

**Observador eficiente
para una
turbina eólica**

Eneko Olmo

Bilbao, Junio 2014

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	II
Índice de cuadros	IV
1 Descripción del problema y de los datos	1
1.1. Descripción de una turbina	1
1.2. Problema	2
1.3. Descripción de las medidas disponibles	2
2 Modelos estructurales simples	4
2.1. Modelo de nivel local	4
2.2. Modelo de tendencia lineal local	4
2.3. Modelo de tendencia local y estacionalidad	5
3 Métodos y conceptos a utilizar	8
3.1. Modelos multivariantes	8
3.2. El filtro de Kalman	9
3.3. Funciones de autocorrelación y espectro de potencia	10
4 Análisis de datos y modelización	13
4.1. Introducción	13
4.2. Series Viento aisladamente	13
4.3. Serie aceleración aisladamente (acelX)	24
4.4. Modelización conjunta de viento y aceleración	27
5 Resumen y conclusiones	30
Bibliografía	32

Índice de figuras

1.1. Turbina eólica de tres palas a barlovento. Se muestra la ubicación de los anemómetros sobre la góndola	2
1.2. Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros, velocidad de rotor y aceleración de la cabeza de la torre.	3
4.1. Gráficos de la velocidad del viento medida por un anemómetro y valores filtrados. Modelo de nivel local. El panel superior recoge toda la serie, el inferior un segmento de 40 segundos. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que la línea negra son los valores del viento que nos da el anemómetro.	15
4.2. Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo de nivel local. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	17
4.3. Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo de tendencia lineal local. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	19
4.4. Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo autoregresivo de orden tres. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	21

4.5. Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo autoregresivo de orden cinco. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	23
4.6. Espectro de potencia de la componente X de la aceleración (colineal con el viento en la cabeza de la torre).	24
4.7. Gráfico de la aceleración en la oscilación de la torre. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las línea negra son los valores de la aceleración de la oscilación de la torre. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	26
4.8. Grafico de la aceleración sumada acumulativamente. La integral de la aceleración debería dar una trayectoria horizontal; al sumar la aceleración discretizada se produce la deriva que se aprecia.	28
4.9. Modelización conjunta de viento y aceleración. Valores filtrados del viento y de los dos anemómetros. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores de la aceleración de la oscilación de la torre. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.	29

Índice de cuadros

5.1. Errores cuadráticos medios (ECM) de las predicciones una etapa hacia delante con los diferentes modelos ajustados	31
---	----

Capítulo 1

Descripción del problema y de los datos

1.1. Descripción de una turbina

Una turbina eólica o molino de viento es una maquina capaz de convertir la energía generada por la fuerza del viento en energía eléctrica. Está principalmente compuesta por una torre, un rotor que contiene tres palas y un buje al que se unen las palas, un tren mecánico y un generador eléctrico. La “nacelle” o góndola en la parte superior de la torre contiene el tren mecánico y el generador; una representación esquemática puede verse en el Figura 1.1.

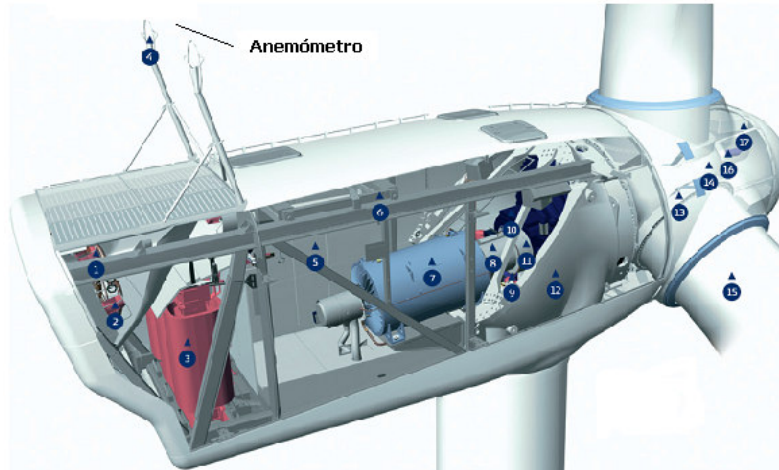
El viento es la variable más importante, ya que sin él la turbina no giraría y, por lo tanto, no se produciría energía. La fuerza del viento es la que hace mover el molino empujando las palas y en consecuencia el buje. La energía mecánica que se produce por el movimiento giratorio de la turbina se convierte en energía eléctrica gracias al generador acoplado al eje mecánico.

Ésta es una explicación sencilla de como funciona un molino eólico. En la realidad entran otras variables en juego, ya que la torre es una estructura flexible y oscila por la fuerza del viento. A ésto se le llama efecto aeroelástico. Por otra parte, otras variables bajo nuestro control afectan al funcionamiento de la turbina, notablemente el ángulo de ataque de las palas (pitch), que pueden rotar sobre su eje y presentar diferente perfil al viento.

Una descripción mas completa puede encontrarse en [1], que en parte sirve de base a este trabajo.

CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y DE LOS DATOS 2

Figura 1.1: Turbina eólica de tres palas a barlovento. Se muestra la ubicación de los anemómetros sobre la góndola



1.2. Problema

El trabajo consiste en hacer uso de medidas de los diferentes sensores en la turbina, para obtener una estimación del estado de la misma (y principalmente del viento efectivo incidente) más precisa, que permita regular el paso de pala y optimizar la producción de energía. Para ello recurriré a especificar un modelo en espacio de estado que tenga en cuenta la interacción entre las diferentes magnitudes medidas, para así lograr una estimación de las variables subyacentes de interés. Se trata de realizar diferentes pruebas para seleccionar y estimar tal modelo. Las observaciones eran inicialmente 15000, correspondientes a un periodo de 10 minutos, espaciadas en 40 ms; se han promediado de 5 en 5 para obtener 3000 observaciones espaciadas en 200 ms. Se representan en la Figura 1.2 en el que el eje de abscisas está rotulado en segundos.

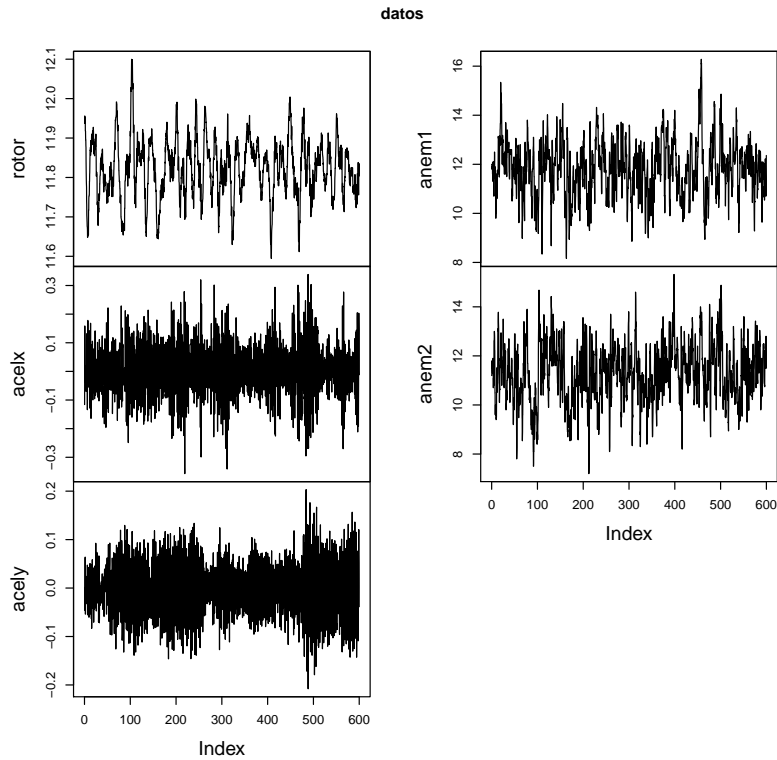
1.3. Descripción de las medidas disponibles

Para la realización de este trabajo me voy a centrar en las variables relacionadas con la torre y velocidad del viento, dejando a un lado aquellas que hacen referencia al tren mecánico y el generador eléctrico.

Trabajaré con las siguiente variables:

CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y DE LOS DATOS 3

Figura 1.2: Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros, velocidad de rotor y aceleración de la cabeza de la torre.



- **Velocidad medida del viento:** Calculada en metros por segundo (m/s). En ocasiones se dispone de una sola medida (un anemómetro), en otras de dos (dos anemómetros). En nuestro caso son dos.
- **Aceleración:** La aceleración en la oscilación de la torre en la dirección en la que sopla el viento (la torre también oscila transversalmente al viento). Se mide en metros por segundo al cuadrado (m/s^2).

Otras variables medidas son:

- **Aceleración transversal de la torre:** Movimiento de oscilación de la torre. Se mide en metros por segundo al cuadrado (m/s^2)
- **Rotor:** Velocidad a la que gira, calculada en radianes por segundo (rad/s).

