

Miguel Ángel Pérez Martínez , Miguel Ángel Peña Cerezo
y Vicente Ruiz Herrán***

Comparativa de modelos de inmunización financiera para la gestión del riesgo de tipo de interés: Contraste empírico en el mercado español de deuda pública¹

1. INTRODUCCIÓN

La inmunización financiera es una estrategia de gestión pasiva para carteras compuestas por activos financieros de renta fija, cuyo objetivo es tratar de eliminar el riesgo de estas carteras derivado de la incertidumbre existente en torno al comportamiento futuro que pueden seguir los tipos de interés. Este comportamiento incierto lleva asociado dos elementos de riesgo que actúan en sentido contrario, que son el riesgo de precio y el riesgo de reinversión. A través del establecimiento de estrategias de inmunización se pretende garantizar la rentabilidad de una cartera de bonos durante un determinado periodo de tiempo, garantizando la posibilidad de obtener uno o varios flujos de caja ciertos en el futuro.

La medida de duración de los bonos, definida en 1938 por F.R. Macaulay, se ha convertido en el pilar fundamental en el que se sustenta el establecimiento de estrategias de inmunización financiera. Ante las limitaciones que presenta el modelo de inmunización basado en esta medida, y con el objeto de tratar de alcanzar mejores coberturas del riesgo de interés, se han adoptado diversos enfoques que han dado lugar a la propuesta de un número importantes de modelos, cuya complejidad en algunos casos es ciertamente importante.

En este trabajo pretendemos analizar empíricamente, a partir de información procedente del Mercado Español de Deuda Pública, el comportamiento de algunos de estos modelos de inmunización, para el caso en que el objetivo perseguido sea

* Profesor Titular de la Universidad del País Vasco.

** Profesor Asociado de la Universidad del País Vasco

el de garantizar un único flujo de caja en una fecha futura, lo que se ha denominado inmunización financiera simple. Entre los modelos analizados incluimos modelos unifactoriales, basados en medidas únicas de duración, modelos basados en la minimización de los flujos de caja de las carteras y modelos multifactoriales, en los que se emplean 2 ó más medidas de duración, con el objetivo de intentar alcanzar mejores coberturas de riesgo.

En lo que sigue el trabajo está estructurado del siguiente modo; tras la introducción realizamos una breve reseña sobre los modelos teóricos planteados para la inmunización de carteras de bonos. Seguidamente, mostramos los términos en los que hemos llevado a cabo la simulación de las carteras y analizamos los resultados obtenidos. Finalizamos el trabajo presentando las conclusiones más relevantes alcanzadas.

2. MODELOS DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA

El primer modelo de inmunización financiera simple fue propuesto en 1971 por Fisher y Weil. Estos autores establecieron que la condición que debe cumplir una cartera de bonos para poder garantizar una determinada rentabilidad en un plazo de tiempo es que su duración coincida con dicho periodo de tiempo u horizonte de inversión. Para llegar a esta conclusión estos autores partieron de dos supuestos excesivamente restrictivos relativos al comportamiento futuro de los tipos de interés, cuales son el cumplimiento de la teoría de las expectativas puras y la limitación de los posibles desplazamientos de la estructura temporal de tipos de interés (ETTI) a variaciones en paralelo. Para tratar de superar estas limitaciones se han propuestos diferentes modelos de inmunización financiera que podemos clasificar en tres grupos:

2.1. Modelos unifactoriales de inmunización

Estos modelos proponen establecer las estrategias de inmunización financiera en base a la utilización de una única medida de duración inmunizadora. Destacan, además de la propuesta de Fisher y Weil (1971), las realizadas por otros autores como Bierwag (1977), Bierwag y Kaufman (1977), Khang (1979) y Bierwag, Kaufman, Schweitzer y Toevs (1981).

Las medidas de duración inmunizadora en cada uno de estos modelos se obtienen partiendo, en cada caso, del supuesto de que la ETTI se va a desplazar en el futuro siguiendo un patrón de comportamiento predeterminado. Además, en todos estos modelos se parte del supuesto de cumplimiento de la Teoría de las Expectativas Puras.

La principal ventaja de estos modelos es su sencillez, razón por la cual son ampliamente utilizados en el ámbito profesional. No obstante, adolecen del importante inconveniente de no permitir captar en su totalidad los movimientos de la estructura tipo-plazo, motivo por el cual, no proporcionan una cobertura completa del riesgo de interés.

2.2. Modelos de inmunización basados en medidas de dispersión.

Los modelos de inmunización financiera basados en la utilización de medidas únicas de duración no eliminan de forma completa el riesgo de interés de las carteras de bonos. Fong y Vasicek (1984) fueron los primeros autores que trataron de cuantificar y reducir la exposición al riesgo de interés de carteras inmunizadas en base a estos modelos. Para ello fijaron su atención en el modo en que se estructuran los flujos de caja de las carteras respecto al horizonte de inversión. Dado que los objetivos perseguidos con la inmunización financiera serían fácilmente alcanzables si existiesen bonos cupón cero cuyo plazo de vencimiento coincidiese con el horizonte de inversión, estos modelos plantean la búsqueda de la aproximación más cercana posible al ideal del bono cupón cero, razón por la cual pretenden minimizar la dispersión de los flujos de caja con relación al horizonte de inversión. Siguiendo este planteamiento destacan, además de la propuesta de Fong y Vasicek (1984), con su medida M^2 , el modelo de la M-Absoluta propuesto por Nawalkha y Chambers (1996).

El principal problema que presentan estos modelos es que sintetizan en una única medida el riesgo total de las carteras de bonos, no posibilitando la desagregación del riesgo asociado a cada movimiento de la ETTI para su tratamiento de forma individualizada.

2.3. Modelos multifactoriales de inmunización financiera.

Los modelos de inmunización financiera basados en medidas únicas de duración permiten alcanzar los objetivos propuestos siempre y cuando la ETTI se desplace de acuerdo al supuesto de partida establecido previamente a la obtención de tales medidas. Cada uno de estos modelos permite proteger al inversor frente a un desplazamiento concreto de la ETTI, pero no frente a todos ellos. Una de las alternativas propuestas para tratar de alcanzar una mayor protección frente a todo tipo de desplazamientos de la ETTI es la aplicación de modelos multifactoriales basados en la utilización de un conjunto de medidas de duración. Al respecto, los planteamientos propuestos pueden ser clasificados en dos grupos²:

- Por un lado, se proponen modelos de inmunización basados en la sustitución de la medida única de duración por un conjunto de medidas, cada una de las cuales pretende reducir el riesgo ante un desplazamiento concreto de la ETTI³.

