

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
TRABAJO FIN DE MASTER

***DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE LAS
SUPERFICIES AERODINÁMICAS EN UN
COHETE SUBSÓNICO***

Alumno/Alumna: Garibi Martín, Javier Ignacio

Director/Directora (1): Petuya Arcocha, Víctor

Curso: 2021-2022

Fecha: 12/08/2022

Contenido

1	Memoria.....	1
1.1	Introducción	1
1.2	Contexto	1
1.3	Objetivos y alcance.....	2
1.4	Beneficios que aporta el trabajo	3
1.5	Análisis del estado del arte	3
1.5.1	Dinámica de fluidos	3
1.5.2	CFD	11
1.5.3	Elementos finitos en estática	24
1.5.4	Análisis Modal	30
1.6	Análisis de alternativas.....	31
1.7	Análisis de riesgos	32
2	Metodología seguida en el trabajo desarrollado	33
2.1	Diseño de la punta.....	34
2.1.1	Diseño aerodinámico	34
2.1.2	Diseño Estructural	41
2.2	Diseño de las aletas.....	44
2.2.1	Diseño aerodinámico	44
2.2.2	Diseño estructural	48
2.3	Análisis modal	50
2.3.1	Explicación del método y configuración en Ansys Modal	50
2.4	Planificación	52
2.4.1	Definición de tareas	52
2.4.2	Diagrama de Gantt	54
3	Exposición y discusión de resultados	54
3.1	Resultados de la punta	55
3.1.1	Resultados aerodinámicos	55
3.1.2	Resultados estructurales	60
3.2	Resultados de las aletas	62
3.2.1	Resultados aerodinámicos	62
3.2.2	Resultados estructurales.....	63
3.3	Resultados análisis modal	64
4	Aspectos económicos.....	65

4.1	Presupuesto y descripción	65
5	Conclusiones	66
6	Bibliografía	68
7	ANEXOS	69
7.1	Geometrías de la punta	69
7.1.1	Elíptica	69
7.1.2	Parabólica	72
7.1.3	Von Karman	75
7.1.4	Cónicas	78
7.1.5	Exponencial	81
7.2	Vistas adicionales de geometrías y mallados	84
7.3	Vistas adicionales de los resultados	87

RESUMEN TRILINGUE

Castellano:

Con este trabajo se ha conseguido diseñar tanto aerodinámicamente como estructuralmente las aletas y la punta de un cohete en su vuelo subsónico. Se ha partido de unas condiciones impuestas de diseño y se han elaborado, a través de programas de simulación, una serie de cálculos para determinar cómo debían ser las formas previamente citadas. No solo eso, sino que además se ha comprobado que estructuralmente resisten y se ha dejado abierta la posibilidad de una continuación de la investigación relacionada con el análisis dinámico.

English:

With this work, it has been possible to design both the aerodynamic and structurally the fins and nosecone for a subsonic rocket. Starting from some imposed initial conditions, the calculations have been developed thanks to simulation software to determine how the previously mentioned parts need to be. Not only that, but it also has been checked that those parts are structurally stable and there is an open end to continue investigating further down the line with dynamic analysis.

Euskara:

Lan honen bidez, suziri baten hegatzak eta punta aerodinamikoki, baita estrukturalki ere diseinatzea lortu da. Ezarritako diseinu-baldintza batzuk hartu dira abiapuntutzat, eta simulazio-programen bidez hainbat kalkulu egin dira, aurrez aipatutako formak nolakoak izan behar duten zehazteko. Ez hori bakarrik, gainera, estrukturalki eutsi egiten diotela egiaztatu da, eta zabalik utzi da analisi dinamikoarekin lotutako ikerketarekin jarraitzeko aukera.

1 Memoria

1.1 Introducción

El diseño de cohetes es una de las actividades que más fuerza está cobrando en la actualidad. Esto se debe a que la exploración del espacio se está convirtiendo en una de las áreas más demandadas de la ciencia, y esto es porque dos de las personas más importantes e influenciadas del planeta están invirtiendo tiempo y recursos en ello. El marketing que se está realizando por parte de Jeff Bezos y Elon Musk en relación a este tema es increíblemente importante, y ambos creen que el espacio es la salida natural del desarrollo del ser humano.

Sin embargo, sin llegar a tanto nivel como explorar el espacio, el diseño de cohetes más pequeños con misiones más cortas está cobrando fuerza, ya que todavía sigue siendo necesario llevar satélites a la órbita terrestre. Las misiones más cortas, y con satélites de menor vida útil se deben a que la tecnología se desarrolla a una velocidad impresionante a día de hoy, por lo que, en plazos más cortos, los satélites actuales quedan obsoletos por otros mejores. Es por ello que la tendencia a lanzar más cantidad de ellos, cada menos tiempo.

Estos satélites requieren de cohetes que los suban hasta la órbita, por lo que, se está dando más importancia al diseño de vehículos espaciales más que en cualquier época de la historia del ser humano.

Lo primero que se viene a la cabeza al hablar del diseño de un cohete es su aerodinámica, ya que es la parte “que se ve” del cohete. Tanto las aletas como el morro juegan papeles importantes en el desempeño aerodinámico, pero de nada sirve tener la mejor forma aerodinámica si no resiste las cargas a las que va a ser sometida. Es por ello que requiere mucha atención el análisis mecánico de ambas piezas.

1.2 Contexto

En la Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao existe un especial interés por parte de los alumnos a investigar por cuenta propia materias más allá de lo explicado en clase. Esto puede contrastarse en la cantidad de grupos docentes y de investigación que existen. Uno de ellos tiene por nombre BiSKYTeam y se constituye por personas ansiosas por aprender y desarrollar conocimientos en relación con el mundo aeroespacial y aeronáutico. Dentro del mismo existe una subdivisión por equipos de trabajo, cada uno especializado en un área determinada del desarrollo. Ejemplos de esto serían el grupo de propulsión, el de estructura, aviónica y aerodinámica (en el cual se ha centrado este proyecto).



Imagen 1.- Lanzamiento del último cohete "Ganímedes" por BISKYTeam.

Actualmente existen dos líneas principales de investigación dentro del equipo: La primera es el diseño de un motor de combustión híbrida (oxidante y combustible en tanques separados) y su correspondiente construcción y pruebas. Este es uno de los proyectos más ambiciosos del equipo debido a su complejidad ingenieril y peligrosidad del proyecto, ya que las presiones y temperaturas que se alcanzarían en el encendido son impresionantes. La segunda línea de investigación se centra en mejorar y probar la electrónica de vuelo o aviónica. El problema de esta es que requiere de pruebas reales para comprobar su funcionamiento, por lo que se hace necesario iniciar un proyecto de cohetes sencillos, lo más simples posibles, para realizar un gran número de ellos y poder probar los diferentes altímetros, acelerómetros etc. Es por ello que urge el diseño de este tipo de cohetes por el mero hecho de que el equipo de aviónica no puede verificar sus diseños y, por tanto, no puede continuar. En relación a esta necesidad ha surgido este proyecto, por el cual se pretende diseñar un cohete sencillo que pueda cumplir con los requisitos impuestos por la aviónica. Sin embargo, el diseño de un cohete es un proyecto demasiado amplio como para ser desarrollado por una sola persona en el plazo impuesto, por lo que este documento muestra parte del diseño. Todo lo que se pretende realizar queda mejor descrito en los objetivos a continuación.

1.3 Objetivos y alcance

Este proyecto tiene por objetivos los siguientes:

- Simular y elegir el morro que menos fuerza de arrastre produzca en el cohete, determinando la geometría óptima para las condiciones de vuelo impuestas.
- Simular y elegir la geometría de aletas que produzca menor fuerza de arrastre, a la vez que asegure una estabilidad entre 1,5 y 2,0 calibres para las condiciones de vuelo impuestas.

- Elegir el grosor adecuado de la geometría del morro que asegure que resiste las cargas aerodinámicas en vuelo.
- Elegir el grosor adecuado de las aletas para asegurar que resiste las cargas sin excesiva deformación, ya que es la geometría de la aleta la que asegura la estabilidad.

Estos objetivos han de ser cumplidos teniendo en cuenta que el vuelo del cohete se encuentra dentro del régimen subsónico y que el diámetro del cohete viene impuesto por el tamaño de la aviónica y tiene un valor de 10cm.

1.4 Beneficios que aporta el trabajo

Cuando se habla de beneficios, la primera imagen que se nos viene a la cabeza es el dinero. Este proyecto no trae beneficios económicos, pero aporta otro tipo de ventajas. El primer factor importante es el conocimiento adquirido, no solo por parte del estudiante, sino para el equipo en su totalidad, ya que este proyecto se va a escribir de tal manera que pueda ser replicado para otro tipo de cohetes con distintas características de vuelo y/o geometrías. Además, como beneficios para el equipo, da salida a los diseños de aviónica, por lo que su investigación puede continuar y podrán realizar pruebas experimentales para corroborar resultados obtenidos de manera analítica. Finalmente, un mayor número de lanzamientos (teniendo en cuenta que el objetivo de este proyecto es el diseño de un cohete replicable, con pocas variaciones) es beneficioso en el ámbito del marketing, por lo que podrá atraer, o usarse como gancho para conseguir nuevos patrocinadores.

1.5 Análisis del estado del arte

En este apartado se aportarán los fundamentos teóricos necesarios para la realización de este estudio, y por tanto muy conveniente su conocimiento por parte del lector para la comprensión de la investigación. Se expondrán los conocimientos con una profundidad relativamente profunda, pero muy lejos de que sean completos, dejando las referencias necesarias para que el lector, en caso de estimarlo oportuno, pueda incidir más.

1.5.1 Dinámica de fluidos

En este apartado se van a mostrar los conceptos más teóricos necesarios para la investigación. Se incluye una diferencia en cuanto al régimen subsónico, ya que dentro de dicho rango existen dos tipos de flujo: el compresible y el incompresible.

1.5.1.1 Conceptos del régimen subsónico con flujo incompresible

Este tipo de flujo es el más común en el ámbito de la vida cotidiana y en la mayoría de las investigaciones, ya que se corresponde con velocidades de viento consideradas como “bajas”. Cuando se refieren a velocidades de viento, lógicamente también se refieren a velocidades de vehículo contra viento nulo. Dichas velocidades van desde los 0km/hora hasta $M=0,3$, es decir, unos 370 km/hora (a nivel del mar). Es lógico deducir el porqué de la primera afirmación, la cual decía que es la más común. Básicamente la totalidad de las situaciones no pertenecientes al ámbito aeronáutico y aeroespacial se encuentran en este rango (salvo casos extraordinarios como los vehículos de Fórmula 1 en ciertos puntos de la carrera).

Debido a que el flujo del que se habla en este apartado es el más común, las ecuaciones y conceptos mostrados a continuación pueden considerarse como la base de la mecánica de fluidos. Cabe destacar que lo mencionado con anterioridad en cuanto a velocidades de aire, es común para todos los fluidos, considerándose compresible o incompresibles en el mismo rango.

La principal característica que define al flujo compresible sobre el incompresible es la conservación de la presión, en la cual la presión a la entrada es la presión a la salida más las pérdidas de presión. Esto viene de la teoría enunciada por los autores Johann y Daniel Bernoulli y les caracteriza la ecuación que lleva su nombre, mostrada a continuación.

$$p_1 + \frac{1}{2}V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}V_2^2 \quad (1)$$

La ecuación muestra los dos tipos de presión (no se considera presión por diferencia de altura) que componen la presión total. La presión total es constante y, por tanto, los dos sumandos a un lado de la ecuación tienen que ser iguales a los del otro lado (omitiendo pérdidas de carga, las cuales se añadirían al lado de la derecha de la ecuación, y que componen la diferencia de presión entre el punto inicial y el punto final). De los dos componentes que aparecen, el primero se corresponde con la presión estática y el segundo con la presión dinámica. Esto quiere decir, que, si aumenta la velocidad del flujo, aumenta la presión dinámica, y para que se cumpla la ecuación, es necesario que la presión estática (normalmente conocida como simplemente “presión”) baje.

Es importante indicar que, con unas condiciones iniciales de presión, si se conoce el campo de velocidades del flujo, se conoce el campo de presiones. De la misma manera, con una condición inicial de velocidad, conocido el campo de presiones, conocido el de velocidades (esto es bueno saberlo para extrapolar a las técnicas CFD).

Otro concepto importante, es el de conducto de Venturi. En principio parece que no tiene nada que ver con el proyecto, sin embargo, la punta de un cohete se comporta como un Venturi para el aire a su alrededor, por lo que conviene introducir otro de los pilares en la mecánica de fluidos, el tubo de Venturi, con su correspondiente ecuación de conservación de masa. Al ser flujo compresible y ser, por tanto, la densidad constante, se cumple la ecuación mostrada a continuación, y que es, como se ha mencionado, un clásico en la mecánica de fluidos, sobre todo

en conductos de líquidos. Para que la masa sea constante, si el canal se estrecha, es necesario que aumente su velocidad el flujo. Esto, unido con lo ya mencionado de Bernoulli, hace que la presión estática disminuya al aumentar la dinámica.

$$A_1V_1 = A_2V_2 \quad (2)$$

1.5.1.2 Conceptos del régimen subsónico con flujo compresible

Este rango de velocidades es mucho más inusual que el mencionado anteriormente, ya que son velocidades relativas muy superiores a lo que se podría considerar como cotidiano. Teniendo en cuenta que este rango se reduce a sectores como el aeronáutico, aeroespacial y el armamentístico, está claro el porqué de su rareza. Hay que tener en cuenta que el flujo comienza a poder ser considerado como compresible para velocidades superiores a $M=0,3$. Esto significa que para velocidades transónicas y supersónicas también es considerado compresible. Por ello, la teoría que se muestra a continuación es válida para regímenes superiores.

Primero y antes de nada convendría definir lo que es la compresibilidad. En teoría, todas las sustancias son compresibles. En algunas es evidente mientras que en otras es imperceptible. Si se aplica presión o fuerza sobre una sustancia, esta reduce su volumen conservando su masa, es decir, aumenta su densidad. Es evidente en gases, poco perceptible en líquidos y apenas imperceptible en sólidos. La compresibilidad se define como la capacidad de una sustancia de variar su volumen ante una fuerza externa aplicada sobre ella.

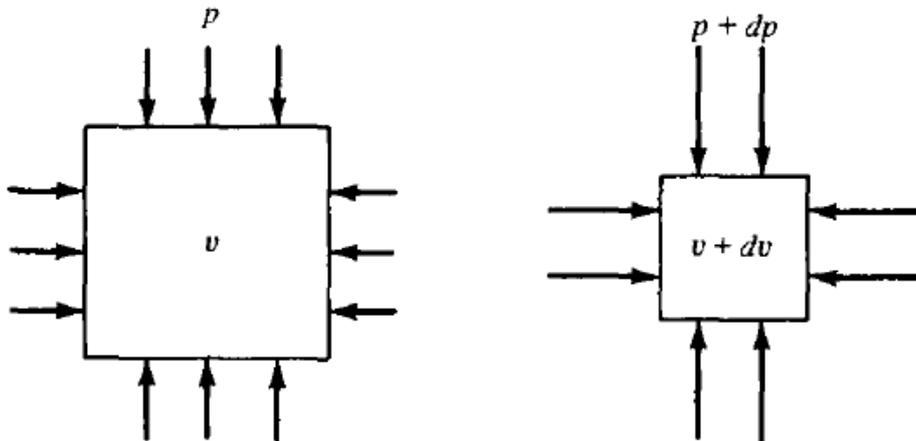


Imagen 2.- Explicación del concepto compresibilidad.

Otro aspecto a considerar en este apartado es el de gas compresible como gas ideal. Un gas puede considerarse ideal si se cumplen una serie de requisitos, relacionados con las fuerzas intermoleculares entre las partículas de gas, debido a su cercanía o lejanía. Sin embargo, es

importante decir que, para las condiciones de compresibilidad en régimen subsónico, transónico e incluso supersónico es más que posible considerar los gases como gases perfectos y, por tanto, siguiendo el comportamiento marcado por la siguiente ecuación.

Pasa algo similar en cuanto al comportamiento energético se refiere, pudiéndose considerar que el gas posee calores específicos constantes, debido a que las temperaturas en estos regímenes no son altas por lo general (se pueden considerar constantes los calores específicos cuando la temperatura no sobrepasa los 1000K).

Hay que tener en cuenta que, en flujo incompresible, la densidad era un valor fijo, invariable, consecuencia directa de ser incompresible. Ahora en este caso, ya no es así, sino que la densidad se convierte en una variable más, y en el estudio compresible se tienen en cuenta las siguientes 5 variables: p o presión, T o temperatura, V o volumen, ρ o densidad y e o energía interna.

1.5.1.3 Fuerzas y momentos aerodinámicos

Cuando se habla de fuerzas aerodinámicas, hay que tener en cuenta que eso es un concepto poco preciso, utilizado en la vida cotidiana o para simplificar una explicación. En realidad, cuando se habla de fuerzas aerodinámicas es necesario saber que las fuerzas que ejerce el viento sobre el cohete generan no solo una resultante de fuerzas, sino también un momento aerodinámico.

Dichas resultantes se generan como consecuencia del efecto del viento sobre el cohete. Uno de los efectos del viento es intuitivo, ya que se corresponde a una distribución de esfuerzo cortante sobre la superficie del cohete, proveniente del rozamiento viscoso entre el cohete y el aire. Se dice intuitivo ya que no hace falta saber de aerodinámica para poder imaginar dicho efecto. El segundo efecto, quizá menos intuitivo se corresponde con los efectos generados por una distribución de presiones sobre el cohete, generando gradientes de presión y por tanto un efecto de fuerza resultante. Recordemos que la fuerza es la presión por la superficie.

Estos efectos generan una resultante de fuerzas, la cual no es útil a menos que se divida en las componentes conocidas realmente como “fuerzas aerodinámicas”.

La primera componente se refiere a la conocida como fuerza de arrastre, o “drag force” en inglés. Es la componente paralela al flujo de aire, y suele ser habitual intentar reducir en la medida de lo posible esta componente durante el vuelo, ya que es una fuerza que está en constante oposición, necesitando generar un impulso del motor mayor para poder mantener o aumentar la velocidad del vehículo (en otros casos se utiliza de forma favorable, como por ejemplo a la hora de aterrizar un avión, para evitar el uso del motor o de los frenos).

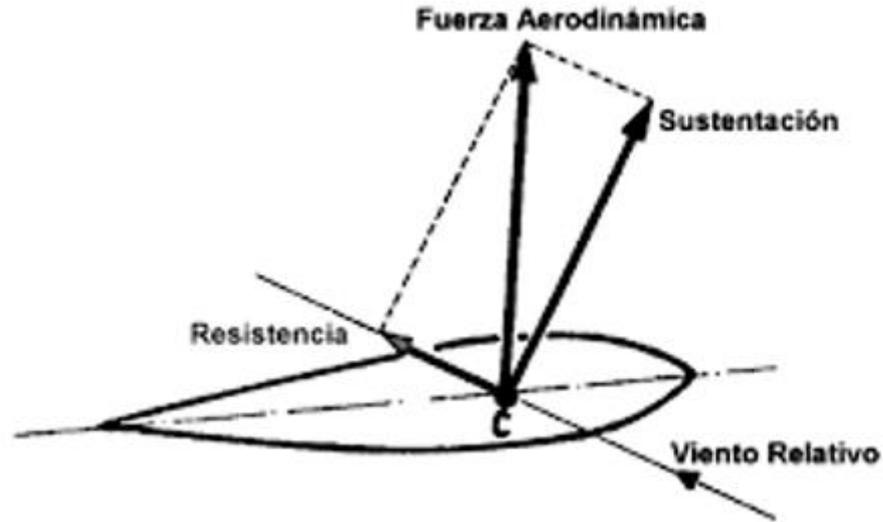


Imagen 3.- Descomposición de las fuerzas aerodinámicas.

La segunda componente es la perpendicular al flujo, y es la razón del porqué las aeronaves son capaces de levantar vuelo. Hay que tener en cuenta, que, en el caso de los cohetes, no se puede hablar de fuerza de sustentación, ya que poseen vuelo vertical, y dicha componente no es de sustentación, sin embargo, a lo largo de este documento se le tratará como tal. Es posible demostrar que existen una serie de coeficientes, los cuales definen estas fuerzas y momentos, y lo hacen a través del término presión dinámica, mencionado con anterioridad en este documento. Como se ha definido previamente con densidad constante, debido a que este concepto se ha mencionado en el apartado de flujo incompresible, es importante remarcar la influencia de la densidad en dicho término, denominándose ρ_{∞} en la siguiente expresión.

$$q_{\infty} \equiv \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \quad (3)$$

Ahora es preciso definir una superficie de referencia y una longitud de referencia, para que los coeficientes sean adimensionales y comparables entre sí. Si se definen como S (de superficie) y l (longitud) la expresión de los destinos coeficientes tanto de fuerzas como de momentos son los siguientes:

$$C_D = \frac{D}{q_{\infty} S} \quad (4)$$

$$C_L = \frac{L}{q_{\infty} S} \quad (5)$$

$$C_M = \frac{M}{q_\infty S l} \quad (6)$$

Otra manera posible de dividir la resultante de fuerzas es en lugar de referirla al flujo, referirla al objeto en vuelo. Por ello, existe la división de fuerza axial y fuerza normal. Sin embargo, al ser más común la caracterización anterior, se suele relacionar las ahora mencionadas con las fuerzas de “drag” y “lift” de la siguiente manera.

$$D = N \sin(\alpha) + A \cos(\alpha) \quad (7)$$

$$L = N \cos(\alpha) - A \sin(\alpha) \quad (8)$$

El ángulo α se define como ángulo de ataque y es el ángulo el cual muestra la inclinación del objeto con respecto al flujo.

Hay que tener en cuenta que la compresibilidad es un factor importante que influye de manera importante en las fuerzas aerodinámicas, debido a que son función del número de Reynolds y del de Mach, ambos afectados por la compresibilidad. Existe una corrección para los valores, conocida como la corrección de “Corrección de Prandtl-Glauert”, sin embargo, esta corrección es poco necesaria en el régimen subsónico, como se puede ver en el gráfico a continuación.

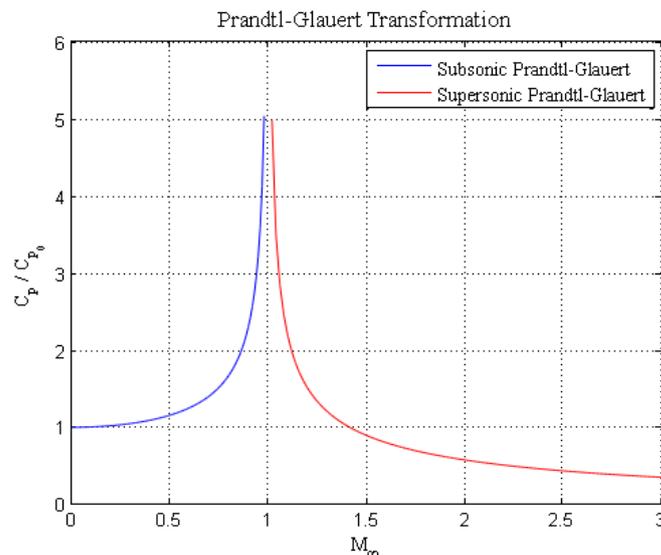


Imagen 4.- Gráfico de la transformación de Prandtl-Glauert.

Donde:

$$C_{comp} = \frac{C_{incomp}}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (9)$$

1.5.1.4 Centro de presiones

Las fuerzas de presión y esfuerzos cortantes provenientes de la influencia del aire sobre el objeto son fuerzas distribuidas, pese a que se intenten tratar como locales, por su simplicidad a la hora de realizar los cálculos. Sería interesante reducir dichas cargas distribuidas a un sistema en el que fueran locales, y para ello se necesita saber el punto de aplicación. En este caso la fuerza resultante, o las componentes actuarían como una solo vector fuerza aplicado en lo que se denomina “centro de presiones”.

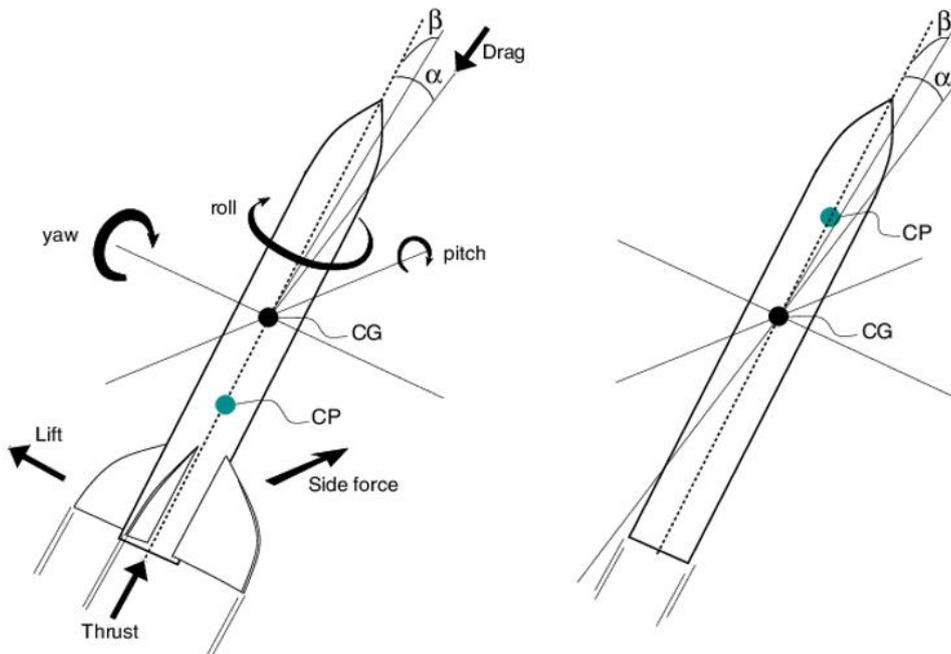


Imagen 5.- Estabilidad referida al centro de presiones.

Ahora bien, habiendo definido de tal manera el centro de presiones, una consecuencia directa es que, en dicho punto, las fuerzas aerodinámicas no producen momento, ya que precisamente están aplicadas sobre el mismo.

El centro de presiones se suele utilizar para definir la estabilidad de un sistema, objeto o vehículo, refiriendo su posición con respecto al centro de gravedad del sistema. El porqué de esta comparativa es el hecho de que, al igual que se ha definido el centro de presiones como el punto en el que se pueden aplicar las fuerzas aerodinámicas, el centro de gravedad es el punto

en el que se pueden suponer las fuerzas gravitatorias como locales. Por ello, conviene compararlos ya que es necesario ver si el momento, por lo general desestabilizador, de la gravedad es compensado por el momento aerodinámico. Una condición primordial para que esto ocurra es que el centro de presiones se encuentre por detrás del centro de gravedad, generando así momentos opuestos y estabilizando el cohete.

Si realizamos un equilibrio de momentos en el vehículo, la expresión que resulta para la definición del centro de presiones (el cual suponemos en el eje longitudinal del cohete para denominarlo "x") es la siguiente:

$$x_{CP} = -\frac{M'_{CP}}{N'} \quad (10)$$

Siendo M el momento aerodinámico y N la resultante de fuerzas normales al cohete.

Ahora bien, existen vehículos más o menos estables, con componentes que aportan mayor o menor estabilidad. En el caso de los cohetes la mayor parte de la estabilidad la producen las aletas, y esta se mide en calibres. Un calibre es la distancia considerada como un diámetro, y se compara esta con la distancia entre los dos puntos característicos previamente mencionados.

