

eman ta zabal zazu



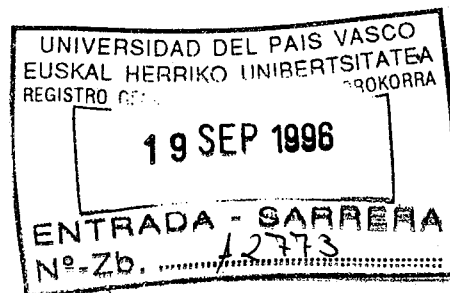
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

**ACUERDOS INTERNACIONALES
MEDIOAMBIENTALES :
UNA APROXIMACION ECONOMICA
AL CASO DEL EFECTO INVERNADERO**

TESIS DOCTORAL

MARTA ESCAPA GARCIA

1996



**ACUERDOS INTERNACIONALES MEDIOAMBIENTALES:
UNA APROXIMACIÓN ECONÓMICA
AL CASO DEL EFECTO INVERNADERO**

MARTA ESCAPA GARCÍA

Septiembre 1996

Directoras: M^a Carmen Gallastegui Zulaica y M^a José Gutiérrez Huerta.

**Departamento de Fundamentos del Análisis Económico
Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea**

A Juantxu y a Iñigo.

A mis padres y a mis hermanos.

Quiero hacer constar, desde estas líneas, mi más sincero agradecimiento a todas las personas, y son muchas, que han estado a mi lado durante la elaboración de esta tesis doctoral. Sin su apoyo, sobre todo moral, ésta no habría sido realizada. En especial, quiero dar las gracias a mis dos directoras, M^a Carmen Gallastegui y M^a José Gutiérrez, por su apoyo y dedicación durante estos años.

Por otra parte, quiero mencionar que los cuatro capítulos que conforman esta tesis se han visto beneficiados por los comentarios, críticas y sugerencias que diferentes personas han realizado sobre versiones preliminares. En concreto, deseo agradecer los comentarios de

- M^a Carmen Gallastegui, M^a José Gutiérrez, E. Iñarra y dos evaluadores anónimos de *Revista Española de Economía* sobre el capítulo 1,

- J.M Chamorro, M^a Carmen Gallastegui, M^a José Gutiérrez, S. Rubio, J.M. Usategui, J. Vázquez y dos evaluadores anónimos de *Revista Española de Economía* sobre el capítulo 2,

- M^a Carmen Gallastegui, M^a José Gutiérrez y S. Rubio sobre el capítulo 3,

- J.M Chamorro, M^a Carmen Gallastegui, M^a José Gutiérrez, S. Rubio, O. Tavhonen, J.M. Usategui, J. Vázquez y tres evaluadores anónimos del *Journal of Environmental and Economics Management* sobre el capítulo 4.

Asímismo, quiero agradecer al Departamento de Fundamentos del Análisis Económico de la UPV-EHU, la oportunidad que me ha brindado para realizar este trabajo de investigación, y al Gobierno Vasco y a la UPV-EHU, la ayuda financiera recibida a través de los proyectos de investigación: GV-PI9346, UPV-035.321-HB056/94 y UPV-035321-HB231/95.

Por último quiero agradecer a D. Azqueta, E. Iñarra, J.M. Da Rocha, S. Rubio y J.M. Usategui su disposición a formar parte del tribunal.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
--------------------	---

CAPÍTULO 1. Problemas globales de medio ambiente: Asimetría entre los países y ganancias de cooperación.

1. Introducción	12
2. El modelo	15
3. Ausencia de cooperación	17
4. Solución cooperativa	21
5. Simulación de las ganancias de cooperación	26
6. Comentarios finales	29
Referencias	35

CAPÍTULO 2. ¿Es importante la cooperación para resolver problemas medioambientales globales?: El caso del efecto invernadero.

1. Introducción	37
2. La solución no cooperativa en un modelo dinámico de control de polución. ..	39
3. La solución cooperativa en un modelo dinámico de control de polución. ..	49
4. Análisis de sensibilidad del modelo	55
4.1. Parametrización del modelo	55
4.2. Sensibilidad de las ganancias de cooperación	59
5. Conclusiones	64
Apéndice 1	66
Apéndice 2	72
Referencias	83

CAPÍTULO 3. Comparación de las soluciones de Nash Open Loop y Feedback en un modelo dinámico de control de polución.