- Por otro lado, se proponen modelos que dividen la ETTI en tramos y que sustituyen la medida de duración única por un conjunto de medidas, cada una de las cuales cuantifica el riesgo que para las carteras supone un desplazamiento concreto en cada tramo de la ETTI⁴.

El problema que presentan los modelos multifactoriales de inmunización es la propia definición de las medidas de duración inmunizadora necesarias para su aplicación. La utilización de un número indiscriminado de medidas de duración limita las posibilidades de encontrar carteras que den solución al problema planteado. Además, puede dar lugar a la cobertura de riesgos inexistentes debido a que, desde un punto de vista económico, es difícilmente explicable el que acontezcan determinados movimientos en la ETTI.

En este trabajo pretendemos contrastar empíricamente el comportamiento de algunos de estos modelos de inmunización financiera. Para ello hemos simulado la formación de carteras, compuestas por bonos y obligaciones emitidos por el Tesoro Público español entre 1993 y 2004, aplicando los modelos anteriormente mencionados. En el apartado siguiente concretamos los términos en los que hemos llevado a cabo la simulación, así como los resultados más relevantes que hemos alcanzado.

3. MODELOS DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA: EL CASO ESPAÑOL

3.1. Información utilizada

Para realizar la simulación hemos empleado datos publicados por el Banco de España referentes a operaciones de compra-venta simple al contado realizadas, entre enero de 1993 y marzo de 2004, sobre bonos y obligaciones emitidos por el Tesoro Público español. Los precios utilizados en la simulación son los precios medios de negociación diaria correspondientes a tales operaciones⁵.

En la simulación no hemos utilizado la totalidad de activos disponibles, sino únicamente aquellos con un nivel de liquidez razonable. Pretendemos con ello evitar que los precios de los bonos se vean influenciados por la existencia de primas que compensen la falta de liquidez, así como posibles problemas a la hora de llevar a cabo la reestructuración de las carteras. El procedimiento que hemos utilizado para seleccionar los bonos y obligaciones que pueden formar parte de las car-

teras está basado en la frecuencia mensual de negociación de los activos. Se ha calculado para cada título el porcentaje de días efectivamente negociados respecto del número total de días hábiles para cada mes, desde enero de 1993 hasta marzo de 2004, siempre y cuando el valor estuviese vivo. Conocido este parámetro, el criterio que se ha utilizado para considerar un valor suficientemente líquido, siempre desde un punto de vista semestral⁶, es que haya sido negociado con una frecuencia superior al ochenta por ciento al menos cuatro meses en el semestre anterior⁷. Con este criterio se ha buscado conformar carteras con bonos y obligaciones que sean fáciles de negociar por tener un elevado grado de liquidez⁸.

La rentabilidad objetivo de las carteras la hemos calculado empleando el modelo de Svensson (1994) para la determinación de tipos de interés al contado, a partir de las cotizaciones de los títulos de deuda emitidos por el Tesoro Español.

3.2. Modelos testados

Hemos sometido a examen tres modelos unifactoriales de inmunización financiera basados, respectivamente, en desplazamientos de la ETTI de tipo aditivo, multiplicativo y multiplicativo en función del vencimiento. En la tabla 1 aparecen reflejadas las características de estos tres modelos. En las columnas 1 y 2 figuran, de forma analítica y gráfica, el tipo de desplazamiento que presuponen van a acontecer en la ETTI. Por su parte, en la tercera columna figura la medida de duración inmunizadora utilizada para la implementación de cada una de las tres estrategias

Modelos unifactoriales de inmunización financiera		
En esta tabla $h(0,t)$ es el tipo de interés al contado a un plazo t ; $h^*(0,t)$ el nuevo tipo de interés al contado a un plazo t ; λ la variación aleatoria en los tipos de interés; P el precio de los bonos; FC_t los Flujos de Caja generados en cada momento t , siendo $t=1,\dots,n$; HI el horizonte de la inversión y α la relación entre la variación de los tipos de interés a corto y a largo plazo (hemos realizado la simulación suponiendo un valor de α de 0,1).		
Variación en la ETTI Aditivo $h^*(0,t) = h(0,t) + \lambda$	Desplazamiento en la ETTI 	Medida duración $HI = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t}{(1+h(0,t))^{HI}}$
Variación en la ETTI Multiplicativo $h^*(0,t) = \lambda h(0,t) $	Desplazamiento en la ETTI 	Medida duración $HI = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t}{(1+h(0,t))^{HI}}$
Variación en la ETTI Multiplicativo según el plazo de vencimiento $h^*(0,t) = [h(0,t)]^{1+\alpha} + \frac{\lambda \ln(1+\alpha t)}{\alpha t}$	Desplazamiento en la ETTI 	Medida duración $\ln(1+\alpha HI) = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t \ln(1+\alpha t)}{(1+h(0,t))^{HI}}$

Tabla 1

Al objeto de comprobar la importancia que tiene la dispersión de los flujos de caja de las carteras de bonos con relación al horizonte de inversión, para cada uno de los tres modelos contrastados y para cada uno de los plazos supuestos, hemos compuesto tres tipos de carteras:

- Carteras *bullet* o concentradas, compuestas únicamente por aquellos dos bonos de entre los disponibles cuyas duraciones estén más cercanas al horizonte de inversión.
- Carteras *barbell* o dispersas, compuestas también por dos bonos, pero en este caso aquellos con mayor y menor duración de entre los disponibles.
- Carteras *ladder* o escalonadas, compuestas por la totalidad de los bonos disponibles siguiendo el criterio de máxima diversificación.