1.5.1.5 Teoría de capa límite

El concepto de capa límite tiene alrededor de un siglo de antigüedad y fue uno de los grandes hitos para la mecánica de fluidos y de manera directa, para el mundo de la aerodinámica. Como su nombre indica, es la última capa de fluido, que se considera adyacente al cuerpo donde se considera que el fluido es frenado debido al rozamiento viscoso entre el fluido y la superficie. Este concepto fue una revolución, ya que generó una serie de ecuaciones, llamadas como "ecuaciones de capa límite" las cuales sustituían en esta región cercana al objeto, a las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para profundizar más, se suele explicar este efecto con un flujo de un fluido viscoso sobre una superficie u objeto plano, sin embargo, es aplicable a superficies no planas. En la imagen a continuación se puede ver la imagen estándar para la explicación de este fenómeno.

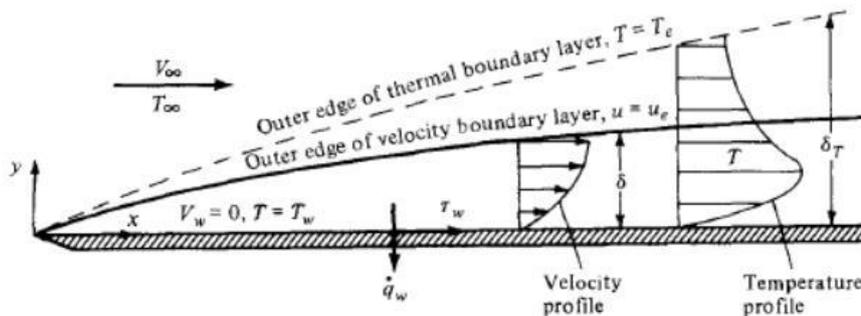


Imagen 6.- Fenómeno de la capa límite.

Sea un flujo de un fluido viscoso, que viaja a una velocidad V y a una temperatura T . Al entrar en contacto con la superficie plana, la capa final de fluido se estanca (adquiere la velocidad de la superficie, es decir, velocidad relativa 0) y por tanto se encuentra a una velocidad 0 y a la temperatura de la superficie. Ahora bien, se genera un gradiente tanto de velocidad como de temperatura, los cuales no son constantes, sino que varían a lo largo de la longitud de la superficie, como puede verse en la imagen.

Al tratarse de un fluido viscoso, motivo por el cual se pega a la pared, se genera una tensión tangencial a la misma, la cual viene definida por la siguiente expresión.

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_w \quad (11)$$

De igual manera, al existir un gradiente de temperatura, existe una transferencia de calor que va del objeto caliente al frío, que viene definida por la expresión a continuación.

$$\dot{q}_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (12)$$

Es importante saber que la capa límite y sus ecuaciones, reducen el costo de resolución de un modelo matemático, sin embargo, cada vez más se utilizan herramientas de CFD debido a su poderío computacional y capacidad de resolución, por lo que es necesario definir bien las condiciones de capa límite en sus modelos. Esto se reflejará más adelante, una vez se describa lo que es el CFD y lo que realiza.

1.5.2 CFD

El CFD es un acrónimo que se ha venido mencionando desde el inicio de este documento, sin embargo, no se ha explicado en detalle en qué consiste, por lo que este apartado se va a encargar de hacerlo.

El CFD (Computational Fluid Dynamics) es, si no el más, uno de los más importantes avances de la historia de la humanidad en el ámbito de la mecánica de fluidos. Combina esta, que como es bien sabido, depende de ecuaciones matemáticas, con la potencia computacional de un ordenador. Esto permite cambiar la visión de los problemas, convirtiéndose de analíticos (cuyas soluciones no siempre existen) a numéricos. Permite cambiar la manera de pensar, y en lugar

de intentar resolver una ecuación numérica, resolver las veces que haga falta una ecuación numérica.

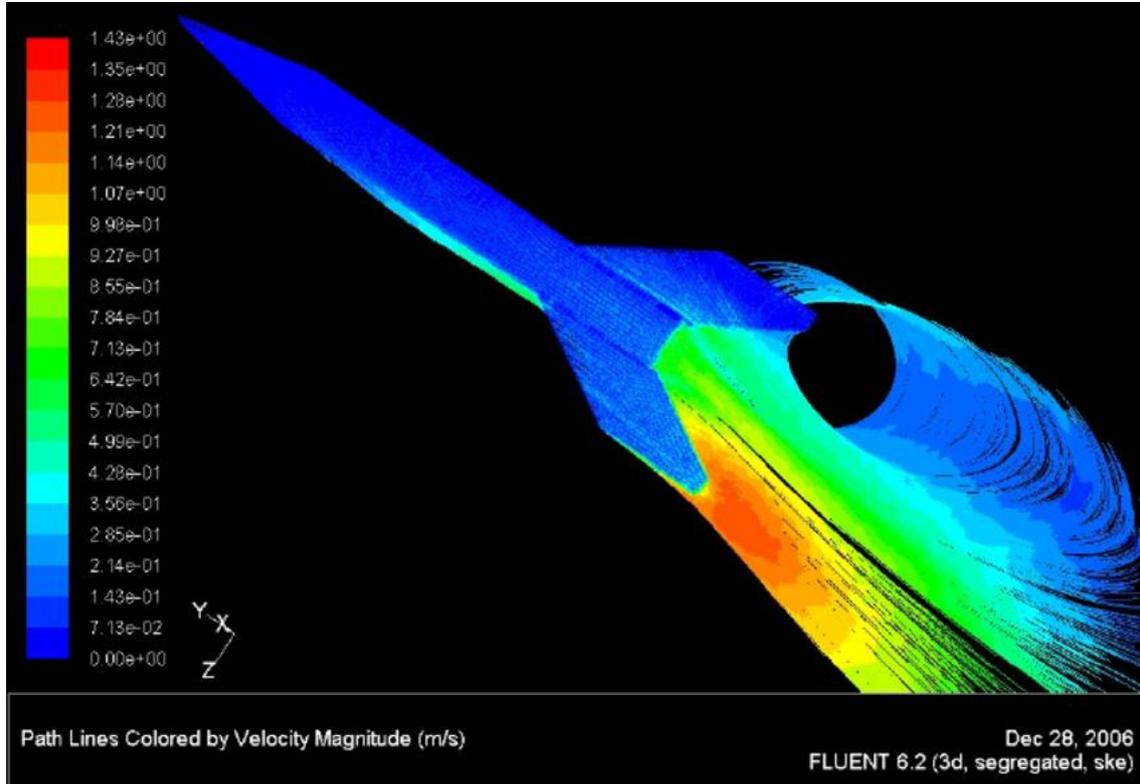


Imagen 7.- Resultados de una simulación con CFD.

Esto cambió el mundo de la mecánica de fluidos, y prueba de ello es que se está volviendo un elemento, que podría considerarse como indispensable hoy en día en campos de investigación y fabricación como la aeronáutica y la aeroespacial.

El CFD maneja una cantidad ingente de datos, dependiendo por supuesto de la capacidad computacional del ordenador, pero resuelve de manera iterativa un problema hasta llegar a la solución que el usuario determina adecuada.

Es una herramienta muy poderosa y lleva utilizándose desde mediados del siglo pasado, y seguirá usándose en un futuro, ya que como se ha dicho, ha sido un cambio radical de pensamiento en la mecánica de fluidos.

1.5.2.1 Modelos de flujo

Ahora que se ha explicado un poco más en profundidad en qué consiste el CDF, ahora toca determinar cómo funciona, ya que, como se ha mencionado, funciona resolviendo iterativamente ecuaciones matemáticas.

Es importante, para determinar su modo de resolución, decir que se basa en la mecánica de fluidos, lo cual es imposible que sea una sorpresa. Con ello se pretende decir, que las ecuaciones de gobierno básicas de esta materia deben de ser resueltas, siendo estas la conservación de masa, la conservación de la energía, y la segunda ley de Newton (dicho sea de paso, pertenecen dos de ellas al ámbito termodinámico y la última al campo físico, más bien mecánico).

Ahora bien, es importante saber que, para resolver matemáticamente un problema, es necesario modelizarlo, precisamente para poder deducir las ecuaciones a resolver. Existen tres formas de modelizar el fluido, siendo estas la modelización por volúmenes finitos, la modelización por elementos de fluido infinitesimales y finalmente, la modelización molecular

1.5.2.1.1 Modelo de volúmenes finitos

Este modelo elige del flujo una región finita y la estudia, dependiendo del tipo, el comportamiento del fluido. Se dice que depende, ya que existen dos maneras de observar este modelo. Bien se pueden escoger una serie de partículas encerradas en un volumen de control, y observar cómo estas se mueven (por lo tanto, el volumen de control se movería) o se puede escoger un volumen de control fijo y determinar el comportamiento de las partículas que entran o salen de él, mientras se encuentran en su interior. Esta distinción posee un nombre, denominando “conservativa” a las resultantes ecuaciones que salen de asumir un volumen fijo, y “no conservativa” a las resultantes ecuaciones que salen de asumir un volumen en movimiento. Este modelo provee ecuaciones integrales, que son susceptibles de convertirse en ecuaciones con derivadas parciales, para una futura resolución de manera numérica por el ordenador.

1.1.2.1.2. Modelo de elementos infinitesimales y modelo molecular

Este tipo de modelo es una variación del anterior, ya que escoge lo que podría considerarse un volumen de control, pero de dimensiones infinitesimales. Sigue manteniendo la distinción en cuanto a fijo o en movimiento, pero en este caso las ecuaciones que se hallan vienen dadas de manera diferencial. El modelo molecular se puede asimilar a este, centrándose en las moléculas en movimiento, por lo que se ha decidido incluirlos como un solo tipo.

1.5.2.2 Ecuaciones de gobierno

Como se he mencionado con anterioridad, existen ciertas ecuaciones, las cuales son la base de la mecánica de fluidos. Dichas ecuaciones deben de cumplirse para cada volumen de control o elemento infinitesimal considerado.

1.5.2.2.1 Conservación de la masa

La masa ni se crea ni se destruye, por lo que, para cada volumen de control o elemento diferencial, el flujo neto debe de ser igual al incremento de la masa de este. Con ello se quiere decir que, si no existe incremento de masa en el volumen de control, la masa que entra debe de ser igual a la masa que sale de él. Existe una manera de denotar este concepto matemáticamente y es el siguiente.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

Es posible observar que posee 4 términos distintos, todos ellos dependientes de la masa, o de lo que es lo mismo, de la variación de la densidad en el volumen considerado. El primer término se refiere al tiempo, en la medida en la que la densidad cambia con respecto a este. El resto de los términos puede observarse que se refieren a lo mismo en distintos ejes, por lo que a lo que se refieran tiene que ser una magnitud vectorial, y así es. Dichos términos hacen referencia a la variación de la densidad con respecto a la velocidad. Es importante decir que en flujo incompresible no existen dichos términos, ya que la densidad es constante, y por tanto no existiría cambio en la masa en un volumen.

1.5.2.2.2 Conservación de la cantidad de movimiento

Antes se mencionaba que se debía cumplir la segunda ley de Newton, la cual afirma que el cambio en la cantidad de movimiento de un objeto o partícula es igual al sumatorio de fuerzas actuantes sobre la misma. Teniendo en cuenta que existen fuerzas en los tres ejes, ya que estamos considerando un espacio tridimensional, las expresiones matemáticas quedan de la siguiente manera:

En x:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (14)$$

En y:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + S_{My} \quad (15)$$

En z:

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + S_{Mz}$$

(16)

Estas expresiones poseen una serie de términos que quizá necesiten aclaración. La variable τ_{xz} se refiere a la tensión cortante. No es extraño encontrar esto, ya que se ha mencionado con anterioridad en este documento que las fuerzas aerodinámicas son de este tipo. Además, aparece el término S_{Mz} , el cual se refiere a las fuerzas exteriores (se puede observar que solo se ha incluido los del eje z, pero es idéntico para los otros dos ejes).

1.5.2.2.3 Ecuación de la energía

En este apartado se hace alusión a la tercera ley de la termodinámica. En ella se expone que el intercambio de calor en un elemento o volumen de control es igual al flujo neto de calor entrante en este más el trabajo realizado sobre este por las fuerzas de superficie.

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -div(p\mathbf{u}) + \left[\frac{\partial u\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial u\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial u\tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial v\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial v\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial v\tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial w\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial w\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial w\tau_{zz}}{\partial z} \right] + div(k grad T) + S_E$$

(17)

Siendo $E = i + 1/2(u^2 + v^2 + w^2)$ sabiendo además que τ_{ij} se refiere a las diferentes tensiones cortantes e i a la energía interna.

1.5.2.3 Modelos de turbulencia. Spalart Allmaras

Una vez comenzamos el uso de un programa CFD, las ecuaciones de energía, masa y conservación de la cantidad de movimiento son indiscutiblemente parte de la resolución, pero es necesario elegir cómo se va a tratar la viscosidad. Para ello necesitamos elegir un modelo viscoso, entre los múltiples existentes. Para este estudio, se ha escogido el modelo viscoso de Spalart Allmaras, ya que es un modelo específicamente diseñado para el campo de la aeronáutica, con una sola ecuación que simplifica y reduce el coste computacional con respecto a su alternativa, el modelo k-w SST, el cual posee dos ecuaciones.

Como se acaba de mencionar, consta de una única ecuación característica, la cual se muestra a continuación.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{v}u_i) = G_v + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_v + S_{\tilde{v}} \quad (18)$$

Dicha ecuación posee tres términos, los cuales no son visibles a primera vista, los cuales se refieren a la producción, a la difusión y a la destrucción.

El término mostrado a continuación es conocido como el término de producción, el cual para realizar las operaciones y cálculos tiene en cuenta tanto la vorticidad, así como las tensiones producidas por esta.

$$G_v = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{v} \quad (19)$$

El siguiente término se refiere a la difusión, mostrado a continuación:

$$\frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot (v_t \nabla v_t)] = \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right\} \right] \quad (20)$$

Intentando conseguir una modelización de la difusión orientada según el flujo aerodinámico, es necesaria la adición de un término no conservativo, como el que se muestra a continuación:

$$\frac{1}{\sigma} [C_{b2}(\nabla v_t)^2] = \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} [C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2] \quad (21)$$

Finalmente, el último término a estudiar es el término de destrucción, el cual es importante remarcar el hecho de que aparecen en lugares donde las tensiones aparecen en el modelo, ya que, por esta razón, los efectos de la viscosidad serán elevados.

$$Y_v = C_{w1} \rho f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (22)$$

1.5.2.4 Funcionamiento general del CFD

Un programa CFD tiene una estructura para la resolución de los problemas que se le plantean, y consta básicamente de tres partes: Un preprocesador, un procesador y un post-procesador.

En el preprocesador se define todo lo relacionado con lo previo a que se empiece el cálculo y la resolución de las ecuaciones. Con esto se refiere a la definición de una geometría, la cual será dividida en celdas, en un proceso denominado mallado. Se especifican los métodos de resolución, los modelos viscosos, las propiedades de los materiales y finalmente las condiciones de contorno, dejando el problema listo para entrar en el procesador.

El procesador es el que se encarga de resolver todas las ecuaciones mostradas con anterioridad en este documento. Las resuelve de manera iterativa para cada nodo en cada iteración. Suele ser la parte que más tiempo consume, ya que, si se desean resultados veraces, el proceso de discretización deberá ser exhaustivo y dividir el dominio en celdas más pequeñas.

Finalmente, en el post-procesador, la solución ya ha sido calculada, y se procede a mostrar los resultados finales. Estos resultados son muy variados, en cuanto a presión, velocidades y múltiples características del flujo.

1.5.2.5 ANSYS Fluent

En la imagen a continuación se muestra el menú de ANSYS Fluent, el cual se describirá con más detalle a continuación.

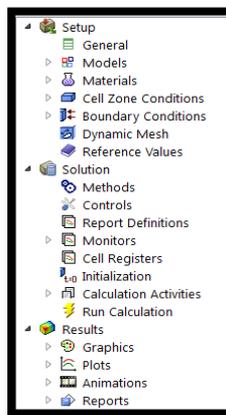


Imagen 8.- Menú en forma de árbol de ANSYS Fluent.

En la pestaña de “General” se eligen las opciones más generales de la simulación, tales como el tipo de geometría en 2D (axisimétrico o plano), la dependencia del tiempo (steady o transient) así como la manera de solucionar el problema, bien sea basado en la presión o la densidad, y finalmente activar las opciones gravitatorias para fenómenos como la convección.

En la pestaña “models” se eligen los distintos modelos de resolución que se utilizarán en la futura simulación. Se pueden elegir los modelos de turbulencia, así como la activación de la ecuación de la energía, radiación, etc.

En el apartado de “materials” se pueden seleccionar los materiales que estén involucrados en el problema, así como las características y comportamientos de estos. En el caso de este estudio se utiliza aire con comportamiento de gas ideal.

“Cell zone conditions” nos permite seleccionar las celdas que son fluido o las celdas que son sólido, más allá de la selección automática que realiza el propio programa.

“Boundary conditions” es una pestaña que permite seleccionar todo lo relacionado con las condiciones de contorno del problema, tanto en tipo como en valor.

En el apartado de “reference values” se introducen los valores referencia en caso de querer calcular los coeficientes que necesiten de esta especificación.

Entrando en el apartado del Set-up, es el que nos permite definir el método de solución, así como los parámetros de convergencia.

En la pestaña de “methods” se puede seleccionar si la solución se resolverá con las ecuaciones acopladas o desacopladas, así como seleccionar a su vez el tratamiento de los gradientes.

Pasando al apartado de “Controls”, en él se seleccionan ciertos parámetros, como el número de Courant, el cual debe de ser pequeño (del orden de la unidad) para que los resultados obtenidos sean fiables.

En la pestaña “Report definitions” se definen sobre qué parámetros se desea un estudio más cuidadoso, o realizar algún tipo de acción, como por ejemplo utilizarlos como criterio de parada para las simulaciones, o realizar un seguimiento de su convergencia graficando por iteraciones.

Los siguientes dos apartados son los encargados de inicializar la solución (Inicialization), es decir, poner sobre el modelo las condiciones de contorno, y “Run Calculation” es el apartado encargado de comenzar a realizar la solución.

El apartado de “Results” comprende todas las posibilidades de mostrar las soluciones calculadas tras la simulación. Permite realizar graficados, hallar valores de parámetros, e incluso realizar mapas de colores para ver un parámetro de manera más global.

1.5.2.6 Openrocket

Openrocket es un programa “open-source” que no utiliza CFD. Sin embargo, se introduce en esta investigación, ya que es muy útil a la hora de juzgar la estabilidad de un cohete de manera rápida y visual.

Pese a ser un programa bastante completo, ya que calcula tanto el ascenso como el descenso con recovery, en este estudio solo se considera el ascenso, ya que se está juzgando la aerodinámica de un elemento cuya función solo sirve en el ascenso, perdiendo su función aerodinámica en el descenso.

Como se acaba de mencionar, el programa no se basa en el estudio CFD, con lo que conviene describir el cómo realiza los cálculos para la obtención de los resultados.

En primer lugar, se debe de tener en cuenta que los coeficientes de las fuerzas aerodinámicas se calculan mediante el método explicado en el apartado “fuerzas y momentos aerodinámicos” de este mismo documento, en el cual se hace uso de la presión dinámica. Además, también se calcula el centro de presiones como se explica en el apartado “centro de presiones”.

Respecto al centro de presiones, cabe destacar el hecho de que el programa utiliza el llamado “método de Barrowman” para el cálculo de los coeficientes de fuerza normal, momentos de cabeceo y el centro de presiones. Dicho método consiste en dividir el cohete en unidades más simples, y calcular el centro de presiones de cada una de dichas unidades. Posteriormente se calcula un centro de presiones global a partir de los centros de presión individuales.

Es importante mencionar que, para los cálculos de estos coeficientes, momento y centros de presiones, el programa realiza una serie de simplificaciones asumiendo ciertas características de los elementos más sencillos, los cuales se mostrarán a continuación.

Las primeras asunciones son suponer el cohete como un sólido rígido que viaja por un fluido con un ángulo de ataque cercano a 0 grados.

La siguiente aproximación utilizada es el supuesto de simetría axial de los cuerpos en cuestión, la cual omite posibles fallos de fabricación o eliminando elementos los cuales no hagan que las partes que poseen simetría de revolución dejen de tenerla (como por ejemplo el elemento que se introduce en la guía de la torre de lanzamiento). Esta aproximación hace que el cálculo de C_N y C_m se realice a velocidades subsónicas con ángulo de ataque cercano a cero en el que el seno del ángulo es igual al ángulo. Por supuesto se añade una corrección para ángulos que se dejan de considerar como pequeños.

$$C_{N\alpha} = \frac{2}{A_{ref}} [A(l) - A(0)] \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad (23)$$

$$C_{m\alpha} = \frac{2}{A_{ref} d} [lA(l) - V] \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad (24)$$

$$CP = \frac{C_{m\alpha}}{C_{N\alpha}} \quad (25)$$

La siguiente asunción que realiza el programa es el de aletas planas, suponiendo una aleta generada por extrusión. Además, es importante decir que el método de Barrowman está diseñado para aletas trapezoidales y con un número de aletas de 3 o 4. Por supuesto existen una serie de correcciones para poder realizar aletas de formas elípticas, así como para un número de aletas superior a 4.

Los coeficientes introducidos en este apartado se añaden a los ya calculados en el apartado anterior de las partes que poseen simetría de revolución.

$$(C_{N\alpha})_1 = \frac{C_{N\alpha 0} F_D \frac{A_{fin}}{A_{ref}} \cos \Gamma_c}{2 + F_D \sqrt{1 + \frac{4}{F_D^2}}} \quad (26)$$

La expresión anterior muestra el cálculo del coeficiente de fuerza normal para una aleta en régimen subsónico. $C_{N\alpha 0}$ es el coeficiente de fuerza normal base, el cual proviene de una derivación de un perfil alar en 2D.

$$C_{N\alpha 0} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (27)$$

$$\beta = \sqrt{1 - M^2}; M < 1 \quad (28)$$

Además, el parámetro F_D es el parámetro de correlación de Diederich y Γ_c el ángulo barrido medido desde la mitad de la cuerda.

$$F_D = \frac{2s^2 / A_{fin}}{\frac{1}{2\pi} C_{N\alpha 0} \cos \Gamma_c} \quad (29)$$

Anadir, además, el hecho de que existen una serie de correcciones para el régimen supersónico, los cuales no se van a mostrar debido a que este estudio no contempla dicho rango de velocidades.

Se ha mencionado que el modelo solo es válido para un número de aletas igual a 3 o 4. Sin embargo, es posible tener un cohete que posea más, por lo que el programa realiza una serie de correcciones para este tipo de situaciones.

$$(C_{N\alpha})_N = \left(\sum_{k=1}^N \sin^2 \Lambda_k \right) \left\{ \begin{array}{l} 1.000 N_{tot} = 1, 2, 3, 4 \\ 0.948 N_{tot} = 5 \\ 0.913 N_{tot} = 6 \\ 0.854 N_{tot} = 7 \\ 0.810 N_{tot} = 8 \\ 0.750 N_{tot} > 8 \end{array} \right. \quad (30)$$

Mostrando el significado de Λ_k en la siguiente imagen:

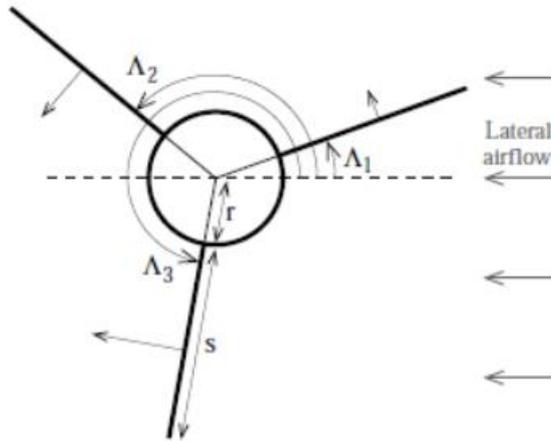


Imagen 9.- Significado de Λ_k .

Barrowman es un método que separa los cuerpos y luego los junta, sin embargo, es indiscutible el hecho de que puede existir, y de hecho existe, una interferencia entre ellos. Unas condiciones para uno pueden verse reflejadas en el otro. Por ello, a continuación, se muestra una corrección para simular la interferencia entre el fuselaje y las aletas.

$$(C_{N\alpha})_{T(B)} = K_{T(B)} (C_{N\alpha})_N \quad (31)$$

Donde $K_{T(B)}$ es un término definido como:

$$K_{T(B)} = 1 + \frac{r_t}{s + r_t} \quad (32)$$

Siendo r_t el radio del fuselaje (si se supone como constante). Si no, r_t se considera en el punto en donde se sitúa la aleta y s es la longitud de la aleta.

Este programa, como se ha mencionado a continuación, es muy completo y simula tanto el ascenso propulsado, el ascenso libre (sin motor) y el descenso con recovery. En este estudio solo se estudia la fase de vuelo propulsado, en el que la aerodinámica del elemento objeto de estudio es de vital importancia para determinar las condiciones de vuelo. Dicho esto, existen ciertas relaciones que definen el momento de cabeceo, una vez el cohete entra en su fase de vuelo libre y llega al apogeo. Dichas expresiones no se mostrarán, ya que no son importantes para el estudio, sin embargo, si se desea por parte del lector realizar una investigación más en detalle, se muestran la bibliografía necesaria para obtener dichas expresiones en el apartado de referencias.

Pasando ahora con las fuerzas de drag, es importante destacar el hecho de que existen muchos coeficientes de arrastre, dependiendo del tipo de fenómeno al que se refieran, los cuales son juntados tras calcular todos en lo que ya se muestra como el coeficiente de arrastre del cohete en general.

La primera distinción de drags es su división entre drags de fricción y drags de presión. En cuanto al primero se refiere, ya se ha dicho que se debe al rozamiento viscoso entre el cohete y el fluido, en este caso aire, y viene definido por la expresión a continuación.

$$C_f = \frac{D_{friction}}{\frac{1}{2} \rho v_0^2 A_{wet}} \quad (33)$$

Si se quiere poner en función del número de Reynolds se utiliza lo siguiente:

$$C_f = \begin{cases} 1.48 \cdot 10^{-2}, \text{ para } R < 10^4 \\ \frac{1}{(1.50 \ln R - 5.6)^2}, \text{ para } 10^4 < R < R_{crit} \\ 0.032 \left(\frac{R_s}{L}\right)^{0.2}, \text{ para } R > R_{crit} \end{cases} \quad (34)$$

Siendo

$$R_{crit} = 51 \left(\frac{R_s}{L}\right)^{-1.039} \quad (35)$$

Hay que tener en cuenta que, en parte del régimen subsónico, los efectos de la compresibilidad se vuelven relativamente notorios, teniendo que realizar la siguiente corrección:

$$C_{f_c} = C_f (1 - 0.1M^2) \quad (36)$$

Limitando la rugosidad de la siguiente manera:

$$C_{fc} = \frac{C_f}{1 + 0.18M^2} \quad (37)$$

Entrando ahora en los drags de presión, ya es sabido que Barrowman divide en elementos más sencillos. El primero de ellos es la punta, objeto de estudio de esta investigación, para la cual, Barrowman tiene tabulados los valores de los coeficientes de arrastre para cada tipo de punta, lo cuales son mostrados a continuación:

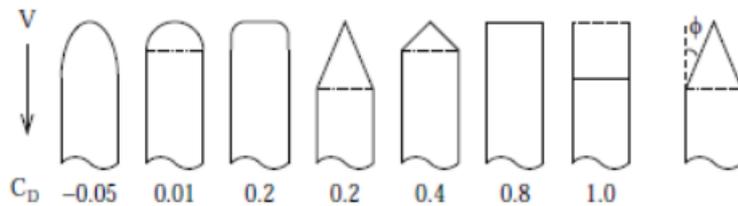


Imagen 10.- Cd para las distintas formas del “nose-cone” en Openrocket.

