia CH-HEGY como HEGY-CH. Véanse las figuras 1.7 y 1.6.

Tabla 1.5: Secuencia de contrastes

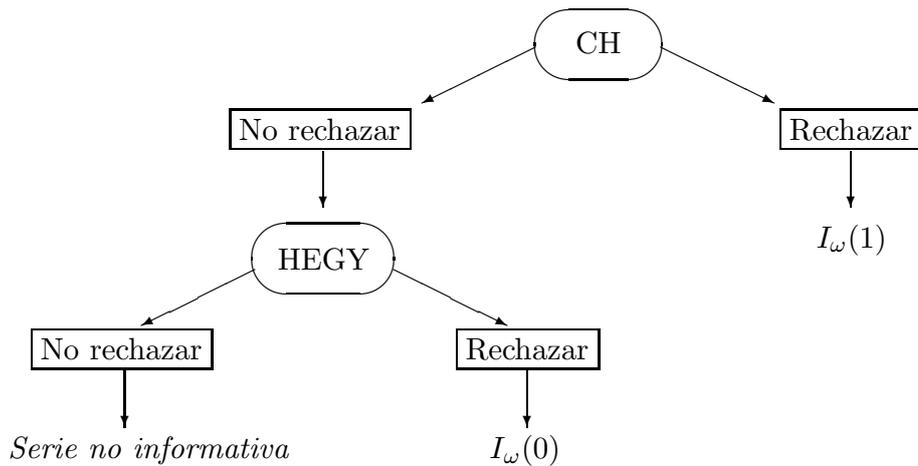
Serie $I_\omega(1)$		
Hipótesis	CH-HEGY	HEGY-CH
$I_\omega(0)$	$0,05 (1 - \mu)$	$0,05$
$I_\omega(1)$	μ	$0,95 \mu$
<i>No info.</i>	$0,95 (1 - \mu)$	$0,95 (1 - \mu)$
Serie $I_\omega(0)$		
Hipótesis	CH-HEGY	HEGY-CH
$I_\omega(0)$	$0,95 \psi$	ψ
$I_\omega(1)$	$0,05$	$0,05 (1 - \psi)$
<i>No info.</i>	$0,95 (1 - \psi)$	$0,95 (1 - \psi)$

Las celdas recogen el porcentaje de ocasiones en que se mantiene cada una de las hipótesis.

μ es la potencia del contraste de CH.

ψ es la potencia del contraste HEGY.

Figura 1.7: Secuencia de contrastes CH-HEGY



En esta situación, cuando la serie es integrada en la frecuencia analizada, la secuencia CH-HEGY la detecta en un porcentaje μ de casos, superior al 0,95 de los casos en que la detecta la secuencia HEGY-CH. A su vez, cuando la serie es estacionaria en la frecuencia analizada es ahora la secuencia HEGY-CH la que detecta este hecho con mayor probabilidad, $\psi > 0,95 \psi$.

Pero como se ha comentado, estos contrastes no son independientes, por lo que los resultados de la tabla 1.5 no se cumplirán en la práctica. Para obtener una visión más precisa acerca de los resultados que se obtienen al aplicar e interpretar estos contrastes secuencialmente, se ha realizado un ejercicio de simulación cuyos resultados se presentan en las tablas 1.6 y 1.7. Hylleberg (1995) estudia también estos contrastes mediante simulaciones, pero no considera esta interpretación secuencial sino que analiza cada uno de ellos individualmente.

A la hora de programar la rutina que compute estas simulaciones es necesario elegir una secuencia de contrastes. Como se ha explicado en el capítulo anterior, Durlauf y Phillips (1988) demuestran que, cuando se pretende analizar la significatividad de una tendencia lineal, la omisión de una raíz unitaria en la frecuencia cero tiende a sobrevalorar la relevancia de este componente. De la misma forma, Phillips (1986) demuestra que la omisión de raíces unitarias en un modelo de regresión puede revelar relaciones inexistentes entre variables. Si se comete el error contrario, esto es, considerar la presencia de una raíz unitaria cuando la serie es estacionaria, se obtienen estimaciones ineficientes, pero no quedan invalidados los contrastes de significatividad.

Considerando, por tanto, que el error de omitir una raíz unitaria cuando realmente existe es más grave que el contrario, el objetivo será minimizar el error de omitir una raíz unitaria. En este caso, la secuencia CH-HEGY nos coloca, para un nivel de significación y una potencia del contraste de CH, en el camino correcto para este objetivo, como veremos más adelante. Intuitivamente supone que, dado el objetivo anterior, es preferible poder rechazar la hipótesis de estacionariedad cuando existe raíz unitaria, en lugar de mantener la hipótesis de una posible raíz unitaria.

Para el diseño de las simulaciones se ha escogido un conjunto de procesos generadores de datos basados en la descomposición del filtro de diferencias estacional, $(1 - L^4) = (1 - L)(1 + L)(1 + L^2)$. Las raíces analizadas se refieren a las frecuencias estacionales estudiadas en series trimestrales. El planteamiento para el caso de las frecuencias estacionales en series mensuales sería similar. Tampoco se consideran procesos en los que existe correlación en los residuos. Esta característica implicaría realizar un estudio paralelo sobre el método de selección de retardos, algo que queda fuera de los objetivos de estos ejercicios de simulación.

Algunos de los PGDs considerados contienen una única raíz de módulo la unidad o próximo a ella; otros contienen varias raíces unitarias y otros son estacionarios. De esta forma y dados unos valores de los parámetros, se pretende recoger un conjunto de procesos heterogéneo suficientemente representativo para el análisis del método secuencial CH-HEGY.

La estructura de los procesos generadores de datos empleados es la siguiente:

PGD1 $(1 - \phi L)y_t = \epsilon_t$, con $\epsilon_t \sim \text{nid}(0, 1)$. Cuando $\phi = 1$ este proceso es $I_0(1)$.

PGD2 $(1 + \phi L)y_t = \epsilon_t$, con $\epsilon_t \sim \text{nid}(0, 1)$. Cuando $\phi = 1$, este proceso es integrado en la frecuencia π , correspondiente al ciclo semianual, $I_\pi(1)$.

PGD3 $(1 + \phi L^2)y_t = \epsilon_t$, con $\epsilon_t \sim \text{nid}(0, 1)$. Cuando $\phi = 1$, este proceso es integrado en la frecuencia $\frac{\pi}{2}$ y su alias $\frac{3\pi}{2}$, correspondiente al ciclo anual, $I_{\frac{\pi}{2}}(1)$.

PGD4 $(1 - \phi L^4)y_t = \epsilon_t$, con $\epsilon_t \sim \text{nid}(0, 1)$. Para un valor $\phi = 1$ este proceso contiene raíces unitarias en la frecuencia de largo plazo y en todas las estacionales, $I_{\pi \cap \frac{\pi}{2}}(1)$. Cuando $\phi < 1$ el proceso es estacionario en todas las frecuencias.

Los resultados de estos experimentos de simulación para la secuencia de contrastes CH-HEGY se recogen en las tablas 1.6 y 1.7. De estas tablas se obtienen las siguientes conclusiones:

- Empleando esta secuencia de contrastes se consigue reducir el número de ocasiones en que se rechaza la hipótesis de raíz unitaria cuando ésta existe, con $\phi = 1,00$. En particular, con un tamaño muestral de 200 observaciones, para el caso del ciclo semianual, PGD2, este error se comete el 1,825 % de los casos; para el ciclo anual el 0,110 % de los casos, mientras que con el contraste conjunto este error prácticamente desaparece, 0,020 %.
- La existencia de alguna raíz unitaria asociada a ciclos distintos del de la frecuencia analizada, tiene efectos sobre los resultados obtenidos. Cuando el ciclo de largo plazo es integrado, frecuencia cero, PGD1 con $\phi = 1$, el número de casos en que se determina que los ciclos estacionales son estacionarios es menor que cuando ϕ toma valores menores que la unidad en el PGD1. Lo mismo ocurre al analizar el ciclo semianual cuando el anual es integrado y viceversa.

- Los problemas de no informatividad surgen, como cabía esperar, cuando el tamaño muestral es pequeño y el módulo de la raíz está cercano a la unidad, $\phi = 0,85$.
- Cuando la raíz asociada a un ciclo estacional está próxima a la unidad, se incrementa el número de casos en que la serie es no informativa para dicho ciclo. Este hecho se atenúa a medida que aumenta el número de observaciones.
- Cuando el modulo de alguna de las raíces está próximo a la unidad, $\phi = 0,85$ y $T = 200$, el número de ocasiones en que se concluye que dicho ciclo contiene una raíz unitaria es relativamente alto, 31,405 % y 73,550 % respectivamente en el caso del ciclo semianual y anual (PGD2 y PGD3) y en especial cuando se aplica el contraste conjunto, 94,745 %, tabla 1.7.
- El error anterior se reduce cuando la raíz se encuentra más alejada de la unidad, $\phi = 0,55$. En el caso del ciclo semianual se reduce del 31,405 % al 10,25 % y en el ciclo anual de 73,550 % a 24,77 %. La estacionariedad se detecta con un margen de error muy pequeño, del 2,410 % el ciclo anual del PGD2 y del 1,120 % en el ciclo semianual del PGD3. Por su parte, en el PGD4 y aplicando el contraste conjunto el error se reduce pero se mantiene bastante por encima de los casos anteriores, pasa del 94,745 % al 51,405 %.

- Cuando la raíz asociada al ciclo analizado está próxima a la unidad, el contraste de CH no tiende a mantener su hipótesis nula, $I_\omega(0)$. En el caso del PGD2 con $\phi = 0,85$, no se rechaza la hipótesis $I_\omega(0)$ en 0,30015 + 0,32635 = 62,650 % y 68,595 % de los casos, para un tamaño muestral de 48 y 200 observaciones respectivamente. En la situación equivalente para la frecuencia $\frac{\pi}{2}$, PGD3, este hecho es más acusado, ya que el contraste de CH mantiene la hipótesis $I_\omega(0)$ sólo en torno al 27 % de los casos.

Cuando el tamaño muestral es de 200 observaciones la serie es informativa. La secuencia CH-HEGY concluye que la serie es $I_\omega(0)$ en el 68,59 % y 26,45 % de los casos. Teniendo en cuenta que $0,30015 + 0,32635 \simeq 0,68585$ y $0,10910 + 0,18830 \simeq 0,26445$, en los casos en que la serie era no informativa, con 48 observaciones, ahora sí se rechaza la hipótesis de raíz unitaria. Además, al aumentar el tamaño muestral, el contraste de CH reduce la proporción de casos en que rechaza hipótesis $I_\pi(0)$ cuando su raíz está próxima a la unidad. Para la frecuencia $\frac{\pi}{2}$, en cambio, no se obtiene este mejora sino que, cuando la raíz está próxima a la unidad, el contraste de CH rechaza la hipótesis $I_{\frac{\pi}{2}}(0)$ demasiadas ocasiones incluso con muestras grandes.

- Cuando la serie es $I_\pi(0)$, PGD2 con $\phi = 1$, la secuencia CH-HEGY en muestras pequeña, $T = 48$, sólo consigue detectar la raíz unitaria en el 75,2 % de los casos. Cuando aumenta el número de observaciones esta proporción se incrementa hasta el 95,500 %. La frecuencia $\frac{\pi}{2}$ en esta situación, PGD3 con $\phi = 1$, es menos sensible al cambio en el tamaño muestral.

Sería interesante poder deducir también en estas simulaciones el tamaño y la potencia de esta secuencia de contrastes para un PGD desconocido. Pero para esto necesitaríamos determinar el modelo de la hipótesis nula. Dadas las hipótesis nulas de los dos contrastes esto no es posible, ya que la hipótesis nula en la secuencia de contrastes no está definida con un PGD desconocido. Lo que ocurre es que, como se ha comentado anteriormente, esta secuencia tiende a colocarnos bajo la hipótesis nula correcta en el siguiente sentido: Si la serie es $I_\omega(1)$, desearíamos poder rechazar la hipótesis $I_\omega(0)$, es decir, decidir de acuerdo al contraste de CH; si la serie es $I_\omega(0)$, desearíamos poder rechazar la existencia de raíz unitaria.

En este último caso, en función del nivel de significación empleado en el contraste de CH se tiende a concluir el análisis de acuerdo a los resultados de HEGY. En el primero de los casos, $I_\omega(1)$, en función de la potencia del contraste de CH se tiende a concluir el análisis rechazando la hipótesis de estacionariedad, además, cuando esto no ocurra, el estadístico de HEGY permitirá considerar la presencia de raíces unitarias no detectadas por el estadístico de CH. De esta forma, la secuencia de contrastes CH-HEGY permite minimizar el error de omitir una raíz unitaria.

Tabla 1.6: Resultados de la secuencia CH-HEGY 1/2

PGD1: $(1 - \phi L)y_t = \epsilon_t \sim nid(0, 1)$							
T	ϕ	Ciclo semianual			Ciclo anual		
		$I_\pi(0)$	$I_\pi(1)$	<i>No info.</i>	$I_{\frac{\pi}{2}}(0)$	$I_{\frac{\pi}{2}}(1)$	<i>No info.</i>
48	1,00	0,85130	0,14680	0,00190	0,91730	0,08270	0,00000
	0,85	0,96880	0,02980	0,00140	0,95645	0,04355	0,00000
	0,55	0,96140	0,3565	0,00295	0,95530	0,04455	0,00015
200	1,00	0,87710	0,12290	0,00000	0,95130	0,04870	0,00000
	0,85	0,98815	0,01185	0,00000	0,99850	0,00150	0,00000
	0,55	0,97230	0,02770	0,00000	0,97620	0,02380	0,00000

PGD2: $(1 + \phi L)y_t = \epsilon_t \sim nid(0, 1)$							
T	ϕ	Ciclo semianual			Ciclo anual		
		$I_\pi(0)$	$I_\pi(1)$	<i>No info.</i>	$I_{\frac{\pi}{2}}(0)$	$I_{\frac{\pi}{2}}(1)$	<i>No info.</i>
48	1,00	0,03460	0,75200	0,21340	0,72810	0,27190	0,00000
	0,85	0,30015	0,37350	0,32635	0,95840	0,04160	0,00000
	0,55	0,75730	0,14890	0,09380	0,95535	0,04465	0,00000
200	1,00	0,01825	0,93500	0,04675	1,00000	0,00000	0,00000
	0,85	0,68585	0,31405	0,00010	0,99900	0,00100	0,00000
	0,55	0,89750	0,10250	0,00000	0,97590	0,02410	0,00000

PGD3: $(1 + \phi L^2)y_t = \epsilon_t \sim nid(0, 1)$							
T	ϕ	Ciclo semianual			Ciclo anual		
		$I_\pi(0)$	$I_\pi(1)$	<i>No info.</i>	$I_{\frac{\pi}{2}}(0)$	$I_{\frac{\pi}{2}}(1)$	<i>No info.</i>
48	1,00	0,83260	0,16735	0,00005	0,00905	0,92705	0,06390
	0,85	0,94940	0,05055	0,00005	0,10910	0,70260	0,18830
	0,55	0,96615	0,03345	0,00040	0,61110	0,33770	0,05120
200	1,00	1,00000	0,00000	0,00000	0,00110	0,99575	0,00315
	0,85	0,99975	0,00025	0,00000	0,26445	0,73550	0,00005
	0,55	0,98880	0,01120	0,00000	0,75230	0,24770	0,00000

* Las celdas recogen el numero de casos, en tantos por uno, en que se obtiene el resultado asociado a cada celda.

Para el ciclo anual: Cuando el PGD es $I_0(1)$ (PDG1 con $\phi = 1,00$) la regresión auxiliar de CH incluye un retardo de la serie.

No se incluye ningún retardo ni se consideran componentes deterministas en la regresión auxiliar de HEGY.

El número de iteraciones en cada simulación es 20.000.

Tabla 1.7: Resultados de la secuencia CH-HEGY 2/2.

PGD4: $(1 - \phi L^4)y_t = \epsilon_t \sim nid(0, 1)$							
T	ϕ	Ciclo semianual			Ciclo anual		
		$I_\pi(0)$	$I_\pi(1)$	<i>No info.</i>	$I_{\frac{\pi}{2}}(0)$	$I_{\frac{\pi}{2}}(1)$	<i>No info.</i>
48	1,00	0,02995	0,71630	0,25375	0,01035	0,89900	0,09065
	0,85	0,07765	0,54475	0,37760	0,05030	0,75615	0,19355
	0,55	0,34200	0,32405	0,33395	0,37680	0,46710	0,15610
200	1,00	0,02580	0,88025	0,09395	0,00305	0,98780	0,00915
	0,85	0,27215	0,64160	0,08625	0,13220	0,85830	0,00950
	0,55	0,72575	0,27425	0,00000	0,59000	0,41000	0,00000
Ciclo semianual \cap anual							
T	ϕ	$I_{\pi \cap \frac{\pi}{2}}(0)$	$I_{\pi \cap \frac{\pi}{2}}(1)$	<i>No info.</i>			
48	1,00	0,00660	0,94790	0,04550			
	0,85	0,04230	0,85460	0,10310			
	0,55	0,37870	0,56300	0,05830			
200	1,00	0,00020	0,99900	0,00080			
	0,85	0,05190	0,94745	0,00065			
	0,55	0,48595	0,51405	0,00000			

* Las celdas recogen el numero de casos, en tantos por uno, en que se obtiene el resultado asociado a cada celda.

Cuando la serie es integrada en la frecuencia cero, $\phi = 1,00$, la regresión auxiliar de CH incluye un retardo de la serie.

No se incluye ningún retardo ni se consideran componentes deterministas en la regresión auxiliar de HEGY.

El número de iteraciones en cada simulación es 20.000.

Capítulo 2

Análisis práctico

2.1. Series de la CAPV

2.1.1. Paro registrado

La serie ParoReg.CAPV recoge el número de parados registrados en la CAPV durante el periodo 1980.1-2003.12. Los datos se han tomado de la base de datos que elabora el INE mensualmente para esta serie.

El pleno empleo es uno de los objetivos prioritarios que se plantea cualquier gobierno. Esto hace que la evolución del paro registrado esté sujeta a numerosas intervenciones políticas que pretenden reducir el nivel de desempleo. En función del diseño de estas decisiones políticas el impacto de ellas puede ser más o menos duradero en el tiempo y puede tener un efecto más o menos inmediato al momento de la intervención.

En sentido estricto, las personas paradas recogidas en esta serie son todas aquéllas mayores de 16 años en situación de trabajar y que están buscando empleo. Las únicas causas que, según esta definición, podemos considerar endógenas a la evolución de la serie son la edad y la situación de búsqueda de empleo. Circunstancias que afectan al número de parados, como; el esfuerzo realizado para buscar empleo, las características de cada persona que determinan el número de oportunidades que se adaptan a su perfil y todo tipo de eventos políticos y económicos ocurridos fuera y dentro de nuestro país, son hechos exógenos a la definición anterior. No obstante, en nuestro análisis no pueden ser considerados como tales ya que se pretende estudiar la estructura de la serie en sentido amplio, es decir, la dinámica de la serie que, en una economía cada vez más globalizada, incorpora como propios todos estos fenómenos.

Análisis gráfico

Los gráficos de la serie muestran que los factores comentados anteriormente hacen que la serie sea muy cíclica y su comportamiento sobre el ciclo económico muy errático.

Aun así, existe un comportamiento estacional en la estructura de la serie, como indican los correlogramas, figura 2.2, donde las correlaciones de orden estacional son significativas. En la figura 2.3, los gráficos que recogen los ciclos

estacionales, además de mostrar una estructura cíclica recogen una estructura sinusoidal producida por un componente estacional.

Estos gráficos parecen indicar también que la serie es integrada de orden 2 en la frecuencia cero, ya que los gráficos que mantienen sólo frecuencias estacionales, y que por tanto se les ha aplicado el filtro $(1 - L)$, mantienen todavía el efecto de un componente ciclo-tendencia. Los correlogramas de la serie en diferencias estacionales, figura 2.2, también reflejan este hecho, ya que la función de autocorrelación de la serie en diferencias estacionales ¹ decae lentamente.

Los gráficos de Buys-Ballot, figuras 2.4 y 2.5, indican que el componente estacional en esta serie es poco sistemático y muy irregular, típico de los procesos estocásticos. De hecho, las únicas regularidades que se pueden distinguir en estos gráficos es que, en torno a los meses de agosto el nivel de la serie tiende a descender, mientras que a finales y comienzos de año éste aumenta.

Por último, el gráfico rango-media recoge una ligera correlación entre ambas variables, 0,41. Sobre la serie en logaritmos, la correlación rango-media es $-0,42$, pero a la vista del gráfico, esto se debe principalmente a la estructura cíclica de la serie, no tanto a que tomar logaritmos afecte a homogeneidad de la varianza de la serie. Dado que además, tomar logaritmos ayuda a reducir el efecto de posibles observaciones atípicas, trabajaremos con los datos de la serie en logaritmos.

Contrastes

La evolución de la serie en el largo plazo está marcada por el ciclo económico. El contraste de KPSS y ADF explican esta evolución a través de una raíz unitaria en la frecuencia cero. Teniendo en cuenta lo comentado en el análisis gráfico planteamos la posibilidad de que esta serie sea integrada de orden 2 en la frecuencia cero. Aplicando los contrastes de KPSS y ADF sobre la serie en primeras diferencias todavía se mantiene la hipótesis de raíz unitaria. Para diferentes retardos de truncamiento, el contraste de KPSS toma valores en torno a 0,91 y 0,16, sin incluir e incluyendo una tendencia lineal respectivamente. Éstos son ligeramente superiores a los valores críticos 0,46 y 0,15. El estadístico ADF no rechaza la hipótesis de raíz unitaria tomando un valor de $-1,99 > -3,13$ cuando se incluye un término constante y una tendencia lineal. Sobre la serie en segundas diferencias se rechaza la existencia de raíz unitaria, por lo que finalmente concluimos que la serie es integrada de orden 2 en la frecuencia cero.

Los estadísticos de significatividad para las VFE de la tabla 2.2 se encuentran en su mayoría entre los valores críticos al nivel de significación del 5%, por lo que no son significativas. Además, la inclusión de VFE en la regresión auxiliar no altera el número de retardos seleccionados por el método BIC y Ljung-Box en los contrastes ADF y de HEGY. Esto corrobora el hecho de que no es significativa la presencia de ciclos estacionales deterministas, ya que en otro caso, las VFE recogerían estos ciclos reduciendo el número de retardos necesarios para obtener unos residuos que sean ruido blanco.

En la tabla 2.1, los estadísticos de CH rechazan la hipótesis de estacionariedad en las frecuencias $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{2\pi}{3}$. El contraste de HEGY, incluyendo un término

¹Recuérdese que las diferencias estacionales incluyen una diferencia de primer orden relacionada con el largo plazo.

constante², coincide con este resultado, ya que no se rechaza la hipótesis de raíz unitaria en estas frecuencias.

El estadístico de CH también rechaza la hipótesis de estacionariedad en la frecuencia $\frac{\pi}{6}$. Aunque el contraste de HEGY no permite confirmar este resultado, ya que rechaza la hipótesis de raíz unitaria, siguiendo la secuencia CH-HEGY concluimos que la serie es integrada también en esta frecuencia.

El estadístico de CH no rechaza la hipótesis de estacionariedad en la frecuencia π . Aplicando el contraste de HEGY se rechaza la hipótesis de raíz unitaria, por lo que la serie es estacionaria en la frecuencia π .

Por último, estos contrastes no permiten obtener una conclusión definitiva referente a la frecuencia $\frac{\pi}{2}$, ya que ninguno de los contrastes es capaz de rechazar su hipótesis nula al 5% de significación.

Conclusiones

El largo plazo de esta serie está guiado por un ciclo estocástico, siendo la serie integrada de orden 2 en la frecuencia cero.

No existe un patrón estacional definido que se repita de forma sistemática, siendo los ciclos estacionales, en su mayoría, estocásticos. Los ciclos asociados a las frecuencias estacionales $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ y $\frac{5\pi}{6}$ son estocásticos, mientras que en el caso de la frecuencia $\frac{\pi}{2}$ los contrastes empleados no son suficientemente informativos. Siendo más grave el error de omitir una raíz unitaria cuando ésta existe que el contrario, consideraremos que la serie es también $I_{\frac{\pi}{2}}(1)$. Así, la frecuencia π es la única frecuencia en la que la serie es estacionaria.

Para el tratamiento de la serie en un análisis económico se debe tener en cuenta que la serie es estacionaria tras tomar dos diferencias regulares y filtrando todas las frecuencias estacionales salvo la frecuencia π , como indica la siguiente expresión:

$$(1 - L)^2(1 - \sqrt{3}L + L^2)(1 - L + L^2) \cdot \\ \cdot (1 + L + L^2)(1 - \sqrt{3}L + L^2)(1 + L^2) y_t = \alpha + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Alternativamente, para mayor simplicidad en el diseño e interpretación del modelo, se puede considerar apropiado el empleo de las diferencias de primer orden y estacionales:

$$(1 - L)(1 - L^S) y_t = \alpha + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

²A la vista del gráfico de la serie una tendencia lineal no se adapta a la evolución del largo plazo de la serie. Tampoco se consideran VFE como se ha comentado arriba.

