

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
EKONOMIA ETA ENPRESA FAKULTATEA

AGERIKO LEHENTASUNAREN TEORIA ETA BERE DERIBATUEN APLIKAZIOAK

Gratu Amaierako Lana
Tutorea: Marta San Martín

Ekonomiako Gradua

2023-2024

Yeray Martinez de Albeniz

Indizea

1	Sarrera	3
2	Lehentasunak.....	3
3	Aurrekontu murrizketa eta aukera optimoa	5
4	Ageriko lehentasunaren teoria	8
5	Zenbaki indizeak eta prezio indizeak	12
6	Ordezte eta errenta eraginak	16
7	Ariketa enpirikoa	20
7.1	Laspeyres eta Paasche prezio indizen ariketa	20
7.2	Ordezte eta errenta eraginaren ariketa	22
8	Ondorioak	30
9	Bibliografia.....	32

Laburpena

Lehentasun erlazioak ematen duen informazioarekin eta kontsumitzailearen aurrekontu murrizketa kontuan izanik ondasunen eskariak lortu daitezke, eta inguruko aldaketek sor ditzaketen eraginak aztertu. Hala ere, lehentasunak ez dira ikusgai, horregatik, ageriko lehentasunen teoriarekin kontsumitzaileak lortutako saskiak aztertzen dira bere lehentasunak ondorioztatzeko. Teoria aplikatuz, Laspeyres eta Paasche indizeak interpretatu ahal dira. Bestalde, ondasunen prezio aldaketak sorrarazten duen aldaketa kontsumoan bi eragin desberdinetan banatu daiteke, ordezte-eragina eta errenta-eragina. INE-k bildutako datuekin teoria aplikatu daiteke ariketa aurreratu eta enpirikoa egiteko. Pertsonako batz besteko gastua erabilita, batz besteko kontsumitzailearen baliagarritasuna urteetan zehar konparatu egin da, urte bakoitzean lortutako saskiak ordenatuz gustuen arabera. Bestalde, hainbat ondasun konbinaketan datuak garbituz, ondasun baten prezio aldaketak nola eragin duen erositako saskietan analizatu egin da.

Hitz-gakoak: lehentasunak, ageriko lehentasunaren teoria, prezio-indizeak.

Resumen

Con la información que proporciona la relación de preferencias y teniendo en cuenta la restricción presupuestaria del consumidor, se pueden obtener las demandas de bienes y analizar los efectos que pueden causar los cambios en el entorno. Sin embargo, las preferencias no son observables, es por ello que la teoría de la preferencia revelada analiza las cestas obtenidas por el consumidor para deducir sus preferencias. Aplicando la teoría, se pueden interpretar los índices de Laspeyres y Paasche. Por otro lado, el cambio en el consumo provocado por las variaciones de precios de los bienes se puede dividir en dos efectos diferentes: el efecto sustitución y el efecto renta. Con los datos recopilados por el INE, se puede aplicar la teoría para realizar un ejercicio avanzado y empírico. Utilizando el gasto promedio por persona, se ha comparado la utilidad del consumidor promedio a lo largo de los años, ordenando las cestas obtenidas cada año según sus preferencias. Además, limpiando los datos de varias combinaciones de bienes, se ha analizado cómo afecta el cambio de precio de un bien en las cestas compradas.

Palabras clave: preferencias, teoría de las preferencias reveladas, índices de precios.

Abstract

With the information provided by the preference relation and taking into account the consumer's budget constraint, the demands for goods can be obtained, and the effects that changes in the environment may cause can be analyzed. However, preferences are not observable, so the baskets obtained by the consumer are analyzed with the theory of revealed preferences to deduce their preferences. By applying the theory, the Laspeyres and Paasche indices can be interpreted. On the other hand, the change in consumption

caused by variations in the prices of goods can be divided into two different effects: the substitution effect and the income effect. With the data collected by the INE, the theory can be applied to perform an advanced and empirical exercise. Using the average expenditure per person, the utility of the average consumer has been compared over the years by ordering the baskets obtained each year according to their preferences. Additionally, by cleaning the data of various combinations of goods, the impact of a price change of a good on the purchased baskets has been analyzed.

Keywords: preferences, revealed preference theory, price indices.

1 Sarrera

Ekonomia graduan, eta batez ere mikroekonomiako irakasgaietan, eskariaren aldetik, kontsumitzaileen portaera ikasten da. Hainbat egoera desberdinen aurrean kontsumitzailearen jokabide optimoa aztertzen da, lehentasunen arabera baliagarritasuna maximotzen duena. Hainbat lehentasun desberdinen ezaugarriak ezagutu arren, lehentasunak nola edo nondik lortzen diren ez da irakasten, izan ere, hauek ez dira ikusgai eta ariketa aurreratua egin beharko litzateke lehentasunak ondorioztatzeko eta baliagarritasun funtzioen bitartez adierazteko.

Ageriko lehentasunaren teoria, kontsumitzaile baten lehentasunak ondorioztatzeko erabiltzen da. Kontsumitzaile baten erosketak aztertuz gero, honen lehentasunen hurbilketa bat kalkula daiteke.

Lan honen bitartez ariketa aurreratu bat egin nahi da, ageriko lehentasunaren teoria eta bere deribatuak aplikatuz. Ariketa egiteko INE-tik hartutako datuak erabiliko dira, lan enpirikoa ere burutuz. Lana atal desberdinetan antolatu da, lehenik eta behin, lehentasunak azaldu dira, ondoren, aurrekontu murrizketarekin eskariak lortzeko. Hurrengo puntuan ageriko lehentasunaren teoria aurkeztu da eta bostgarren puntuan, Laspeyres eta Paasche indizeak analizatu egin dira. Seigarrenean, zati teorikoari amaiera eman zaio ordezte eta errenta eraginekin. Behin teoria azalduta, ariketa enpirikoa egin da eta bere ondorioak komentatu dira.

2 Lehentasunak

Ageriko lehentasunaren teoriari buruz hitz egiten hasi baino lehen, lehentasunak azalduko ditugu, horretarako “Análisis Microeconómico” (Varian H. R., 1992) liburua erabiliz gida moduan. Kontsumitzailearen lehentasunak ondasun eta zerbitzu desberdinen aurrean dituen gustuak dira. Pertsona bakoitzak dituen lehentasunen arabera nahiago izango du saski edo otarre (ondasun eta zerbitzu desberdinen konbinaketak) batzuk beste batzuen

aurre. Edozein saskiren kontsumoak sortzen duen poztasuna baliagarritasun maila bat esleitu ahal zaio. Lehentasunak hainbat baldintza betez gero, posiblea izango da baliagarritasun funtzio bat aurkitzea, lehentasunen maximotzetik eta murrizketa ekonomikoak jarraituz.

Imagina kontsumitzaile bat eta saski desberdinez osatutako multzo bat, X . Kontsumitzaileak zehaztuta ditu lehentasunak saskien aurrean eta X multzoa itxia eta ganbila da. Saski desberdinei buruz hitz egiterakoan, $x \succcurlyeq y$ idazterakoan, kontsumitzaileak x saskia gutxienez y saskia bezain ona dela pentsatzen duela esan nahi du. Bestalde, $x \succ y$ idazterakoan, x saskia y saskia baino hobetagoa dela pentsatzen duela esan nahi du eta $x \sim y$ idazterakoan, haien artean indiferente dagoela. Kontsumitzailearen lehentasunak ezagututa, posible da nahiago dituen saskiak ordenatzea hurrengo aximak betez gero:

Osootasuna: X multzoko edozein x, y saskirentzat $x \succcurlyeq y$ edo $y \succcurlyeq x$, edo biak bete behar dira. Bi otarre desberdinen arteko konparaketa egitea posiblea izan behar da.

Bihurkortasuna: X multzoko edozein x saskirentzat $x \succcurlyeq x$ bete behar da. Berdinak diren bi saskiren aurrean indiferente egon behar da.

Iragankortasuna: X multzoko edozein x, y, z saskirentzat $x \succcurlyeq y$ eta $y \succcurlyeq z$ ematen bada, $x \succcurlyeq z$ bete behar da.

Jarraitasuna: X multzoko edozein y saskirentzat, $\{x : x \succcurlyeq y\}$ eta $\{x : x \preccurlyeq y\}$ multzoak itxiak dira. Bestalde, $\{x : x \succ y\}$ eta $\{x : x \prec y\}$ multzoak irekiak dira.

Lehentasun erlazio osoa, bihurkorra, iragankorra eta jarraia bada, frogatu daiteke, lehentasun erlazioa baliagarritasun-funtzio baten bidez adierazi ahal dela. Eredu mikroekonomiko bat garatzeko aipatutako balizko hauek bete behar dira. Lehentasunak grafikoki adieraziz eredu azterketa errazten da. Baliagarritasun maila berbera sortzen duten saski desberdinez osatutako multzoa indiferentzia kurba deritza.

Lehentasunak erregularrak izateko hurrengo baldintzak bete behar dira:

Monotasun hertsia: $x \geq y$ eta $x \neq y$ betetzen bada, orduan $x > y$ beteko da. Gero eta gehiago, gero eta hobetago izango da.