El “boattail” o la parte más trasera del cohete, tiene un drag calculable de la siguiente manera:

$$(C_D)_{pressure} = \frac{A_{base}}{A_{boattail}} (C_D)_{base} \begin{cases} 1 & \text{para } \gamma < 1 \\ \frac{3 - \gamma}{2} & \text{para } 1 < \gamma < 3 \\ 0 & \text{para } \gamma > 3 \end{cases} \quad (38)$$

En cuanto a las aletas, tienen un coeficiente de arrastre de presión que depende totalmente de la forma de estas, como es lógico pensar. Las aletas tienen un leading Edge (el eje delantero) y un trailing Edge (o eje trasero) y sus drags se calculan de la siguiente manera:

$$(C_D)_{LE\perp} = \begin{cases} (1 - M^2)^{-0.417} - 1 & \text{para } M < 0.9 \\ 1 - 1.785(M - 0.9) & \text{para } 0.9 < M < 1 \\ 1.214 - \frac{0.502}{M^2} + \frac{0.1095}{M^4} & \text{para } M > 1 \end{cases} \quad (39)$$

$$(C_D)_{LE} = (C_D)_{LE\perp} \cos^2 \Gamma_L \quad (40)$$

Siendo Γ_L el ángulo del leading Edge. El coeficiente del trailing Edge se calcula como a continuación se muestra:

$$(C_D)_{TE} = (C_D)_{base} \quad (41)$$

Y el coeficiente de cada aleta es la suma del drag generado por el leading y el trailing edges.

$$(C_D)_{pressure} = (C_D)_{LE} + (C_D)_{TE} \quad (42)$$

El llamado “base drag” o arrastre de la base es el drag generado en lugares donde el diámetro disminuye de forma abrupta hasta 0. Es el correspondiente al final del cohete.

$$(C_D)_{base} = \begin{cases} 0.12 + 0.13M^2 & \text{para } M < 1 \\ 0.25/M & \text{para } M > 1 \end{cases} \quad (43)$$

El arrastre considerado como parásito, es el debido a imperfecciones no consideradas con anterioridad, como las mencionadas en este mismo apartado como el enganche a la torre de lanzamiento.

$$(C_D)_{parasitic} = \max\{1.3 - 0.3 l/d, 1\}(C_D)_{stag} \quad (44)$$

Obteniendo todos los coeficientes previamente mencionados se pasa a realizar un coeficiente de arrastre común para todo el cohete. Para ello se realiza un sumatorio de todos los anteriores:

$$C_{D0} = \sum_T \frac{A_T}{A_{ref}} (C_d)_T + (C_d)_{friction} \quad (45)$$

1.5.3 Elementos finitos en estática

Los elementos finitos han sido la revolución en el mundo de la ingeniería de diseño, ya que nos permite evaluar mediante la simulación, los efectos que ciertas fuerzas tendrían sobre los elementos, y las tensiones y deformaciones que se darían. La revolución vino en que antiguamente los cálculos y diseño de piezas se realizaban de manera puramente analítica, con las ecuaciones de la resistencia de materiales. El problema es que las ecuaciones tienen una aplicación muy difícil para piezas que se salen del patrón, es decir, todo lo que no tiene sección uniforme, pequeñas deformaciones, etc.

Entonces fue cuando entraron en juego los elementos finitos, que trajeron la ventaja de que podía calcularse tanto las tensiones y deformaciones (en el caso de un estudio estático) como infinidad de resultados más, ya que existen múltiples tipos de estudios de elementos finitos. Sin ir más lejos, una aplicación de estos se ha explicado con anterioridad al estudiar el flujo de un fluido a través de Ansys Fluent.

Es importante recalcar que el estudio estático de una pieza, es posiblemente el más sencillo que se puede realizar, ya que no aparecen las matrices de masa ni de amortiguación, simplificando enormemente los cálculos. Es por ello que, pese a que las ecuaciones matriciales que se van a mostrar a continuación aparenten sencillez, es porque los elementos conflictivos de las mismas son simplificados.

Cuando se trabaja con elementos finitos lo que se realiza es una discretización del objeto a estudiar, es decir, se “parte” el elemento en un número determinado de celdas, y se estudia cada una de ellas y su relación con las contiguas. Cuanto más pequeñas las celdas (o elementos) más cercano a la realidad, pero mayor número de elementos y, por tanto, mayor coste computacional. Podría decirse que la realidad es una discretización de infinitos elementos infinitesimales.



Imagen 11.- Discretización de una mandíbula por elementos finitos

1.5.3.1 Funciones de interpolación

El software de elementos finitos trabaja realizando una serie de cálculos sobre los nodos de los elementos, esto es, sobre los vértices de los elementos. Por tanto, no calcula los resultados en absolutamente todos los lugares del diseño. Sin embargo, cuando se presentan los resultados, estos aparecen en todo el sólido. ¿Cómo es esto posible?

La respuesta es sencilla, con las funciones de interpolación. Una vez el software ha calculado los resultados es todos los nodos de la malla, este utiliza las funciones de interpolación para mostrar lo que pasa dentro de la celda. Este proceso introduce un cierto error, ya que no está calculando de manera precisa qué es lo que ocurre, sino que, a partir de unos resultados, utiliza unos cálculos más sencillos para mostrar los del interior. No es difícil llegar a la conclusión, que cuanto

mayor tamaño tengan los elementos, más imprecisión existirá, ya que los resultados calculados por estática son menores, y los calculados a partir de funciones de interpolación mayores.

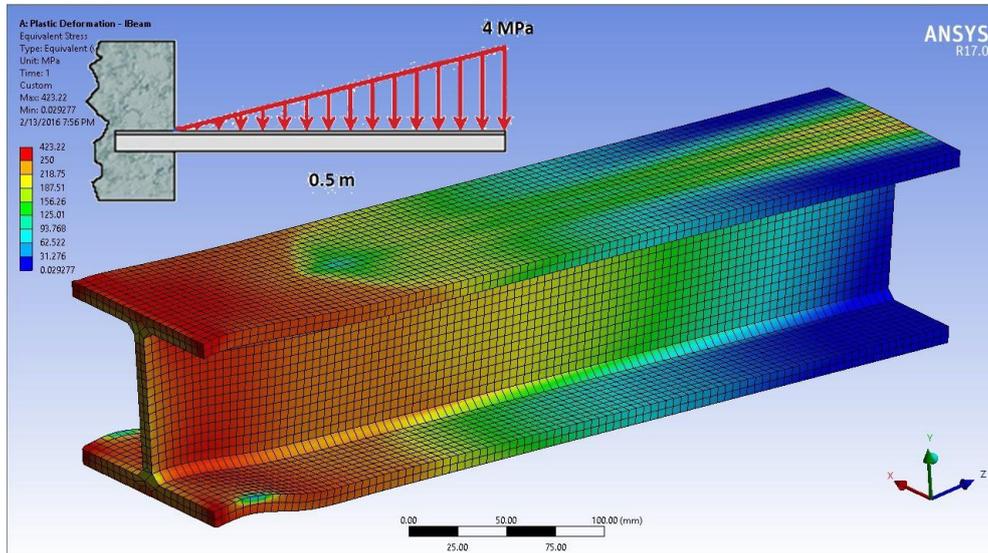


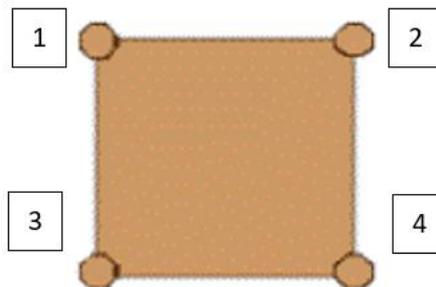
Imagen 12.- Resultados de un análisis estático.

Las funciones de interpolación (se conoce como $N^i(\{x\})$) por definición, tiene de valor 1 en el nodo a estudiar y 0 en el resto de nodos del elemento. Haciendo uso de esta, se pueden hallar los resultados a partir de esta expresión, para cualquier coordenada x dentro del elemento.

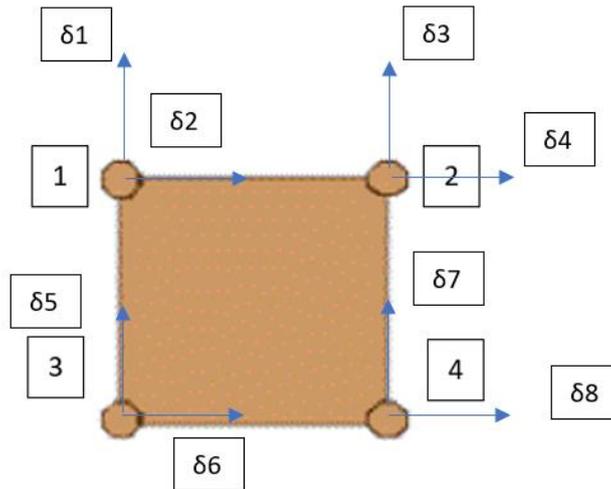
$$\delta(\{x\}) = \sum (N^i(\{x\}) \cdot \delta^i) \quad (46)$$

1.5.3.2 Matriz de rigidez

Para explicar de manera sencilla lo que ocurre a la hora de calcular los resultados, se va a poner un ejemplo.



Supóngase un elemento plano con 4 nodos, numerados del 1 al 4, y supóngase que dicho elemento tiene unas ligaduras que lo hacen isostático (para simplificar el cálculo). Cada nodo entonces (ya que el estudio es en 2 dimensiones) tendrá dos fuerzas y dos desplazamientos, uno vertical y uno horizontal.



De esta manera, un elemento de “i” nodos tendrá 2”i” grados de libertad.

Una vez se han definido dichos grados de libertad, se definen las fuerzas en cada nodo, teniendo en cuenta tanto las externas como las de los apoyos. Es fácil observar que también habrá 2”i” fuerzas, ya que a cada deformación le corresponde una fuerza. Una vez se han definido estas también, el software realiza esta operación (de manera simplificada):

$$\{F\} = [K] \cdot \{\delta\} \quad (47)$$

Es posible observar que es necesario el cálculo de la matriz de rigidez para la resolución de esta operación, por lo que se desarrolla a continuación. Sin embargo, primero se expondrán las relaciones fundamentales de los elementos, a fin de entender con posterioridad el desarrollo realizado para llegar a la expresión de la matriz de rigidez.

A partir de las expresiones de función de interpolación se puede expresar que:

$$\{\delta(\{x\})\} = [N(\{x\})] \cdot \{\delta\} \quad (48)$$

Según la teoría de la resistencia de materiales, se puede mostrar la relación entre deformaciones y extensiones de la siguiente manera:

$$\{\varepsilon(\{x\})\} = [\partial]\{\delta(\{x\})\} = [\partial][N(\{x\})] \cdot \{\delta\} = [B(\{x\})] \cdot \{\delta\} \quad (49)$$

Y las tensiones se pueden definir como:

$$\{\sigma(\{x\})\} = [D]\{\varepsilon(\{x\})\} = [D][B(\{x\})] \cdot \{\delta\} \quad (50)$$

Ahora que ya han sido definidas las relaciones fundamentales, es momento de llegar a la expresión de la matriz de rigidez del elemento, el cual sirve para obtener los resultados de deformaciones en cada uno de los nodos del elemento.

La teoría de la que se parte para hallar dicha matriz es igualar el trabajo de las fuerzas a la energía elástica acumulada a causa de los desplazamientos de los nodos del elemento, por lo que se van a mostrar ambas expresiones y posteriormente se igualarán.

El trabajo se puede definir como fuerzas por desplazamientos, por lo que la expresión queda como sigue:

$$W = \{\delta\}^T \cdot \{F\} \quad (51)$$

Por otro lado, la energía elástica tiene la siguiente forma:

$$V = \int \{\varepsilon(\{x\})\}^T \{\sigma(\{x\})\} dv = \{\delta\}^T \left(\int [B(\{x\})]^T [D][B(\{x\})] dv \right) \{\delta\} \quad (52)$$

Igualando ambas expresiones (es decir $W=V$) entonces obtenemos:

$$\left(\int [B(\{x\})]^T [D][B(\{x\})] dv \right) \{\delta\} = \{F\} \quad (53)$$

La expresión que acompaña a los desplazamientos es precisamente la matriz de rigidez del elemento:

$$[k] = \int [B(\{x\})]^T [D] [B(\{x\})] dv \quad (54)$$

1.5.3.3 Ansys Static Structural

El módulo de Ansys que se ha utilizado en este proyecto es el Ansys Static Structural, el cual ha servido para sacar los resultados de tensiones y deformaciones necesarios. El menú de este módulo se puede ver en la imagen a continuación y tiene 4 partes importantes:

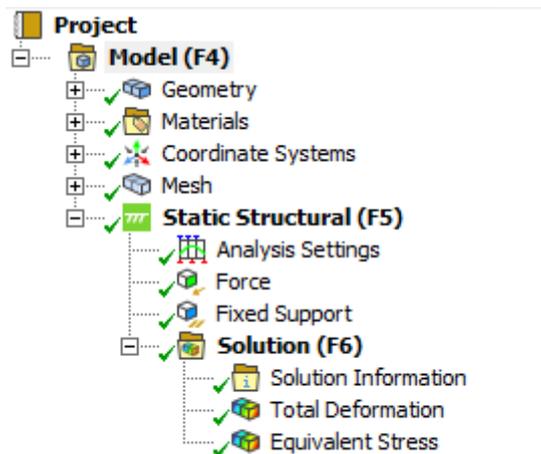


Imagen 13.- Menu del Ansys Static Structural.

La sección con el nombre de “Materials” hace referencia a los materiales que se están usando para la simulación. Recordemos que la manera en la que trabaja un software de elementos finitos, es necesario saber la rigidez y demás propiedades del material a usar para calcular los resultados.

El apartado de “Mesh” hace referencia al mallado de la pieza y es en éste en el que se realizan las especificaciones de mallado, es decir, la densidad de nodos, la forma de los mismos, etc.

Más adelante tenemos una sección en la que se introducen las fuerzas y los apoyos, esenciales para este análisis, ya que, sin ellos, no habría nada que simular.

Finalmente, el apartado de “Solution” sirve para determinar qué resultados son los que se desean sacar. En la imagen se puede ver que se han obtenido la deformación y las tensiones, pero existen muchas otras posibilidades dentro de este mismo menú.

1.5.4 Análisis Modal

El análisis modal con elementos finitos funciona de manera muy similar al desarrollo algebraico, en el que se hallan las frecuencias naturales del sistema. El interés de este apartado es comparar las frecuencias naturales del sistema con las de las fuerzas a las que se va a ver sometido, ya que en las frecuencias naturales se entra en lo que se conoce como resonancia. Cuando un sistema entra en resonancia, lo que ocurre es que la deformación se incrementa de manera exagerada (en la teoría es infinita, pero en la realidad no ocurre eso) por lo que hay que diseñar el sistema para que no se encuentre dentro de ese rango.

La ecuación de la dinámica de sólidos es igual que la algebraica, pero en lugar de ser valores absolutos, se sustituyen por matrices y vectores, ya que estamos hallando las frecuencias naturales del sistema completo.

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F\} \quad (55)$$

Sin embargo, para realizar este análisis, se supone un sistema libre no amortiguado, por lo que la expresión anterior se reescribe como:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = 0 \quad (56)$$

Lo que genera una ecuación diferencial de segundo orden, que se puede escribir de la siguiente manera:

$$-\omega^2[M]\{\delta\} + [K]\{\delta\} = 0 \quad (57)$$

Lo que da como resultado

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (58)$$

Importante destacar que los valores dentro de la raíz se hallan con expresiones similares a la de la matriz de rigidez, con integrales para cada nodo.

1.5.4.1 Ansys Modal

Para realizar el análisis modal se ha utilizado el módulo de Ansys llamado “Ansys Modal” y sirve para poder hallar las frecuencias naturales del conjunto final, una vez realizado el diseño completo.

El menú de este módulo se puede observar en la imagen a continuación y los apartados más importantes son los siguientes:

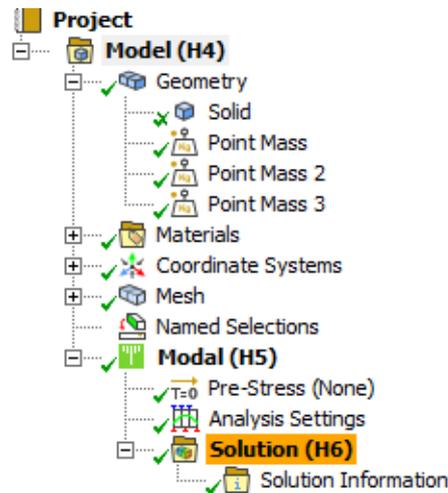


Imagen 14.- Menú del Ansys Modal

Los apartados “Materials” y “Mesh” funcionan exactamente igual que en el Ansys Static Structural, de manera que no tiene sentido volver a explicarlos.

El apartado “Geometry” en este módulo cobra especial importancia, ya que, es posible añadir masas puntuales para evitar tener que realizar un CAD de elementos que se desconoce su forma, pero se sabe su masa. Esto pasa en este proyecto, ya que se conoce la masa del motor y la aviónica, pero no se conoce su forma. Esto permite realizar el análisis modal de manera precisa.

Finalmente tenemos el apartado de “Solution”, donde se determina el número de modos que se desean hallar, así como los resultados obtenidos una vez realizada la simulación.

1.6 Análisis de alternativas

A la hora de hacer un proyecto, es común barajar distintas alternativas para comprobar cuál es la mejor o la que satisface de manera óptima las necesidades. Sin embargo, para este proyecto no se barajan distintas alternativas a la solución, ya que el proyecto en sí es un análisis de alternativas.

Más adelante se explica con detalle el procedimiento seguido, pero se aclara que a la hora de diseñar tanto la punta como las aletas, se simulan una serie de formas distintas. Es decir, se simulan todas las alternativas y es por ello que no tiene sentido hablar de alternativas.

A pesar de ello, se comenta en este apartado que existen 5 alternativas de formas para puntas, y a su vez 5 longitudes por cada forma. Esto hace que existan 25 alternativas a puntas. Además, existen 2 alternativas para aletas que cumplen con los criterios establecidos más adelante en este documento.

1.7 Análisis de riesgos

Al tratarse únicamente del diseño aerodinámico de un elemento, los riesgos son muy pocos, ya que se trata de una labor de investigación. Sin embargo, al ser un elemento que posteriormente va a ser fabricado e incluido en un modelo real, en este apartado se evaluarán los riesgos no solo de diseño, sino también teniendo en cuenta que se va a convertir en un elemento real.

Un cohete es un elemento muy complejo, y elegir fallos que provengan de esta investigación en concreto es algo complicado. Sin embargo, se va a proceder a analizar una serie de situaciones que tienen relación total o parcial con este proyecto.

Para observar la importancia o gravedad de un fallo, se va a utilizar una tabla de riesgos, en las que las situaciones son clasificadas en tres colores en función de su gravedad. Estas situaciones son las siguientes:

- 1.- Fallo en los datos obtenidos por simulación.
- 2.- Deformación de la punta
- 3.- Rotura de punta
- 4.- Deformación en aletas
- 5.- Rotura de aletas
- 6.- Rotura unión punta-fuselaje
- 7.- Rotura unión aleta-fuselaje

El primer riesgo consiste en que las simulaciones hayan sido hechas de manera errónea, y los resultados obtenidos sean incorrectos. Esto se traducirá en unas fuerzas de arrastre distintas a las obtenidas lo cual solamente hará que la altura de apogeo sea distinta.

El segundo y el cuarto riesgo ambas son deformaciones, lo cual, tiene poca importancia en cuanto al lanzamiento se refiere ya que los cohetes son de un solo uso. Sin embargo, es posible que la trayectoria seguida por el cohete sea distinta si la deformación es excesiva.

El resto de riesgos implican roturas, lo cual sería catastrófico en vuelo ya que implica una destrucción total del cohete, así como un peligro importante porque no se pueden controlar los desechos en vuelo provenientes del accidente.

Una vez descritos los riesgos, solo queda clasificarlos en la tabla de riesgos, en función de su probabilidad e impacto.

Tabla 1.- Tabla de riesgos clasificados en impacto y probabilidad

		IMPACTO				
		Muy Bajo -0,05	Bajo -0,1	Moderado -0,2	Alto -0,4	Muy Alto -0,8
PROBABILIDAD	Raramente -0,1				2,4	
	Difícilmente -0,3		1			3,5,6,7
	Posible -0,5					
	Probablemente -0,7					
	Casi Seguro -0,9					

2 Metodología seguida en el trabajo desarrollado

La palabra “diseño” engloba una amplia lista de tareas, las cuales tienen que realizarse en un cierto orden para que el proyecto pueda ser llevado a cabo. Este trabajo consta de tres partes bien diferenciadas: Diseño de la punta, diseño de las aletas y, un estudio modal del conjunto.

Sin embargo, es importante definir con anterioridad las restricciones impuestas. Estas se refieren a que el cohete debe tener ciertas dimensiones definidas fuera de este proyecto, por los responsables del grupo docente BiSKYTeam. Estas restricciones tienen su motivo (por ejemplo, el diámetro viene definido por el tamaño de la aviónica) los cuales no forman parte de este proyecto. Las restricciones son las siguientes:

Tabla 2.- Restricciones impuestas de diseño

Diámetro	10 cm
Longitud	180 cm
Peso del motor	1903 g
N.º compartimentos	3
Régimen	Subsónico
Eyección	Lateral
Material	Fibra de vidrio

Una vez definidos los límites de este proyecto, queda determinar en qué orden se realizarán las tareas, y en qué consiste cada una.

El análisis modal no puede hacerse hasta que la geometría esté perfectamente definida, por lo que, esta tarea obligatoriamente debe ser la última en realizarse. Entre las dos tareas de diseño, es importante definir qué se prioriza en cada una. La punta determina en gran medida el drag, o fuerza de arrastre del cohete, mientras que las aletas determinan la estabilidad del mismo. Parece que están desacopladas, pero en realidad, la tarea de las aletas depende de la geometría del resto del cohete (porque con ella se determina la posición del centro de presiones). No ocurre lo mismo con la punta, ya que el drag de la punta no se ve afectado de ninguna manera por variaciones de la geometría de las aletas. Es por ello que se procederá a diseñar primero la punta, después las aletas y, finalmente, el análisis modal del conjunto.

2.1 Diseño de la punta

2.1.1 Diseño aerodinámico

2.1.1.1 Explicación del método

Como se ha mencionado con anterioridad, el diseño de la punta se realiza en primer lugar, ya que es el elemento al que no le afectan variaciones del resto de parámetros de diseño del cohete. Una cosa importante a tener en cuenta es definir en base a qué criterios se va a diseñar, por lo que se indica que el diseño de esta parte del conjunto se va a realizar atendiendo al criterio de menor fuerza de arrastre. Esto quiere decir que la punta que cree menor drag, será la escogida, sin ningún otro motivo.

Ahora bien, existen infinitas formas de punta de cohete, por lo que hacer un estudio completo sería imposible. Es por ello que, atendiendo a bibliografía, se definen los 5 grupos que van a ser estudiados: Geometría cónica, exponencial, parabólica, elíptica y Von Karman.

Sin embargo, incluso dentro de cada grupo existen infinitas geometrías posibles, ya que todas esas formas son funciones de dos variables: radio y longitud. El radio ha quedado definido en las restricciones principales, por lo que la única variable que se puede variar es la longitud. Se ha decidido hacer un barrido de 10 en 10 centímetros, comenzando desde la punta de 10 cm hasta la de 50 cm, esto es, 5 longitudes por forma.

Esta definición hace que exista un total de 25 geometrías a estudiar, lo que constituye un amplio grupo de muestras, por lo que es esencial mantener un orden a la hora de mostrar los resultados, para poder elegir correctamente.

Estas geometrías se estudiarán en todo el régimen subsónico, por lo que es, de nuevo, imprescindible definir en qué van a consistir las simulaciones. Las velocidades a las que se van a obtener los datos, son desde $M=0,1$ hasta $M=0,6$ de 0,1 en 0,1, lo que quiere decir que por cada geometría se tendrían que realizar 6 simulaciones y obtener 6 resultados.

Como es posible observar, el número de simulaciones a realizar es bastante alto, con un total de 150 única y exclusivamente para poder elegir la punta correcta. Sin embargo, la buena noticia es que, una vez realizadas estas simulaciones, ya se podrá elegir la forma final y pasar con la siguiente tarea del diseño.

2.1.1.2 Definición de la geometría

Lo primero que hay que crear para poder realizar las simulaciones son las geometrías que se van a utilizar. Es importante indicar que en módulo Ansys Fluent simula el fluido, y no el sólido. Es por ello que la geometría que se observa a continuación se corresponde con el aire que rodea al cohete.

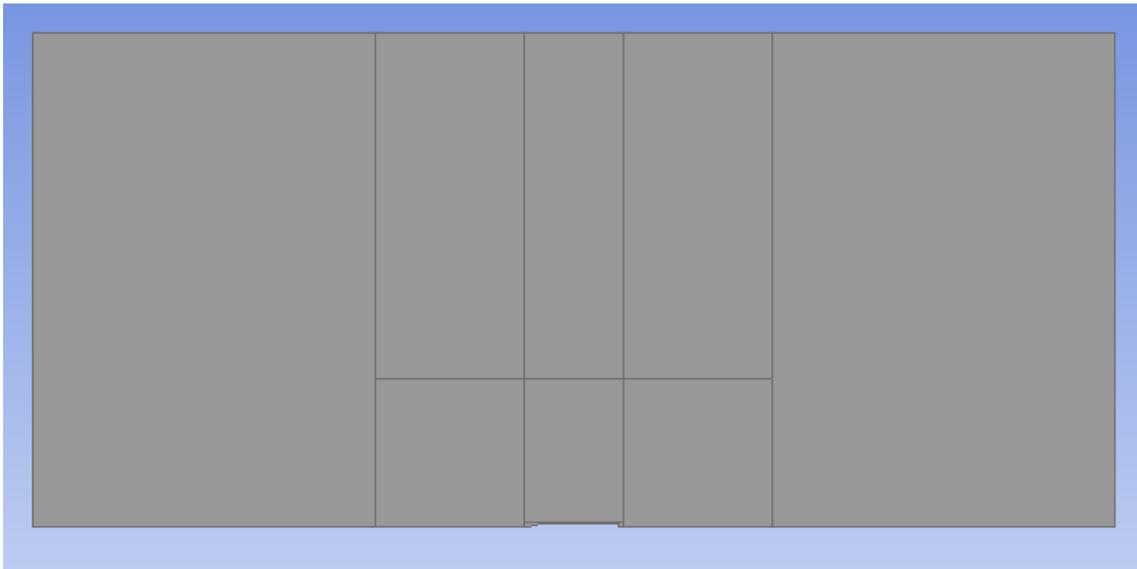


Imagen 15.- Geometría base para diseño de punta

Además, es posible observar que se trata de un elemento en 2 dimensiones, y esto se debe a que, para el estudio de la punta, las aletas pierden toda la importancia. Eliminarlas nos permite

tener una geometría con simetría axial, lo que, a su vez, permite realizar un estudio axisimétrico. Es por ello que, en la imagen se puede ver un plano del cohete que es simétrico axialmente, por lo que, solo es necesario medio cohete.