Capítulo 2

Modelos estructurales simples

2.1. Modelo de nivel local

Un ejemplo básico de modelos temporales es el modelo de nivel local. Consta de las siguiente dos ecuaciones:

$$Y_t = \nu_t + \epsilon_t \quad (2.1)$$

$$\nu_{t+1} = \nu_t + \xi_t \quad (2.2)$$

Para $t = 1, \dots, n$, ν_t es el nivel (no observado) de Y_t y ϵ_t es el ruido en el momento t . Al ϵ_t también se le llama el componente irregular. El ruido de nivel ξ_t y el ruido de observación ϵ_t se distribuyen como sendas normales de media cero y varianzas σ_ξ^2 y σ_ϵ^2 .

La segunda ecuación es la ecuación de estado. El estado del viento en un momento t es el estado del viento en un momento $t - 1$ más el ruido.

La primera ecuación es la ecuación de observación; en nuestro caso, expresa la medida del anemómetro en un momento t como el estado del viento en ese mismo momento más el ruido.

Cuando la varianza del ruido del estado es constante e igual a cero, $\xi_t = 0$ para $t = 1, \dots, n$, el modelo se reduce al modelo de media constante: En este caso el modelo es estacionario. Por otra parte, cuando el nivel varía en el tiempo, se trata de un proceso no estacionario.

2.2. Modelo de tendencia lineal local

El modelo de nivel local del que se ha hablado en el punto anterior es el modelo estructural más simple. Si se le añade una pendiente ν_t , la cual está generada por un camino aleatorio, se consigue el siguiente modelo:

$$Y_t = \mu_t + \epsilon_t \quad (2.3)$$

$$\mu_{t+1} = \mu_t + \nu_t + \xi_t \quad (2.4)$$

$$\nu_{t+1} = \nu_t + \eta_t \quad (2.5)$$

A (2.3)-(2.5) se le llama modelo de tendencia lineal local. Si $\epsilon_t = \xi_t = 0$, entonces para cualquier a $\nu_{t+a} = \nu_t = \nu$ y $\mu_{t+a} = \mu_t + a\nu$, por lo tanto, la tendencia es exactamente lineal y se reduce al modelo de tendencia determinista lineal. Las formas con varianzas de ξ y varianzas de η mayores que cero dejan al nivel de tendencia y a la pendiente variar en el tiempo. El modelo de tendencia lineal local contiene dos ecuaciones de estado: una para modelizar el nivel y otra para modelizar la pendiente. La pendiente ν_t en la segunda ecuación puede ser concebida como el equivalente del coeficiente de regresión en un modelo de regresión clásico que incorporase como variable el tiempo. La gran diferencia entre estos dos coeficientes es que en el modelo de tendencia lineal local la pendiente puede variar en el tiempo.

2.3. Modelo de tendencia local y estacionalidad

Un modelo con estacionalidad se crea cuando la evolución de la serie repite el mismo comportamiento ciclo tras ciclo. Por ejemplo, se podría decir que el modelo de víctimas en carretera en Reino Unido tiene un comportamiento estacional, ya que a final de año es cuando, año tras año, más víctimas hay. En este caso la estacionalidad es anual, pero la estacionalidad podría ser diaria, semanal, etcétera.

En los modelos de nivel local o tendencia lineal local, el efecto estacional se añade como un componente estacional. Por ejemplo, en un modelo con estacionalidad anual y datos trimestrales.

$$Y_t = \nu_t + \gamma_{1,t} + \epsilon_t \quad (2.6)$$

$$\nu_{t+1} = \nu_t + \xi_t \quad (2.7)$$

$$\gamma_{1,t+1} = -\gamma_{1,t} - \gamma_{2,t} - \gamma_{3,t} + \omega_t \quad (2.8)$$

$$\gamma_{2,t+1} = \gamma_{1,t} \quad (2.9)$$

$$\gamma_{3,t+1} = \gamma_{2,t} \quad (2.10)$$

El ruido ω_t deja a la estacionalidad a variar en el tiempo. Los valores iniciales ν_1 , $\gamma_{1,1}$, $\gamma_{2,1}$ y $\gamma_{3,1}$ son tratados como coeficientes desconocidos. Al

contrario de los componentes del nivel y la pendiente, que cada uno necesita una ecuación de estado, en el componente estacional se necesitan $(s - 1)$ ecuaciones de estado, donde s es dada por la periodicidad de la estación. Tal y como se muestra en las ecuaciones anteriores, para los datos trimestrales y estacionalidad anual (donde tenemos $s = 4$), se necesitan tres ecuaciones de estado. La cuarta y la quinta ecuación son identidades. La cuarta y quinta ecuaciones trasladan los valores de $\gamma_{i,t}$.

La ecuación (2.8) dice que el efecto estacional en el periodo $t + 1$ es la suma de los efectos en los tres periodos anteriores más una perturbación.

Cuando el efecto estacional γ_t no puede variar en el tiempo, se necesita que $\omega_t = 0$ para todo $t = s - 1, \dots, n$. Esto se consigue haciendo $\sigma_\omega^2 = 0$. Entonces, para todo t

$$\sum_{j=0}^{s-1} \gamma_{t-j} = 0$$

es decir, los efectos estacionales se compensan a lo largo del periodo estacional.

Este modo de introducir estacionalidad no es el único. Para series muestreadas muchas veces a lo largo del periodo estacional, se requerirían muchos coeficientes estacionales $\nu_{j,t}$ en las ecuaciones (2.7)-(2.8). Por ejemplo, con datos diarios y estacionalidad anual, $s = 365$ y necesitaríamos 364 elementos en el vector de estado para recoger la estacionalidad.

Una forma alternativa de especificar la estacionalidad se basa en el hecho de que cualquier función periódica puede ser aproximada mediante una combinación lineal de sinusoides de diferentes frecuencias:

$$f(t) \approx \sum_{k=0}^K (a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)) \quad (2.11)$$

La ecuación (2.11) es un desarrollo en serie de Fourier truncado en los " K " primeros sumandos, al que nos volveremos a referir en la sección 3.3.

Para relacionar linealmente los valores $\cos(\omega_k(t + 1))$ y $\sin(\omega_k(t + 1))$ con sus homólogos en el momento anterior puede hacerse uso de las identidades trigonométricas

$$\sin(\omega_k(t + 1)) = \sin(\omega_k t) \cos(\omega_k) + \cos(\omega_k t) \sin(\omega_k) \quad (2.12)$$

$$\cos(\omega_k(t + 1)) = \cos(\omega_k t) \cos(\omega_k) - \sin(\omega_k t) \sin(\omega_k) \quad (2.13)$$

de acuerdo con las cuales:

$$\begin{bmatrix} \sin(\omega_k(t+1)) \\ \cos(\omega_k(t+1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_k) & \sin(\omega_k) \\ -\sin(\omega_k) & \cos(\omega_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\omega_k t) \\ \cos(\omega_k t) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Por consiguiente, un modelo en espacio de estado con, por ejemplo, nivel aleatorio y estacionalidad que pudiera recogerse mediante una sola componente sinusoidal de frecuencia angular ω_k podrá escribirse así:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k) & \sin(\omega_k) \\ 0 & -\sin(\omega_k) & \cos(\omega_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1t-1} \\ \theta_{2t-1} \\ \theta_{3t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \\ \xi_{3t} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$[Y_t] = [1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \end{bmatrix} + [\epsilon_t] \quad (2.16)$$

La especificación se completa, como de costumbre, mediante una distribución inicial para θ . En la ecuación (2.15), θ_{2t} y θ_{3t} serían respectivamente $\sin(\omega_k t)$ y $\cos(\omega_k t)$ multiplicadas por sendas constante $a_{k,t}$, $b_{k,t}$.

Obsérvese que mientras (2.14) proporciona una trayectoria sinusoidal determinista, (2.15) permite mediante la presencia de ruido que θ_{2t} , θ_{3t} se desvíen de la misma.

Obsérvese también que podemos acumular cuantos componentes estacionales queramos. Cada uno da lugar a un bloque (2×2) en la matriz de transición de la ecuación de estado (2.15)

Capítulo 3

Métodos y conceptos a utilizar

3.1. Modelos multivariantes

Los modelos multivariantes se utilizan en aquellas ocasiones donde es necesario analizar más de una serie temporal. El modelo de serie temporal multivariante se representa de la siguiente manera:

$$y_t = Z_t a_t + \epsilon_t \quad (3.1)$$

$$a_{t+1} = T_t a_t + R_t \eta_t \quad (3.2)$$

Para $t = 1, \dots, n$ las observaciones y_t son un vector $p \times 1$ que contiene los valores de las p series temporales para el momento t . El vector aleatorio ϵ_t es $p \times 1$ y contiene los ruidos de las observaciones y_t , uno para cada serie temporal en y_t . El ruido de las observaciones y_t tiene media cero y varianza-covarianza desconocida representada por una matriz H_t de orden $p \times p$. H_t puede ser constante en el tiempo y entonces la denotamos simplemente por H .