1. Introducción	87
2. El modelo	89
3. La solución cooperativa	91
4. La solución no cooperativa de Nash	93
4.1. Solución no cooperativa de Nash <i>open loop</i>	94
4.2. Solución no cooperativa de Nash <i>feedback</i>	96
5. Comparación de las diferentes soluciones	99
6. Conclusiones	103
Apéndice	105
Referencias	112

CAPÍTULO 4. Distribución de las ganancias potenciales derivadas de acuerdos internacionales: El caso del efecto invernadero.

1. Introducción	115
2. La solución no cooperativa del juego dinámico	118
3. La solución cooperativa del juego dinámico	125
4. La distribución de las ganancias por cooperar	132
5. Conclusiones	140
Apéndice 1	142
Apéndice 2	146
Referencias	149

INTRODUCCIÓN

Muchos de los problemas contemporáneos se caracterizan por su naturaleza esencialmente mundial, de forma que no pueden ser abordados y menos aún solventados por cada país en solitario. Las cuestiones relativas al medio ambiente no son una excepción.

La dimensión internacional de los problemas medioambientales ha sido evidente desde hace mucho tiempo, bien a través de la polución industrial que cruzaba las fronteras, bien a través de la degradación de los ríos compartidos por varios países, o bien por la gestión de los recursos marinos. En las últimas décadas, sin embargo, la escala y extensión de los mismos se ha incrementado dramáticamente como resultado del triple proceso de crecimiento de la población, rápida industrialización e incremento del consumo de combustibles fósiles. Más aún, no sólo ha aumentado el número de problemas medioambientales que afectan a varios países, sino que ha aparecido una nueva categoría con una dimensión global; entre ellos puede citarse la destrucción de la capa de ozono, el cambio climático provocado por el aumento del efecto invernadero, o la pérdida de biodiversidad. Desde el punto de vista económico, estos problemas de carácter global surgen debido a la existencia de recursos medioambientales, como la atmósfera o los océanos, que son compartidos por todos los países del mundo en régimen de propiedad común y para los cuales no existe un mercado; en otros casos, los recursos medioambientales pertenecen a un solo país pero su existencia es valorada por el resto de países aunque no se refleja en el mercado, tal como ocurre con los bosques tropicales, ciertos hábitats ecológicos o especies individuales. Es importante señalar que, además de su dimensión internacional, estos problemas entrañan también una dimensión intergeneracional, ya que sus efectos surgirán sobre todo a largo plazo.

A pesar de reconocerse la necesidad de la cooperación entre todos los países para resolver estos problemas de carácter global, existen varias razones por las que las negociaciones para alcanzar un acuerdo internacional pueden fracasar. En esta tesis se analizan algunos de los factores que pueden dificultar la cooperación entre países en materia medioambiental. Como no siempre es posible obtener analíticamente resultados generales, en ocasiones se realizan ejercicios de simulación para obtener alguna intuición sobre dichos resultados.

Uno de los problemas que más atención está recibiendo por su gravedad es el cambio climático. Puesto que buena parte de la tesis trata precisamente

esta materia, parece oportuno explicar, de forma simplificada, el origen y características de este problema, así como mencionar algunas de las razones que dificultan las negociaciones para alcanzar acuerdos internacionales.

El efecto invernadero¹ se refiere a la medida en que ciertos elementos de la atmósfera limitan el reflejo de las radiaciones solares desde la superficie terrestre hacia el espacio exterior, reteniendo así el calor y regulando la temperatura de la superficie de la Tierra². Desde la Revolución Industrial, la actividad económica ha provocado un incremento de las emisiones de algunos de los gases que contribuyen al efecto invernadero, como el dióxido de carbono (CO_2), el metano, el óxido de nitrógeno y los clorofluorcarbonados (CFCs). De hecho, la concentración de CO_2 en la atmósfera ha aumentado desde la Revolución Industrial más que en los 16.000 años anteriores, debido a la utilización de combustibles fósiles como el petróleo y el carbón. El aumento también es consecuencia de una menor capacidad de la naturaleza para absorber dicho gas mediante la fotosíntesis que realizan las plantas verdes, como resultado de la eliminación generalizada de los bosques tropicales. Esta mayor concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera implica un aumento en su capacidad para retener calor y, por tanto, un calentamiento global de la misma. Numerosos modelos climáticos globales diferentes y altamente sofisticados indican que la duplicación de la concentración de carbono preindustrial puede provocar un incremento medio de 1,5 a 4,5°C en la temperatura de la superficie del planeta. Si las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) siguen creciendo al mismo ritmo, esto podría ocurrir antes de finales del próximo siglo. Para poner en perspectiva este dato, cabe simplemente mencionar que durante los últimos 100.000 años el periodo más cálido tuvo una temperatura media superior a la actual sólo en 1°C.