Puede parecer que la geometría es un rectángulo, pero en realidad le falta un trozo que se corresponde al medio cohete ya mencionado. Este detalle se puede observar en la imagen a continuación. Un detalle más a tener en cuenta es que la geometría está “partida” en diferentes trozos, y esto se hace para poder mallar cada uno de ellos de manera independiente.



Imagen 16.- Detalle de geometría mostrando cohete

Para realizar la geometría del cohete hay que tener en cuenta las restricciones mencionadas con anterioridad, en las que el diámetro tenía un valor de 10 centímetros y la longitud total del cohete siempre sería 180 centímetros, independientemente de la longitud de la punta. Esto quiere decir que, si la punta es más larga, el fuselaje será más corto.

La geometría de la punta depende de la forma y longitud de la misma, por lo que se mostrará como se ha realizado una de ellas y el resto se dejarán en los anexos.

La geometría mostrada en la imagen anterior es una forma de Von Karman de 200 milímetros de longitud, y es la que se usará como ejemplo. Para comenzar, la forma de Von Karman se caracteriza por la siguiente expresión:

$$y = \frac{R}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\theta - \frac{\sin(2\theta)}{2} + C \sin^3(\theta)} \quad (59)$$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{2x}{L}\right) \quad (60)$$

La anterior expresión es la correspondiente a las series de Haack, en la que, si hacemos que el valor de “C” sea 0, obtenemos la forma de Von Karman.

Como se puede observar, es una expresión de 2 variables: radio y longitud. El radio es fijo para todas las simulaciones, pero la longitud varía en función de la geometría que

estemos simulando. En este caso se ha dicho que la punta es de 200 milímetros, por lo que $R= 50\text{mm}$ y $L= 200\text{mm}$.

Una vez realizado eso, se particulariza para valores de “x” y se obtienen los valores de “y”. “x” es un valor de longitud entre 0 y 200 para este caso, e “y” es la posición del radio para esa “x” en particular. Particularizando para un cierto número de valores, se puede definir de manera precisa la geometría (Se ha supuesto que con 6 puntos la geometría es suficientemente precisa). Para este caso, la tabla de puntos es la que sigue:

Tabla 3.- Valores para punta Von Karman 200mm

x (mm)	y (mm)
0	0,0
40	18,9
80	30,6
120	39,6
160	46,3
200	50,0

Una vez definida la punta, solamente queda definir el tamaño del “aire” alrededor. Esto se ha realizado a partir de la bibliografía, en la que se recomienda que la cantidad de aire para simular sea entre 8 y 10 veces la longitud del cohete hacia cada lado y en perpendicular. Es por ello que se ha dejado una distancia de 15 metros hacia todas las direcciones.

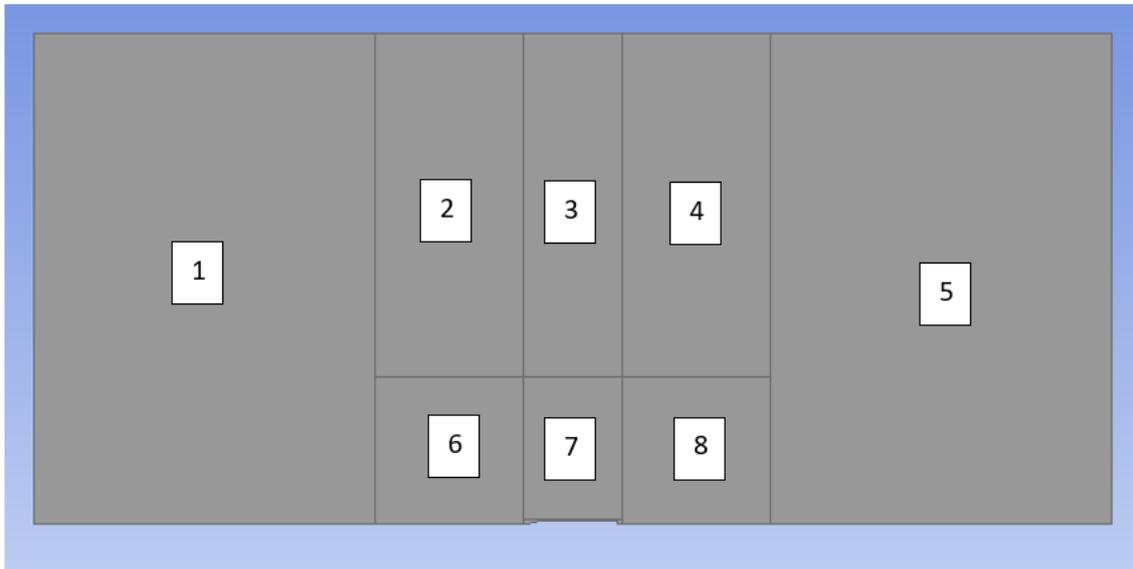


Imagen 17.- Numeración de partes de la geometría

Tabla 4.- Parámetros de mallado.

Zona	Tipo	Medida	Unidades	Parámetros adicionales
1	Face sizing	400	mm	-
2	Face sizing	80	mm	-
3	Face sizing	80	mm	-
4	Face sizing	80	mm	-
5	Face sizing	400	mm	-
6	Face sizing	50	mm	Face meshing. Bias Factor
7	Face sizing	50	mm	Face meshing. Bias Factor
8	Face sizing	50	mm	Face meshing. Bias Factor

Finalmente, la única parte de la geometría que queda por definir es la más cercana al cohete, la cual tiene los siguientes parámetros de mallados:



Imagen 18.- Zona cercana al cohete

Tabla 5.- Parámetros de mallado para zona cercana al cohete

Zona	Tipo	Medida	Unidad
9	Face Sizing	1,5	mm
9	Inflation	5	capas

EL resultado de estos parámetros, es la malla que se puede ver en las dos imágenes a continuación. La primera es la malla completa y la segunda es la capa de “inflation” de elementos prismáticos.

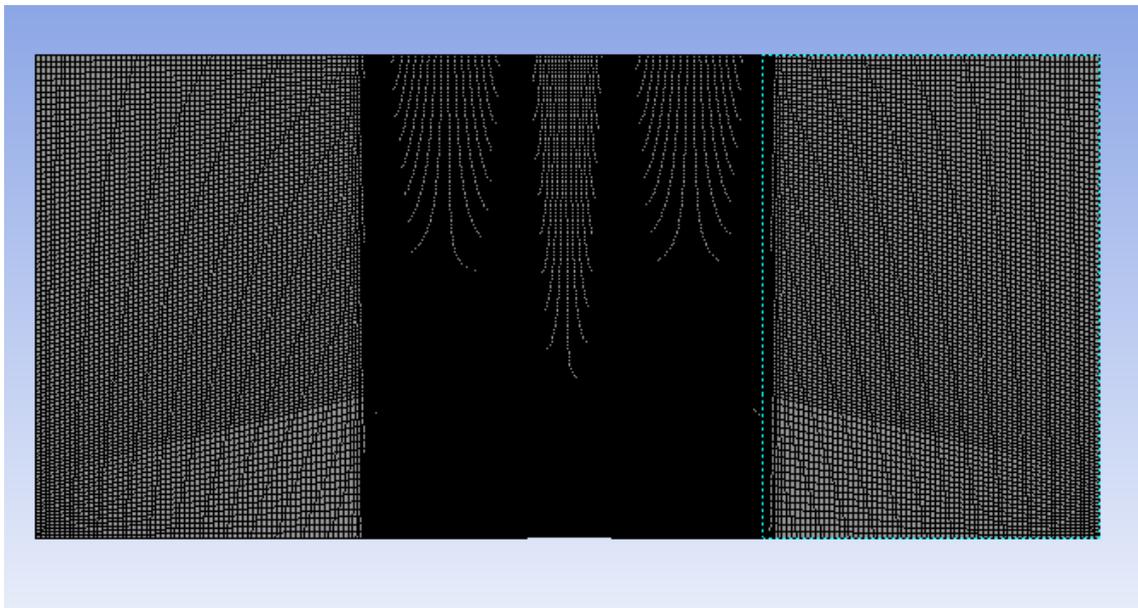


Imagen 19.- Mallado geometría completa

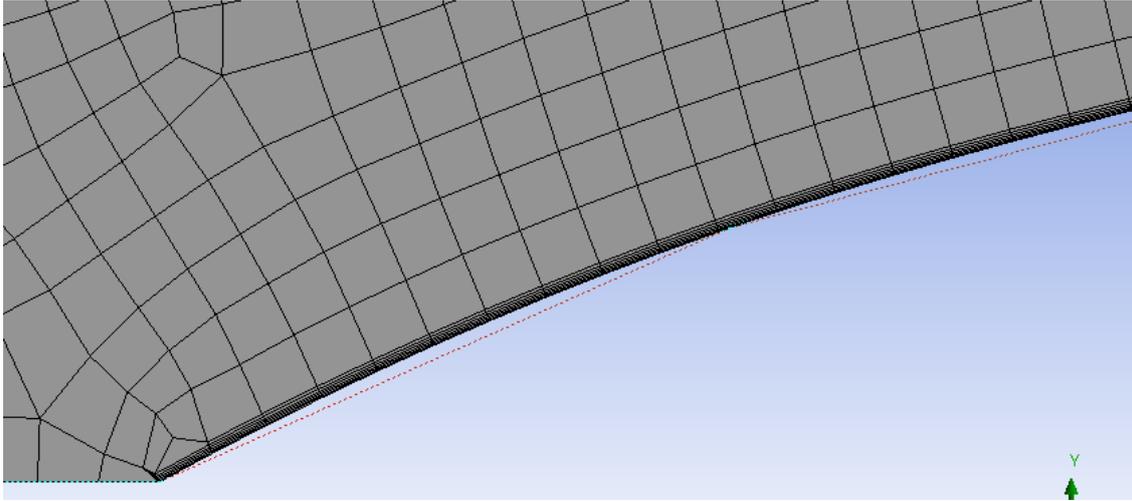


Imagen 20.- Detalle de Inflation

2.1.1.3 Configuración del Ansys Fluent

Para realizar las simulaciones es imprescindible introducir las opciones de simulación requeridas para realizar el estudio que se desea. A continuación, se muestra la configuración utilizada para todas y cada una de las simulaciones realizadas para las puntas.

Tabla 6.- Configuración de Ansys Fluent (I)

Nombre	Tipo	Valor	Unidad
Presión de operación		101300	Pa
Temperatura de operación		295	K
Inlet	Pressure Far Field	Variable	Mach
Outlet	Pressure Outlet	Gauge Pressure	
Nosecone	Wall	No Slip	-
Fuselaje	Wall	No Slip	-
Aire	Wall	Specified shear	0 N

Tabla 7.- Configuración de Ansys Fluent (II)

Tipo de algoritmo	Pressure based
Energía	Activada
Fluido	Aire (Gas ideal)
Resolución de Presión-Velocidad	Coupled
Modelo Viscoso	Spalart Allmaras (1 ecuación)

2.1.2 Diseño Estructural

2.1.1.1 Explicación del método

Esta parte del diseño es mucho más sencilla que la anterior, ya que la geometría ya está definida, y lo único que hay que determinar es el grosor de la punta. Puesto que el elemento final se va a realizar con fibra de vidrio y que va a ser realizada por miembros del equipo, es importante aclarar una serie de asuntos. El primero es que, por cuestiones de fabricación, es necesario poner dos capas de fibra de vidrio. Esto hace que el número total de capas de resina sea 3, es decir, resina-fibra-resina-fibra-resina. Suponiendo que la fibra tiene un grosor despreciable, el grosor total mínimo de la punta serán 1,5 mm, ya que cada capa de resina tiene aproximadamente medio milímetro de espesor (es probable que sea más, debido a que los miembros del equipo no son expertos en fabricación, pero se va a estudiar el caso más restrictivo, es decir, 1,5mm).

Con esto en mente, ya se puede estudiar estructuralmente la punta, ya que la geometría se tiene, las fuerzas son las obtenidas con anterioridad en el Ansys Fluent (el drag) y la única restricción es un empotramiento al fuselaje, ya que ambas piezas van pegadas.

Ya teniendo todos los elementos definidos se podrá realizar la simulación y determinar si es apta o no la geometría para los datos dados, en función de los resultados que se obtengan en cuanto a tensiones y deformaciones.

2.1.1.2 Definición de la Geometría y configuración en Ansys Static Structural

Para realizar la geometría, se parte de la misma tabla utilizada para hacer la geometría del Fluent, pero esta vez se realiza una revolución para poder tener la parte “positiva” de la geometría, es decir, la punta en sí. Como se ha explicado con anterioridad, esta geometría tiene un grosor de 1,5 milímetros.

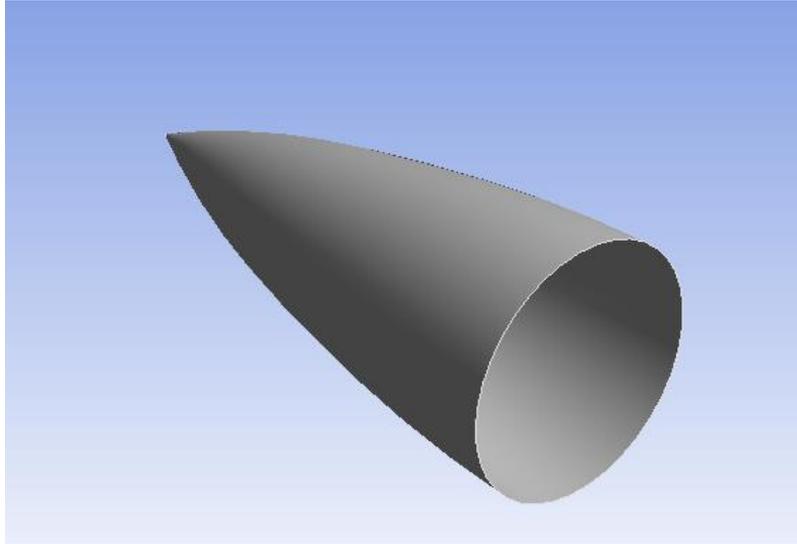


Imagen 21.- Geometría de la punta

Habiendo realizado la geometría, solamente queda configurar los elementos necesarios para realizar la simulación estructural, estos son el mallado, introducción de fuerzas e introducción de restricciones de movimiento.

El mallado es simple, y se realiza con elementos de 1,5 milímetros de tamaño, para tener concordancia con el espesor. Además, es importante indicar que la forma de estos elementos es de hexaedro, como se puede ver en la imagen a continuación.

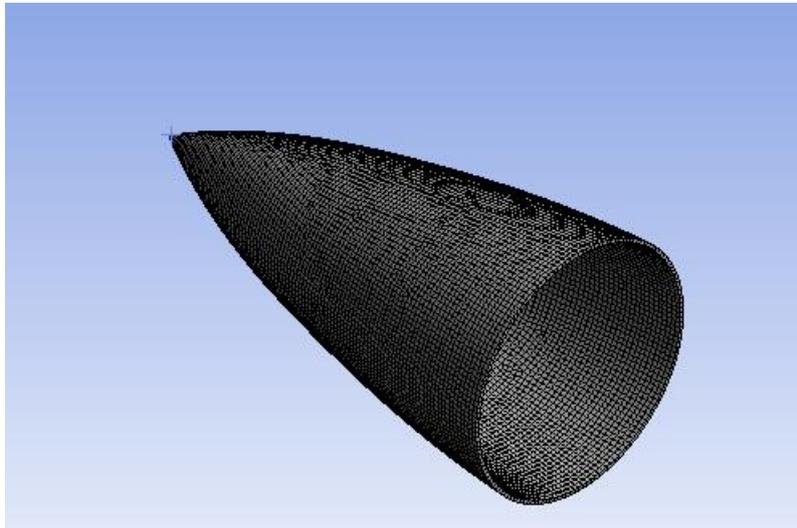


Imagen 22.- Mallado de la punta

Como fuerzas, tan solo existe una, y es la relativa a la obtenida en el Fluent para cada punta a su máxima velocidad (esto es $M=0,6$) ya que es la mayor de todo el espectro. Se introduce como

fuerza de presión a toda la superficie exterior de la geometría en la dirección del eje longitudinal del cohete en sentido hacia la parte trasera del mismo.

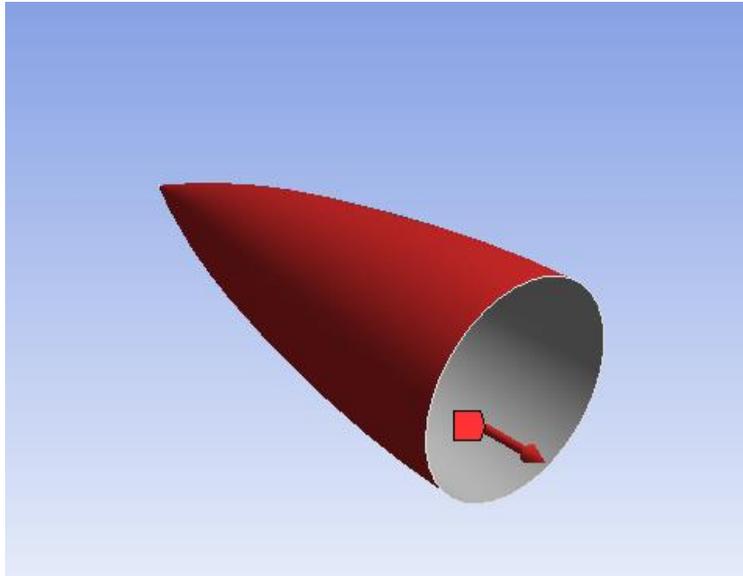


Imagen 23.- Fuerza aplicada en la punta

Como restricción de movimiento se tiene solamente una, y es un empotramiento al fuselaje. Esto se define de esta manera porque la punta va rígidamente pegada al fuselaje, por lo que el empotramiento es la opción más acertada a la hora de elegir una restricción.

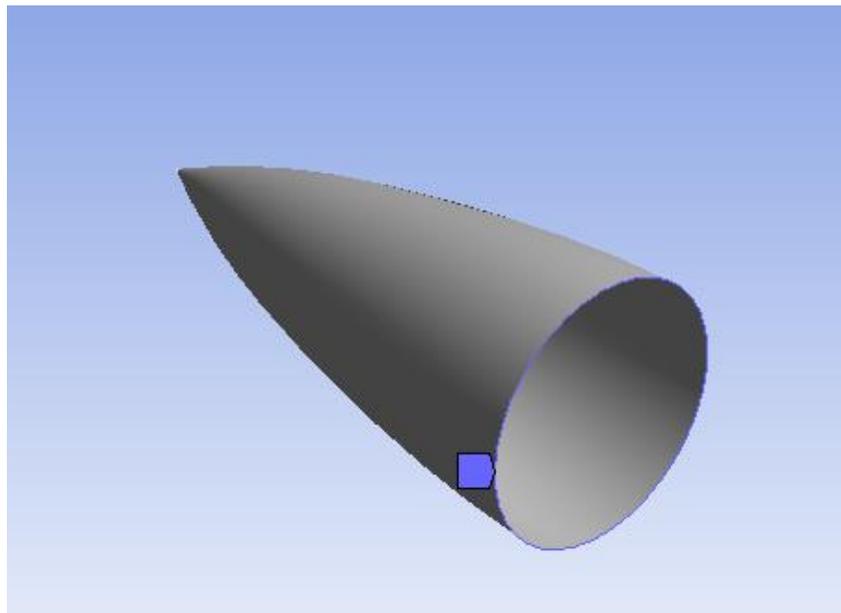


Imagen 24.- Restricciones de movimiento de la punta

Con todo esto introducido, tan solo queda seleccionar qué resultados se desean. Los más interesantes para este estudio son los de tensiones y deformaciones, que nos permiten observar si la geometría aguanta o no las sollicitaciones exigidas.

2.2 Diseño de las aletas

El diseño de las aletas es mucho menos tedioso que el de la punta, ya que no requiere de tanta simulación y, se realiza en su gran mayoría con un programa más sencillo de usar: el Openrocket. Sin embargo, esto no quiere decir que sea menos importante. De hecho, este paso es vital, ya que un mal diseño de la punta solamente incurre en una menor altura que la esperada, mientras que un mal diseño en las aletas puede hacer que el cohete sea inestable. Es por ello que la bibliografía en este apartado juega un papel importantísimo, ya que, a pesar de que sea anti intuitivo, mayor estabilidad no quiere decir mejor. Esto se explica más adelante en el diseño.

El procedimiento a seguir va a ser el siguiente: Se va a utilizar el Openrocket para hallar dos estilos de aletas que cumplan con los requisitos de estabilidad, unas con forma trapezoidal y unas con forma “agresiva”. Esto se hará a base de prueba y error, y en este documento se procederá a exponer los resultados finales.

Una vez halladas las formas, se creará un modelo para poder evaluar mediante el módulo Ansys Fluent, cuál de las dos produce menos fuerza de arrastre, y se escogerá esa. Esa simulación además servirá para hallar la fuerza que es necesario introducir en el software Ansys Static Structural para un estudio estructural.

Más adelante se creará un modelo de la aleta exclusivamente y se simulará estructuralmente para ver cómo se comporta ante las sollicitaciones. Una vez comprobado que las cumple, se dará por válido el modelo y se pasará a la siguiente fase del diseño.

2.2.1 Diseño aerodinámico

2.2.1.1 Definición de la Geometría y configuración en Ansys Fluent

Como se ha comentado en la explicación inicial, el diseño de la geometría se ha realizado en Openrocket a base de prueba y error. Estas aletas tenían que cumplir un requisito esencial de estabilidad, que se explica a continuación, y la única manera de realizar esto era a base de prueba y error. Esto se ha hecho así porque el criterio que prima sobre las aletas es el de estabilidad, y en segundo plano, el de fuerza de arrastre.

La condición de estabilidad que tenían que cumplir las aletas era que su estabilidad estuviera entre 1,5 y 2,0 calibres. Es un rango más estrecho que el definido en la bibliografía, en el que el límite de estabilidad a la baja es de 1,0 calibres, pero se ha decidido estrechar el rango por seguridad, es decir, por si las masas supuestas no son exactamente así.

Para la estabilidad hay dos factores que afectan grandemente: el posicionamiento de las masas y la forma de las aletas. La primera se ha asumido como hipótesis que son masas de 750 gramos, ya que suelen ser más o menos de ese peso las anteriormente lanzadas. Sin embargo, como se aceptan variaciones, se ha incrementado el límite por si por lo que fuera, pesaran menos.

La restricción de 2,0 calibres superior se introduce porque existe una situación no deseable, que es la “sobre-estabilidad”. Esta situación se da cuando se supera el mencionado límite, y lo que ocurre es que el cohete va a tender a mantenerse perpendicular al aire de manera más agresiva. Esto sería perfecto si no existieran rachas de viento, pero existen. Un cohete “sobre-estable” con una racha de viento horizontal tendería (con mayor rapidez cuanto mayor la “sobre-estabilidad”) a ponerse en vuelo horizontal, situación a evitar a toda costa. Básicamente se comportaría como una veleta y eso para nada es beneficioso para el cohete.

Una vez mencionados los criterios, las dos geometrías (trapezoidal y “agresiva”) que cumplen estos criterios son las siguientes: (hay que tener en cuenta que ambas geometrías cuentan con 4 aletas)

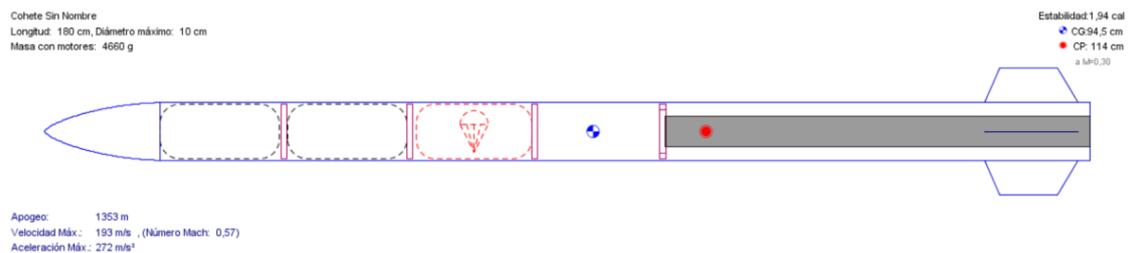


Imagen 25.- Geometría de aletas trapezoidales

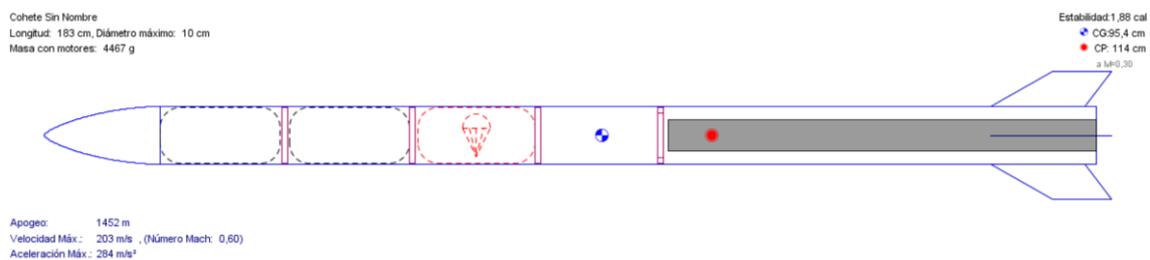


Imagen 26.- Geometría de aletas “agresivas”

Es importante aclarar, por si quedara alguna duda que, para realizar estas geometrías, lógicamente ha sido necesario tener elegida la punta con anterioridad. Es por ello que se ha realizado el estudio de puntas antes. Las medidas de las aletas se recogen en la siguiente tabla:

Tabla 8.- Medidas de las aletas a simular.

Geometría	N.º aletas	Longitud de la línea base (cm)	Longitud borde superior (cm)	Altura (cm)	Ángulo ataque (º)
Trapezoidales	4	16	10	6	67,5
Agresivas	4	16	10	6	29,7

Además, es importante indicar, que el espesor de ambas es de 1,5 mm, de la misma manera que la punta, ya que, por el proceso de fabricación, es el mínimo que se puede realizar.