Ganbiltasun hertsia: X multzoan $x \neq y$ eta z izanik, $x \succcurlyeq z$ eta $y \succcurlyeq z$ betetzen bada, $tx + (1-t)y \succcurlyeq z$ beteko da $0 < t < 1$ guztientzat. Kontsumitzaileak nahiago ditu erdiko aukerak muturreko aukerak baino.

3 Aurrekontu murrizketa eta aukera optimoa

Kontsumitzailearen teoriak defendatzen du kontsumitzaile arrazionalak beti aukeratuko duela ahal duen saski hoberena. Zein den saski hoberena, baliagarritasun maila altuena sorrarazten duen saskia, lehenetasunek finkatuko dute, aukeratu ahal dituen saskien artean. Kontsumitzaileak aukeratu ahal dituen saskiak bere aurrekontu murrizketa betetzen dituen saskietaz osatuta egongo da. Kontuan izanda m honek daukan diru kantitate finkoa dela eta $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_k)$ ondasunen prezio bektorea, aurrekontu murrizketa hurrengo moduan osatzen da:

$$B = \{\mathbf{x} \in X : \mathbf{p}\mathbf{x} \leq m\}.$$

Aurrekontu murrizketa sortuta eta saskiak sortutako baliagarritasun maila $u(\mathbf{x})$ eran adieraziz, lehenetasunen maximizazio ariketa planteatu ahal da

$$\begin{aligned} \max u(\mathbf{x}), \\ \mathbf{x} \in X \text{ k.h. } \mathbf{p}\mathbf{x} \leq m. \end{aligned}$$

Maximizazio ariketa ezaugarri batzuk bete behar ditu. Lehenik eta behin, funtzioa jarraia izan behar da eta murrizketak itxiak eta bornatuak izan behar dira. Honekin soluzio bat dagoela ziurtatzen da. Axiomak kontuan izanik, funtzioa jarraia dela eta murrizketak itxiak direla badakigu. Bestalde, $p_i > 0 \quad i = 1, \dots, k$ izanik eta $m > 0$ izanik froga daiteke murrizketa multzoa bornatua dela.

Bigarrenik, ariketatik lortutako soluzioa, \mathbf{x}^* , ez dago erabilitako baliagarritasun funtzioaren menpe, lehenetasun berberak adierazten dituen beste edozein baliagarritasun-funtzio erabilia, \mathbf{x}^* izango da aukera optimoa.

Hirugarrenik, \mathbf{p} eta m aldagaiak konstante batengatik biderkatuz gero, saski eskuragarrien multzoa ez da aldatuko. Beraz, homogoneoa eta zero gradukoa da prezioetan eta errentan.

Aukera optimoa \mathbf{x}^* aurrekontu murrizketa berdintasun zeinuarekin betetzen duen saski bat izango da, horregatik, maximizazio ariketa hurrengo eran adierazi daiteke:

$$\begin{aligned} v(\mathbf{p}, m) = \max u(\mathbf{x}), \\ \text{k.h. } \mathbf{p}\mathbf{x} = m. \end{aligned}$$

Maximizazio problema ebazteko lagrangiarra osatuz

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = u(\mathbf{x}) - \lambda(\mathbf{p}\mathbf{x} - m).$$

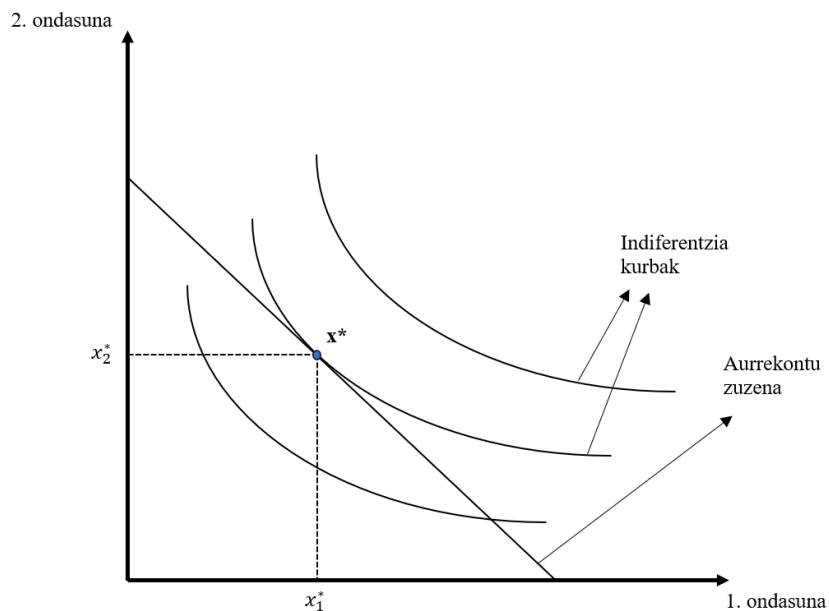
$$\text{LOB: } \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0; i = 1, \dots, k.$$

Hurrengo adierazpena lortuz:

$$\frac{\frac{\partial u(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(\mathbf{x}^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}; i, j = 1, \dots, k.$$

Berdinketaren ezkerreko zatiketa i eta j ondasunen arteko ordezte erlazio marginala (OEM) da. Indiferentzia kurbaren puntu zehatz baten malda adierazten du, ekonomikoki azalduz, kontsumitzaileak zenbat i ondasun unitateri dago prest uko egitera j ondasun unitate gehigarri baten ordeze, baliagarritasun maila konstante mantenduz. Eskuineko zatiketa, aurrekontu zuzenaren malda adierazten du, balio absolutuan, ekonomikoki azalduta, merkatuan j ondasuna eta i ondasuna ordezkatzeko erlazioa neurtzen du. Beraz, saski optimoa \mathbf{x}^* tangenzia baldintza betetzen duen saskia izango da.

1. Irudia



Lehentasunen maximizaxioa. Kontsumitzailearen aukera optimoa tangenzia baldintza betetzen duen saskia da, aurrekontu murrizketa eta indiferentzia kurba tangenteak diren puntuan. Iturria: norberak egina.

Ikusi dugu nola lehentasunen maximazioak aurrekontu murrizketa bati esleituta, aukera optimo bat ematen duen emaitza moduan. Kontsumitzailearen eskari funtzioak ondasun bakoitzaren kantitate optimoa lortzen du, hauen prezioen eta kontsumitzailearen errentaren menpe

$$x_1^M = x_1(p_1, p_2, m),$$

$$x_2^M = x_2(p_1, p_2, m).$$

Lortutako adierazpenak eskari Marshalliarrak dira. Lehentasunak maximizatu beharrean, gastua minimizatuz gero, baliagarritasun maila batentzat, Hicks-en eskariak (edo eskari konpentsatuak) lortzen dira. Minimizazio ariketa hurrengo eran adierazi daiteke:

$$e(\mathbf{p}, u) = \min \mathbf{p}\mathbf{x},$$

$$\text{k.h. } u(\mathbf{x}) = u$$

Minimizazio problema ebazteko lagrangiarra osatuz

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = \mathbf{p}\mathbf{x} - \lambda(u(\mathbf{x}) - u).$$

$$\text{LOB: } p_i - \lambda \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x_i} = 0; i = 1, \dots, k.$$

Hurrengo adierazpena lortuz:

$$\frac{p_i}{p_j} = \frac{\frac{\partial u(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(\mathbf{x}^*)}{\partial x_j}}; i, j = 1, \dots, k.$$

Hicks-en eskariak lehen ordeneko baldintza beteko dute, ordezte erlazio marjinalak prezio erlazioekin bat egingo du. Beraz eskari konpentsatuak ondasun bakoitzaren kantitate optimoa lortzen du, hauen prezioen eta baliagarritasun maila baten menpe

$$x_1^H = x_1(p_1, p_2, u),$$

$$x_2^H = x_2(p_1, p_2, u).$$

Eskari konpentsatuak erabiliz, Hicks-en gastu-funtzioa osa daiteke

$$e(\mathbf{p}, u) = \mathbf{p} \times \mathbf{x}(\mathbf{p}, u).$$

Hicks-en gastu-funtzioak kontsumitzaileak egin beharreko gastu minimoa kalkulatzeko du baliagarritasun maila bat lortzeko prezio batzuen menpe.

4 Ageriko lehentasunaren teoria

Lehentasunen eta aurrekontu murrizketaren informazioa erabili dugu kontsumitzailearen eskaria aurkitzeko. Hala ere, lehentasunak ez dira behagarriak, portaerak aztertuz ondorioztatu eta azaldu ahal dira. Ageriko lehentasunaren teoria ideia honetaz abiatzen da, kontsumitzailearen eskaria enpirikoki aztertuz, bere lehentasunak aurkitzea posiblea da. Honen analisia egiteko “Microeconomía intermedia: un enfoque actual” (Varian H. R., 2010) liburuko zazpigarren kapitulua jarraituko da.