Tabla 2.1: ParoReg.CAPV en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad

		Componentes deterministas				
		Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
KPSS	$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 11,93 ***$	$\eta_\tau = 5,70 ***$	-	-
	$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 6,00 ***$	$\eta_\tau = 2,88 ***$	-	-
	$(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 4,02 ***$	$\eta_\tau = 1,93 ***$	-	-
	$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 3,03 ***$	$\eta_\tau = 1,46 ***$	-	-
	$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 2,44 ***$	$\eta_\tau = 1,18 ***$	-	-
ADF	$t = -0,68$	$t = -1,39$	$t = -2,56$	$t = -1,41$	$t = -2,65$	
	$p = 12$	$p = 12$	$p = 12$	$p = 12$	$p = 12$	
	n.obs=275	n.obs=275	n.obs=275	n.obs=275	n.obs=275	
CH ($l = 5$)	-	-	-	$L_{\pi/6} = 2,01 ***$	$2,45 ***$	
	-	-	-	$L_{\pi/3} = 1,77 ***$	$1,78 ***$	
	-	-	-	$L_{\pi/2} = 0,44$	$0,46$	
	-	-	-	$L_{2\pi/3} = 1,28 ***$	$1,30 ***$	
	-	-	-	$L_{5\pi/6} = 1,82 ***$	$1,77 ***$	
	-	-	-	$L_\pi = 0,09$	$0,11$	
	-	-	-	$L_f = 4,26 ***$	$4,53 ***$	
HEGY	n.obs	251	251	251	251	251
	$p =$	25	25	25	25	25
	$t_0 =$	-0,66	-1,91	-3,47 *	-2,02	-3,57 **
	$t_\pi =$	-2,09 *	-2,05 *	-2,08 *	-3,28 ***	-3,33 ***
	$F_{\frac{\pi}{2}} =$	1,01	0,98	1,04	5,80 ·	6,09 ·
	$F_{\frac{2\pi}{3}} =$	2,75 ·	2,64 ·	2,70 ·	4,18	4,31
	$F_{\frac{\pi}{3}} =$	1,46	1,43	1,46	2,01	2,08
	$F_{\frac{5\pi}{6}} =$	3,43 *	3,39 *	3,52 *	5,08	5,30 ·
	$F_{\frac{\pi}{6}} =$	0,39	0,41	0,33	7,13 *	6,62 *
	$F_{2...,12} =$	2,01	1,96	2,00	5,30	5,38
$F_{1...,12} =$	1,88	2,17	2,95	5,31	6,22	

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘·’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2...,12}$ y $F_{1...,12}$ de HEGY.

Tabla 2.2: ParoReg.CAPV en logaritmos: Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	0,15	2,64	0,15	2,64	0,24	3,59
Tendencia	0,00	-2,41	0,00	-2,41	0,00	-2,96
VFE1	0,02	3,08	0,02	3,08	0,02	3,97
VFE2	0,00	-0,12	0,00	-0,12	0,00	0,09
VFE3	0,00	-0,74	0,00	-0,74	-0,01	-0,88
VFE4	0,00	-0,76	0,00	-0,76	-0,01	-1,33
VFE5	-0,01	-0,95	-0,01	-0,95	-0,01	-1,09
VFE6	0,00	-0,48	0,00	-0,48	-0,01	-1,31
VFE7	-0,01	-1,3	0,00	-1,3	-0,01	-1,37
VFE8	0,00	-0,69	0,00	-0,69	-0,01	-1,18
VFE9	0,02	2,95	0,02	2,95	0,01	1,94
VFE10	0,01	1,35	0,01	1,35	0,00	0,36
VFE11	0,00	0,40	0,00	0,40	0,00	0,32
F_{VFE}	3,73		3,73		3,97	
Retardos	13		12		25	
Nº observ	275		275		251	

Figura 2.1: ParoReg.CAPV. Gráficos de la serie original

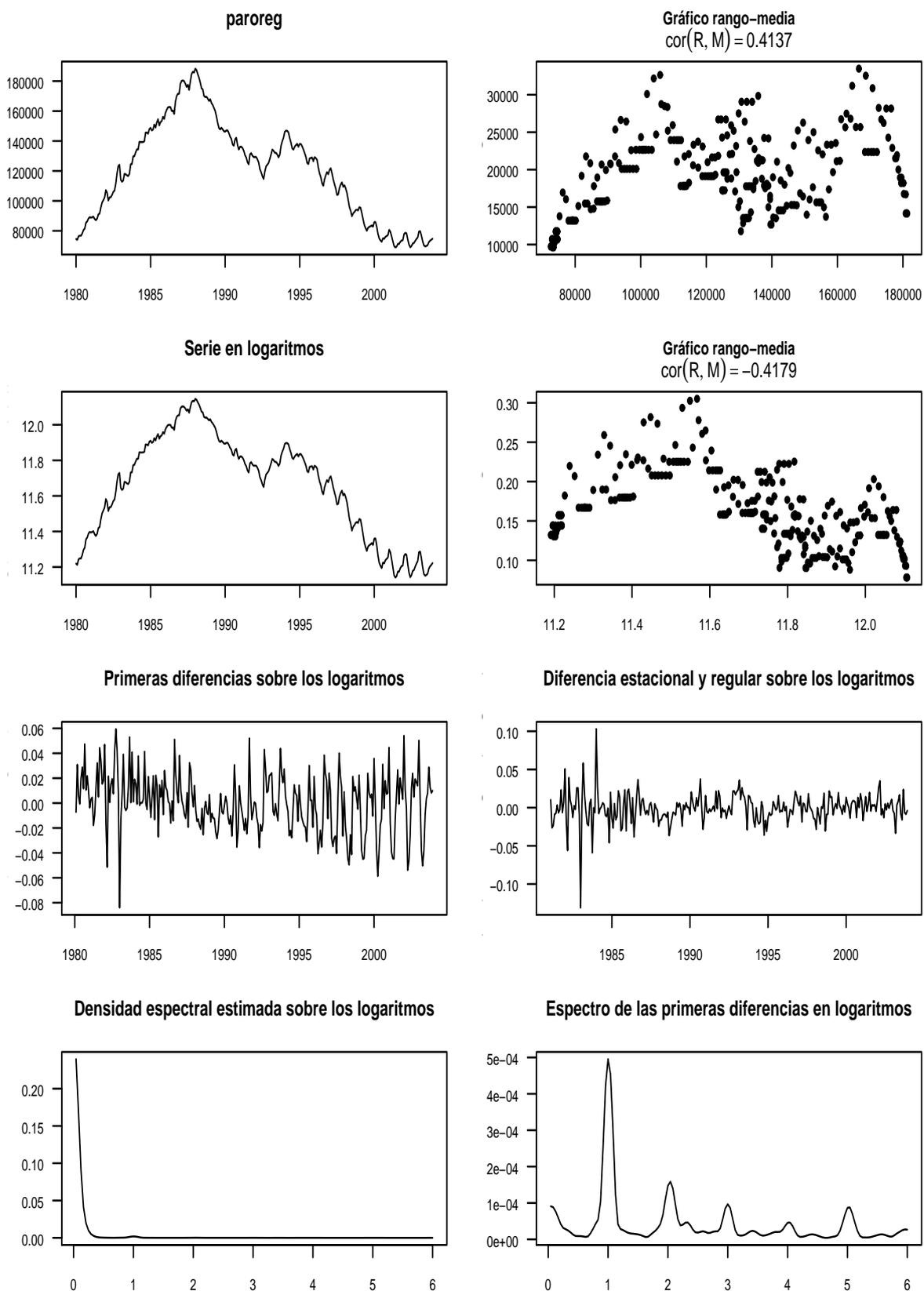


Figura 2.2: ParoReg.CAPV. Correlogramas

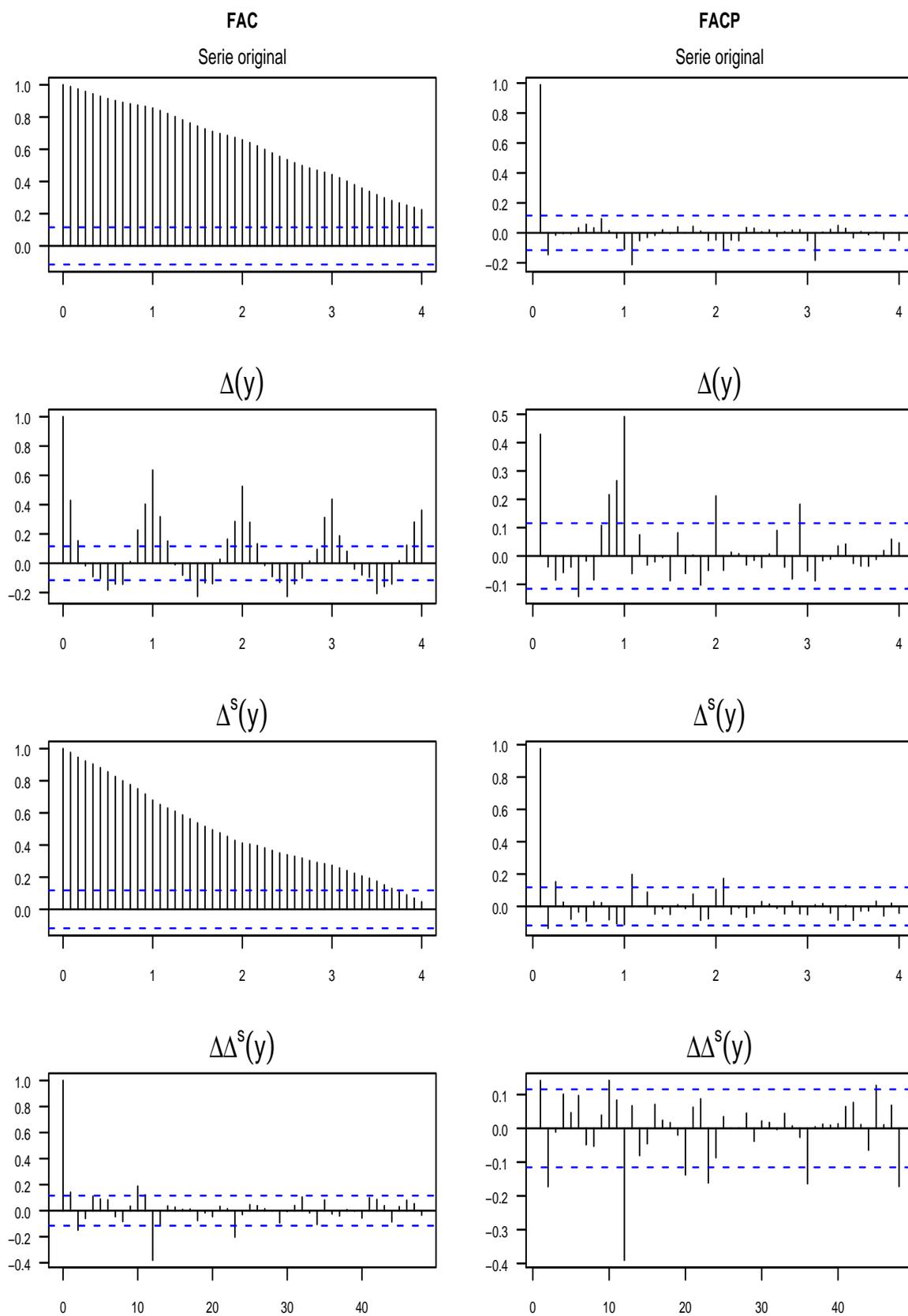


Figura 2.3: ParoReg.CAPV. Ciclos estacionales

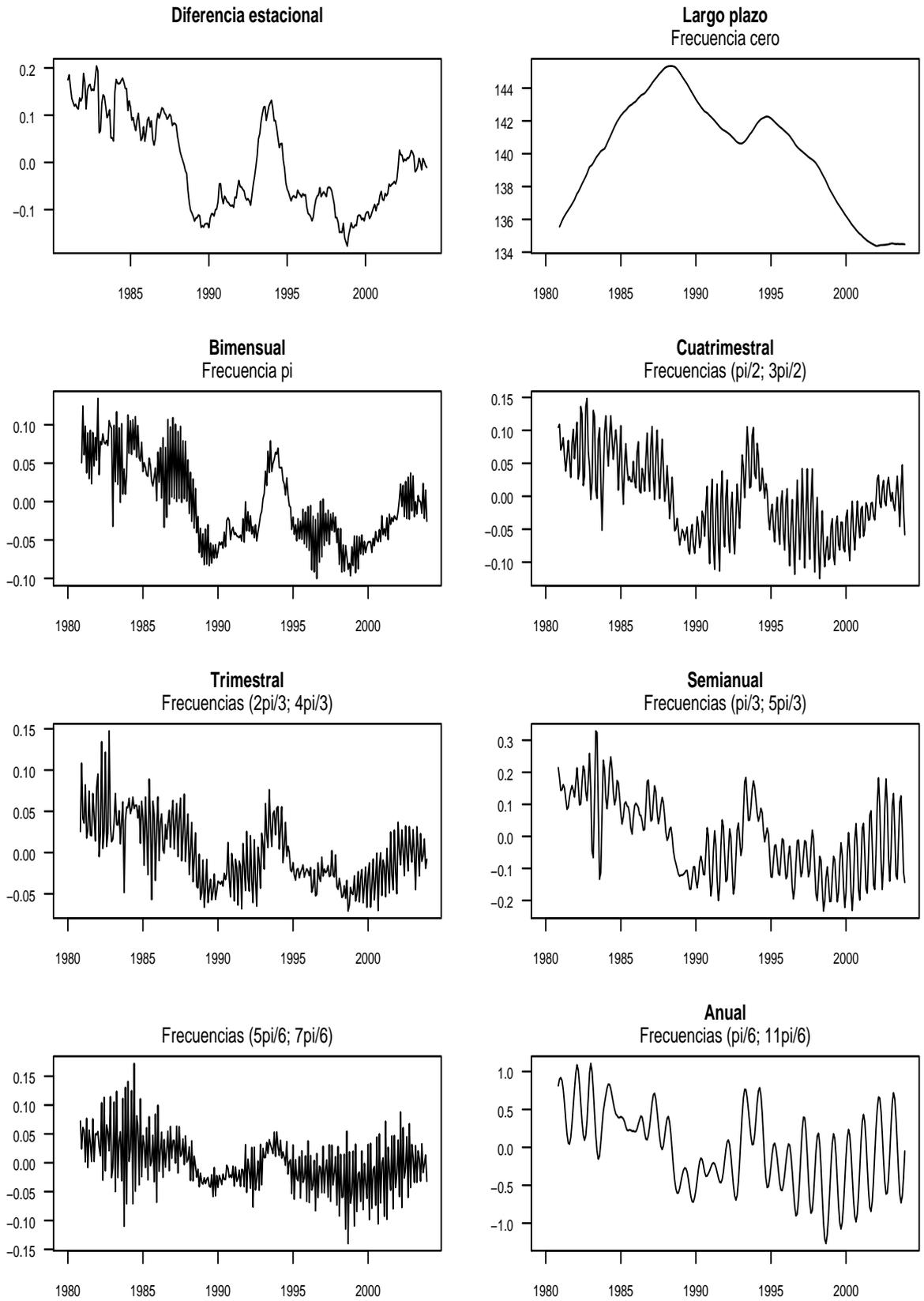


Figura 2.4: ParoReg.CAPV. Evolución mensual

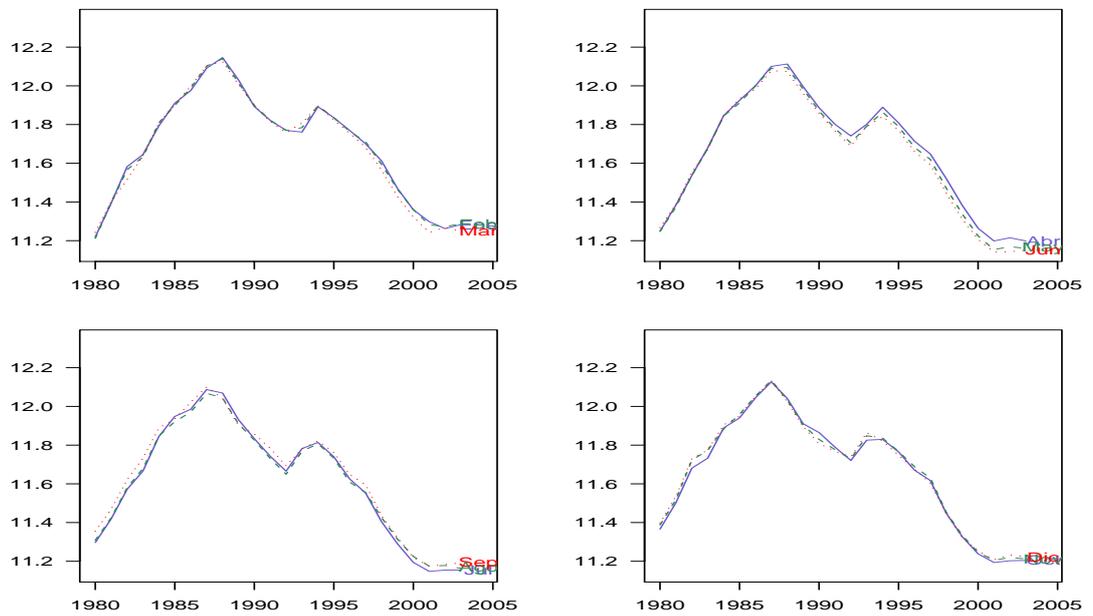
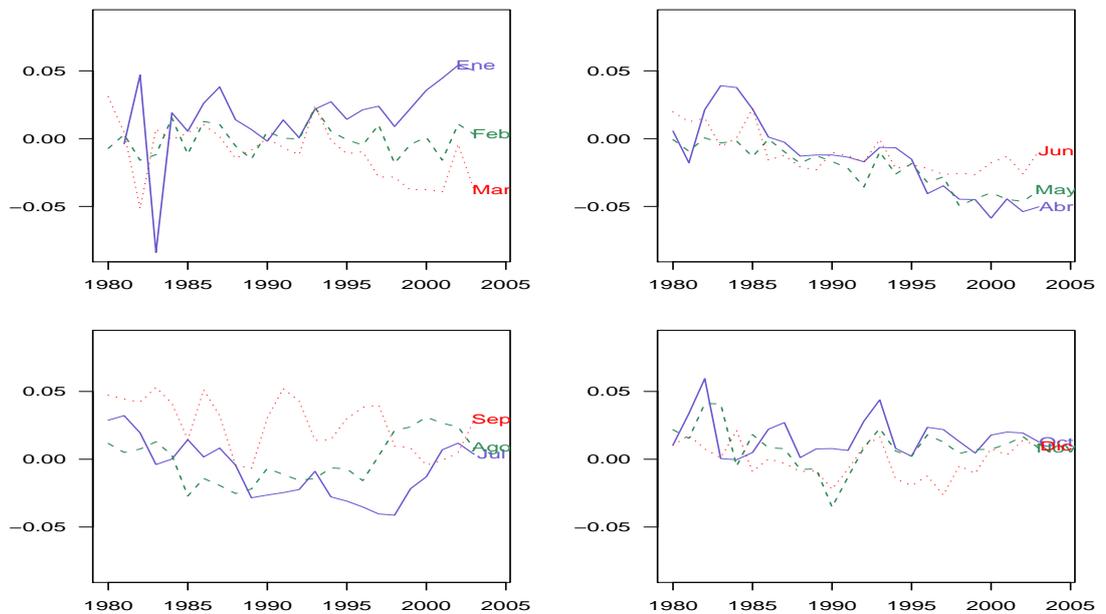


Figura 2.5: ParoReg.CAPV. Evolución mensual sobre la serie en diferencias



2.1.2. Pasajeros de líneas aéreas

La serie TAer.CAPV recoge el número de viajeros registrados en vuelos efectuados en los aeropuertos de la CAPV durante el periodo 1984.1-2003.10. Los datos se han tomado de la base de datos IKERBIDE, elaborada por el Departamento de Hacienda y Administración Pública y el Departamento de Economía y Planificación del Gobierno Vasco, empleando para esta serie, información de la Dirección General de Aviación Civil.

No se dispone de información sobre el tipo de viajeros; negocios o turismo, que predomina en los vuelos de la CAPV. En cualquier caso, el esfuerzo que ha realizado esta Comunidad Autónoma en los últimos años para atraer al turismo nos puede hacer esperar que el número de viajeros haya aumentado en los periodos vacacionales. Puede imaginarse incluso, un cambio en la estructura estacional de la serie.

Análisis gráfico

En la figura 2.6 se puede apreciar la presencia de heterocedasticidad. Ésta se consigue eliminar tomando logaritmos a la serie, por lo que trabajaremos con la serie en logaritmos. El gráfico de la serie en primeras diferencias muestra una primera visión del componente estacional. Se distinguen los incrementos más fuertes que se dan en la serie durante el mes de julio y los descensos más marcados en los meses de noviembre y agosto.

Las diferentes variantes de los gráficos de Buys-Ballot, figuras 2.9, 2.10, permiten precisar el comportamiento estacional de la serie. Los meses de enero y febrero son los de menor número de desplazamientos. A partir de ese mes se produce un crecimiento en el número de viajeros transportados hasta el mes de octubre, cuando empieza el decrecimiento de la serie hacia los valores mínimos de enero y febrero. Este crecimiento se ve interrumpido durante los meses de mayo y agosto.

Asimismo, en estos gráficos destacan se observa que la evolución de la serie en el largo plazo no ha sido constante, véase la figura 2.8. Se han alternado diferentes ritmos de crecimiento que se pueden asociar a cambios de nivel. En las figuras 2.11 y 2.12 se puede distinguir un estancamiento de la serie al comienzo del año 1991. Para evitar que esto afecte a los resultados de los contrastes será conveniente aplicar éstos empleando diferentes periodos muestrales.

Contrastes

Tanto con el estadístico de KPSS como ADF, tabla 2.3, se concluye que existe raíz unitaria en la frecuencia cero. El estadístico t sobre el componente de tendencia recogido en la tabla 2.4 es ligeramente superior al valor crítico 1,96 bajo el supuesto de estacionariedad para el 5% de significación. Sin embargo, el estadístico ADF sobre la serie en logaritmos incluyendo una constante y una tendencia es $1,27 < 2,79$, el valor crítico correspondiente, de manera que no se rechaza en este caso la hipótesis de no significatividad de acuerdo con las tablas de Dickey y Fuller (1981).

Existen ciclos estacionales deterministas, ya que los estadísticos de signifi-

catividad sobre las variables ficticias estacionales, tabla 2.4, son en su mayoría superiores a 3,00 y por tanto relativamente alejados del valor crítico de referencia $\pm 1,96$. No obstante, existen ciclos estocásticos que condicionan la evolución de la serie, como sugiere el contraste conjunto de CH. Éste es ligeramente superior al valor crítico 2,75 cuando no consideramos una tendencia lineal.

El estadístico de CH sólo rechaza la hipótesis de estacionariedad en las frecuencias $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{2}$, al 5% de significación. El contraste de HEGY de la misma tabla 2.3 complementa la información anterior para detectar a través de qué frecuencias se da esto. Los estadísticos F de HEGY toman valores superiores al valor crítico 6,26, rechazando así la hipótesis de raíz unitaria. Los estadísticos sobre las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$ son los que están más próximos a mantener la hipótesis de integración. Lo mismo ocurre con el estadístico t para la frecuencia π , este estadístico es ligeramente inferior al valor crítico $-2,76$, por lo que rechaza la hipótesis de raíz unitaria.

Se ha evaluado la robustez de estos resultados aplicando los mismos contrastes sobre diferentes periodos muestrales. Empleando periodos muestrales se corrobora que la serie es $I_{\frac{\pi}{3}}(1)$ y $I_{\frac{\pi}{2}}(1)$.

Además, tanto el estadístico de CH como de HEGY indican que la serie es integrada también en la frecuencia $\frac{2\pi}{3}$. En particular, empleando el periodo 1994.1-2003.10, el estadístico de CH para la frecuencia $\frac{2\pi}{3}$ toma el valor $1,83 > 0,75$, mientras que el estadístico F de HEGY toma el valor $2,04 < 6,26$.

A diferencia de lo que se podía esperar, ni el estadístico de CH ni el de HEGY permiten confirmar la presencia de raíz unitaria en la frecuencia π . Para el periodo 1990.1-2003.10, el estadístico de CH es $0,06$, mientras que el de HEGY es $-3,34$, todavía inferior al valor crítico $-2,76$. Empleando el periodo 1994.1-2000.12 el estadístico de HEGY es $-3,14$, todavía menor al valor crítico, mientras que el de CH toma un valor pequeño, $0,07$. Otros periodos muestrales considerados no resultaron informativos.