El vector de estado a_t es un vector $m \times 1$ que describe completamente el sistema bajo estudio. La matriz Z_t de orden $p \times m$ relaciona el vector de estado con el vector de observación. La matriz T_t se le llama matriz de transición de orden $m \times m$; puede, como las demás, ser constante en el tiempo. El vector η_t de orden $r \times 1$ contiene los ruidos de estado con media cero y, varianzas y covarianzas desconocidas en la matriz de varianzas Q_t de orden $r \times r$. En muchos casos, la matriz R_t es la matriz identidad I_m . En otros casos, esa misma matriz es una matriz $m \times r$ y $r < m$. Aunque la matriz R_t se puede especificar libremente, suele estar compuesta por una selección de columnas de la matriz identidad.

Como es fácil comprobar, el modelo dado por (3.1)-(3.2) incluye como casos particulares los modelos estructurales introducidos previamente.

3.2. El filtro de Kalman

El filtro de Kalman se utiliza por primera vez en 1960 por el profesor R.E. Kalman y resulta una revolución en el área de la estimación. La publicación original es [6]; otras referencias más accesibles incluyen [2, 4, 3, 10].

Hoy en día se aplica en muchas áreas como la aeronáutica, la navegación de vehículos o la estimación de modelos económicos. Resulta muy efectivo y por eso ha dado lugar a una larga investigación.

El filtro de Kalman estima el estado de un sistema en el momento t y mejora la estimación conforme avanza el tiempo a partir de medidas de variables relacionadas con el estado que pueden estar perturbadas por algún tipo de ruido. Este filtro se basa en dos etapas: La primera etapa es la de la predicción: en ella se predice el vector de estado en t con información hasta $t - 1$. La segunda etapa es la de la corrección, en la que se modifica esta predicción a la luz de una nueva observación y_t .

En el caso general de un modelo en espacio de estado dado por (3.1)-(3.2) las expresiones del filtro de Kalman son las siguientes:

$$v_t = y_t - Z_t a_t \quad (3.3)$$

$$F_t = Z_t P_t Z_t' + H_t \quad (3.4)$$

$$K_t = T_t P_t Z_t' F_t^{-1} \quad (3.5)$$

$$L_t = T_t - K_t Z_t \quad (3.6)$$

$$a_{t+1} = T_t a_t + K_t v_t \quad (3.7)$$

$$P_{t+1} = T_t P_t L_t' + R_t Q_t R_t' \quad (3.8)$$

Puede verse su obtención, por ejemplo, en [2].

Cuando se conocen las matrices Z_t , T_t , H_t , Q_t , R_t , podemos directamente correr el filtro de Kalman sobre una serie para obtener estimaciones del estado a_t . Si alguna de las matrices anteriores incluye parámetros desconocidos, estos deben ser estimados.

Necesitamos, además, valores iniciales de a_0 y P_0 (estado y su matriz de covarianzas) para iniciar la iteración. Si no tenemos información al respecto habitualmente fijaremos $a_0 = \vec{0}$ y $P_0 = 10^7 \times I$. Esto es equivalente a expresar casi total incertidumbre acerca del valor inicial del vector de estado, y es práctica común cuando no sabemos nada de él. Hay métodos más elaboradas de expresar esta ignorancia, pero para nuestro trabajo bastará la aproximación indicada.

Dado que se comienza con una incertidumbre casi total, es normal que las primeras estimaciones del vector de estado sean muy erráticas, hasta que el filtro de Kalman “aprende”.

Por este motivo en algunos de los gráficos despreciaremos un periodo transitorio inicial de algunas docenas de observaciones, para no distorsionar la escala.

3.3. Funciones de autocorrelación y espectro de potencia

En el trabajo estadístico clásico las variables aleatorias suelen considerarse independientes ya que el experimento que genera esas observaciones es físicamente independiente. Si la densidad $f_X(x)$ asociada a las variables aleatorias es *Normal* o *Gaussiana* se puede describir por su media.

$$\mu = E[X] \quad (3.9)$$

y su varianza.

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] \quad (3.10)$$

La media mide la localización o el centro de gravedad de la distribución mientras que la varianza mide su variabilidad o dispersión.

Si las observaciones x_t forman parte de una serie temporal, solo en el caso de una sucesión aleatoria de ruido blanco los valores son independientes: eso quiere decir que el x_t no es influenciado por x_{t-1}, x_{t-2}, \dots . En general, los valores de una serie temporal serán *correlados*. Por lo tanto, será necesario en el caso de series estacionarias especificar su *función de autocovarianza*.

$$\gamma(u) = E[(X(t) - \mu)(X(t+u) - \mu)] \quad (3.11)$$

Obsérvese que en (3.11) se supone que $\gamma(u)$ no depende de t . es decir, la covarianza entre $X(t)$ y $X(t+u)$ depende sólo de u . Análogamente, la media se supone constante, μ . Estos dos supuestos definen la llamada estacionariedad de segundo orden. En la practica $\gamma(u)$ puede ser estimada de esta manera:

$$c(u) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-u} (x_t - \bar{x})(x_{t+u} - \bar{x}) \quad (3.12)$$

donde \bar{x} es la media de la serie temporal observada:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t \quad (3.13)$$

A $c(u)$ se la llama la función de autocovarianza muestral de la serie temporal. Claramente, $c(0)$ es el estimador habitual de la varianza. Cuando se comparan series de diferentes escalas de medida es conveniente normalizarla dividiéndola por $c(0)$. Por consiguiente la función de autocorrelación muestral se define de esta manera:

$$r(u) = \frac{c(u)}{c(0)} \quad (3.14)$$

La función de autocorrelación (ACF) es útil en algunas situaciones porque muestra visualmente la dependencia entre $X(t)$ y $X(t+u)$ para cualquier u . Aun así, la función de autocorrelación a veces es difícil de interpretar porque los valores cercanos pueden estar muy correlados. Eso quiere decir que la función de autocorrelación muestral puede estar visualmente distorsionada.

El análisis de espectros que se define como la transformación de una señal de la representación en el dominio del tiempo hacia la representación en el dominio de la frecuencia, tiene sus raíces a principio del siglo XIX, cuando varios matemáticos lo investigaron desde una base teórica. Pero fue un hombre práctico, un ingeniero con una educación matemática, quien desarrolló la teoría en que están basadas algunas técnicas modernas de análisis de espectro. Este ingeniero era Jean Baptiste Fourier. El estaba trabajando para Napoleón, durante la invasión de Egipto en un problema de sobrecalentamiento de cañones, cuando dedujo la famosa serie de Fourier, para la solución del problema de conducción de calor. Puede parecer que hay una gran distancia entre cañones sobrecalentados y análisis de frecuencia, pero resulta que las mismas ecuaciones son aplicables en los dos casos. Fourier más tarde generalizó la serie de Fourier en la integral de Fourier. La llegada del análisis de las señales digitales naturalmente llevó a la llamada Transformada Discreta de Fourier y la Transformada Rápida de Fourier o TRF.

Un proceso estocástico estacionario normal se describe simplemente por su media y su función de autocovarianza. También se puede demostrar que una descripción equivalente se puede producir por el espectro de potencia, el cual es la transformada de Fourier de la función de la autocovarianza.

Hay que saber que los métodos clásicos de Fourier fallan cuando se aplican a series temporales. El estimador del espectro obtenido de la transformada

de Fourier de la función de autocovarianza muestral tiene la desafortunada propiedad de que su varianza no decrece a medida que la longitud de la serie temporal crece: es inconsistente. Por lo tanto, los métodos hay que modificarlos para el análisis de series temporales. Estas modificaciones consisten en suavizar la transformada de Fourier de la ACF muestral, o, equivalentemente, del periodograma de la serie

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{i=0}^{N-1} X_t e^{i\omega t} \right|^2 \quad (3.15)$$

Alisando el espectro muestral, se puede obtener un estimador mejorado del espectro. Cuanto más se alise se obtendrá una varianza más pequeña, pero un mayor sesgo. Por tanto, hay que encontrar un equilibrio entre varianza y sesgo.

El valor de $I(\omega)$ se calcula para las llamadas frecuencias armónicas, $\omega_k = \frac{2\pi k}{N}$, para $k = 0, \dots, \frac{N}{2}$ o $\frac{N}{2} + 1$. El alisado a que se refiere el párrafo anterior puede realizarse de diversas maneras: una es promediar $2e + 1$ valores contiguos:

$$f(\omega_j) = \frac{(I(\omega_{j-e}) + \dots + I(\omega_j) + \dots + I(\omega_{j+e}))}{(2e + 1)} \quad (3.16)$$

Esto puede realizarse reiteradamente, y así lo haremos en lo que sigue.

Una descripción relativamente completa del análisis espectral clásico en [5]. Utilizamos la ACF y el espectro para investigar si una serie es incorrelada (o “ruido blanco”), y para buscar periodicidad.

Capítulo 4

Análisis de datos y modelización

4.1. Introducción

Estimaremos a continuación diferentes modelos. En todos los casos se consideran variantes de modelos estructurales y se estiman algunos parámetros. La estimación se hace utilizando el paquete `d1m`, [8],[7] de R, [9].