Ya teniendo ambas geometrías, queda determinar cuál de ellas presenta una menor fuerza de arrastre, por lo que, queda introducirlas a Ansys Fluent. Para ello se realizan las geometrías que se muestran a continuación:

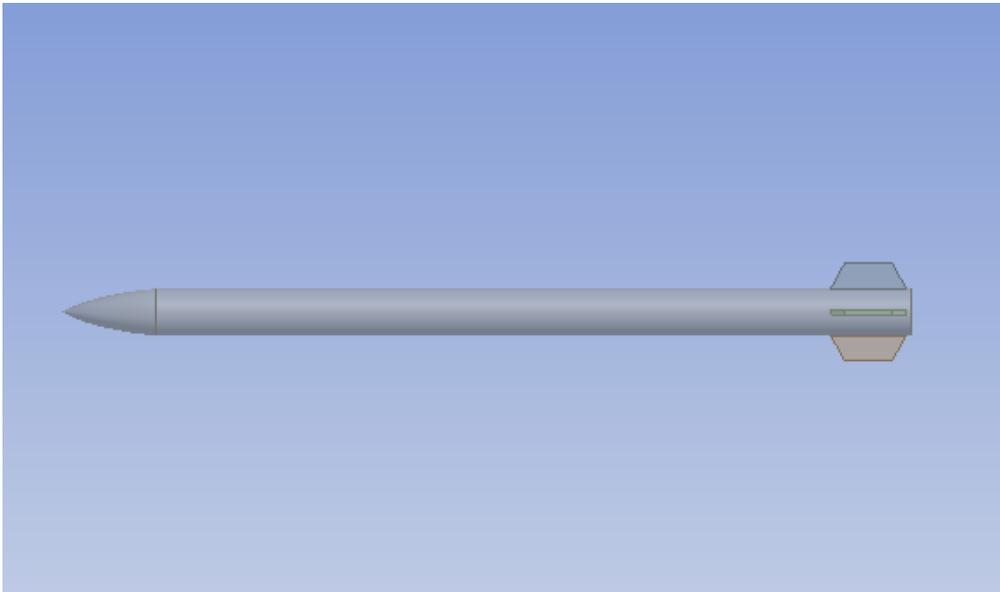


Imagen 27.- Cohete completo con aletas trapezoidales.

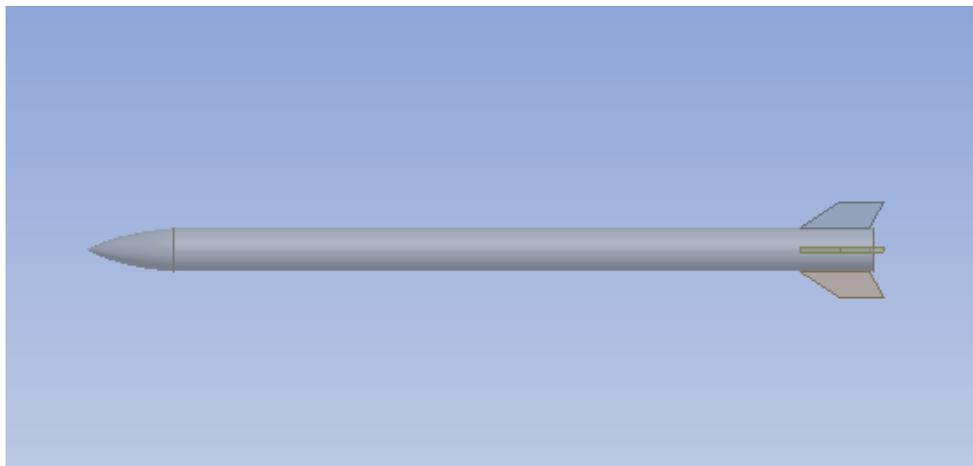


Imagen 28.- Cohete completo con aletas "agresivas"

De nuevo, en Fluent se simula el aire, por lo que se debe crear una geometría como volumen de control, y sustraer el cohete. Para realizar una simulación lo más próxima a la realizada para la punta, se elige un cilindro. Esta simulación se ha realizado como si fuera una versión 3D del primer modelo, usado para hallar la punta, pero con aletas. A continuación, se puede observar la geometría que se pretende explicar.

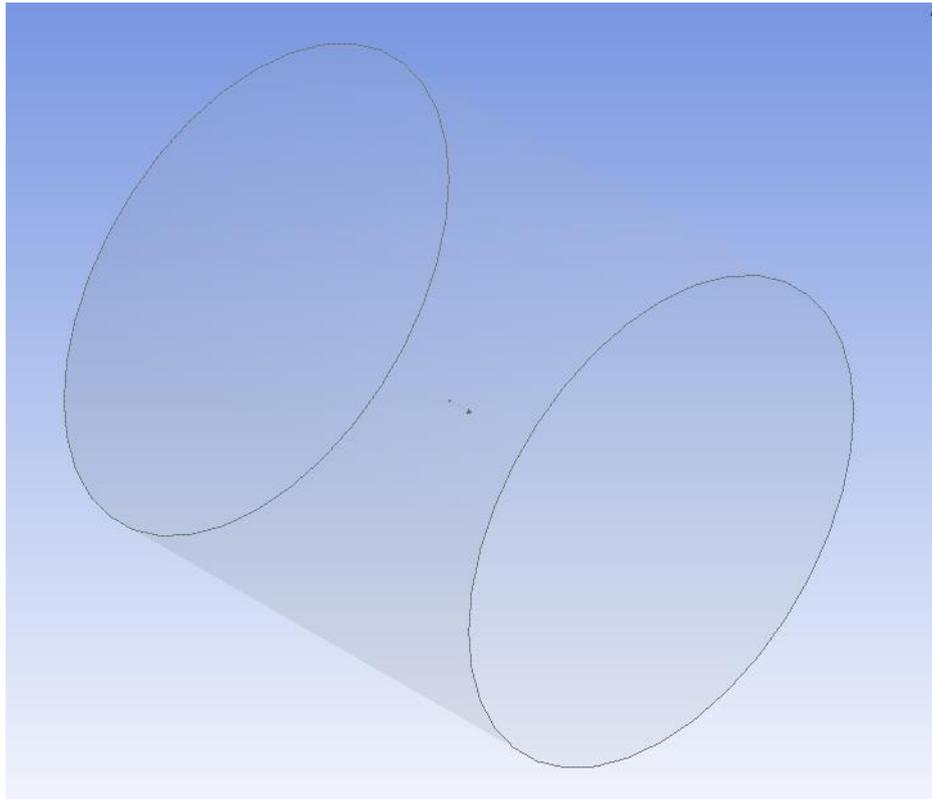


Imagen 29.- Volumen de control completo.

Lógicamente, se trata de una geometría simétrica por dos planos, por lo que, solamente es necesario simular un cuarto de la geometría. De nuevo, se han dejado 15 metros hacia cada dirección de volumen de control.

En cuanto al mallado se refiere, se han utilizado los siguientes controles:

Zona	Tipo	Medida	Unidad
Cercana al cohete	Body Sizing	50	mm
Cercana al cohete	Inflation	5	capas
Resto del volumen	Body Sizing	600	mm

Cabe destacar que los elementos exteriores, los más alejados de la geometría, son mayores que los introducidos para el 2D, y esto se debe a que no se posee suficiente poder computacional como para realizar una simulación con tantos nodos.

La malla final queda como se puede observar en la imagen a continuación:

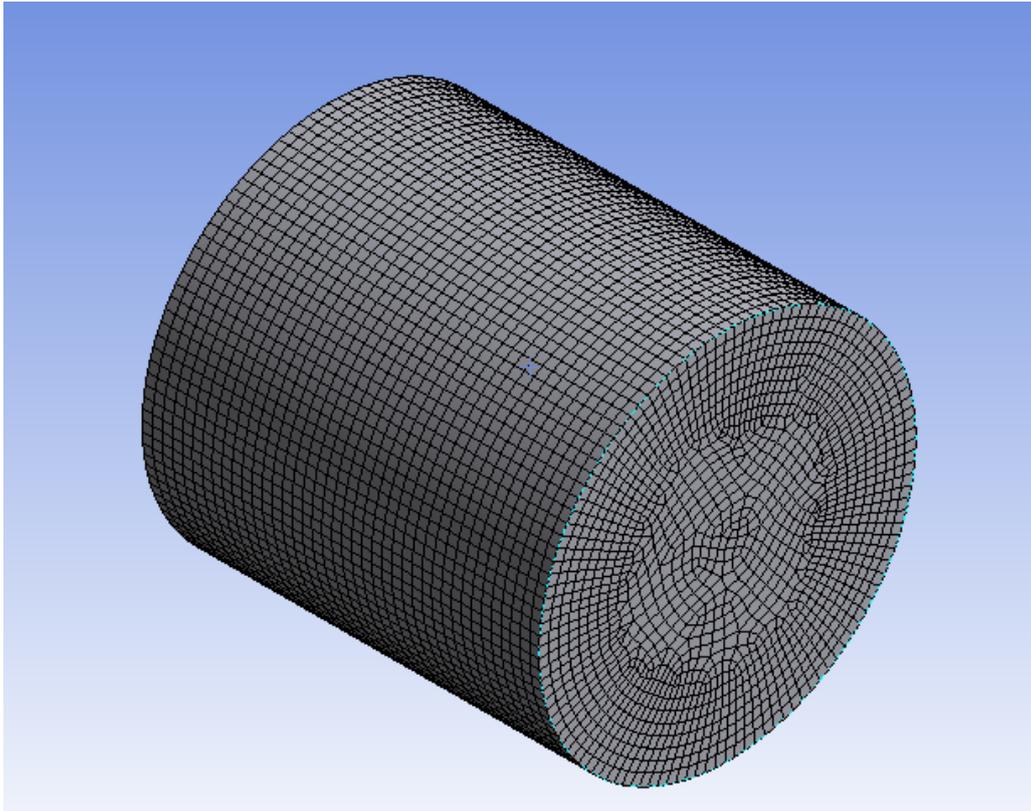


Imagen 30.- Mallado del volumen de control.

Los resultados, pese a que se muestran en el apartado de “resultados” de este documento, cabe destacar que la que menos fuerza de arrastre presenta, han sido las agresivas. Es por ello que, en el próximo apartado, referente al diseño estructural, se han simulado solamente éstas.

2.2.2 Diseño estructural

2.2.2.1 Definición de la Geometría y configuración en Ansys Static Structural

La geometría de la aleta se ha definido a partir de las medidas explicadas con anterioridad en la tabla del apartado anterior. Pese a que los resultados no se han mostrado todavía, se aclara que la “agresiva” ha sido la elegida de las dos, por razones de fuerza de arrastre.

Para poder simular en Static, se han de introducir la malla, las fuerzas y restricciones. En cuanto al mallado se refiere, se ha optado por un mallado muy fino, ya que, el espesor es de 1,5 mm y se precisa tener elementos sin una alta esbeltez. Además, se intenta tener buenos resultados y al ser una pieza simple, no aumenta de manera considerable el número de nodos. Es por ello que se han utilizado elementos de 1,5 mm de tamaño, y el resultado es el que se puede ver a continuación.

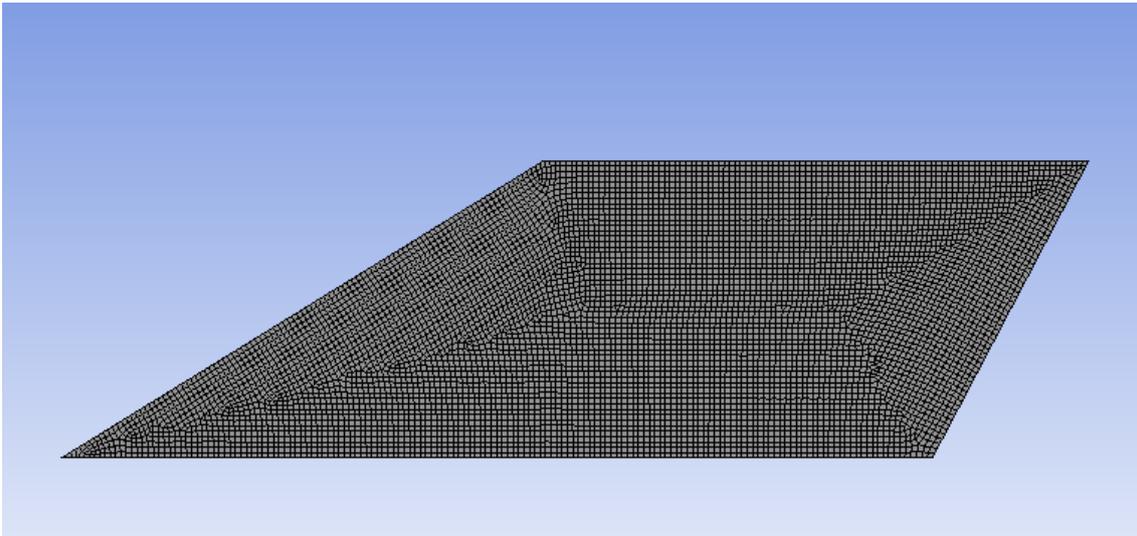


Imagen 31.- Mallado de la aleta

Una vez realizado el mallado, es preciso introducir las fuerzas y restricciones pertinentes, por lo que en las dos imágenes a continuación se puede ver lo siguiente: Una fuerza de 9,7 N en toda la superficie de la aleta en dirección axial del cohete, sentido descendente y un empotramiento al fuselaje del cohete, ya que la unión se realiza con resinas y pegamentos, de manera que no hay giros ni movimientos.

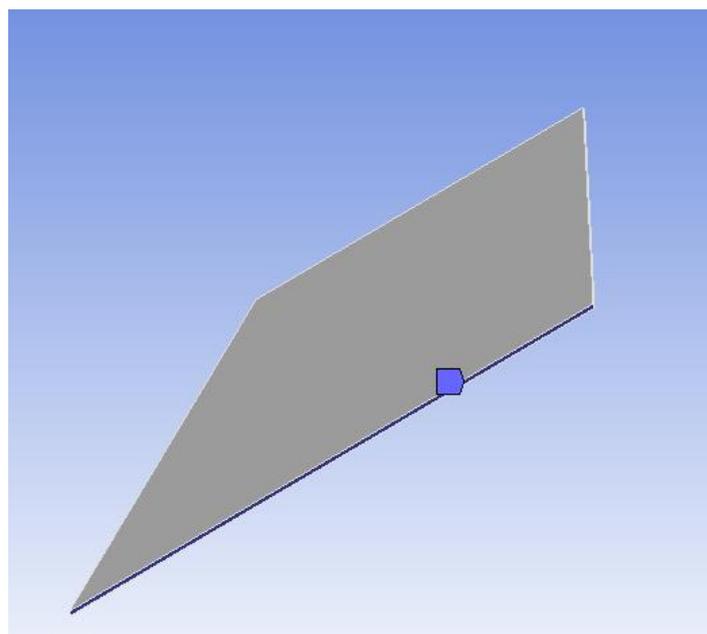


Imagen 32.- Restricción de empotramiento en aleta

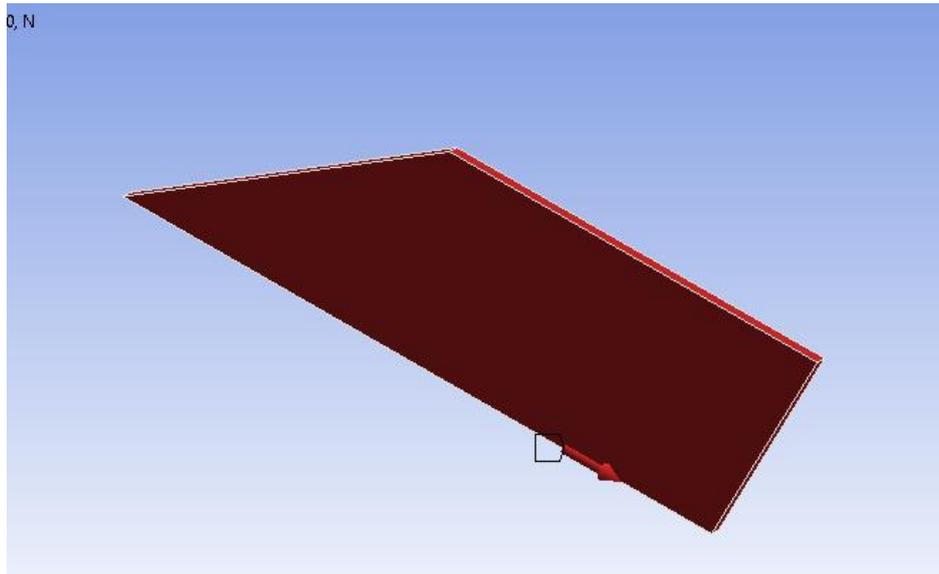


Imagen 33.- Fuerza aplicada en aleta

Una vez introducidos todos estos elementos, se realiza la simulación obteniendo los resultados de tensiones y deformaciones para poder evaluar los resultados.

2.3 Análisis modal

2.3.1 Explicación del método y configuración en Ansys Modal

Para el análisis modal ya se ha comprobado que todos los elementos aerodinámicos resisten, por lo que el diseño ya ha terminado. Sin embargo, queda comprobar las frecuencias naturales del sistema. Esto se realiza por dos razones: La primera es comprobar las frecuencias naturales con las que se van a generar en vuelo, y prevenir que el sistema completo entre en resonancia. La segunda es que, para un ensayo dinámico futuro, en caso de que se realizase, fuera del alcance de este documento, es necesario saberlas.

Para ello se realiza un modelo más detallado del cohete, en el que se introducen una serie de “pisos” para alojar tanto la aviónica, como la carga a testear, como el paracaídas. Además, se introduce el piso que limita al motor. Todos esos pisos están firmemente pegados por lo que se han supuesto parte de la misma geometría. La geometría descrita se muestra a continuación.

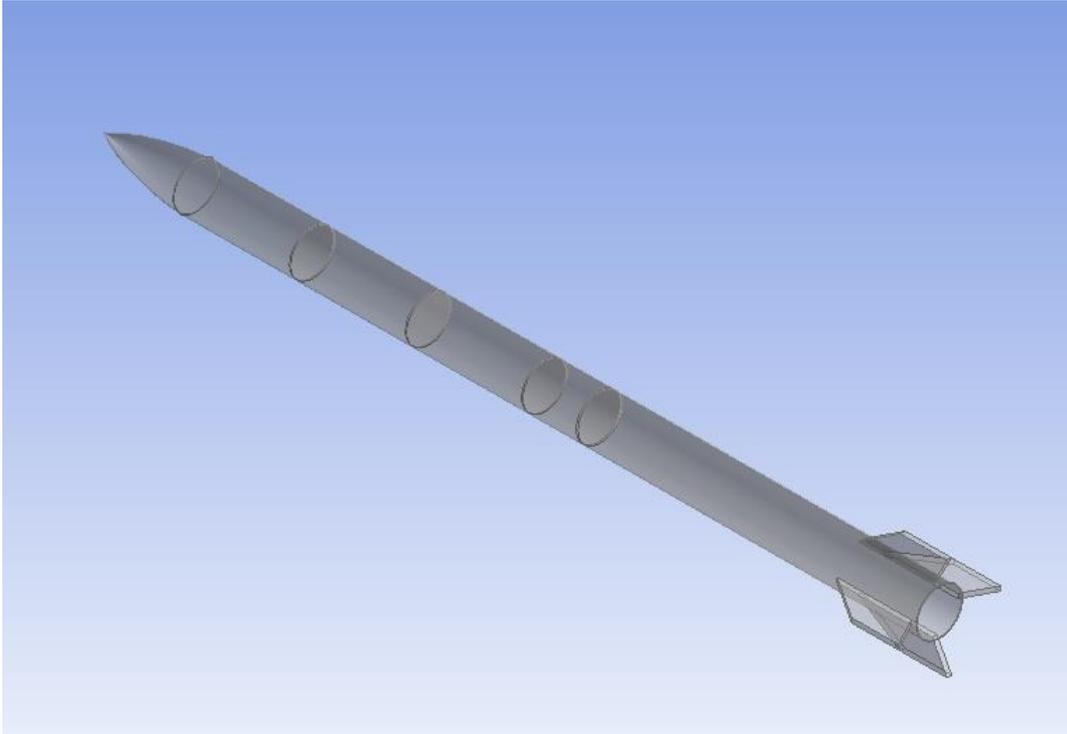


Imagen 34.- Geometría del cohete con pisos

Más tarde se realiza un mallado, con un tamaño de elemento de 1 centímetro tetraédricos. Es importante indicar que se han seleccionado tetraedros porque no se consiguió mallar con hexaedros. La malla se puede observar a continuación.

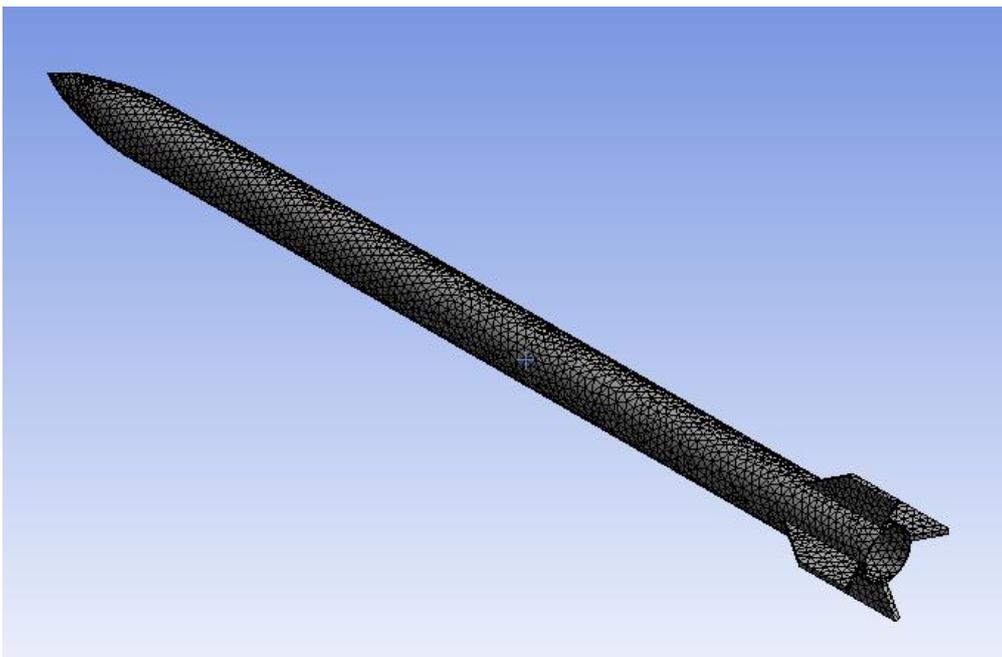


Imagen 35.- Mallado del cohete para el modal

Además, se añadieron masas puntuales en los pisos y la del motor. Estas masas son las siguientes: Dos masas de 750 gramos en los dos primeros pisos (se ha supuesto que el paracaídas en el tercer piso tiene un peso despreciable) y el motor con su masa correspondiente de 1,9 kilogramos. Como se puede observar en la imagen posterior, existen tres masas puntuales introducidas.

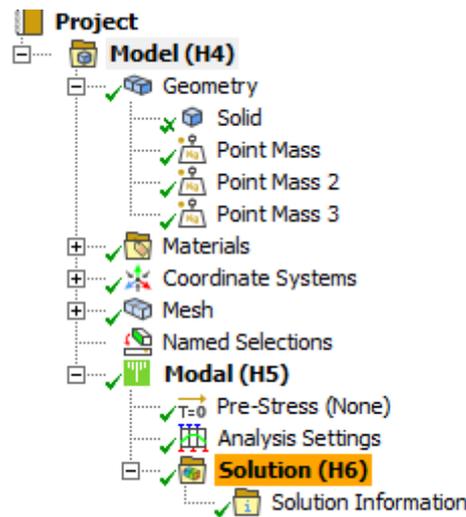


Imagen 36.- Menú del modal para ver las masas puntuales introducidas

Después, simplemente se selecciona el número de frecuencias que se quiere hallar, (en este caso se han hallado 100) y se simula para obtener los resultados.

2.4 Planificación

2.4.1 Definición de tareas

Para la realización de un proyecto es importante saber exactamente lo que hay que hacer, y para ello, es necesario reducir el gran proyecto en tareas más pequeñas, que puedan ir realizándose y midiéndose el progreso.

Para este proyecto, ya que se cubre un amplio abanico de disciplinas dentro de la ingeniería, y debido a la necesidad de realizar las tareas secuencialmente (ya que para algunas tareas es necesario tener realizadas otras) la planificación se vuelve importantísima.

Para comenzar, es importante indicar que este proyecto es una continuación de una investigación realizada por el actual autor de este documento, por lo que hay ciertos conocimientos que simplemente es necesario revisar, y no tanto estudiar.

Por tanto, la primera tarea es repasar los conocimientos adquiridos en la anterior investigación en cuanto a aerodinámica básica se refiere. Esto se traduce en:

- Repaso de aerodinámica en régimen subsónico.
- Repaso de mecánica de fluidos.

Además, existe la necesidad de repasar el uso de programas previamente utilizados, y estos son los siguientes:

- Repaso del programa CAD (Design Modeler).
- Repaso del programa CFD (ANSYS Fluent).
- Repaso del Openrocket.

Este orden de tareas es importante, ya que, una vez llegados a este punto, pese a que no se conoce ni la totalidad de la teoría necesaria, ni el manejo de todos los programas necesarios, en este punto se puede simultanear el estudio de nuevos programas y bibliografía, con la realización de la primera parte del proyecto. Esto se debe a que, para el diseño de la punta en términos de aerodinámica, solo precisa de lo anterior.

En este momento se puede comenzar a realizar las 25 geometrías del diseño de la punta, a la vez que comenzar a estudiar los conocimientos referentes a la simulación estructural. Por tanto, las tareas siguientes son:

- Realización de todas las geometrías de la punta.
- Estudio de conceptos necesarios para el análisis estructural.

Más tarde, se puede comenzar a realizar las simulaciones necesarias para la elección de la punta, pero a su vez es importante, a medida que se realizan, familiarizarse con el programa de simulación estructural, por lo que las siguientes tareas serían:

- Realización de las simulaciones de la punta con Ansys Fluent.
- Familiarización con el programa Ansys Static Structural

A estas alturas ya se debería de poder elegir una punta como ganadora, por lo que se podría comenzar el diseño de las aletas con Openrocket y la simulación estructural para hallar el espesor de la punta. Además, sería preciso comenzar a estudiar conceptos y familiarización con el programa de análisis modal, ya que es la tarea final del proyecto. Esto hace que las tareas sean:

- Simular punta estructuralmente.
- Diseño de aletas en Openrocket
- Estudio de conceptos y familiarización con programa de análisis modal.

Para la fase final de este proyecto, queda simular en Ansys Fluent las aletas para escoger las mejores, simular estructuralmente las mismas y realizar el análisis modal, en el orden que se menciona. Por ello, las tareas finales son:

- Simular aletas en Ansys Fluent.
- Simular aletas en Ansys Static Structural.
- Realizar el análisis modal.

Esto finaliza la conformación de las tareas, que habrá que ir realizando en orden por los bloques mencionados. Estas tareas se van a introducir en un Gantt que se mostrará en el apartado a continuación, para que se vea de forma gráfica lo mencionado.

2.4.2 Diagrama de Gantt

Este diagrama nos permite, de un vistazo, ver la planificación de un proyecto completo. Es una herramienta muy útil que permite ver las relaciones entre las diferentes tareas de manera clara y sencilla, así como poder estimar el tiempo que se tardará en realizar el proyecto. Además, permite hacer controles para ver si el progreso se corresponde con lo realizado.

