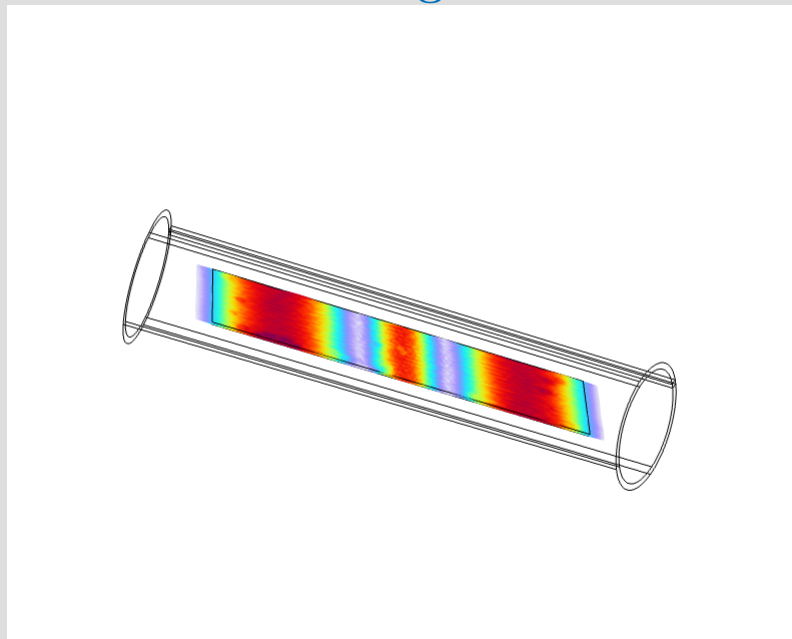




Trabajo fin de grado
Grado en Ingeniería Electrónica

Estudio analítico y simulación por elementos finitos del fenómeno de resonancia magnetoelástica



Autor:
Guillermo Villasante Martín
Director:
Alfredo García Arribas

Leioa, 2023eko ekainaren 23a / Leioa, 23 de junio de 2023

Índice

1. Introducción	2
1.1. Magnetostricción	2
1.2. Magnetoelasticidad	4
1.3. Anisotropía cristalina	6
1.4. Acoplamiento magnetoelástico	7
1.5. Materiales magnetostrictivos	8
1.6. Resonancia magnetoelástica	9
1.7. Aplicaciones de la resonancia magnetoelástica en sensores	11
2. Modelado de la resonancia magnetoelástica	13
2.1. Modelo analítico	13
2.1.1. Ecuaciones magnetoelásticas. Función de transferencia	13
2.1.2. Efecto de las características del resonador	19
2.1.3. Efecto del tamaño de la bobina de medición	20
2.1.4. Efecto de la posición de la bobina de medición	22
2.2. Simulación por elementos finitos	23
2.2.1. Modelo 2D axisimétrico básico	24
2.2.2. Modelo 2D axisimétrico con bobinas de excitación y detección	31
2.2.3. Modelo 3D	38
3. Conclusiones	42
4. Referencias	43

1. Introducción

Los materiales ferromagnéticos presentan un acoplamiento entre sus propiedades elásticas y magnéticas. Este fenómeno fue descubierto por James Prescott Joule en el año 1842, quien observó una elongación en una barra de hierro a la que aplicaba un campo magnético. Este efecto se conoce como magnetostricción o efecto Joule. Posteriormente, Emilio Villari descubrió que al aplicar una tensión externa a un material ferromagnético, este se imanaba. Es lo que se conoce como efecto magnetostrictivo inverso, efecto Villari o magnetoelasticidad. Estos dos efectos se llevan utilizando en sensores y actuadores desde hace más de un siglo. Los sonar empleados en la Primera Guerra Mundial empleaban níquel para generar las ondas acústicas longitudinales por efecto Joule, y este mismo material para su recepción y medición por efecto Villari [1].

Los sensores magnetoelásticos se dividen en dos categorías: sensores estáticos y sensores dinámicos [1]. Los sensores magnetoelásticos estáticos se basan en la conversión directa de una magnitud mecánica en una señal de salida magnética. Suelen emplearse para la medida de magnitudes que pueden transformarse en una deformación, desplazamiento o torque. Los sensores dinámicos, a su vez, se dividen en dos tipos: los que se basan en la propagación de ondas viajeras y los que se basan en la propagación de ondas estacionarias estacionarias a través del material magnetostrictivo. En los primeros, se analiza la variación de la velocidad de propagación de la onda acústica por el material. Los segundos, están basados en la variación de la frecuencia de resonancia del elemento magnético. Los sensores de resonancia magnetoelástica estudiados en este trabajo pertenecen a esta última categoría.

El objetivo de este trabajo es realizar un estudio del fenómeno de la resonancia magnetoelástica en el que se basan estos sensores. Para ello, empleamos primero un modelo analítico que aproxima el fenómeno en un tipo de sistema concreto. Posteriormente, realizamos simulaciones por elementos finitos del mismo sistema en 2 dimensiones (2D) y 3D, verificando la utilidad del modelo analítico y obteniendo una respuesta más cercana a la realidad que es más útil a la hora de diseñar sensores de resonancia magnetoelástica. Para ello se utiliza un programa como COMSOL, que se ha tenido que aprender a utilizar.

1.1. Magnetostricción

En los materiales ferromagnéticos, la suma de los momentos magnéticos de órbita y spin de los electrones de los átomos dan lugar a un momento magnético neto no nulo. Lo que los diferencia de los materiales paramagnéticos es la fuerte tendencia a acoplarse y alinearse de estos momentos formando dominios magnéticos, siempre y cuando se encuentren por debajo de su temperatura de Curie. Si se calienta un material ferromagnético por encima de su temperatura de Curie, la agitación térmica es suficiente para hacer que se rompan los dominios magnéticos y el material presente un comportamiento propio de un material paramagnético, en que cada momento magnético se comporta de forma independiente [2].

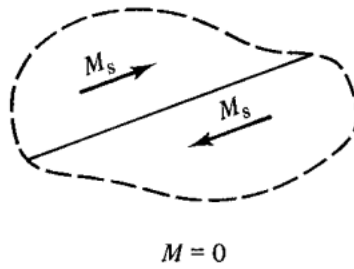


Figura 1: Ilustración de un material ferromagnético con dos dominios magnéticos. En ausencia de campo externo, la suma neta es nula. Dentro de cada dominio presenta la imanación de saturación [2].

En ausencia de un campo magnético externo, los dominios magnéticos apuntan en direcciones arbitrarias de tal forma que el momento magnético neto del material es nulo. Sin embargo, dentro de cada dominio magnético, los momentos se componen para sumar la imanación de saturación (Figura 1) [2]. Al aplicar un campo magnético externo, los dominios tienden a rotar para orientar su momento magnético paralelo al campo magnético externo, desplazando las fronteras entre los dominios hasta formar un único dominio magnético en todo el material. Dado que las orbitas de los electrones alrededor de los núcleos atómicos no son perfectamente esféricas, esta rotación de los dominios magnéticos se traduce en una deformación del material (Figura 2).

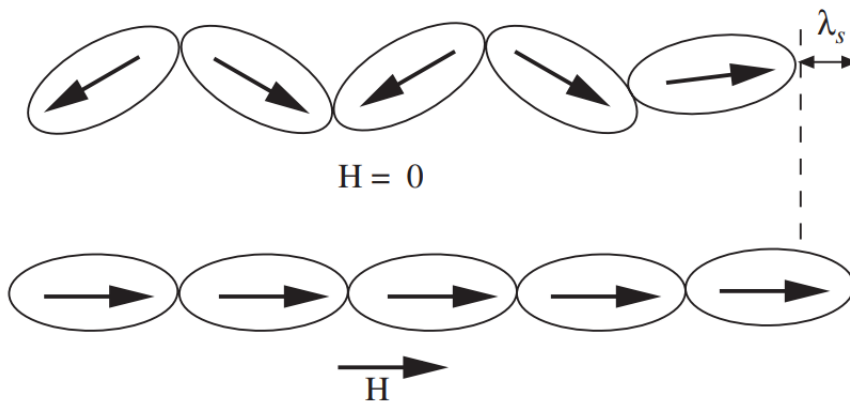


Figura 2: Ilustración del mecanismo de la magnetostricción o efecto Joule. Al aplicar un campo magnético, los dominios magnéticos rotan para colocarse paralelos a este, produciendo un cambio en las dimensiones del material [1].

La deformación alcanza su valor máximo en la dirección del campo externo aplicado cuando todos los momentos magnéticos son paralelos a esta. Al valor máximo de la deformación se le conoce como magnetostricción de saturación λ_s , y puede ser positiva o negativa en función del material y la dirección de la polarización magnética. En la Figura 3 se muestra una curva de magnetostricción estándar.

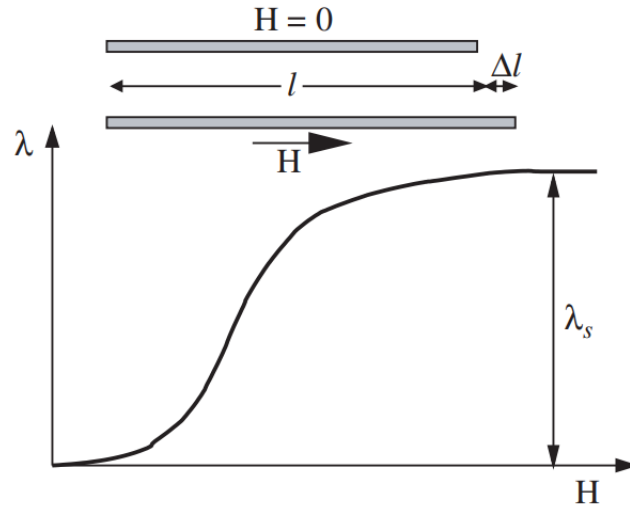


Figura 3: Curva de magnetostricción [1], λ es la deformación $\lambda = \frac{\Delta l}{l}$.

En general, la magnitud de la deformación debida a la magnetostricción es pequeña, del orden de 10 ppm. Se trata de un efecto comparable a una dilatación térmica de unos pocos grados Kelvin. Además, no se aprecian cambios de volumen significativos en los materiales que sufren deformaciones debidas a la magnetostricción, por lo que el módulo de Poisson asociado a la deformación en la dirección transversal debe ser próximo a $1/2$ [3]. Sin embargo, nuevos materiales como el Terfenol o el Galfenol (sección 1.4) presentan valores de magnetostricción hasta dos órdenes de magnitud mayores, lo que los hace interesantes para su uso en actuadores magnéticos.

1.2. Magnetoelasticidad

Al aplicar una tensión a un material ferromagnético, el acoplamiento magnetoelástico hace que este se deforme, haciendo que los dominios magnéticos roten y se coloquen paralelos o perpendiculares a la tensión aplicada. De esta forma, la suma neta de los momentos magnéticos de los dominios deja de ser nula y el material se imane [3, 1]. Se trata del efecto Villari, representado en la Figura 4.

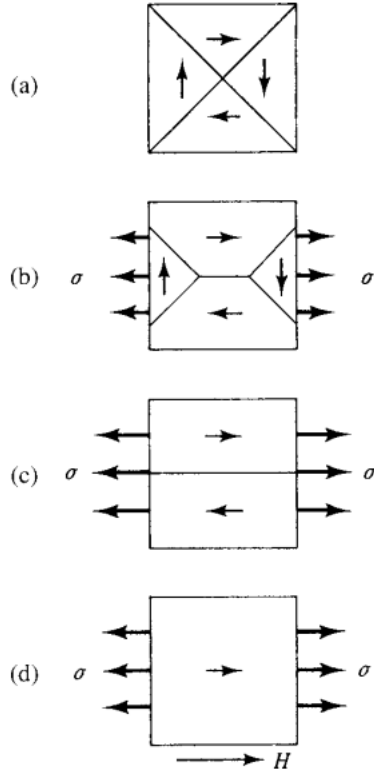


Figura 4: Ilustración del mecanismo de la magnetoelasticidad o efecto Villari. Al aplicar una tensión, los dominios magnéticos rotan para colocarse paralelos o perpendiculares a esta, produciendo la imanación del material sin aplicar un campo magnético externo [3].

El efecto de la tensión sobre el material se puede entender como una variación en la permeabilidad del material. Al aplicar una tensión a un material con magnetostricción positiva ($\lambda_s > 0$), se favorece la imanación a lo largo de ese eje, lo que resulta en un aumento de la permeabilidad. Si la magnetostricción es negativa, se necesita un mayor campo magnético para imanar el material en la dirección de la tensión, es decir, se reduce su permeabilidad en la dirección de la tensión al mismo tiempo que se aumenta en la dirección perpendicular [1]. Este efecto se observa experimentalmente en los ciclos de histéresis de muestras de materiales ferromagnéticos de la Figura 5 [1].

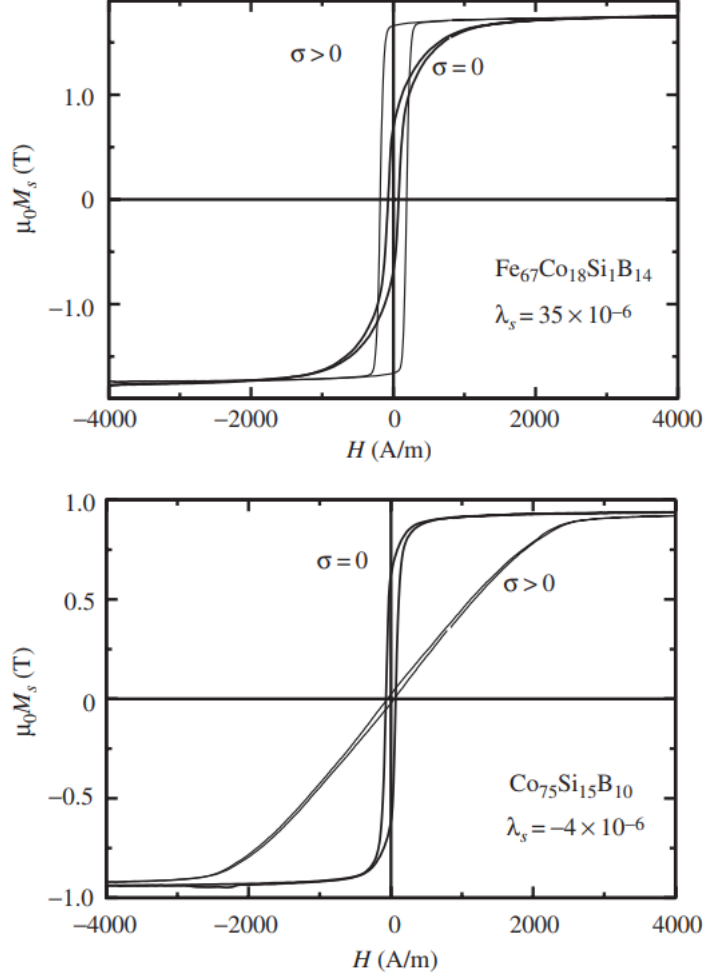


Figura 5: Ciclo de histéresis de dos materiales ferromagnéticos. La excitación magnética se mide en la misma dirección en que se aplica la tensión. Arriba, con magnetostricción positiva, la permeabilidad (la pendiente de la curva) aumenta al aplicar una tensión. Abajo, con magnetostricción negativa, la permeabilidad decrece [1].

1.3. Anisotropía cristalina

En los materiales monocristalinos la magnetostricción (magnetoelasticidad) es fuertemente dependiente con la dirección de la polarización magnética (tensión) aplicada. Si tomamos por ejemplo un cristal con estructura cúbica, la magnetostricción de saturación a lo largo de una dirección definida por los cosenos directores β_1, β_2 y β_3 al pasar de la situación de desimanación a la saturación en la dirección dada por α_1, α_2 y α_3 viene dada por [3]

$$\lambda_{si} = \frac{3}{2}\lambda_{100}(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3}) + 3\lambda_{111}(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3 + \alpha_3\alpha_1\beta_3\beta_1) \quad (1)$$

donde λ_{100} y λ_{111} son las magnetostricciones de saturación medidas a lo largo de las direcciones $\langle 100 \rangle$ y $\langle 111 \rangle$ cuando la polarización se aplica a lo largo de esos ejes. Cuando se quiere medir la magnetostricción de saturación en la misma dirección en que se aplica el campo magnético, la expresión se simplifica

$$\lambda_{si} = \lambda_{100} + 3(\lambda_{111} - \lambda_{100})(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) \quad (2)$$

B.D. Cullity [3] propone la nomenclatura λ_{si} para hacer referencia a la magnetostricción de saturación partiendo desde la situación de desimánación ideal, es decir, la situación en que todos los dominios magnéticos tienen el mismo volumen y sus momentos magnéticos se componen a cero. El valor de λ_{si} es importante ya que se trata de una constante del material. En su defecto, usa λ_s para hacer referencia a la magnetostricción de saturación partiendo desde cualquier situación en que el momento magnético neto sea nulo. Partiendo de una situación de este estilo, el valor de la magnetostricción es fuertemente dependiente de la dirección de la excitación externa.

Si en lugar de un monocristal tenemos un policristal o un material amorfo, la magnetostricción es prácticamente uniforme a lo largo de cualquier dirección. La expresión para la magnetostricción a lo largo de una dirección que forma un ángulo θ con el campo magnético viene dada por [3]

$$\lambda_\theta = \frac{3}{2}\lambda_{si}(\cos^2\theta - \frac{1}{3}) \quad (3)$$

1.4. Acoplamiento magnetoelástico

Todos los fenómenos magnetostrictivos y magnetoelásticos se basan en la conversión de energía elástica en energía magnética, y viceversa. Se define el coeficiente de acoplo magnetoelástico como la relación entre la energía magnetoelástica y la media geométrica de las energías elástica y magnética [1].

$$k^2 = \frac{E_{me}^2}{E_e E_m} \quad (4)$$

El valor del coeficiente de acoplo magnetoelástico varía enormemente entre materiales magnéticos. Se registran valores desde 0.13 para algunas ferritas hasta prácticamente la unidad para algunos vidrios metálicos térmicamente tratados [1]. Valores de k próximos a 1 indican una conversión muy eficiente entre las energías mecánicas y magnéticas, que es lo deseable en sensores. El comportamiento de un material magnetostrictivo depende enormemente de sus características microscópicas y su composición, lo que hace que tengamos un amplio abanico de posibilidades entre las que elegir el material que más se adecúa a las características del transductor que se va a diseñar.