4.2. Series Viento aisladamente

Modelo de nivel local. Un anemómetro

Supone que el viento incidente en el momento t es ν_t y evoluciona con una dinámica de paseo aleatorio:

$$\nu_{t+1} = \nu_t + \xi_t \quad (4.1)$$

En este caso no utilizaremos matrices para identificar las medidas de los anemómetros, ya que solo utilizaremos uno. Por lo tanto, la medida del único anemómetro es la siguiente:

$$Y_t = \nu_t + \epsilon_t \quad (4.2)$$

Tenemos así un modelo de nivel local con observación univariante. La estimación del viento incidente coincidirá con el valor estimado de ν_t y hace uso de las observaciones del anemómetro.

La especificación se completa dando valores iniciales $\nu_0 = 0$, $P_0 = \sigma_{\nu_0}^2 = 10^7$ y especificando la forma de las covarianzas $H_t = H$ de ϵ_t y $Q_t = Q$. Supondremos que los ruidos son $\epsilon_t \sim N(0, H)$ y $\xi_t \sim N(0, Q)$ con

$$H = [\sigma_\epsilon^2] \quad (4.3)$$

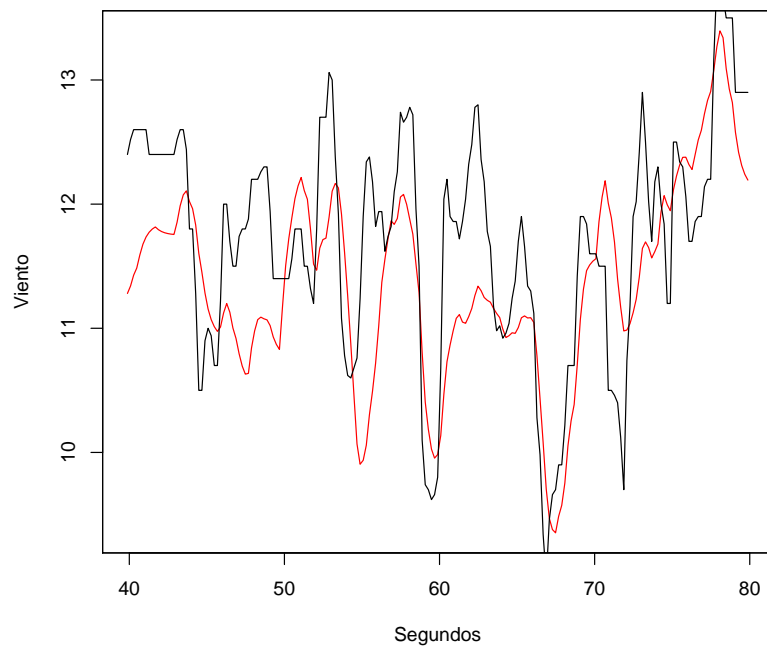
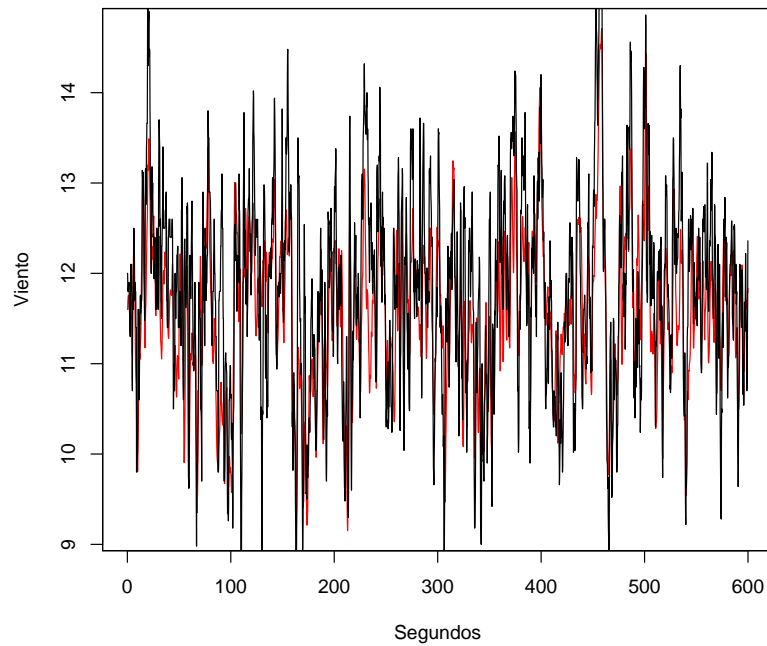
$$Q = [\sigma_\xi^2] \quad (4.4)$$

Los parámetros a estimar son por tanto dos: $\sigma_\epsilon^2, \sigma_\xi^2$.

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_\epsilon^2 = 0,67978$, $\sigma_\xi^2 = 0,057277$. Los valores originales de la serie y los valores filtrados pueden verse en la Figura 4.1

Como disponemos de dos anemómetros podemos tratar de estimar la velocidad del viento utilizando el mismo modelo con los dos anemómetros. Esto da lugar al modelo en la siguiente sección.

Figura 4.1: Gráficos de la velocidad del viento medida por un anemómetro y valores filtrados. Modelo de nivel local. El panel superior recoge toda la serie, el inferior un segmento de 40 segundos. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que la línea negra son los valores del viento que nos da el anemómetro.



Modelo de nivel local. Dos anemómetros

El modelo más simple a continuación supone que el viento incidente (inobservable) en el momento t es ν_t y evoluciona con una dinámica de paseo aleatorio:

$$\nu_{t+1} = \nu_t + \xi_t \quad (4.5)$$

Las medidas de los anemómetros (Y_{1t} e Y_{2t}) en t son iguales a ν_t mas ruido:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \nu_t + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Tenemos así un modelo de nivel local con observación bivalente. La estimación del viento incidente coincidirá con el valor estimado de ν_t y hace uso de las observaciones de los dos anemómetros.

La especificación se completa especificando valores iniciales $\nu_0 = 0$, $P_0 = \sigma_{\nu_0}^2 = 10^7$ y especificando la forma de las matrices de covarianzas $H_t = H$ de ϵ_t y $Q_t = Q$. Supondremos que los ruidos son $\epsilon_t \sim N(0, H)$ y $\xi_t \sim N(0, Q)$ con

$$H = \begin{bmatrix} \sigma_{1\epsilon}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{2\epsilon}^2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$Q = [\sigma_{\xi}^2] \quad (4.8)$$

Los parámetros a estimar son por tanto tres: $\sigma_{1\epsilon}^2, \sigma_{2\epsilon}^2, \sigma_{\xi}^2$

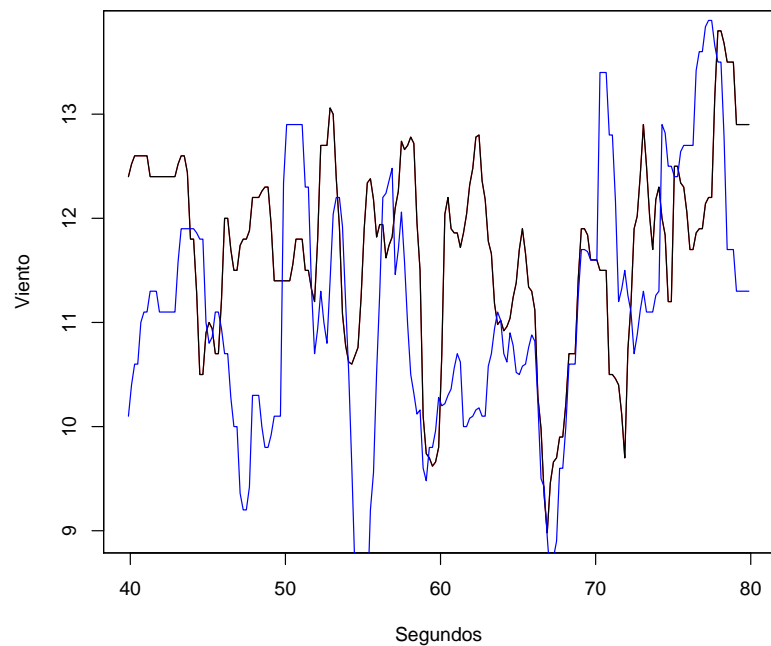
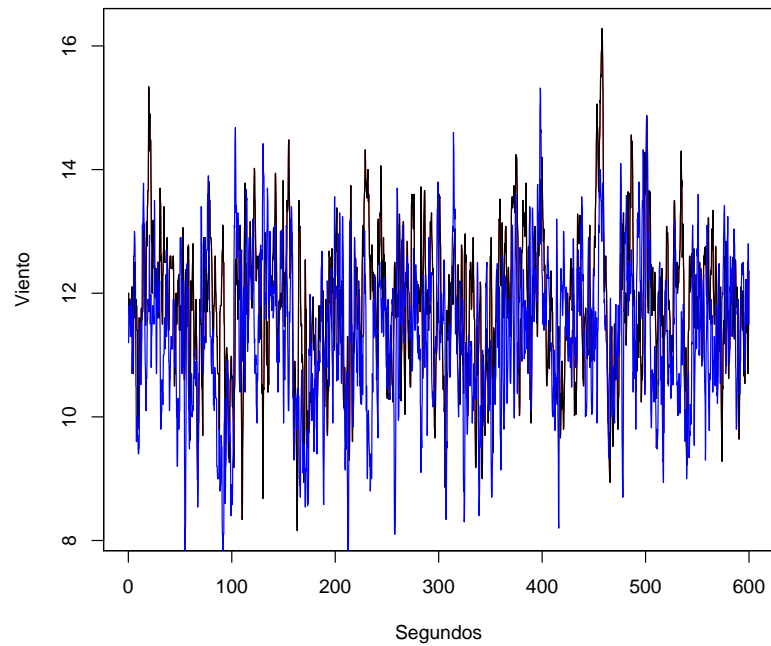
Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{1\epsilon}^2 = 8,7273e - 11$, $\sigma_{2\epsilon}^2 = 2,2313$, $\sigma_{\xi}^2 = 0,10213$.