El segundo grupo de modelos testados es el basado en la utilización de medidas de dispersión. Concretamente, hemos formado carteras inmunizadas aplicando el modelo M^2 . Este modelo busca entre todas las carteras posibles con una duración determinada, calculada en base a un desplazamiento aditivo de la ETTI, aquella cuya dispersión de los flujos de caja con relación al horizonte de inversión, medida por la variable M^2 , sea más reducida⁹. Para ello aplica el siguiente programa de inmunización:

Función objetivo:
$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n w_i M_i^2$$

Restricciones:
$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n w_i D_{i,adit} = H$$

$$w_i \geq 0 \text{ para todo } i=1,2,\dots,n$$

donde: w_i representa la ponderación de cada uno de los valores sobre el valor total de la cartera

$D_{i,adit}$: es la duración aditiva de cada bono i .

M_i^2 : dispersión de los flujos de caja de cada bono i con relación al horizonte de inversión.

En tercer lugar hemos formado carteras inmunizadas aplicando uno de los modelos multifactoriales propuestos. Concretamente hemos sustituido la medida única de duración por un conjunto de duraciones cada una de las cuales cuantifica el riesgo de precio de los bonos frente a un tipo de desplazamiento concreto de la ETTI. Para definir tales des-

plazamientos hemos analizado los movimientos acontecidos en la ETTI en España entre enero de 1991 y agosto de 1997, aplicando la técnica estadística de análisis de componentes principales, y hemos definido las medidas de duración inmunizadora en base a los resultados obtenidos¹⁰. Los desplazamientos habidos durante el periodo analizado pueden ser explicados básicamente a partir de 3 factores. El primer factor explica un 72,83% del total de desplazamientos, el segundo un 24,17% y el tercero un 2,32%.

Los casos analizados son tres, teniendo en cuenta en cada uno de ellos, un sólo factor, dos y hasta tres, respectivamente, y siguiendo el criterio de máxima diversificación a la hora de formar las carteras. Las carteras inmunizadas aplicando el modelo multifactorial se han formado aplicando el siguiente programa de inmunización

Función objetivo:
$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n w_i^2 = 1$$

Restricciones:
$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n w_i D_{i1} = D_1$$

$$\sum_{i=1}^n w_i D_{i2} = D_2$$

.....

$$\sum_{i=1}^n w_i D_{iK} = D_K$$

donde: D_K : medidas de duración inmunizadora.

En cuarto lugar, dada la importancia que algunos autores¹¹ le han dado al hecho de incluir en las carteras el bono con vencimiento más cercano al horizonte de inversión, hemos formado carteras inmunizadas frente a desplazamientos en paralelo de la ETTI incluyendo en las mismas los dos bonos con duración superior e inferior al horizonte de inversión y cuyos vencimientos están más cercanos a dicho horizonte. Hemos elegidos este modelo basado en una duración aditiva única para contrastar la importancia de incluir en las carteras del bono vencimiento porque, como veremos posteriormente, es a través de la aplicación de este modelo con duración aditiva cuando se consiguen resultados más satisfactorios.

La simulación, para la totalidad de modelos hasta ahora mencionados, se ha llevado a cabo sin considerar la posibilidad de adoptar posiciones cortas en operaciones al contado sobre bonos y obligaciones del Tesoro Público Español, dado que no es posible llevar a cabo esta operativa. No obstante, tales posiciones se podrían adoptar mediante la utili-

zación de instrumentos financieros derivados sobre Deuda Pública, pudiendo alterarse sustancialmente los resultados alcanzados por las carteras inmunizadas. Al objeto de poder analizar este hecho, hemos simulado el comportamiento de dos grupos de modelos multifactoriales de inmunización en los que hemos supuesto que si es posible adoptar posiciones cortas en el mercado al contado¹². Estos modelos son, el modelo multifactorial visto anteriormente, basado en los desplazamientos históricos de la ETTI en España, teniendo en cuenta también de 1 a 3 factores, y el modelo propuesto por Prisman y Shores (1988) y Nawalkha y Chambers (1997), que partiendo de la posibilidad de definir la ETTI a partir de un polinomio, definen las condiciones a cumplir por las carteras inmunizadas del siguiente modo:

$$D_j = \frac{\sum_{t=1}^n t^j FC_t e^{-h(0,t)t}}{\sum_{t=1}^n FC_t e^{-h(0,t)t}} = m^j$$

Siendo: D_j : Duración inmunizadora factor j
 FC_t : flujos de caja generados por la cartera en cada momento t , $t=1, 2, 3, \dots, n$
 $h(0,t)$: tipo de interés al contado a plazo t , en un instante.
 m^j : horizonte de inversión del factor j .

El cumplimiento de cada una de las condiciones anteriores permite eliminar el riesgo de las carteras de bonos asociado a un desplazamiento concreto de la ETTI. Así, si $D_1 = m$, la cartera de bonos estará inmunizada frente a un desplazamiento en paralelo de la ETTI; si $D_2 = m^2$, la cartera estará inmunizada frente a la adición de una función lineal de la forma $f(t) = \alpha_2 t$ a la estructura de tipos inicial; si $D_3 = m^3$, la cartera estará inmunizada frente a la adición de una función cuadrática de la forma $f(t) = \alpha_3 t^2$ a la estructura de tipos inicial, y así sucesivamente. Hemos formado carteras inmunizadas siguiendo este modelo con 2, 3, 4 y hasta 5 duraciones respectivamente, y siguiendo el criterio de máxima diversificación a la hora de formar las carteras. El problema de este modelo es que la utilización de un número indiscriminado de medidas de duración limita las posibilidades de encontrar carteras que den solución al problema planteado¹³. Además, puede dar lugar a la cobertura de riesgos inexistentes debido a que, desde un punto de vista económico, es difícilmente explicable el que acontezcan determinados movimientos en la ETTI.

Las carteras inmunizadas aplicando los modelos multifactoriales mencionados se han formado aplicando el mismo programa de inmunización utilizado en las carteras ACP, pero introduciendo, como hemos dicho, la posibilidad de adoptar posiciones cortas al contado.

Función objetivo: Minimizar $\sum_{t=1}^n w_t^2 = 1$

Restricciones:

$$\sum_{t=1}^n w_t = 1$$

$$\sum_{t=1}^n w_t D_{t1} = D_1$$

$$\sum_{t=1}^n w_t D_{t2} = D_2$$

.....

$$\sum_{t=1}^n w_t D_{tK} = D_K$$

En la tabla 2 se recogen las características más importantes de los modelos testados.