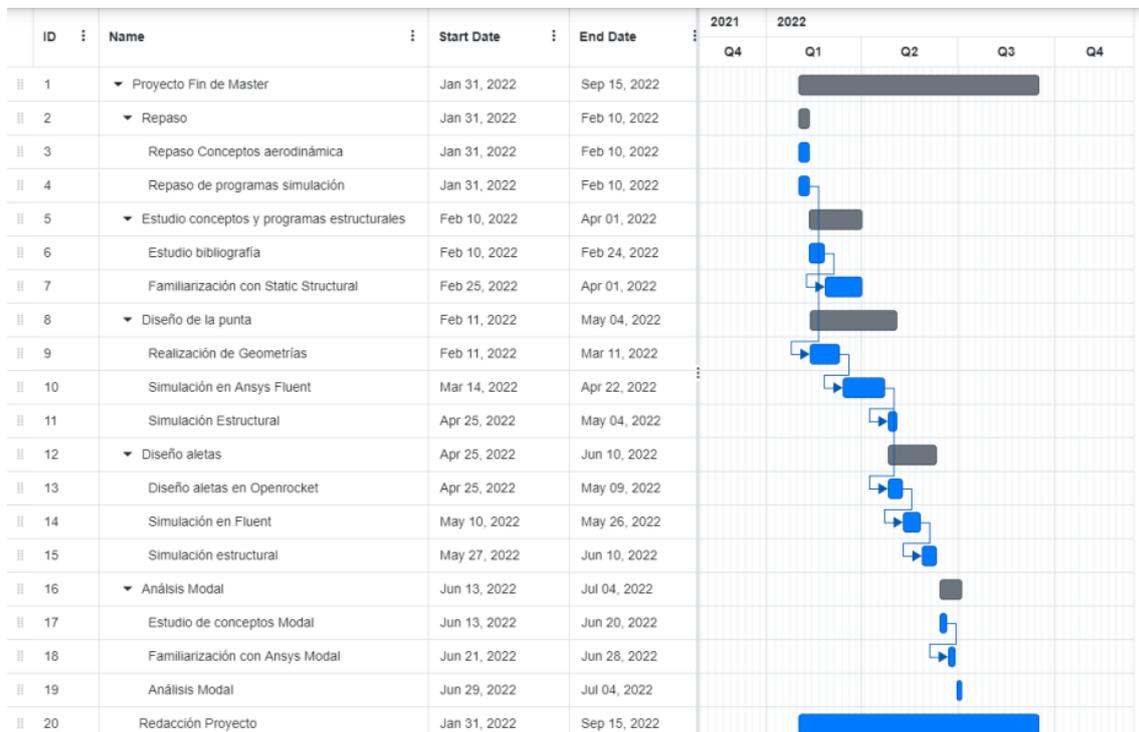


Imagen 37.- Diagrama de Gantt del Proyecto

3 Exposición y discusión de resultados

En este apartado del documento se muestran los resultados de los distintos procedimientos descritos en el apartado anterior. Es por ello que, como ya se ha explicado el procedimiento con anterioridad, simplemente se mostrarán los resultados y se elegirán aquellos más convenientes en base a los criterios mencionados.

3.1 Resultados de la punta

3.1.1 Resultados aerodinámicos

Las simulaciones dan como resultado una fuerza de arrastre. Estos resultados se muestran en tablas, pero a su vez se muestran de forma gráfica para una mayor comprensión. Es fácil decidir qué punta escoger, ya que, será la correspondiente a la curva que se encuentre en una posición inferior. Se escoge esta punta ya que una posición inferior indica menor fuerza de arrastre.

Como la cantidad de resultados es inmensa, se ha decidido representar éstos por sus formas. Se escogerá la longitud óptima para cada forma y más tarde, se representarán las elegidas de cada una en único gráfico para elegir la mejor de todas.

Se comienza con la forma cónica, cuyos resultados son los que siguen:

Tabla 9.- Resultados aerodinámicos para las formas cónicas.

Fuerza de arrastre (N)		Longitud Punta				
		100 mm	200 mm	300 mm	400mm	500 mm
Velocidad	M= 0,1	0,38	0,19	0,18	0,21	0,24
	M= 0,2	1,46	0,68	0,64	0,71	0,80
	M= 0,3	3,31	1,48	1,39	1,49	1,68
	M= 0,4	6,12	2,58	2,37	2,51	2,79
	M= 0,5	10,31	4,09	3,64	3,78	4,17
	M= 0,6	17,39	6,14	5,29	5,38	5,86

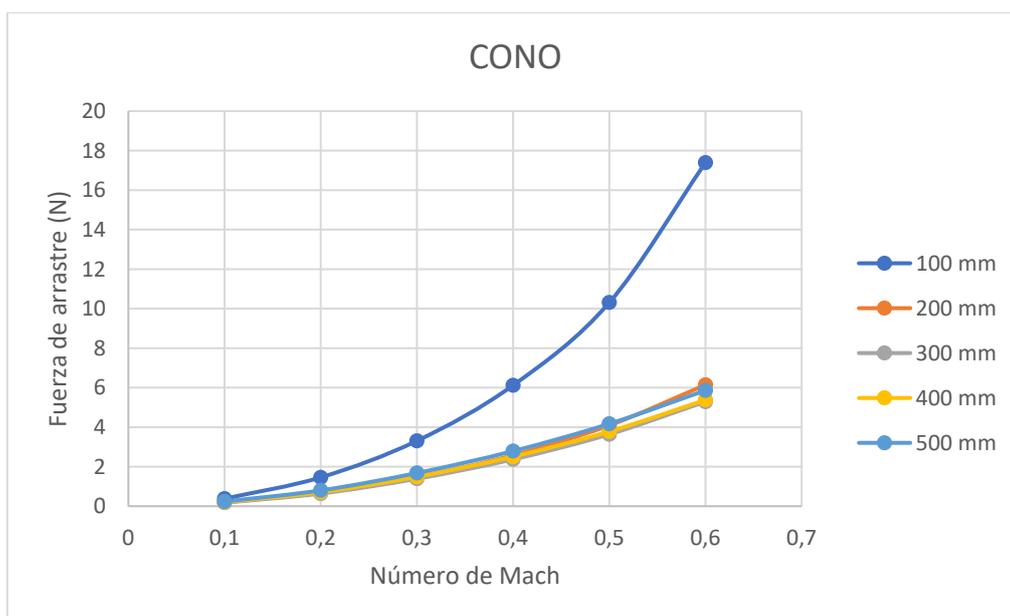


Gráfico 1.- Resultados para las formas cónicas.

Una vez representado, es posible observar que la representante de las formas cónicas, esto es, la que menor drag presenta, es la que tiene una longitud de 300 milímetros.

Pasando ahora con la forma de Von Karman:

Tabla 10.- Resultados aerodinámicos para las formas de Von Karman.

Fuerza de arrastre (N)		Longitud Punta				
		100 mm	200 mm	300 mm	400 mm	500 mm
Velocidad	M= 0,1	0,16	0,17	0,2	0,24	0,29
	M= 0,2	0,52	0,60	0,69	0,82	0,97
	M= 0,3	1,17	1,27	1,47	1,71	1,90
	M= 0,4	2,06	2,14	2,47	2,84	3,33
	M= 0,5	3,24	3,27	3,71	4,23	4,93
	M= 0,6	4,77	4,65	5,22	5,89	6,82

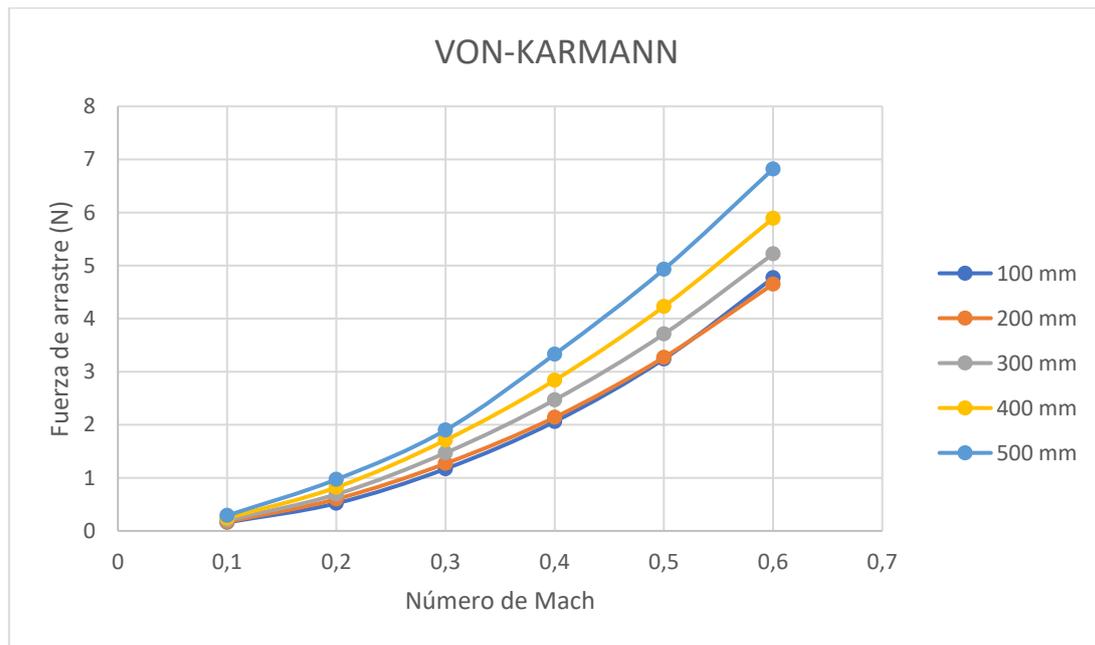


Gráfico 2.- Resultados para las formas de Von Karman.

Para este caso, no queda del todo claro, porque la de 200 milímetros y la de 100 milímetros pelean por el puesto. En la mitad de los puntos gana la de 100 y en la otra mitad la de 200. Es por ello que se va a seleccionar la de 200 milímetros, ya que, la diferencia entre ellos es ínfima.

Pasando con los resultados referentes a las formas elípticas:

Tabla 11.- Resultados aerodinámicos para las formas elípticas.

Fuerza de arrastre (N)		Longitud Punta				
		100 mm	200 mm	300 mm	400 mm	500 mm
Velocidad	M= 0,1	0,19	0,21	0,24	0,30	0,36
	M= 0,2	0,69	0,73	0,83	1,00	1,19
	M= 0,3	1,50	1,56	1,76	2,09	2,48
	M= 0,4	2,66	2,70	2,95	3,46	4,09
	M= 0,5	4,09	4,07	4,44	5,14	6,06
	M= 0,6	5,57	5,47	6,22	7,15	8,40

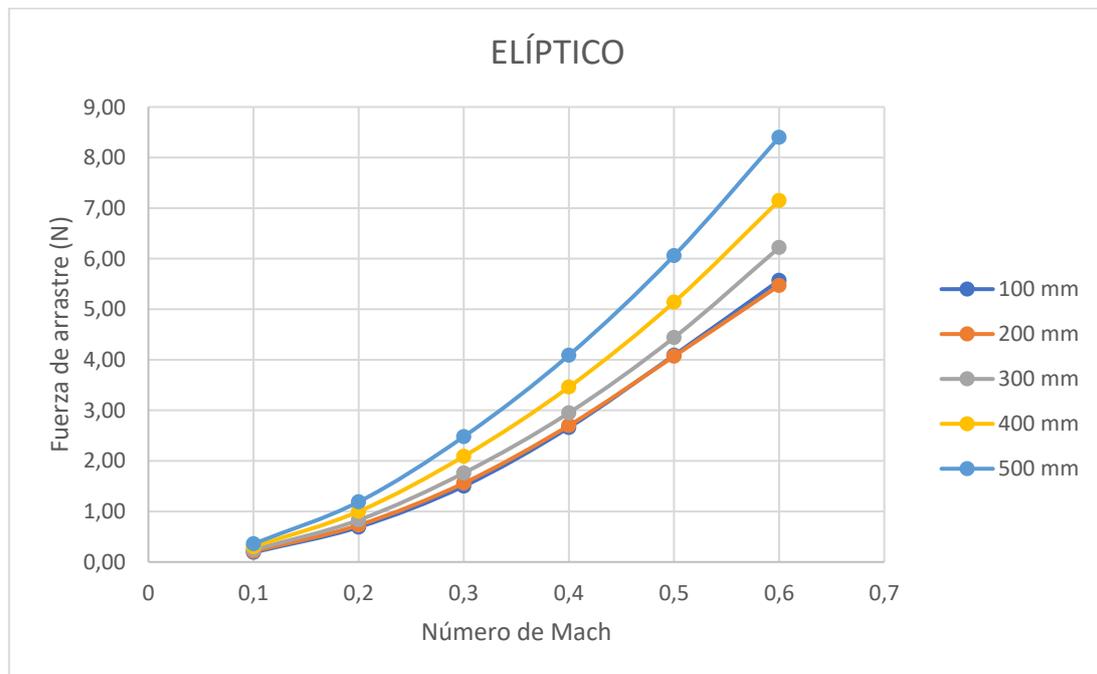


Gráfico 3.- Resultados para las formas elípticas.

De nuevo ocurre lo mismo que en el anterior caso, que se solapan resultados. En la mitad gana uno mientras que en la otra mitad gana el otro. Por ello, y por la misma razón que el anterior caso, se selecciona la de longitud 200 milímetros.

En cuarto lugar, tenemos los resultados de las formas exponenciales:

Tabla 12.- Resultados aerodinámicos para las formas exponenciales.

Fuerza de arrastre (N)		Longitud Punta				
		100 mm	200 mm	300 mm	400 mm	500 mm
Velocidad	M= 0,1	0,25	0,16	0,19	0,22	0,26
	M= 0,2	0,94	0,56	0,65	0,75	0,88
	M= 0,3	2,11	1,22	1,39	1,57	1,83
	M= 0,4	3,89	2,17	2,35	2,62	3,02
	M= 0,5	6,41	3,37	3,58	3,93	4,50
	M= 0,6	9,98	4,71	5,13	5,54	6,28

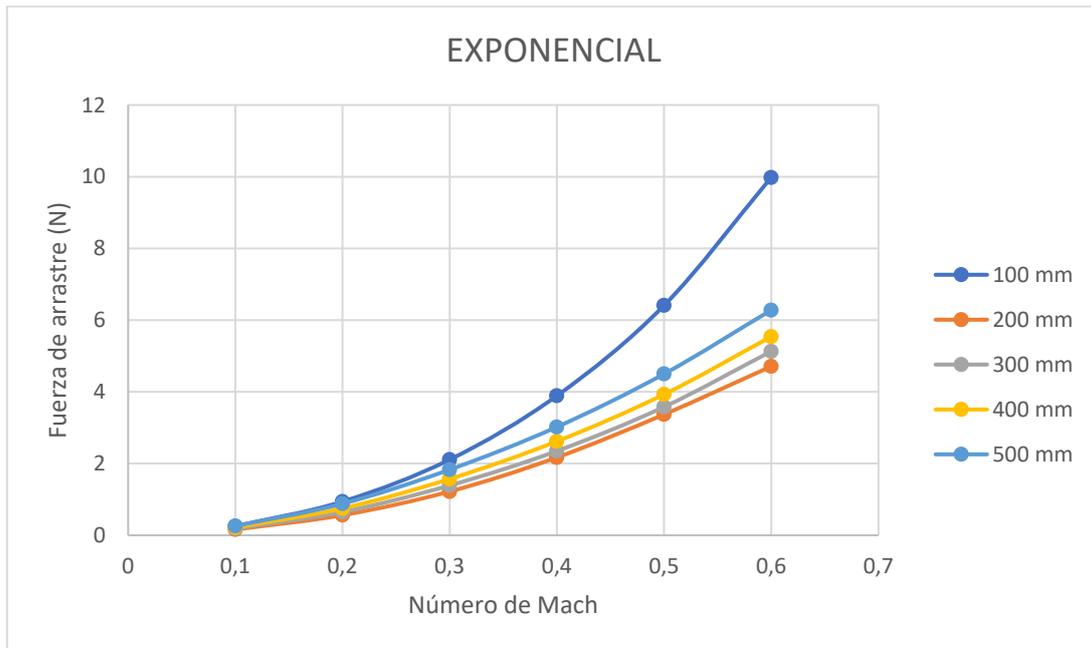


Gráfico 4.- Resultados para las formas exponenciales.

En este caso no hay lugar a dudas, la forma ganadora es la que posee una longitud de 200 milímetros.

Finalmente tenemos los resultados de las simulaciones de las formas parabólicas:

Tabla 13.- Resultados aerodinámicos para las formas parabólicas.

Fuerza de arrastre (N)		Longitud Punta				
		100 mm	200 mm	300 mm	400 mm	500 mm
Velocidad	M= 0,1	0,17	0,17	0,2	0,24	0,28
	M= 0,2	0,58	0,6	0,69	0,8	0,96
	M= 0,3	1,26	1,27	1,45	1,68	1,98
	M= 0,4	2,29	2,21	2,49	2,85	3,35
	M= 0,5	3,61	3,35	3,7	4,2	4,91
	M= 0,6	5,19	4,52	4,94	5,59	6,52

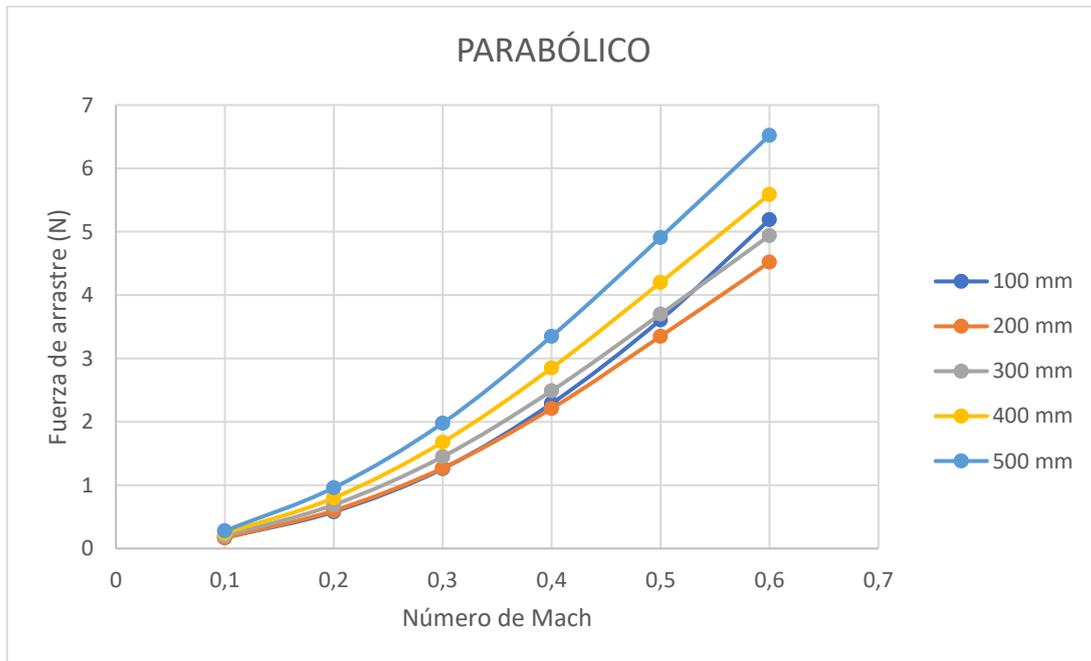


Gráfico 5.- Resultados para las formas parabólicas.

En este caso tampoco hay dudas, ya que en la mayoría de puntos la ganadora es la de 200 milímetros y, por tanto, es la seleccionada para representar a esta forma.

Ahora bien, metiendo todas las representantes dentro de una misma gráfica, es posible seleccionar cuál es la que menos fuerza de arrastre presenta.

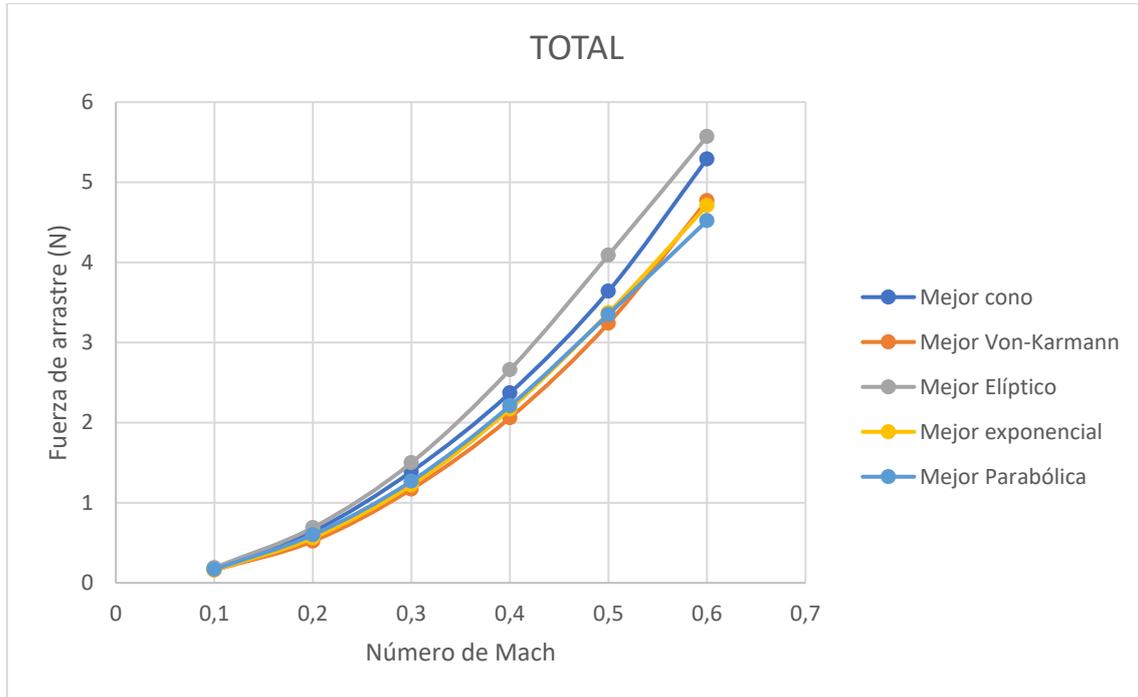


Gráfico 6.- Resultados para las formas representativas.

Es posible ver que la forma de Von Karman de 200 milímetros es la que menos drag presenta de todas salvo en uno de los puntos. Sin embargo, es la mejor en 5 de los 6 puntos, por lo que esta es la forma que menos drag presenta en su conjunto. Esto hace que sea la seleccionada para formar parte del cohete final.

3.1.2 Resultados estructurales

Una vez seleccionada la forma, queda determinar su espesor, y se comienza, como ya se ha comentado, con el mínimo posible. Se ha comentado con anterioridad que este mínimo es de 1,5 milímetros, y la fuerza aplicada es la correspondiente a la de Von Karman de 200 milímetros a $M=0,6$, esto es, la más restrictiva. Esta fuerza tiene un valor de 4,67 N.

Los resultados estructurales de tensiones y deformaciones se pueden ver en las imágenes a continuación:

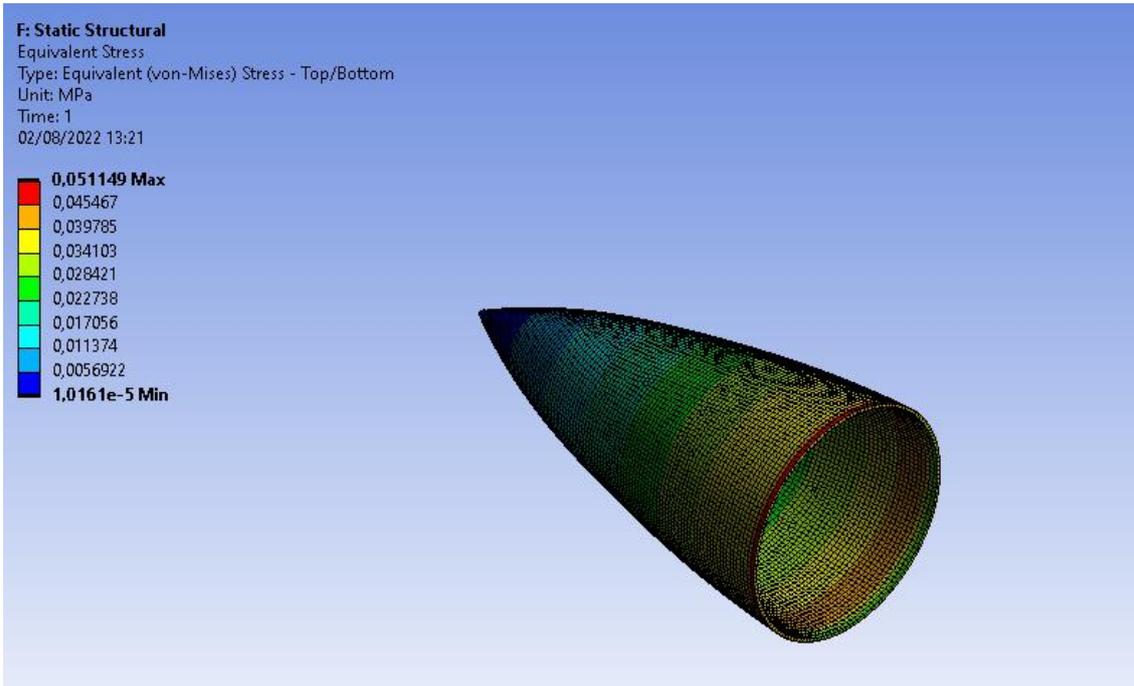


Imagen 38.- Resultados de tensiones para la punta.

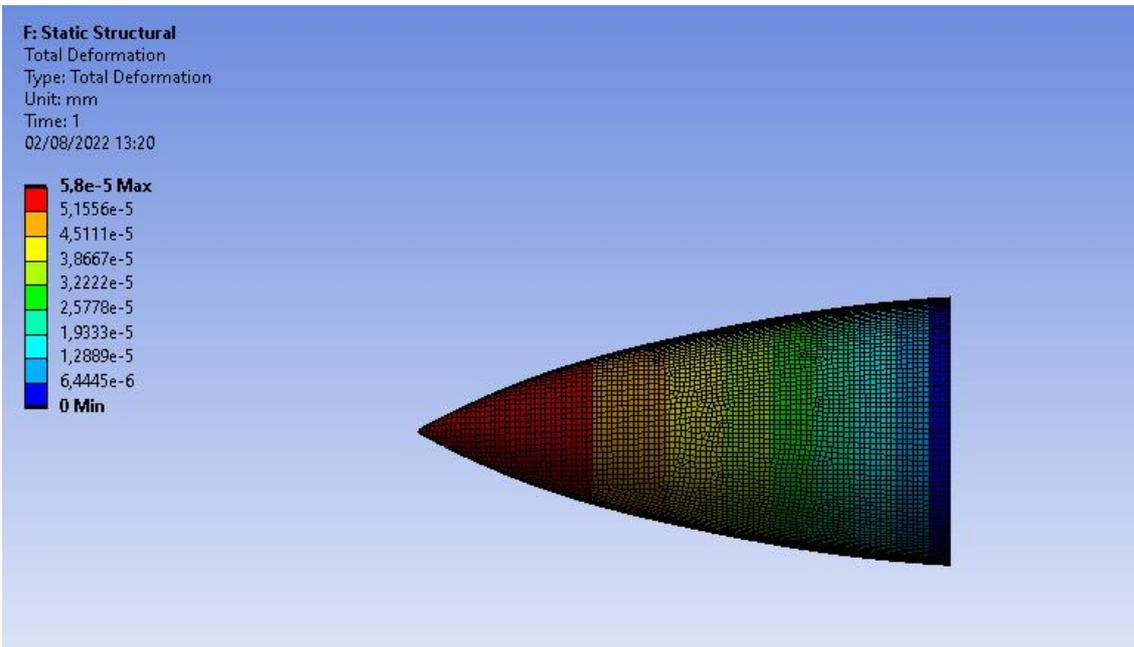


Imagen 39.- Resultados de deformaciones para la punta.