Suposa dezagun kontsumitzaile batek eskatutako saskia (x_1, x_2) eta beste saski bat (y_1, y_2) , aurrekontu murrizketa betetzen duena baina ez da aurkitzen aurrekontu zuzenaren gainean. Kontsumitzailearen errenta m izanda eta ondasunen prezioak (p_1, p_2) izanda, esandakoa hurrengo moduan adieraz daiteke:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m,$$

$$p_1y_1 + p_2y_2 \leq m.$$

Beraz:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

Hau betetzen bada eta ziurtatu ahal badugu (x_1, x_2) eta (y_1, y_2) saski desberdinak direla, orduan, kontsumitzaileak zuzenean agertzen du (x_1, x_2) nahiago duela (y_1, y_2) baino. Honekin ageriko lehentasunaren oinarriak ezartzen hasi ahal gara:

Ageriko lehentasunaren printzipioa: aukeratutako saskia (x_1, x_2) izanda prezioak (p_1, p_2) direnean eta (y_1, y_2) beste saski bat izanda $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$ betetzen duena, kontsumitzaileak saski posibleen artean saski onena aukeratzen badu, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ bete behar da.

Agian begien bistakoa dela pentsa daiteke, baina ez da horrela. “Ageriko lehentasuna” erabiltzerakoan, x aukeratu dela y aukeratu ahal zen bitartean esan nahi du, “lehentasunak” erabiltzerakoan ordea, kontsumitzaileak x , y -ren gainetik kokatzen duela esan nahi du. Saski posibleen artean, otarrerik onena aukeratzen badu, lehentasun bat ondoriozta daiteke ageriko lehentasunetik. Hori dela eta, “kontsumitzaileak x saskia aukeratzen badu y saskia aukeratu ordez, x saskia y saskia baino nahiagoko du” esan beharko zen. Horrela argi gelditzen da lehentasunei buruzko informazioa egindako behaketatik ondorioztatu dela.

Orain suposatuko dugu kontsumitzaileak (y_1, y_2) saskia aukeratu duela (q_1, q_2) prezio berrietan eta agerian utziz nahiago duela (z_1, z_2) saskia baino. Hau da:

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 z_1 + q_2 z_2.$$

Beraz, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ eta $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$ betetzen direla badakigu. Iragankortasunaren axiomagatik, $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$ ondorioztatu daiteke. Kasu honetan kontsumitzaileak zeharka agertzen du (x_1, x_2) nahiago duela (z_1, z_2) baino.

Kontsumitzailearen erabakiak aztertuz gero, hainbat informazio ondorioztatu ahal da bere lehentasunei buruz, era zuzenean eta zeharka ere. Hala ere, gerta daiteke kontsumitzailearen teoria jarraitzen ez duen norbanako batekin topatzea, lortu ahal dituen saskietatik baliagarritasun maila altuena sorrarazten dion saskia ez duena beti aukeratzeko. Egoera hau detektatzeko hurrengo axioma garatu egin da:

Ageriko lehentasunaren axioma ahula: Kontsumitzaile batek zuzenean agertzen badu (x_1, x_2) nahiago duela (y_1, y_2) baino eta saski hauek desberdinak badira, ezin da gertatu kontsumitzaileak zuzenean agertzea (y_1, y_2) nahiago duela (x_1, x_2) baino.

Beste era batean azalduta, (x_1, x_2) saskia erosten bada (p_1, p_2) prezioetan eta (y_1, y_2) saskia (q_1, q_2) prezioetan, hurrengoa betez gero

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2,$$

ezin da bete

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 x_1 + q_2 x_2.$$

Honekin esan nahi dena da, y saskia aukeratzea posiblea denean x saskia aukeratzen bada, y saskia aukeratzekoan x saskia aukeratzina izan behar dela. Hau betetzen ez bada kontsumitzaileak jokabide maximizatzailea ez duela jarraitu jakin ahal dugu.

Adibide baten bidez axioma honen egiaztatpena egingo dugu. Suposa dezagun 1. Taulan kontsumitzaile batek aukeratutako saski desberdinak (x_1^t, x_2^t) eta ondasunen prezioak (p_1^t, p_2^t) behatu egin direla.

1. Taula

t :Behaketak	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	1	3	3

Iturria: norberak egina.

Informazio honekin kalkulatu ahal dugu zenbat ordaindu beharko zukeen kontsumitzaileak behatutako edozein saski lortzeko, behatutako prezio guztietan. Beheko 2. Taulan bildu egin dira aukera guztiak. Diagonalean dauden balioak, azpimarratuta daudenak, kontsumitzaileak aukeratutako saskietan egindako gastua da. Lehenengo zutabea eta hirugarren errenkadan dagoen balioa, adibidez, lehenengo saskiaren balioa da, hirugarren prezioen konbinaketa ezarrita.

2. Taula

		Saskiak (x_1^t, x_2^t)		
		1 (1, 3)	2 (3, 1)	3 (3, 3)
Prezioak (p_1^t, p_2^t)	1 (1, 3)	<u>10</u>	6*	12
	2 (3, 1)	6*	<u>10</u>	12
	3 (1, 1)	4*	4*	<u>6</u>

Iturria: norberak egina.

Hirugarren errenkadan oinarrituz, honen prezioak ezarrita, 1 saskiaren balioa txikiago da 3 saskiarena baino, hau da, hirugarren errenkadako eta lehenengo zutabeko balioa

txikiagoa da hirugarren errenkadako eta hirugarren zutabeko balioa baino. Beraz, kontsumitzaileak 3 saskia aukeratzekoan, 1 saskia aukeratzea posiblea zen, baina ez du egin. Ondorioz, kontsumitzaileak agertzen du 3 saskia nahiago duela 1 saskia baino. Aukeratzea posible ziren saskien artean, (p_1^t, p_2^t) prezioak ezarrita, aukeratu ez direnei asterisko bat jarri da haien balioei. Hau da, s errenkadan eta t zutabearen aurkitzen den balioa s errenkadan eta s zutabearen aurkitzen den balioa baino txikiagoa bada, asterisko bat jarri zaio.

Taula aztertuz gero jakin dezagu ageriko lehentasunaren axioma ahula bete den ala ez. Bai s errenkadaren eta t zutabearen balioak, eta t errenkadaren eta s zutabearen balioak asteriskoa badaukate, ageriko lehentasunaren axioma ahula ez da betetzen. Kasu honetan lehenengo errenkadaren eta bigarren zutabearen balioa, baita bigarren errenkadaren eta lehenengo zutabearen balioa asteriskoa badaramate. Beste hitzekin azalduta, kontsumitzaileak 1 saskia aukeratu duenean, 10 moneta unitate ordainduz, 2 saskia aukeratzea posiblea zen, 6 moneta unitate ordainduz gero, baina ez du egin. Hala eta guztiz ere, 2 saskia aukeratu duenean, 1 saskia aukeratzea posiblea zen. Gainera 2 saskia aukeratzekoan, 1 saskia merkeagoa zen. Argi dago kontsumitzaileak ez duela jarraitu jokabide maximizatzaile bat, hori dela eta, ageriko lehentasunaren axioma ahula ez da bete.

Lehen aipatu den moduan, kontsumitzaileak agertzen badu x saskia nahiago duela y saskia baino eta y saskia z saskia baino, iragankortasunaren axiomatik, kontsumitzaileak zeharka agertzen du x saskia nahiago duela z saskia baino. Hemendik abiatuta ageriko lehentasunaren beste axioma garatzen da:

Ageriko lehentasunaren axioma sendoa: Kontsumitzaile batek zuzenean edo zeharka agertzen badu (x_1, x_2) nahiago duela (y_1, y_2) baino eta saski hauek desberdinak badira, ezin da gertatu kontsumitzaileak zuzenean edo zeharka agertzea (y_1, y_2) nahiago duela (x_1, x_2) baino.

Aztertutako behaketak ageriko lehentasunaren axioma sendoa betetzen badute, jokabide maximizatzailea jarraitu dela egiaztatu ahal da eta posiblea da jokabide hau jarraitzen duten lehentasun erregularrak aurkitzea. Ageriko lehentasunaren axioma sendoa, jokabide maximizatzailea duen kontsumitzailearen ereduak eskatzen dituen baldintza guztiak betetzen ditu. Horregatik, ageriko lehentasunaren axioma sendoa beharrezko baldintza eta baldintza nahikoa da, behatutako aukeraketak, kontsumitzailearen hautaketa eredu ekonomikoarekin bateragarriak izateko.

Hurrengo adibide erabiliz, ageriko lehentasunaren axioma sendoa egiztatuko dugu. Lehen erabilitako 2. Taula bezalako taula berri bat garatu egin da, 3. Taula. Azpimarratuta

dauden balioak, kontsumitzaileak aukeratutako saskietan egindako gastua da eta asteriskoa daramatenak zuzenean ageriko lehentasunak erakusten dituzte. Asteriskoa parentesien artean aurrerago azalduko da.

3. Taula

		Saskiak		
		1	2	3
Prezioak	1	<u>10</u>	5*	11 ^(*)
	2	12	<u>10</u>	6*
	3	6	8	<u>5</u>

Iturria: norberak egina

Kasu honetan, ikusi ahal dugu kontsumitzaileak zuzenean agertzen du 1 saskia nahiago duela 2 saskia baino, horregatik asteriskoa kokatzen da lehenengo errenkada eta bigarren zutabeko balioan. Era berean, kontsumitzaileak zuzenean agertzen du 2 saskia nahiago duela 3 saskia baino, bigarren errenkada eta hirugarren zutabearen dagoen asteriskoa jarritz. Hortaz, kontsumitzaileak zeharka agertzen du 1 saskia nahiago duela 3 saskia baino eta asteriskoa parentesien artean jarritz lehenengo errenkada eta hirugarren zutabeko balioan. Egoera honetan ageriko lehentasunaren axioma sendoa bete egin da eta ondoriozta dezakegu kontsumitzaileak jokabide maximizatzailea jarraitu duela.