Estrategias de inmunización testadas		
Plazos testados	Modelos de inmunización	Estructura de las carteras
2 años 3 años 5 años	Modelos unifactoriales de inmunización	- <i>Buller</i> : 2 bonos, los de duraciones más próximas al horizonte de inversión. (BUL) - <i>Barbell</i> : 2 bonos, los de mayor y menor duración de entre los disponibles. (BAR) - <i>Ladder</i> : máxima diversificación. (LAD)
	Duración aditiva (ADI) Duración multiplicativa (MUL) Duración multiplicativa s/vto. (MULVT)	
	Modelos multifactoriales: componentes principales	
	1 Factor (ACP 1) 2 Factores (ACP 2) 3 Factores (ACP 3)	Máxima diversificación
	Modelo M^2	
	Duración aditiva y mínimo M^2 (M^2)	2 bonos con mínimo M^2
Sin posiciones cortas	Modelo unifactorial con bono vencimiento	2 bonos con vencimiento más cercanos al horizonte de inversión
	Duración aditiva (BONO VTO)	
	Modelos multifactoriales: componentes principales	
	1 Factor (ACP CORT 1) 2 Factores (ACP CORT 2) 3 Factores (ACP CORT 3)	Máxima diversificación
	Modelos multifactoriales: Prisman y Shores, Nawalkha y Chambers	
	2 Factores (MULTICORT 2) 3 Factores (MULTICORT 3) 4 Factores (MULTICORT 4) 5 Factores (MULTICORT 5)	Máxima diversificación
Con posiciones cortas		

Tabla 2

En lo referente a los plazos, hemos contrastado el comportamiento de estos modelos para horizontes de inversión de 2, 3 y 5 años. Al objeto de disponer de un número suficientemente significativo de carteras para cada estrategia, los plazos de inversión de las carteras se solapan parcialmente entre sí¹⁴. Como consecuencia, el número de carteras cuyos resultados analizamos en este trabajo es de 19 si consideramos un horizonte de inversión de 2 años, de 17 si el horizonte es de 3 años y de 13 para un plazo de 5 años¹⁵. En la tabla 2 apare-

cen resumidas las estrategias de inmunización testadas en este trabajo.

El establecimiento de estrategias de inmunización financiera conlleva la necesidad de reestructurar periódicamente las carteras, al objeto de tratar de cumplir en todo momento las condiciones necesarias para alcanzar los resultados previstos. Cuanto mayor sea la periodicidad con que se lleven a cabo las reestructuraciones menor será el periodo de tiempo durante el cual no se cumplan tales condiciones. Por el contrario, una mayor periodicidad en las reestructuraciones conlleva unos mayores costes de transacción. En este trabajo no abordamos la problemática que plantea la periodicidad en la reestructuración de las carteras. Hemos seguido el criterio empleado en trabajos similares realizados por otros autores de reestructurar las carteras con una periodicidad semestral. Además, los flujos de caja intermedios generados por las carteras, bien por el pago de cupones o por el reembolso del principal de alguno de los bonos llegada su fecha de vencimiento, se han reinvertido en las carteras manteniendo la estructura de las mismas en el momento de recibir estos flujos de caja¹⁶.

3.3. Resultados

Para valorar, tanto el rendimiento inicialmente esperado de las carteras como el rendimiento finalmente alcanzado con las mismas, hemos empleado la ley financiera de interés compuesto en términos anuales. Además, hemos empleado como base temporal para realizar los cálculos 365/365. Como ya hemos comentado, la rentabilidad objetivo de las carteras la hemos calculado empleando el modelo de Svensson (1994) para la determinación de tipos de interés al contado, a partir de las cotizaciones de los títulos de deuda emitidos por el Tesoro Español.

La cobertura del riesgo de interés será más efectiva cuanto más cercana esté la rentabilidad final obtenida por las carteras inmunizadas a la rentabilidad inicialmente prevista en el momento de su composición. Desviaciones en la rentabilidad final, por exceso o por defecto, implican el incumplimiento de los objetivos previstos. Por esto motivo analizamos la eficacia de la cobertura en base al grado de proximidad existente entre la rentabilidad alcanzada y la rentabilidad inicialmente prevista para las carteras. Para ello vamos a emplear los siguientes estadísticos:

1.- La distancia euclídea corregida. La distancia euclídea total (DE) es una medida de dispersión calculada como la raíz cuadrada de la suma de las diferencias entre las rentabilidades alcanzadas y las rentabilidades objetivo, elevadas al cuadrado. Esta medida sólo tiene validez cuando compara-

mos variables con idéntico número de observaciones, ya que si, supongamos, dos variables conservan su grado de similitud constante, cuantos más datos se tomen, mayor distancia euclídea las separa, permaneciendo constante, como hemos dicho, su verdadera correlación o similitud. En este sentido, la distancia euclídea sólo sirve para comparar los diferentes modelos entre sí cuando analizamos carteras del mismo vencimiento¹⁷ (es decir, pares de variables con el mismo número de observaciones). La corrección de la distancia euclídea (DEC), por lo tanto, es necesaria si queremos contar con un estadístico que nos sirva para comparar el grado de ajuste de modelos de inmunización para los que se dispone de un número de observaciones distinto. La distancia euclídea corregida (DEC) la calcularemos aplicando la siguiente expresión:

$$DEC = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \times \frac{1}{N}} = DE \times \sqrt{\frac{1}{N}} = \frac{DE}{\sqrt{N}}$$

donde:

- x_i , la rentabilidad obtenida para el periodo i por la cartera inmunizada;
- y_i , la rentabilidad objetivo para el mismo periodo por la cartera objetivo;
- N , el número de observaciones disponibles (semestres) para cada pareja de variables (modelo-objetivo) que queremos testar; y
- DE , la distancia euclídea (total).

La distancia euclídea corregida es uno de los estadísticos más robustos entre los empleados, dado que no permite la posibilidad de compensar las diferencias positivas con las negativas, ya que todas las diferencias van expresadas en distancia, es decir, en términos absolutos

2.- Correlación entre variables. Es una medida que nos indica la relación entre dos variables, tanto directa como inversa. En principio la relación entre la rentabilidad estimada con las carteras inmunizadas y las carteras objetivo siempre es positiva.