Los valores filtrados pueden verse en la Figura 4.2

Observemos adicionalmente que las varianzas de los ruidos son muy desiguales, lo que supone que se da mucha más importancia a una medida que a la otra. Esto no tiene mucho sentido dado que los dos instrumentos tienen la misma precisión. Corregiremos este efecto mas abajo forzando a que las dos varianzas sean iguales (Sección 4.2).

Podemos tratar de introducir una tendencia local, siempre con dos anemómetros, para obtener el modelo de la siguiente sección.

Figura 4.2: Graficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo de nivel local. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



Modelo de tendencia lineal local. Dos anemómetros

Estimamos el modelo de tendencia lineal local dado por las ecuaciones (2.3)-(2.5), con la salvedad de que la ecuación de observación involucra dos medidas.

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \nu_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_t \\ \nu_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t-1} \\ \nu_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Este modelo se completa con valores iniciales para el estado y su matriz de covarianzas.

$$\mu_0 = \nu_0 = 0 \quad (4.11)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\mu_0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\nu_0}^2 \end{bmatrix} = 10^7 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{1\epsilon}^2 = 1,4553e - 08$, $\sigma_{2\epsilon}^2 = 2,2313$, $\sigma_{1\xi}^2 = 0,056353$, $\sigma_{2\xi}^2 = 0,02118$.

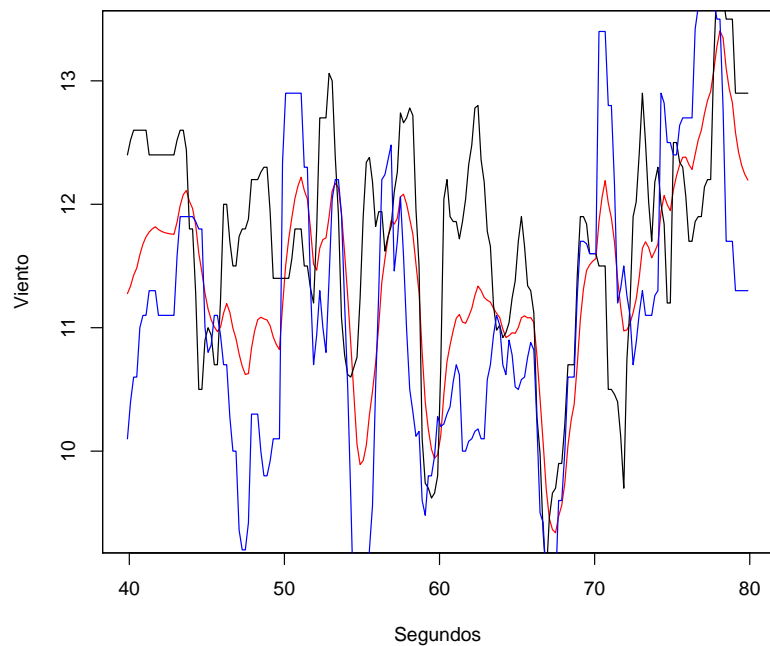
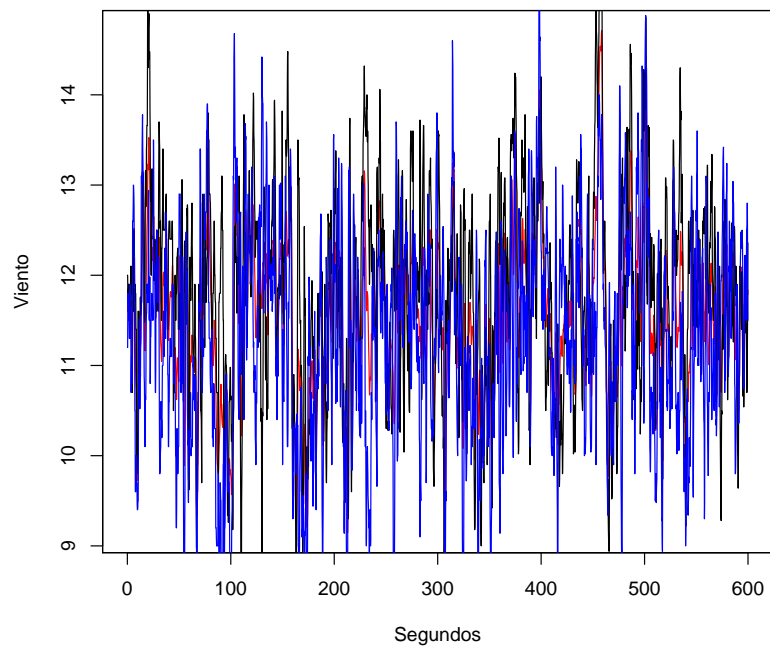
Observando los resultados, nos damos cuenta de que las dos varianzas de la ecuación de observación nos dan muy distintas. La primera es mucho más pequeña que la segunda. Por lo tanto, en el siguiente modelo vamos a hacer que los dos anemómetros tengan igual precisión.

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{1\epsilon}^2 = \sigma_{2\epsilon}^2 = 0,67976$, $\sigma_{1\xi}^2 = 0,057396$, $\sigma_{2\xi}^2 = 9,8096e - 13$.

En lo sucesivo ya vamos a imponer que las varianzas de los dos anemómetros sean las mismas.

Hemos empleado dinámicas muy sencillas de paseo aleatorio y tendencia lineal local. Cabe pensar que la intensidad del viento es relativamente persistente y que podría tener una dinámica recogida en un modelo de memoria mas larga. En la sección siguiente adoptamos una dinámica autoregresiva de orden tres.

Figura 4.3: Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo de tendencia lineal local. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



Dinámica autoregresiva AR(3). Dos anemómetros

No es imperativo limitarse a dinámicas de paseo aleatorio o tendencia local lineal. Si pensamos que la velocidad del viento en t está relacionada con la velocidad en momentos precedentes, podemos recoger dicha relación mediante un modelo autorregresivo.

En lo que sigue se ensaya un modelo autorregresivo de orden 3. En la práctica sería necesario ensayar distintos órdenes y retener el que pareciera más adecuado, algo que excede nuestras posibilidades aquí, especialmente dado que la estimación de modelos con un número de parámetros grande es muy cantosa. Nosotros probaremos ordenes 3 y 5.

El modelo aquí es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \\ \mu_{3t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \\ \mu_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{1t-1} \\ \mu_{2t-1} \\ \mu_{3t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