Efecto ΔE Al sufrir deformación magnetostrictiva y elástica, la deformación de los materiales ferromagnéticos sometidos a un campo magnético y a una tensión es mayor que cuando solo se someten a una tensión. Esto se traduce en un módulo de Young E aparente mayor en lo que se conoce como efecto ΔE . Los sensores magnetoelásticos basados en la resonancia magnetoelástica hacen uso de este efecto. El coeficiente de acoplo magnetoelástico puede expresarse en términos del módulo de Young como

$$k^2 = \frac{E_s - E}{E_s} \quad (5)$$

donde E_s es el módulo de Young en saturación magnética.

1.5. Materiales magnetostrictivos

La elección del material con propiedades magnéticas y elásticas adecuadas es de vital importancia para el correcto funcionamiento de un sensor o transductor basado en la magnetostricción. Es necesario que presente unas propiedades magnéticas y elásticas acordes al uso que se le va a dar.

De los elementos puros de la tabla periódica, tan solo el hierro, el cobalto y el níquel presentan propiedades ferromagnéticas útiles a temperatura ambiente. Los tres forman estructuras cristalinas: cúbica centrada en el cuerpo para el hierro, cúbica centrada en las caras para el níquel y hexagonal compacto para el cobalto. En la Tabla 1 se recogen los valores de magnetostricción a lo largo de dos direcciones a muy baja temperatura y a temperatura ambiente, así como el resultado obtenido para policristales a temperatura ambiente.

Tabla 1: Magnetostricción ($\times 10^{-6}$) a lo largo de las direcciones $\langle 100 \rangle$ y $\langle 111 \rangle$ y para un policristal de los tres metales ferromagnéticos puros [4].

	T=4.2K		Temp. ambiente		
	λ_{100}	λ_{111}	λ_{100}	λ_{111}	Policristal(λ_s)
Fe	26	-30	21	-21	-7
Co	-150	45	-140	50	-62
Ni	-60	-35	-46	-24	-34

En general, la magnetostricción decrece a temperaturas más altas dado que el material se encuentra más cerca de su temperatura de Curie.

Es habitual trabajar con aleaciones de hierro-níquel denominadas *Permalloy*, las cuales presentan una muy alta permeabilidad. La aleación $\text{Ni}_{50}\text{Fe}_{50}$ es empleada para aplicaciones de alta frecuencia dada su gran resistividad. Por su parte, las aleaciones con un 80% de níquel presentan magnetostricciones muy pequeñas, lo cual las hace aptas a aplicaciones en las que la magnetostricción es un efecto indeseado. También existen aleaciones de Ni-Co y Fe-Co con buenas propiedades, pero son más caras y por ello menos habituales [1].

Las ferritas o cerámicas ferromagnéticas son interesantes por su isotropía y su gran magnetostricción (se han registrado valores de hasta $\lambda_s = -230 \times 10^{-6}$ [5]), en particular las basadas en el cobalto. Dada su alta resistividad se han utilizado en generación de ultrasonidos y en resonadores piezomagnéticos. Su coeficiente de acoplo magnetoelástico es pequeño, de entre 0.2 y 0.4 [6].

Los valores de magnetostricción más altos conocidos hasta el momento corresponden a materiales basados en tierras raras a baja temperatura. La aleación más conocida es el *Terfenol-D* de composición $\text{Tb}_{1-x}\text{Dy}_x\text{Fe}_2$, con magnetostricciones de hasta 1500ppm a temperatura ambiente [7]. Estos materiales se usan sobre todo en actuadores magnéticos, ya que sus pobres propiedades mecánicas no los hacen óptimos para su aplicación en sensores magnetoelásticos. Otra aleación que presenta grandes valores de magnetostricción es el *Galfenol*, que consiste en una aleación de hierro y galio [1].

Por último, las aleaciones amorfas son realmente atractivas en el campo de los sensores magnetostrictivos, ya que combinan buenas propiedades mecánicas (gran ductilidad y módulo de Young) con buenas propiedades magnéticas (alta permeabilidad y baja anisotropía). Gran parte de los sensores magnetoelásticos comercializados hoy en día emplean elementos sensibles de materiales de este tipo [1].

Estos vidrios ferromagnéticos se crean a partir de la adición de átomos no magnéticos a la estructura de metales ferromagnéticos o sus aleaciones, en una proporción aproximada de 20-30 % a 70-80 %, respectivamente. Para lograrlo, es necesario enfriar la mezcla a un ritmo tan alto que no dé tiempo a los átomos a formar estructuras cristalinas (ritmos de enfriamiento de 10^6 °C/s)[8].

Las propiedades de estos materiales dependen de la composición. Presentan magnetos-tricciones de saturación dentro de un rango muy amplio e imanaciones de saturación de hasta 1.5 T. Sus coeficientes de acoplo magnetoelástico son altos, del orden de 0.6 [9], y pueden mejorarse mediante tratamientos térmicos. En el estudio llevado a cabo por A. E. Clark y colaboradores, se reportan valores de hasta 0.97 para una cinta de Metglas 2605SC (nombre comercial del $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$) cerca de su temperatura de Curie [10].

En la Tabla 2 se presentan las propiedades de algunos de los vidrios metálicos comerciales más relevantes: la línea Vitrovac de Vaccuumschmeze GmbH [11] y la línea Metglass de Honeywell [12].

Tabla 2: Principales propiedades elásticas y magnéticas de vidrios magnéticos comerciales.

Nombre	Composición	$\mu_0 M_s (T)$	$T_c (K)$	$\rho (g/cm^3)$	$E (GPa)$	$\lambda_s (\times 10^{-6})$
Vitrovac:						
7505	$\text{Fe}_{81}\text{B}_{13}\text{Si}_4\text{C}_2$	1.5	693	7.1	150	30
4040	$\text{Fe}_{39}\text{Ni}_{39}\text{Mo}_4\text{Si}_6\text{B}_{12}$	0.8	533	7.4	150	8
6025	$\text{Co}_{66}\text{Fe}_4(\text{MoSiB})_3\text{O}$	0.55	523	7.7	150	0.5
Metglass:						
2826	$\text{Fe}_{40}\text{Ni}_{40}\text{P}_1\text{4B}_6$	0.87	520	7.5	147	11
2605	$\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$	1.6	647	7.4	172	31
2615	$\text{Fe}_{80}\text{P}_{16}\text{C}_3\text{B}_1$	0.49	408	7.5	135	4
2826B	$\text{Fe}_{29}\text{Ni}_{49}\text{P}_1\text{4Si}_2\text{B}_6$	0.49	408	7.5	135	4

1.6. Resonancia magnetoelástica

Dado el acoplamiento entre la imanación y la deformación en un material magnetostrictivo, las ondas de deformación inducidas en estos van acompañadas de ondas de imanación generadas por efecto Villari. Del mismo modo, las ondas de imanación inducen ondas longitudinales de deformación en el material magnetostrictivo por efecto Joule.

Las ondas magnetoelásticas pueden, bajo ciertas circunstancias, formar patrones estacionarios y dar lugar a resonancias. Si la longitud de onda de la onda mecánica longitudinal (onda acústica) inducida en una muestra de un material magnetostrictivo por un campo magnético alterno externo coincide con sus dimensiones, se generan ondas estacionarias. En estas circunstancias las ondas entran en fase y se produce una resonancia magneto-

elástica. En estas, las magnitudes de la deformación y la imanación alcanzan sus valores máximos. Todas las resonancias van acompañadas de su correspondiente frecuencia de antirresonancia. A la frecuencia de antirresonancia las ondas de deformación e imanación entran en contrafase y los valores de deformación e imanación alcanzan sus valores mínimos.

La frecuencia de resonancia fundamental de una muestra magnetostrictiva de longitud L , densidad ρ y módulo de Young E viene dada por [1]:

$$f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

En función de las condiciones de contorno, la muestra presentará resonancias más pequeñas a todos los múltiplos de esta frecuencia o solo en los múltiplos impares.

Estas resonancias se pueden detectar de dos formas: analizando el voltaje inducido por la muestra magnetostrictiva en una bobina de detección por efecto Villari en función de la frecuencia o, con una sola bobina de excitación y detección, analizando la variación de la impedancia de esta con la frecuencia.

En la Figura 6 se muestra la detección experimental de una resonancia magnetoelástica en un resonador magnetoelástico cilíndrico de 5 cm de longitud. En este caso, la resonancia se ha medido a partir de la tensión inducida por el resonador en una bobina de detección.

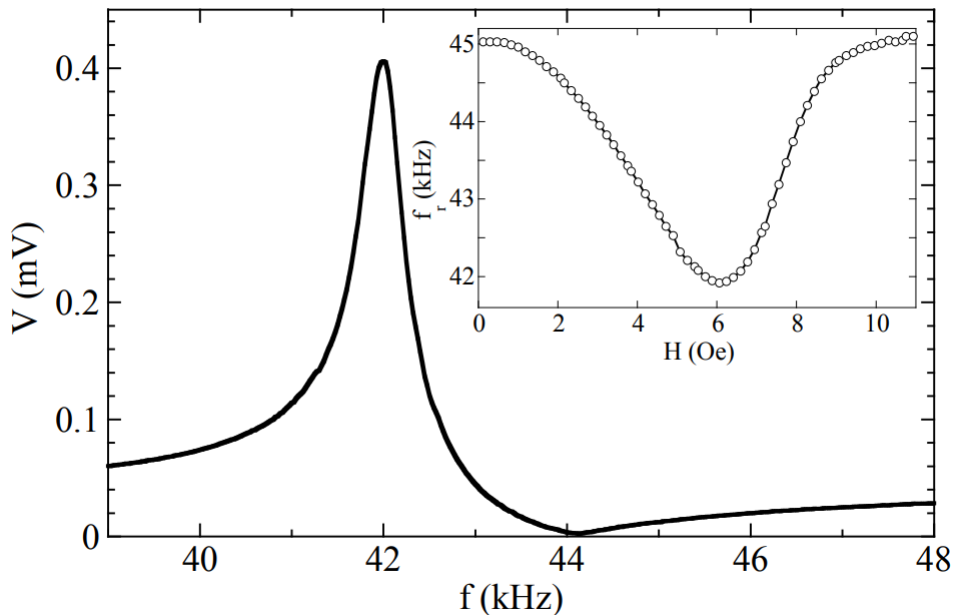


Figura 6: Resonancia magnetoelástica detectada mediante el voltaje inducido en una bobina de detección. En el recuadro se incluye una gráfica de la variación de la frecuencia de resonancia con la magnitud del campo magnético aplicado por el efecto ΔE [13].

1.7. Aplicaciones de la resonancia magnetoelástica en sensores

La principal ventaja de los sensores de resonancia magnetoelástica es que no requieren de una conexión física entre sus elementos, ya que los campos magnéticos se extienden por el entorno e incluso a través de obstáculos no aislantes.

Probablemente, la aplicación más extendida de los sensores de resonancia magnetoelástica son los sistemas anti-hurto de los comercios [1]. El dispositivo de detección consta de un elemento activo y otro pasivo (Figura 7). El elemento activo emite pulsos de una señal de radio frecuencia que, si la etiqueta del producto no ha sido desactiva, hace que esta entre en resonancia y sea detectada.

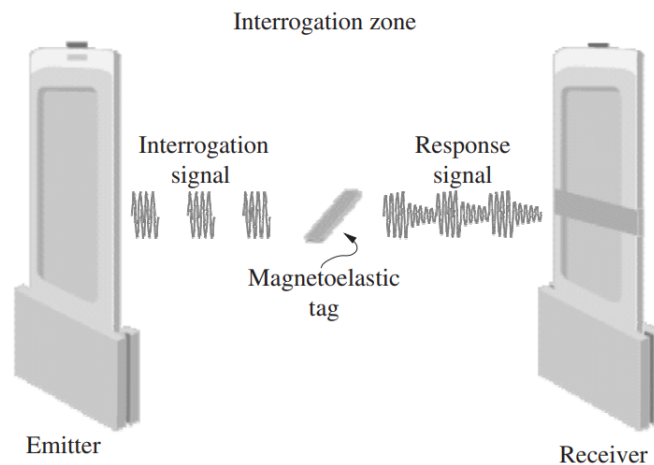


Figura 7: Sistema de detección anti-hurto [1].

Las principales ventajas de este sistema es que permiten la detección a distancia y que operan con señales de muy pequeña amplitud, reduciendo la contaminación electromagnética. Esto es posible gracias a que la detección se lleva a cabo entre pulsos del emisor, y por tanto no hay riesgo de interferencias. La detección puede hacerse sin realizar contactos eléctricos a diferencia, por ejemplo, de los piezoeléctricos.

También existen sensores de resonancia magnetoelástica para medición de otras magnitudes como por ejemplo la temperatura [14]. La dilatación de los materiales es en parte responsable del cambio en la frecuencia de resonancia debido al cambio en las dimensiones, pero otras magnitudes como el módulo de Young, la magnetización de saturación o la imanación de saturación también dependen de la temperatura e inciden en la frecuencia de resonancia. En la Figura 8 se muestra la variación de la frecuencia de resonancia de una cinta magnetostrictiva de una aleación amorfa de Fe-Ni-B [15].

Otro ejemplo de aplicación es el cálculo de la presión de un fluido que fluye por una tubería. El sensor consiste en una cavidad aislada, con un resonador magnetoelástico fijo a una de las paredes en su interior. La pared opuesta, la que queda expuesta al paso del fluido, está hecha de una membrana flexible y lleva un imán permanente adherido en su interior (Figura 9). La presión ejercida por el fluido sobre la membrana flexible hace que

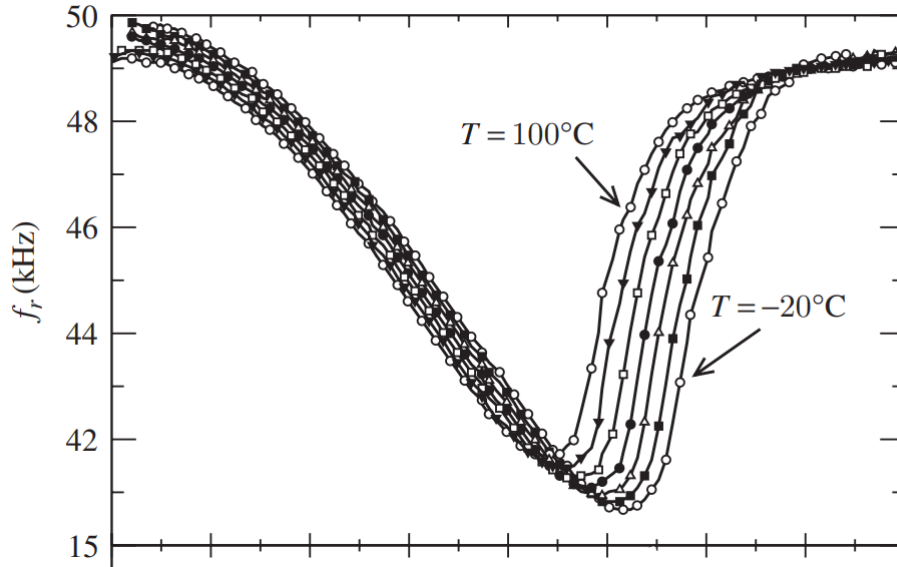


Figura 8: Evolución de la frecuencia de resonancia en función del campo de polarización a diferentes temperaturas para una cinta magnetostrictiva de Fe-Ni-B amorfo [15].

esta se deforme, haciendo que el imán se acerque al resonador y lo polarice, cambiando su frecuencia de resonancia [16].

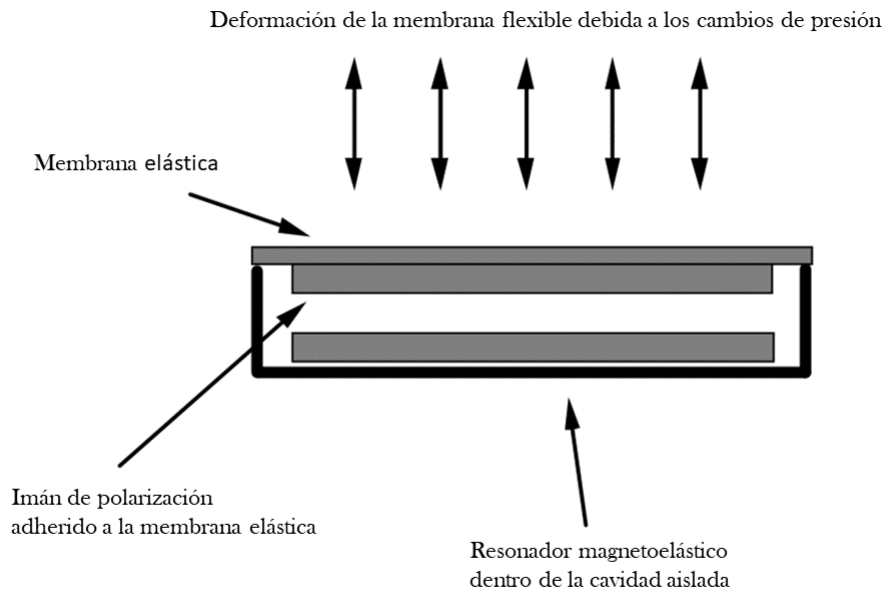


Figura 9: Sensor de presión basado en un resonador magnetoelástico [16].

Se han utilizado resonadores magnetoelásticos con éxito para la medición de la densidad y la viscosidad de un fluido [17].

Más recientemente, se ha experimentado con combinar cintas magnetostrictivas con polímeros sensibles a parámetros tales como la concentración de CO₂ [18] o el pH [19]. La reacción de los polímeros a estos parámetros hace variar su masa, alterando las características del resonador consistente en la cinta magnetostrictiva y el polímero. En particular varía la densidad relativa del conjunto cinta+polímero, lo que varía su frecuencia de resonancia.

Si se incluyen cintas de distintas dimensiones dentro de un único sensor, puede llevarse a cabo una monitorización simultánea de varios parámetros. Dado que no hay conexiones físicas entre el resonador y el sensor, los sensores de pH se utilizan para la monitorización del pH gástrico de pacientes vivos [20] y para la monitorización de otros parámetros derivados como el nivel de glucosa en sangre [21], muy importante para enfermos de diabetes.