La consecuencia que previsiblemente tendrá este calentamiento de la superficie terrestre es un cambio en el clima de la Tierra. A pesar de los muchos estudios que se están realizando, entre los que hay que destacar los que lleva a cabo el Panel Intergubernamental sobre Cambios Climáticos (PICC) de las Naciones Unidas, existe aún una gran incertidumbre respecto a este problema.

¹ Fue el científico sueco Svante Arrhenius en 1896 quien utilizó por primera vez el término "efecto invernadero".

² El efecto invernadero permite elevar la temperatura media de la Tierra en unos 33°C por encima de la que existiría sin dicho efecto, haciendo posible la vida.

Así, por ejemplo, se desconoce cuál será la mezcla y cuantía de GEI que se emitirá en el futuro a la atmósfera. Incluso si esto fuera conocido, su impacto sobre el clima sería aún incierto, particularmente porque los efectos de retroalimentación pueden demorarse durante décadas hasta alcanzar la nueva condición de equilibrio climático. Además, aún existen incógnitas en lo que se refiere al papel de los océanos en la absorción del dióxido de carbono y a la posible existencia de otros “sumideros” para este gas. Por otro lado, incluso si las cuestiones de “cuándo” y “cuánto” cambiará el clima global tuvieran respuesta, existe aún una incertidumbre incluso mayor acerca del daño potencial que el cambio climático puede provocar en cada región.

No obstante, son tan poderosas en la actualidad las pruebas circunstanciales que debe tomarse en serio la posibilidad del calentamiento de la Tierra³, ya que las consecuencias probables son muchas y graves. Si los países esperan a emprender acciones hasta que las consecuencias del efecto de invernadero se tornen incontestablemente evidentes, tal vez sea demasiado tarde para impedirlo y las consecuencias podrían ser desastrosas. Por otra parte, si se emprenden acciones ahora pero se realizan a un ritmo más lento de lo previsto, los costes podrían ser enormes.

Con respecto a las dificultades para alcanzar un acuerdo internacional, aunque aquí únicamente se va a hacer referencia al problema del cambio climático, todos los argumentos que se mencionan son fácilmente aplicables a otros problemas medioambientales globales.

Es preciso tener en cuenta que el cambio climático dependerá del nivel agregado de emisiones de GEI y no de cómo se distribuyan dichas emisiones entre los países, aunque los efectos del cambio climático pueden ser diferentes para cada país. Esto implica que las medidas que adopte un país para reducir las emisiones de GEI constituyen un bien público, porque sus beneficios se extienden a todos los países del mundo, aunque sólo el país que las lleve a cabo soportará sus costes. En tales circunstancias, un sistema descentralizado de toma de decisiones no será

³ Un estudio llevado a cabo recientemente por el Instituto Worldwatch de Washington destaca que los diez años más cálidos desde 1866 se concentran en los últimos quince años, y que 1995 fue el año más caluroso desde que se empezó a medir la temperatura de la Tierra.

apropiado para conseguir una solución eficiente a este problema global, ya que cada país sólo tiene en cuenta el beneficio que sus propios ciudadanos recibirán por una reducción adicional de emisiones. Así, en cada país el coste de reducir las emisiones en una unidad es menor que la valoración que todos los países hacen de esa reducción adicional. En conclusión, el bien público (la reducción de emisiones) será infraproducido en ausencia de cooperación. En estos casos, las soluciones cooperativas, implementadas a través de acuerdos internacionales, permiten alcanzar los objetivos medioambientales de un modo más efectivo en términos de costes. Sin embargo, a pesar de las ganancias de bienestar que los países pueden obtener si cooperan, no es tarea en absoluto fácil conseguir que las negociaciones entre países den lugar a acuerdos internacionales donde éstos se comprometan a adoptar las medidas necesarias para resolver el problema.