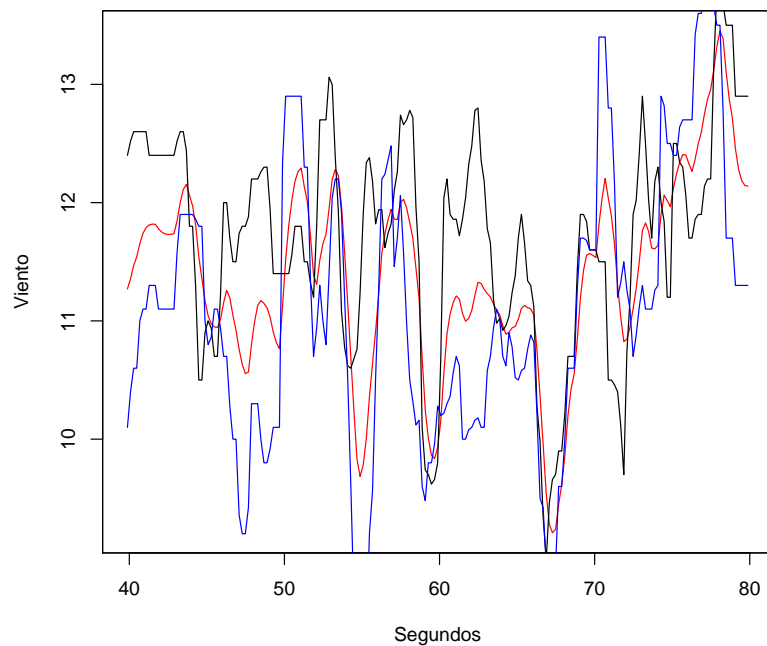
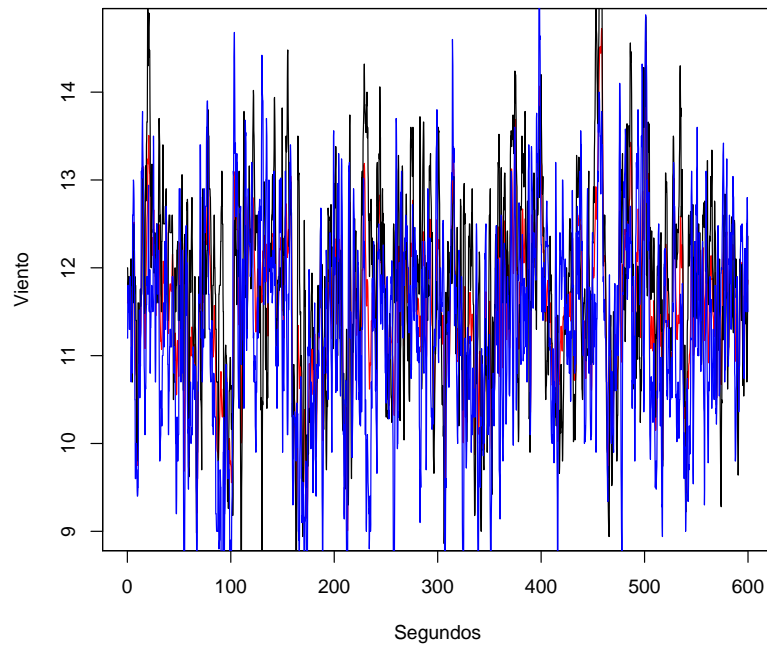
Como se ha indicado antes, forzamos aquí la igualdad de varianzas $\sigma_{1,\epsilon}^2 = \sigma_{2,\epsilon}^2$. Las condiciones iniciales son:

$$\boldsymbol{\mu}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = 10^7 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{1\epsilon}^2 = \sigma_{2\epsilon}^2 = 0,64561$, $a_{11} = 2,537$, $a_{12} = -2,2435$, $a_{13} = 0,70642$, $\sigma_{1\xi}^2 = 0,0020922$.

Figura 4.4: Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo autoregresivo de orden tres. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



Dinámica autoregresiva AR(5). Dos anemómetros

A continuación, se ensaya un modelo autorregresivo de orden 5. En la práctica sería necesario ensayar distintos órdenes y retener el que pareciera más adecuado, algo que excede nuestras posibilidades aquí, especialmente dado que la estimación de modelos con un número de parámetros grande es muy cantosa. El análisis que sigue es puramente ilustrativo.

El modelo aquí es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \\ \mu_{3t} \\ \mu_{4t} \\ \mu_{5t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \\ \mu_{3t} \\ \mu_{4t} \\ \mu_{5t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{1t-1} \\ \mu_{2t-1} \\ \mu_{3t-1} \\ \mu_{4t-1} \\ \mu_{5t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Como se ha indicado antes, forzamos aquí la igualdad de varianzas $\sigma_{1,\epsilon}^2 = \sigma_{2,\epsilon}^2$. Las condiciones iniciales son:

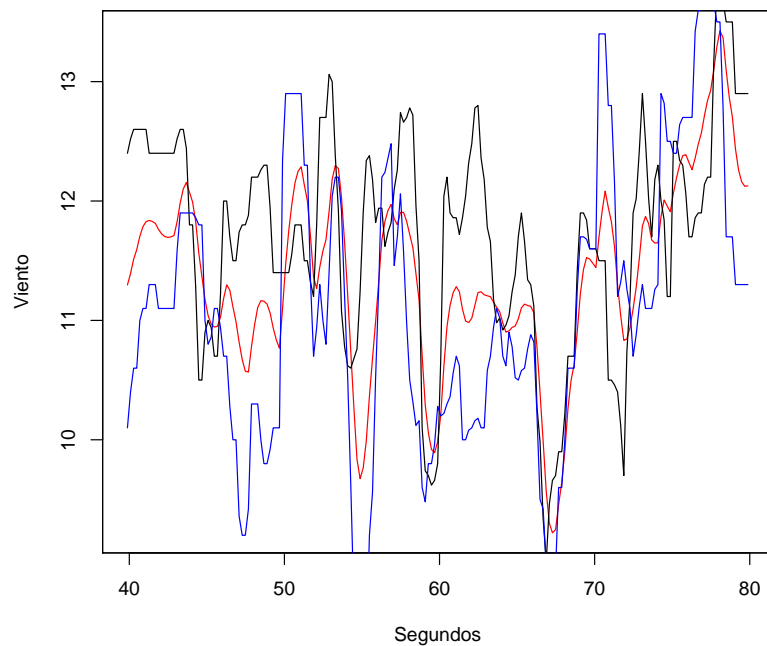
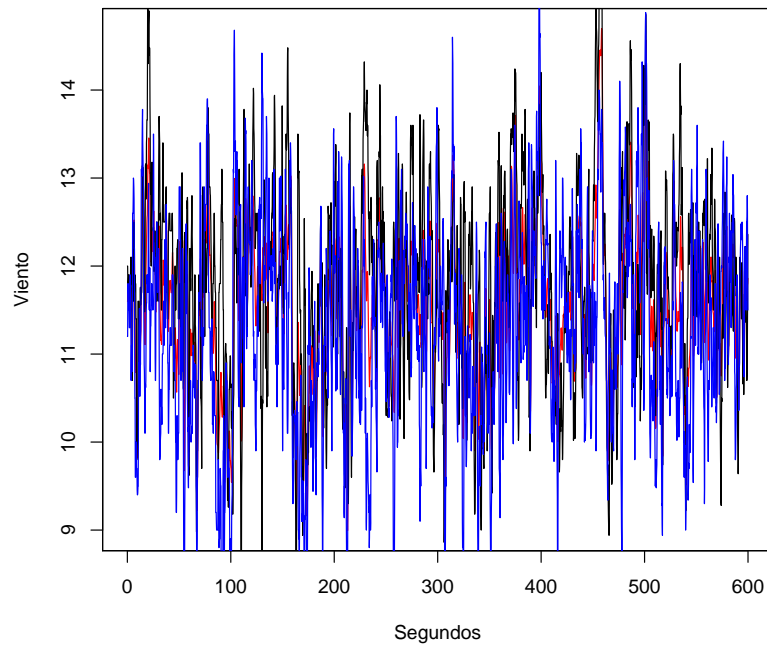
$$\boldsymbol{\mu}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = 10^7 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{1\epsilon}^2 = \sigma_{2\epsilon}^2 = 0,64658$, $a_{11} = 1,4989$, $a_{12} = 0,12945$, $a_{13} = -0,59613$, $a_{14} = -0,54795$, $a_{15} = 0,51571$, $\sigma_{1\xi}^2 = 0,0060513$.

Una vez hechos los análisis de los modelos de la serie del viento aisladamente, me dispondré a realizar el análisis de la serie de la aceleración aisladamente.

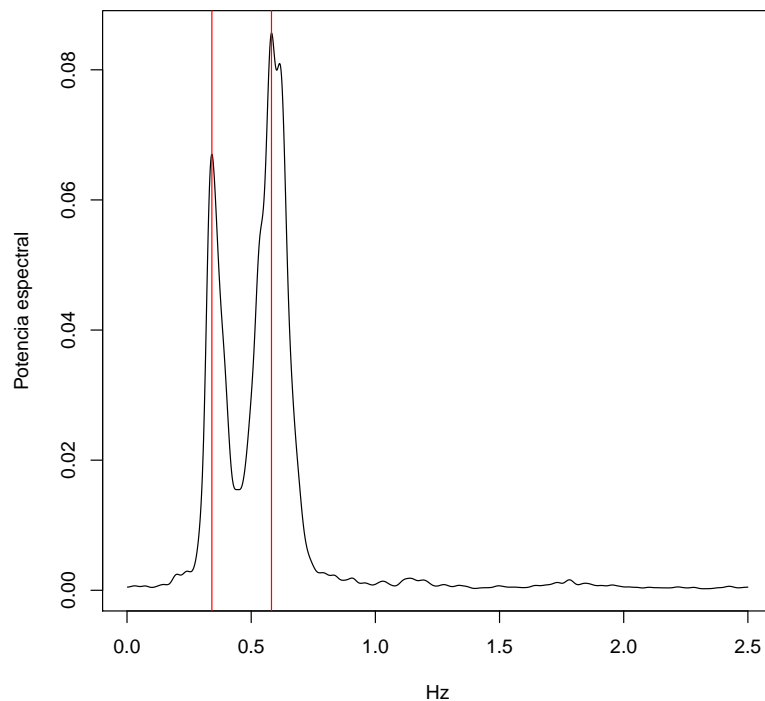
Figura 4.5: Gráficos de la velocidad del viento medida por los dos anemómetros y valores filtrados. Modelo autoregresivo de orden cinco. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores del viento en los dos anemómetros. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



4.3. Serie aceleración aisladamente (acelX)

Tal y como he comentado con anterioridad, la torre eólica oscila con la fuerza del viento. La oscilación de la torre es periódica, por lo tanto, tendré que buscar esa periodicidad para contruir el model. Para ello realizaré un análisis espectral (Sección 3.3).