2. Modelado de la resonancia magetoelástica

2.1. Modelo analítico

2.1.1. Ecuaciones magnetoelásticas. Función de transferencia

Las ecuaciones que describen el acoplamiento entre las propiedades magnéticas y las propiedades elásticas de los materiales magnetostrictivos son las siguientes:

$$B = d \cdot \sigma + \mu^\sigma \cdot H \quad (7)$$

$$\varepsilon = s^H \cdot \sigma + d \cdot H \quad (8)$$

donde B es la inducción magnética, d es el tensor piezomagnético, σ es la tensión aplicada, μ^σ es el tensor de permeabilidad magnética a tensión constante, H es la excitación magnética, ε es la deformación y s^H es el tensor de flexibilidad a excitación magnética constante.

Le Bras y colaboradores [22] obtuvieron un modelo analítico sencillo para la descripción del comportamiento en frecuencia de resonadores magnetoelásticos basados en una cinta de un material magnetostrictivo sometida a una excitación magnética a lo largo de su eje mayor, de acuerdo a la configuración de la Figura 10 [22]. La excitación magnética está generada por un par de bobinas de Helmholtz y se considera uniforme en toda la cinta. La cinta se encuentra fija por su centro y libre en los extremos. Se incluye además una bobina de medición para detectar la respuesta mediante efecto Villari.

A fin de obtener la mayor sensibilidad, es conveniente que el punto de trabajo del resonador se encuentre en la región con mayor pendiente de la curva de magnetostricción, que relaciona la excitación magnética aplicada con la deformación relativa sufrida por la cinta. De acuerdo a la Figura 11, esto supone que es necesario que la excitación generada por las bobinas de Helmholtz tenga una componente continua de polarización. Consideramos la componente alterna de excitación lo suficientemente pequeña para poder despreciar los efectos de la histéresis.

Dada la pequeña magnitud de la excitación magnética alterna y la uniformidad ideal a lo largo del eje de la cinta del campo generado por las bobinas de Helmholtz, podemos

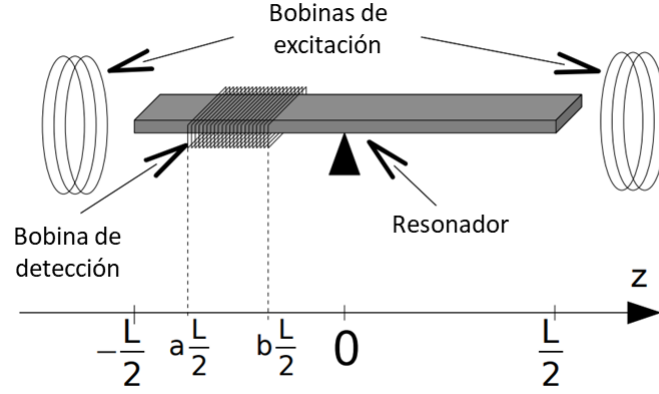


Figura 10: Resonador con cinta magnetostrictiva, bobinas de excitación y bobina de medición [22]. Los parámetros a y b indican la posición de los extremos de la bobina de medición, considerando que el centro de la cinta magnetostrictiva se encuentra en $z=0$.

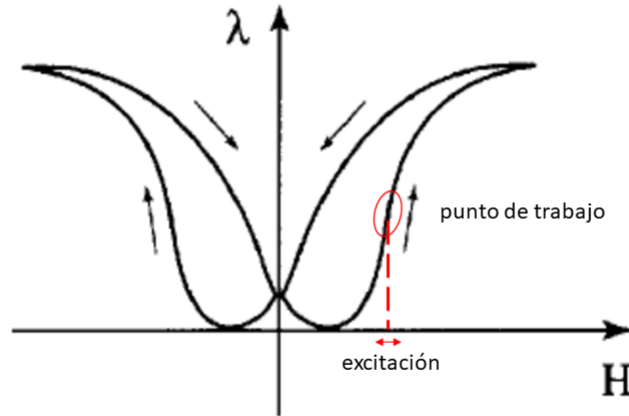


Figura 11: Curva de magnetostricción completa con ciclo de histéresis [22].

considerar que la deformación se dará solo a lo largo de este eje y linealizar las ecuaciones (7) y (8):

$$\tilde{B} = d_{33} \cdot \tilde{\sigma} + \mu_{33}^{\sigma} \cdot \tilde{H} \quad (9)$$

$$\tilde{\varepsilon} = s_{33}^H \cdot \tilde{\sigma} + d_{33} \cdot \tilde{H} \quad (10)$$

donde \tilde{H} significa una pequeña componente alterna en la dirección 3. Queda una sola componente diagonal del tensor de flexibilidad que relacionamos con el módulo de Young

$s_{33}^H = 1/Y^H$ ¹; y una sola componente del tensor piezomagnético que relacionamos con el coeficiente de acoplo magnetoelástico:

$$k_{33} = d_{33} \sqrt{\frac{Y^H}{\mu_{33}^\sigma}} \quad (11)$$

La componente alterna de excitación magnética induce una oscilación longitudinal en la cinta que se propaga de acuerdo a una ecuación de propagación de ondas. Para obtener esta ecuación partimos de la segunda ley de Newton:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (12)$$

Teniendo en cuenta la ley de Hooke

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{Y^H} \sigma \quad (13)$$

y la ecuación (11), se llega a una ecuación de ondas para el desplazamiento, y por tanto para la deformación.

$$Y^H \cdot \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$Y^H \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}}{\partial t^2} \quad (15)$$

Es necesario tener en cuenta la parte imaginaria del módulo de Young que está relacionada con la amortiguación de las oscilaciones por pérdidas mecánicas, $Y = Y(1 + j\eta)$. De no ser así, las oscilaciones en la resonancia tendrían amplitud infinita, lo que no es físicamente posible.

Buscamos soluciones oscilatorias para la ecuación diferencial de la deformación del tipo

$$\tilde{\varepsilon}(t, z) = e^{j\omega t} \varepsilon(z) \quad (16)$$

para las cuales la solución general es

$$\varepsilon(z) = E_1 e^{jKz} + E_2 e^{-jKz} \quad (17)$$

con

$$K = \omega \sqrt{\frac{\rho}{Y^H(1 + \eta)}} \quad (18)$$

Las partes real e imaginaria del vector de ondas vienen dadas por

$$K_r = \omega \frac{\sqrt{\rho/Y^H}}{\sqrt[4]{1 + \eta^2}} \cos\left(\frac{tg^{-1}\eta}{2}\right) \quad (19)$$

$$K_i = \omega \frac{\sqrt{\rho/Y^H}}{\sqrt[4]{1 + \eta^2}} \sin\left(\frac{tg^{-1}\eta}{2}\right) \quad (20)$$

¹para evitar ambigüedades, se emplea Y para referirse al módulo de Young a partir de este punto

Los coeficientes E_1 y E_2 también tienen, en general, parte real e imaginaria: $E_1 = E_{1r} + jE_{1i}$ y $E_2 = E_{2r} + jE_{2i}$. Imponiendo como condiciones de contorno para los extremos libres una deformación debida únicamente a la magnetostricción $\epsilon(\frac{L}{2}) = \epsilon(\frac{-L}{2}) = \tilde{\epsilon}_0 = d_{33}\tilde{H}$, se llega a que los coeficientes E_{1r} y E_{2r} son idénticos entre sí, y también lo son E_{1i} y E_{2i} . Vienen dados por las expresiones

$$E_r = \frac{e^{3K_iL/2} + 3e^{K_iL/2} + 3e^{-K_iL/2} + e^{-3K_iL/2} - 4e^{K_iL/2} \cos^2(\frac{K_rL}{2})}{e^{2K_iL} - 2 + e^{-2K_iL} + 16 \cos^2(\frac{K_rL}{2}) - 16 \cos^4(\frac{K_rL}{2})} - \frac{4e^{-K_iL/2} - 4e^{-K_iL/2} \cos^2(\frac{K_rL}{2})}{e^{2K_iL} - 2 + e^{-2K_iL} + 16 \cos^2(\frac{K_rL}{2}) - 16 \cos^4(\frac{K_rL}{2})} \cos\left(\frac{K_rL}{2}\right) \quad (21)$$

$$E_i = \frac{e^{K_iL/2} + e^{K_iL/2} - e^{-K_iL/2} - e^{-3K_iL/2} - 4e^{K_iL/2} \cos^2(\frac{K_rL}{2})}{e^{2K_iL} - 2 + e^{-2K_iL} + 16 \sin^2 \cos^2(\frac{K_rL}{2})} - \frac{4e^{-K_iL/2} - 4e^{-K_iL/2} \cos^2(\frac{K_rL}{2})}{e^{2K_iL} - 2 + e^{-2K_iL} + 16 \sin^2 \cos^2(\frac{K_rL}{2})} \sin\left(\frac{K_rL}{2}\right) \quad (22)$$

Y por lo tanto la expresión para la deformación queda

$$\varepsilon(z) = d_{33}\tilde{H} (E_r + jE_i) [e^{(-K_i+jK_r)z} + e^{(K_i-jK_r)z}] \quad (23)$$

En la Figura 12 se puede observar el resultado de la representación de la expresión (23) para la deformación frente a la frecuencia reducida (los valores de frecuencia normalizados a la frecuencia de la primera resonancia, $f_{red} = f/f_{r0}$) en el extremo de una cinta para una excitación unitaria y un coeficiente de amortiguamiento de $\eta=0.005$. Se ha considerado unitario también el cociente entre el módulo de Young y la densidad. Este es el resultado que se obtendría si se midiera directamente la deformación mediante un vibrómetro láser sin contacto.

La situación es comparable a la de la propagación de ondas longitudinales de presión por un tubo abierto por ambos extremos. En ambos extremos la deformación o desplazamiento es máximo. El modo fundamental presenta un nodo en el medio. El siguiente modo presenta dos nodos y un máximo central, por lo que dado que en nuestro modelo el centro está fijo, no se puede propagar. Solo se pueden propagar los modos impares que presentan un nodo central.

Función de transferencia

Convertida la excitación magnética en deformación dado el efecto Joule, esta se convierte de nuevo en excitación magnética gracias al efecto Villari. Esta excitación magnética es captada por la bobina de medición y transformada en magnitudes eléctricas medibles. Para obtener una expresión para estas magnitudes eléctricas, empezamos por obtener la expresión para la inducción magnética debida a la deformación de la cinta magnetostric-tiva. Para ello, nos basamos en las ecuaciones (9), (10), (11) y (18).

$$\tilde{B} = \mu_{33}^\sigma \cdot \tilde{H} + k_{33}^2 \cdot \mu_{33}^\sigma \cdot \tilde{H} [-1 + (E_r + jE_i) (e^{(-K_i+jK_r)z} + e^{(K_i-jK_r)z})] \quad (24)$$

De esta expresión se extrae la permeabilidad magnética:

$$\mu = \mu_{33}^\sigma [1 - k_{33}^2 + k_{33}^2 (E_r + jE_i) (e^{(-K_i+jK_r)z} + e^{(K_i-jK_r)z})] \quad (25)$$

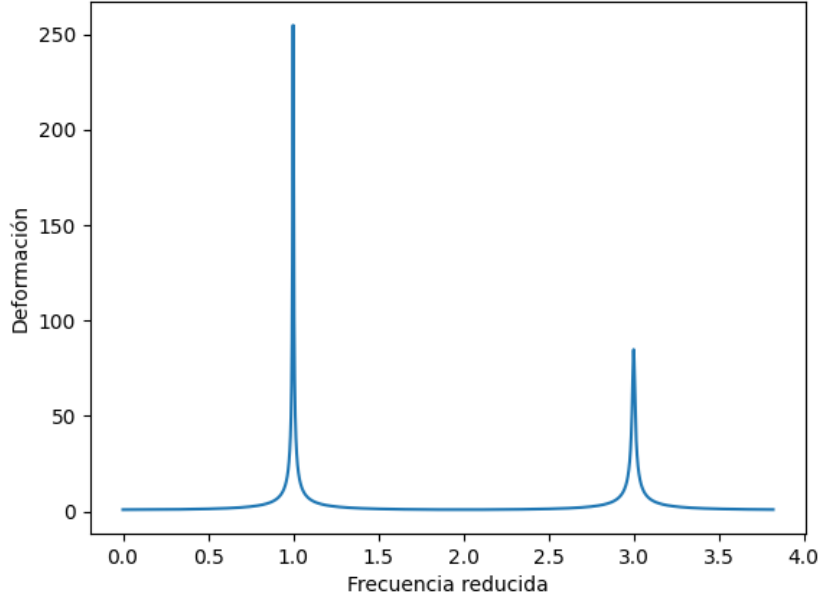


Figura 12: Deformación frente a frecuencia reducida en el extremo de la cinta para excitación de valor unidad.

A las bobinas de excitación se les aplica una tensión de valor efectivo V_{effexc} , por lo que la intensidad de corriente que circula viene dada por $i(t) = \sqrt{2} \frac{V_{effexc}}{\omega L_{exc}} \sin(\omega t)$, donde L_{exc} es su inductancia. Asumiendo que la inducción magnética fuera de la cinta es despreciable, esta puede expresarse de acuerdo a la ley de Biot-Savart como $B = \mu n_L i$, donde $n_L = n/[(b-a)L/2]$ es el número de vueltas por unidad de longitud de la bobina de medición, ubicada entre $a\frac{L}{2}$ y $b\frac{L}{2}$. Por tanto

$$B(z) = \sqrt{2} \frac{n}{(b-a)L/2} \frac{V_{effexc}}{L_{exc}\omega} \sin(\omega t) \mu(z) \quad (26)$$

La variación temporal del flujo magnético a través de la bobina induce una fuerza electromotriz en esta tal que

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\left(\int_a^b n_L B(z) S dz\right)}{dt} = \sqrt{2} \frac{V_{effexc}}{L_{exc}} \cos(\omega t) S \left(\frac{2n}{(b-a)L}\right)^2 \int_{aL/2}^{bL/2} \mu(z) dz \quad (27)$$

$$\int_{aL/2}^{bL/2} \mu(z) dz = \mu_{33}^\sigma k_{33}^2 (E_r + jE_i) \frac{e^{(-K_i + jK_r)a\frac{L}{2}} + e^{(K_i - jK_r)b\frac{L}{2}} - e^{(-K_i + jK_r)b\frac{L}{2}} - e^{(K_i - jK_r)a\frac{L}{2}}}{K_i - jK_r} \quad (28)$$

En este modelo se propone como parámetro para describir la respuesta en frecuencia la función de transferencia de voltaje entre los valores cuadráticos medios del voltaje en la bobina de medición y el de la alimentación DC de las bobinas de excitación. Es decir

$$T = \frac{V_M}{V_0} \quad (29)$$

$$V_0 = S \frac{2n^2}{(b-a)L} \frac{V_{Mexc}}{L_{exc}} (1 - k_{33}^2) \mu_{33}^\sigma \quad (30)$$

El valor cuadrático medio de una función sinusoidal es simplemente $1/\sqrt{2}$ veces su amplitud. El resultado que se obtiene para la función de transferencia es

$$T = 1 + 2 \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \frac{E_r + jE_i}{(b-a)L} \frac{e^{(-K_i + jK_r)a\frac{L}{2}} + e^{(K_i - jK_r)b\frac{L}{2}} - e^{(-K_i + jK_r)b\frac{L}{2}} - e^{(K_i - jK_r)a\frac{L}{2}}}{K_i - jK_r} \quad (31)$$

Una característica importante de este resultado es que la respuesta medida del sistema no depende únicamente de las características propias del material que determinan los valores de k_{33} , E_r , E_i , K_r y K_i , sino que también depende de la longitud y posición de la bobina de medición, determinadas por a y b .

En la Figura 13 se muestra la respuesta en frecuencia para el caso en que la bobina de medición abarca toda la cinta magnetostrictiva, de longitud $L = 1$. Se ha representado el módulo de la función de transferencia frente a la frecuencia reducida. En la figura se pueden observar las cinco primeras resonancias, acompañadas de sendas antirresonancias. La magnitud de la primera resonancia es significativamente mayor que la de las resonancias posteriores. Además, al igual que en la Figura 8, los modos pares de oscilación no se propagan dada la simetría del problema.

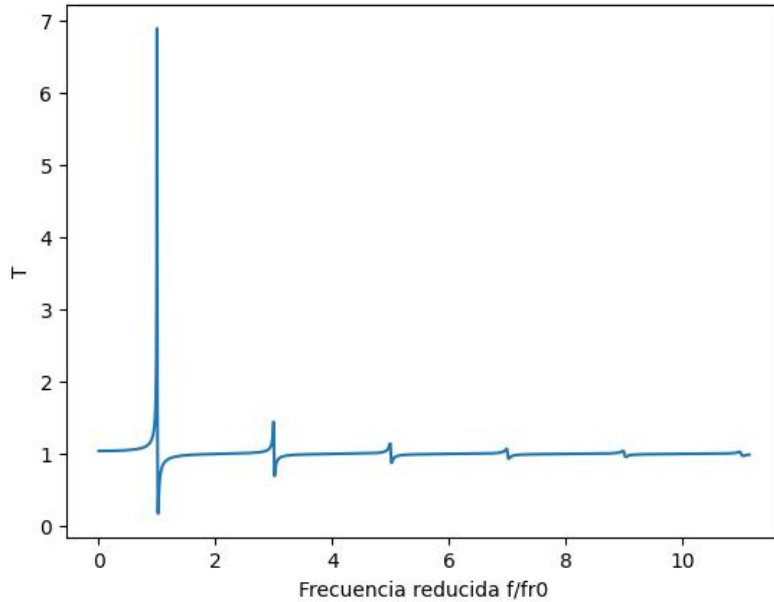


Figura 13: Evolución del módulo de la función de transferencia T con la frecuencia para $k_{33}=0.2$, $\eta=0.005$, $a = -1$ y $b = 1$ (la bobina de medición abarca toda la longitud de la cinta magnetostrictiva).