Es posible observar que, en ambas imágenes, el resultado es que resiste sobradamente. Tanto las tensiones como las deformaciones podrían considerarse minúsculas e incluso irrelevantes para el conjunto total del cohete. Esto se debe a que las fuerzas de arrastre obtenidas también son muy pequeñas, lo que a su vez proviene de que las formas son tremendamente aerodinámicas.

Dados estos resultados, se confirma que la forma de Von Karman de 200 milímetros de longitud y 1,5 milímetros de espesor es óptima dados los criterios seguidos en este documento.

3.2 Resultados de las aletas

3.2.1 Resultados aerodinámicos

Como ya se ha mencionado, para obtener los resultados aerodinámicos de las aletas era imprescindible conocer la forma de la punta. Una vez hallada, se halla a base de prueba y error la forma correcta de las aletas hasta que se tiene la estabilidad que se requiere (entre 1,5 y 2,0 calibres). Esto se ha realizado mediante el programa Openrocket con las medidas de aletas mencionadas en el apartado de metodología, y los cohetes se ven así:

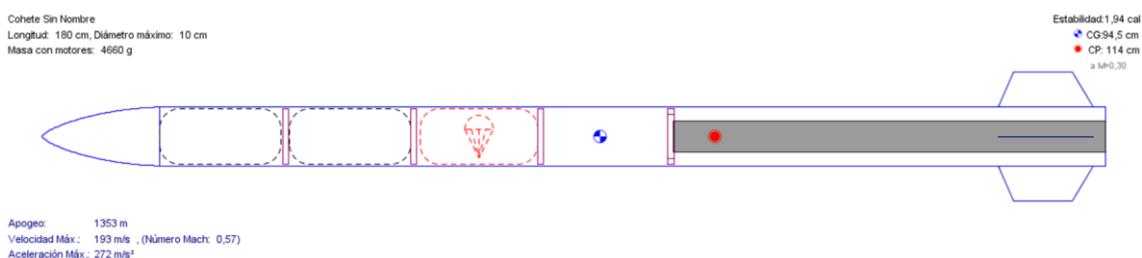


Imagen 40.- Resultados en Fluent para aletas trapezoidales.

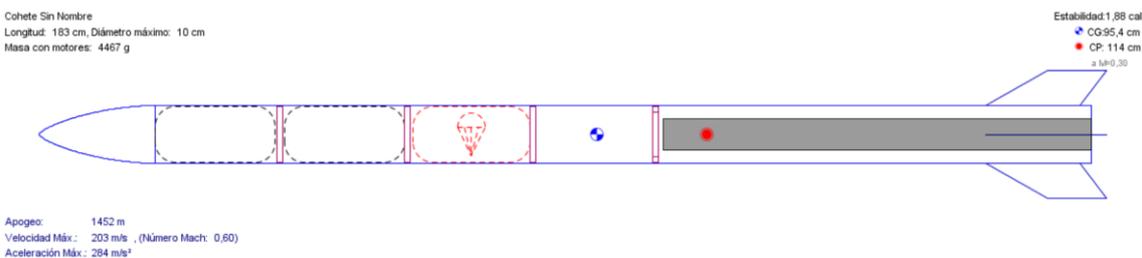


Imagen 41.- Resultados en Fluent para aletas "agresivas".

Una vez se tenía la estabilidad correcta, se introduce en el Fluent, no solo para hallar cuál es la más aerodinámica, sino para hallar la fuerza que se introducirá a la simulación estructural. Los resultados son los siguientes:

Tabla 14.- Resultados de las aletas en Fluent.

Geometría	Drag por aleta (N)	Estabilidad (calibres)
Trapezoidales	19,3	1,94
Agresivas	9,7	1,88

Como es posible observar, la aleta agresiva produce la mitad de drag aproximadamente que la trapezoidal. Sí es verdad que se sacrifica algo de estabilidad, pero se encuentra dentro del rango, por lo que las agresivas son las seleccionadas para formar parte del cohete final.

3.2.2 Resultados estructurales

Una vez hallada la forma de la aleta, solamente queda hallar su espesor, partiendo de la base de que 1,5 milímetros es el mínimo posible. Por ello, se simula con esta medida y se comprueban los resultados.

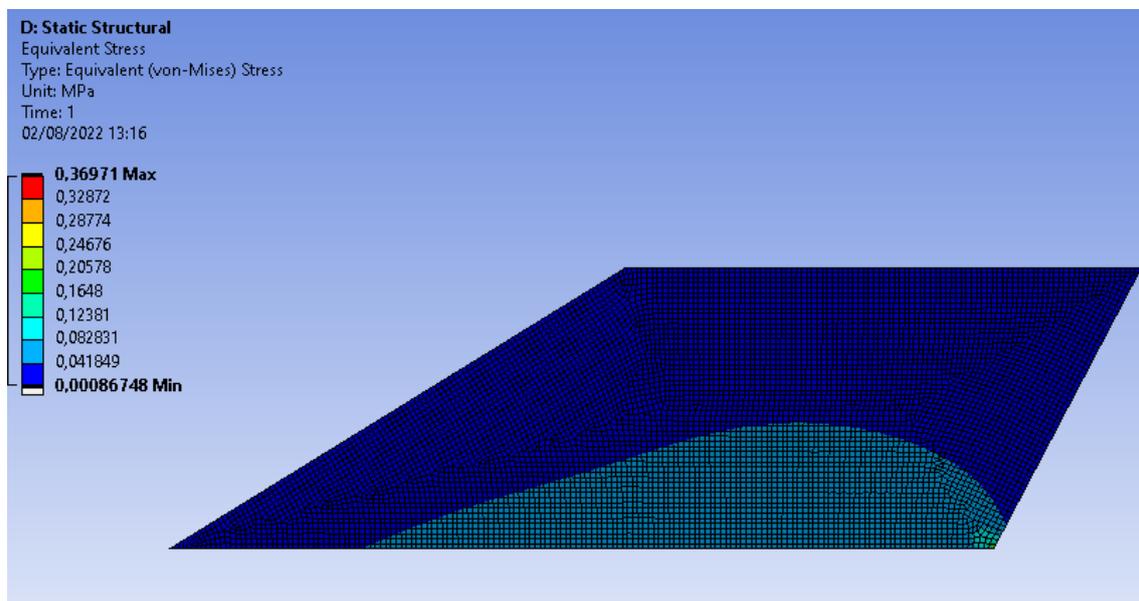


Imagen 42.- Resultados estructurales: Tensión en aletas.

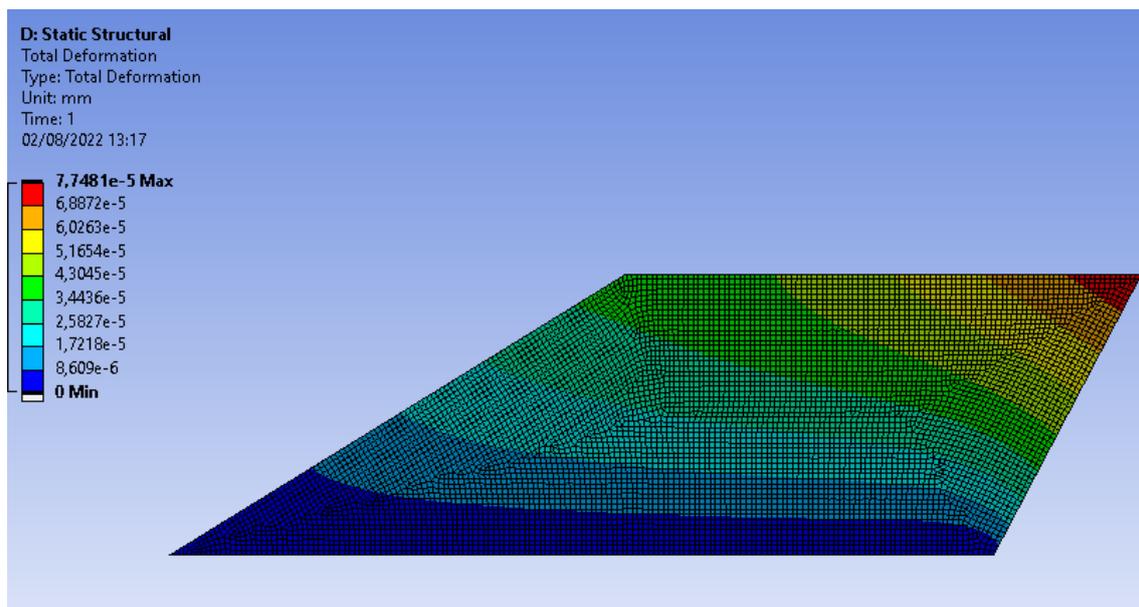


Imagen 43.- Resultados estructurales: Deformación en aletas.

Tanto la tensión como la deformación son despreciables dado que la fuerza a la que se encuentran sometidas estas piezas es muy pequeña comparado con la resistencia de este material. Estas fuerzas tan pequeñas se deben al pequeño espesor de las aletas. Aun así, es posible observar que son mucho mayores que las de la punta. Esto se debe a que la punta es una forma aerodinámica especialmente diseñada para reducir el drag mientras que las aletas, por el hecho de querer hacerlas simples, tienen un borde recto, nada aerodinámico. Si consiguiésemos “afilarse” el canto de la aleta, los resultados serían mejores, pero no tiene importancia debido a que la mejora sería pequeña y la complejidad sustancialmente mayor.

3.3 Resultados análisis modal

El módulo Ansys Modal ha permitido mostrar las 100 primeras frecuencias naturales del sistema, y todas ellas se pueden ver en la tabla a continuación:

Tabla 15.- Frecuencias naturales del sistema.

Nº Frecuencia	Valor (Hz)						
1	0	26	1122,45	51	1972,17	76	2991,76
2	0	27	1137,23	52	1986,25	77	2994,08
3	0	28	1150,06	53	2071,11	78	3011,65
4	5,30E-04	29	1264,18	54	2081,45	79	3013,28
5	1,10E-03	30	1377,66	55	2082,41	80	3068,52
6	2,40E-03	31	1438,44	56	2096,31	81	3089,46
7	279,72	32	1440,79	57	2106,01	82	3128,38
8	296,40	33	1472,54	58	2200,57	83	3157,01
9	296,56	34	1477,34	59	2203,15	84	3172,50
10	308,58	35	1492,81	60	2208,02	85	3302,72
11	370,63	36	1498,59	61	2266,97	86	3306,11
12	373,75	37	1514,09	62	2413,46	87	3331,47
13	398,83	38	1621,69	63	2424,32	88	3360,40
14	480,04	39	1632,76	64	2501,49	89	3366,87
15	516,93	40	1751,10	65	2568,80	90	3374,17
16	520,81	41	1751,78	66	2711,23	91	3403,63
17	623,58	42	1758,33	67	2716,10	92	3419,48
18	692,20	43	1834,49	68	2716,72	93	3422,30
19	695,19	44	1848,93	69	2716,86	94	3425,44
20	709,91	45	1849,54	70	2726,63	95	3429,38
21	727,50	46	1888,49	71	2793,70	96	3508,22
22	815,23	47	1893,57	72	2795,33	97	3516,76
23	986,93	48	1902,85	73	2895,41	98	3519,25
24	988,30	49	1903,91	74	2903,48	99	3579,83
25	1100,46	50	1916,80	75	2906,49	100	3585,12

Es posible observar que las frecuencias que sobrepasan los 3500 Hz son las más altas, lo que hace que efectivamente, se crucen con las frecuencias que el aire y el motor excitan. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el vuelo es corto y, además, son los modos 96 y superior. Esto hace que la energía que sería necesaria para activar este modo sea inmensa, por lo que no preocupa este resultado.

4 Aspectos económicos

En este apartado se comentan los costos que ha conllevado la realización de esta investigación, y se va a realizar un presupuesto en el que se detallará el valor de cada una de las cláusulas.

4.1 Presupuesto y descripción

El presupuesto está organizado por apartados, entre los cuales se pueden diferenciar los siguientes:

- Horas internas: Es el número de horas que tanto el autor del trabajo como su tutor han dedicado a la realización de esta investigación. El número de horas del alumno no graduado se corresponde con el número de horas equivalentes a 24 créditos que vale el trabajo, los cuales han sido valorados como a 15€ la hora de trabajo. Las horas de trabajo pertenecientes al tutor se refieren a las sucesivas tutorías recibidas a lo largo del transcurso del trabajo.
- Amortizaciones: a este concepto le corresponde el valor de la licencia de CFD y el ordenador en el cual se han realizado los cálculos, y se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\text{€}}{h} = \frac{\text{Precio (€)}}{\text{Vida útil (h)}} \quad (1)$$

- Gastos: en este concepto se reúnen los gastos que no van a poder ser utilizados en otro proyecto, como todo lo relacionado con el material de escritura.
- Gastos indirectos: Se corresponde a los gastos de agua electricidad, etc; los cuales no se ven reflejados en los conceptos previos.
- Imprevistos: este concepto se corresponde con la suma de gastos en caso de un imprevisto como averías.

Tabla 16.- Presupuesto para el proyecto.

Presupuesto			
Concepto	Precio/h	Horas	Total
Horas internas			
Ingeniero Graduado	15,00 €	300	4.500,00 €
Ingeniero Superior	60,00 €	30	1.800,00 €
Amortizaciones			
Licencia Ansys	10,00 €	500	5.000,00 €
Ordenador	0,20 €	600	120,00 €
Gastos			
Material de Oficina			60,00 €
Subtotal			11.480,00 €
Gastos indirectos	7%		803,60 €
Subtotal 2			12.283,60 €
Imprevistos	10%		1.228,36 €
Total			13.511,96 €

5 Conclusiones

Este proyecto, así como cualquier otro, ha aportado conocimiento y soluciones a un problema determinado. Ha sido un proyecto largo y grande, lo que hace que la redacción de este apartado cobre una importancia sustancial.

La primera conclusión, y más importante de este proyecto es que se han cumplido los objetivos del mismo, por lo que se puede considerar un éxito. Esto se puede comprobar ya que se ha elegido el morro más adecuado en base a los criterios impuestos (Punta de Von Karman de 200 mm de longitud) y con un espesor adecuado para que resista (1,5 mm). A su vez, se han elegido unas aletas que cumplen con el criterio de estabilidad impuesto y cuyo espesor también resiste las fuerzas a las que está sometida la geometría.

La segunda conclusión a la que se ha llegado es que, aunque sorprendente, las fuerzas aerodinámicas halladas son muy pequeñas. Esto se debe a que se está tratando con geometrías con coeficientes de drag muy pequeños, lo que hace que presenten fuerzas bajas.

La tercera es que el diseño presentado no es el más optimizado. Esto puede sorprender, ya que aparentemente se buscaba reducir la fuerza de arrastre lo máximo posible. Sin embargo, no se

han simulado todas las longitudes posibles, sino unas determinadas y, es bastante factible que la longitud óptima se encuentre entre dos de las simuladas. Sin embargo, el trabajo sería tan grande, que no merece la pena teniendo en cuenta que la mejora sería del orden de 1 N. De igual manera pasa con las aletas, ya que tienen un canto a 90 grados. Sería posible reducir el drag “afilando” los bordes de la aleta, pero eso aumentaría el coste de fabricación de manera ingente, lo que no merece la pena para una mejora mínima. Además, no se ajusta a lo requerido por el equipo, esto es, un diseño lo más simple posible para poder fabricar muchos. Una mayor simplicidad ayuda a realizar un lanzamiento en mucho menos tiempo.

Una conclusión interesante, la cual puede sorprender, es que la punta posea una menor fuerza de arrastre que una aleta, teniendo en cuenta el tamaño de la punta. Esto se justifica fácilmente, ya que, la punta es una geometría especialmente diseñada para reducir el drag, mientras que la función principal de las aletas es otra muy distinta. Por ello, es normal que las fuerzas halladas en la punta sean inferiores. Además, ya se ha comentado que las aletas no están optimizadas para reducir el drag, ni la punta lo más optimizada posible, por lo que, es imposible hacer una buena comparación entre ambas.

El espesor de las piezas es sobrado para resistir las solicitaciones. En teoría, es posible encontrar un espesor óptimo que resista las fuerzas sin derrochar material, sin embargo, como se ha explicado con anterioridad, 1,5 milímetros es el espesor mínimo por condiciones de fabricación. Es imposible fabricar manualmente, por un equipo de estudiantes, un espesor inferior al dicho en este documento.

El análisis modal es más un adelanto a un futuro análisis dinámico que un análisis de resonancia. Esto es porque las frecuencias que ejerce el viento excitan los modos más altos de vibración, por lo que un movimiento en dichas frecuencias requiere mucha energía.

Como conclusión final queda indicar que este proyecto, muy posiblemente se traduzca en una fabricación real, por lo que, como se ha repetido a lo largo del proyecto, se han tenido que tener ciertas consideraciones a la hora del diseño. Estas son las restricciones impuestas, las condiciones de fabricación y límites físicos, como por ejemplo la “sobre-estabilidad”.

Se considera que el proyecto ha sido un completo éxito y que servirá como modelo para futuras investigaciones dentro de esta rama para el proyecto docente BiSKYTeam.

6 Bibliografía

- [1] Garibi Martín, Javier Ignacio (2019). *Diseño y optimización de un “nosecone” para un cohete sólido en su vuelo subsónico*.
- [2] Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2006). *Mecánica de Fluidos: fundamentos y aplicaciones*. McGraw-Hill.
- [3] NASA. (24 de 06 de 2019). *NASA Langley Research Center*. Obtenido de <https://history.nasa.gov/SP-367/contents.htm>
- [4] Kostić, Č. (24 de 06 de 2019). Obtenido de <http://www.vti.mod.gov.rs/ntp/rad2015/1-2015/6/6.pdf>
- [5] White, F. M. (s.f.). *Mecánica de Fluidos*. McGraw-Hill.
- [6] NASA. (24 de 06 de 2019). *NASA Langley Research Center*. Obtenido de <https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>
- [7] Anderson Jr., J. D. (1991). *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill.
- [8] Tu, J., Yeoh, G., & Liu, C. (2007). *Computational Fluid Dynamics: a practical approach*. BH.
- [9] Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education.
- [10] Anderson Jr., J. D. (1995). *Computational Fluid Dynamics: the basics with applications*. McGraw-Hill.
- [11] NASA. (24 de 06 de 2019). *NASA Langley Research Center*. Obtenido de <https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>
- [12] Andersson, B., Andersson, R., Hakansson, L., Mortensen, M., Sudiyo, R., & van Wachen, B. (2012). *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Cambridge.
- [13] NASA. (10 de Agosto 2022). *NASA Research Center*. Obtenido de <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktstab.html>
- [14] Apogee rockets. Education section. Obtenido de <https://apogeerockets.com>
- [15] NASA. (10 de Agosto 2022). *NASA Research Center*. *Over-stability*. Obtenido de <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktstab.html>

7 ANEXOS

7.1 Geometrías de la punta

7.1.1 Elíptica

El caso elíptico es la única de las geometrías que se construye de manera inversa. Esto es, en la ecuación mostrada a continuación, que genera el perfil, el origen ($x=0$) se encuentra en la unión del morro con el fuselaje, y el punto extremo ($x=L$) se corresponde con el punto extremo del cohete. El parámetro “ y ” se refiere al radio del perfil para cada punto “ x ”. “ R ” se refiere al radio de partida y “ L ” la longitud total de la punta.

$$y = R \sqrt{1 - \frac{x^2}{L^2}} \quad (61)$$

Tabla 17.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

x	y
0	75,0
20	73,5
40	68,7
60	60,0
80	45,0
100	0,0

Tabla 18.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

x	y
0	75,0
40	73,5
80	68,7
120	60,0
160	45,0
200	0,0

Tabla 19.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

X	y
0	75,0
60	73,5
120	68,7
180	60,0
240	45,0
300	0,0

Tabla 20.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

X	y
0	75,0
80	73,5
160	68,7
240	60,0
320	45,0
400	0,0

Tabla 21.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

X	y
0	75,0
100	73,5
200	68,7
300	60,0
400	45,0
500	0,0

Puede observarse que la columna de la “y” permanece constante, lo cual no es casualidad, sino que viene de la naturaleza de la ecuación. Al hacer un aumento proporcional y mantener los puntos equidistantes se da este caso (cosa que no se repite para el resto de las geometrías, como es de esperar).

En las imágenes a continuación se puede ver el resultado de la introducción de las medidas de todos los elementos considerados, para dar forma a las geometrías que se estudiarán posteriormente. Solo se muestran las imágenes de las puntas, ya que, no solo el resto del CAD permanece constante, sino que además debido a las medidas tan grandes consideradas para el dominio de fluido, se hacen imperceptibles las diferencias si se muestra la imagen en su totalidad.

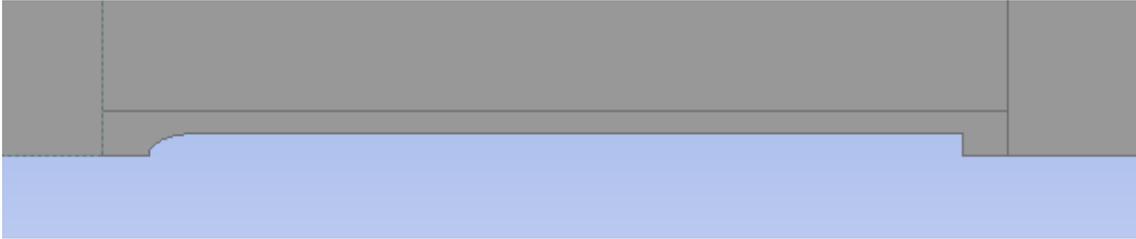


Imagen 44.- Geometría elíptica para una longitud de 100 mm.



Imagen 45.- Geometría exponencial para una longitud de 200 mm.



Imagen 46.- Geometría exponencial para una longitud de 300 mm.



Imagen 47.- Geometría exponencial para una longitud de 400 mm.



Imagen 48.- Geometría exponencial para una longitud de 500 mm.

7.1.2 Parabólica

Existen infinitos perfiles parabólicos dependiendo del valor que nosotros introduzcamos al parámetro K' en la ecuación del perfil a continuación. En este estudio se realizan observaciones a la geometría tres cuartos de parábola, por lo que el valor de K' es 0,75.

$$y = R \left(\frac{2 \left(\frac{x}{L} \right) - K' \left(\frac{x}{L} \right)^2}{2 - K'} \right) \quad (62)$$

Con esta ecuación, particularizando en los puntos “x” equidistantes se pueden obtener las distintas medidas “y” que describen el perfil cónico. Dichas medidas aparecen a continuación para las distintas longitudes del perfil.

Tabla 22.- Valores para generar geometría parabólica de 100 mm.

x	y
0	0,0
20	14,8
40	27,2
60	37,2
80	44,8
100	50,0

Tabla 23.- Valores para generar geometría parabólica de 200 mm.

x	y
0	0,0
40	14,8
80	27,2
120	37,2
160	44,8
200	50,0

Tabla 24.- Valores para generar geometría parabólica de 300 mm.

x	y
0	0,0
60	14,8
120	27,2
180	37,2
240	44,8
300	50,0

Tabla 25.- Valores para generar geometría parabólica de 400 mm.

X	y
0	0,0
80	14,8
160	27,2
240	37,2
320	44,8
400	50,0

Tabla 26.- Valores para generar geometría parabólica de 500 mm.

x	y
0	0,0
100	14,8
200	27,2
300	37,2
400	44,8
500	50,0

De nuevo puede observarse que la columna referente a la “y” es igual de nuevo, y de nuevo se debe a la naturaleza de la ecuación, ya que la “x” se vuelve el doble, pero la L también, por lo que el cociente (x/L) permanece constante siempre.

En las imágenes a continuación se puede ver el resultado de la introducción de las medidas de todos los elementos considerados, para dar forma a las geometrías que se estudiarán posteriormente. Solo se muestran las imágenes de las puntas, ya que, no solo el resto del CAD permanece constante, sino que además debido a las medidas tan grandes consideradas para el dominio de fluido, se hacen imperceptibles las diferencias si se muestra la imagen en su totalidad.



Imagen 49.- Geometría parabólica para una longitud de 100 mm.



Imagen 50.- Geometría parabólica para una longitud de 200 mm.



Imagen 51.- Geometría parabólica para una longitud de 300 mm.

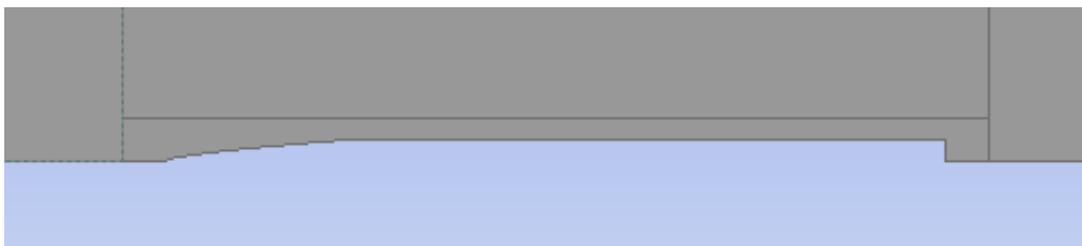


Imagen 52.- Geometría parabólica para una longitud de 400 mm.



Imagen 53.- Geometría parabólica para una longitud de 500 mm.

7.1.3 Von Karman

El perfil de Von Karman, perteneciente a la serie de Haack, cuya ecuación se muestra a continuación es una de las ecuaciones más características en el mundo de los morros de aviones y cohetes. Se debe a que es una ecuación que busca minimizar el drag lo máximo posible. Sin embargo, lo consigue para el régimen transónico y parte del supersónico, por lo que se espera no sea la mejor para el régimen subsónico. Aun así, se ha introducido en este estudio por la importancia de este perfil en la aerodinámica de cohetes.

$$y = \frac{R}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\theta - \frac{\sin(2\theta)}{2} + C \sin^3(\theta)} \quad (63)$$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{2x}{L}\right) \quad (64)$$

Igual que en el caso exponencial, el caso en el que $L=100\text{mm}$ no se va a considerar debido que la relación R/L es tan grande que la geometría no tiene espacio para desarrollarse como tal, pareciendo un perfil cónico. Tener también en cuenta que esta ecuación depende también del cociente x/L , por lo que la columna de la “y” permanecerá constante en los diferentes casos.

Con esta ecuación, particularizando en los puntos “x” equidistantes se pueden obtener las distintas medidas “y” que describen el perfil cónico. Dichas medidas aparecen a continuación para las distintas longitudes del perfil.

Tabla 27.- Valores para generar geometría de Von Karman de 100 mm.

x	y
0	0,0
20	18,9
40	30,6
60	39,6
80	46,3
100	50,0

Tabla 28.- Valores para generar geometría de Von Karman de 200 mm.

x	y
0	0,0
40	18,9
80	30,6
120	39,6
160	46,3
200	50,0

Tabla 29.- Valores para generar geometría de Von Karman de 300 mm.

x	y
0	0,0
60	18,9
120	30,6
180	39,6
240	46,3
300	50,0

Tabla 30.- Valores para generar geometría de Von Karman de 400 mm.

x	y
0	0,0
80	18,9
160	30,6
240	39,6
320	46,3
400	50,0

Tabla 31.- Valores para generar geometría de Von Karman de 500 mm.

x	y
0	0,0
100	18,9
200	30,6
300	39,6
400	46,3
500	50,0

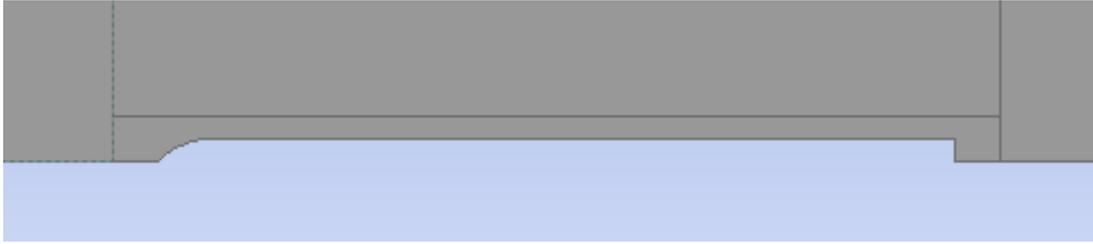


Imagen 54.- Geometría de Von Karman para una longitud de 100 mm.