5 Zenbaki indizeak eta prezio indizeak

Imagina dezagun pertsona baten kontsumoa aztertu nahi dugula denboran zehar. Horretarako, bi denboraldi desberdinduko ditugu, b denboraldia oinarri bezala eta beste edozein t denboraldia. Denboraldi bakoitzeko prezioak eta aukeratutako saskia (p_1^b, p_2^b) , (x_1^b, x_2^b) , (p_1^t, p_2^t) eta (x_1^t, x_2^t) dira hurrenez hurren. Bataz besteko kontsumoaren aldaketa neurtzeko, kotuan hartuko dugu w_1 eta w_2 kalkulua egiterakoan pisua duten balioak direla, hurrengo kantitateen indizea garatzen da:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Indizearen emaitza I_q , 1 baino handiagoa bada, b denboralдитik t denboraldira bataz besteko kontsumoa handitu dela esan ahal dugu, aldiz, 1 baino txikiagoa bada, bataz besteko kontsumoa txikitu dela.

Indizea guztiz osatzeko, prezioak erabiliko genituzke kalkuluan pisua duten balioak bezala, izan ere, era batean ondasunen garrantzia erlatiboa neurtzen dute. Hala ere, bi prezio multzo desberdin ditugu eta zein erabiltzen den arabera bi indize desberdinak osatzen dira interpretazio desberdinekin. Alde batetik, b denboraldiko prezioak erabilia, Laspeyres indizea garatzen da, bestalde, t denboraldiko prezioak erabilia, Paasche indizea garatzen da.

Laspeyres kantitate indizea, b denboraldiko prezioak hartuta, hurrengo itxura du:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b},$$

eta t denboraldiko prezioak hartuta, Paasche kantitate indizea horrela egituratzen da:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}.$$

Bi indize hauek kontsumitzailearen ongizateari buruzko informazioa eman ahal dute. Imagina dezagun egoera bat non Paasche indizea 1 baino handiagoa den

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1,$$

beste era batean adierazita:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b.$$

Ageriko lehentasunaren teorian ikusitakoarekin, kontsumitzaileak jokabide maximitzailea jarraitzen badu, zuzenean agertzen du t denboraldiko saskia nahiago duela b denboraldiko saskia baino. Ondoriozta dezakegu, kontsumitzailearen baliogarritasun maila handiagoa dela t aldian b aldian baino. Izan ere, t denboraldian b denboraldiko saskia eskuratzea posiblea zen baina ez du egin.

Alderantzizko egoera betetzen bada, hau da:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

honek adierazten duena da, (x_1^t, x_2^t) saskia aukeratzekoan (x_1^b, x_2^b) saskia aukeraezina zela, baina ez digu informazioarik ematen bere gustuei buruz. Saski konbinaketa batek aurrekontu murrizketa ez badu betetzen, ordaindu ahal dena baino gehiago balio duena, ez du ezan nahi kontsumitzen den saskia baino nahiago denik.

Laspeyres indizearekin lan egiterakoan, hau 1 baino txikiagoa bada

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1,$$

beraz

$$p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t < p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b.$$

Kasu honetan, oinarriko aldiak, bi saski konbinaketak eskuragarriak ziren baina (x_1^b, x_2^b) saskia aukeratu da, ondorioz, kontsumitzaileak zuzenean agertzen du (x_1^b, x_2^b) saskia nahiago duela (x_1^t, x_2^t) saskia baino. Esan dezakegu b denboraldian kontsumitzaileak baliagarritasun altuagoa lortzen duela t denboraldian baino.

Laspeyres indizea 1 baino handiagoa bada

$$p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t > p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b,$$

Paasche indizea 1 baino txikiagoa denean gertatzen den antzeko moduan, lortu ahal den informazio bakarra, (x_1^b, x_2^b) aukeratzekoan (x_1^t, x_2^t) aukeraezina zela da.

Prezioen indizeak ere garatu ahal dira. Orokorki, prezioen batz besteko ponderatuak dira eta hauen aldaketa neurtzen dute:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

Orain, pisuentzat ondasunen kantitateak erabiliko dira. Lehen gertatu den moduan, erabiltzen den saskiaren arabera indize desberdinak lorzten dira. Alde batetik, b denboraldian aukeratutako kantitateak erabiliz gero, Laspeyres prezio indizea adieraziko da:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b},$$

Eta bestetik t denboraldiko saskia erabilita, Paasche prezio indizea:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}.$$

Ezin da inolako ondorioz atera prezio indizeetatik ageriko lehentasunen teoria aplikatuz. Zenbakitzailean eta izendatzailean prezio desberdinak erabiltzen direnez, ezin dira hauek konparatu orain arte egin dugun bezala. Atera ahal den ondorio bakarra prezioen igoera edo jaitsiera da, 1 baino handiago edo txikiagoa bada hurrenez hurren, baina ezer ez kontsumitzailearen lehentasunei buruz. Arazoari irtenbidea emateko, gastuaren aldaketa kalkulatzeko duen indizea eraikitzen da, b denboraldian egindako gastu guztia eta t denboraldian egindako gastu guztia kontuan harturik:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Era batean M errentaren aldakuntza proportzionala adierazten du. Indize hau 1 baino txikiagoa bada, kontsumitzailea t denboraldial b denboraldian baino errenta baxuagoa duela ondorioztatu ahal da, eta alderantziz, 1 baino handiagoa bada, kontsumitzailea t denboraldial b denboraldian baino errenta altuagoa duela ondorioztatu ahal da.

Suposu dezagun Paasche prezio indizea M baino handiagoa dela:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b},$$

sinplifikatuz

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t.$$

Aurretik lortu eta aipatu dugun moduan, kontsumitzaileak zuzenean agertzen du (x_1^b, x_2^b) saskia nahiago duela (x_1^t, x_2^t) saskia baino. Era berean, esan dezakegu b denboraldian kontsumitzaileak baliagarritasun altuagoa lortzen duela t denboraldian baino. Prezio indizeak erabiltzerakoan, ez du inporta 1 baino handiagoak edo txikiagoak diren, inporta duena da gastu indizea baino handiagoa edo txikiagoa den. Konparaketa hau eginez, beste ondorio batzuk atera ahal dira. Jakin dezakegu prezioak kontsumitzailearen errenta baino gehiago handitu direla eta espero bezala kontsumitzailearen ongizatea txikiagoa da t aldian b aldian baino.

Laspeyres prezio indizea gastu indizea baino txikiagoa bada alderantzizko egoera ematen da:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b},$$

simplifikatuz

$$p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b < p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t.$$

Kasu honetan, ageriko lehenetasunaren teoria aplikatuz, kontsumitzaileak zuzenean agertzen du t denboraldiko saskia nahiago duela b denboraldiko saskia baino. Laspeyres prezio indizea M baino txikiagoa denez, kontsumitzailearen errenta prezioak baino gehiago igo direla ondorioztatu ahal da eta espero bezala kontsumitzailearen ongizatea handiagoa izango da t aldian b aldian baino.

6 Ordezte eta errenta eraginak

Prezio aldaketa batek eskatutako kantitatearen gain sortarazten duen eragina Slutsky-ren ekuazioaren bidez aztertu daiteke. Imagina dezagun \mathbf{p} prezioekin eta m errentarekin baliagarritasuna maximizatzen duen otarrea \mathbf{x} dela, $u(\mathbf{x}) = u$ baliagarritasuna lortuz. Hurrengo adierazpena beteko da

$$x_i^H(\mathbf{p}, u) = x_i^M(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u));$$

edozein prezio edo errentarako beteko da adierazpena. Orain p_j -rekiko, $j = 1, \dots, k$ deribatuz

$$\frac{\partial x_i^H(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j}$$

$$\frac{\partial x_i^H(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_j^M(\mathbf{p}, m).$$

Lortutako adierazpena ordenatuz gero Slutsky-ren ekuazio lortzen da:

$$\frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^H(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^M(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \partial x_j^M(\mathbf{p}, m); i, j = 1, \dots, k.$$

Prezioen aldakuntza ematerakoan bi efektu desberdin ondoriozta daitezke: ordezte-eragina, berdinketaren eskuineko lehenengo zehaztapena, eta errenta-eragina, berdinketaren eskuineko bigarren zehaztapena.

Suposa dezagun bi ondasun desberdin erosi ahal ditugula eta 1 ondasunaren prezioa jaisten da. Hau gertatzerakoan, 2 ondasunaren unitate gutxiagori uko egin behar zaizkio 1 ondasunaren unitate gehigarri bat lotzeko, 1 ondasunaren prezioa beheratzerakoan 2 ondasuna erlatiboki garestitu egin da. Beraz, ordezte-eragin bat lortzen da, zeinen ondorioz, erlatiboki garestitu den ondasunetik gutxiago erosiko den eta merketu den ondasunetik gehiago.