2.1.2. Efecto de las características del resonador

De acuerdo a la ecuación (6), la frecuencia de resonancia depende de la longitud de la cinta y de la densidad y módulo de Young del material del que está hecha la misma. La Figura 13 se ha obtenido suponiendo que el cociente Y/ρ es unitario, lo cual está muy lejos de la realidad ya que hay multitud de órdenes de magnitud de diferencia. Si tomamos, por ejemplo, una cinta de 30 mm de Vitrovac 6025 con una densidad de 7700 kg/m^3 y un módulo de Young de 150 GPa (Tabla 2), se obtiene una frecuencia de resonancia de 73.56 kHz.

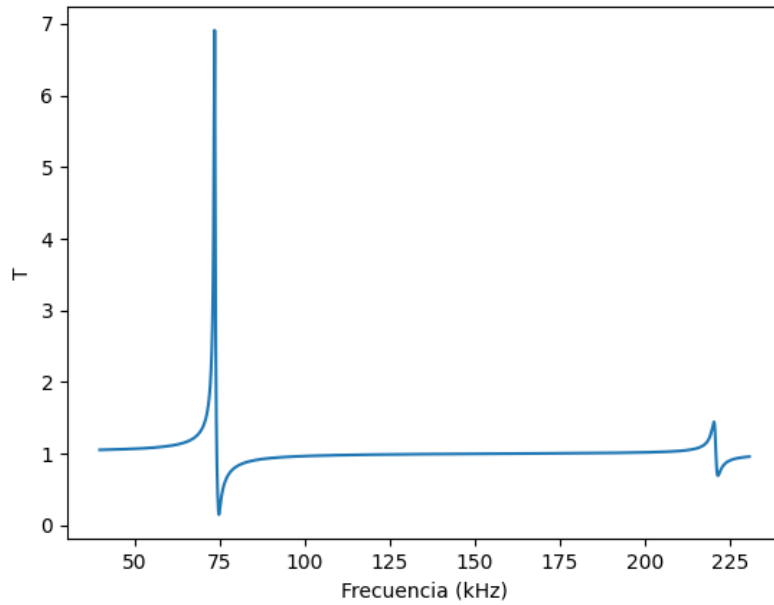


Figura 14: Respuesta para un resonador de Vitrovac 6025 con $k=0.2$, $\eta=0.005$, $a = -1$ y $b = 1$.

De acuerdo a la ecuación (11), el valor de la constante de acoplo magnetoelástico depende del módulo de Young, la permeabilidad magnética y la componente d_{33} del tensor piezomagnético. Cuanto mayor es el valor de esta constante, mayor es la magnitud de las resonancias magnetoelásticas y más ancho se vuelve el pico de la resonancia. En la Figura 15 se muestra el resultado que obtendríamos para la cinta de Vitrovac 6025 si su constante de acoplo magnetoelástico fuese de 0.4.

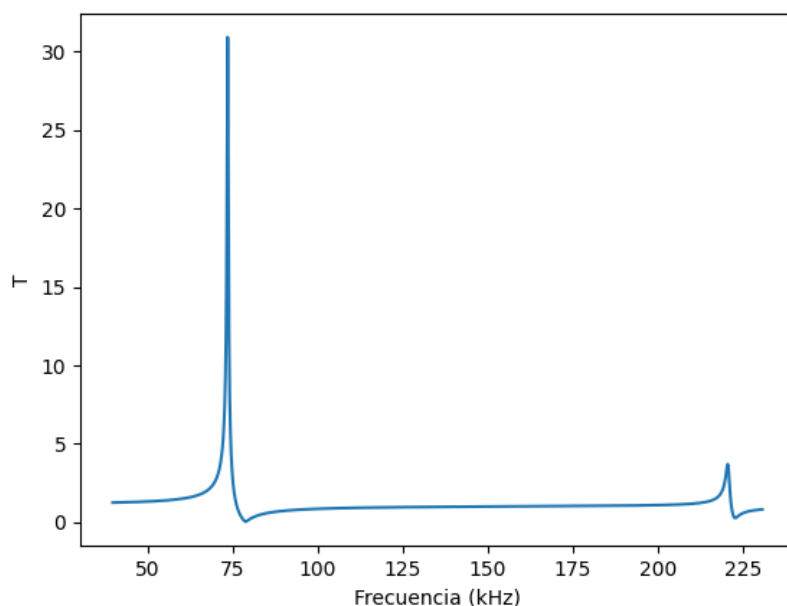


Figura 15: Respuesta para un resonador de Vitrovac 6025 con $k=0.4$, $\eta=0.005$, $a = -1$ y $b = 1$.

2.1.3. Efecto del tamaño de la bobina de medición

En la Figura 16 se muestra la respuesta para una bobina de medición centrada de menor longitud que el resonador. En concreto, su longitud es un tercio de la longitud de la cinta magnetostrictiva. En este caso, cabe destacar que para los modos 3 y 9 se detecta la antirresonancia antes que la resonancia.

Este mismo fenómeno se ha observado para toda longitud de la bobina de medición que no abarque la totalidad de la cinta magnetostrictiva. En las Figuras 17 y 18 se muestra el resultado obtenido para bobinas de medición de $1/5$ y $1/10$ de la longitud del resonador, respectivamente.

Los modos para los que se obtiene este fenómeno varían en función de la longitud, pero no se ha podido encontrar ninguna forma de predecir qué modos de resonancia y antirresonancia están cambiados en cada caso. Sí que se ha observado que para longitudes menor que $1/5$ de la cinta el resultado es siempre el mismo: las frecuencias de resonancia y antirresonancia se alternan una a una.

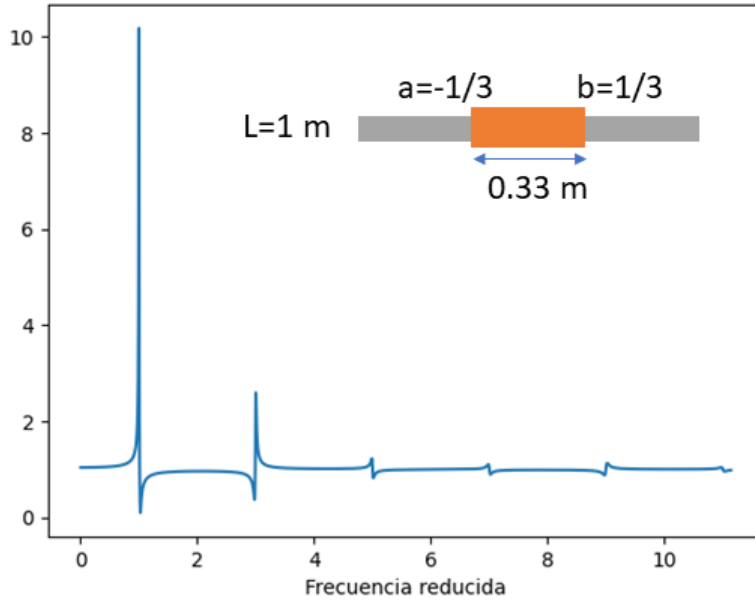


Figura 16: Evolución del módulo de la función de transferencia T con la frecuencia para $k_{33}=0.2$, $\eta=0.005$, $a = -1/3$ y $b = 1/3$. Inversión de las frecuencias de antirresonancia y resonancia.

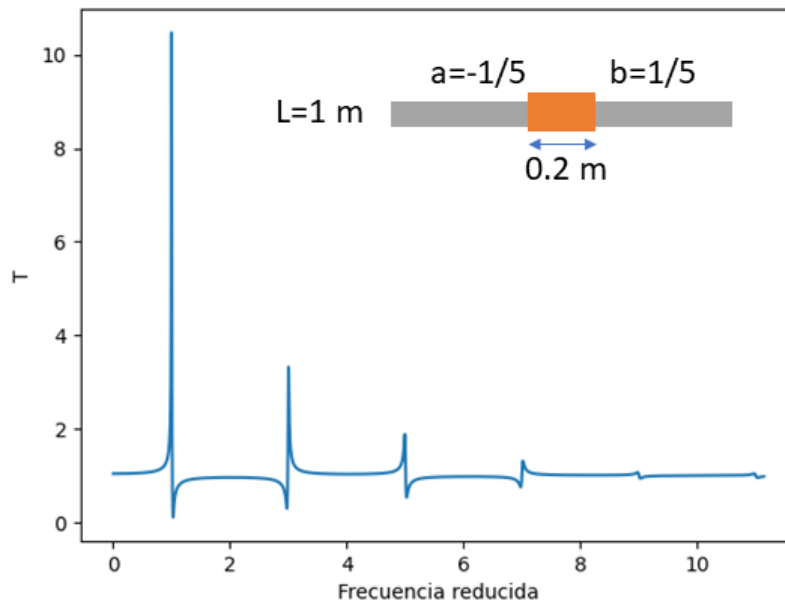


Figura 17: Módulo de la función de transferencia T con la frecuencia para $k_{33} = 0,2$, $\eta = 0,005$, $a = -1/5$ y $b = 1/5$.

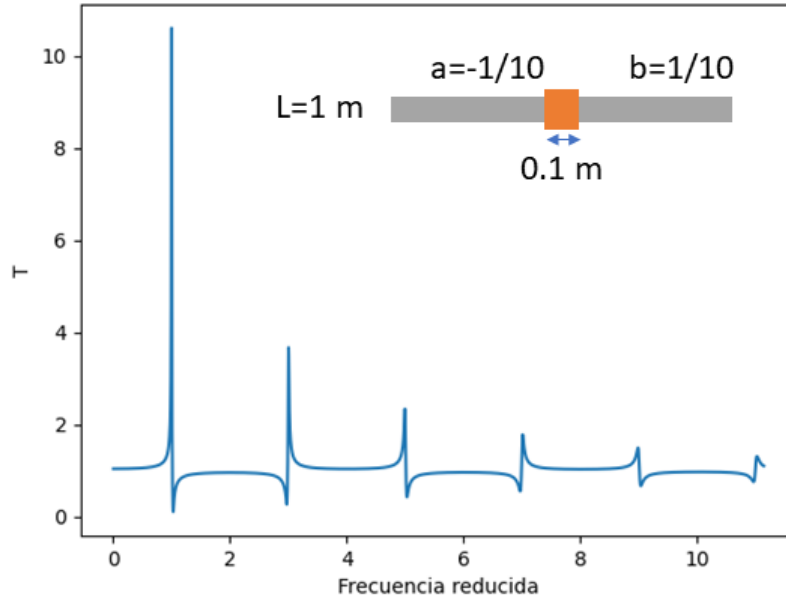


Figura 18: Módulo de la función de transferencia T con la frecuencia para $k_{33}=0.2$, $\eta=0.005$, $a = -1/10$ y $b = 1/10$.

2.1.4. Efecto de la posición de la bobina de medición

En la Figura 19 se muestra la respuesta para una bobina de muy pequeñas dimensiones ($L/50$) centrada en un tercio de la cinta. En este caso, no se obtiene respuesta en el tercer o noveno modo de resonancia. En general, no se mide ninguna respuesta para los modos n -ésimos y sus múltiplos reales, cuando la bobina de medición se encuentra centrada en la posición m/n , con m entero y $m < n$. Se trata de las configuraciones en que la bobina de detección se encuentra centrada sobre un máximo de deformación.

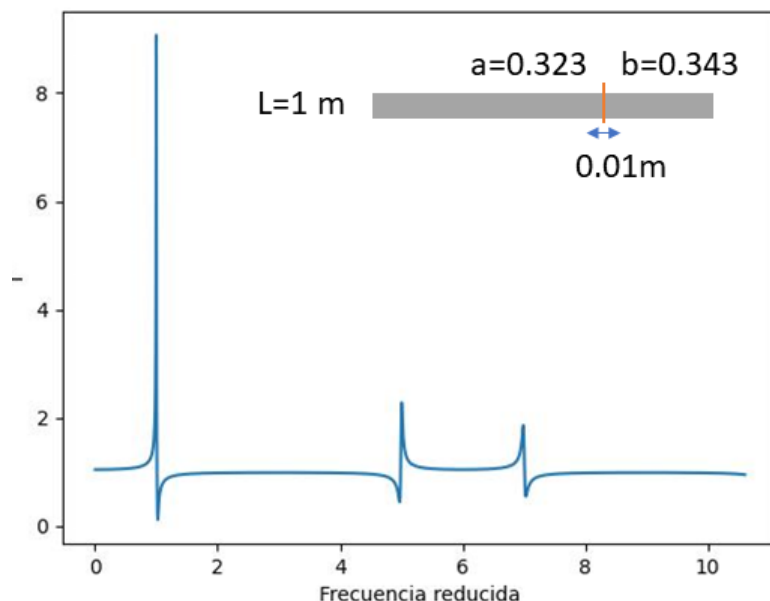


Figura 19: Evolución del módulo de la función de transferencia T con la frecuencia para $k_{33} = 0,2$, $\eta = 0,005$, $a = \frac{1}{3} - \frac{1}{100}$ y $b = \frac{1}{3} + \frac{1}{100}$. Los modos 3, 9, 15, etc., no se propagan.

Se observa cómo la posición de la bobina de medición también provoca que algunas anti-resonancias precedan a las resonancias.

En general, los sensores de resonancia magnetoelástica solo utilizan el primer modo de resonancia ya que este presenta la mayor amplitud y apenas varía en función de la posición o longitud de la bobina de detección. Por lo tanto, la principal utilidad de este modelo analítico es predecir la frecuencia a la que aparece la primera resonancia y cuál es la magnitud que cabe esperar que se detecte. Sin embargo, en casos concretos en los que fuera útil aprovechar modos superiores, es una herramienta muy útil para determinar el tamaño y posición de la bobina de detección para detectar correctamente las resonancias magnetoelásticas.

2.2. Simulación por elementos finitos

El modelo analítico es una aproximación unidimensional de un problema tridimensional, y no es capaz de reproducir toda la complejidad del sistema real. Por tanto, a continuación simulamos mediante elementos finitos el sistema completo a partir del software COMSOL Multiphysics. Desde su versión 6.0, COMSOL incluye la magnetostricción dentro de su paquete de Structural Mechanics como un acoplo con el módulo Solid Mechanics y el módulo Magnetic Fields del paquete AC/DC.

Empezamos con un modelo basado en el ejemplo de COMSOL *nonlinear_magnetostriction* proporcionado en los ejemplos del programa. Es un modelo para estudiar magnetostricción estática. Se trata del modelo de un sistema con simetría axial, lo que permite describir la geometría del sistema a partir de un diseño 2D axisimétrico. Tomaremos la geometría del ejemplo, pero implementaremos el acoplamiento lineal de pequeña señal

que es lo que nos interesa para el estudio de las resonancias magnetoelásticas.

2.2.1. Modelo 2D axisimétrico básico

Se considera un cilindro macizo de un material magnetostrictivo dentro de un cilindro hueco de hierro blando y alimentado por una bobina de cobre, también en el interior del cilindro de hierro. El cilindro magnetostrictivo se encuentra fijo al cilindro de hierro por su base. Todo el sistema se encuentra en una atmósfera de aire, y también hay aire dentro del cilindro de hierro separando el elemento magnetostrictivo, la bobina y la pared. El cilindro de hierro junto con el resonador forma un un circuito magnético de baja reluctancia, por lo que la práctica totalidad de las líneas de campo circulan por este y se minimiza el campo magnético en el exterior. En la Figura 20 se observa el corte de la simetría de revolución cilíndrica del sistema.

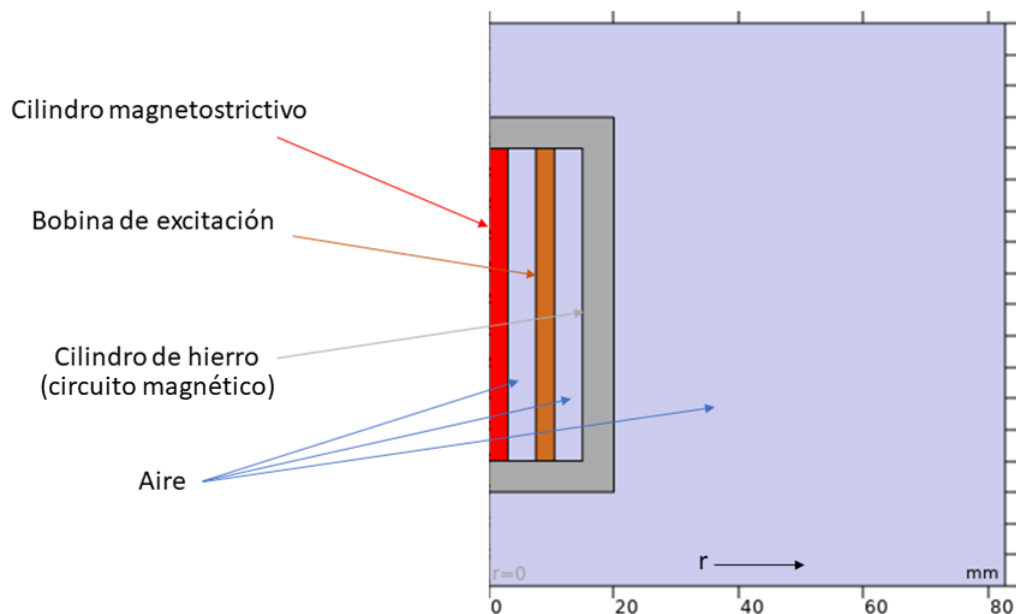


Figura 20: Plano de simetría del modelo con simetría axial alrededor del eje $r=0$. En rojo se representa el material magnetostrictivo, en azul el aire, en marrón la bobina y en gris el hierro dulce.

Realizamos en primer lugar un análisis de las líneas del campo magnético generado por la bobina de cobre. En la Figura 21 se representa el módulo y dirección de las líneas del campo de excitación magnética. Las líneas de campo circulan a través del circuito magnético generado por el cilindro magnetostrictivo y el hierro dulce. El valor del campo es muy homogéneo a lo largo del eje del cilindro, por lo que estamos en las condiciones deseadas (Figura 22).

Utilizamos modelo de magnetostricción lineal que requiere proporcionar al programa el tensor de flexibilidad s_H de 6×6 dimensiones, el tensor piezomagnético d_{HT} de 3×6 , el tensor de permeabilidad magnética relativa que consideraremos homogéneo e isótropo, y la densidad del material. Se utilizan los valores bien documentados del Terfenol-D en unas

condiciones de polarización y tensión externa concretas. Se trata de un material que, si bien presenta valores de magnetostricción muy altos, tiene unas propiedades mecánicas muy pobres y su uso no está aconsejado para sensores de resonancia magnetoelástica. Dado que nuestro interés radica en el estudio del fenómeno de las resonancias magnetoelásticas y no en el diseño de un sensor propiamente dicho, utilizamos los datos del Terfenol-D.