En el resto de frecuencias, la serie no es informativa al emplear estos periodos muestrales, ya que ninguno de los contrastes consigue rechazar su hipótesis nula, por lo que validamos los resultados iniciales.

Conclusiones

A diferencia de lo que podríamos esperar antes del análisis de esta serie, no se ha detectado un cambio en la estructura del patrón estacional. Tal vez esto se deba a que los viajeros desplazados en avión en la CAPV son principalmente viajeros de negocios en lugar de turistas, ya que se observa que en agosto desciende de forma notable el número de desplazamientos.

Para el tratamiento de la serie de acuerdo con los métodos econométricos tradicionales es preciso filtrar previamente las raíces unitarias asociadas a las frecuencias de largo plazo y a las estacionales; $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{2\pi}{3}$. La serie es estacionaria en las frecuencias $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$ y π . Incluyendo un término constante y variables ficticias estacionales, el modelo resultante para la serie en logaritmos es el siguiente:

$$(1 - L)(1 + L^2)(1 - L + L^2)(1 + L + L^2)y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Tabla 2.3: TAer.CAPV en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad

	Componentes deterministas				
	Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 21,41 ***$	$\eta_\tau = 0,73 **$	-	-
$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 10,96 ***$	$\eta_\tau = 0,43 \cdot$	-	-
KPSS $(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 7,43 ***$	$\eta_\tau = 0,33$	-	-
$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 5,65 ***$	$\eta_\tau = 0,28$	-	-
$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 4,59 ***$	$\eta_\tau = 0,26$	-	-
ADF	t=3,69	t=-1,60	t=-1,51	t=-0,94	t=-2,53
	p = 23	p = 23	p = 23	p = 12	p = 14
	n.obs=214	n.obs=214	n.obs=214	n.obs=225	n.obs=223
CH $(l = 5)$	-	-	-	$L_{\pi/6} = 0,48$	0,26
	-	-	-	$L_{\pi/3} = 0,87 *$	0,80 *
	-	-	-	$L_{\pi/2} = 0,95 **$	0,94 **
	-	-	-	$L_{2\pi/3} = 0,64 \cdot$	0,63 \cdot
	-	-	-	$L_{5\pi/6} = 0,62$	0,62
	-	-	-	$L_\pi = 0,37 \cdot$	0,36 \cdot
	-	-	-	$L_f = 2,82 *$	2,68 \cdot
n.obs	214	214	214	225	223
HEGY p =	12	12	12	1	3
$t_0 =$	3,69	-1,60 \cdot	-1,51	-0,94	-2,53
$t_\pi =$	-1,66 \cdot	-1,66 \cdot	-1,66 \cdot	-3,00 *	-2,79*
$F_{\frac{\pi}{2}} =$	3,42 *	3,44 *	3,48 *	7,34 **	5,83 \cdot
$F_{\frac{2\pi}{3}} =$	1,20	1,20	1,20	8,28 **	9,14 ***
$F_{\frac{\pi}{3}} =$	1,17	1,12	1,15	20,05 ***	10,68 ***
$F_{\frac{5\pi}{6}} =$	2,42 \cdot	2,36 \cdot	2,37 \cdot	13,47 ***	13,39 ***
$F_{\frac{\pi}{6}} =$	0,07	0,05	0,07	13,94 ***	10,88 ***
$F_{2\cdot,12} =$	1,80	1,78	1,80	14,76	11,49
$F_{1\cdot,12} =$	3,00	1,87	1,82	13,70	11,18

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘\cdot’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2\cdot,12}$ y $F_{1\cdot,12}$ de HEGY.

Tabla 2.4: TAer.CAPV en logaritmos: Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	1,26	2,34	1,26	2,34	1,26	2,34
Tendencia	0,00	2,37	0,00	2,37	0,00	2,37
VFE1	-0,01	-0,33	-0,01	-0,33	-0,01	-0,33
VFE2	0,06	1,39	0,06	1,39	0,06	1,39
VFE3	0,16	3,54	0,16	3,54	0,16	3,54
VFE4	0,18	3,68	0,18	3,68	0,18	3,68
VFE5	0,11	2,30	0,11	2,30	0,11	2,30
VFE6	0,14	3,21	0,14	3,21	0,14	3,21
VFE7	0,25	5,77	0,14	5,77	0,25	5,77
VFE8	0,12	2,71	0,12	2,71	0,12	2,71
VFE9	0,22	5,59	0,22	5,59	0,22	5,59
VFE10	0,14	3,59	0,14	3,59	0,14	3,59
VFE11	0,01	0,35	0,01	0,35	0,01	0,35
F_{VFE}	7,82		7,82		7,82	
Retardos	15		14		3	
Nº observ	223		223		223	

Figura 2.6: TAer.CAPV. Gráficos de la serie

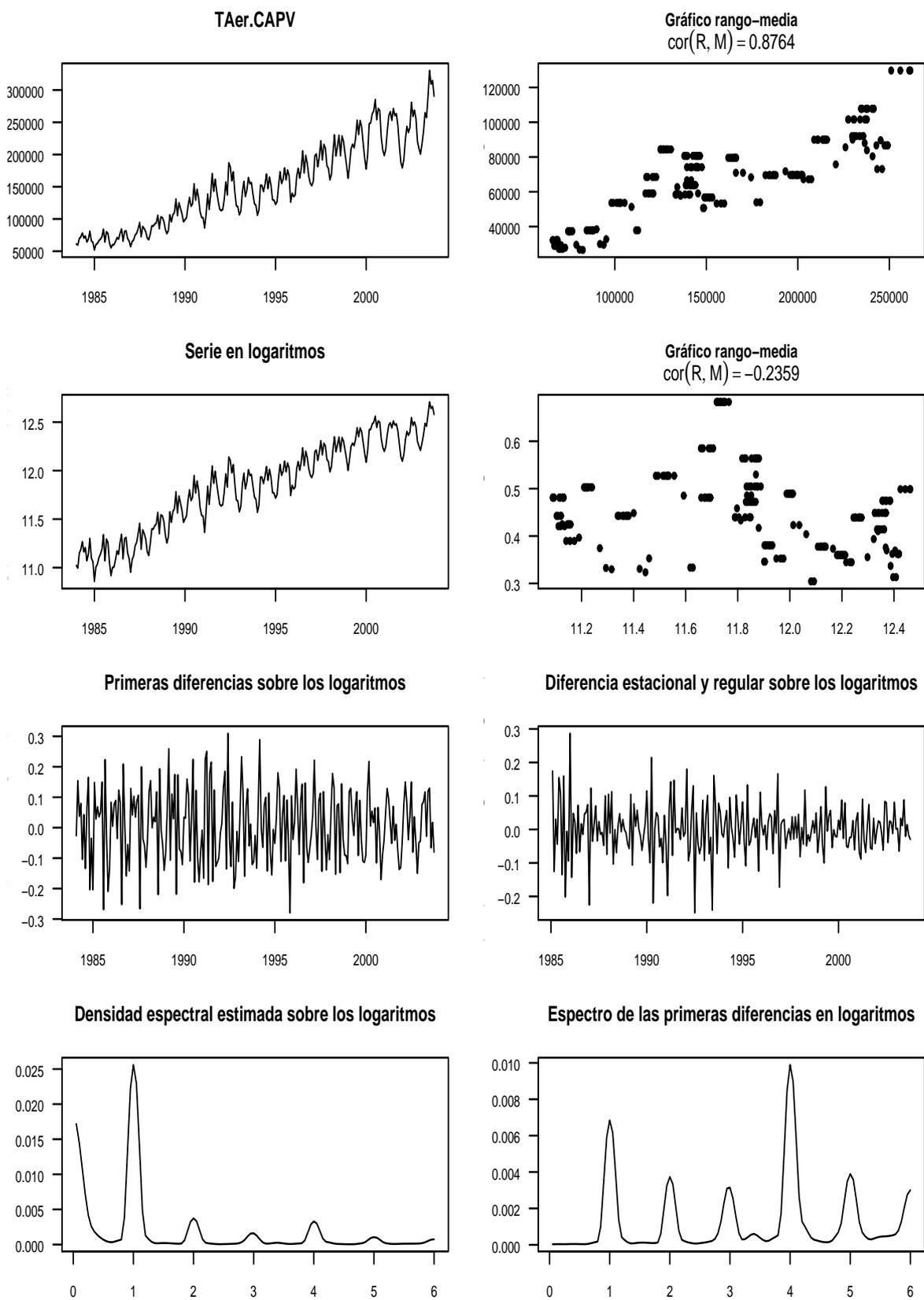


Figura 2.7: TAer.CAPV. Correlogramas

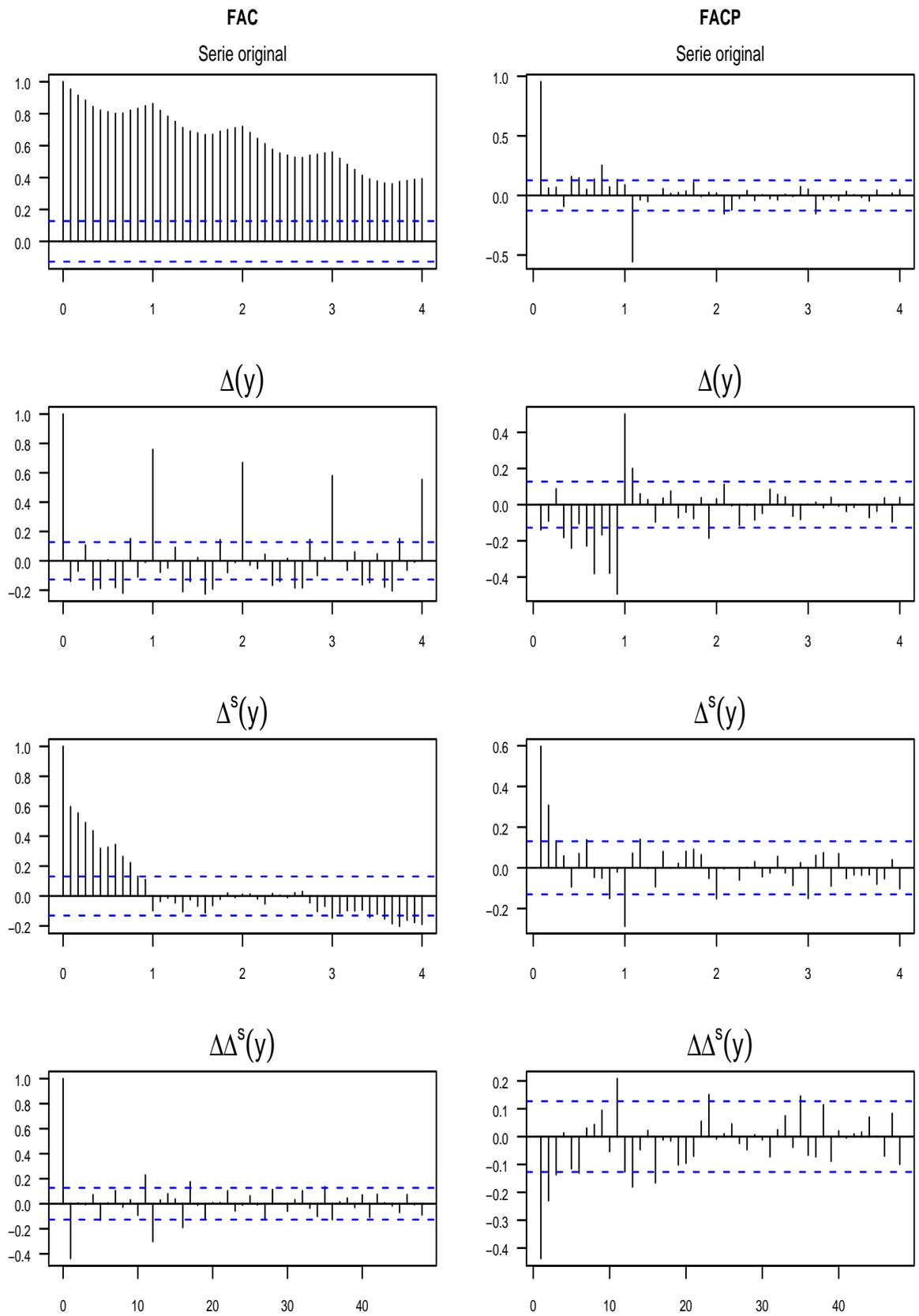


Figura 2.8: TAer.CAPV. Ciclos estacionales

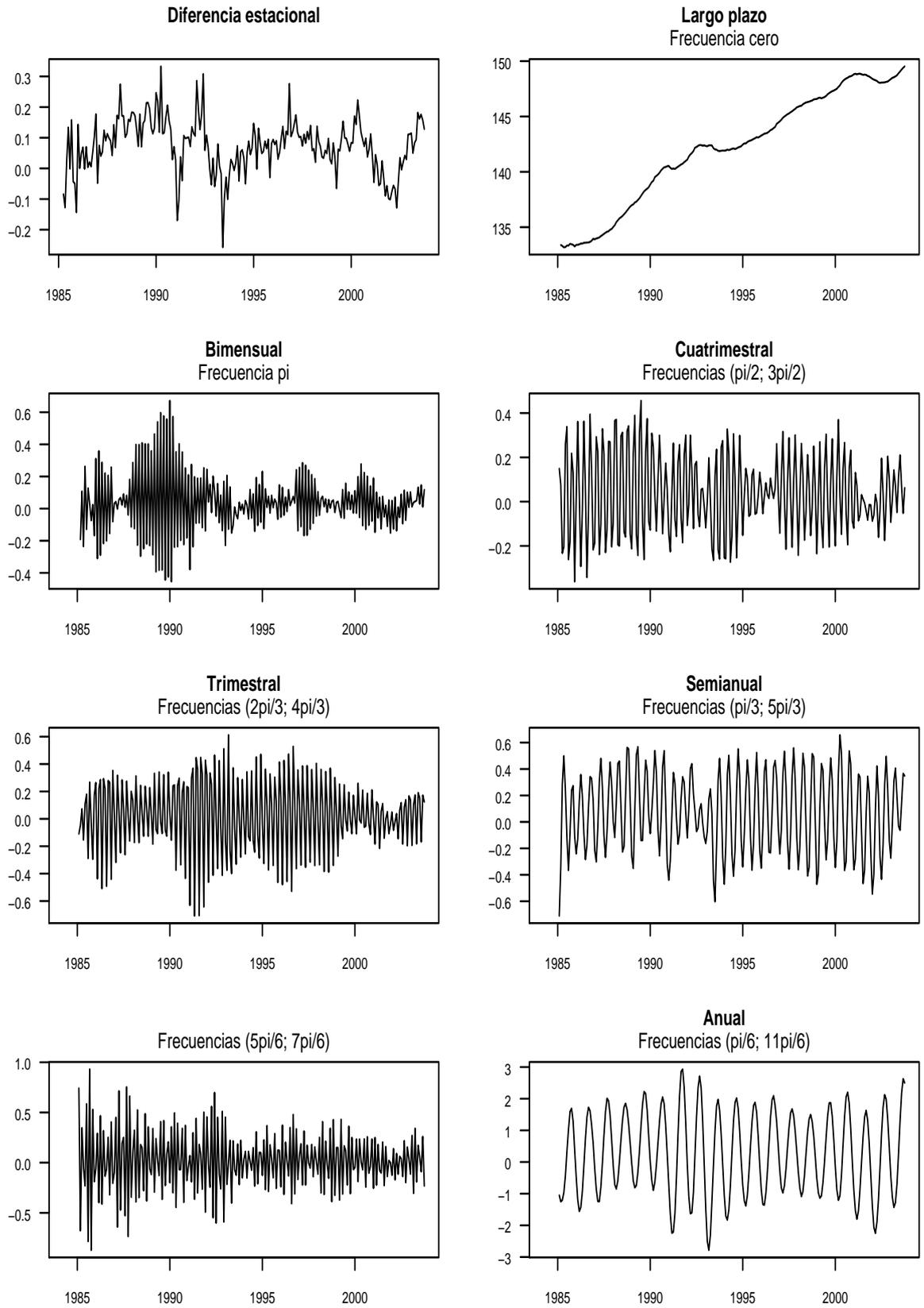


Figura 2.9: TAer.CAPV. Evolución mensual

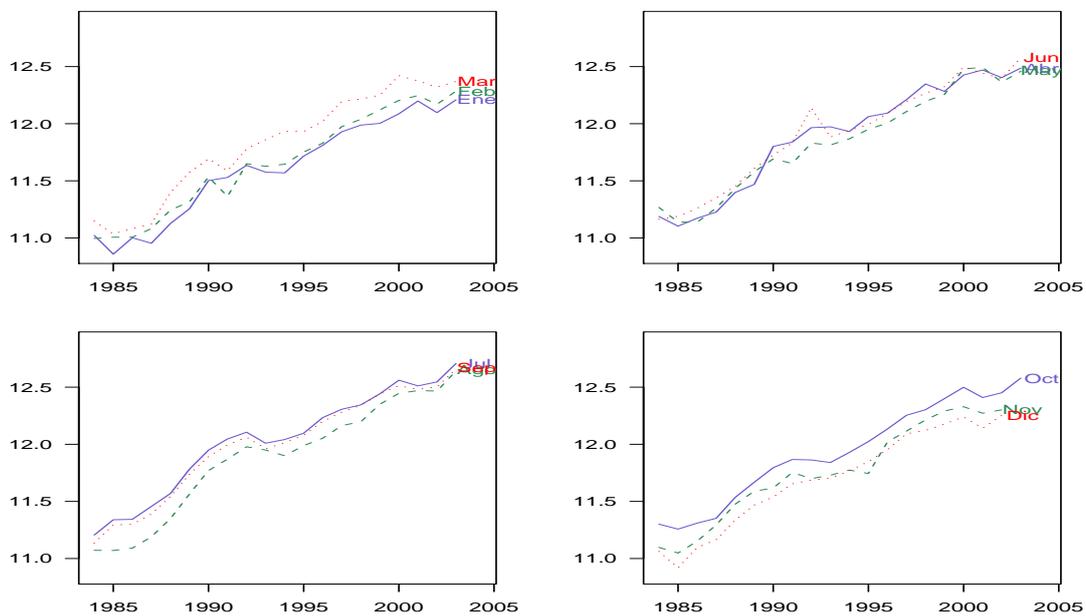


Figura 2.10: TAer.CAPV. Evolución mensual sobre la serie en diferencias

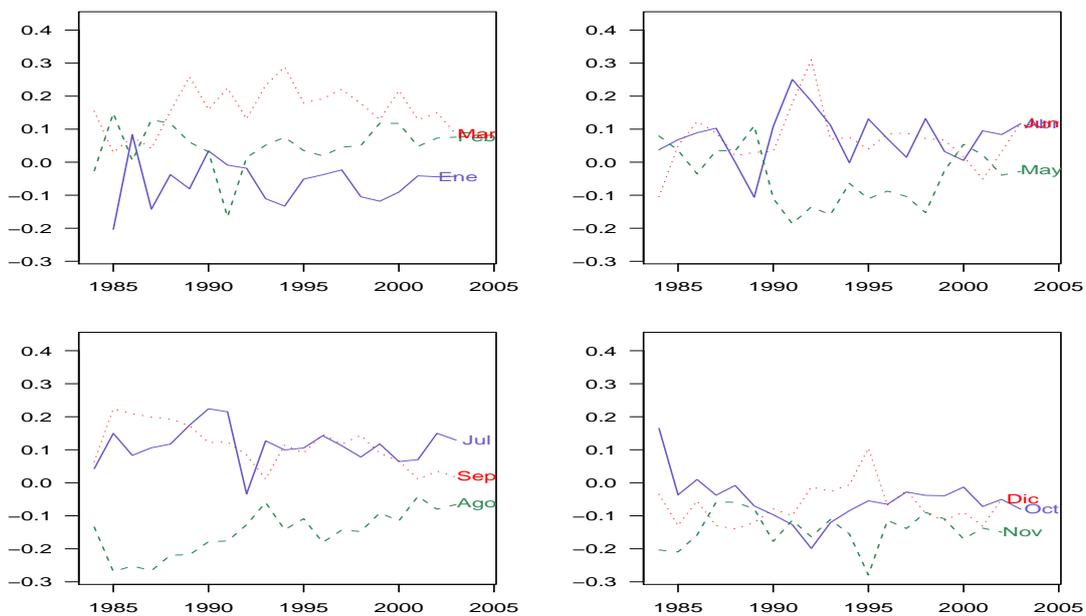


Figura 2.11: TAer.CAPV. Buys-Ballot 3D

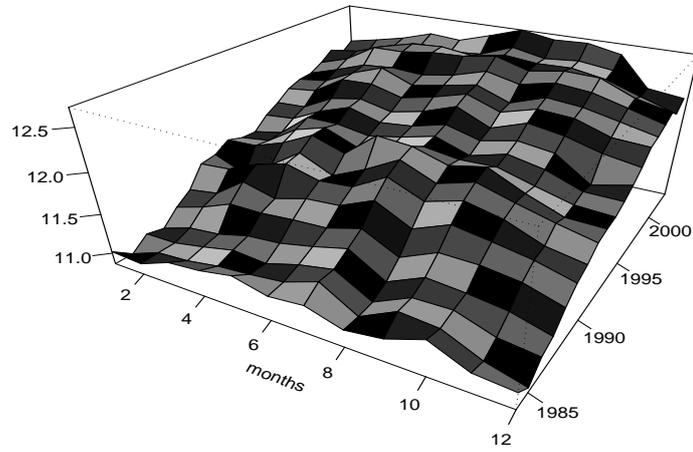
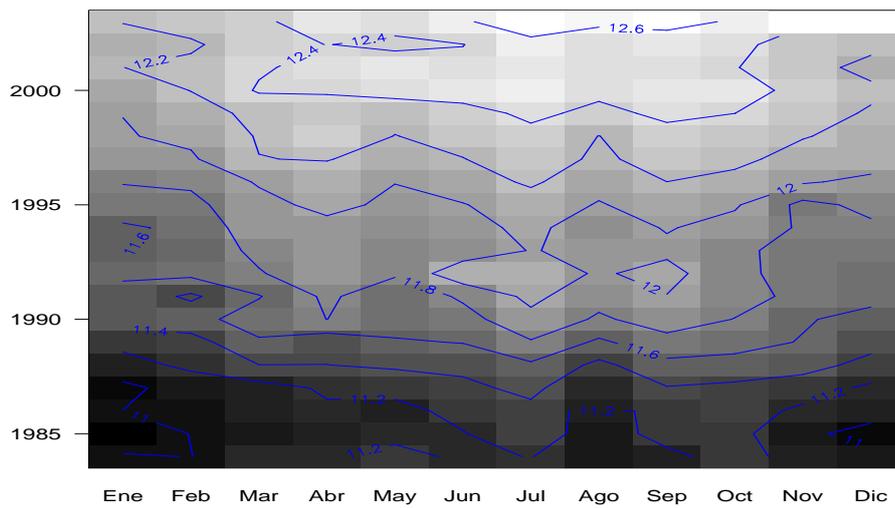


Figura 2.12: TAer.CAPV. Buys-Ballot: Curvas de nivel



2.1.3. Pernoctación hotelera

La serie *pernhot.capv* recoge con periodicidad mensual el número de pernoctaciones hoteleras registradas durante el periodo 1981.1-2003.12. Los datos se han tomado de la base de datos IKERBIDE, elaborada por el Departamento de Hacienda y Administración Pública y el Departamento de Economía y Planificación del Gobierno Vasco, empleando para esta serie, información del Instituto Nacional de Estadística [INE].

A pesar de que la fuente de la que se han tomado los datos no hace mención sobre algún cambio en la recogida de datos, a partir del año 1999 aproximadamente se observa que existe un cambio de nivel. Recurriendo a la fuente original de los datos se ha encontrado que la serie homóloga que el INE publica para el conjunto del Estado no incluye los establecimientos de una estrella de plata hasta el año 1999. Aunque no se ha encontrado la fuente original de los datos para la CAPV, es de suponer que esta serie de datos ha sufrido el mismo cambio en su elaboración. A la hora de realizar el análisis de la serie tendremos en cuenta este cambio de nivel.

Análisis gráfico

La figura 2.13 muestra varios gráficos de la serie que permiten observar las características generales de ésta. En la serie original se intuye la presencia de un componente estacional, ya que parece repetirse todos los años una estructura similar. Esto se observa también en el gráfico de la serie en primeras diferencias. Los gráficos de la densidad espectral estimada también asocian una parte importante de la variabilidad de la serie con las frecuencias estacionales.