Gainera, ondasun baten prezioa aldatzerakoan kontsumitzailearen erosmen ahalmena (errenta erreala) aldatzen da. Ondasun baten prezioa jaistean, unitate gehiago lortu ahal dira errenta konstante mantenduz, honek gehiago eskatzea ekarriko du.

Aldaketa osoa bi eraginetan banatu eta kalkulatzeko, errenta konpentsazio bat beharko luke kontsumitzaileak hasierako baliagarritasun maila lortu ahal izateko prezio erlazio berriarekin eta horrela ordezte-eragina kalkulatu. Eragin osotik geratzen dena errenta-eragina izango da. Baina, Hicks-en eskari konpentsatuak erabiltzeaz aparte, Slutsky-ren konpentsazioa ere erabili daiteke, kasu honetan errenta konpentsazioa baliagarritasun maila berdina lortzeko egin beharrean, hasierako saskia prezio berriekin lortzeko

beharrezko den errenta konpentsazioa beharko luke kontsumitzaileak eta horrela ordezte-eragina kalkulatu.¹

Ikus dezagun “Microeconomía intermedia: un enfoque actual” Varian H, R. ikuspuntua jarraituz gero eta 2. Irudia-n grafikoki adieraziz. Har dezagun kontsumitzaile bat x^* saskia erosten duen, oinarritzko prezio eta errenta batzuekin (m, p_1, p_2) . Suposa dezagun 1. ondasunaren prezioa jaisten dela, ondorioz, kontsumitzailearen aurrekontu zuzena “A” izatetik “C” izatera pasa da. Prezio aldakuntzaren ostean, kontsumitzaileak x^* saskia erosiko du (m, p'_1, p_2) ezarrita. Errenta konstante mantenduz eta prezio berriak ezarrita, 1. ondasunak duen eskatutako kopuruaren aldakuntza eragin-totala deritzo, Δx_1 :

$$\Delta x_1 = x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m).$$

Efektu hau aipatutako ordezte eta errenta eraginetan deskonposatu ahal da. Orain, desberdinduko dugu eragin bakoitzaren balioa nola kalkulatzeko den.

Alde batetik, ordezte-eragina kalkulatzeko, Slutsky-ren konpentsazioa jarraituz, beharrezkoa da jakitea ze errenta izan beharko zuen kontsumitzaileak hasierako saskia erosi ahal izateko prezio erlatibo berriekin. Hau kalkulatzeko kontuan izango dugu m' aipatutako beharrezko errenta berria izango dela eta (x_1, x_2) eskuragarria izan behar dela (m, p_1, p_2) -rekin baita (m', p'_1, p_2) -rekin, beraz

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$m' = p'_1 x_1 + p_2 x_2.$$

Bi ekuazioak konbinatuz gero:

$$m' - m = x_1(p'_1 - p_1)$$

$$m' = x_1(p'_1 - p_1) + m.$$

Horretarako beharrezkoa den errenta berria kalkulatu eta prezio berriak kontuan hartuz, (m', p'_1, p_2) , lortu litzateke 2. Irudiko “B” aurrekontu zuzena. Egoera honetara doituta, lehenik erositako saskia (x_1, x_2) eskuragarria da kontsumitzailearentzako, baina ez da

¹ Prezio aldaketak infinitesimalak direnean ordezte eragin biak bat datoz. Bestalde, Slutsky-ren eragina zuzenean neurtu daiteke nahiz eta lehentasunak ez ezagutu.

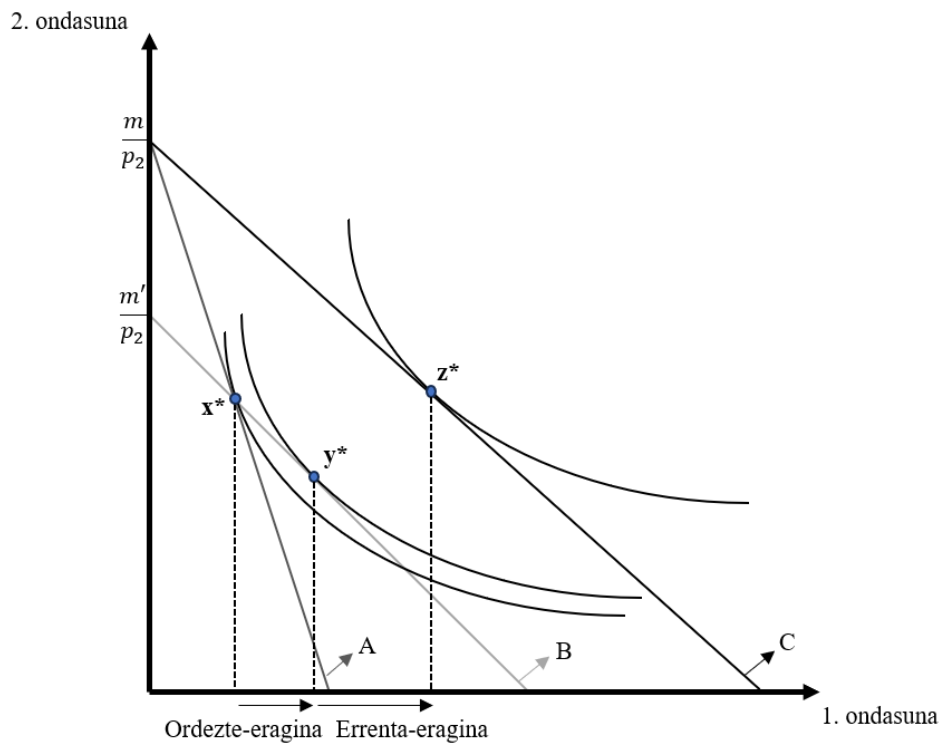
aukera optimoa. Baliagarritasun gehien lortzen duen saskiarekin y^* da. Lehengo x^* saskitik y^* saskira egindako desplazamendua ordezte-eragina da eta adierazten duena da kontsumitzaileak nola ordezkaten duen ondasun bat beste batengatik prezioak aldatzerakoan baina erosmen ahalmena konstante mantenduz. Zehatzago izanez gero, ordezte-eragina Δx_1^o 1. ondasunaren aldakuntza da, honen prezioa p'_1 izatera pasatzen denean eta errenta m' izatera:

$$\Delta x_1^o = x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m).$$

Beste aldetik, kalkulaturako m' errenta maila m errenta mailara itzularaztean prezio berriekin (p'_1, p_2) errenta-eragina lortu daiteke. Kontsumitzaileak (y_1, y_2) eskatzetik (z_1, z_2) eskatzera pasatuko da. Desplazamendu horretan, 1. ondasunak edukitako aldakuntza errenta-eragina da Δx_1^n :

$$\Delta x_1^n = x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m').$$

2. Irudia



Iturria: norberak egina.

Lortutako adierazpenak konbinatuz gero:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^o + \Delta x_1^n$$

$$x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m) = [x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m)]$$

$$+ [x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m')]$$

Identitatearen zeinua positiboa ala negatiboa izan daiteke egoeraren arabera. Ordezte-eragina beti negatiboa da, hau da, prezioa jaisten bada kantitateak gora egingo du. Errenta-eraginaren kasuan, ondasun motaren arabera da, ondasun normala edo behe ondasuna izan. Ondasuna normala izanik (2. Irudia-n bezalako), ordezte-eraginak jokabide berdina izango du, prezio aldakuntzaren aurkako mugimendua. Horrek, prezio jaitsiera batek erosmen ahalmen gehiago izatea suposatuko du eta ondorioz eskatutako ondasunaren kantitatea handiagoa izango da.

Bestalde, behe ondasuna balitz, erosmen ahalmena igotzerakoan, prezio jaitsiera bategatik, eskatutako ondasunaren kantitatea murrizten da.

Eragin-totalaren zeinua jakin daiteke ondasun normalen kasuan, ordezte eta errenta eraginak prezio aldakuntzaren alderantzizko zeinua izango dutenez, haien batura zeinu berbera mantenduko du. Behe ondasunen kasuan, ordezte eta errenta eraginen zeinuak desberdinak izango dira, horregatik, gerta daiteke eragin-totala prezio aldakuntzaren zeinu berbera izatea. Honek esan nahi du, ondasun baten prezioa jaitea eta ondasun horren kantitate gutxiago eskatzea. Hau betetzen duten ondasunak Giffen ondasunak deritzo. Giffen ondasunak behe ondasunak dira, baina behe ondasunak ez dira zertan Giffen ondasunak izango. Errenta-eraginak ordezte-eragina indargabetu beharko luke. Nahiz eta behe ondasunak izan ordezte-eragina errenta eragina baino handiagoa den bitartean ondasunak arruntak izango dira, hau da:

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} < 0, i = 1, \dots, k.$$

7 Ariketa enpirikoa

7.1 Laspeyres eta Paasche prezio indizen ariketa

Lan honetan egin den ikerketa egiteko, “Instituto Nacional de Estadística (INE)”-ko hainbat datu base erabili egin dira. Lehenik eta behin, pertsonako egindako batz besteko gastua 2006. urtetik 2022. urteraino bildu da, datu hauek familia-aurrekontuen inkestatik

(2006ko oinarria) hartuta daude. Bigarrenik, abendutik-abendura kontsumo prezio indizeak edukitako urteko aldaketak bildu egin dira 2007. urtetik 2022. urteraino.