Algunas de las principales razones por las que los países pueden no estar dispuestos a cooperar son las siguientes:

- Pueden considerar que la evidencia científica no es convincente, de forma que o bien estiman que el aumento del efecto invernadero no es un problema medioambiental, o bien creen que los riesgos se han exagerado.
- Algunos países pueden estar intentando comportarse como polizones (*free-riders*) y aprovecharse así de los esfuerzos de otros países para resolver el problema. Esta actitud es factible dado que, como ya se ha mencionado, las medidas que se pueden adoptar para solucionar el problema del aumento del efecto invernadero constituyen un bien público y no es posible evitar que se beneficien de ellas aquellos países que no están dispuestos a pagar el coste de las mismas.
- Los gobiernos de algunos países pueden dedicar pocos esfuerzos a resolver problemas como el aumento del efecto invernadero, en tanto que responden a las presiones de ciertos grupos de poder más que a maximizar el bienestar social. Surge así un nuevo incentivo de los países a comportarse como polizones permitiendo que sean otros quienes paguen por el beneficio que ellos obtienen del control de las emisiones de GEI.
- Finalmente, algunos países pueden aceptar que existe el riesgo del cambio climático pero asignan una menor prioridad a su resolución que los países que proponen el acuerdo internacional. En general, los niveles de preocupación sobre los temas medioambientales difieren entre países

debido a diferencias en sus preferencias, en sus niveles de renta per cápita, dotaciones medioambientales, grado de preocupación por las generaciones futuras, expectativas acerca de las futuras innovaciones tecnológicas, y demás. Parece claro, por ejemplo, que los gobiernos de los países "pobres", que están intentando alcanzar niveles de vida similares a los de los países desarrollados, darán una menor prioridad a las medidas medioambientales⁴. Además, los costes y beneficios de las medidas que habrían de adoptarse para resolver el problema se distribuyen muy desigualmente entre los diferentes países.

A pesar de estas y otras dificultades, en los últimos años ha habido varios intentos de entablar negociaciones para alcanzar acuerdos internacionales en relación al problema del cambio climático. Prueba de ello es la proliferación de conferencias internacionales sobre el tema, como la Primera Conferencia Mundial sobre el Clima (Ginebra, 1979), la Conferencia Internacional sobre los Cambios Atmosféricos y su Implicación en la Seguridad Mundial (Toronto, 1988), la Conferencia Mundial sobre la preparación frente a un Cambio Climático (El Cairo, 1989) y, más recientemente, la Conferencia de Naciones Unidas sobre Medio Ambiente y Desarrollo (Río de Janeiro, 1992). Sin embargo, el balance de todas estas conferencias, en cuanto a resultados finales se refiere, ha sido más bien pobre. Así, por ejemplo, en Río de Janeiro se firmó el Convenio sobre el Cambio Climático⁵ donde, por primera vez, se establecían compromisos sobre reducciones de emisiones de GEI, pero su efectividad ha sido de momento prácticamente nula, ya que en él no se hace referencia a ninguna fecha concreta.

A finales de marzo de 1995 se celebró en Berlín la Primera Conferencia de las Partes del Convenio sobre Cambio Climático, donde se debían revisar los compromisos de reducción de emisiones de GEI formulados en 1992 cuando se elaboró el Convenio. De nuevo, el intento de llegar a un consenso sobre cifras y plazos para reducir las emisiones de GEI fracasó, aunque sí se logró que los países desarrollados se comprometiesen a iniciar un proceso para establecer políticas, medidas, objetivos y plazos sobre dichas reducciones. Fruto de este compromiso ha sido la declaración ministerial firmada en Ginebra (Julio, 1996) por los 154

⁴ Así, por ejemplo, las intenciones industrializadoras de China, el país más populoso del mundo, se basan en el uso del carbón, del que posee grandes reservas, lo cual acabará convirtiéndole en uno de los primeros países del mundo en contaminación por CO_2 .