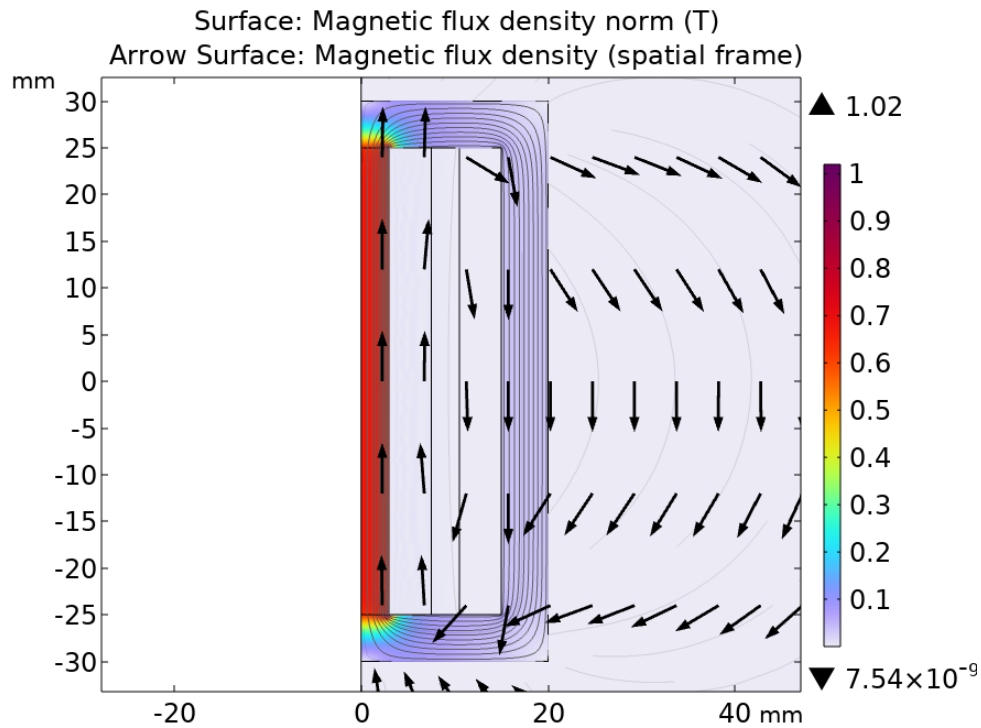


Figura 21: Líneas de campo magnético sobre el corte bidimensional de la geometría. Los colores rojizos indican un mayor valor del módulo del campo magnético.

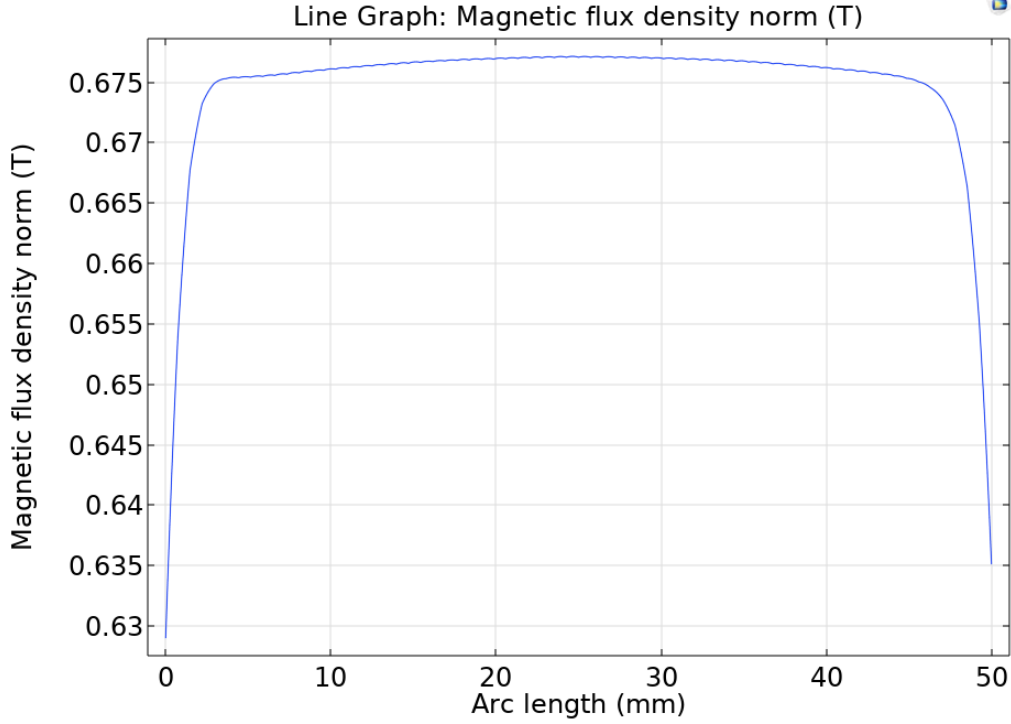


Figura 22: Valor del campo magnético en el eje central ($r=0$) del cilindro mangetostrictivo.

De acuerdo a la fuente [23], el Terfenol-D en tiene los siguientes tensores piezomagnético y de compliancia:

$$s_H = 10^{-11} \times \begin{pmatrix} 4.4 & -1.1 & -1.65 & 0 & 0 & 0 \\ -1.1 & 4.4 & -1.65 & 0 & 0 & 0 \\ -1.65 & -1.65 & 3.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} [\text{Pa}^{-1}] \quad (32)$$

$$d_{HT} = 10^{-9} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 16,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16,5 & 0 & 0 \\ -4,3 & -4,3 & 8,6 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [\text{m/A}] \quad (33)$$

Tomamos un valor de densidad intermedio de 9250 kg/m^3 entre los indicados en [24]. Para la permeabilidad magnética tomamos un valor de 1000. Por alguna razón que no se ha llegado a identificar, hay errores de convergencia con valores de permeabilidades menores.

Detección de resonancias en la deformación

Quitamos la sujeción del cilindro por la base y lo fijamos por su centro. De acuerdo a la expresión (6), la frecuencia de resonancia del sistema debe ser de 16.87 kHz. Realizamos un estudio en frecuencia entre 15000 kHz y 51000 kHz para analizar la deformación en el extremo del cilindro magnetostrictivo en función de esta. Se mide una primera resonancia en la deformación medida sobre el extremo del cilindro magnetostrictivo a 16.36 kHz y una segunda resonancia a 49.36 kHz. La deformación experimentada por el extremo del resonador en la segunda resonancia es un orden de magnitud menor que en la primera resonancia. Como era de esperar, la respuesta no presenta ninguna resonancia en el entorno

de los 33 kHz (Figura 23).

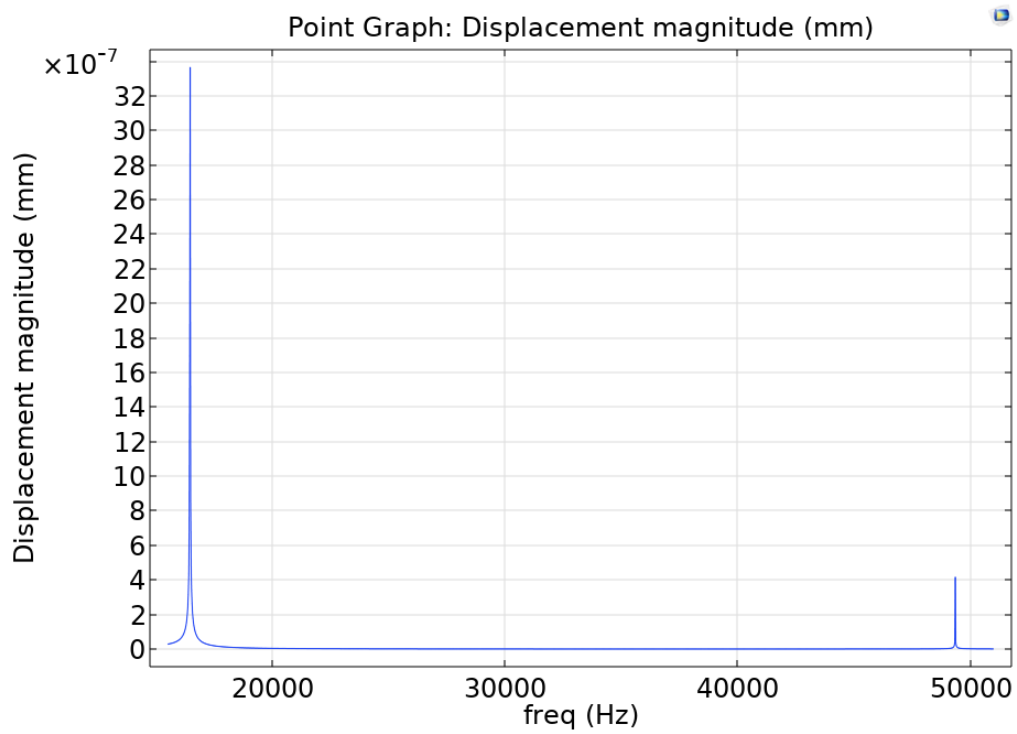


Figura 23: Deformación medida en el extremo del resonador magnetoelástico en función de la frecuencia.

Podemos analizar el perfil de la deformación a lo largo del eje del cilindro (Figura 24), obteniendo el resultado esperado: máximos en los extremos y nodo en el centro. El perfil de la deformación es también el esperado, con máximos en los extremos y 3 nodos a lo largo del resonador.

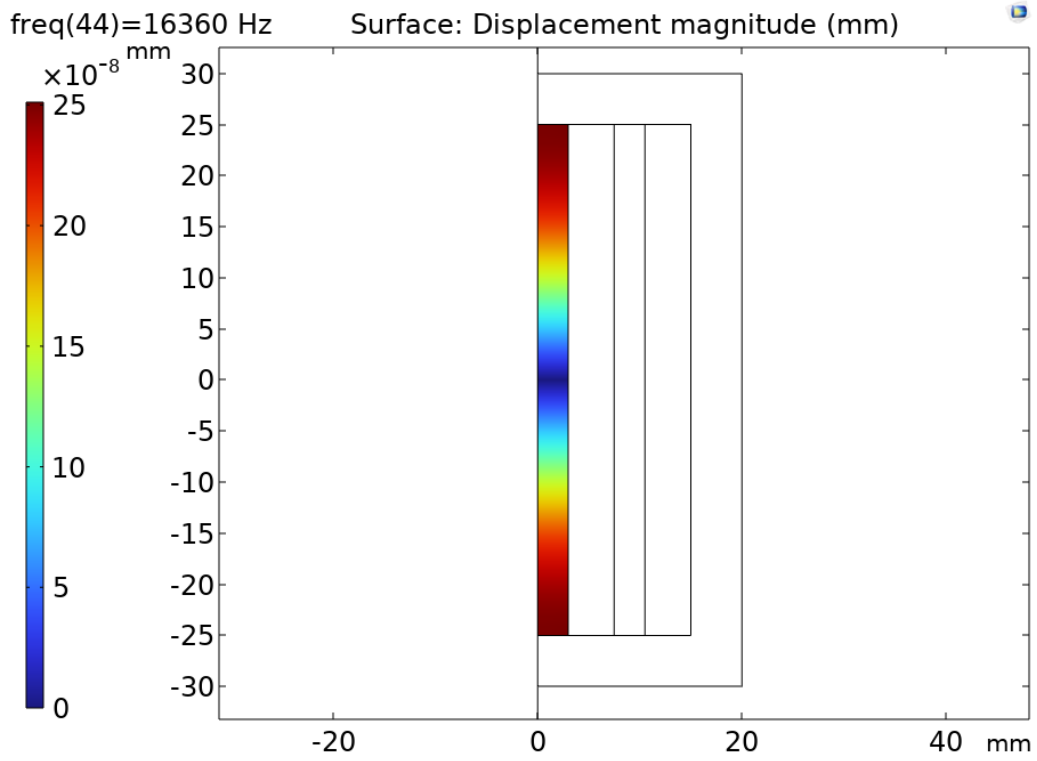


Figura 24: Perfil de la primera resonancia a lo largo del cilindro magnetostrictivo. Los colores rojizos indican una mayor deformación que los colores azules.

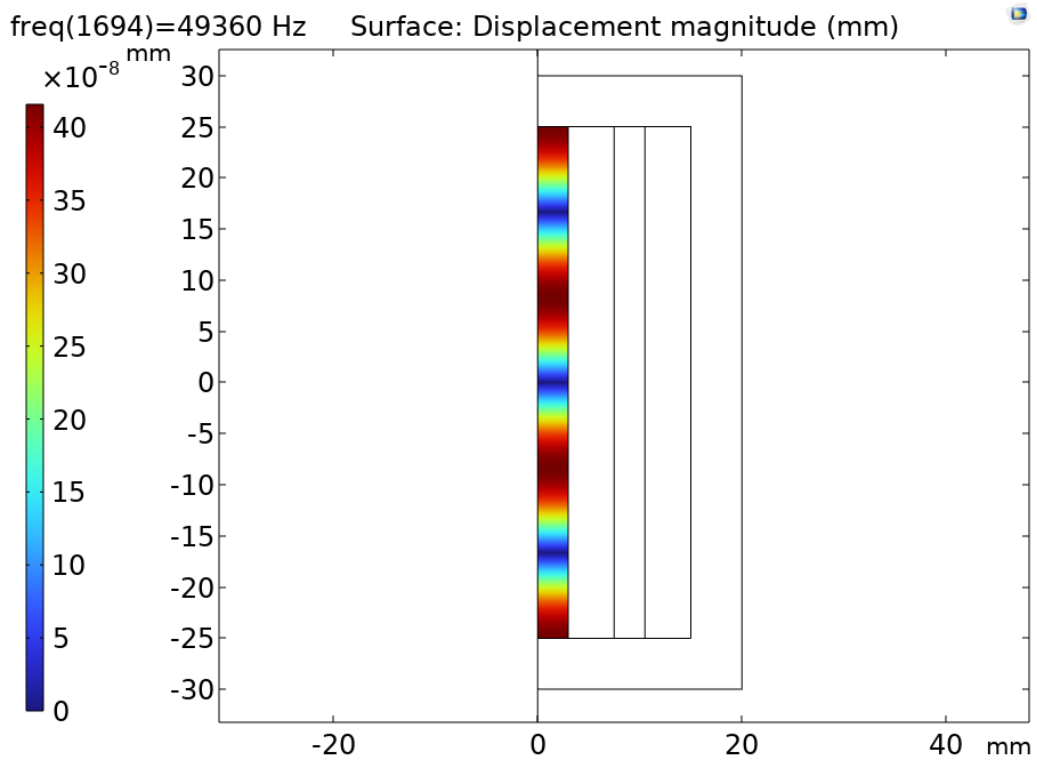


Figura 25: Perfil de la segunda resonancia a lo largo del cilindro magnetostrictivo.

Comparación con el modelo analítico

Utilizamos el modelo analítico para estudiar el comportamiento en frecuencia sustituyendo las dimensiones, la densidad, la permeabilidad magnética y el coeficiente de acoplamiento magnetoelástico calculado mediante (11) del cilindro ferromagnético empleado en esta simulación. El resultado (Figura 26) predice una primera frecuencia de resonancia de unos 16.8 kHz y una segunda de unos 50 kHz, próximas a las obtenidas en la simulación por elementos finitos a 16.46 kHz y 49.36 kHz.

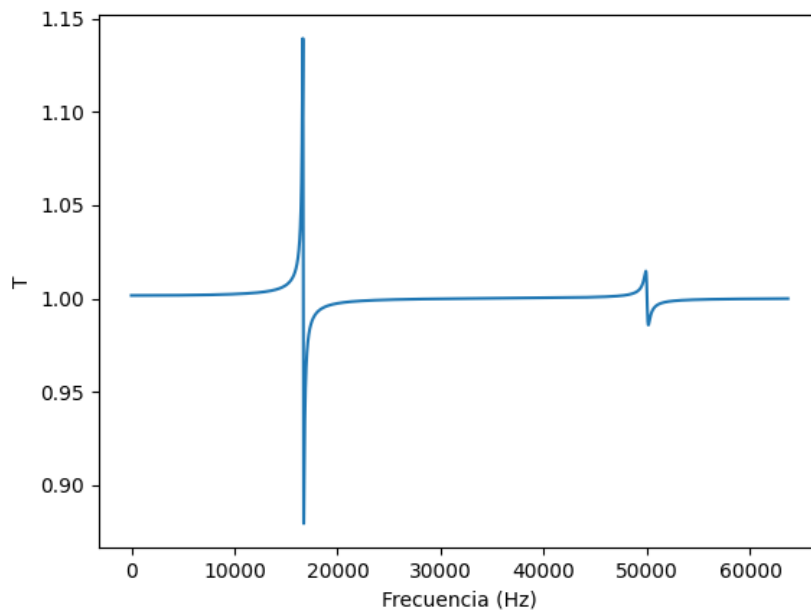


Figura 26: Resonancias obtenidas mediante el modelo analítico para el Terfenol-D con una bobina de medición de la misma longitud que el resonador de 50mm.

Detección de resonancias en la impedancia

Después de comprobar que se dan las resonancias, podemos emplear la misma bobina de excitación para detectarlas gracias al efecto Villari. Al tener una única bobina, no podemos obtener el valor la función de transferencia empleada en el modelo analítico. En su defecto, podemos detectar las resonancias a partir de las variaciones en la impedancia de la bobina. Tal y como se observa en la Figura 27, la impedancia de la bobina aumenta con la frecuencia, como es de esperar de acuerdo a la expresión $Z = j\omega L$. Sin embargo, presenta variaciones bruscas en el entorno de las frecuencias de resonancia. Estas pueden ser observadas con mayor claridad en la Figura 28, donde se aprecian las resonancias seguidas de las antirresonancias. Estos resultados son consistentes con los obtenidos mediante el modelo analítico cuando la bobina de medición abarcaba toda la longitud del resonador.