Datu hauekin, urte bakoitzeko gastua doitu egin da urte guztien prezioetara.² Behin $\mathbf{p}_t \mathbf{x}_i$ guztiak edozein $t, i = 2006, 2007, \dots, 2022; t \neq i$ lortuta, urte guztien Laspeyres prezio indizeak, Paasche prezio indizeak eta M indizeak kalkulatu egin dira hurrengo moduan:

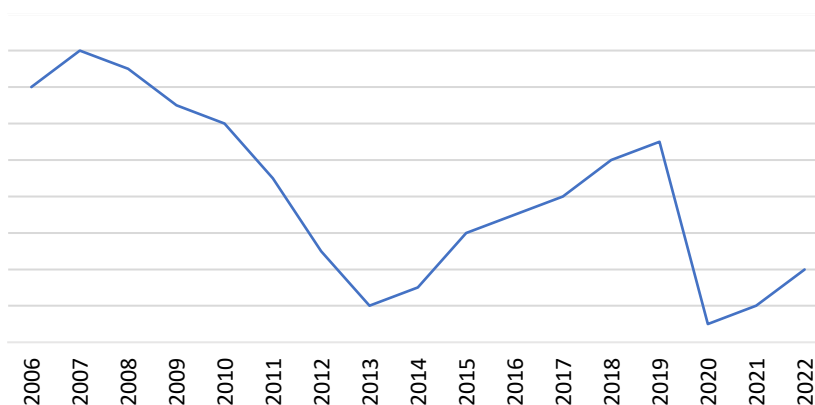
$$P_p = \frac{\mathbf{p}_t \mathbf{x}_t}{\mathbf{p}_b \mathbf{x}_t}, L_p = \frac{\mathbf{p}_t \mathbf{x}_b}{\mathbf{p}_b \mathbf{x}_b} \text{ eta } M = \frac{\mathbf{p}_t \mathbf{x}_t}{\mathbf{p}_b \mathbf{x}_b};$$

$$t, b = 2006, 2007, \dots, 2022.$$

Lortutako indizeak konparatuz, $P_p > M$ eta $L_p < M$ alderaketei erreparatuz, egiaztatu ahal da bataz besteko kontsumitzaileak zuzenean edo zeharka agertzen duen urte bateko saskia nahiago badu beste urteko saskia baino. Emaitzak batuz, hurrengo segida forma daiteke: 2007, 2008, 2006, 2009, 2010, 2019, 2018, 2011, 2017, 2016, 2015, 2012, 2022, 2014, 2013/2021 eta 2020, non bataz besteko kontsumitzaileak agertzen du 2007. urtean lortutako saskia nahiago duela 2008. urtean lortutakoa baino, 2007ko eta 2008ko saskiak nahiago dituela 2006ko saskia baino, eta horrela hurrenez hurren. (Lortutako emaitzak hurrengo [apendizean](#) ikusgai daude). Grafikoki irudikatuz:

1. Grafikoa

Bataz besteko kontsumitzaileak agertzen dituen urte desberdinen saskien konparaketa.



Oharra: Zuzena gero eta altuago egon grafikoa, kontsumitzaileak gero eta gehiago nahiago du urte horretan hautatutako saskia. Iturria: norberak egina lortutako emaitzekin.

² Pertsonako bataz besteko gastua $\times (1 - KPI_t) \times (1 - KPI_{t-1}) \times \dots \times (1 - KPI_{b+1})$ eginez b urtetik gorako balio guztiak eta pertsonako bataz besteko gastua $\times (1 + KPI_{t+1}) \times (1 + KPI_{t+2}) \times \dots \times (1 + KPI_b)$ eginez b urtetik beherako balio guztiak.

Ikus daiteke batz besteko kontsumitzaileak nahiago dituen saskiak higiezin burbuilaren krisialdi aurretik lortzen zituenak zirela. Bestalde, gutxien gustoko dituen saskiak Covid-19 krisiaren bitarteko urtekoak eta higiezin krisialdiko bigarren boladaren urtekoak direla. Ondoriozta daiteke 2008ko krisialdia ez zuela gizabanakoen kontsumoan hain berehalako eragina izan Covid-19ko krisiarekin konparatuz. Egia da lehenengo krisiarekin urtez urte gero eta gutxiago nahiago ziren otarreak lortzen zirela, eta oraindik ez direla lortu lehen lortzen ziren bezain gustoko otarreak, baina bigarren krisi honekin urte batetik hurrengora egondako aldaketa guztiz drastikoagoa da.

7.2 Ordezte eta errenta eraginaren ariketa

Hurrengo ariketa egiteko, hainbat ondasun desberdinetan egindako pertsonako batz besteko gastua eta haien prezioak 2006. urtetik 2022. urteraino bildu dira, INE-ko familia-aurrekontuen inkestatik (2006ko oinarria).

Urte bakoitzean, bi ondasun desberdinetan egindako gastuaren batura egin da ondasun konbinazio guztiekin, berdina eginez urtez urte. Lortutako emaitzetan bilatu dira ondasun konbinaketa desberdinak zeinetan urte desberdinetan haien gastuen batura berdina zen. Lehen filtro hau pasa diren datuen artean, bilatu dira ondasun konbinaketa desberdinak zeinetan ondasun baten prezioa aldatzen zen, beste ondasunaren prezioa konstante mantentzen zen bitartean. (Hurrengo [apendizean](#) ikusgai). Azkenik ezaugarri guztiak betetzen zituzten ondasun konbinaketen artean hurrengoekin lan egin dira: mahats-ardoa eta arrautzak, fruta edo/eta landare zukuak eta frutak (zitrikoak, platanoak, sagarrak, madariak, frutak hezurarekin eta baiak izan ezik), eta alkohol gutxiko edo alkohol gabeko garagardoa eta ur minerala.

Ondasun bakoitzaren kontsumoa lortzeko estimatu bat kalkulatu egin da ondasun bakoitzean egindako gastua haren prezioarekiko zatituz.³ Horrela, oinarritzko saskiaren eta prezio aldaketaren osteko saskiaren balioak kalkulatu dira. Bestalde, ondasun konbinaketa bakoitzari Cobb Douglas baliagarritasun funtzio bat, $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$, kalkulatu zaio, izan ere, analisi matematiko sinple bat ahalbidetzen du behatutako kontsumo proportzioak kontuak harturik eta ordezte elastikotasun konstantea mantenduz. Hau egiteko, kontuan hartu da bi saskietan (oinarritzko saskia eta prezio aldaketaren ostekoa) ondasun arteko ordezte erlazio marjinalak bat egin behar duela prezioen arteko erlazioarekin (LOB) eta α -ren eta β -ren arteko batuketa 1 egin dugu, beraz:

³ INE-n eskuragarri daude ondasun bakoitzaren kontsumoa, baina ondasun bakoitzaren kontsumoa bere prezioarekin biderkatuz gero ez du guztiz bat egiten pertsonako batz besteko gastuarekin.

$$\text{OEM}_t = \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$\alpha + \beta = 1.$$

Horrela α/β erlazioa bat lortzen da saski bakoitzerako, horregatik, zatiketa horien batuz bestekoa erabili da α -ren eta β -ren balio zehatzak lortzeko, kontuan hartuz urte batetik bestera ez dira batuz besteko kontsumitzailearen lehentasunak aldatu. Beharrezkoak diren datu guztiak hartuta, Slutsky-ren eta Hicks-en ordezte-eraginak, eta errenta-eragina kalkulatu dira.

Egindako prozesua mahats-ardoa (x_1) litrotan neurtuta eta arrautzak (x_2) unitatetan neurtuta konbinazioarekin erakutsiko da. Hurrengo datuak izanik:

4. Taula

t	<i>Pertsonako b.b. gastua ardoan</i>	<i>Pertsonako b.b. gastua arrautzetan</i>	<i>Ardoaren prezioa (p_1)</i>	<i>Arrautzen prezioa (p_2)</i>	<i>Ardo kopurua (\hat{x}_1)</i>	<i>Arrautza kopurua (\hat{x}_2)</i>	<i>Errenta (\hat{m})</i>
2010	25,57	16,30	2,48	0,13	10,31	125,38	41,87
2009	25,05	16,82	2,37	0,13	10,57	129,38	41,87

Oharra: Taulako Pertsonako b.b. gastua, p_i , $i = 1,2$ eta \hat{m} eurotan (€) neurtuta daude. Iturria: norberak egina INE-ko datuak erabiliz.