La estructura general del patrón estacional es la siguiente; véase la figura 2.17. Desde el mes de enero se produce un crecimiento en el nivel de la serie hasta llegar al nivel máximo de ésta en el mes de agosto. Este crecimiento sólo se ve interrumpido por un ligero descenso en el mes de junio. A partir de agosto se inicia un descenso en el número de pernoctaciones hasta los valores mínimos en los meses de diciembre y enero.

No obstante, no parece que este patrón de comportamiento se haya mantenido constante a lo largo de todo el periodo muestral, ya que durante ciertos periodos unos meses están por encima de otros y durante otros ocurre lo contrario. Las figuras 2.19 y 2.18 permiten hacerse una idea de esta evolución. Principalmente se observa que, aun siendo agosto un mes típicamente con alto grado de ocupación hotelera, este rasgo se empieza a reducir, sobre todo, respecto a los meses próximos a agosto: julio y septiembre. Por último, parece que en torno a los meses de abril y mayo ha empezado a surgir un periodo con un nivel importante de ocupación hotelera.

La varianza de la serie crece a lo largo del tiempo, como se recoge en el gráfico rango-media, donde la correlación entre ambas variables es 0,92. Para evitar que la heterocedasticidad afecte a los resultados trabajaremos con los datos de la serie en logaritmos.

Contrastes

Los estadísticos de significatividad sobre los componentes deterministas, tabla 2.6, resultaron ser muy elevados en el caso de las variables ficticias estacionales, en torno a 7,00 en la regresión de HEGY y todavía superiores en la regresión del contraste ADF. Una tendencia lineal no es, en cambio, significativa. Realizando el contraste ADF con término constante y tendencia se confirma que no es significativo el coeficiente de la tendencia, ya que el estadístico obtenido es $2,22 < 2,79$, siguiendo las tablas de Dickey y Fuller (1981). Incluyendo variables ficticias estacionales el estadístico se reduce hasta 1,91. En consecuencia, para la interpretación de los contrastes ADF y de HEGY consideraremos la presencia de un término constante y variables ficticias estacionales.

Los contrastes presentados en el tabla (2.5) recogen la siguiente información. Tanto el contraste de KPSS como el ADF determinan la presencia de una raíz unitaria en la frecuencia cero. La secuencia de contrastes CH-HEGY revela la existencia de raíces unitarias en las frecuencias estacionales $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{3}$. En la etapa de aplicación del contraste de HEGY se rechaza la hipótesis de integración en las frecuencias π , $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{6}$.

Para evitar que la distribución de los estadísticos se vea alterada por el cambio de nivel mencionado al principio, se ha considerado el periodo muestral 1981.1-1998.12. En este caso no es tan claro que tomar logaritmos homogeneice la varianza, la correlación rango-media es $-0,41$. Se han realizado los mismos contrastes con los datos de este periodo en logaritmos y transformados según el algoritmo Box-Cox con un parámetro igual a 0,35, con el que la correlación rango-media es 0,02.

En ninguno de los casos se ven alterados los resultados de los contrastes de CH y HEGY. Tan sólo el estadístico conjunto de las frecuencias estacionales de CH se reduce, siendo ahora ligeramente superior al valor crítico 2,75. El estadístico de HEGY rechaza la hipótesis de raíz unitaria en todas las frecuencias, mientras que el contraste de CH mantiene la hipótesis de estacionariedad en todas las frecuencias salvo en $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{3}$. En estas dos frecuencias el resultado ofrecido por estos contrastes es, por tanto, contradictorio. No obstante, siguiendo la secuencia CH-HEGY podemos concluir que la serie es integrada en estas frecuencias.

Por último, cabe destacar el hecho de que el método de selección del número de retardos en la regresión de HEGY, criterios BIC y Ljung-Box, no incluyan ningún retardo. Se han aplicado otros criterios como; AIC y selección de retardos significativos, que sí elegían un número mayor de retardos. Sin embargo, lo único que se ha observado es que a medida que aumenta el número de retardos todos los estadísticos disminuyen proporcionalmente. Este hecho es previsible si tenemos en cuenta que un mayor número de regresores reduce el número de grados de libertad y por tanto el estadístico tenderá a mantener su hipótesis nula. Considerando este hecho y que estos resultados no se alteran empleando otros periodos muestrales, decidimos guiar el análisis principalmente por los resultados del contraste de CH.

Conclusiones

Empleando toda la muestra, la varianza de la serie se homogeneiza tomando

logaritmos, mientras que para el periodo 1981-1998 este hecho sólo cambia el tipo de heterocedasticidad, la varianza decrece con el tiempo. Un valor de 0,35 en el parámetro de la transformación Box-Cox elimina este fenómeno.

Aun teniendo en cuenta el cambio de nivel determinista producido en el año 1999, debido a un cambio en la recogida de los datos, la tendencia de la serie está marcada por la presencia de una raíz unitaria en la frecuencia cero. No se ha encontrado relevante la inclusión de una tendencia lineal.

El componente estacional está formado principalmente por ciclos deterministas, salvo las raíces unitarias encontradas en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{3}$. El filtro de diferencias estacionales elimina por tanto ciclos estacionarios que deberían recogerse, en su lugar, por variables ficticias estacionales.

Así, el modelo que se adapta a las características observadas en el análisis de la serie en logaritmos es el siguiente:

$$(1 - L)(1 + L^2)(1 - L + L^2)y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

También es conveniente recoger mediante variables ficticias el cambio de nivel producido a partir del año 1999, aunque hemos visto que no afecta a los métodos presentados aquí. Alternativamente se puede reducir la muestra empleando el periodo 1981-1998, ya que contiene todavía un número elevado de observaciones.

Tabla 2.5: pernhot.capv en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad

		Componentes deterministas				
		Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
KPSS	$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 14,57 ***$	$\eta_\tau = 0,67 ***$	-	-
	$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 7,72 ***$	$\eta_\tau = 0,38 ***$	-	-
	$(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 5,47 ***$	$\eta_\tau = 0,29 ***$	-	-
	$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 4,39 ***$	$\eta_\tau = 0,25 ***$	-	-
	$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 3,77 ***$	$\eta_\tau = 0,25 ***$	-	-
ADF	t=1,74	t=-0,18	t=-2,13	t=0,26	t=-1,81	
	p = 15	p = 15	p = 15	p = 7	p = 7	
	n.obs=260	n.obs=260	n.obs=260	n.obs=268	n.obs=268	
CH ($l = 5$)	-	-	-	$L_{\pi/6} = 0,32$	0,18	
				$L_{\pi/3} = 1,58 ***$	1,56 ***	
				$L_{\pi/2} = 1,35 ***$	1,28 ***	
				$L_{2\pi/3} = 0,51$	0,49	
				$L_{5\pi/6} = 0,57$	0,57	
				$L_\pi = 0,08$	0,08	
			$L_f = 3,11 **$	2,93 *		
HEGY	n.obs	250	250	250	264	264
	p =	14	14	14	0	0
	$t_0 =$	1,56	-0,44	-2,17	0,26	-1,66
	$t_\pi =$	-3,21 ***	-3,20 ***	-3,23 ***	-4,36 ***	-4,37 ***
	$F_{\frac{\pi}{2}} =$	1,76	1,75	1,73	21,41 ***	21,62 ***
	$F_{\frac{2\pi}{3}} =$	1,61	1,59	1,58	23,53 ***	23,66 ***
	$F_{\frac{\pi}{3}} =$	1,59	1,58	1,58	14,40 ***	14,31 ***
	$F_{\frac{5\pi}{6}} =$	2,43	2,43	2,42	15,67 ***	15,73 ***
	$F_{\frac{\pi}{6}} =$	0,12	0,12	0,12	29,61 ***	30,37 ***
	$F_{2...,12} =$	2,32	2,31	2,31	31,60	31,82
$F_{1...,12} =$	2,36	2,14	2,54	29,29	29,32	

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘.’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2...,12}$ y $F_{1...,12}$ de HEGY.

Tabla 2.6: pernhot.capv en logaritmos. Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	0,41	0,85	0,41	0,85	0,37	0,76
Tendencia	0,00	2,04	0,00	2,04	0,00	1,87
VFE1	0,04	0,96	0,04	0,96	0,06	1,43
VFE2	0,20	3,90	0,20	3,90	0,24	4,17
VFE3	0,47	7,43	0,47	7,43	0,50	7,08
VFE4	0,60	8,59	0,60	8,59	0,64	7,52
VFE5	0,68	10,72	0,68	10,72	0,72	7,51
VFE6	0,68	11,64	0,68	11,64	0,68	6,68
VFE7	0,85	17,20	0,68	17,20	0,80	8,05
VFE8	0,87	16,48	0,87	16,48	0,80	8,33
VFE9	0,51	8,75	0,51	8,75	0,43	5,03
VFE10	0,39	8,04	0,39	8,04	0,31	4,76
VFE11	0,21	5,70	0,21	5,70	0,16	3,83
F_{VFE}	71,78		71,78		17,31	
Retardos	8		7		0	
Nº observ.	268		268		264	

Figura 2.13: pernhot.capv. Gráficos de la serie original

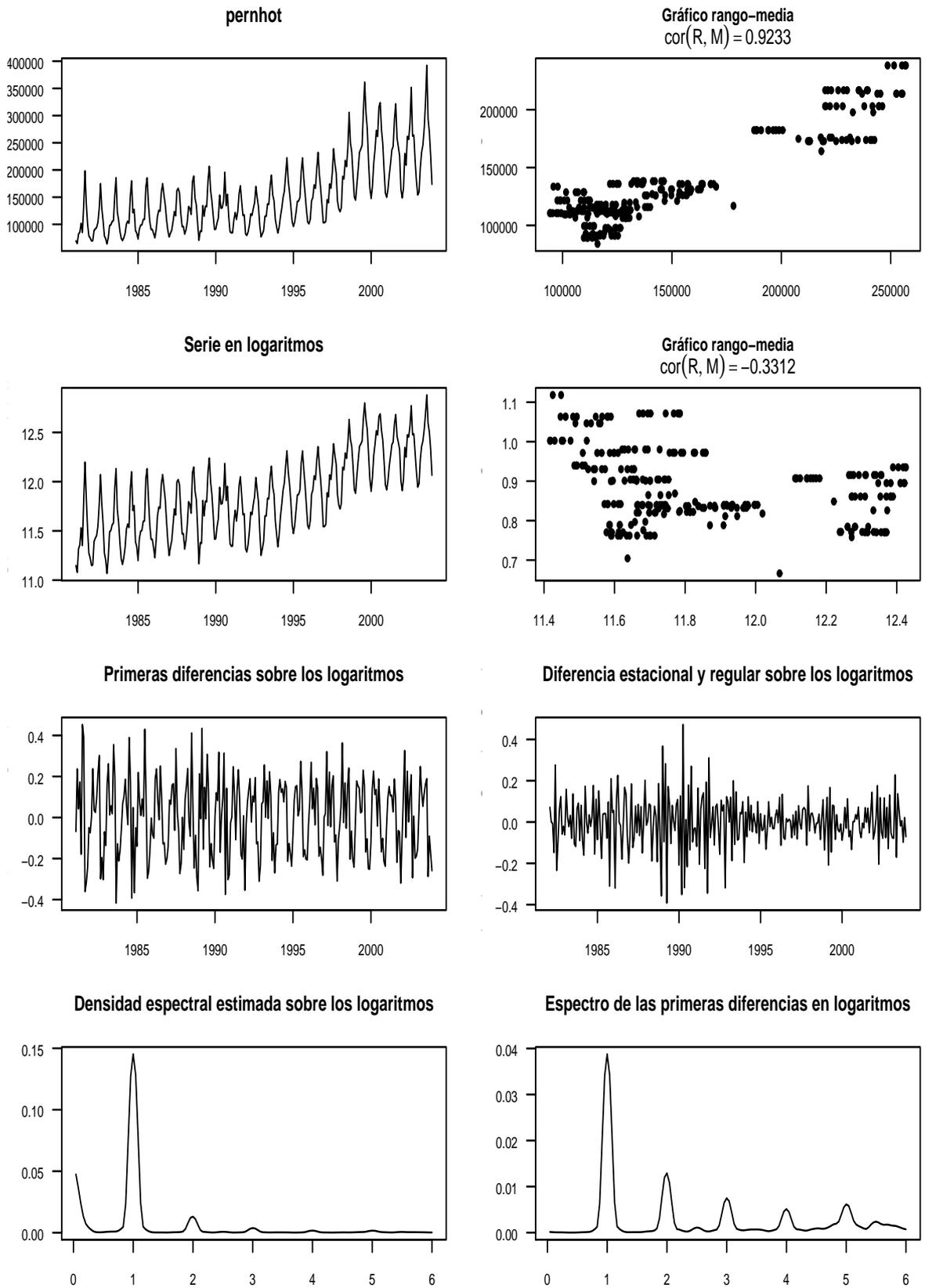


Figura 2.14: pernhot.capv. Correlogramas

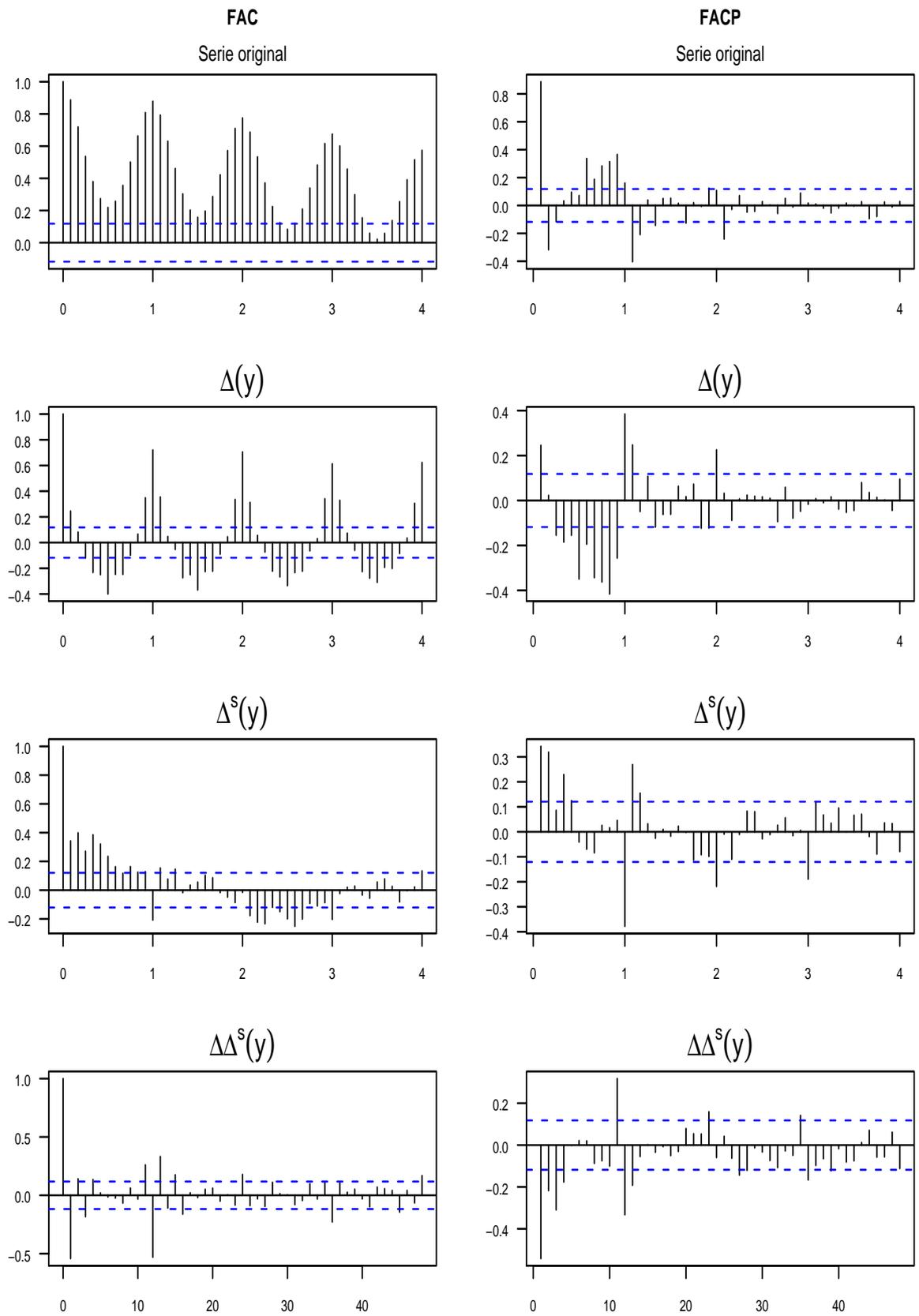


Figura 2.15: pernhot.capv. Ciclos estacionales

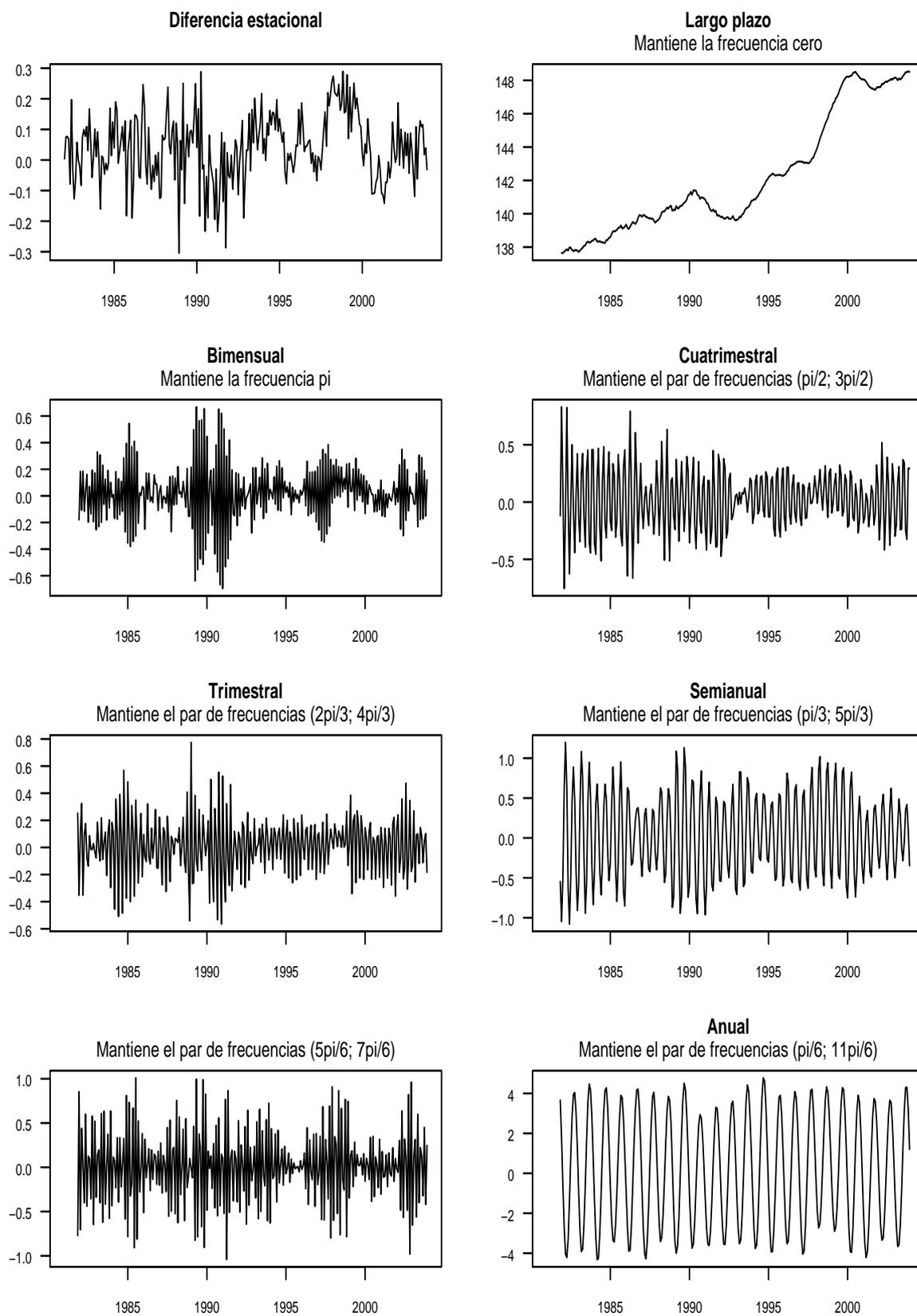


Figura 2.16: pernhot.capv. Evolución mensual

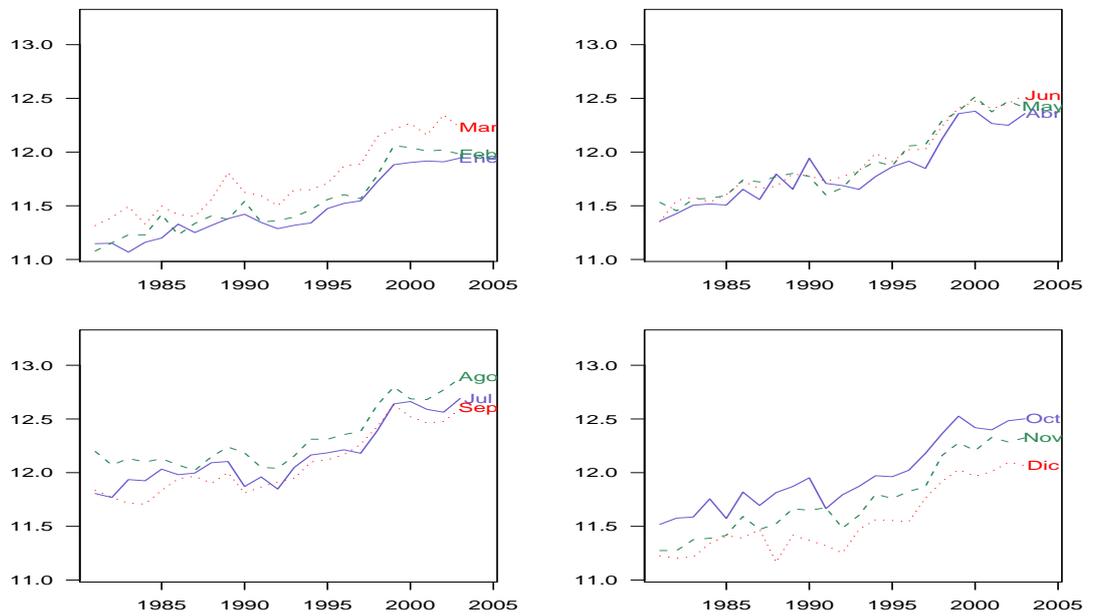


Figura 2.17: pernhot.capv. Evolución mensual sobre la serie en diferencias

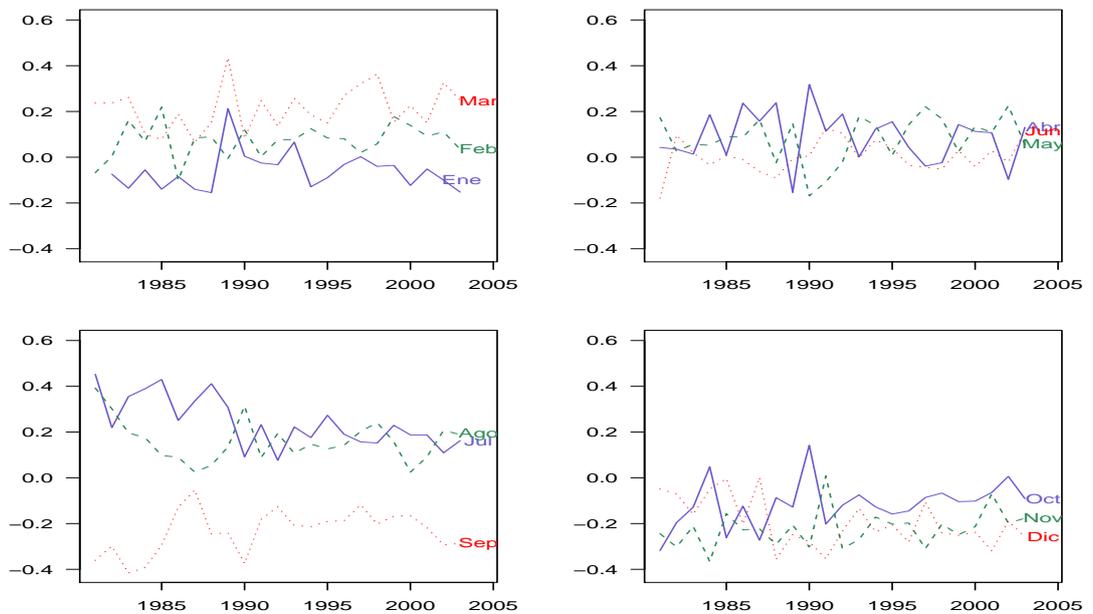


Figura 2.18: pernhot.capv. Evolución anual

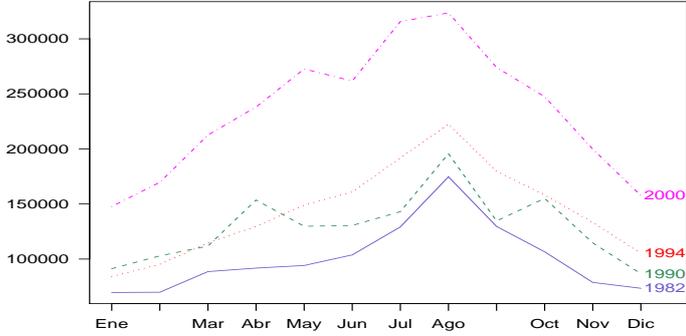
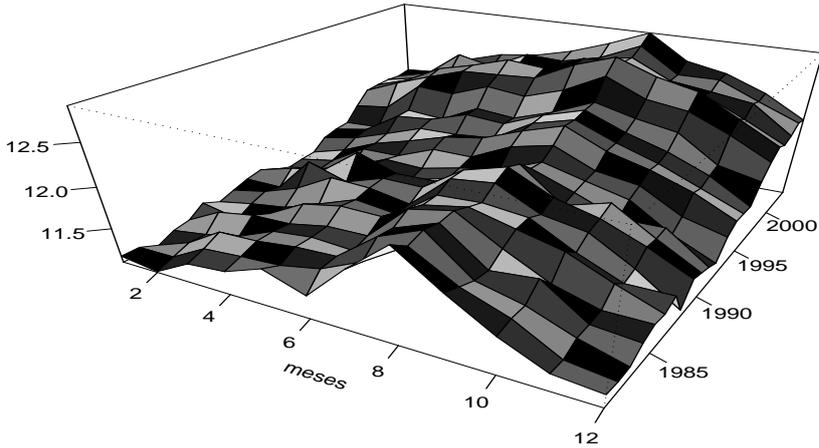


Figura 2.19: pernhot.capv. Buys-Ballot 3D



2.2. Series del Estado

2.2.1. Índice de producción industrial

La serie *ipi* recoge la evolución del índice de producción industrial [IPI] en el Estado durante el periodo 1975.1-2003.9. Los datos empleados se han obtenido de la base de datos del INE.