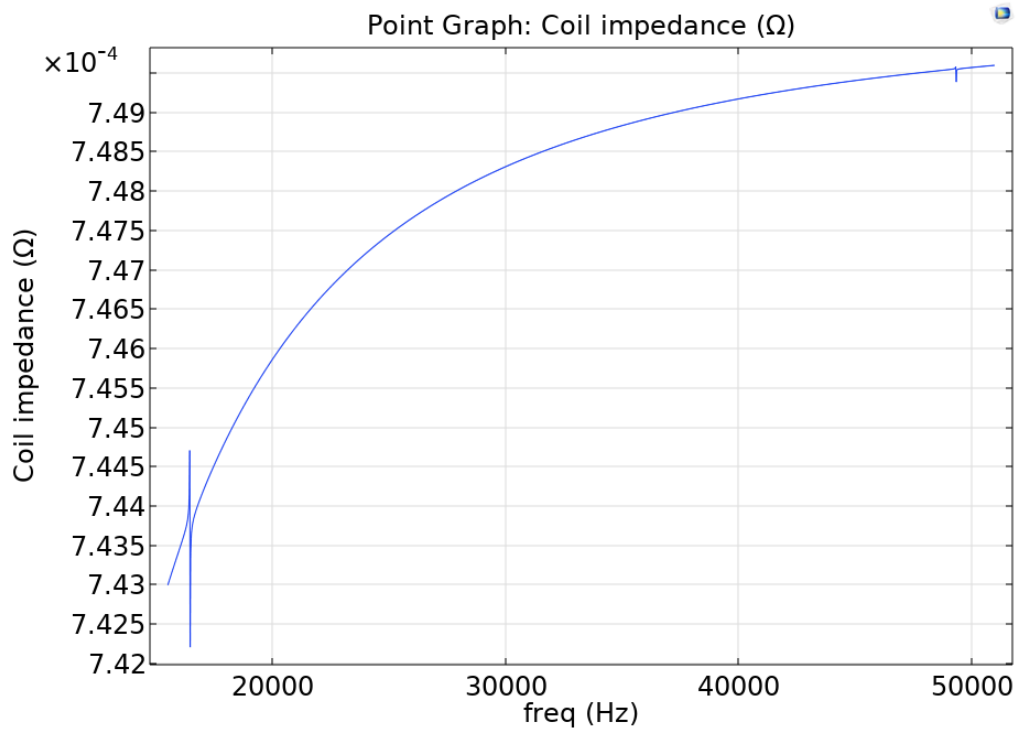
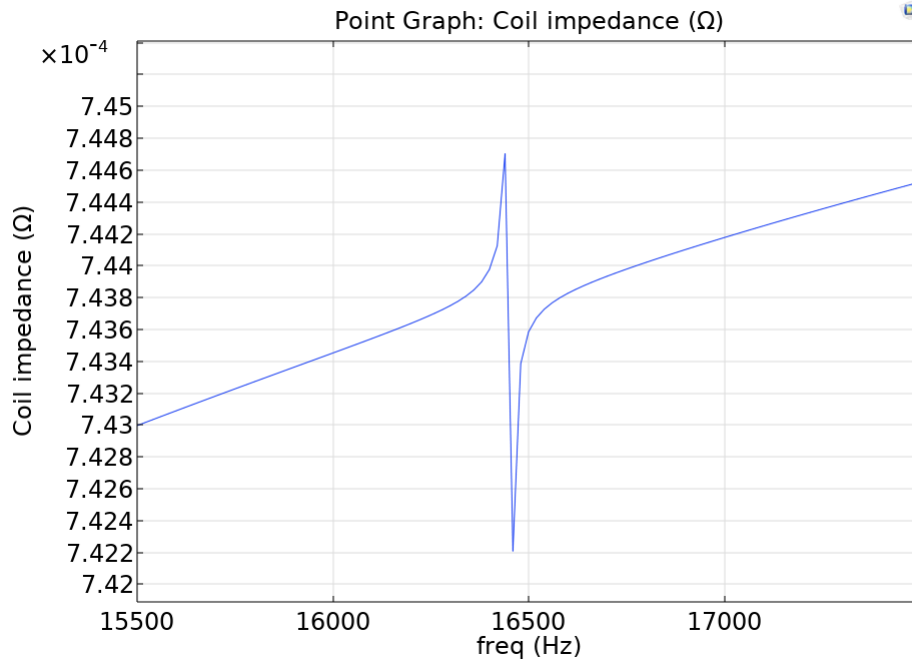
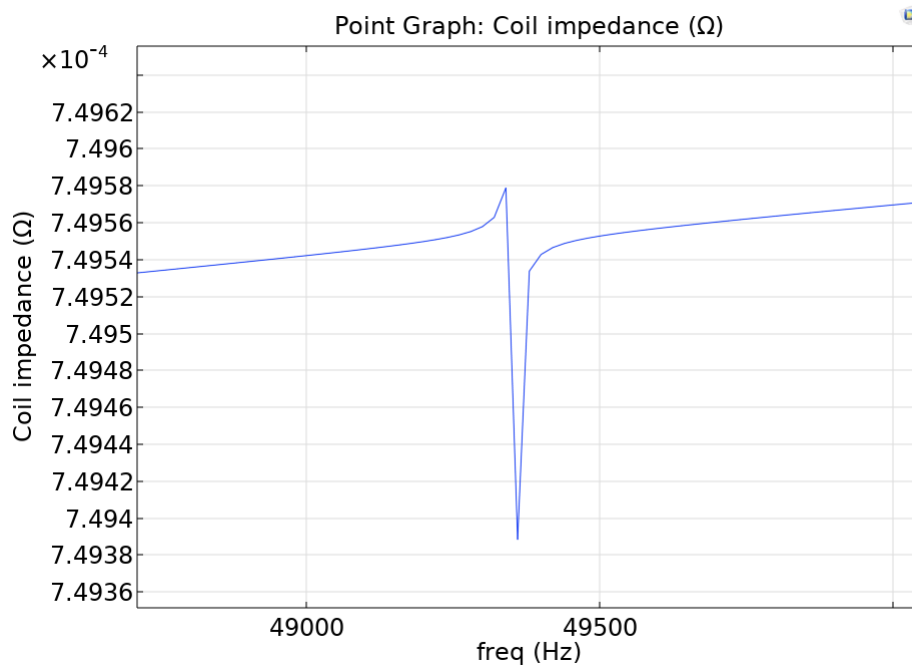


Figura 27: Impedancia de la bobina de excitación en función de la frecuencia.



(a) Primera resonancia.



(b) Segunda resonancia.

Figura 28: Resonancias en la impedancia.

2.2.2. Modelo 2D axisimétrico con bobinas de excitación y detección

Este modelo no incluye el cilindro de hierro dulce. En su lugar, se incluye una segunda bobina de detección más pequeña que la de excitación y ubicada entre esta última y el resonador. Obtenemos así un modelo más similar al representado en la Figura 10. Reducimos las dimensiones del elemento magnetostrictivo a unas más parecidas a las de una cinta magnetostrictiva experimental real [25]: 30 mm de longitud, 6 mm de ancho y 20 μm de grosor. A fin de no incrementar demasiado la complejidad del sistema, seguimos

trabajando con un sistema con simetría axial, por lo que utilizamos como resonador un cilindro de 30mm de largo y $25\mu\text{m}$ de radio. La geometría del sistema se muestra en la Figura 29.

En primer lugar, definimos únicamente la bobina de excitación y tratamos de generar un campo magnético lo más uniforme posible a lo largo del eje donde se ubicará el resonador utilizando un solenoide. Para ello, definimos un solenoide más largo que el elemento magnetostrictivo (40 mm) y una capa de elementos infinitos en la periferia de la atmósfera del sistema. Si no definimos estos elementos infinitos, las líneas de campo magnético están forzadas a estar contenidas dentro de la atmósfera y no se extienden hasta el infinito como en la realidad (Figura 30), lo que supone que se curven de forma forzada y el campo sea menos uniforme en el eje $r=0$. Definiendo los elementos infinitos permitimos que las líneas de campo tiendan asintóticamente al infinito (Figura 31).

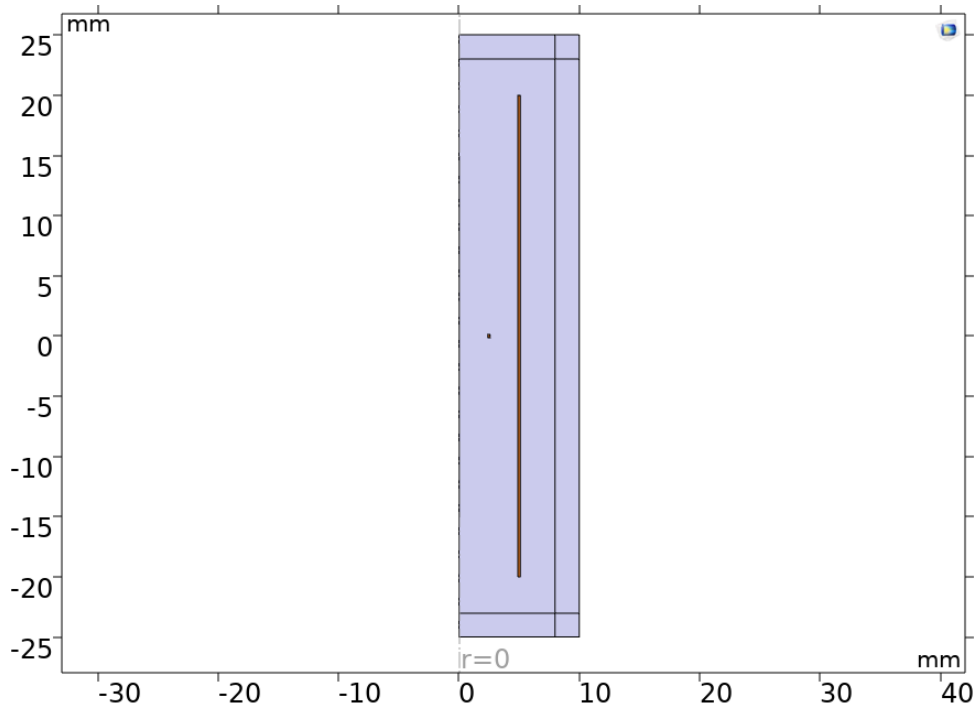


Figura 29: Geometría del sistema experimental con simetría de revolución alrededor del eje $r=0$. En azul se muestra el aire, en marrón las dos bobinas (la grande de excitación y la pequeña de medición) y junto al eje $r=0$ se encuentra el resonador, no visible dadas sus pequeñas dimensiones. Los rectángulos de los bordes exteriores son las capas de elementos finitos.

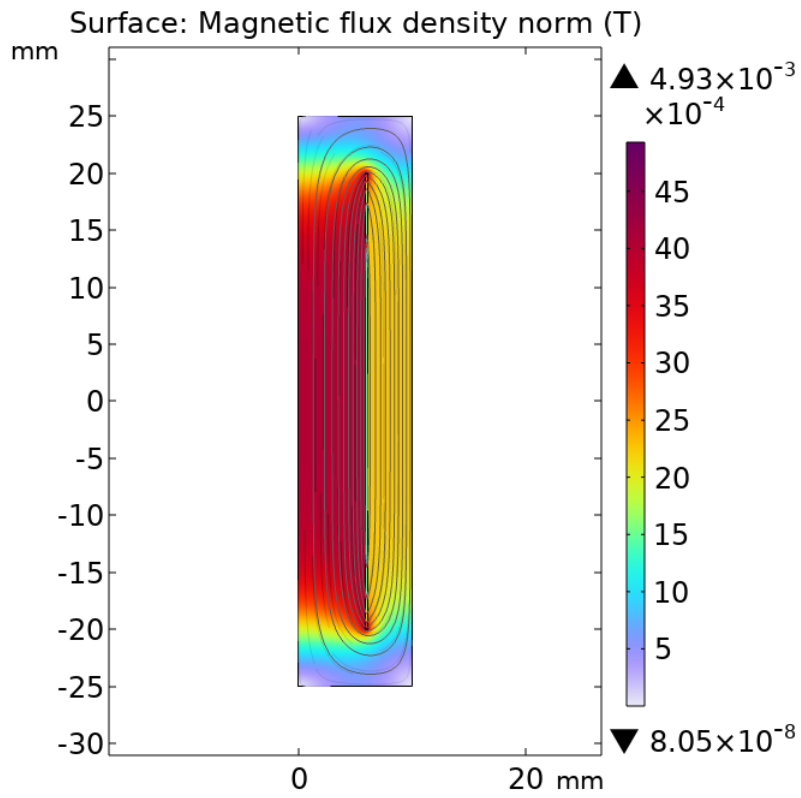


Figura 30: Líneas y densidad del campo magnético generado por el solenoide sin elementos infinitos.

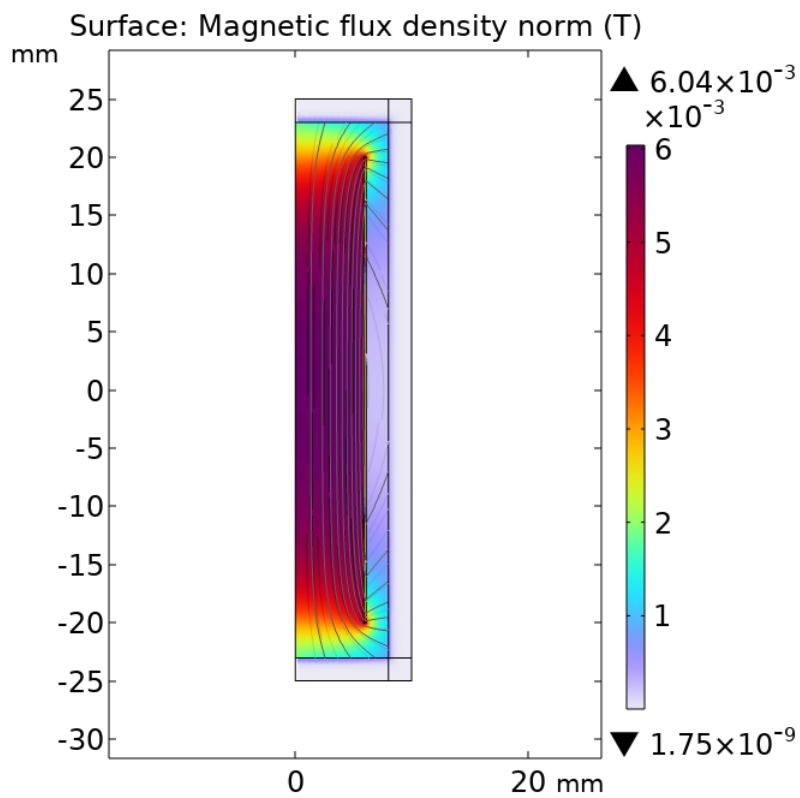
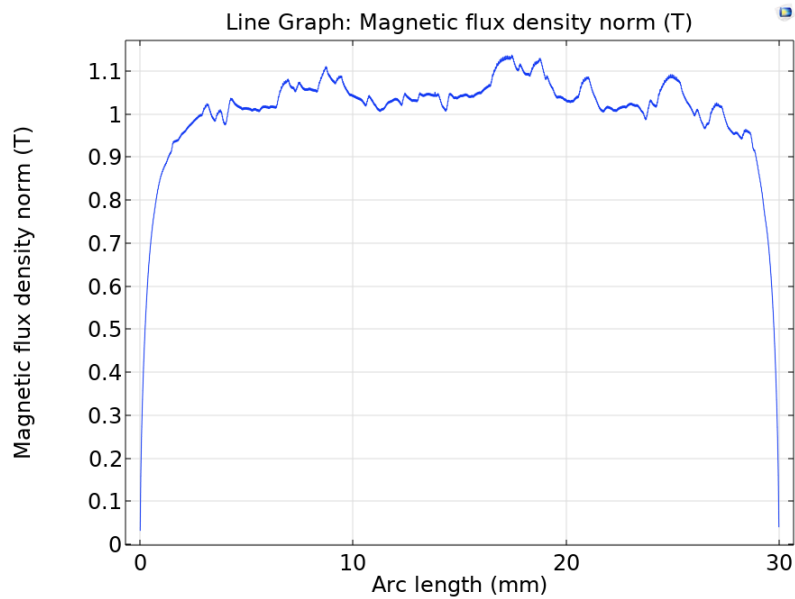
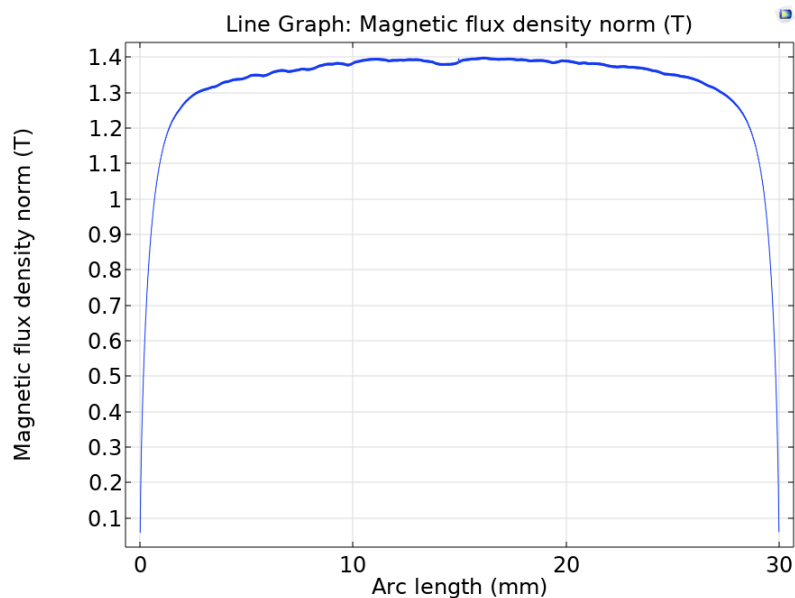


Figura 31: Líneas y densidad del campo magnético con elementos infinitos.

En la Figura 32 se observa el valor del módulo del campo magnético a lo largo de los 30mm del eje central del resonador para dos tamaños distintos de mallado de los elementos finitos. La forma es la esperable de un solenoide, prácticamente constante en el centro y decae rápidamente en los extremos. Sin embargo, el tamaño de los elementos finitos presenta una clara influencia en la homogeneidad del campo. Hacer los elementos finitos lo más pequeños posibles permite obtener un valor mucho más constante, pero aumenta la complejidad del cálculo y el tiempo de computación. Dado que se trata de un sistema con alta simetría, lo que agiliza los cálculos, mantenemos el mallado más pequeño.