3.- La media de las diferencias entre la rentabilidad de las carteras inmunizadas y las carteras objetivo. Esta media coincidirá con la diferencia entre la media de la rentabilidad estimada con las carteras inmunizadas y la media de la rentabilidad de la cartera objetivo. El inconveniente de esta medida es que permite la compensación de los signos. No

obstante, es una medida útil para determinar, por término medio, el sentido que toman las diferencias entre rentabilidades alcanzadas y rentabilidades objetivo.

Aunque todos los estadísticos introducidos muestran información interesante es, fundamentalmente, la distancia euclídea corregida (DEC) la más relevantes en nuestro estudio, dado que no permiten la compensación de errores. En cualquier caso, conforme mejor sea el ajuste, mayor será la correlación entre las variables, y menor la distancia euclídea y el valor absoluto del promedio de las diferencias.

El número total de análisis realizados es de 63: un total de 21 modelos y 3 plazos de vencimiento distintos para cada uno de ellos. Los resultados obtenidos figuran en la tabla 3. Ateniéndonos a dicha tabla podemos destacar como más reveladores los siguientes resultados.

Tabla resumen de los resultados estadísticos.

Todos los valores hacen referencia a la medida de ajuste o dispersión de la serie de rentabilidad calculada siguiendo el modelo de inmunización indicado en la primera columna¹⁹ respecto de la rentabilidad de la cartera objetivo. Los resultados se distribuyen en tres bloques, según el vencimiento de las carteras sea a dos, tres o cinco años. * Significativo al nivel 0,05 (bilateral), ** Significativo al nivel 0,01 (bilateral), ^a Correlación entre las variables (medida de proximidad), ^b Distancia euclídea corregida (medida de dispersión) y ^c Media de las diferencias (medida de dispersión).

Modelo de inmunización	Carteras con vencimiento a 2 años			Carteras con vencimiento a 3 años			Carteras con vencimiento a 5 años		
	Corr ^b	DEC ^c	E(dif) ^d	Corr ^b	DEC ^c	E(dif) ^d	Corr ^b	DEC ^c	E(dif) ^d
BULADI	0,9975**	0,0023	0,109%	0,9927**	0,0040	0,206%	0,9942**	0,0030	0,161%
LADADI	0,9420**	0,0096	-0,125%	0,9822**	0,0051	-0,050%	0,9916**	0,0055	-0,274%
BARADI	0,6602**	0,0242	0,507%	0,8892**	0,0137	0,571%	0,9579**	0,0079	0,153%
BULMUL	0,9975**	0,0023	0,115%	0,9914**	0,0043	0,219%	0,9943**	0,0030	0,158%
LADMUL	0,9661**	0,0073	0,073%	0,9896**	0,0045	0,029%	0,9889**	0,0051	-0,240%
BARMUL	0,6625**	0,0241	0,500%	0,8903**	0,0136	0,559%	0,9582**	0,0079	0,134%
BULMULYT	0,9874**	0,0050	0,227%	0,9856**	0,0058	0,363%	0,9924**	0,0041	0,320%
LADMULYT	0,9709**	0,0069	0,167%	0,9834**	0,0052	0,113%	0,9863**	0,0051	-0,059%
BARMULYT	0,4713*	0,0322	1,360%	0,7659**	0,0235	1,586%	0,9007**	0,0155	1,271%
M ²	0,9975**	0,0023	0,127%	0,9917**	0,0040	0,194%	0,9936**	0,0031	0,155%
BONOVTO	0,9873**	0,0049	0,210%	0,9886**	0,0050	0,277%	0,9909**	0,0041	0,236%
ACP 1	0,7195*	0,0085	0,603%	0,7718*	0,0112	0,599%	0,9274	0,0142	0,586%
ACP 2	0,7898**	0,0082	0,570%	0,1475	0,0122	0,668%	0,9950**	0,0149	0,406%
ACP 3	0,8229**	0,0065	0,413%	0,2264	0,0118	0,569%	0,9954**	0,0141	0,669%
ACP CORT 1	0,8082**	0,0086	0,606%	0,8575**	0,0655	-2,034%	0,9702*	0,0683	-2,941%
ACP CORT 2	0,4297	0,0136	0,814%	0,3026	0,0657	-1,911%	0,8243	0,0683	-3,001%
ACP CORT 3	0,1756	0,0135	0,944%	-0,1843	0,0661	-2,103%	0,3408	0,0686	-3,373%
MULTICORT 2	0,9933**	0,0043	0,135%	0,9966**	0,0035	0,146%	0,9949**	0,0031	0,293%
MULTICORT 3	0,9933**	0,0033	0,085%	0,9966**	0,0024	0,048%	0,9939**	0,0021	0,120%
MULTICORT 4	0,9851**	0,0050	0,131%	0,9900**	0,0045	0,122%	0,9944**	0,0036	0,256%
MULTICORT 5	0,9861**	0,0048	0,129%	0,9912**	0,0040	0,113%	0,9894**	0,0043	0,157%

Tabla 3

En primer lugar, tras realizar el contraste Kolmogorov-Smirnov para todas las distribuciones de rentabilidad analizadas, no podemos rechazar en ningún caso que las variables

no se comporten de forma distinta a la distribución normal.

En segundo lugar, con relación a los modelos unifactoriales, podemos destacar:

1.- Ateniéndonos exclusivamente a la estructura de las carteras de bonos, las carteras *bullet* o concentradas, independientemente del modelo de inmunización elegido y del vencimiento u horizonte temporal de las carteras, resultan ser las que mejor comportamiento tienen, seguidas de las carteras *ladder* y *barbell*, que son las que peor se comportan. El coeficiente de correlación es mayor para todos los modelos y plazos testados, cuanto mayor es el grado de concentración de los flujos de caja de las carteras. Por su parte, la distancia euclídea corregida es menor en las carteras *bullet* que en las *ladder* y *barbell*. En definitiva, a tenor de los resultados, podemos afirmar que las carteras *ladder* y *barbell* son más ineficaces a la hora de lograr el objetivo de la inmunización en comparación con las *bullet*. En el gráfico 1 se refleja el valor de la distancia euclídea corregida para la totalidad de modelos analizados.