⁵ Este Convenio entró en vigor el 21 de marzo de 1994.

países adheridos al Convenio, en la que, por primera vez, se incluye un calendario "legalmente vinculante" para la reducción de emisiones de GEI, sobre todo CO_2 ⁶. No obstante, aún no se han determinado los porcentajes de reducción de emisiones que deben realizarse ni cómo se distribuirán éstos entre los diferentes países. Esta es una cuestión fundamental que debería determinarse en la próxima Conferencia sobre Cambio Climático que se celebrará en Tokio en 1997.

Una vez justificada y situada la tesis, a continuación se describe el contenido de la misma.

La tesis está estructurada en cuatro capítulos que se presentan de manera independiente y, por esta razón, aquí no se va a mencionar ninguna referencia bibliográfica para situar en contexto el trabajo, ya que esto se hace en la introducción de cada uno de los capítulos. Así pues, esta introducción a la tesis debe ser considerada más bien como un prólogo.

El eje central de todos los capítulos es analizar, desde un punto de vista económico, de qué manera algunas de las razones anteriormente señaladas, dificultan la cooperación entre países para alcanzar acuerdos internacionales que permitan resolver problemas medioambientales de carácter global, como el aumento del efecto invernadero.

En el **capítulo 1**⁷, se considera un contexto estático y se analiza cómo inciden las posibles diferencias entre países en la probabilidad de que éstos alcancen un acuerdo de cooperación para reducir las emisiones de contaminantes. Se supone que cuanto mayores sean las ganancias de bienestar que los países pueden obtener al cooperar, más probable será conseguir que los países se pongan de acuerdo para coordinar sus políticas medioambientales. Las diferencias existentes entre los países quedan reflejadas en el diferente beneficio y coste que conlleva para cada país dicha reducción de emisiones. Los resultados obtenidos parecen confirmar que una razón por la cual las negociaciones entre países para alcanzar acuerdos

⁶ La declaración ha contado con las reservas de algunos países, entre ellos Australia, Canadá, países exportadores de petróleo y países en vías de desarrollo; sin embargo, ha sido decisiva la decisión de EEUU de conferir un carácter jurídicamente vinculante a la declaración, a pesar de las presiones de sus principales empresas petroleras.

⁷ Basado en un trabajo publicado con el mismo título en el número monográfico: Recursos Naturales y Medio Ambiente de *Revista Española de Economía* (1994), pp. 97-118.

internacionales medioambientales no tienen éxito, es que los beneficios y costes de las medidas que habría que adoptar para mitigar estos problemas se distribuyen muy desigualmente entre los países.

El **capítulo 2** está basado en un trabajo conjunto con M^a José Gutiérrez⁸. A diferencia del primer capítulo, aquí se considera un contexto dinámico en tiempo discreto para estudiar los problemas medioambientales globales. El principal objetivo es cuantificar las ganancias de bienestar que pueden obtener los países si deciden cooperar para reducir las emisiones de CO_2 . Al igual que en el capítulo anterior, el interés por calcular la cuantía de las posibles ganancias de cooperación se basa en la presunción de que cuanto mayores sean éstas, más fácil será que los países estén dispuestos a realizar los esfuerzos necesarios para alcanzar y cumplir los acuerdos de cooperación. Debido a la gran incertidumbre que existe en relación al problema del cambio climático, se realiza un análisis de sensibilidad para ver cómo se ven afectadas las ganancias de cooperación por los principales parámetros del modelo. Este análisis muestra que las ganancias de cooperación son especialmente sensibles a pequeñas variaciones en la tasa de descuento y en los parámetros de la función de daño. En este sentido, los países tendrán más incentivos para cooperar cuanto mayor sea su preocupación por el futuro, por un lado, y cuanto mayores sean los daños económicos que presumiblemente provocará el cambio climático, por otro.