Figura 4.6: Espectro de potencia de la componente X de la aceleración (colineal con el viento en la cabeza de la torre).



La Figura 4.6 muestra el espectro de la serie de aceleración suavizando el periodograma con medias móviles sucesivas de 13, 13, 13 y 13 ordenadas continuas del periodograma. El suavizado se ha determinado subjetivamente, probando varios.

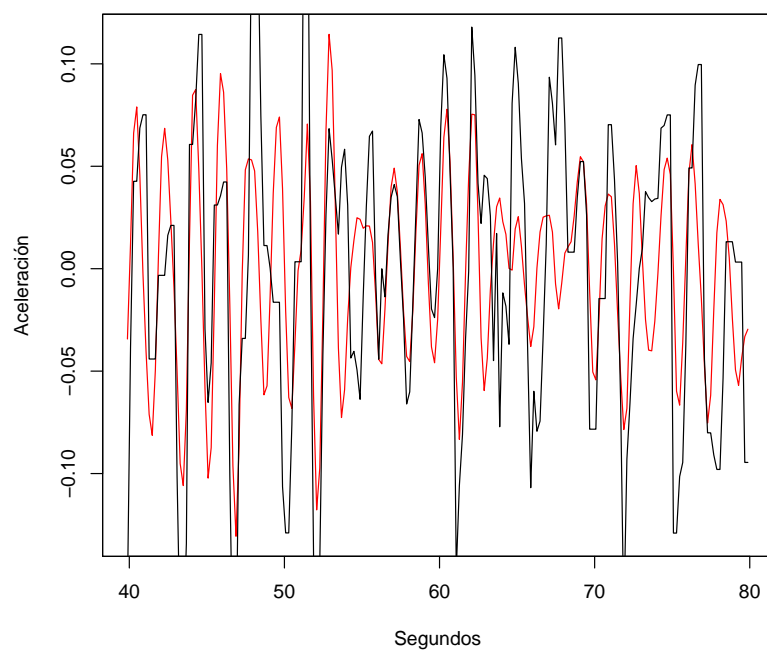
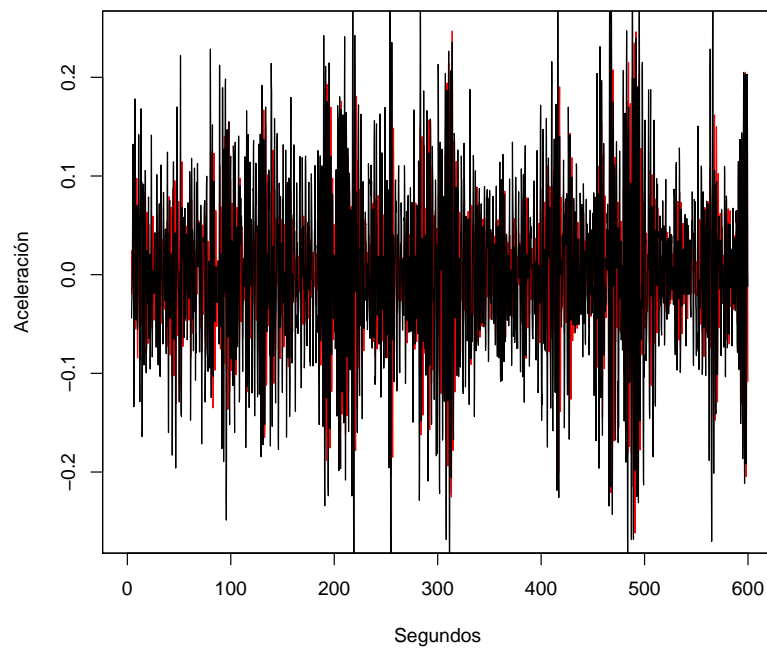
Observamos que hay dos picos en el espectro, correspondientes a frecuencias armónicas de 0.5817Hz y 0.3417Hz. Por consiguiente modelizamos la serie de aceleración como una serie periódica suma de sinusoides con dichas frecuencias. El modelo es por consiguiente:

$$[Y_t] = [1 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \\ \theta_{4t} \end{bmatrix} + [\epsilon_t] \quad (4.17)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \\ \theta_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1) & \sin(\omega_1) & 0 & 0 \\ -\sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\omega_2) & \sin(\omega_2) \\ 0 & 0 & -\sin(\omega_2) & \cos(\omega_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1,t-1} \\ \theta_{2,t-1} \\ \theta_{3,t-1} \\ \theta_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \\ \xi_{3t} \\ \xi_{4t} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_\epsilon^2 = 0,0023131$, $\sigma_{1\xi}^2 = 0,0021628$, $\sigma_{2\xi}^2 = 0,0054188$.

Figura 4.7: Gráfico de la aceleración en la oscilación de la torre. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las línea negra son los valores de la aceleración de la oscilación de la torre. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



4.4. Modelización conjunta de viento y aceleración

En las secciones anteriores se han ajustado modelos separadamente para la velocidad del viento utilizando uno o dos anemómetros y para la aceleración de la cabeza de la torre. Ajustaremos ahora un modelo conjunto a ambas magnitudes.

Aunque la medida del viento efectivo sea nuestro objetivo, no hay un efecto motivo para limitarse a usar las medidas de los anemómetros. La totalidad de la turbina puede verse como un gigantesco anemómetro, y medidas como la producción de energía o el par motor en el eje del generador pueden verse como indirectamente apartando información sobre la velocidad del viento.

El inconveniente es que dichas medidas dependen de, además de la velocidad del viento, de otras variables como el ángulo de ataque de la pala (pitch).

Por eso emplearemos como variable auxiliar la aceleración en la cabeza de la torre.

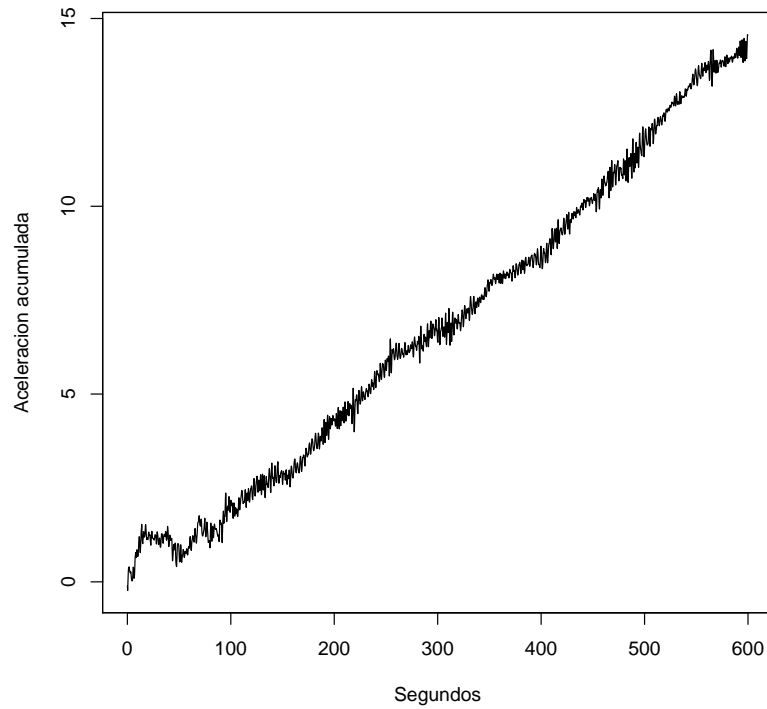
Idealmente, desearíamos conocer la velocidad de la cabeza de la torre. Dicha velocidad se sumaría a la velocidad del viento cuando la torre oscila en un sentido, y se restaría cuando lo hace en el opuesto.

Sin embargo, solo disponemos de medidas de aceleración. Puede pensarse en sumarlas (la velocidad es la integral de la aceleración), pero ello da lugar a derivas por errores numéricos en la discretización (ver Figura 4.8).