Lehen saskirako LOB baldintza betetzen duten koefizienteen erlazioa kalkulua egin da:

$$\text{OEM}_{2009} = \frac{129,38\alpha}{10,57\beta} = \frac{2,37}{0,13}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 1,4894.$$

Bigarren saskirako:

$$\text{OEM}_{2010} = \frac{125,38\alpha}{10,31\beta} = \frac{2,48}{0,13}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = 1,5687.$$

Bi ekuazioen batuz bestekoa ateraz

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1,4894 + 1,5687}{2} = 1,5291$$

$$\alpha = 1,5291\beta.$$

Jakinda α -ren eta β -ren arteko batuketa 1 eman behar duela:

$$1,5291\beta + \beta = 1$$

$$\beta = \frac{1}{1,5291 + 1} = 0,3954;$$

$$\alpha = 1 - 0,3954 = 0,6046.$$

Behin α -ren eta β -ren balioak zenbatetsita baliagarritasun funtzioa proposatu da, $U(x_1, x_2) = x_1^{0,6046} x_2^{0,3954}$, eta ordezte eta errenta eraginaren hurbilketak egin dira. Lehenik eta behin, prezio berriekin oinarrizko saskia lortzeko beharrezkoa den errenta (Slutsky), m_S , eta prezio berriekin oinarrizko saskiarekin lortzen zen baliagarritasuna konstante mantentzeko beharrezkoa den errenta (Hicks), m_H , kalkulatu behar dira.

$$m'_S = 10,57(2,48 - 2,37) + 41,87 = 43,0327;$$

$$m'_H = 41,87 \left(\frac{2,48}{2,37} \right)^{0,6046} = 43,0343;$$

$$m' \approx 43,03.$$

Kasu honetan, jasandako prezio aldaketa oso txikia denez, bi kasuetan errenta ia berdina lortzen da eta ez du pena merezi hauek desberdintzea. Ordezte-eragina kalkulatzeko, prezio erlatibo berriekin eta lortutako errenta berriarekin, aukera optimo berria aurkituko ditugu

$$x_1(p'_1, p_2, m') = \frac{43,03 \times 0,6046}{2,48} = 10,49;$$

$$x_2(p'_1, p_2, m') = \frac{43,03 \times 0,3954}{0,13} = 130,88.$$

Beraz, ordezte-eraginak:

$$\Delta x_1^o = 10,49 - 10,57 = (-0,08);$$

$$\Delta x_2^o = 130,88 - 129,38 = 1,5.$$

Bestalde errenta-eragina, azaltzeko geratzen den aldaketa izango da, hau da:

$$\Delta x_1^n = 10,31 - 10,49 = (-0,18);$$

$$\Delta x_2^n = 125,38 - 130,88 = (-5,5);$$

non eragin osoa, ordezte eta errenta eraginetan banatuta ondoren ikusten dugun:

$$\Delta x_1 = (-0,08) + (-0,18) = (-0,26);$$

$$\Delta x_2 = 1,5 + (-5,5) = (-4).$$

Prezio aldaketarekin, erosmen ahalmena eta baliagarritasuna konstante mantenduz, batz besteko kontsumitzaileak mahats-ardoko 0,08 litro gutxiago kontsumitu egin ditu eta unitate eta erdi arrautza gehiago ordezte-eraginaren ondorioz. Erosmen ahalmenaren aldaketa, 0,18 litro ardo eta 5,5 arrautza gutxiago kontsumitzea suposatuta egin du errenta-eraginaren ondorioz. Guztira 0,26 litro ardo eta 4 arrautza gutxiago kontsumitu egin dira prezioaren perturbazioa dela eta. Mahats-ardoa ondasun normal baten jokabidea jarraitu du, bere prezioa igotzean, bi eraginak negatiboak izan dira eta egindako kontsumoa jaitsi egin da.

Oinarritzko saskiaren eta prezio aldaketaren osteko saskiak hartuta, bakoitzarekin lortutako baliagarritasuna kalkula daiteke, gero ageriko lehentasunaren teoriaren ondorioekin eta Laspeyres eta Paasche kantitate indizeekin bat egiten badute konparatzeko. Hurrengo baliagarritasunak edukiz:

$$U_{2009}(x_1(p_1, p_2, m), x_2(p_1, p_2, m)) = 10,57^{0,6046} \times 129,38^{0,3954} = 28,4569;$$

$$U_{2010}(x_1(p'_1, p_2, m), x_2(p'_1, p_2, m)) = 10,31^{0,6046} \times 125,38^{0,3954} = 27,6857;$$

hurrengoia bete behar da:

$$L_q = \frac{p_1 x_1(p'_1, p_2, m) + p_2 x_2(p'_1, p_2, m)}{p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m)} < 1,$$

$$2,37 \times 10,31 + 0,13 \times 125,38 = 40,73 < 41,47 = 2,37 \times 10,57 + 0,13 \times 129,38.$$

Bataz besteko kontsumitzaileak zuzenean agertzen du 2009. urteko saskia nahiago duela 2010. urtekoa baino eta ondorioz baliagarritasun gehiago lortzen du oinarritzko urtean, bat eginez kalkulaturako baliagarritasunekin.

Orain frutak (y_1) kilogramotan neurtuta eta fruta edo/eta landare zukuak (y_2) litrotan neurtuta konbinazioaren emaitzak erakutsiko dira, hurrengo datuetan oinarrituta:

5. Taula

t	<i>Pertsonako b.b. gastua frutan</i>	<i>Pertsonako b.b. gastua zukuan</i>	<i>Frutaren prezioa (p_1)</i>	<i>Zukuaren prezioa (p_2)</i>	<i>Fruta kopurua (\hat{y}_1)</i>	<i>Zuku kopurua (\hat{y}_2)</i>	<i>Errenta (\hat{m})</i>
2013	23,90	17,09	1,35	1,03	17,70	16,59	40,99
2006	22,79	18,20	1,49	1,03	15,30	17,67	40,99

Oharra: Taulako Pertsonako b.b. gastua, p_i , $i = 1,2$ eta \hat{m} eurotan (€) neurtuta daude. Iturria: norberak egina INE-ko datuak erabiliz.

Hurrengo datuak garatu egin dira:

$$U(y_1, y_2) = y_1^{0,57} y_2^{0,43};$$

$$m'_S = 38,85;$$

$$m'_H = 38,75;$$

$$y_{1,S}(p'_1, m'_S) = 16,40;$$

$$y_{2,S}(p_2, m'_S) = 16,22;$$

$$y_{1,H}(p'_1, m'_H) = 16,36;$$

$$y_{2,H}(p_2, m'_H) = 16,18.$$

Beharrezko datuak lortuta, ordezte-eragina, errenta-eragina eta eragin-totala kalkulatu ahal dira:

- Slutsky-ren ordezte-eraginak:

$$\Delta y_{1,S}^o = 16,40 - 15,30 = 1,1;$$

$$\Delta y_{2,S}^o = 16,22 - 17,67 = (-1,45).$$

- Slutsky-ren errenta-eraginak:

$$\Delta y_{1,S}^n = 17,70 - 16,40 = 1,3;$$

$$\Delta y_{2,S}^n = 16,59 - 16,22 = 0,37.$$

- Hicks-en ordezte-eraginak:

$$\Delta y_{1,H}^o = 16,36 - 15,30 = 1,06;$$

$$\Delta y_{2,H}^o = 16,18 - 17,67 = (-1,49).$$

- Hicks-en errenta-eraginak:

$$\Delta y_{1,H}^n = 17,70 - 16,36 = 1,34;$$

$$\Delta y_{2,H}^n = 16,59 - 16,18 = 0,41.$$

- Eragin-totalak:

$$\Delta y_{1,S} = 1,1 + 1,3 = \Delta y_{1,H} = 1,06 + 1,34 = 2,4;$$

$$\Delta y_{2,S} = (-1,45) + 0,37 = \Delta y_{2,H} = (-1,49) + 0,41 = (-1,08).$$

Kasu honetan, prezio aldaketa handia denez, Slutsky-ren eta Hicks-en ikuspuntuak jarraituz lortzen diren errenta berriak behar bezain desberdinak dira, bereiztea merezi izateko. Fruten prezioa jaisterakoan, erosmen ahalmena konstante mantenduz 1,1 kilogramo fruta gehiago eta 1,45 litro zuku gutxiago kontsumitzen ditu batz besteko kontsumitzaileak, aldiz, baliagarritasun maila konstante utziz 1,06 kilogramo gehiago eta 1,49 litro gutxiago. Slutsky-ren teoria jarraituz, erosmen ahalmenaren igoera, kontsumitzaileak 1,3 kilo fruta eta 0,37 litro zuku gehiago erosten ditu, Hicks-en teoria jarraituz, 1,34 kilo eta 0,41 litro gehiago. Edozeinen teoria erabiliz eragin totala berdina izan behar da, kasu honetan, frutak merkeago egin direnez batz besteko kontsumitzaileak 2,4 kilo gehiago erosi egin ditu 2013. urtean 2006. urtean baino eta aldiz uko egin dio 1,08 zuku litroei.

Urte bakoitzean lortutako baliagarritasuna kalkulatu gero:

$$U_{2006}(y_1(p_1, p_2, m), y_2(p_1, p_2, m)) = 15,30^{0,57} \times 17,67^{0,43} = 16,28;$$

$$U_{2013}(y_1(p'_1, p_2, m), y_2(p'_1, p_2, m)) = 17,70^{0,57} \times 16,59^{0,43} = 17,21;$$

ikusten da 2013. urtean baliagarritasun handiagoa lortzen zuela bataz besteko kontsumitzaileak 2006. urtean baino saski honekin, beraz Paasche kantitate indizeak hurrengoa bete beharko luke

$$P_q = \frac{p'_1 y_1(p'_1, p_2, m) + p_2 y_2(p'_1, p_2, m)}{p'_1 y_1(p_1, p_2, m) + p_2 y_2(p_1, p_2, m)} > 1$$

$$40,99 > 38,86;$$

Kontsumitzaileak zuzenean agertzen du 2013ko saskia nahiago duela 2006koa baino eta bat egiten du ondorioztatua kalkulaturako baliagarritasunekin.