Análisis gráfico

El gráfico de la serie original muestra una serie con una tendencia creciente cuyo ritmo de crecimiento se ve interrumpido en torno al año 1992. En particular, el análisis de observaciones atípicas mediante TRAMO detecta un cambio de nivel a partir de la observación 1992.10. En las figuras 2.25 y 2.26 se aprecia la presencia de un componente estacional marcado principalmente por el descenso en el IPI durante el mes de agosto. En la serie en primeras diferencias, figura 2.20, también se puede distinguir la presencia de un componente estacional.

Los gráficos que recogen la evolución mensual, figuras 2.23 y 2.24, reflejan que los meses correspondientes al último mes de cada cuatrimestre: abril, agosto y diciembre, son los de menor producción industrial, especialmente agosto. Por su parte, los primeros meses de cada trimestre tienden a sucederse en una progresión ascendente. Este hecho no se da de forma regular, como reflejan los cruces que se producen entre las sendas de estos meses. Los meses de mayor producción son octubre y noviembre.

Con lo anterior, podemos esperar que exista alguna raíz unitaria en la frecuencia de largo plazo y/o en alguna frecuencia estacional, ya que no todos los rasgos del patrón estacional detectados en los gráficos se repiten de forma sistemática.

En la figura 2.22 se representan los gráficos de los filtros parciales en los que se descompone el filtro estacional, ciclos estacionales y de largo plazo. La apariencia sinusoidal de los filtros referentes a las frecuencias estacionales confirma la presencia de estacionalidad. En la medida en que estos gráficos sigan un comportamiento regular podemos esperar la existencia de una raíz unitaria en cierta frecuencia. En este caso, las frecuencias $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{3}$, y π parecen ser las menos regulares.

Atendiendo a la varianza de la serie, el gráfico rango-media, figura 2.20, refleja que la correlación entre ambas variables es importante, 0,71, pero no parece tan claro que tomar logaritmos homogeneice la varianza, ya que la correlación pasa a ser negativa tomando un valor de $-0,48$. Realizando el gráfico rango-media sobre la serie de datos hasta el periodo en que se interrumpe el ritmo de crecimiento, 1992.9, se mantiene una correlación rango-media alta 0,87. De esta forma podemos decir que existe heterocedasticidad en la estructura de la serie y que no se debe a algún cambio de nivel como el considerado aquí. Así, aplicaremos e interpretaremos los contrastes sobre la serie en logaritmos.

Contrastes

La tabla 2.8 muestra que los estadísticos de significatividad acerca de los

componentes deterministas son relativamente altos. En particular³, las variables ficticias estacionales toman valores bastante alejados del valor crítico $\pm 1,96$, especialmente las que se refieren a los meses de enero, mayo, julio, agosto y octubre. De manera que aplicaremos los correspondientes contrastes incluyendo variables ficticias estacionales.

Con los datos de la tabla 2.8 no es tan claro que una tendencia lineal sea significativa. El estadístico de significatividad que se obtiene para una tendencia lineal en la regresión del contraste ADF, incluyendo variables ficticias estacionales, es 2,92, superior al valor crítico 2,78 recogido en la tabla III de Dickey y Fuller (1981). De manera que también consideraremos significativa la existencia de una tendencia lineal.

Según los estadísticos de KPSS, tabla 2.7, se rechazan las hipótesis nulas de estacionariedad en niveles y en tendencia, mientras que el contraste ADF no rechaza la hipótesis nula de integración. De esta forma, ambos contrastes coinciden en que la serie es integrada en la frecuencia cero. No obstante, si consideramos la presencia de una tendencia lineal los estadísticos del contraste KPSS se encuentran próximos al valor crítico 0,146.

Para el análisis de raíces unitarias en las frecuencias estacionales seguimos la secuencia de contrastes CH-HEGY, tabla 2.7. Los estadísticos de CH toman valores muy por encima de los valores críticos para las frecuencias $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, y $\frac{2\pi}{3}$. En el caso de las frecuencias π y $\frac{5\pi}{6}$ los estadísticos son muy próximos a los valores críticos 0,47 y 0,75 al 5% de significación.

Para valorar si estos resultados están condicionados por el descenso en el ritmo de crecimiento detectado en el análisis gráfico, se han realizado estos mismos contrastes empleando el periodo muestral 1975.1-1992.9, tabla 2.9.

Los resultados obtenidos muestran que, efectivamente, algunas de las raíces unitarias encontradas anteriormente responden a un cambio de nivel determinista en lugar de a la existencia de ciclos estocásticos. El estadístico conjunto de CH se reduce desde un valor igual a 4,40 hasta 2,77, siendo el valor crítico 2,75. El estadístico conjunto de HEGY, por su parte, aumenta también su valor. De manera que, como podíamos esperar, una vez eliminado el cambio de nivel el estadístico de CH tiende a mantener la hipótesis de estacionariedad, mientras que el de HEGY tiende a rechazar la existencia de raíz unitaria.

Teniendo en cuenta lo anterior y que el número de observaciones anteriores al cambio nivel es mayor que a partir de éste, se ha considerado más adecuado interpretar los contrastes empleando el periodo muestral 1975.1-1992.9.

De acuerdo con los resultados recogidos para este periodo muestral en la tabla 2.9, la serie no es informativa en la frecuencia cero si consideramos la presencia de una tendencia lineal. Ni el estadístico de KPSS ni el ADF consiguen rechazar sus hipótesis nulas. A la vista del gráfico que recoge la evolución de largo plazo, figura 2.22, no parece que la serie sea estacionaria en torno a una tendencia, ya que existirían rachas de valores por encima y por debajo de esa tendencia lineal. De modo que el largo plazo está guiado principalmente por un componente estocástico. A pesar de ello, el hecho de que la serie mantenga una

³Recuérdese que no se conoce la distribución exacta de estos estadísticos en presencia de alguna raíz unitaria, tan sólo que los valores críticos se desplazan a los extremos.

tendencia creciente a lo largo de todo el periodo muestral, permite considerar la inclusión de una tendencia lineal.

Los estadísticos de CH rechazan claramente que la serie sea estacionaria en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$ y π . Sólo en la primera de estas frecuencias el estadístico de HEGY mantiene la hipótesis de integración al 5% de significatividad. El estadístico de HEGY para la frecuencia π toma un valor próximo aunque inferior al valor crítico $-2,75$. En el resto de frecuencias los estadísticos de HEGY confirman los resultados de CH rechazando la hipótesis de raíz unitaria al 5% de significación.

Para la frecuencia $\frac{5\pi}{6}$, tanto de CH como de HEGY, se encuentran muy próximos a los valores críticos 0,75 y 6,23 y no permiten obtener una conclusión definitiva. Observando el gráfico del ciclo asociado a esta frecuencia, figura 2.22, decidimos tomar una posición conservadora y considerar que la serie es integrada en esta frecuencia.

Conclusiones

El patrón estacional está caracterizado por una serie de comportamientos que se repiten sistemáticamente: Descenso en el nivel del IPI en los últimos meses de cada trimestre, especialmente agosto, mientras que los niveles máximos se alcanzan característicamente en el mes octubre. La transición del resto de los meses hacia estos niveles de referencia no se da de acuerdo a un patrón determinista sino que varía de unos años a otros.

Empleando el periodo muestral 1975.1-1992.9, la serie es estacionaria en las frecuencias $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{6}$, mientras que en el resto de frecuencias estacionales: π , $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, y $\frac{5\pi}{6}$, es preciso considerar la existencia de raíces unitarias.

Aunque el largo plazo está guiado por un paseo aleatorio, existe una tendencia lineal determinista suficientemente fuerte como para que la evolución del largo plazo en la serie se haya mantenido creciente durante el periodo considerado.

$$\frac{(1 - L^{12})}{(1 - L + L^2)(1 - \sqrt{3}L + L^2)} y_t = \alpha + \beta t + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

A partir de la observación 1992.10 se ha detectado un cambio de nivel que debería recogerse por medio de variables ficticias, en caso de emplear datos anteriores y posteriores a esta fecha.

Alternativamente, teniendo en cuenta que el filtro de diferencias estacional elimina también la raíz unitaria en la frecuencia de largo plazo y que predominan los ciclos estacionales estocásticos, se puede considerar el siguiente modelo:

$$(1 - L^{12}) y_t = \alpha + \beta t + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Tabla 2.7: ipi.es en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad

	Componentes deterministas					
	Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE	
KPSS	($l = 0$)	-	$\eta_\mu = 17,32^{***}$	$\eta_\tau = 0,16^*$	-	-
	($l = 1$)	-	$\eta_\mu = 11,69^{***}$	$\eta_\tau = 0,16^*$	-	-
	($l = 2$)	-	$\eta_\mu = 8,93^{***}$	$\eta_\tau = 0,18^{**}$	-	-
	($l = 3$)	-	$\eta_\mu = 7,26^{***}$	$\eta_\tau = 0,20^{**}$	-	-
	($l = 4$)	-	$\eta_\mu = 6,01^{***}$	$\eta_\tau = 0,20^{**}$	-	-
ADF	$t=2,78$	$t=-0,23$	$t=-1,92$	$t=-0,77$	$t=-3,01$	
	$p = 23$	$p = 23$	$p = 23$	$p = 14$	$p = 15$	
	n.obs=321	n.obs=321	n.obs=321	n.obs=330	n.obs=329	
CH ($l = 5$)	-	-	-	$L_{\pi/6} = 1,99^{***}$	$1,34^{***}$	
	-	-	-	$L_{\pi/3} = 1,82^{***}$	$1,80^{***}$	
	-	-	-	$L_{\pi/2} = 0,88^*$	$0,86^*$	
	-	-	-	$L_{2\pi/3} = 1,23^{***}$	$1,24^{***}$	
	-	-	-	$L_{5\pi/6} = 0,79^*$	$0,77^*$	
	-	-	-	$L_\pi = 0,45 \cdot$	$0,44 \cdot$	
HEGY	$L_f = 4,73^{***}$				$4,40^{***}$	
	n.obs	321	321	321	330	329
	$p =$	12	12	12	3	4
	$t_0 =$	2,78	-0,23	-1,92	-0,77	-3,01
	$t_\pi =$	-0,18	-0,18	-0,18	-3,33^{***}	-3,71^{***}
	$F_{\frac{\pi}{2}} =$	0,02	0,02	0,02	10,19^{***}	12,05^{***}
	$F_{\frac{2\pi}{3}} =$	0,61	0,6	0,6	12,99^{***}	14,36^{***}
	$F_{\frac{\pi}{3}} =$	0,50	0,50	0,50	6,01	6,25
	$F_{\frac{5\pi}{6}} =$	0,50	0,50	0,50	11,33^{***}	8,84^{***}
	$F_{\frac{\pi}{6}} =$	0,73	0,73	0,74	6,10	4,30
$F_{2...,12} =$	0,43	0,43	0,43	10,90	11,42	
$F_{1...,12} =$	1,06	0,40	0,70	10,09	11,45	

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘·’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2...,12}$ y $F_{1...,12}$ de HEGY.

Tabla 2.8: ipi.es en logaritmos. Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	0,49	2,50	0,49	2,50	0,49	2,50
Tendencia	0,00	2,92	0,00	2,92	0,00	2,92
VFE1	0,15	3,31	0,15	3,31	0,15	3,31
VFE2	0,12	2,48	0,12	2,48	0,12	2,48
VFE3	0,08	1,71	0,08	1,71	0,08	1,71
VFE4	0,09	2,44	0,09	2,44	0,09	2,44
VFE5	0,17	4,14	0,17	4,14	0,17	4,14
VFE6	0,08	1,87	0,08	1,87	0,08	1,87
VFE7	0,14	3,22	0,08	3,22	0,14	3,22
VFE8	-0,15	-3,72	-0,15	-3,72	-0,15	-3,72
VFE9	0,16	3,12	0,16	3,12	0,16	3,12
VFE10	0,21	4,11	0,21	4,11	0,21	4,11
VFE11	0,14	2,91	0,14	2,91	0,14	2,91
F_{VFE}	10,64		10,64		10,64	
Retardos	16		15		4	
Nº observ.	329		329		329	

Tabla 2.9: log de ipi.es (1975.1-1992.9). Contrastes de integración frente a estacionariedad

		Componentes deterministas				
		Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
KPSS	$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 5,30 ***$	$\eta_\tau = 0,07$	-	-
	$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 4,38 ***$	$\eta_\tau = 0,07$	-	-
	$(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 3,85 ***$	$\eta_\tau = 0,08$	-	-
	$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 3,47 ***$	$\eta_\tau = 0,10$	-	-
	$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 3,06 ***$	$\eta_\tau = 0,10$	-	-
ADF	$t=1,49$	$t=-0,73$	$t=-2,79$	$t=-1,67$	$t=-1,75$	
	$p = 23$	$p = 23$	$p = 20$	$p = 12$	$p = 12$	
	n.obs=189	n.obs=189	n.obs=192	n.obs=200	n.obs=200	
CH $(l = 5)$	-	-	-	$L_{\pi/6} = 0,20$	0,22	
	-	-	-	$L_{\pi/3} = 0,43$	0,52	
	-	-	-	$L_{\pi/2} = 1,61 ***$	1,63 ***	
	-	-	-	$L_{2\pi/3} = 1,09 ***$	1,09 ***	
	-	-	-	$L_{5\pi/6} = 0,79*$	0,75 ·	
	-	-	-	$L_\pi = 1,06 ***$	0,99 ***	
				$L_f = 3,07 **$	2,77 *	
HEGY	n.obs	189	189	180	200	200
	$p =$	12	12	21	1	1
	$t_0 =$	1,49	-0,73	-3,56 ***	-1,67	-1,75
	$t_\pi =$	0,10	0,10	0,36	-3,09 **	-3,07 **
	$F_{\frac{\pi}{2}} =$	0,20	0,19	0,20	5,18	5,14
	$F_{\frac{2\pi}{3}} =$	0,08	0,08	0,58	10,32 ***	10,37
	$F_{\frac{\pi}{3}} =$	0,11	0,11	0,27	18,97 ***	19,27
	$F_{\frac{5\pi}{6}} =$	0,14	0,13	0,12	6,96 *	6,90 *
	$F_{\frac{\pi}{6}} =$	0,01	0,01	0,22	16,09 ***	16,46 *** <i>f</i>
	$F_{2...,12} =$	0,10	0,10	0,26	14,14	14,26
$F_{1...,12} =$	0,28	0,13	1,31	13,56	13,33	

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘·’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2...,12}$ y $F_{1...,12}$ de HEGY.