En el **capítulo 3** se utiliza, al igual que en el capítulo 2, un modelo dinámico de control de polución, pero en este caso es un modelo en tiempo continuo. En este capítulo se estudia de qué manera las ganancias de bienestar que pueden obtener los países al cooperar dependen de cuál sea la solución elegida por los países en ausencia de cooperación. En concreto, se comparan las soluciones no cooperativas de Nash denominadas *open loop* (NOL) y *feedback* (NF), cuya principal diferencia reside en que la solución NOL es consistente temporalmente en el sentido débil, mientras que la solución NF lo es en el sentido fuerte. Dicho con otras palabras, cuando los países utilizan estrategias *open loop* para elegir sus políticas óptimas, no tienen ninguna razón para desviarse de dichas políticas en el futuro, si las

⁸ Este trabajo, escrito originalmente en inglés y titulado "How Important is Cooperative Behavior in Controlling Stock Pollutants?: A Simulation Approach for the Greenhouse Effect", está publicado en *Revista Española de Economía*, (1995), vol. 12, nº2, pp. 307-353.

decisiones adoptadas en el pasado no se han desviado de la solución óptima; sin embargo, cuando los países utilizan estrategias *feedback*, no tienen ninguna razón para desviarse incluso si las decisiones adoptadas en el pasado se han desviado de la solución óptima. Comparando estas dos soluciones no cooperativas con la solución cooperativa se obtiene que, en términos del valor que alcanzan las variables en el estado estacionario, la solución NF siempre está más alejada del resultado que se obtendría si los países cooperasen que la solución NOL. En términos de bienestar, se obtiene que en el estado estacionario la ganancia de cooperación es siempre mayor cuando la solución no cooperativa es la solución NF. No obstante, utilizando los valores asignados a los parámetros del modelo en el capítulo 2, se muestra que la diferencia entre ambas soluciones no cooperativas puede ser a veces prácticamente inapreciable. De manera que, si éste es el caso, la ganancia de cooperación no depende del tipo de estrategias que utilicen los países en ausencia de cooperación. Esto es importante dado que analíticamente la solución NOL es más fácil de obtener que la solución NF; de hecho, tanto en el capítulo 2 como en el capítulo 4, la solución NOL es la única solución no cooperativa que se considera.

Por último, el **capítulo 4**, basado en un trabajo conjunto con M^a José Gutiérrez⁹, tiene como objetivo principal analizar, también en un contexto dinámico, cómo se distribuyen entre los diferentes países las ganancias potenciales derivadas de acuerdos internacionales para reducir las emisiones de CO_2 . El interés de este análisis reside en que una de las dificultades para conseguir que los países cooperen puede ser la falta de acuerdo sobre cuánto debe reducir cada uno de ellos sus emisiones de GEI y, en definitiva, sobre cómo repartir entre ellos las ganancias de cooperación. A diferencia de los tres capítulos anteriores, donde se consideran únicamente dos grupos de países, aquí se utiliza un modelo con n grupos de países. No obstante, los resultados teóricos obtenidos son similares a los del capítulo 2.

La principal diferencia de este capítulo con otros trabajos donde también se cuantifican las ganancias de cooperación, es que se considera como función de

⁹ Este trabajo, escrito originalmente en inglés y titulado "Distribution of Potential Gains from International Environmental Agreements: The case of the Greenhouse Effect", ha sido presentado en el XX Simposio de Análisis Económico (Barcelona, 1995) y en la VII Conferencia de la *European Association of Environmental and Resource Economists* (Lisboa, 1996).

bienestar global la suma ponderada de las funciones de bienestar individuales. De esta manera se pueden obtener diferentes soluciones cooperativas dependiendo de cómo se determine la ponderación correspondiente a la función de bienestar de cada grupo de países. En concreto, se calculan tres soluciones cooperativas: la solución denominada *First Best* (FB), donde todas las funciones de bienestar individuales tienen la misma ponderación y, por otro lado, la solución de Nash con regateo (NR) y la solución de Kalai-Somorodinsky (KS), donde las ponderaciones se determinan endógenamente teniendo en cuenta las diferencias existentes entre los países.

El principal resultado obtenido al simular numéricamente el modelo es que, si bien a nivel mundial las ganancias de cooperación son bastante similares independientemente de la ponderación asignada a cada uno de los grupos de países, la distribución de estas ganancias entre ellos es muy diferente entre la solución FB, por un lado, y las soluciones NR y KS, por otro. En particular, las soluciones NR y KS benefician a los países en vías de desarrollo, mientras que la solución FB favorece a los países desarrollados. Esto podría explicar por qué los países en vías de desarrollo parecen poco dispuestos a firmar las actuales propuestas de acuerdos internacionales para reducir las emisiones de CO_2 ; concretamente, argumentan que en estos acuerdos se trata a todos los países por igual, y reclaman que los acuerdos tengan en cuenta las diferencias existentes entre países, de manera que las obligaciones no sean iguales para todos.