Azkenik, alkohol gutxiko edo alkohol gabeko garagardoa (z_1) litroetan neurtuta eta ur minerala (z_2) litroetan neurtuta konbinazioaren emaitzak erakutsiko dira, hurrengo datuetan oinarrituta:

6. Taula

t	<i>Pertsonako b.b. gastua garagardoan</i>	<i>Pertsonako b.b. gastua uran</i>	<i>Garagardoaren prezioa (p_1)</i>	<i>Uraren prezioa (p_2)</i>	<i>Garagardo kopurua (\hat{z}_1)</i>	<i>Ur kopurua (\hat{z}_2)</i>	<i>Errenta (\hat{m})</i>
2021	2,66	26,25	1,55	0,27	1,72	97,22	28,91
2020	2,94	25,97	1,50	0,27	1,96	96,19	28,91

Oharra: Taulako Pertsonako b.b. gastua z_i , $i = 1, 2$; p_i , $i = 1, 2$ eta \hat{m} eurotan (€) neurtuta daude. Iturria: norberak egina INE-ko datuak erabiliz.

Hurrengo datuak garatu egin dira:

$$U(z_1, z_2) = z_1^{0,0969} z_2^{0,9031};$$

$$m' \approx m'_S \approx m'_H \approx 29;$$

$$z_1(p'_1, m') = 1,81;$$

$$z_2(p_2, m') = 97.$$

Beharrezko datuak lortuta, ordezte-eraginak hurrengoak dira:

$$\Delta z_1^o = 1,81 - 1,96 = (-0,15);$$

$$\Delta z_2^o = 97 - 96,19 = 0,81;$$

errenta-eraginak hurrengoak:

$$\Delta z_1^n = 1,72 - 1,81 = (-0,09);$$

$$\Delta z_2^n = 97,22 - 97 = 0,22;$$

eta eragin-totalak:

$$\Delta z_1 = (-0,15) + (-0,09) = (-0,24);$$

$$\Delta z_2 = 0,81 + 0,22 = 1,03.$$

Alkohol gutxiko edo gabeko garagardoaren kasuan, prezio aldaketa dela eta 0,15 litro gutxiago kontsumitzen ditu batz besteko kontsumitzaileak ordezte-eraginaren ondorioz eta 0,81 litro ur gehiago. Errenta eraginaren ondorioz 0,09 litro garagardo gutxiago eta 0,22 litro ur gehiago. Guztira alkohol gutxiko edo gabeko garagardo 0,24 litro gutxiago kontsumitzeak eta ur mineral 1,03 litro gehiago kontsumitzeak jasan du garagardoaren prezio igoerak.

Oinarrizko eta prezio aldaketaren osteko saskiekin lortutako baliagarritasuna hurrengoa izanik:

$$U_{2020}(y_1(p_1, p_2, m), y_2(p_1, p_2, m)) = 1,96^{0,0969} \times 96,19^{0,9031} = 65,96;$$

$$U_{2021}(y_1(p'_1, p_2, m), y_2(p'_1, p_2, m)) = 1,72^{0,0969} \times 97,22^{0,9031} = 65,76;$$

Laspeyres kantitate indizea bete behar da

$$L_q = \frac{p_1 x_1(p'_1, p_2, m) + p_2 x_2(p'_1, p_2, m)}{p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m)} < 1,$$

28,83 < 28,91.

Lortutako emaitza bat dator kalkulaturako baliagarritasunekin, izan ere, batz besteko kontsumitzaileak zuzenean agertzen du 2020. urtean lortutako alkohol gutxiko edo alkohol gabeko garagardoaz eta ur mineralez osatutako saskia nahiago duela 2021. urtean lortu zuena baino.

8 Ondorioak

INE-tik hartutako datuekin bi ariketa desberdin egin dira. Alde batetik, ageriko lehentasunaren teoria aplikatuz, batz besteko kontsumitzaileak 2006. urtetik 2022. urtera nola ordenatzen dituen lortutako saskiak begiratu da, gehien nahiago zuenetik gutxien nahiago zuenera. Lortutako emaitzak batz bestekoetan eta estimaturako datuetan oinarrituak egon arren, errealitatean esperotako emaitzekin bat egiten du, hau da, ziklo ekonomikoarekin bat datorrela ikusi da. Higiezinaren krisiak sortutako atzeraldia kontsumitzaile guztien kontsumoan eragina izan zuen, gero eta gutxiago nahi ziren saskiak lortuz. Berreskurapen aldia pasata eta hedatze aldi bitartean Covid-19-ko pandemia heldu zen. Konfinamenduaren eta behin hau bukatuta egondako murrizketen ondorioz, gizabanakoen kontsumo ohiturak moldatu izan behar ziren. Hautatu beharreko otarrea azken 20 urteetan lortutako otarrerik txarrena izan zen, baliagarritasun mailari dagokionez. Hala ere, hurrengo bi urteetan, 2021. urtean eta 2022. urtean, pandemia egoeraren murrizketak baretuz joan ziren eta batz beste biztanleria nahiago zituen saskiak lortzen joan zen.

Beste aldetik, ondasun konbinaketa desberdinen ordezte-eragina, errenta-eragina eta eragin totala kalkulatu dira. Kasu honetan zailagoa egiten da lortutako emaitzak zehatzak diren ala ez esatea. Erabilitako datuak batz bestekoak direla aparte, erabilitako konbinazioak esanguratsuak ez izatea gerta litzateke eta estimaturako baliagarritasun funtzioak ere ez. Erabilitako adibideetan prezioa aldaketa ez da oso nabaria, izan ere, INE-n aurkitzen diren datuak batez ere elikagaienak dira eta jasan diren prezio aldaketak txikiak izan dira. Horregatik, Slutsky-ren eta Hicks-en ordezte-eragin berdina lortu dira, fruten eta zukuen kasuan izan ezik. Hau alde batera utziz, lan egindako ondasun guztiak normalak direla ikusten da, kasu guztietan ordezte-eragina eta errenta-eragina prezio aldakuntzaren alderantzizko zeinua dutelako.

Mahats-ardoaren eta arrautzen kasuan, errenta-eragina ordezte-eraginaren bikoitza baino gehiago dela ikusten da lehenengo ondasunetan. Bigarren ondasuna aztertzerakoan, ordezte-eragina positiboa da eta errenta-eragina negatiboa, beraz, ardoaren prezio igoera

arrautza gehiago erosteak suposatuko zuen erosmen ahalmena konstante mantenduz, baina prezio aldaketak suposatutako erosmen ahalmenaren jaitsieraren ondorioz, arrautza gutxiago kontsumitzen dira. Azkenean, bi ondasunetik gutxiago erosi du batz besteko kontsumitzaileak. Fruten eta zukuen konbinazioa aztertzerakoan, aurreko konbinazioarekin konparatuta ikusten den desberdintasun handiena eragin totalarena da, fruten prezio jaitsierak, fruta gehiago erostea eta zuku gutxiago erostea suposatu du. Kasu honetan ondasun baten kontsumoa, frutena, igo egin da besteara, zukuena, jaitsi den bitartean. Garagardoaren eta uraren eragin-totalaren erdia baino gehiago ordezte-eraginaren ondorioz da bi ondasunetan. Garagardoak jasandako prezio igoera, honen kontsumoa jaistea suposatu du, baina urarena igo egin da.

Egindako ariketek limitazioak dituzten arren, ageriko lehentasunaren teoria era orokor batean aplikatzeko baliagarriak izan dira. Inkestetako datuak GRAL-eko ariketetarako egokiagoak izango balira ariketa aberatsagoak landu ahal izanez, emaitza fidagarriagoak eta zehatzagoak lortu lirateke.

9 Bibliografía

- Instituto Nacional de Estadística (INE) *Gasto total, gastos medios y distribución del gasto de los hogares/ Gasto total, gastos medios y distribución porcentual del gasto según diferentes niveles de desagregación funcional/ Gasto por grupos de gasto (2 dígitos)*. Eskuragarri: <https://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=24765&L=0>
- Instituto Nacional de Estadística (INE) *Índices nacionales/ Índices nacionales: general y de grupos ECOICOP*. Eskuragarri: <https://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=50902&L=0>
- Pindyck, R.S. et al. (2009) *Microeconomía*. 7^{ed}. Madrid: Pearson-Prentice-Hall.
- Varian, H.R. (1992) *Análisis microeconómico*. 3a. ed. Barcelona: Antoni Bosch.
- Varian, H.R. (2015) *Microeconomía intermedia: un enfoque actual*. 9a ed. Barcelona: Antoni Bosch.

4, 5 eta 6 Taulak:

- Instituto Nacional de Estadística (INE) *Cantidades físicas consumidas, gasto y valor unitario/ Cantidad total y cantidades medias consumidas de alimentos, bebidas, tabaco, combustibles y otras fuentes de energía*. Eskuragarri: <https://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=25168>
- Instituto Nacional de Estadística (INE) *Cantidades físicas consumidas, gasto y valor unitario/ Gasto total y valor unitario de alimentos, bebidas, tabaco, combustibles y otras fuentes de energía*. Eskuragarri: <https://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=25169>