Figura 2.20: ipi.es. Gráficos de la serie original

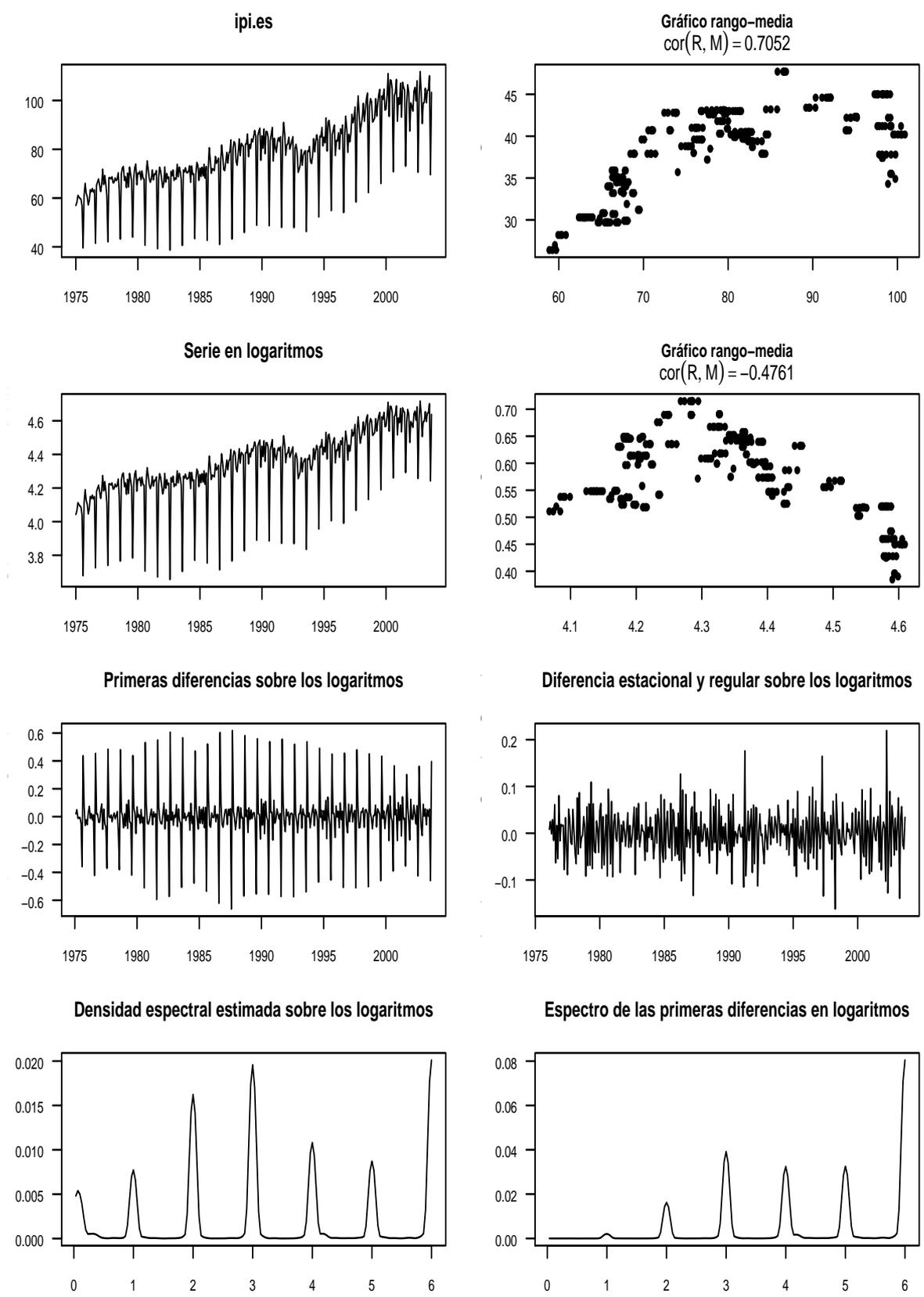


Figura 2.21: ipi.es. Correlogramas

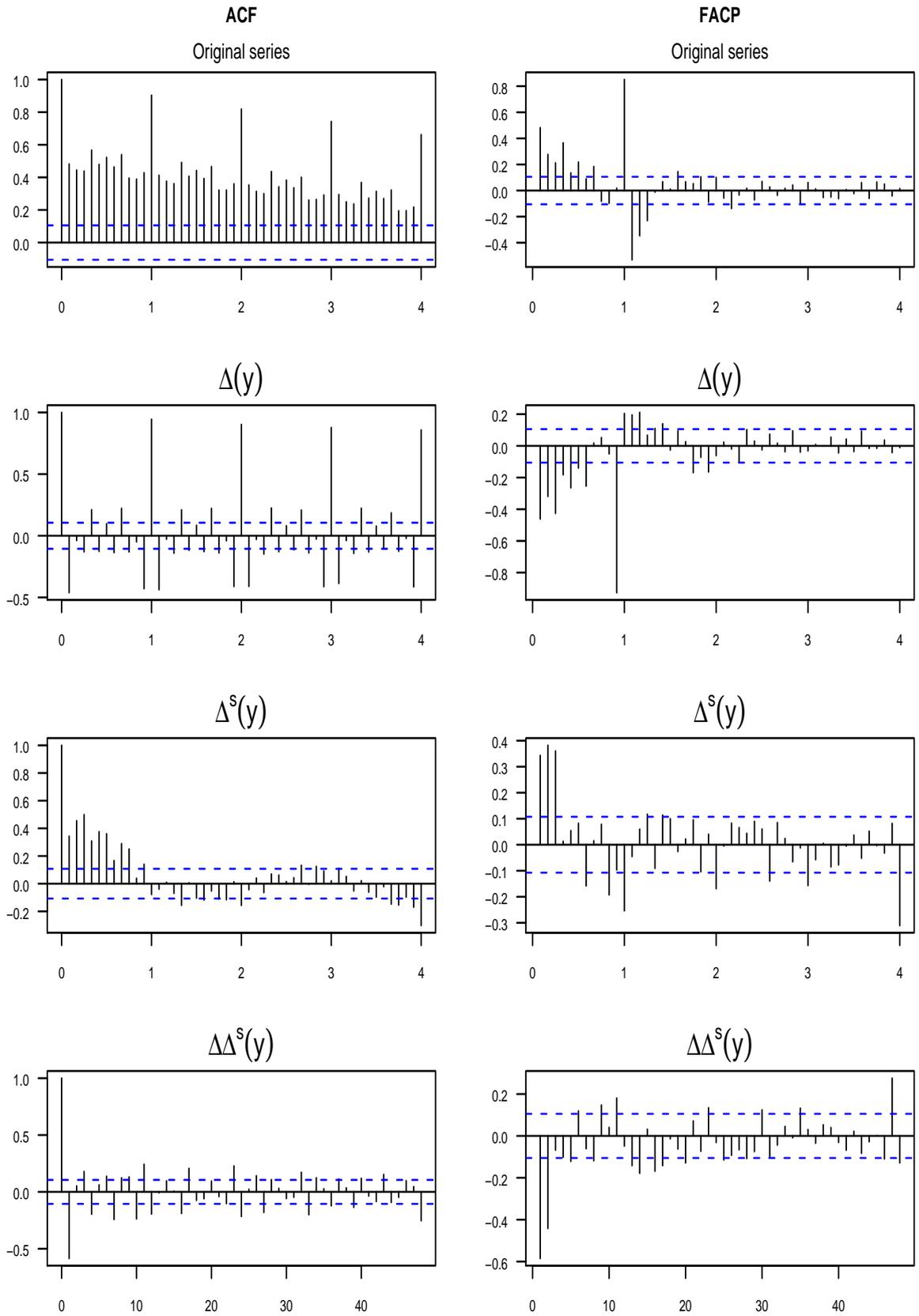


Figura 2.22: ipi.es. Ciclos estacionales

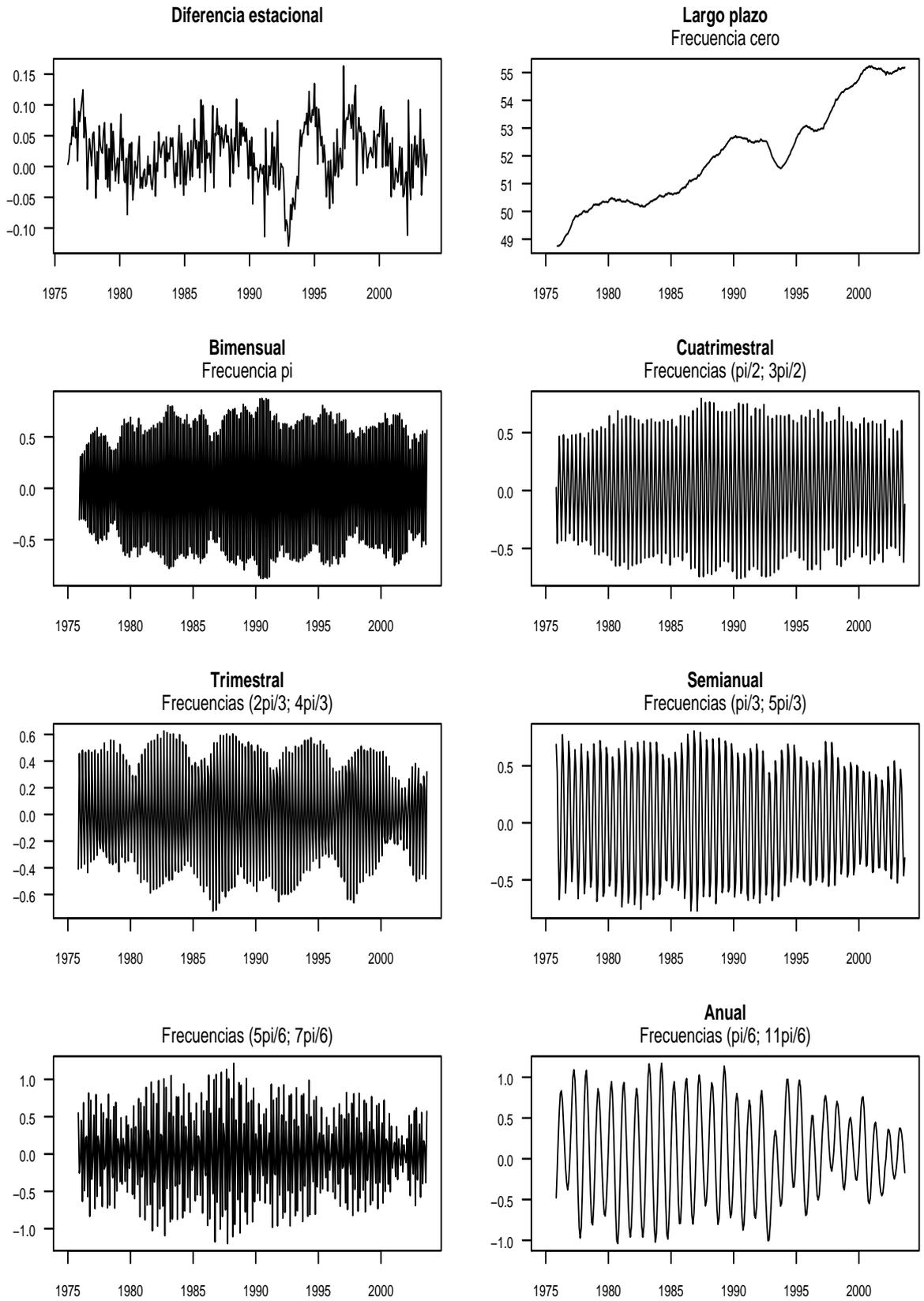


Figura 2.23: ipi.es. Evolución mensual

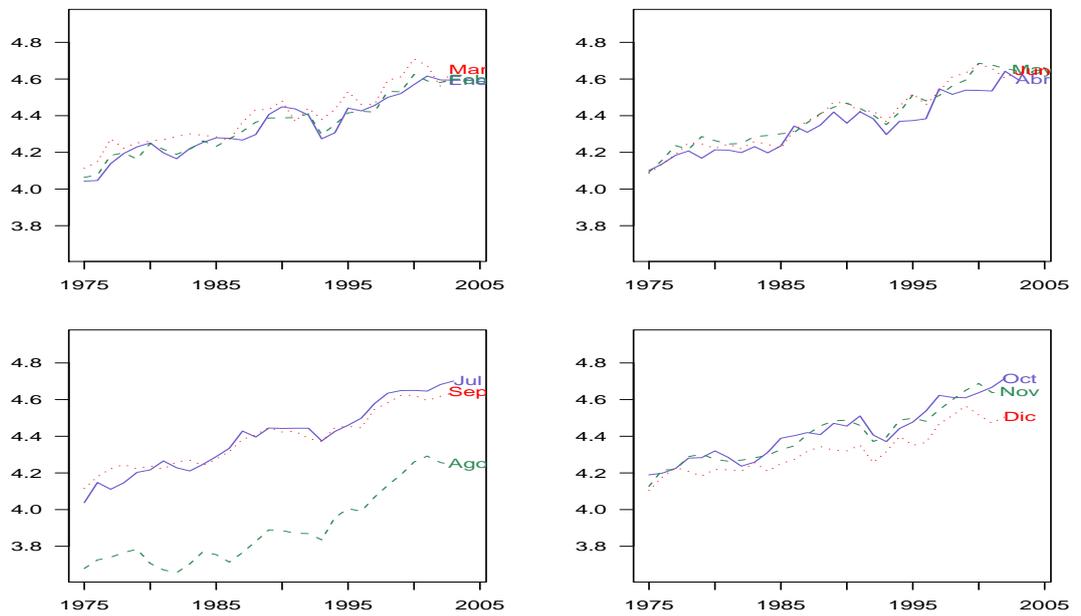


Figura 2.24: ipi.es. Evolución mensual sobre la serie en diferencias

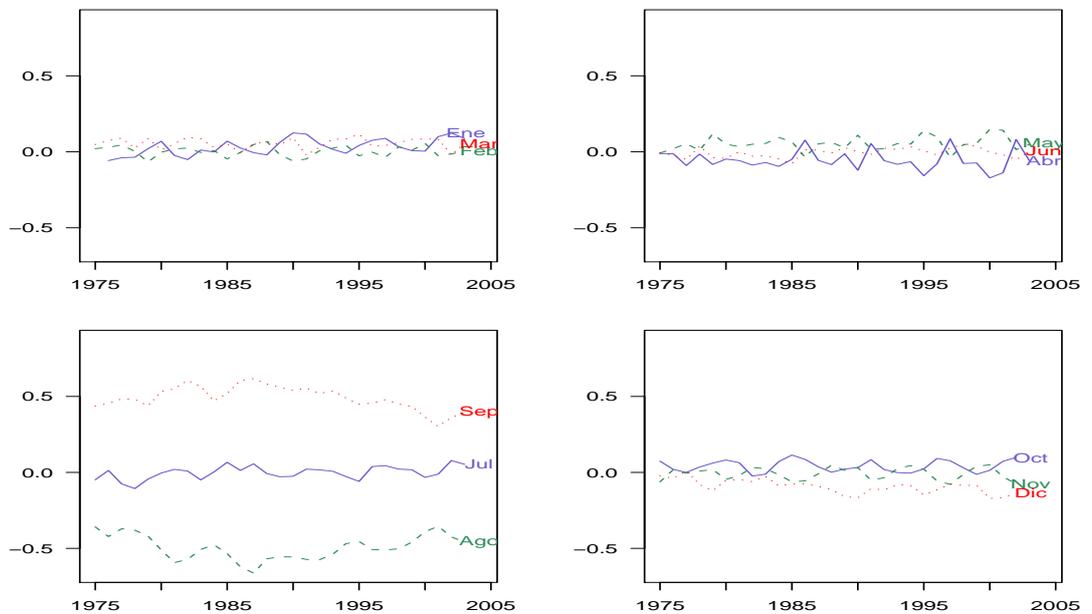


Figura 2.25: ipi.es. Buys-Ballot 3D

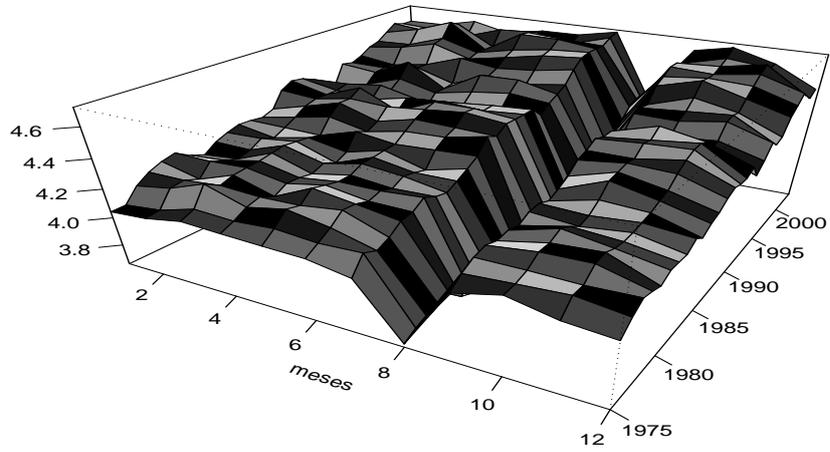
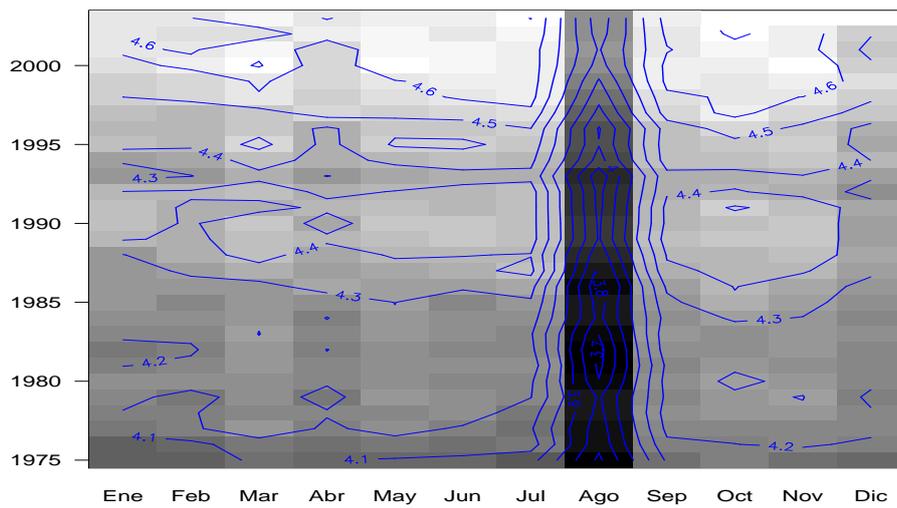


Figura 2.26: ipi.es. Buys-Ballot: Curvas de nivel



2.2.2. Matriculación de turismos

La serie *mtur.es* recoge con periodicidad mensual el número de turismos matriculados en el Estado durante el periodo 1983.1-2003.10. Los datos empleados son los ofrecidos por el INE a partir de información de la Dirección General de Tráfico.

Análisis gráfico

En el gráfico que representa el largo plazo, figura 2.29, se observa que éste ha tenido una evolución bastante irregular, alternando periodos de intenso crecimiento con periodos más cortos de decrecimiento.

Se puede distinguir la estructura general de un patrón estacional que sigue el siguiente comportamiento, figuras 2.30, 2.31, 2.32 y 2.33. Los meses con mayor número de turismos matriculados son julio, marzo y los meses de octubre y diciembre. Al primero y segundo de estos meses se llega de forma gradual, con crecimientos previos entre los meses de mayo y junio y de enero y febrero respectivamente. En octubre y diciembre se recuperan los niveles máximos de la serie, después de una caída brusca en agosto que se mantiene en septiembre. En enero se alcanzan de nuevo valores próximos a los mínimos de la serie. En estos gráficos también parece apreciarse que el patrón estacional se hace más sistemático y regular a partir de la mitad del periodo muestral.

Los gráficos rango-media de la figura 2.27 muestran que tomando logaritmos se reduce el efecto de la heterocedasticidad, por lo que aplicaremos los contrastes sobre la serie en logaritmos.

Contrastes

Como se podía esperar tras el análisis gráfico, una tendencia lineal no es significativa. El correspondiente estadístico de significatividad recogido en la tabla 2.11 toma un valor dentro del intervalo $\pm 1,96$. A pesar de que en presencia de raíces unitarias los estadísticos de la tabla 2.11 no siguen la distribución habitual, sabemos que ésta se hace más achatada, por lo que los valores críticos, dado un nivel de significatividad, se desplazan a los extremos. De esta forma, podemos asegurar que la tendencia no es significativa.

En la tabla 2.10, tanto con el estadístico de KPSS como ADF se concluye que la serie es integrada en la frecuencia cero. Es por esto que no podemos asegurar que el crecimiento que se aprecia en el nivel de la serie vaya a ser sistemático y continuado, como ya habíamos advertido en el análisis gráfico.

Previamente al análisis de las frecuencias estacionales tendremos en cuenta que los estadísticos de significatividad para las VFE recogidos en la tabla 2.11 son valores superiores a 3,00 en su mayoría y por lo tanto relativamente alejados de los valores críticos de referencia $\pm 1,96$. Esto permite asegurar que existe cierto comportamiento determinista en el ciclo estacional.

A partir de los resultados comentados acerca de la tabla 2.11 y de las regularidades encontradas en el análisis gráfico, consideramos como componentes deterministas en la regresión auxiliar de HEGY y ADF un término constante y variables ficticias estacionales.

Los resultados del contraste de CH, tabla 2.10, ofrecen principalmente evidencia a favor de la hipótesis de estacionariedad. Sólomente los estadísticos de las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$ están ligeramente por encima del valor crítico 0,75, rechazándose la hipótesis de estacionariedad. El estadístico para la frecuencia $\frac{5\pi}{6}$ y el estadístico de significatividad conjunta son algo inferiores a sus correspondientes valores críticos 0,75 y 2,75 al 5 % de significación.

Los estadísticos de HEGY, tabla 2.10, confirman que la serie no es integrada en las frecuencias $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$ y π . También se rechaza la existencia de raíz unitaria en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$, donde los estadísticos de CH eran ligeramente superiores a su valor crítico. De manera que en estas dos últimas frecuencias los contrastes son en principio contradictorios.

Se han aplicado estos contrastes sobre otros periodos muestrales, empleando datos del principio y final de la muestra. Los estadísticos de CH tienden a no rechazar su hipótesis nula, mientras que los estadísticos de HEGY para las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$ son los que más se desplazan hacia la zona en que se acepta la hipótesis de integración.

En el caso del periodo muestral 1983.1-1994.12 los estadísticos de HEGY para las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$ son 6,36 y 7,00 respectivamente, próximos al valor crítico 6,26. No se reducen tanto el resto de estadísticos F , que se mantienen en la zona de rechazo de la hipótesis nula, al igual que el estadístico t para la frecuencia π . El estadístico de CH no permite rechazar ahora su hipótesis nula en ninguna de las frecuencias. No obstante, el comportamiento de los estadísticos de HEGY empleando diferentes periodos muestrales y los resultados iniciales del contraste de CH, permiten afirmar que la serie es integrada en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$.

Por último, trabajando con los datos de la serie filtrada en las frecuencias cero, $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$ parece que permanece cierta aleatoriedad en la la serie. En particular, el estadístico de CH para la frecuencia $\frac{\pi}{6}$ se desplaza a la zona de rechazo de la hipótesis nula, $1,13 > 0,75$. El estadístico F de HEGY se reduce hasta 7,80, siendo todavía ligeramente superior al valor crítico 6,26.

Conclusiones

La evolución en el largo plazo de esta serie está determinada fundamentalmente por un componente estocástico, no siendo relevante la inclusión de una tendencia lineal. Los estadísticos de significatividad conjunta tanto del contraste de CH como de HEGY sugieren que los ciclos estacionales son principalmente deterministas. Aun así se ha detectado la existencia de raíces unitarias en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{2\pi}{3}$, que generan ciclos estacionales estocásticos. Trabajando con la serie de datos filtrada en estas frecuencias, el estadístico de CH detecta un ciclo estocástico asociado a la frecuencia $\frac{\pi}{6}$.

El modelo más conservador, en el sentido de minimizar el error de omitir alguna raíz unitaria, es el que considera raíces unitarias en la frecuencia de largo plazo y en las estacionales $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{6}$:

$$(1 - L)(1 + L^2)(1 + L + L^2)(1 - \sqrt{3}L + L^2)y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Alternativamente, se puede especificar un modelo con menos parámetros si se considera que el ciclo asociado a la frecuencia $\frac{\pi}{6}$ puede ser recogido por las variables ficticias estacionales:

$$(1 - L)(1 + L^2)(1 + L + L^2)y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Tabla 2.10: mtur.es en logaritmos: Contrastes de integración frente a estacionariedad

		Componentes deterministas				
		Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
KPSS	$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 12,96 ***$	$\eta_\tau = 0,86 ***$	-	-
	$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 7,32 ***$	$\eta_\tau = 0,56 ***$	-	-
	$(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 5,22 ***$	$\eta_\tau = 0,45 ***$	-	-
	$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 4,05 ***$	$\eta_\tau = 0,37 ***$	-	-
	$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 3,32 ***$	$\eta_\tau = 0,31 ***$	-	-
ADF	t=2,1	t=-1,96	t=-1,96	t=-1,16	t=-1,97	
	p = 23	p = 23	p = 23	p = 2	p = 2	
	n.obs=226	n.obs=226	n.obs=226	n.obs=247	n.obs=247	
CH $(l = 5)$	-	-	-	$L_{\pi/6} = 0,57$	0,41	
	-	-	-	$L_{\pi/3} = 0,08$	0,09	
	-	-	-	$L_{\pi/2} = 0,81 *$	0,77 *	
	-	-	-	$L_{2\pi/3} = 0,82 *$	0,82 *	
	-	-	-	$L_{5\pi/6} = 0,70 \cdot$	0,69 \cdot	
	-	-	-	$L_\pi = 0,09$	0,09	
	-	-	-	$L_f = 2,72 \cdot$	2,56 \cdot	
n.obs	223	223	223	238	237	
HEGY	p = 15	15	15	0	1	
	$t_0 = 1,27$	-1,89	-2,49	-1,33	-2,15	
	$t_\pi = -2,90 ***$	-2,87 ***	-2,84 ***	-5,13 ***	-4,57 ***	
	$F_{\frac{\pi}{2}} = 0,35$	0,34	0,33	12,36 ***	13,93 ***	
	$F_{\frac{2\pi}{3}} = 2,12$	2,13	2,14	11,91 ***	12,34 ***	
	$F_{\frac{\pi}{3}} = 0,26$	0,28	0,26	29,09 ***	24,80 ***	
	$F_{\frac{5\pi}{6}} = 0,76$	0,74	0,74	18,51 ***	14,23 ***	
	$F_{\frac{\pi}{6}} = 0,41$	0,40	0,39	30,23 ***	27,46 ***	
	$F_{2\dots,12} = 1,51$	1,49	1,47	48,58	27,70	
	$F_{1\dots,12} = 1,53$	1,70	1,93	45,18	25,74	

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘.’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2\dots,12}$ y $F_{1\dots,12}$ de HEGY.

Tabla 2.11: mtur.es en logaritmos: Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	0,96	2,47	0,96	2,47	1	2,41
Tendencia	0,00	1,59	0,00	1,59	0,00	1,78
VFE1	-0,34	-9,22	-0,34	-9,22	-0,26	-3,89
VFE2	-0,17	-4,69	-0,17	-4,69	-0,13	-1,60
VFE3	0,03	0,82	0,03	0,82	0,09	1,20
VFE4	-0,10	-2,77	-0,10	-2,77	0,04	0,51
VFE5	-0,11	-3,31	-0,11	-3,31	0,06	0,93
VFE6	-0,14	-3,63	-0,14	-3,63	-0,05	-0,65
VFE7	0,02	0,71	-0,14	0,71	0,07	0,98
VFE8	-0,60	-16,86	-0,60	-16,86	-0,49	-7,20
VFE9	-0,52	-11,06	-0,52	-11,06	-0,45	-6,13
VFE10	-0,17	-2,91	-0,17	-2,91	-0,08	-0,98
VFE11	-0,05	-1,42	-0,05	-1,42	-0,01	-0,18
F_{VFE}	71,91		71,91		18,82	
Retardos	3		2		1	
Nº observ	247		247		237	