El modelo a continuación es por ello un compromiso. Puede verse que contiene un bloque con dinámica de paseo aleatorio para el viento y un bloque forzado por dos componentes sinusoidales para la aceleración. Además, se ha incluido un parámetro que multiplica a la aceleración (suma de θ_{2t} y θ_{4t}) y la suma a θ_{1t} y $\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ para dar y_{1t}, y_{2t} , las medidas de la velocidad aparente del viento dadas por los anemómetros.

$$\begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \\ \theta_{4t} \\ \theta_{5t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_1) & \sin(\omega_1) & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\omega_2) & \sin(\omega_2) \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\omega_2) & \cos(\omega_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1,t-1} \\ \theta_{2,t-1} \\ \theta_{3,t-1} \\ \theta_{4,t-1} \\ \theta_{5,t-1} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

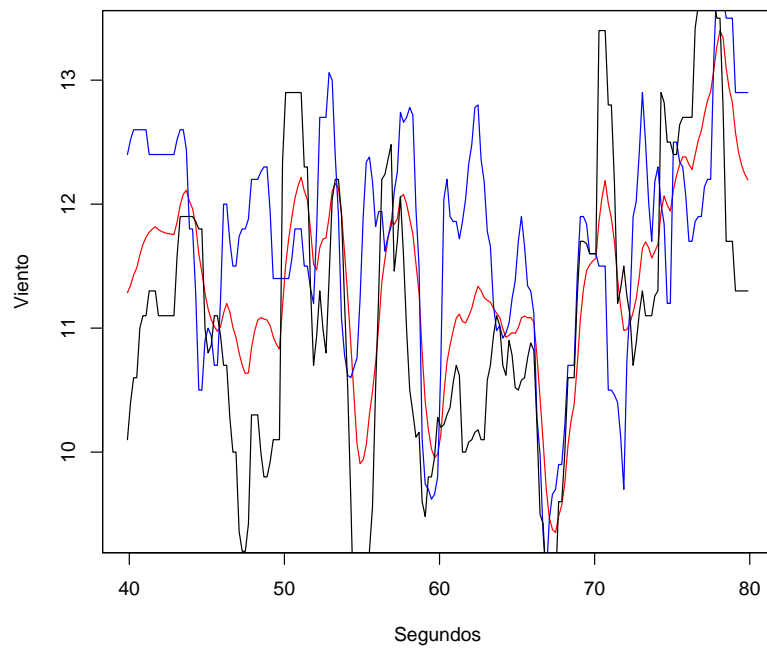
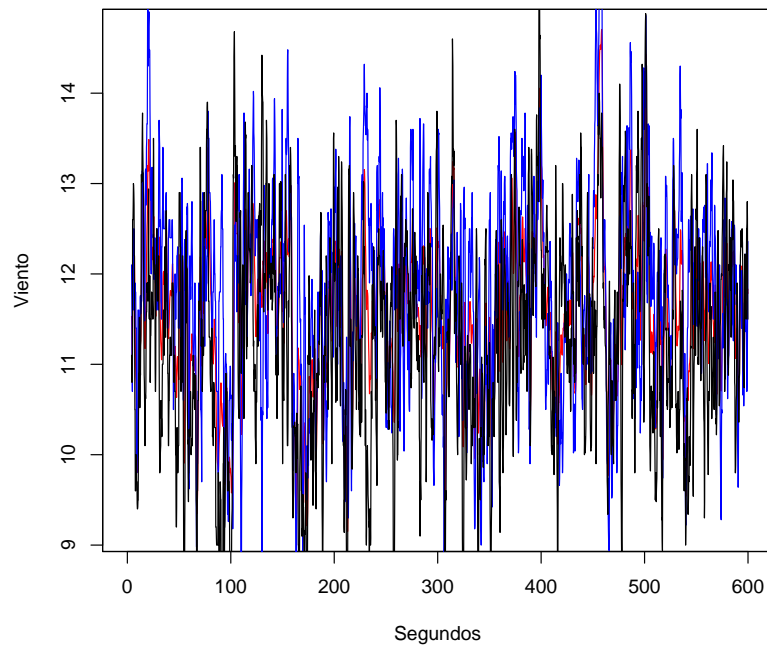
Figura 4.8: Grafico de la aceleración sumada acumulativamente. La integral de la aceleración debería dar una trayectoria horizontal; al sumar la aceleración discretizada se produce la deriva que se aprecia.



$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & a & 0 \\ 1 & a & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ \theta_{2t} \\ \theta_{3t} \\ \theta_{4t} \\ \theta_{5t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Los resultados de la estimación son los siguientes: $\sigma_{\epsilon_1}^2 = 0,67977$, $\sigma_{\epsilon_2}^2 = 0,00041192$, $\sigma_{\xi_1}^2 = 0,057272$, $\sigma_{\xi_2}^2 = \sigma_{\xi_3}^2 = 0,00040181$, $\sigma_{\xi_4}^2 = \sigma_{\xi_5}^2 = 5,8571e - 05$, $a = 1,0492$.

Figura 4.9: Modelización conjunta de viento y aceleración. Valores filtrados del viento y de los dos anemómetros. La línea roja son los valores filtrados del modelo, mientras que las líneas azul y negra son los valores de la aceleración de la oscilación de la torre. El panel inferior recoge el detalle de 40 segundos consecutivos.



Capítulo 5

Resumen y conclusiones

Se han ajustado varios modelos de complejidad creciente. En todos los casos se han examinado los valores filtrados de la magnitud objetivo (velocidad del viento) y se han comparado con los valores medidos. De cara a escoger un modelo, sin embargo, este no es un procedimiento operativo: siempre es posible reproducir muy bien cualquier serie.

Por otra parte, dado que la magnitud objetivo (viento efectivo) es inobservable, tampoco podemos ver cuanto nos acercamos a nuestro objetivo.

El procedimiento que hemos seguido para comparar los distintos modelos, por tanto, ha sido:

1. Obtener predicciones del vector estado una etapa hacia adelante, en lugar de valores filtrados.
2. Despreciar las primeras 100 observaciones, en que el filtro puede no haberse estabilizado todavía.
3. Computar

$$EC = \sum_{i=1}^2 \sum_{t=101}^{3000} (y_{it} - \hat{y}_{t|t-1})^2 \quad (5.1)$$

en que y_{it} ($i=1,2$) son las dos medidas de los anemómetros y $\hat{y}_{t|t-1}$ la predicción que del viento efectivo hacemos en t con información hasta $t - 1$. Esta predicción es simplemente un elemento del vector de estado predicho (caso de los modelos en la sección 4.2) o una combinación lineal de elementos de dicho vector de estado (caso de la modelización conjunta en la sección 4.4). Por ejemplo, en este último caso,

$$\hat{y}_{t|t-1} = \hat{\theta}_{1t|t-1} + a(\hat{\theta}_{2t|t-1} + \hat{\theta}_{4t|t-1}) \quad (5.2)$$

(ver ecuación (4.20))

Cuadro 5.1: Errores cuadráticos medios (ECM) de las predicciones una etapa hacia delante con los diferentes modelos ajustados

Modelo	ECM
Nivel local. Un anemómetro	0.746
Nivel local. Dos anemómetros	1.199
Tendencia lineal local. Dos anemómetros	1.281
Autoregresivo AR(3). Dos anemómetros	0.694
Autoregresivo AR(5). Dos anemómetros	0.697
Conjunto viento y aceleración. Dos anemómetros	0.746

Los resultados han sido los que pueden verse en el Cuadro 5.1.

Sobre la base de dichos resultados, parece que los mejores modelos serían los autoregresivos. Es llamativo el ligeramente peor ajuste con dinámica AR(5) que con dinámica AR(3) –algo que técnicamente es imposible, y que hay que atribuir a problemas en la estimación por ser la verosimilitud difícil de optimizar–.

Algunos hechos que se han puesto de manifiesto en la realización de este trabajo son ya conocidos. Por ejemplo, en la pagina de ayuda de la función de R `StructTS`, B.D. Ripley afirma:

Optimization of structural models is a lot harder than many of the references admit. [...] It is quite common to find fits with one or more variances zero, and this can include σ_ϵ^2 .

Esto nos ha ocurrido en los primeros modelos ajustados en que se despreciaban por completo las medidas de uno de los anemómetros cuando había dos, fijándose la varianza de observación del otro en un valor prácticamente cero.

Finalmente, y como ya se ha señalado, los ejercicios realizados tienen un carácter puramente ilustrativo. Un modelo más efectivo requeriría hacer uno de todas las medidas disponibles, lo que requiere un análisis profundo de los fundamentos físicos del problema y excede de la aproximación puramente estadística de este trabajo.

Bibliografía

- [1] Ana Huarte Amezqueta. Aplicación del filtro de Kalman en un aerogenerador. Master's thesis, Universidad Pública de Navarra, 2012.
- [2] J. Durbin and S. J. Koopman. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford University, 2001.
- [3] A. Gelb, editor. *Applied Optimal Estimation*. MIT Press, 1974.
- [4] Bruce P. Gibbs. *Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook*. John Wiley & Sons, 2011.
- [5] G. M. Jenkins and D. G. Watts. *Spectral Analysis and Its Applications*. Holden-Day, 1976.
- [6] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960.
- [7] Petris, Petrone, and Campagnoli. *Dynamic Linear Models with R*. Springer, 2009.
- [8] Giovanni Petris. An R package for dynamic linear models. *Journal of Statistical Software*, 36:1–16, 2010.
- [9] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2014.
- [10] Dan Simon. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Non-linear Approaches*. Wiley-Interscience, 2006.