Imagen 55.- Geometría de Von Karman para una longitud de 200 mm.



Imagen 56.- Geometría de Von Karman para una longitud de 300 mm.



Imagen 57.- Geometría de Von Karman para una longitud de 400 mm.



Imagen 58.- Geometría de Von Karman para una longitud de 500 mm.

7.1.4 Cónicas

Es la más sencilla de todas y la ecuación para la generación del perfil es la ecuación de una recta con origen en el (0,0) y pendiente L/R. Por tanto, la ecuación del perfil es:

$$y = \frac{R}{L}x \quad (65)$$

Con esta ecuación, particularizando en los puntos “x” equidistantes se pueden obtener las distintas medidas “y” que describen el perfil cónico. Dichas medidas aparecen a continuación para las distintas longitudes del perfil.

Tabla 32.- Valores para generar geometría cónica de 100 mm.

x	y
0	0,0
20	10,0
40	20,0
60	30,0
80	40,0
100	50,0

Tabla 33.- Valores para generar geometría cónica de 200 mm.

x	y
0	0,0
40	10,0
80	20,0
120	30,0
160	40,0
200	50,0

Tabla 34.- Valores para generar geometría cónica de 300 mm.

x	y
0	0,0
60	10,0
120	20,0
180	30,0
240	40,0
300	50,0

Tabla 35.- Valores para generar geometría cónica de 400 mm.

X	y
0	0,0
80	10,0
160	20,0
240	30,0
320	40,0
400	50,0

Tabla 36.- Valores para generar geometría cónica de 500 mm.

X	y
0	0,0
100	10,0
200	20,0
300	30,0
400	40,0
500	50,0

Puede observarse el hecho de que las columnas de la derecha permanecen constantes, pero esto se debe a la naturaleza lineal de la ecuación. Para cada caso varía la pendiente, pero varía también la distancia entre los puntos a elegir.

En las imágenes a continuación se puede ver el resultado de la introducción de las medidas de todos los elementos considerados, para dar forma a las geometrías que se estudiarán posteriormente. Solo se muestran las imágenes de las puntas, ya que, no solo el resto del CAD permanece constante, sino que además debido a las medidas tan grandes consideradas para el dominio de fluido, se hacen imperceptibles las diferencias si se muestra la imagen en su totalidad.



Imagen 59.- Geometría cónica para una longitud de 100 mm.

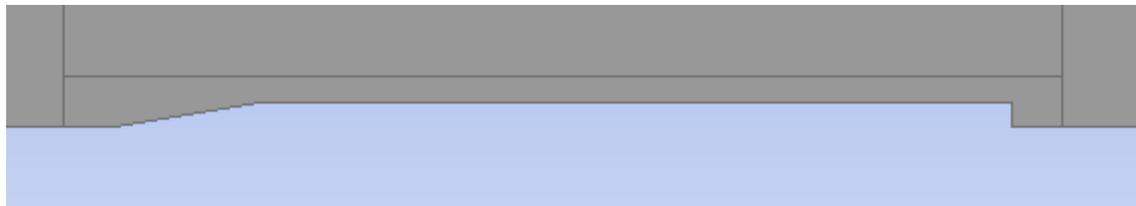


Imagen 60.- Geometría cónica para una longitud de 200 mm.



Imagen 61.- Geometría cónica para una longitud de 300 mm.

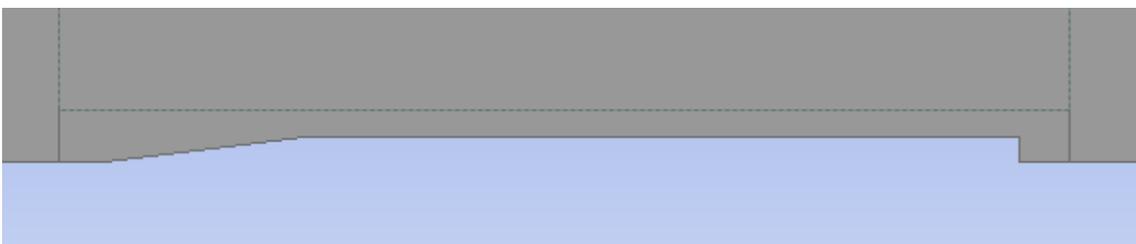


Imagen 62.- Geometría cónica para una longitud de 400 mm.



Imagen 63.- Geometría cónica para una longitud de 500 mm.

7.1.5 Exponencial

Esta geometría es conocida como “serie exponencial” ya que, como en el caso de la geometría parabólica, existen infinitos perfiles en función de que valor de un parámetro determinado. Dicho parámetro se denomina “n” y es el exponente que aparece en la ecuación a continuación. La ecuación para este tipo de perfiles es la siguiente:

$$y = R \left(\frac{x}{L} \right)^n$$

(66)

Hay que tener en cuenta que la geometría estudiada en este caso se corresponde con un exponente de $n=0,75$ y que, el caso en el que $L=100\text{mm}$ no se va a considerar debido que la relación R/L es tan grande que la serie exponencial no tiene espacio para desarrollarse como tal, pareciendo un perfil cónico.

Con esta ecuación, particularizando en los puntos “x” equidistantes se pueden obtener las distintas medidas “y” que describen el perfil cónico. Dichas medidas aparecen a continuación para las distintas longitudes del perfil.

Tabla 37.- Valores para generar geometría exponencial de 100 mm.

x	y
0	0,0
20	15,0
40	25,1
60	34,1
80	42,3
100	50,0

Tabla 38.- Valores para generar geometría exponencial de 200 mm.

x	y
0	0,0
40	15,0
80	25,1
120	34,1
160	42,3
200	50,0

Tabla 39.- Valores para generar geometría exponencial de 300 mm.

x	y
0	0,0
60	15,0
120	25,1
180	34,1
240	42,3
300	50,0

Tabla 40.- Valores para generar geometría exponencial de 400 mm.

x	y
0	0,0
80	15,0
160	25,1
240	34,1
320	42,3
400	50,0

Tabla 41.- Valores para generar geometría exponencial de 500 mm.

x	y
0	0,0
100	15,0
200	25,1
300	34,1
400	42,3
500	50,0



Imagen 64.- Geometría exponencial para una longitud de 100 mm.



Imagen 65.- Geometría exponencial para una longitud de 200 mm.

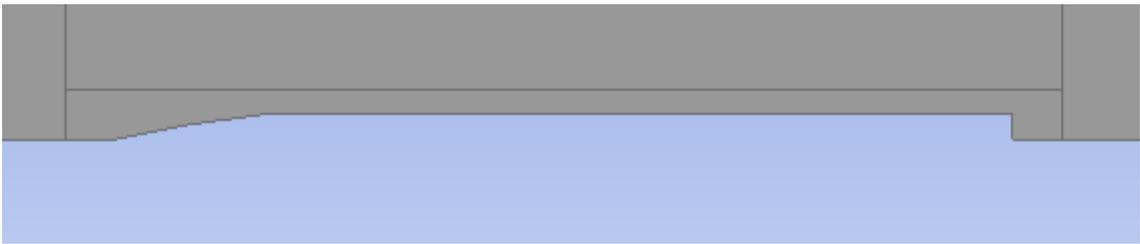


Imagen 66.- Geometría exponencial para una longitud de 300 mm.



Imagen 67.- Geometría exponencial para una longitud de 400 mm.



Imagen 68.- Geometría exponencial para una longitud de 500 mm.

7.2 Vistas adicionales de geometrías y mallados

En este apartado se introducen otras vistas de mallados y geometrías que no se han metido en los apartados del documento principal para que no dieran sensación a redundancia. Sin embargo, se introducen aquí porque se cree que pueden añadir claridad y perspectiva.

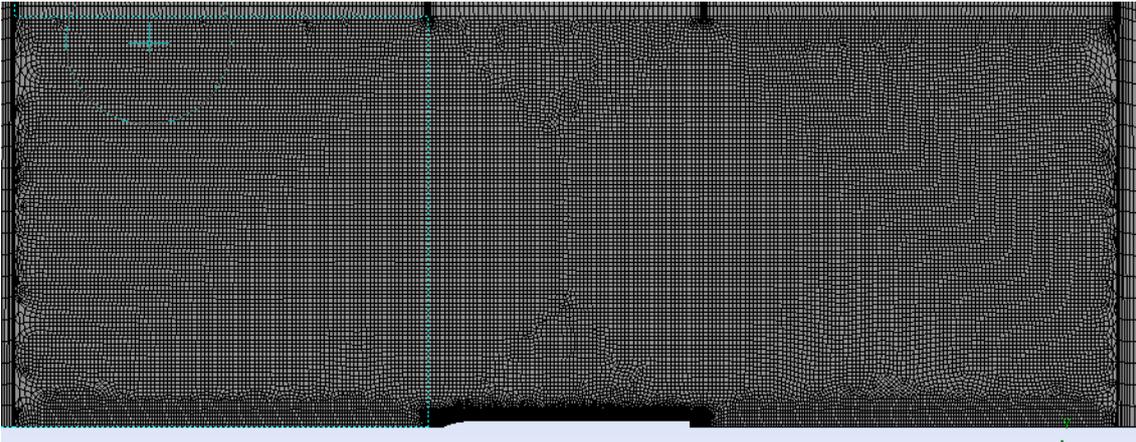


Imagen 69.- Detalle del mallado más fino en la geometría en 2 dimensiones cerca del cohete.

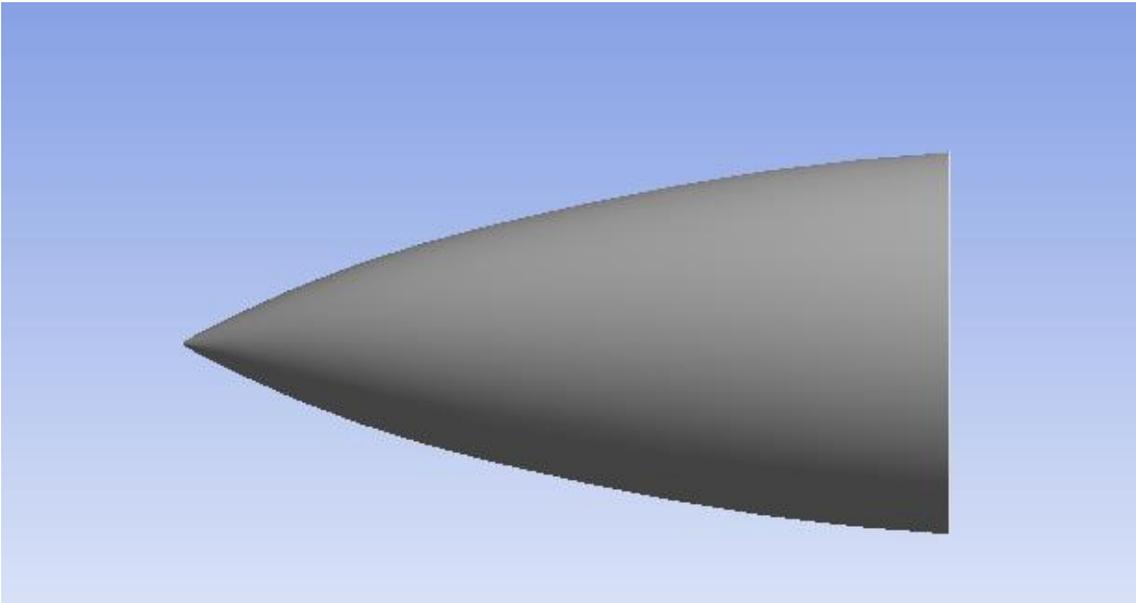


Imagen 70.- Vista lateral de la punta elegida (Von Karman de 200 mm).

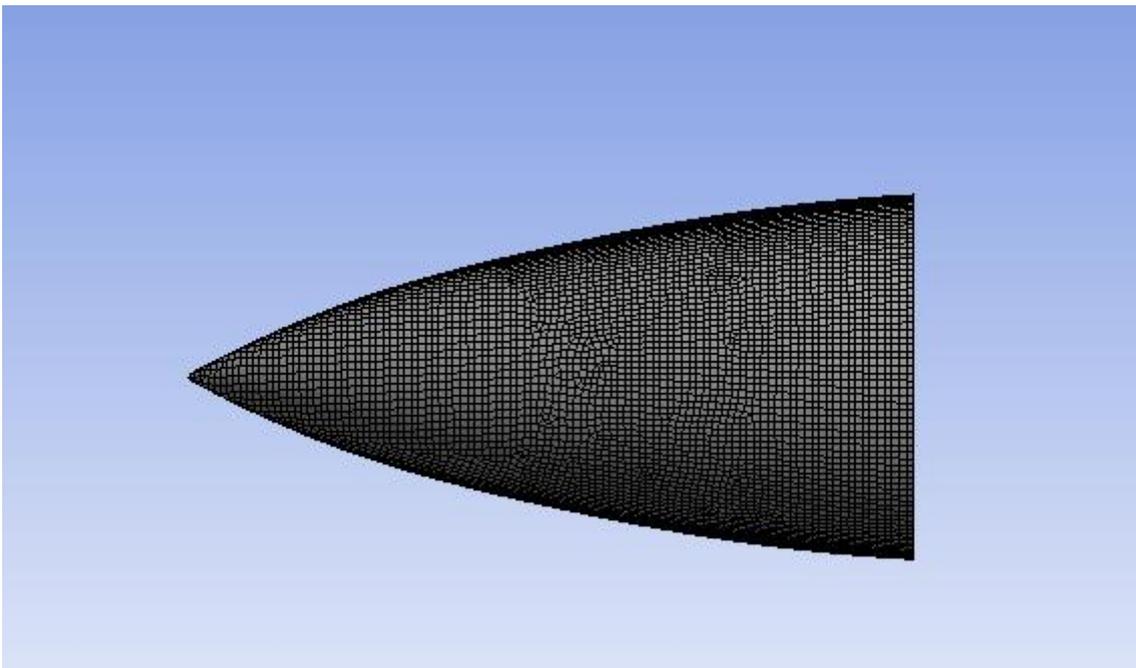


Imagen 71.- Vista lateral mallado de la punta elegida (Von Karman de 200 mm).

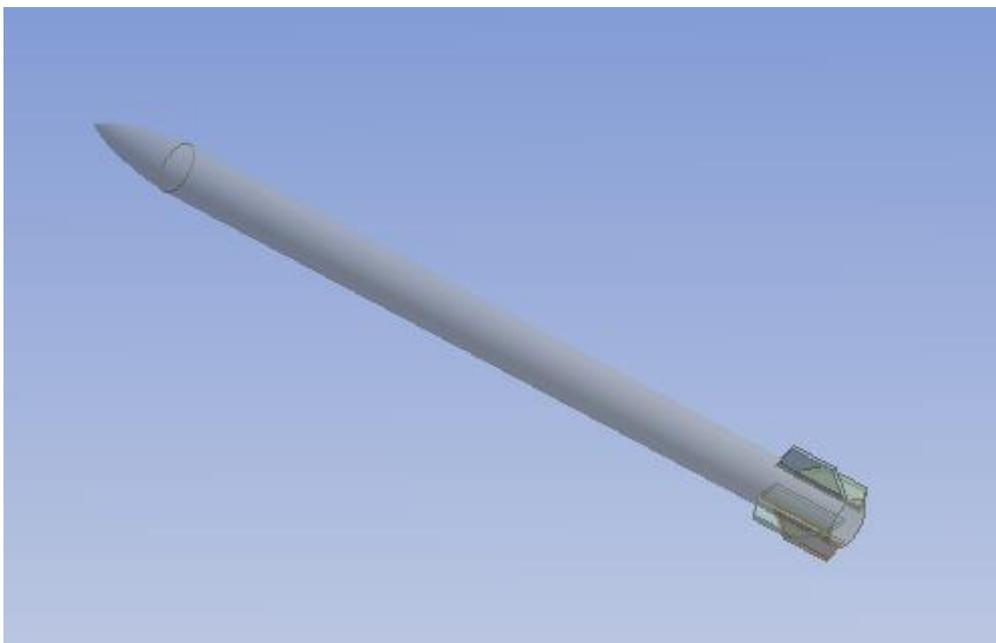


Imagen 72.- Vista en perspectiva del cohete completo con aletas trapezoidales.

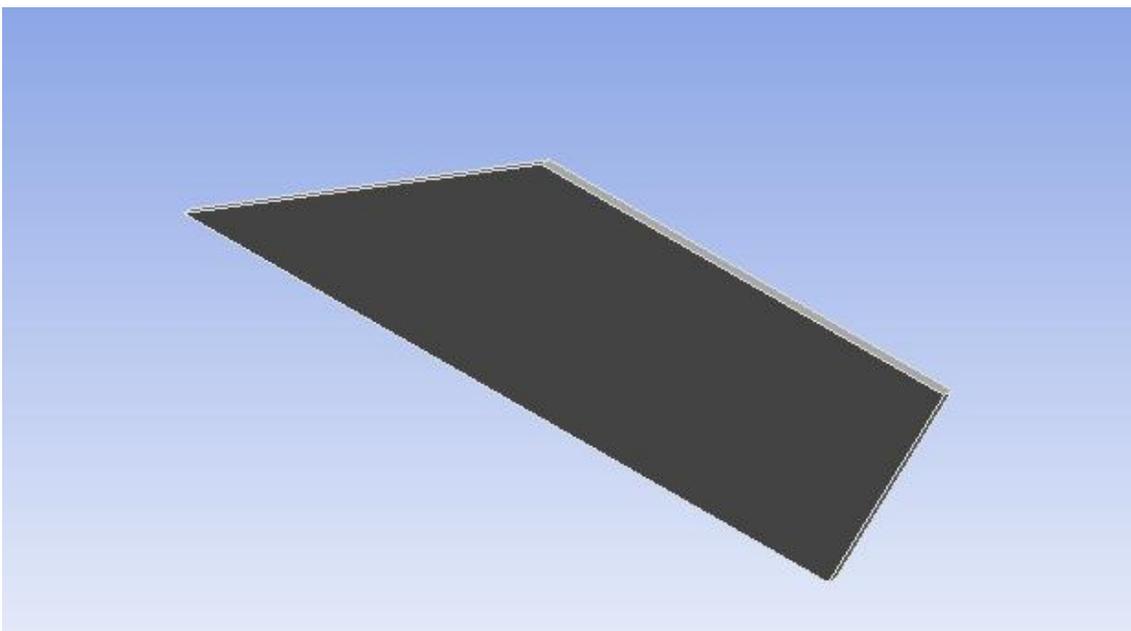


Imagen 73.- Vista en perspectiva de la aleta agresiva.

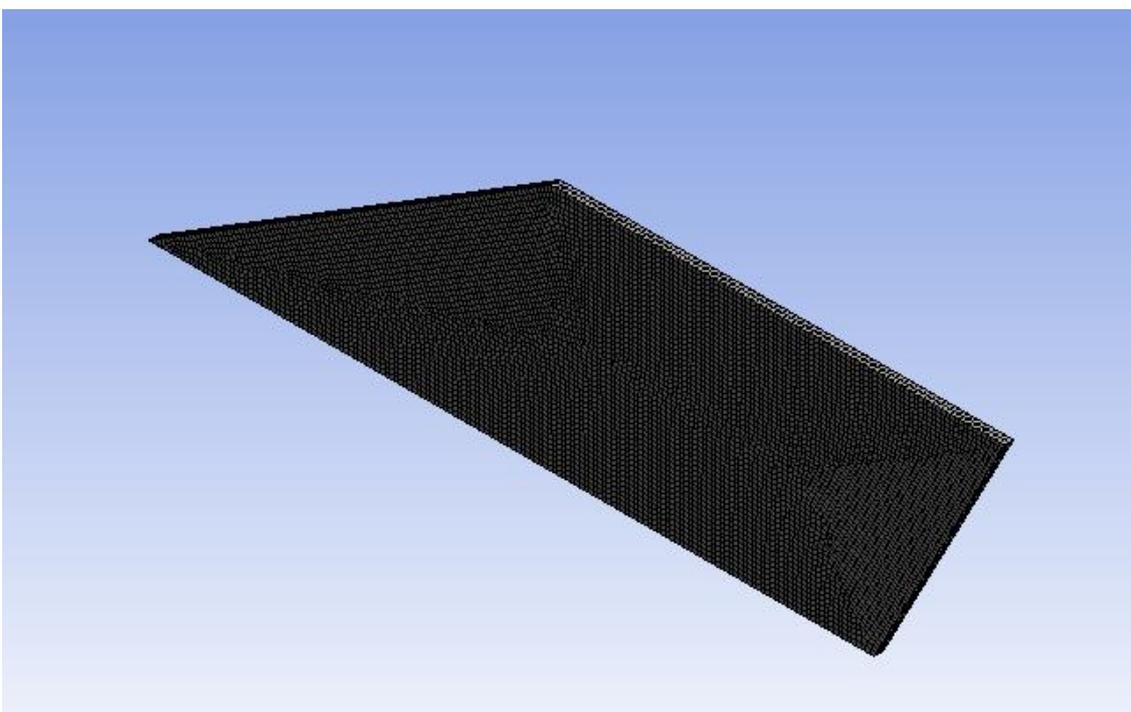


Imagen 74.- Vista en perspectiva del mallado de la aleta agresiva.

7.3 Vistas adicionales de los resultados

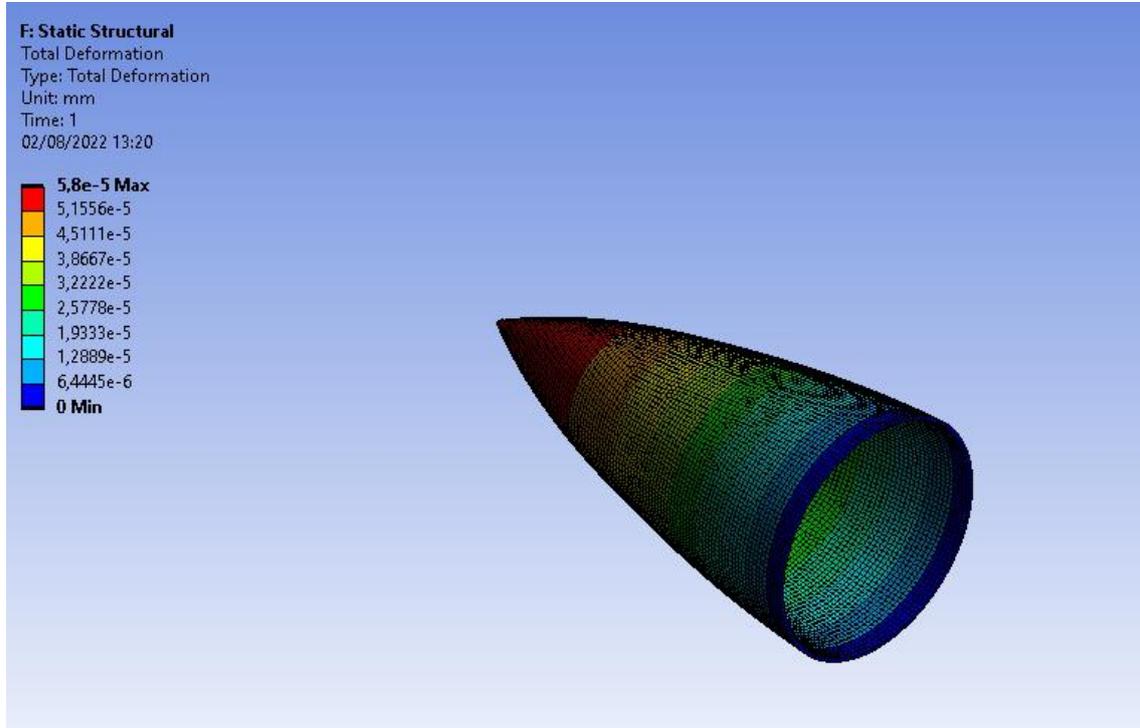


Imagen 75.- Resultados de deformación en geometría en perspectiva.

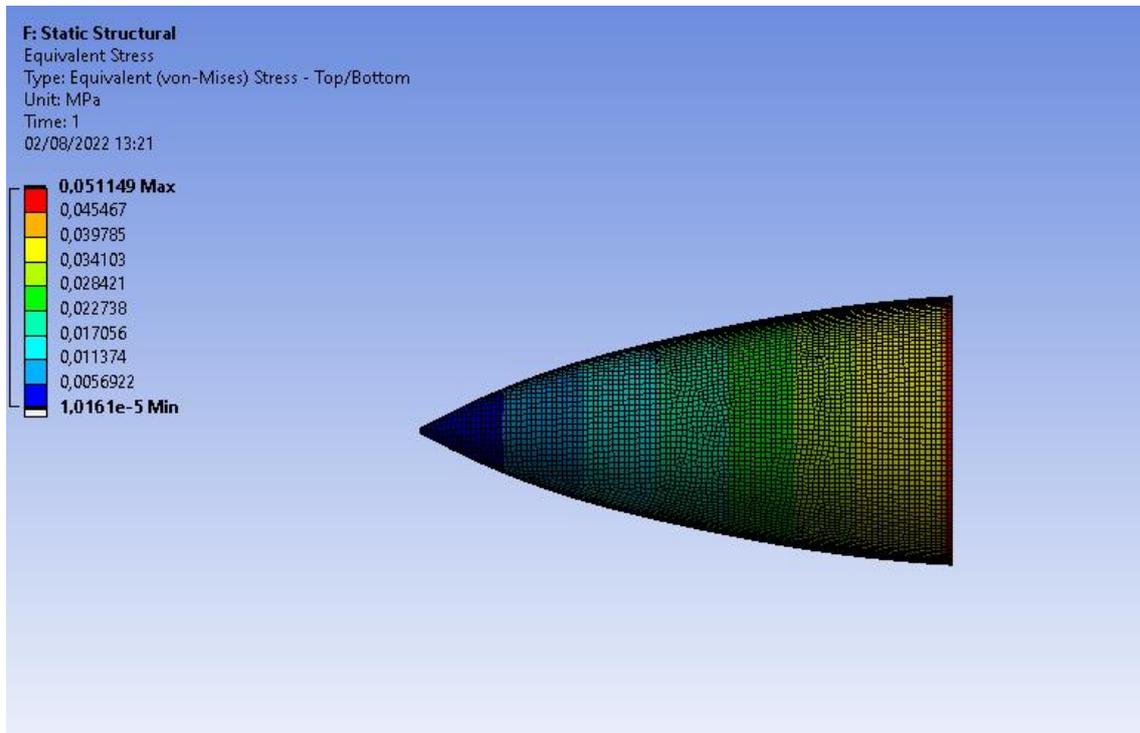


Imagen 76.- Vista lateral de los resultados de tensiones en la punta.