Figura 2.27: mtur.es. Gráficos de la serie

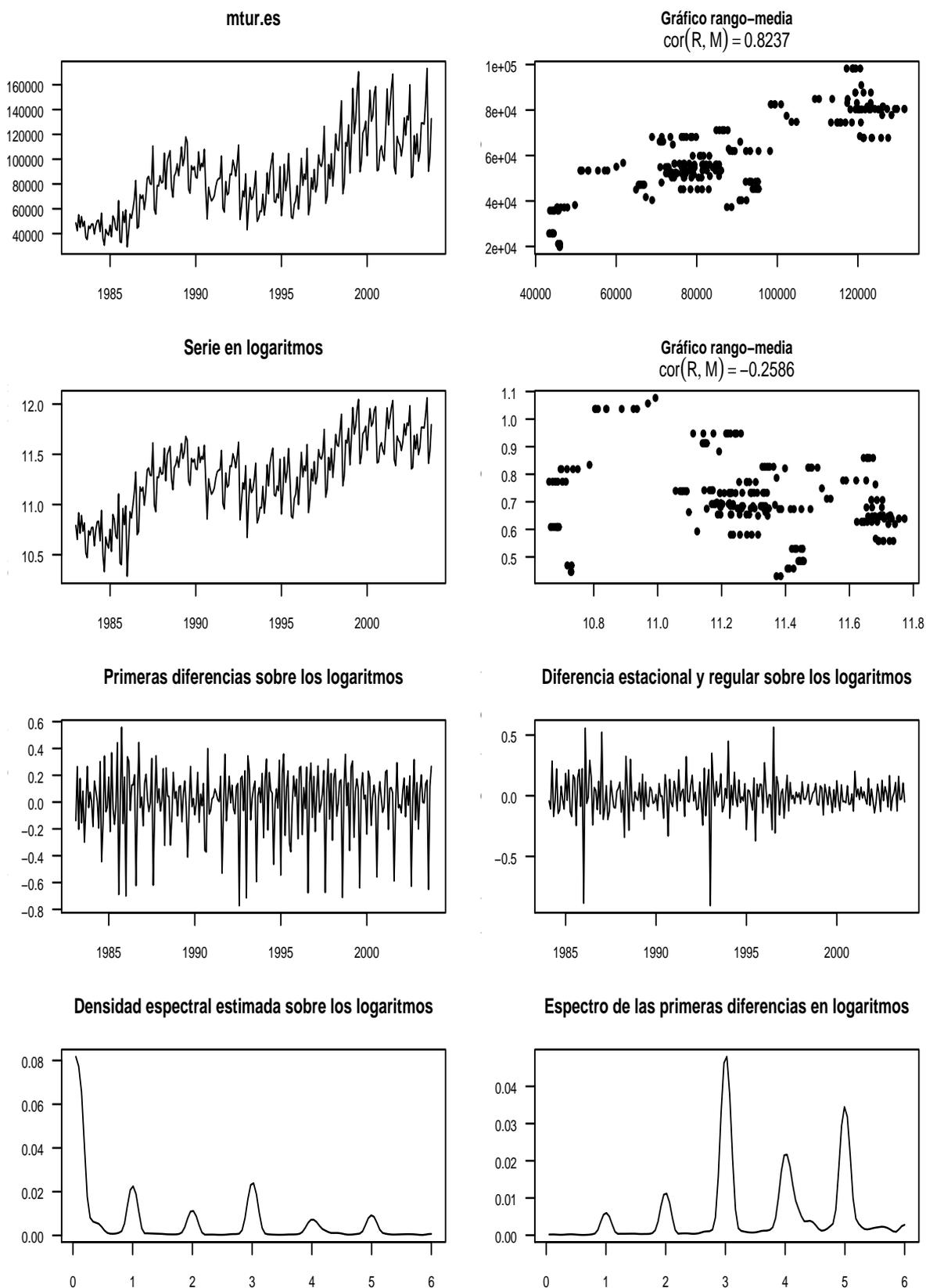


Figura 2.28: mtur.es. Correlogramas

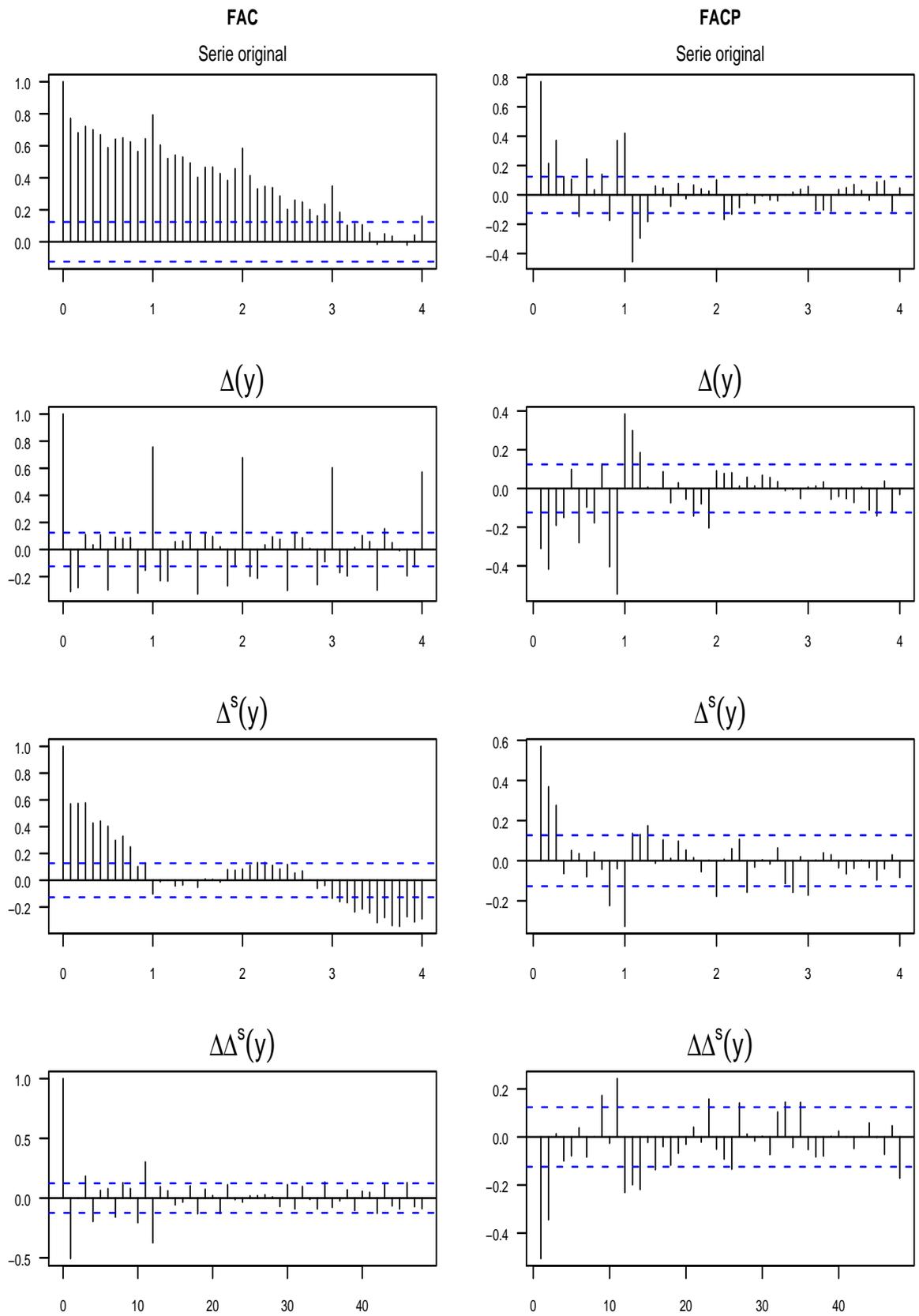


Figura 2.29: mtur.es. Ciclos estacionales

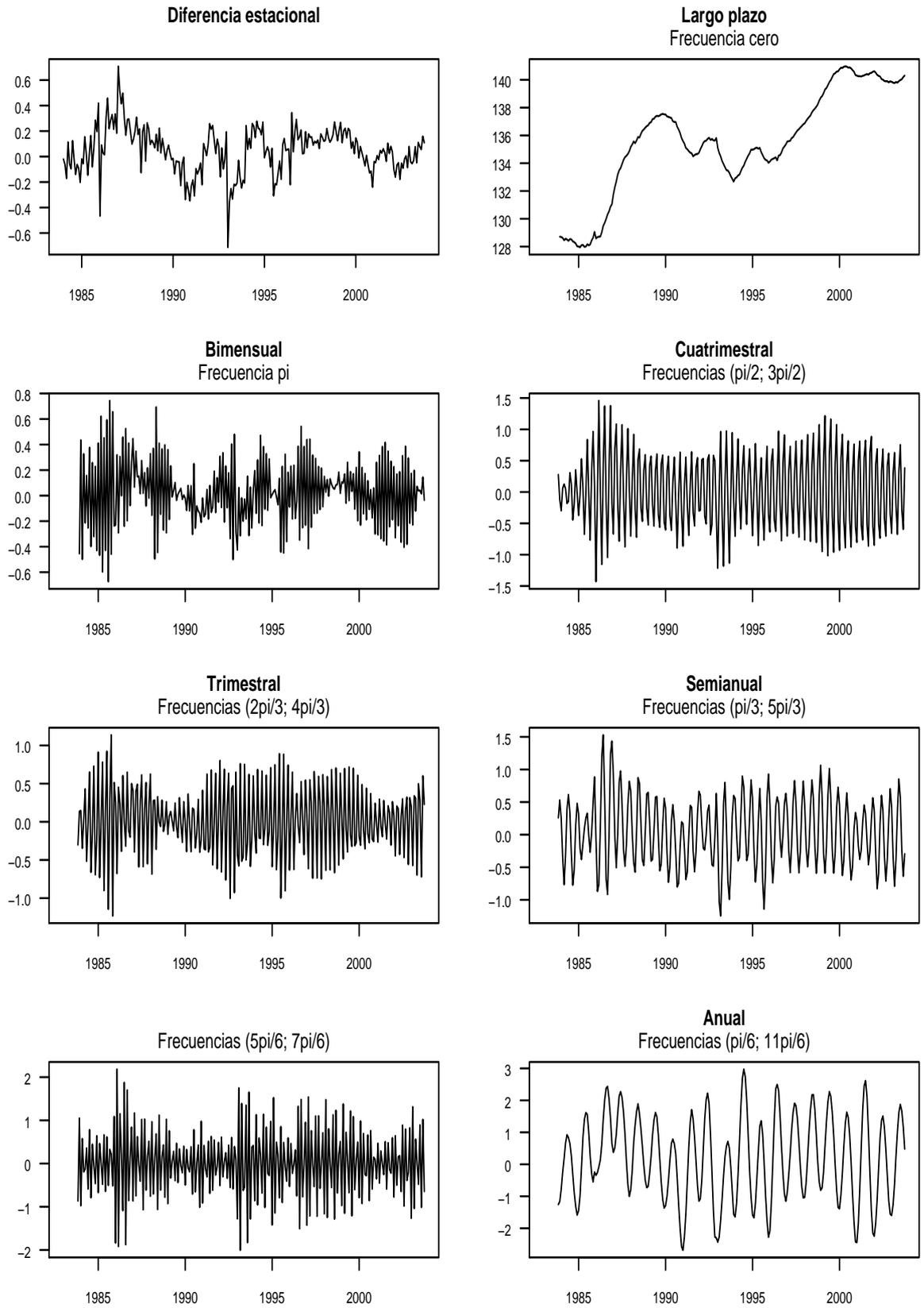


Figura 2.30: mtur.es. Evolución mensual

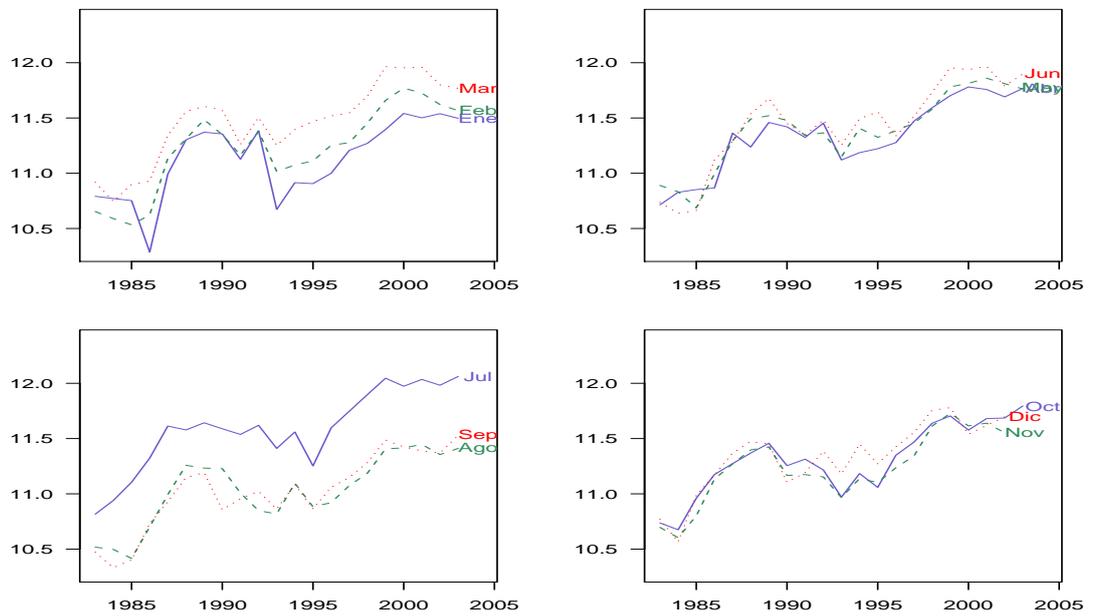


Figura 2.31: mtur.es. Evolución mensual sobre la serie en diferencias

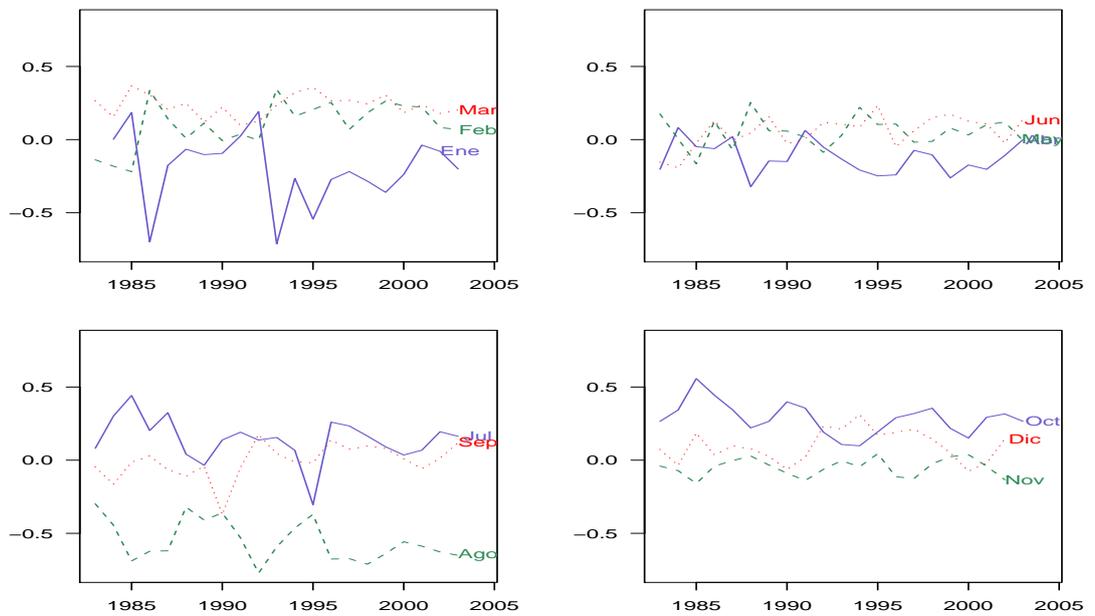


Figura 2.32: mtur.es. Evolución anual

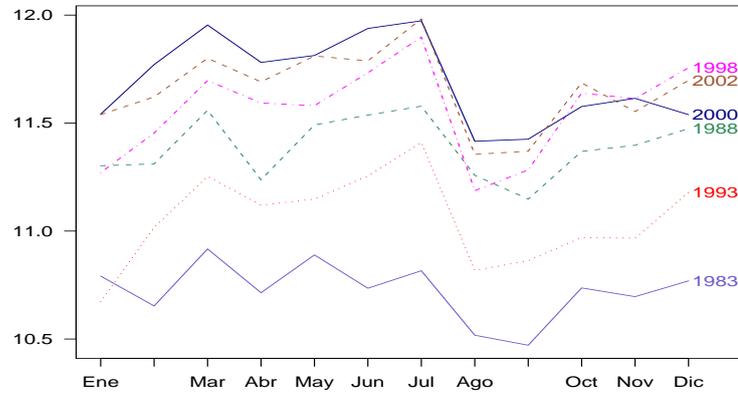
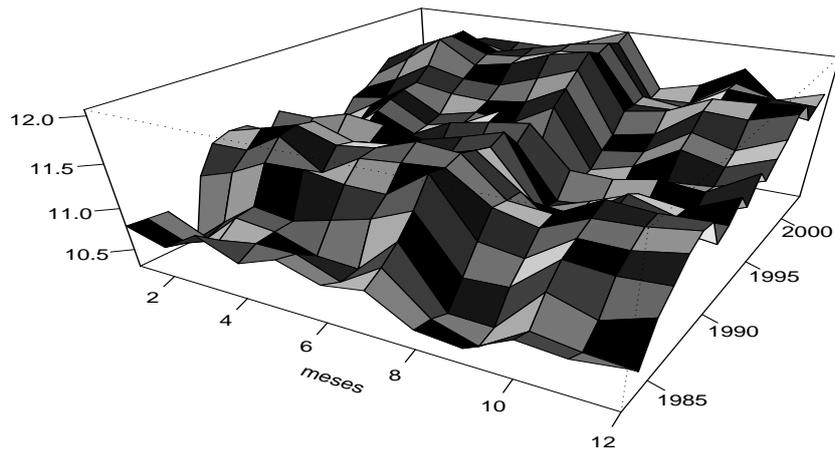


Figura 2.33: mtur.es. Buys-Ballot 3D



2.2.3. Coste salarial

La serie *costesal.es* recoge con periodicidad trimestral la evolución del coste laboral medio por trabajador y mes durante el periodo 1982.I-2001.IV. Los datos se han obtenido del Instituto Nacional de Estadística.

Los datos de la serie original se encuentran medidos en euros corrientes, por lo que para eliminar el efecto de la inflación se ha deflactado la serie. Para ello se han dividido los datos originales por el índice de precios al consumo [IPC]. Los datos del IPC empleados son los que ofrece el INE mensualmente, de manera que previamente se ha transformado este índice en datos trimestrales. Teniendo en cuenta que el coste salarial trimestral mide salarios medios por trabajador y mes, se ha decidido trimestralizar la serie del IPC tomando una media aritmética entre los meses que conforman cada trimestre.

Con los datos originales la serie presentaba heterocedasticidad. Ésta no se eliminaba tomando logaritmos, lo que hace suponer de nuevo que la inflación altera la estructura característica de la serie. Tras deflactar la serie de la forma indicada anteriormente se consigue homogeneizar la varianza, véase el gráfico rango-media de la figura 2.34.

Análisis gráfico

El gráfico de la serie original, figura 2.34, y el gráfico sobre el ciclo de largo plazo, figura 2.36, muestran que la evolución de esta serie en el largo plazo está marcada por una tendencia que, si bien es cierto que ha sido creciente, este crecimiento no ha sido continuo a lo largo de todo el periodo muestral.

Tanto en el gráfico de la serie original como de la serie en primeras diferencias se observa un marcado patrón estacional, principalmente a partir del año 1988. El segundo y cuarto trimestre suponen un claro aumento en el nivel de la serie, mientras que en el primer trimestre, el nivel de la serie se reduce notablemente. La evolución del tercer trimestre no sigue un comportamiento tan sistemático.

En el gráfico de la serie original, figura 2.34, se aprecian dos estructuras estacionales cuyos periodos están marcados por la evolución del tercer trimestre. En el gráfico de las sendas estacionales, figura 2.37 (véanse también las figuras 2.38 y 2.39), se observa que este cambio en el patrón estacional se debe a que, durante los primeros años, el tercer trimestre toma valores inferiores al segundo, mientras que aproximadamente a partir del año 1988 esta relación se invierte.

En estos gráficos destaca también la regularidad de la serie a partir del año 1988. Las sendas estacionales evolucionan de forma paralela, como es característico en los procesos deterministas. Los ciclos estacionales, figura 2.36, mantienen además una amplitud relativamente constante a partir del año 1988. A pesar de la regularidad que evidencian estos gráficos, es importante tener en cuenta el hecho de que los gráficos de las sendas estacionales sobre la serie en primeras diferencias mantienen todavía una tendencia, principalmente el tercer y cuarto trimestre. Suele ser habitual que se produzca esta circunstancia cuando en la serie existe integración periódica.

Contrastes

Acerca de los componentes deterministas, en la tabla 2.12 se puede ver que todos los estadísticos de significatividad individual de las variables ficticias estacionales son bastante mayores en valor absoluto a los valores críticos teóricos cuando no existen raíces unitarias, $\pm 1,96$ al 5% de significación. Lo mismo ocurre con el estadístico de significatividad para el término constante.

El mismo estadístico para la tendencia se encuentra entre los valores críticos de referencia $\pm 1,96$. El estadístico de significatividad de la tendencia de acuerdo con el contraste ADF también lleva a la conclusión de que una tendencia lineal no es significativa. Así, aplicaremos los contrastes ADF y de HEGY considerando en la regresión auxiliar la presencia de un término constante y variables ficticias estacionales.

Los estadísticos de KPSS en la tabla 2.13 muestran que el ciclo de largo plazo no es estacionario. Incluyendo una tendencia lineal estos estadísticos se encuentran en su mayoría ligeramente por debajo de los valores críticos, pero hemos visto que una tendencia lineal no es significativa. El contraste ADF, por su parte, confirma que la serie es integrada en la frecuencia cero. De esta manera, el cambio de tendencia que se observa en la gráfica a partir del año 1985 no se debe a un hecho puntual, sino a que el largo plazo de la serie está guiado por un componente estocástico. Cambios de la misma naturaleza se pueden apreciar en torno al año 1990 y 1995.

Los estadísticos de CH, tabla 2.13, rechazan la hipótesis de estacionariedad en ambas frecuencias, π y $\frac{\pi}{2}$. Al 5% de significación, los estadísticos de HEGY sólo detectan una raíz unitaria en el ciclo anual, frecuencia $\frac{\pi}{2}$, rechazando esta hipótesis para el caso del ciclo semianual, frecuencia π .

Se ha aplicado el contraste de CH considerando el periodo muestral 1990.I-2001.IV, es decir, desde el año en que el tercer trimestre cambia su comportamiento. El estadístico de CH para la frecuencia $\frac{\pi}{2}$ se mantiene en un nivel parecido, $1,61 > 0,75$. En el caso de la frecuencia π , este estadístico se reduce notablemente, $0,92$ pero todavía es superior al valor crítico $0,47$.

A diferencia de lo que el análisis gráfico podía hacernos esperar, especialmente considerando la evolución de la serie a partir del año 1990, tanto los estadísticos de CH como los de HEGY indican que la serie es integrada en las frecuencias estacionales. Las variables ficticias estacionales son en cualquier caso significativas.

Conclusiones

Para el análisis estadístico de la serie es necesario considerar que la serie es integrada en la frecuencia de largo plazo y en las estacionales. Reflejo de la aleatoriedad que implican estas raíces son la evolución errática que muestra el largo plazo y el cambio observado en el comportamiento del tercer trimestre. No obstante, la hipótesis de integración en las frecuencias estacionales se mantiene si se considera el periodo muestral 1990.I-2001.IV, cuando el tercer trimestre muestra una evolución más estable.

Dada la robustez de los resultados obtenidos con los estadísticos de CH y HEGY en diferentes periodos muestrales no podemos rechazar, con la información de estos contrastes, las hipótesis de integración. En tal caso el modelo

apropiado para la serie es el siguiente:

$$(1 - L^4)y_t = \alpha + \sum_{i=1}^4 \gamma_i D_{i,t} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1).$$

Teniendo en cuenta el análisis gráfico anterior, se sugiere contrastar la hipótesis de integración periódica. En ese caso sería necesario especificar un modelo en el que la serie en diferencias periódicas siga un proceso lineal estacionario. El siguiente modelo recoge estas características y se puede estimar por mínimos cuadrados no lineales.

$$y_t - \alpha_s y_{t-1} = \mu_s + \beta_s (y_{t-1} - \alpha_{s-1} y_{t-2}) + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid(0, 1) \quad s = 1, \dots, 4.$$

Tabla 2.12: costesal.es. Componentes deterministas

	AR(y_t)		ADF		HEGYBM	
	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t	Coef	Estad-t
Constante	-2,78	-1,28	-3,55	-1,52	-1,67	-0,56
Tendencia	-0,01	-1,76	-0,01	-2,03	-0,01	-0,95
VFE1	-0,67	-3,55	-0,77	-3,80	-1,12	-4,03
VFE2	-0,56	-3,78	-0,47	-3,10	-0,66	-3,38
VFE3	-0,72	-4,24	-0,77	-4,6	-1,15	-4,56
F_{VFE}		7,62		8,25		7,91
Retardos		19		19		19
Nº observ.		61		60		57

Tabla 2.13: costesal.es. Contrastes de integración frente a estacionariedad

	Componentes deterministas				
	Ninguno	C	C+Td	C+VFE	C+Td+VFE
$(l = 0)$	-	$\eta_\mu = 4,16 ***$	$\eta_\tau = 0,06$	-	-
$(l = 1)$	-	$\eta_\mu = 3,31 ***$	$\eta_\tau = 0,10$	-	-
KPSS $(l = 2)$	-	$\eta_\mu = 2,47 ***$	$\eta_\tau = 0,11$	-	-
$(l = 3)$	-	$\eta_\mu = 2,07 ***$	$\eta_\tau = 0,24 ***$	-	-
$(l = 4)$	-	$\eta_\mu = 1,62 ***$	$\eta_\tau = 0,13 \cdot$	-	-
	t=2,63	t=-2,22	t=1,17	t=-1,9	t=1,81
ADF	p = 16	p = 15	p = 16	p = 19	p = 19
	n.obs=63	n.obs=64	n.obs=63	n.obs=60	n.obs=60
CH $(l = 4)$	-	-	-	$L_{\pi/2} = 1,79 ***$	$1,79 ***$
				$L_\pi = 1,57 ***$	$1,47 ***$
				$L_f = 1,96 ***$	$1,93 ***$
n.obs	63	64	63	57	57
HEGY p =	13	12	13	19	19
$t_0 =$	2,63	-2,22	1,17	-1,23	0,83
$t_\pi =$	0,98	1,19	0,88	-3,62 **	-3,54 **
$F_{\frac{\pi}{2}} =$	1,49	2,92	1,38	6,00	6,01
$F_{2...,4} =$	1,3	2,52	1,17	7,75	7,61
$F_{1...,4} =$	2,96	3,34	1,31	7	5,92

C: Constante; Td: Tendencia; VFE; Variables ficticias estacionales.

‘***’, ‘**’, ‘*’, ‘.’: La hipótesis nula se rechaza al 1%, 2,5%, 5% y 10% de significación.

No se dispone de los valores críticos para los estadísticos $F_{2...,12}$ y $F_{1...,12}$ de HEGY.