Distancia euclídea corregida entre las rentabilidades obtenidas y las rentabilidades objetivo para los modelos y plazos analizados

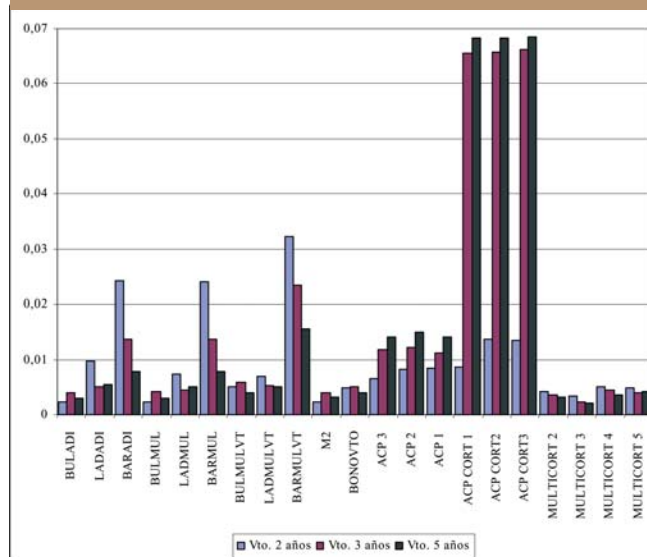


Gráfico 1

2.- Siguiendo dentro de los modelos unifactoriales, y limitándonos únicamente a las carteras con estructura *bullet*, que son las que mejor se comportan, podemos observar que el modelo de inmunización financiera basado en desplazamientos de la ETTI de tipo multiplicativo según plazo de ven-

miento es, con diferencia, el que peor se ajusta. Cualquiera de los estadísticos calculados da un valor más desfavorable para este modelo frente a los otros dos. Entre el modelo de duración aditiva y el de duración multiplicativa las diferencias son muy reducidas, inclinándose la balanza a favor de uno u otro modelo en función del plazo de vencimiento de las carteras y del estadístico utilizado.

3.- Por lo que respecta al plazo de vencimiento de las carteras y considerando de forma conjunta la totalidad de modelos analizados los resultados son más satisfactorios cuanto mayor es el horizonte de inversión considerado. Ahora bien, si nos centramos únicamente en las carteras que presentan mejor comportamiento, las de configuración bullet y duraciones aditivas y multiplicativas, el factor tiempo no desempeña un papel discriminador a la hora de decidirse por un modelo inmunizador u otro. Los mejores resultados se obtienen cuando el horizonte de las carteras es de dos años. No obstante, no existe una tendencia clara al respecto, ya que mientras las carteras con horizonte a tres años se comportan peor que las de dos, las de cinco años rompen esa tendencia obteniéndose para este vencimiento unos resultados mejores que las de tres.

En tercer lugar, en lo que respecta al modelo basado en la minimización de la dispersión de los flujos de caja de la cartera respecto al horizonte de inversión, M^2 , podemos destacar dos hechos:

1.- Las carteras construidas aplicando este modelo alcanzan un grado de ajuste muy elevado, equiparable al de las mejores carteras conseguidas siguiendo el modelo unifactorial. Para un plazo de vencimiento de 2 años los resultados son prácticamente idénticos en los modelos unifactoriales con configuración bullet y duraciones aditivas y multiplicativas, que en el modelo M^2 . Para plazos de vencimiento de 3 y 5 años, las diferencias son muy reducidas entre los tres modelos, resultando mejor uno u otro en función del estadístico elegido para cuantificar los resultados.

2.- El vencimiento de las carteras, al igual que sucede en los modelos unifactoriales, no marca una pauta representativa, pudiéndolas ordenar, de mejor a peor, en función del vencimiento, como sigue: dos, cinco y tres años.

En cuarto lugar, en lo que respecta a la carteras inmunizadas frente a desplazamientos aditivos de la ETTI que incluyan los bonos con vencimientos más cercanos al horizonte de inversión, los resultados alcanzados son bastante satisfactorios, pero no superan a los obtenidos por las carteras con configuración bullet y duraciones aditivas y multiplicativas y por los obtenidos por las carteras inmunizadas minimizan-

do la dispersión de los flujos de caja. En definitiva, la inclusión del bono con vencimiento más cercano al horizonte de inversión en los casos analizados no garantiza la consecución de rentabilidades más cercanas a las inicialmente previstas.

En quinto lugar, con relación a los modelos multifactoriales podemos afirmar:

1.- Los resultados obtenidos aplicando el modelo de duraciones definidas a partir de los movimientos históricos en la ETTI, los que hemos denominado modelos ACP, son muy discretos, empeorando incluso cuando se tiene en cuenta la posibilidad de adoptar posiciones cortas en el mercado al contado. Tales resultados son ampliamente superados por los de las carteras construidas a partir de los modelos unifactoriales, cuando las carteras tienen configuración bullet, por las carteras construidas a partir de la minimización del M^2 e incluso por la cartera que incluye el bono vencimiento. Un importante inconveniente que se ha encontrado al testar estos modelos, que podría explicar los resultados alcanzados, es la falta de observaciones, ya que el proceso de construcción del modelo implica perder los datos relativos a los primeros nueve semestres.

2.-En lo referente al modelo de Prisman y Shores, los que hemos denominado modelos MULTICORTOS, los resultados son similares a los alcanzados con los mejores modelos unifactoriales y con el modelo M^2 . Para un plazo de vencimiento de 2 años, y con independencia del número de factores considerados, los resultados no superan, a los de los modelos mencionados. Sin embargo, tales resultados, en algunos casos, sí son mejorados, cuando el plazo de vencimiento es de 3 ó 5 años.

3.- La inmunización frente a un mayor número de factores no proporciona necesariamente una mejora de los resultados alcanzados. Centrándonos en el modelo de Prisman y Shores, se observa que los resultados son más satisfactorios cuando el número de factores considerados es de 3, estando peor inmunizadas las carteras cuando son 4 y 5 los factores considerados. Además, para horizontes de inversión de 3 y 5 años, las carteras mejor inmunizadas se obtienen aplicando este modelo y considerando 3 factores.