CAPÍTULO 1

PROBLEMAS GLOBALES DE MEDIO AMBIENTE: ASIMETRÍA ENTRE LOS PAÍSES Y GANANCIAS DE COOPERACIÓN

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, nuevos problemas medioambientales, que comparten ciertos rasgos comunes, han sido objeto de atención tanto a nivel teórico como político. La destrucción de la capa de ozono o el cambio climático¹, constituyen dos ejemplos paradigmáticos en este sentido. Los dos fenómenos están vinculados al desarrollo económico, tienen una dimensión internacional y sus efectos perjudiciales surgirán, sobre todo, a largo plazo. Además, tanto la destrucción de la capa de ozono como el cambio climático son problemas que tienen un carácter global, en tanto que lo que determina el daño medioambiental para cada país no es su propio nivel de emisiones contaminantes sino el nivel agregado mundial de las mismas. Constituyen problemas de efectos externos que, sin ser nuevos, tienen lugar, sin embargo, en un contexto diferente al habitual debido a su carácter global.

Una característica peculiar de este tipo de problemas es que la contribución de cada país al total de las emisiones mundiales es relativamente pequeña, lo que implica la imposibilidad de que cada país actuando individualmente pueda resolverlos. Por tanto, para solucionar estos problemas será preciso que los países estén dispuestos a coordinar sus políticas medioambientales.

La literatura económica más reciente sobre este tipo de problemas globales, trata de modelar las negociaciones entre países así como de analizar los incentivos que tienen los países para cooperar. Carraro y Siniscalco (1992) ofrecen una clasificación de las contribuciones más recientes de diferentes autores distinguiendo, por un lado, los trabajos que analizan las relaciones entre los países en un contexto estático y, por otro lado, aquéllos que analizan dichas relaciones en un contexto dinámico. Dentro del primer grupo, se incluyen las aportaciones de autores como, Barret (1992, 1994) y Carraro y Siniscalco (1991),

¹ Una de las funciones del ozono es absorber las radiaciones ultravioletas perjudiciales que llegan desde el Sol a la Tierra y en los últimos años se ha observado una disminución de este gas atmosférico debido, fundamentalmente, a la emisión de *CFCs* por parte del hombre. En cuanto al cambio climático, éste puede ser provocado por el aumento en la concentración de dióxido de carbono (CO_2) en la atmósfera. El dióxido de carbono es un gas que junto con el vapor de agua atmosférico forma una especie de cristal que preserva el calor de la Tierra. La combustión de carbón, petróleo y otros combustibles fósiles aumenta su concentración en la atmósfera y, por tanto, su capacidad para retener más calor del que debería. La consecuencia es un calentamiento global de la superficie terrestre y, con ello, un cambio climatológico.

que se preguntan si, en un contexto estático y considerando N países idénticos, es posible que los países alcancen un acuerdo para restringir la polución que sea de obligado cumplimiento ó “auto-sostenido” (“*self-enforcing* ”)². Dentro del segundo grupo, se encuentran los trabajos de autores como van der Ploeg y de Zeeuw (1992) y Chander y Tulkens (1992), que se centran en la posibilidad de que los países interactúen repetidamente entre sí y utilizando la teoría de juegos dinámicos predicen que es posible algún tipo de cooperación tácita aunque no consiguen determinar su alcance.