Figura 2.34: costesal.es. Gráficos de la serie deflactada

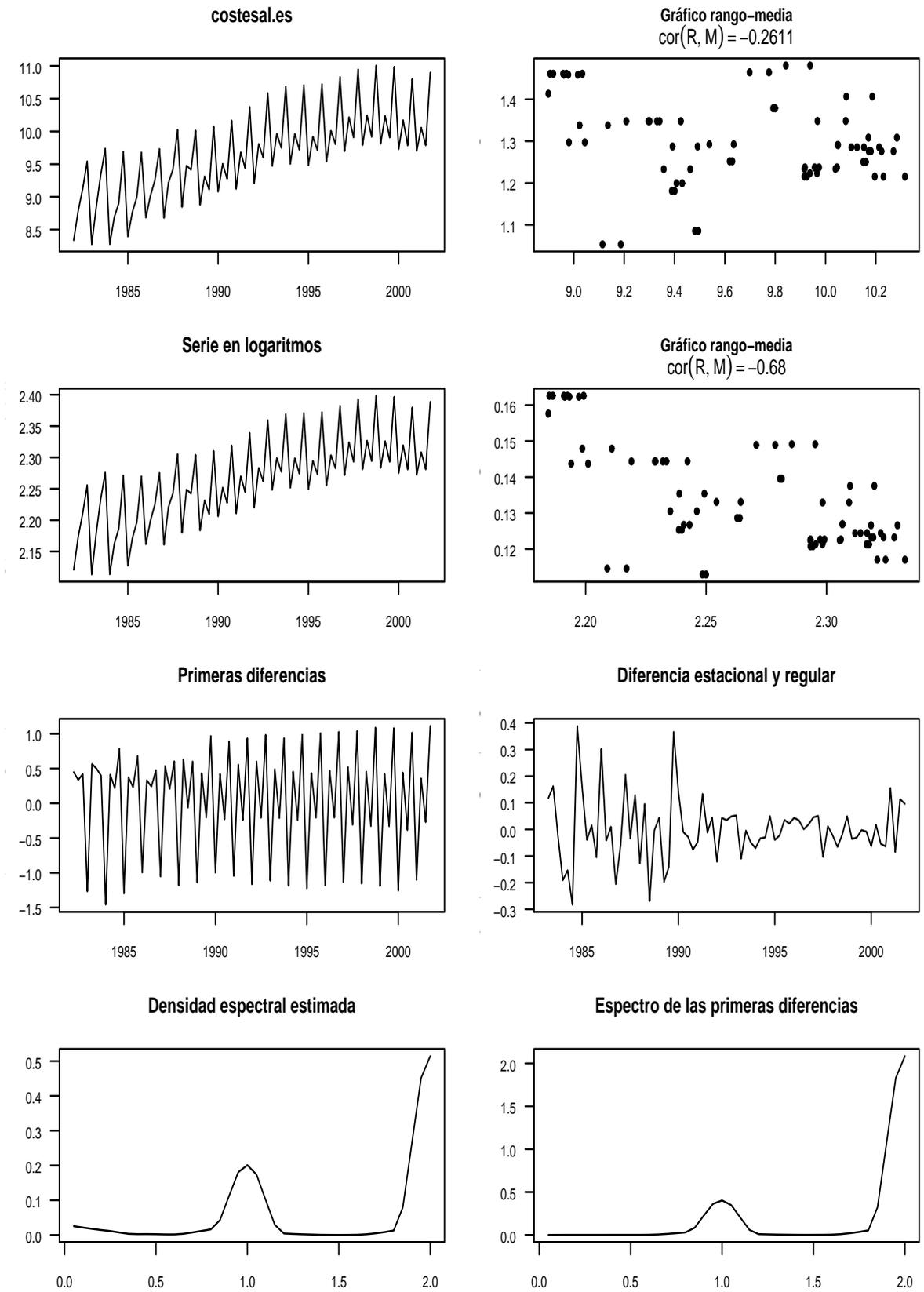


Figura 2.35: costesal.es. Correlogramas

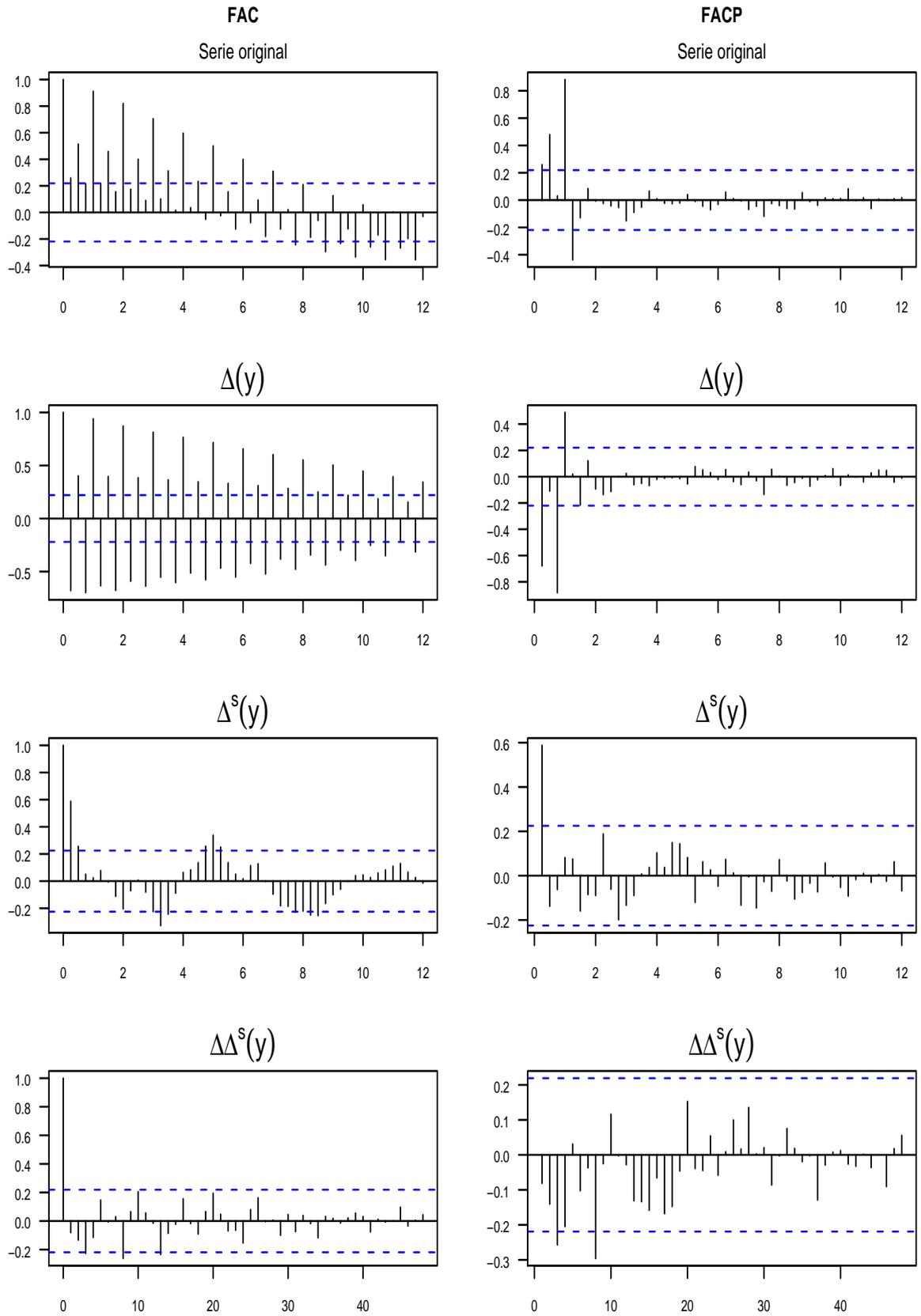


Figura 2.36: costesal.es. Ciclos estacionales

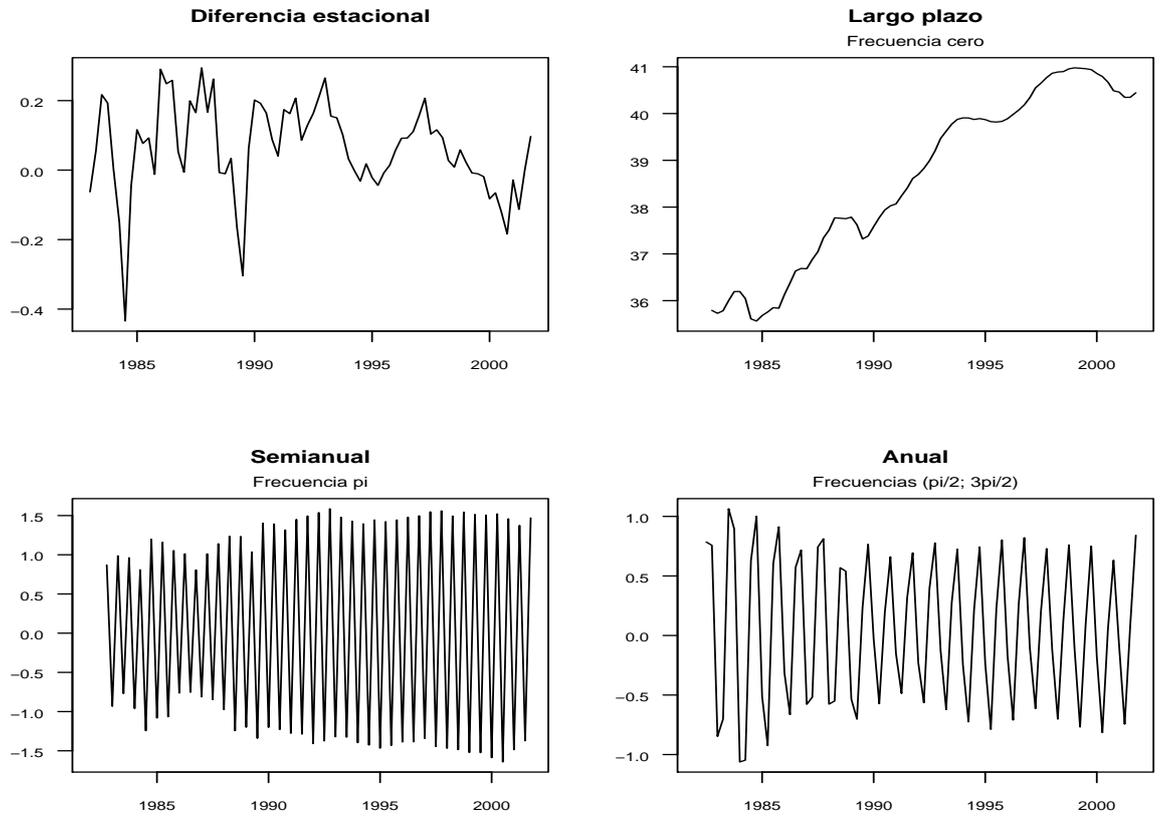


Figura 2.37: costesal.es. Evolución trimestral en la serie deflactada y en diferencias

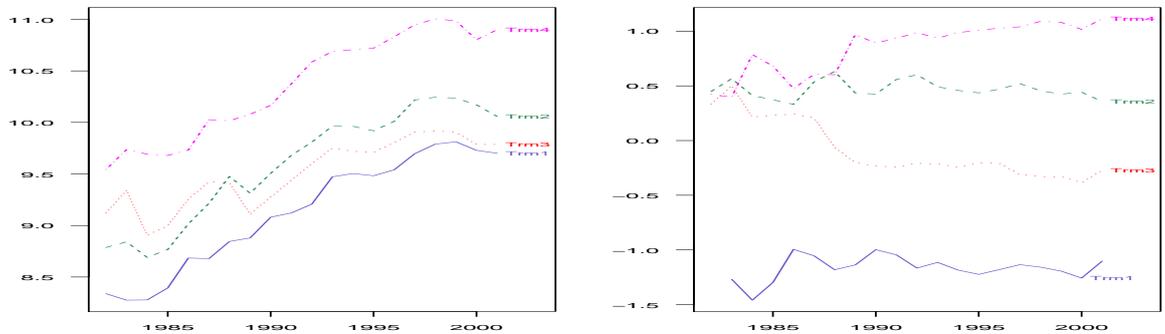


Figura 2.38: costesal.es. Buys-Ballot 3D

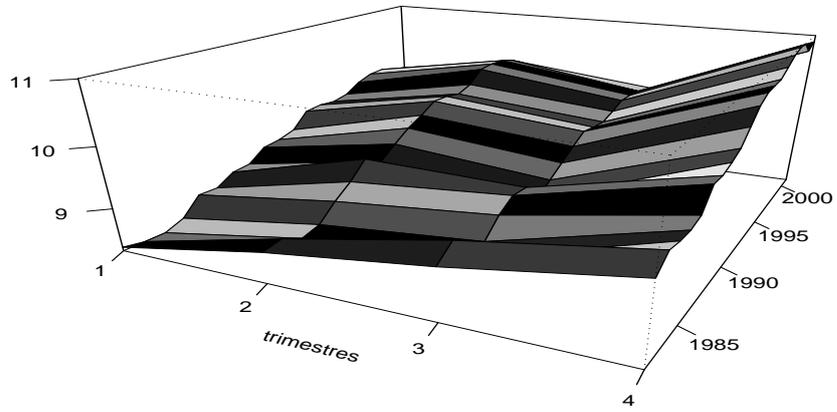
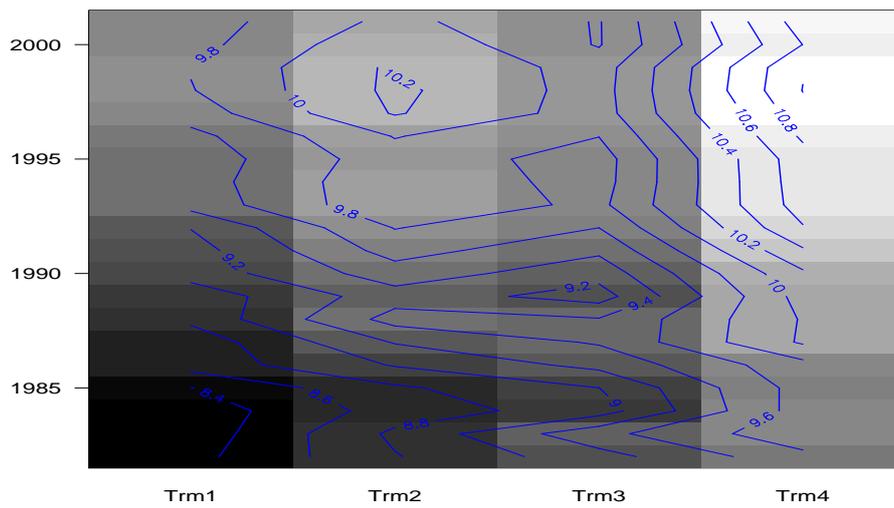


Figura 2.39: costesal.es. Buys-Ballot: Curvas de nivel



Capítulo 3

Conclusiones

Los métodos de análisis en series temporales se han basado tradicionalmente en el supuesto de que la serie objeto del análisis es estacionaria. En series macroeconómicas hemos encontrado, como podíamos esperar, que las series no son generalmente estacionarias. En particular, suelen tener una tendencia y habitualmente la varianza crece con el tiempo. En series estacionales, además, los ciclos de periodicidad menor a la anual a menudo determinan la estructura y evolución de la serie. Estos ciclos pueden ser generados, bien por componentes deterministas, o bien por ciclos estocásticos.

En la práctica, el análisis de estacionariedad previo a la modelización de la serie se ha reducido en ocasiones al paradigma del filtro $\Delta\Delta_s \log(y_t)$. En este trabajo se pone de manifiesto que no siempre es apropiada la transformación anterior, ya que presupone que la serie es integrada de orden uno en todas las frecuencias estacionales y de orden dos en la frecuencia de largo plazo. De acuerdo con las aplicaciones de este trabajo, lo habitual es que la serie contenga raíces unitarias en alguna de las frecuencias anteriores, no necesariamente en todas ellas.

Acerca de los contrastes estadísticos empleados

En el capítulo primero se ha visto que el error de omitir una raíz unitaria es más grave que el error de tratar un proceso estacionario como si fuera integrado, ya que en el primero de los casos quedan invalidados los resultados de inferencia. Teniendo esto en cuenta, en la sección 1.8 se ha considerado más prudente guiarse por el contraste de Canova y Hansen (1995), especialmente en casos controvertidos en los que los resultados de los contrastes de CH y HEGY son contradictorios.

Como también se ha explicado en la sección 1.8, el hecho de que los dos contrastes estadísticos empleados no sean independientes supone que, dado un nivel de significación con el que se decida trabajar, el nivel de significación resultante que se obtiene al aplicar los dos contrastes es desconocido. En las aplicaciones aquí realizadas se ha decidido guiarse principalmente por un nivel de significación del 5% en cada uno de los contrastes, en lugar de variar este parámetro en función de otros criterios que, en cualquier caso, serían intuitivos.

La principal conclusión que se obtiene en los ejercicios de simulación recogidos en la sección 1.8 es que la distribución de cada uno de los estadísticos se

ve alterada cuando la serie es integrada sólo en algunas frecuencias o cuando existen raíces próximas a la unidad. Teniendo en cuenta los resultados de estas simulaciones y lo discutido en la sección 1.8, cabe preguntarse si sería necesario obtener los valores críticos de los estadísticos de HEGY, bajo su hipótesis nula, cuando previamente el estadístico de CH no ha rechazado su correspondiente hipótesis nula. Si se obtuvieran estos valores críticos, las simulaciones anteriores mostrarían posiblemente algún aspecto que permitiera juzgar de forma más precisa la complementariedad de estos dos contrastes.

Estas nuevas simulaciones o futuros trabajos en este campo podrían precisar el nivel de significación resultante de la aplicación en cascada de estos dos contrastes. Esta información permitiría también determinar si el nivel de significación con el que se ha trabajado en estas aplicaciones, 5% en cada uno de los contrastes, tiende a ser demasiado conservador, o al contrario. Si se hubiera decidido elegir el nivel de significación ‘arbitrariamente’, no podríamos aprovechar esta información para valorar los resultados de estas aplicaciones.

Resultados de las aplicaciones

En todas las series analizadas se ha encontrado la existencia de raíces unitarias en la frecuencia cero y en alguna frecuencia estacional. A pesar de que el planteamiento teórico de un proceso integrado supone una fuerte aleatoriedad en la serie, en todas ellas, salvo Paroreg.capv, existe un componente determinista suficientemente intenso como para que el comportamiento de éstas se mantenga relativamente estable a lo largo de los periodos muestrales considerados.

Todas las series analizadas, salvo el paro registrado en la CAPV (Paro-Reg.capv), contienen un componente estacional permanente mixto, es decir, existen ciclos estacionales deterministas y otros que son estocásticos. La serie paroreg.capv es la única en la que se ha propuesto el modelo $\Delta\Delta_s \log(y_t)$ sin componentes deterministas salvo un término constante.

En ninguna de las series analizadas se puede afirmar con total seguridad que ésta sea integrada en todas las frecuencias estacionales. La serie del coste salarial (costesal.es) es el único caso en el que los estadísticos de CH y HEGY mantienen la hipótesis de integración en todas las frecuencias estacionales, sin embargo, en el análisis de esta serie se ha visto que sería conveniente complementar los resultados contrastando la hipótesis de integración periódica.

A pesar de lo anterior, en algunos casos se ha propuesto la diferencia de orden estacional como modelo alternativo al sugerido por los contrastes estadísticos. Este modelo, además de incluir un número menor de parámetros, permite minimizar el error de omitir una raíz unitaria cuando los contrastes empleados no son suficientemente informativos. En el caso de que no existan dichas raíces unitarias el coste de este modelo será ineficiencia en las estimaciones. Pero los contrastes de significatividad serán todavía válidos, a diferencia de lo que ocurre cuando se comete el error de omitir una raíz unitaria.

Los gráficos de Buys-Ballot sobre la serie en primeras diferencias reflejan que algunas de las estaciones están guiadas por diferentes tendencias. Este hecho puede ser señal de que existe integración periódica en la serie. Como complemento a los resultados presentados en este trabajo, sería interesante, por tanto, contrastar esta hipótesis de acuerdo con la metodología presentada en Franses

(1996), entre otros.

Nuevas líneas de investigación

Dado que cada estación tiene unas características propias que determinan de forma particular el contexto económico, podíamos esperar la existencia de ciertas regularidades en series estacionales. Es más difícil justificar por medio de argumentos de Teoría Económica un comportamiento estacional que no responde a fenómenos deterministas: Como el calendario, la climatología, etc. Sin embargo, en la series consideradas en este trabajo hemos visto que existe un comportamiento estocástico asociado al componente estacional. La explicación que con más éxito se ha investigado en los últimos años es la analizada en trabajos como Canova y Ghysels (1994) y Krane y Wascher (1999). En estos trabajos se investiga la hipótesis de que el ciclo estacional no sea independiente del ciclo económico. De esta forma, la inestabilidad observada en el componente estacional respondería a las fluctuaciones causadas por el ciclo económico.

Los trabajos anteriores no tienen en cuenta las asimetrías observadas en el ciclo económico. Kim y Murray (2002), entre otros, muestran que los periodos de expansión del ciclo económico no son de la misma intensidad y duración que los periodos de recesión. Incorporar este tipo de asimetrías en el estudio de las relaciones existentes entre el ciclo económico y el ciclo estacional permitiría precisar en qué medida están ambos relacionados. En este sentido, los modelos conocidos como *Markov-switching models*, permiten recoger las transiciones entre diferentes estados del ciclo económico. La incorporación de esta metodología en el estudio de los componentes transitorios y permanentes subyacentes en el componente estacional, promete ser un área de investigación que dé un nuevo impulso al estudio de la estacionalidad en series temporales.

Bibliografía

- Banerjee, A., Dolado, J., Galbraith, J. y Hendry, D. (1993), *Co-Integration, Error Correction, and the econometric analysis of non-stationary data*, Advanced Texts in Econometrics. Oxford University Press.
- Beaulieu, J. y Miron, J. (1993), ‘Seasonal unit roots in aggregate U.S. data’, *Journal of Econometrics* **54**, 305–28.
- Box, G. E. P. y Tiao, G. C. (1975), ‘Intervention analysis with applications to economic and environmental problems’, *Journal of the American Statistical Association* **70**, 70–79.
- Box, G. y Jenkins, G. (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day. San Francisco.
- Burridge, P. y Taylor, A. (2001), ‘On the properties of regression-based tests for seasonal unit roots in the presence of higher order serial correlation’, *Journal of Business and Economic Statistics* **19**, 374–379.
- Canova, F. y Ghysels, E. (1994), ‘Changes in seasonal patterns: Are they cyclical?’, *Journal of Economic Dynamics and Control* **18**, 1143–71.
- Canova, F. y Hansen, B. E. (1995), ‘Are seasonal patterns constant over time? a test for seasonal stability’, *Journal of Business and Economic Statistics* **13**, 237–252.
- Chang, I. y Tiao, G. (1983), Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers, Technical Report 8, University of Chicago, Statistics Research Center.
- Chen, C. y Liu, L. (1993), ‘Outlier Detection and Adjustment in Time Series Modelling and Forecasting’, *Journal of the American Statistical Association* **88**, 284–297.
- den Butter, F. y Fase, M. (1991), *Seasonal adjustment as a practical problem*, North Holland, Amsterdam.
- Dickey, D. y Fuller, W. (1979a), ‘Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root’, *Journal of the American Statistical Association* **74**, 427–31.

- Dickey, D. y Fuller, W. (1979b), ‘Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root’, *Journal of the American Statistical Association* **74**, 427–31.
- Dickey, D. y Fuller, W. (1981), ‘Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root’, *Econometrica* **49**, 1057–1071.
- Durlauf, S. y Phillips, P. (1988), ‘Trends versus random walks in time series analysis’, *Econometrica* **56**, 1333–54.
- Franses, P. (1990), Testing for seasonal unit roots in monthly data, Technical Report 9032, Econometric Institute.
- Franses, P. (1996), *Periodicity and Stochastic Trends in Economic Time Series*, Advanced Texts in Econometrics. Oxford University Press.
- Franses, P. y Vogelsang, T. (1998), ‘On seasonal cycles, unit roots, and mean shifts’, *The Review of Economics and Statistics* **80**, 231–40.
- Fuller, W. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*, Jonh Wiley.
- Ghysels, E., Lee, H. y Noh, J. (1994), ‘Testing for unit roots in seasonal time series. some theoretical extensions and a monte carlo investigation’, *Journal of Econometrics* **62**, 415–442.
- Hassler, U. y Rodrigues, P. (2003), ‘Seasonal unit roots tests under structural breaks’, *Journal of Time Series Analysis*.
- Hylleberg, S. (1992), *Modeling Seasonality*, Advanced Texts in Econometrics. Oxford University Press.
- Hylleberg, S. (1995), ‘Test for seasonal unit roots. General to specific or specific to general?’, *Journal of Econometrics* **69**, 5–25.
- Hylleberg, S., Engle, R., Granger, C. y Yoo, B. (1990), ‘Seasonal integration and cointegration’, *Journal of Econometrics* **44**, 215–38.
- Kim, C.-J. y Murray, C. (2002), ‘Permanent and transitory components of recessions’, *Empirical Economics* **27**, 163–183.
- Krane, S. y Wascher, W. (1999), The cyclical sensitivity of seasonality in US employment, Working Paper wp 67, Bank for international settlements.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992), ‘Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?’, *Journal of Econometrics* **54**, 159–178.
- Nelson, C. y Plosser, C. (1982), ‘Trends versus random walks in macroeconomic time series’, *Journal of Monetary Economics* **10**, 139–62.

- Newey, W. y West, K. (1987), ‘A simple positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix’, *Econometrica* **55**, 703–8.
- Perron, P. (1989), ‘The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis’, *Journal of Time series Analysis* **6**, 1361–1401.
- Phillips, P. (1986), ‘Understanding spurious regressions in econometrics’, *Journal of Econometrics* **33**, 311–40.
- Phillips, P. (1987a), ‘Time series regression with unit root’, *Econometrica* **55**(2), 277–301.
- Phillips, P. (1987b), ‘Time series regressions with unit roots’, *Econometrica* **55**, 277–301.
- Phillips, P. y Perron, P. (1988), ‘Testing for a unit root in time series regression’, *Biometrika* **75**, 335–46.
- R Development Core Team (2004), *R: A language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-00-3.
- Shiskin, J., Young, A. y Musgrave, J. (1967), The X-11 variant of the census method II seasonal adjustment program, Technical Report 15, Bureau of the Census, US Department of Commerce, Washington DC.
- Sims, C. (1974), ‘Seasonality in regression’, *Journal of the American Statistical Association* **69**, 618–27.
- Wallis, K. (1974), ‘Seasonal adjustment and relations between variables’, *Journal of the American Statistical Association* **69**, 18–31.