(a) 0.0015-2.65mm



(b) 0.001-0.5mm

Figura 32: Valor del campo magnético en el eje del resonador para dos tamaños de elementos finitos.

Incluimos la bobina de detección de las resonancias magnetoelásticas. En un principio,

hacemos la bobina de medición pequeña en comparación con la longitud del resonador (3 mm, 10 veces más pequeña). Para el resonador empleamos el mismo material magnetostrictivo que en el ejemplo anterior, con la misma densidad, permeabilidad, tensor de flexibilidad y tensor piezomagnético.

Dado que el resonador tiene ahora menores dimensiones, la primera resonancia se da a mayor frecuencia. De acuerdo al modelo analítico (Figura 33), deberíamos observar una primera resonancia a 27.8kHz y una segunda a 83.5 kHz.

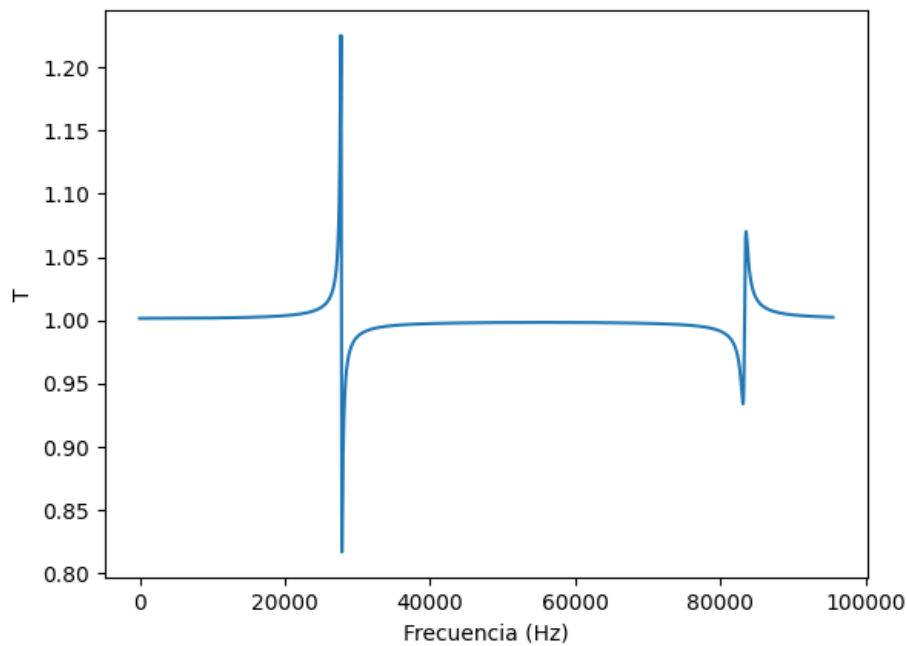


Figura 33: Función de transferencia obtenida mediante el modelo matemático para un resonador de 30mm y una bobina de medición de 3mm en el centro.

En la simulación, la primera resonancia se obtiene a 31.25kHz y la segunda resonancia se detecta a 93.7kHz (Figura 34). En los dos casos el resultado es mayor que el predicho por el modelo analítico.

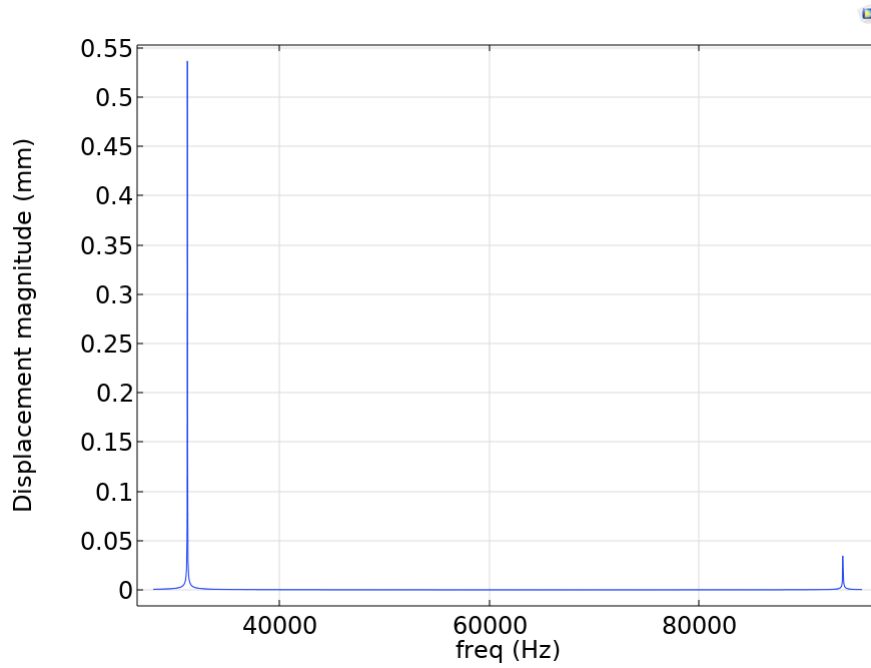


Figura 34: Resonancias en la deformación medida en el extremo del resonador.

Utilizando el módulo de simulación de circuitos eléctricos, se pueden definir circuitos eléctricos que incluyan los elementos del modelo. De esta forma, conectamos la bobina de medición a un circuito eléctrico compuesto por una resistencia de 100Ω y la bobina, de forma que podamos medir la tensión inducida en esta. El resultado obtenido se muestra en la Figura 35. Obtenemos también el voltaje inducido en la bobina de detección al excluir el fenómeno de magnetoelasticidad. El cociente entre estos voltajes es el equivalente a la función de transferencia del modelo analítico. El resultado mostrado en la Figura 36 presenta una primera resonancia de mayor magnitud, pero es consistente con la forma predicha.

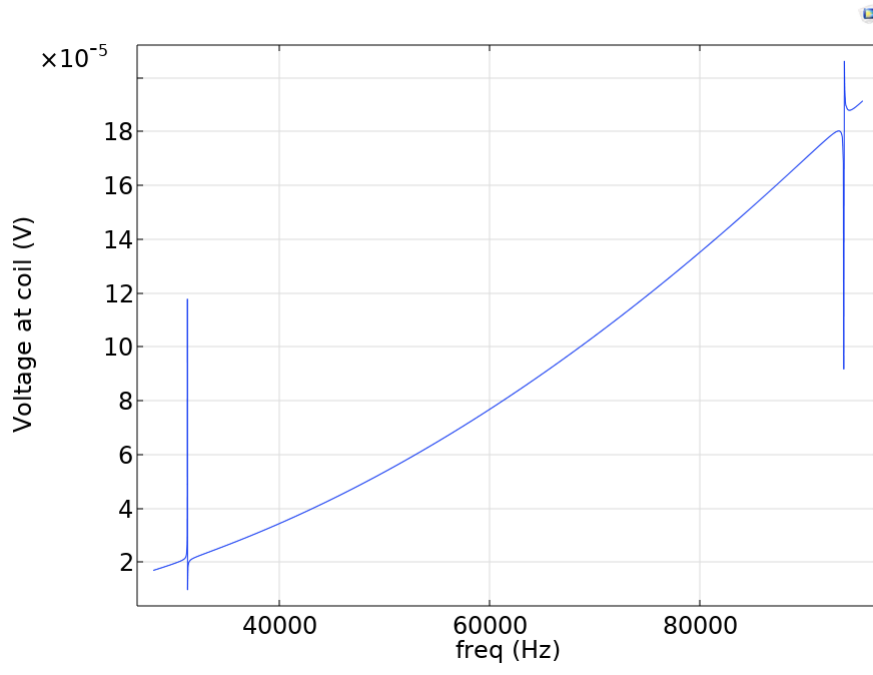


Figura 35: Tensión inducida en función de la frecuencia en la bobina de medición, situada en el centro.

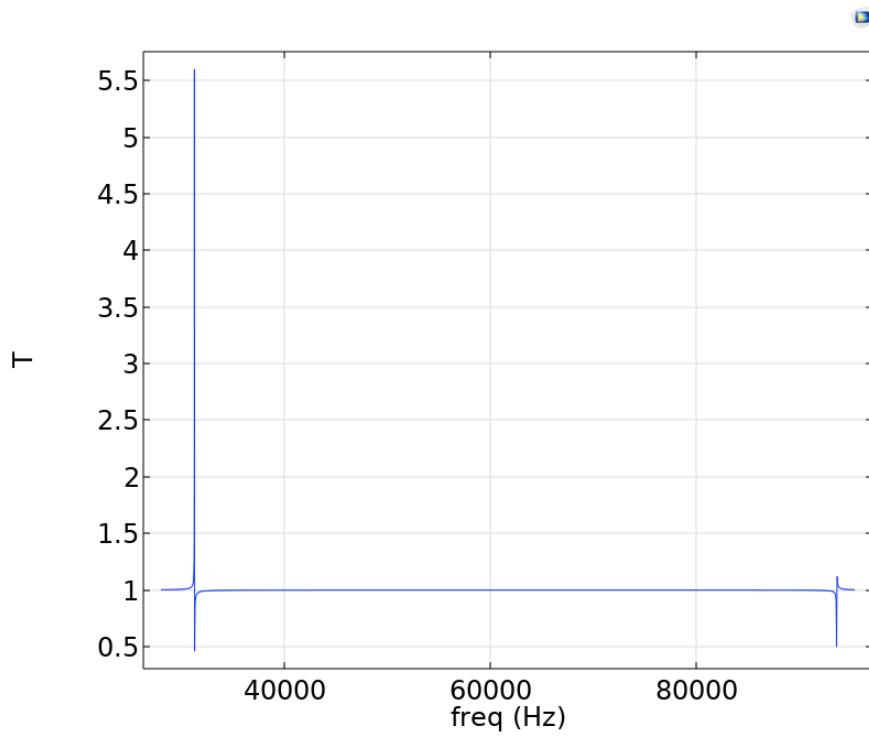


Figura 36: Función de transferencia del modelo analítico medida computacionalmente.

De acuerdo al modelo analítico, si centramos la bobina de medición en un tercio de la longitud del resonador no deberíamos ser capaces de detectar la segunda resonancia. Por tanto centramos la bobina de medición en $z=5$ y realizamos un barrido en frecuencias

alrededor de la segunda frecuencia de resonancia (Figura 37). Si bien se aprecia un ligero aumento en el entorno de los 93.7 kHz, la resonancia se desvanece de acuerdo con las predicciones.

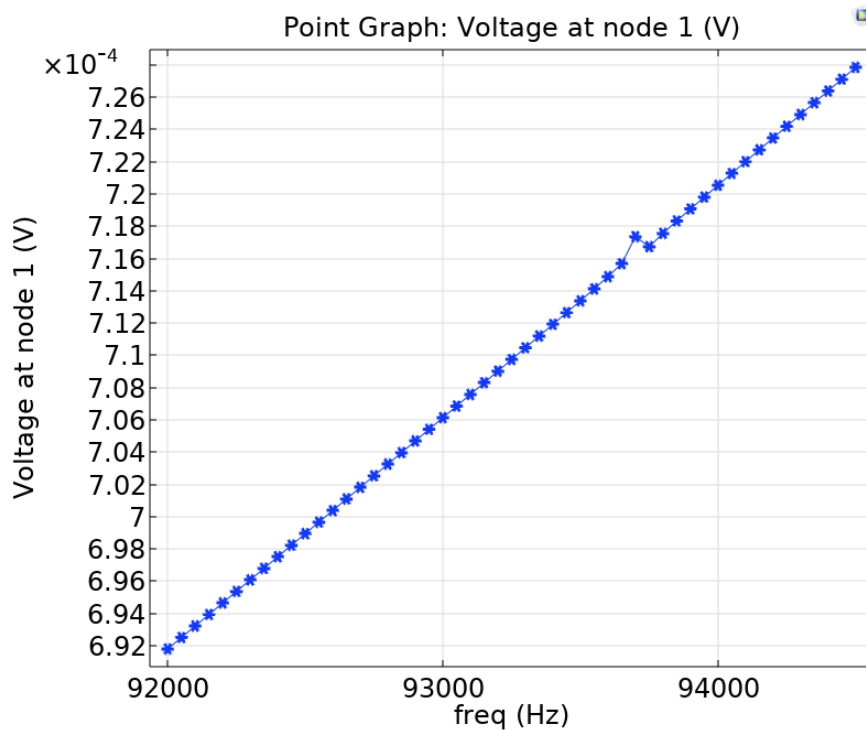


Figura 37: Evolución del voltaje inducido en la bobina de medición en función de la frecuencia alrededor de la segunda resonancia en deformación con la bobina centrada en 1/3 de la longitud del resonador.

2.2.3. Modelo 3D

El modelo tridimensional nos permite replicar el sistema experimental de la Figura 10, con un resonador magnetostrictivo en forma de cinta delgada. Las dimensiones del resonador son 30 mm de largo, 6 mm de ancho y 20 μm de ancho y está compuesto del mismo material que en los dos sistemas anteriores. Introducimos el resonador dentro de un cilindro hueco de cobre que hace las veces de solenoide de excitación. Practicamos una fina ranura a lo largo del cilindro por la que entra y sale la corriente de excitación del solenoide (Figura 38). Establecemos una atmósfera esférica no mucho más grande que el solenoide, de forma que a la hora de simular no haya muchos elementos de aire lejanos que realimenten los cálculos sin ser parte esencial del sistema. Incluimos, como en el caso anterior una capa externa de elementos infinitos para que las líneas de campo no se vean forzadas a desviarse (Figura 39).

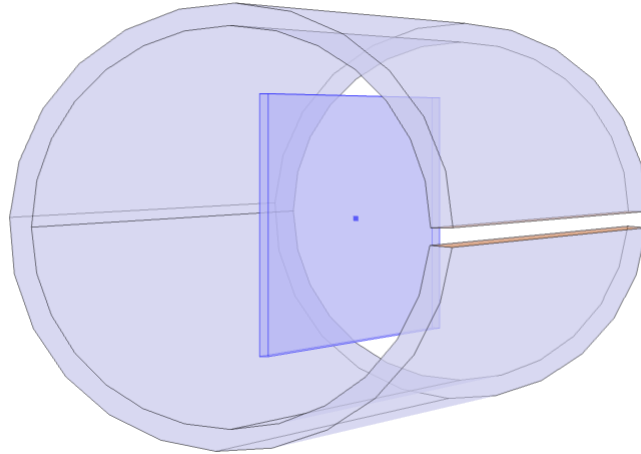


Figura 38: Resonador magnetostrictivo y solenoide del modelo 3D. Se aprecia la ranura efectuada en el cilindro para introducir la corriente.

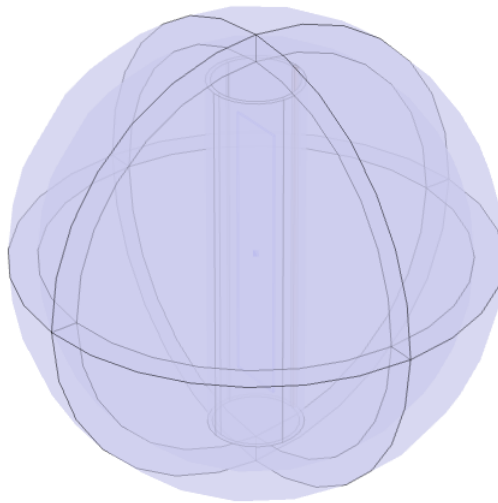


Figura 39: Solenoide de excitación y resonador dentro de la atmósfera con capa externa de elementos infinitos.

La simulación de sistemas tridimensionales conlleva un gran aumento de la complejidad computacional, lo que se traduce en un aumento importante de los tiempos necesarios para llevar a cabo las simulaciones. Es por ello que para este sistema aumentamos el tamaño del mallado de los elementos finitos. Aún así, el simple estudio del campo generado por

el solenoide de excitación en su eje requiere ahora de 4 minutos frente a los 6 segundos que requería en los sistemas anteriores, es decir, ha aumentado en 40 veces el tiempo de simulación. Si analizamos los resultados, aparenta ser menos uniforme que en el caso anterior. Hay una caída del 10.82 % entre el valor en el centro y el valor en los extremos. El resultado se muestra en la Figura 40.

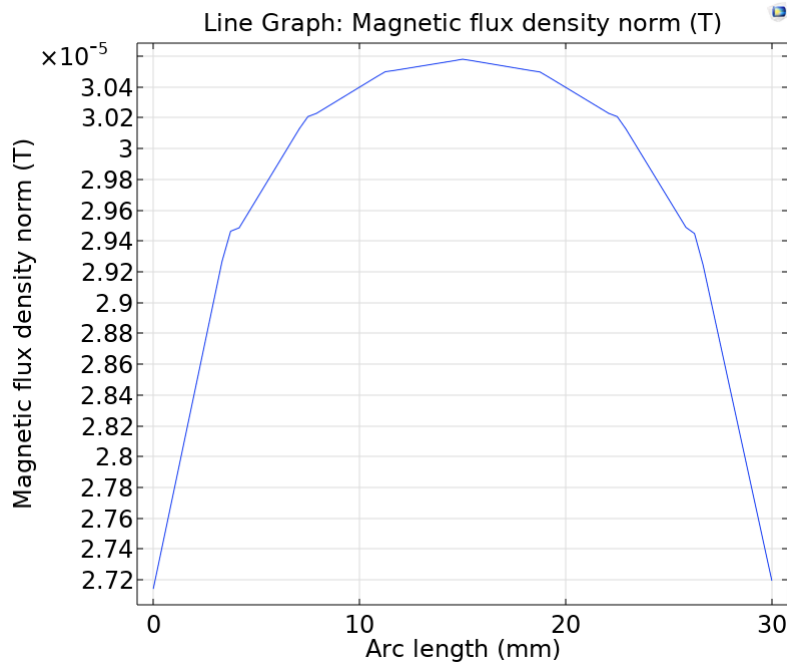


Figura 40: Valor del de campo magnético a lo largo de los 30mm centrales del eje del solenoide de excitación.