4. CONCLUSIONES

La inmunización de las carteras compuestas por activos financieros de renta fija tiene como objetivo tratar de eliminar de las mismas el riesgo asociado a la evolución futura que puedan seguir los tipos de interés. Los modelos de inmunización financiera simple inicialmente planteados, basados

en el uso de medidas únicas de duración, han dado paso a propuestas más complejas sustentadas, o bien en la utilización de un conjunto de duraciones, o bien en la minimización de la dispersión de los flujos de caja de las carteras. Utilizando datos del mercado español de Deuda Pública hemos simulado el comportamiento de carteras inmunizadas de bonos siguiendo algunos de estos modelos, siendo las conclusiones más relevantes de nuestro estudio las siguientes:

1.- Dentro de los modelos unifactoriales de inmunización financiera los que posibilitan un mayor acercamiento entre las rentabilidades alcanzadas por las carteras y las rentabilidades objetivo, son los basados en medidas de duración derivadas a partir de cambios aditivos o multiplicativos en la ETTI y sustentados en carteras con estructura *bullet*. En estos modelos los mejores resultados se obtienen con las carteras cuyo horizonte de inversión es más corto.

2.- En el modelo unifactorial de duración aditiva la inclusión en las carteras de los bonos con vencimientos más cercanos al horizonte de inversión permite alcanzar buenos resultados, pero sin superar a los de los modelos mencionados en el apartado anterior.

3.- Las carteras construidas empleando el modelo basado en la minimización de la dispersión de los flujos de caja de las carteras con relación al horizonte de inversión (M^2) alcanzan un grado de ajuste muy elevado, equiparable (muy ligeramente por debajo) a las mejores carteras conseguidas siguiendo los modelos unifactoriales.

4.- El modelo multifactorial en el que se definen las medidas de duración inmunizadora a partir de los movimientos históricos de la ETTI en España, analizados mediante la técnica estadística de análisis de componentes principales, proporciona resultados poco satisfactorios. Para los 3 plazos analizados los resultados son peores a los obtenidos con el modelo M^2 y con los mejores modelos unifactoriales. En este modelo la posibilidad de incorporar posiciones cortas en operaciones al contado sobre bonos, no solo no mejora los resultados obtenidos sino que incluso los empeora. Por último, el empleo de un mayor número de factores no mejora los resultados alcanzados.

5.- Los mejores resultados para horizontes de inversión de 3 y 5 años se alcanzan construyendo las carteras mediante la aplicación del modelo multifactorial propuesto por Prisman y Shores cuando el número de factores considerado es tres. Para un horizonte de inversión de 2 años los resultados para este modelo de inmunización son muy similares¹⁸ a los de los modelos unifactoriales de duración aditiva y multiplicativa con configuración *bullet*. La inclusión de los factores cuarto y quinto no mejora los resultados.

Queremos finalizar nuestro trabajo haciendo referencia a las limitaciones que tiene el estudio que hemos desarrollado. La primera limitación viene dada por la utilización del modelo de Svensson para la determinación de los tipos de interés al contado con los que establecer los rendimientos objetivos de las carteras inmunizadas. Parte de las diferencias entre los rendimientos reales de las carteras inmunizadas y los rendimientos previstos pueden venir explicados por los posibles errores de estimación del modelo.

Por último, el número de carteras consideradas en el estudio es muy reducido. La escasa liquidez del mercado de Deuda Pública para fechas anteriores a enero de 1993 nos imposibilita llevar a cabo un análisis más exhaustivo del problema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barber, J.R. y Cooper, M.L. (1996): "Immunization using principal component analysis". *Journal of Portfolio Management*, autumn, págs. 99-105.
- Bierwag, G.O. (1977): "Immunization, duration, and the term structure of interest rates". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, december, págs. 725-742.
- Bierwag, G.O. (1991): *Análisis de la Duración. La Gestión del Riesgo de Tipo de Interés*. Alianza Editorial, Madrid.
- Bierwag, G.O., Fooladi, I. y Roberts, G. S. (1993): "Designing an immunized portfolio: Is M-Squared the key?". *Journal of Banking and Finance*, nº 17, págs. 1147-1170.
- Bierwag, G.O. y Kaufman, G.G. (1977): "Coping with the risk of interest-rate fluctuations: A Note". *Journal of Business*, july, págs. 364-370.
- Bierwag, G.O., Kaufman, G.G., Schweitzer, R. y Toevs, A. (1981): "The art of risk management in bond portfolios". *Journal of Portfolio Management*, spring, págs. 27-36.
- Carleton, W.T. (1977): "Discussion: duration and security risk". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, nº 17, 1977, págs. 669-670.
- Chambers, D.R. y Carleton, W.T. (1988): "A generalized approach to duration". *Research in Finance*, nº 7, 1998, págs. 163-181.
- Dattatreya, R.E. y Fabozzi, F.J. (1995): "The risk-point method for measuring and controlling yield curve risk". *Financial Analysts Journal*, july-august, págs. 45-54.
- Fisher, L. y Weil, R.L. (1971): "Coping with the risk of interest risk fluctuations: returns to bondholders from naive and optimal strategies". *Journal of Business*, vol. 44, nº. 4, págs. 408-431.
- Fong, G.H. y Vasicek, A. (1984): "A risk minimizing strategy for portfolio immunization". *Journal of Finance*, vol. XXXIX, nº 5, december, págs. 1541-1546.
- Ho, T. S. Y. (1992): "Key rate durations: measures of interest rate risks". *Journal of Fixed Income*, september, págs. 29-44.
- Hopewell, M. y Kaufman, G. (1973): "Bond price volatility and term to maturity: a generalized respecification". *American Economic Review*, vol. 63, págs. 749-753.
- Khang, C. (1979): "Bond immunization when short - term interest rates fluctuate more than long-term rates". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, december, págs. 1085-1091.

Klaffky, T.E., Ma, Y.Y. y Nozari, A. (1992): "Managing yield curve exposure: introducing reshaping durations". *Journal of Fixed Income*, december, págs. 39-46.

Litterman, R. y Scheinkman, J. (1991): "Common factors affecting bond returns". *Journal of Fixed Income*, vol 1, págs. 54-61.

Macaulay, F. R. (1938): Some theoretical problems suggested by the movements of interest rate, bond yields and stock prices in the U.S. since 1856. National Bureau of Economic Research, Nueva York.

Nawalkha, S. K. y Chambers, D. R. (1996): "An improved immunization strategy: M-Absolute". *Financial Analyst Journal*, september-october, págs. 69-76.

Nawalkha, S. K. y Chambers, D. R. (1997): "The M-Vector model: derivation and testing of extensions to M-Square". *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, nº 2, winter, págs. 92-98.