En el estudio en frecuencia de las resonancias magnetoelásticas, se observa una primera resonancia a 28.1kHz y una segunda a 84.2kHz (Figura 41). Se trata de resultado más próximos a los del modelo analítico para una cinta de estas dimensiones y características (Figura 33).

Ambas resonancias vienen acompañadas de pequeños picos de desplazamiento anteriores y posteriores, tal y como se observa en la Figura 42. Sin embargo, si analizamos la impedancia en la bobina de excitación en función de la frecuencia, se observan las dos resonancias principales, pero no se aprecia ninguna variación asociada a esos pequeños picos (Figura 43). No parece deberse a modos de resonancia en otras direcciones, dado que no se reflejan en la impedancia de la bobina. Analizando el archivo de datos con los resultados, se observa que cada uno de esos picos es un único valor que se sale de la tendencia. Puede que la menor densidad de elementos finitos introduzca un mayor error en los cálculos.

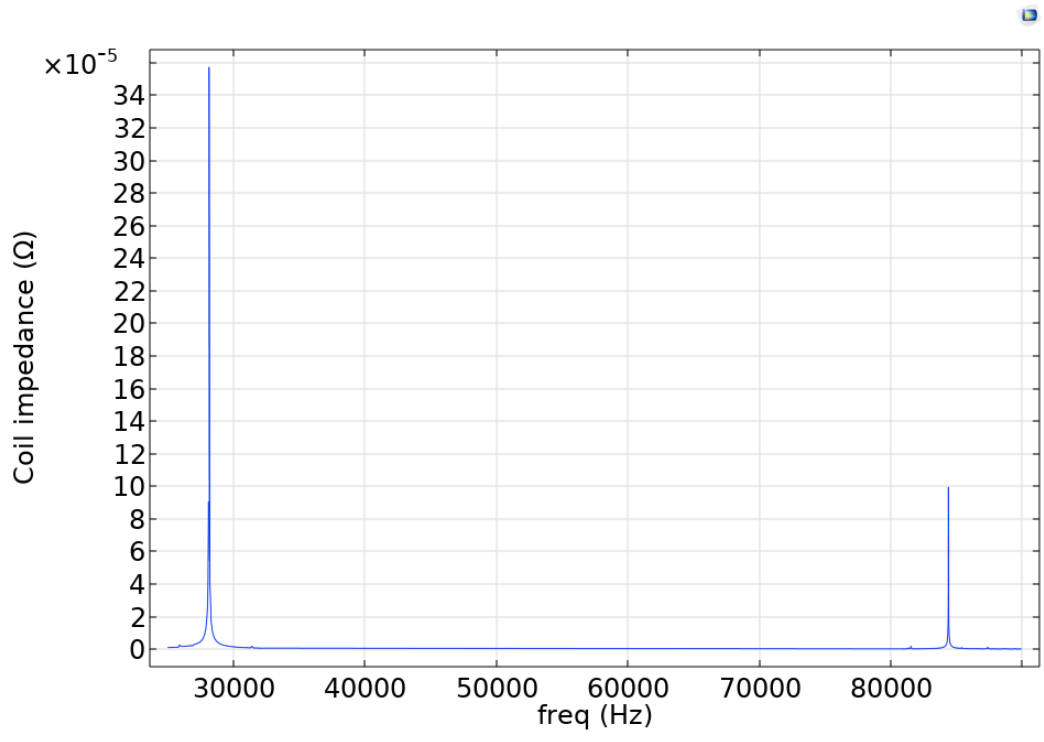


Figura 41: Resonancias en el desplazamiento del modelo 3D medidas en el extremo del resonador.

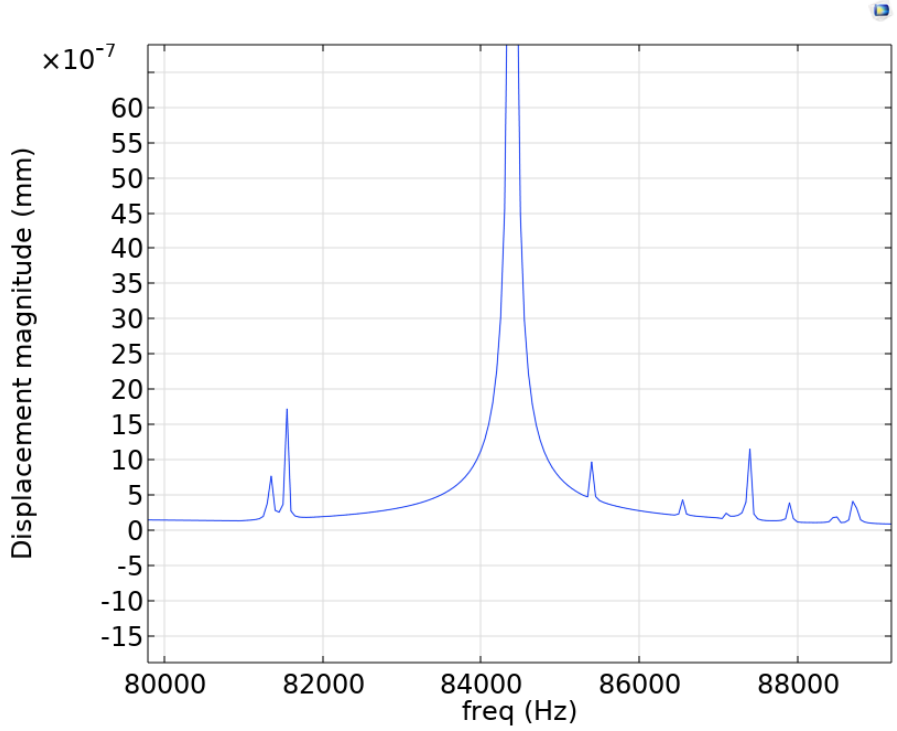


Figura 42: Máximos de desplazamiento secundarios alrededor de la segunda resonancia.

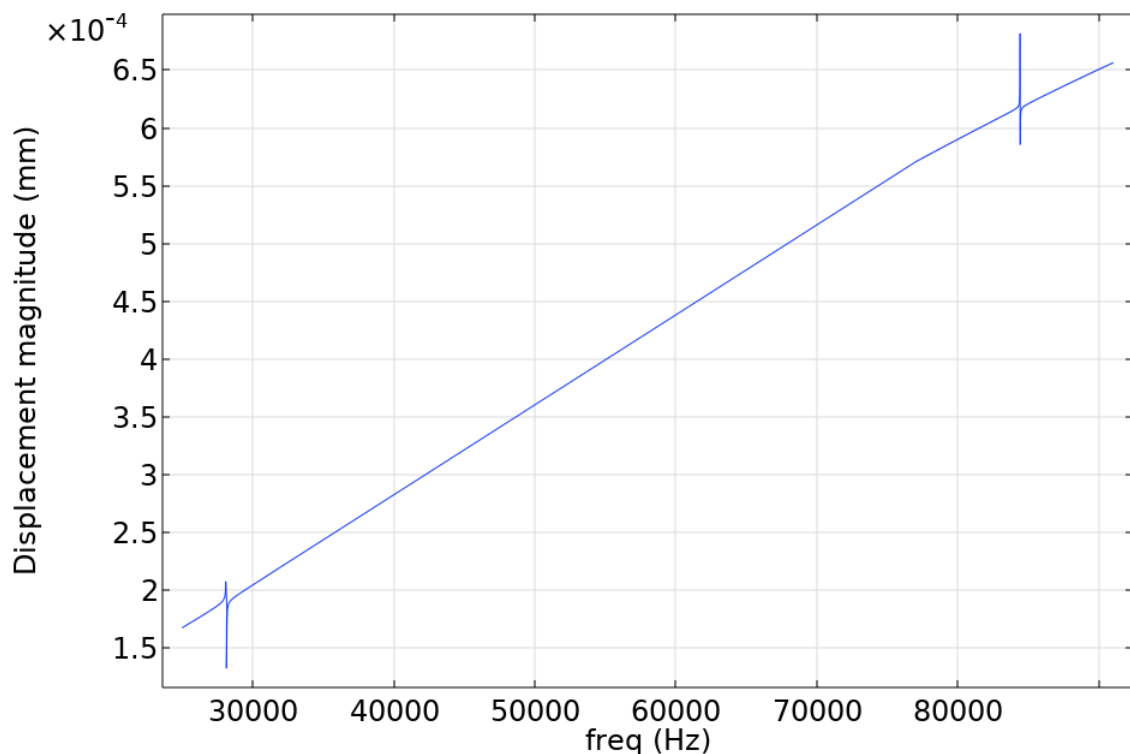


Figura 43: Resonancias medidas en la impedancia del solenoide de excitación. Se incluye un aumento sobre la segunda resonancia, donde no se aprecia ningún efecto de los máximos secundarios de desplazamiento.

3. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el fenómeno de la resonancia magnetoelástica, basado en el acoplamiento entre las propiedades magnéticas y elásticas de los materiales ferromagnéticos. Se trata de un fenómeno de gran utilidad en el campo de los sensores y actuadores, si bien ha sido usado principalmente en las etiquetas anti hurto. El desarrollo de nuevas teorías para su aplicación en sensores del ámbito biomédico, de medición de parámetros ambientales (temperatura y presión) y de medición de flujo, por el momento, prometen un futuro brillante para esta tecnología.

La principal ventaja de este y otros sensores basados en fenómenos magnéticos es que permiten la detección a distancia y a través de obstáculos no aislantes. Los sensores ópticos, en cambio, requieren de una línea de visión entre el elemento sensible y el cuerpo problema. Los sensores eléctricos, mucho más extendidos, requieren de cableados de conexión para la transmisión de señales, pero la teoría detrás de los fenómenos eléctricos es mucho más sencilla al ser mayoritariamente escalar. Esto ha propiciado que el estudio de los sensores eléctricos esté mucho más desarrollado a día de hoy que el de los sensores magnéticos, basados en una teoría vectorial compleja.

El modelo analítico de Le Bras es una aproximación sencilla de un sistema experimental habitual considerando un alto grado de simetría. Se trata de una herramienta útil para la predicción de la frecuencia de resonancia magnetoelástica de cintas y cilindros ferro-

magnéticos. También permite predecir la forma de la señal que obtenemos si medimos las resonancias magnetoelásticas mediante una bobina de medición, en función del tamaño y la posición de esta.

Por su parte, COMSOL es una herramienta mucho más potente que permite simular el comportamiento de sistemas más complejos y no necesariamente simétricos. Se trata de un programa muy completo con una larga curva de aprendizaje para sacar el máximo partido a las posibilidades que ofrece. A lo largo del trabajo no se ha adquirido la destreza necesaria para llevar a cabo todas las simulaciones deseadas. Además, al trabajar en el entorno de resonancias, ha sido habitual encontrar errores de divergencia. En ocasiones, estos eran debidos a que una de las frecuencias del barrido paramétrico era muy cercana a la frecuencia de resonancia. En otras ocasiones, se desconoce cuál era su razón, pero se pudieron solventar aumentando la permeabilidad magnética del material magnetostrictivo en dos órdenes de magnitud o añadiendo una pequeña componente residual de conductividad a la atmósfera de aire.

A pesar de que los materiales más adecuados para su uso en este tipo de sensores son los vidrios ferromagnéticos por su gran isotropía, no ha sido posible encontrar documentación con los valores necesarios para implementarlos en el modelo de COMSOL. De cara a la obtención de estos valores, sería necesario obtenerlos experimentalmente a partir de una cinta magnetostrictiva comercial real.

Los resultados de los tres modelos estudiados mediante simulación por elementos finitos han sido satisfactorios. Los resultados del modelo 3D son más parecidos a los del modelo analítico que los del modelo 2D axisimétrico. Sin embargo, este último requiere de mucho menor poder de computación y ha dado menos problemas durante el estudio, por lo que parece recomendable frente al modelo 3D al tratar con sistemas de simetría cilíndrica. Por su parte, el modelo 3D permitiría estudiar una mayor variedad de sistemas como, por ejemplo, la respuesta de varios resonadores de diferentes dimensiones situados en el seno de un mismo campo magnético.

De cara al futuro, sería interesante analizar también cómo varía la frecuencia de resonancia al añadir un recubrimiento a la cinta resonadora, tal y como se sugiere en los sensores de medición de CO₂ o pH. También sería de gran interés analizar la respuesta del resonador al variar el fluido de la atmósfera por otro con mayor densidad y viscosidad como agua o sangre. Esto requiere añadir un módulo de mecánica de fluidos, lo que incrementaría en gran medida la complejidad del modelo y requeriría de un computador con gran cantidad de memoria RAM para su simulación.

4. Referencias

Referencias

- [1] A. García-Arribas, J. Barandiarán, and J. Gutiérrez, “Magnetoelastic sensors,” in *Encyclopedia of Sensors* (C. A. Grimes and E. C. Dickey, eds.), vol. 5, p. 467, California, USA: American Scientific Publishers, 2005.

- [2] B. D. Cullity and C. D. Graham, “Ferromagnetism,” in *Introduction to Magnetic Materials*, ch. 4, pp. 115–149, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [3] B. D. Cullity and C. D. Graham, “Magnetostriction and the effects of stress,” in *Introduction to Magnetic Materials*, ch. 8, pp. 241–273, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [4] R. O’Handley, *Modern Magnetic Materials: Principles and Applications*, p. 362. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [5] Y. Chen and D. Jiles, “The magnetomechanical effect under torsional stress in a cobalt ferrite composite,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 37, no. 4, pp. 3069–3072, 2001.
- [6] D. Berlincourt, D. R. Curran, and H. Jaffe, “Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers,” in *Physical Acoustics* (W. E. Mason, ed.), vol. 1, p. 169, New York: Academic Press, 1964.
- [7] G. Engdahl, *Handbook of Giant Magnetostrictive Materials*. San Diego: Academic Press, 2000.
- [8] H. H. Liebermann, “Chapter 3 - sample preparation: methods and process characterization,” in *Amorphous Metallic Alloys* (F. Luborsky, ed.), pp. 26–41, London: Butterworth-Heinemann, 1983.
- [9] J. Gutiérrez, J. M. Barandiarán, and O. V. Nielsen, “Magnetoelastic properties of some Fe-rich FeCoSiB metallic glasses,” *Physica Status Solidi (a)*, vol. 111, no. 1, pp. 279–283, 1989.
- [10] A. Clark and M. Wun-Fogle, “A new method of magnetostrictivity and magnetostriction measurement,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 25, no. 5, pp. 3611–3613, 1989.
- [11] V. GmbH, “Amorphous material vitrovac.” [Online; última visita 20-junio-2023] Disponible en: <https://vacuumschmelze.com/products/soft-magnetic-materials-and-stamped-parts/amorphous-material-vitrovac>.
- [12] M. Inc, “Magnetic materials.” [Online; última visita 20-junio-2023] Disponible en: <https://metglas.com/magnetic-materials/>.
- [13] A. García-Arribas, J. Gutiérrez, G. Kurlyandskaya, J. Barandiarán, A. Svalov, E. Fernández, A. Lasheras, D. Cos, and I. Bravo-Imaz, “Sensor applications of soft magnetic materials based on magneto-impedance, magneto-elastic resonance and magneto-electricity,” *Sensors*, vol. 14, pp. 7602–24, 2014.
- [14] C. A. Grimes, C. S. Mungle, K. Zeng, M. K. Jain, W. R. Dreschel, M. Paulose, and K. G. Ong, “Wireless magnetoelastic resonance sensors: A critical review,” *Sensors*, vol. 2, no. 7, pp. 294–313, 2002.
- [15] A. Garcia-Arribas, D. D. Cos, J. Gutiérrez, and J. Barandiarán, “Selectable temperature sensitivity of the magnetoelastic resonance,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 106, no. 1, pp. 111–116, 2003.

- [16] C. A. Grimes, K. G. Ong, K. Loiselle, P. G. Stoyanov, D. Kouzoudis, Y. Liu, C. Tong, and F. Tefiku, "Magnetoelastic sensors for remote query environmental monitoring," *Smart Materials and Structures*, vol. 8, no. 5, p. 639, 1999.
- [17] C. Grimes, D. Kouzoudis, and C. Mungle, "Simultaneous measurement of liquid density and viscosity using remote query magnetoelastic sensors," *Review of Scientific Instruments*, vol. 71, pp. 3822–3824, 2000.
- [18] Q. Y. Cai, A. Cammers-Goodwin, and C. A. Grimes, "A wireless, remote query magnetoelastic co sensor," *J. Environ. Monit.*, vol. 2, pp. 556–560, 2000.
- [19] C. Grimes, S. Roy, S. Rani, and Q. Cai, "Theory, instrumentation and applications of magnetoelastic resonance sensors: A review," *Sensors (Basel, Switzerland)*, vol. 11, pp. 2809–44, 12 2011.
- [20] P. Pang, X. Gao, X. Xiao, W. Yang, Q. Cai, and S. Yao, "A wireless ph sensor using magnetoelasticity for measurement of body fluid acidity," *Analytical Sciences*, vol. 23, no. 4, pp. 463–467, 2007.
- [21] Q. Cai, K. Zeng, C. Ruan, T. A. Desai, and C. A. Grimes, "A wireless, remote query glucose biosensor based on a ph-sensitive polymer," *Analytical Chemistry*, vol. 76, no. 14, pp. 4038–4043, 2004.
- [22] Y. L. Bras, F. Mazaleyrat, and J. M. Greneche, "Analytical model of the magnetostrictive ribbon shape resonator frequency response," *Sensor Letters*, vol. 9, no. 5, pp. 1801–1806, 2011.
- [23] C. Sherman, J. Butler, and D. Brown, "Transducers and arrays for underwater sound," *The Journal of the Acoustical Society of America*, p. 555, 2007.
- [24] T. LLC, "Terfenol-d." [Online; última visita 28-mayo-2023] Disponible en: <https://vacuumschmelze.com/products/soft-magnetic-materials-and-stamped-parts/amorphous-material-vitrovac>.
- [25] Y. L. Bras, A. Lasheras, J. Gutierrez, F. Mazaleyrat, and J. M. Greneche, "A new magneto-elastic resonance based technique to determine magneto-mechanical parameters of amorphous ferromagnetic ribbons.," *Review of Scientific Instruments*, vol. 84, 2013. 043904.