Nelson, C.R. y Siegel, A.F. (1987): "Parsimonious modeling of yield curves". *Journal of Business*, vol. LX, nº 4, págs. 473-489.

Núñez Ramos, S. (1995): "Estimación de la estructura de tipos de interés para el caso español". *Boletín Económico del Banco de España*, mayo, págs. 59-67.

Pérez Martínez, M.A. (2000): "Tratamiento del riesgo en las estrategias de inmunización financiera". *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, vol 9, nº 1, págs. 71-82.

Pérez, M.A. y Mendiádua, A. (1999): "Una revisión crítica de las medidas de duración propuestas para la cuantificación del riesgo de interés en los activos de renta fija". *Cuadernos de Gestión*, nº 21, págs. 23-41.

Pérez Martínez, M.A., Peña Cerezo, M.A. y Ruiz Herrán, V. (2004): "Modelos unifactoriales de inmunización financiera: comportamiento en el mercado español de Deuda Pública", en González Santoyo, F. y Terceño Gómez, A. (edit), Actas XIII Internacional Conference de la Asociación Española de Dirección y Economía de la Empresa. Cartagena de Indias (Colombia).

Pérez Martínez, M.A., Peña Cerezo, M.A. y Ruiz Herrán, V. (2005): "Modelos multifactoriales de inmunización financiera: comportamiento en el mercado español de Deuda Pública", en González Santoyo, F. y Terceño Gómez, A. (edit), Actas XIV Internacional Conference de la Asociación Española de Dirección y Economía de la Empresa. Morelia-Michoacán (México).

Prisman, E.Z. y Shores, M.R. (1988): "Duration measures for specific term structure estimations and applications to bond portfolio immunization". *Journal of Banking and Finance*, nº 12, págs. 493-504.

Reitano, R.R. (1991): "Multivariate duration analysis". *Society of Actuaries*, vol XLIII, págs. 355-375.

Reitano, R.R. (1992): "Non-parallel yield curve shifts and convexity". *Society of Actuaries*, vol XLIV, págs. 479-499.

Svensson, L. (1994): Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994. *Working Paper*, nº 114. International Monetary Fund.

Willner, R. (1996): "A new tool for portfolio managers: level, slope and curvature durations". *Journal of Fixed Income*, june, págs. 48-59.

NOTAS:

- 1.- Este trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación I/UPV 00166.321-H-15324/2003 de la Universidad del País Vasco.
- 2.- Al respecto puede verse Pérez y Mendiádua (1999)
- 3.- Al respecto véanse los trabajos de Klaffky, Ma y Nozari (1992), Ho (1992), Reitano (1991) o Dattatreya y Fabozzi (1995).
- 4.- Al respecto véanse los trabajos de Prisman y Shores (1988) o Nawalkha y Chambers (1997).
- 5.- En algunos casos, y ante la ausencia de negociación de algunos bonos en algunas fechas concretas, nos hemos visto obligados a calcular los precios teóricos de dichos bonos aplicando en la valoración los tipos de interés al contado teóricos calculados aplicando el método de Svensson (1994).
- 6.- Se ha tomado el semestre como periodo de evaluación dado que la reestructuración de las carteras objeto de estudio también es semestral.
- 7.- Hemos considerado que los periodos semestrales comienzan los meses de enero y julio de cada año.
- 8.- Para llevar a cabo la simulación nos hemos visto en la necesidad para algunos casos, fundamentalmente cuando el horizonte de inversión es inferior al año, de utilizar bonos que no cumplen el requisito de liquidez mencionado. De no hacerlo de esta manera no encontraríamos con la imposibilidad de formar carteras que cumplan los criterios establecidos en los diferentes modelos de inmunización para formar las carteras.
- 9.- Prisman y Shores (1988) y Nawalkhan y Chambers (1997) demostraron que el establecimiento de estrategias de inmunización sobre la base de la minimización de M^2 elimina el riesgo de inmunización frente a cambios paralelos en la ETTI, minimizando el riesgo de que suceda una variación multiplicativa de la misma. Por tanto, implícitamente se está aplicando un modelo multifactorial de dos factores, basado en desplazamiento aditivos y multiplicativos de la ETTI.
- 10.- Más detalles al respecto pueden verse en Pérez, Peña y Ruiz (2005)
- 11.- Véase, por ejemplo, Bierwag, Fooladi y Roberts (1993).
- 12.- La falta de información de los mercados de futuros, así como el elevado número de ajustes que sería necesario realizar en las carteras debido a la necesidad de hacer frente a los depósitos iniciales de garantía, así como a la liquidación diaria de pérdidas y ganancias nos han llevado a adoptar este supuesto.
- 13.- De hecho a partir de 3 factores no es posible aplicar este modelo si no adoptando posiciones cortas sobre los activos.
- 14.- Las fechas de formación y modificación de las carteras corresponden a mediado de los meses de marzo y septiembre.
- 15.- Para el caso del modelo multifactorial basado en el análisis de componentes principales para cuantificar los desplazamientos de la ETTI, el número de carteras es de 10 a 2 años, 8 a 3 años y 4 a 5 años. Esto es debido a que, como hemos comentado, el modelo se ha aplicado en base a desplazamientos de la ETTI en España entre enero de 1991 y agosto de 1997, comenzando a formarse las carteras a partir de esta última fecha.
- 16.- Hemos supuesto la no existencia de costes de transacción en las operaciones de reestructuración de las carteras.
- 17.- Recuérdese que al incrementar el vencimiento de las carteras el número de observaciones totales se reduce. Esta reducción en el número de observaciones también se manifiesta cuando analizamos modelos basados en el ACP.
- 18.- La distancia euclídea corregida y el coeficiente de correlación se comportan peor, mientras que por el contrario, la esperanza matemática de las diferencias es menor (mejor). En cualquier caso, las diferencias son mínimas.
- 19.- Dichos modelos de inmunización se han expresado con abreviaturas para simplificar la tabla y las posteriores explicaciones y resultados. Para observar la correspondencia ver tabla 2. Los nueve primeros modelos hacen referencia a las 9 combinaciones posibles que se pueden formar con los tres tipos de carteras distintas (bullet, ladder y barbell), y las tres variaciones en la ETTI posibles analizadas: aditivas, multiplicativas y multiplicativas según vencimiento.