En esta misma línea, el objetivo de este trabajo es analizar, en un contexto estático, el papel que las posibles diferencias entre países pueden tener en la probabilidad de que éstos alcancen un acuerdo de cooperación para reducir las emisiones de los gases que provocan el cambio climático o la destrucción de la capa de ozono. Así, a diferencia de los trabajos de Barret (1992, 1994) y Carraro y Siniscalco (1991), donde los países son idénticos, aquí se tiene en cuenta que los países pueden ser diferentes. Ante la imposibilidad de obtener analíticamente conclusiones generales, se realiza un ejercicio de simulación para analizar cómo afectan las diferencias entre países a las ganancias que éstos pueden obtener al cooperar, suponiendo que cuanto mayores sean esas ganancias, mayor es la probabilidad de que los países decidan cooperar. Una forma de justificar esta hipótesis es pensar que cuanto mayores sean las ganancias potenciales derivadas de la cooperación, más fácil será que los países decidan crear una institución o agencia supranacional capaz de coordinar sus esfuerzos para alcanzar los acuerdos. Por otra parte, en este trabajo se va a suponer que una vez alcanzado un acuerdo éste es de obligado cumplimiento³.

Siguiendo el enfoque de los trabajos de Barret (1992, 1994) sobre problemas globales de medio ambiente, se modela a cada país como un agente económico cuyo objetivo es maximizar una función de bienestar donde la variable de elección es el nivel de reducción de emisiones contaminantes, expresado en términos

² Un acuerdo de cooperación es “*self-enforcing* ” cuando cada país que decide firmar (o no firmar) el acuerdo no desea cambiar su decisión dada la decisión de los demás países.

³ No es el objetivo de este trabajo analizar cómo puede conseguirse que los acuerdos alcanzados sean de obligado cumplimiento.

positivos⁴. Se supone que cada país tiene una serie de instrumentos a su disposición, de forma que puede controlar directamente su nivel de emisiones. Sólo se necesita, por tanto, conocer el nivel óptimo de reducción de emisiones elegido por cada país sin que sea preciso detenerse a analizar la forma concreta en que cada uno consigue reducir sus emisiones⁵.

Cada país va a quedar caracterizado por una función de bienestar que es igual al beneficio menos el coste de la reducción de emisiones. El carácter global de los problemas de medio ambiente que se van a analizar, se refleja en el hecho de que el beneficio que obtiene cada país depende del nivel total de reducción de emisiones, mientras que el coste será función sólo de su propio nivel de reducción de emisiones. En otros términos, cada país se beneficia por igual de la reducción de emisiones que realiza él o cualquier otro país pero, sólo sus propias reducciones le supondrán un coste. El modelo captura así las situaciones que surgen en el caso de las emisiones de *CFCs* que destruyen la capa de ozono o las emisiones de *CO₂* y otros gases que provocan el efecto invernadero. En estos casos, lo que determina el efecto negativo para cada país es el nivel agregado de emisiones, aunque dicho efecto puede ser diferente en cada país. Así, por ejemplo, hay ciertos países y regiones como Las Maldivas, Holanda, Egipto, Bangladesh,...etc, que están muy expuestos ante los aumentos en el nivel del mar que el cambio climático pueda provocar, mientras que otras zonas, como el norte de la antigua URSS, se beneficiarían de un clima más cálido.

En este trabajo se supone que la situación no cooperativa viene descrita por el equilibrio no cooperativo de Nash. Esta solución no es eficiente, por cuanto que los países pueden obtener un mayor nivel de bienestar si cooperan y, por tanto, tendrán incentivos para hacerlo, aunque como se ilustra gráficamente también existen incentivos para violar los acuerdos. Respecto a la solución cooperativa,

⁴ Pearce y Turner (1990), consideran tres posibles escenarios en función de la política adoptada por un país en relación a los problemas globales. El primero, es aquél donde el país no adopta ningún tipo de medida, el segundo, corresponde a una situación donde el país reduce sus emisiones contaminantes como medida preventiva para reducir los efectos negativos del problema global y, el tercero, es aquél donde el país no reduce sus emisiones pero utiliza políticas para adaptarse a las nuevas condiciones generadas por el problema global. En este trabajo, se supone que los países se sitúan en el segundo escenario y deciden reducir sus emisiones contaminantes.

⁵ Existen trabajos en los que se analizan los diferentes instrumentos, como impuestos, cuotas ó permisos de emisión comercializables, que se pueden utilizar para reducir las emisiones contaminantes, así como, los efectos que la elección de uno u otro instrumento puede tener en la probabilidad de que los países cooperen (ver, por ejemplo, Barret (1994)).

el criterio utilizado para elegir una entre todas las soluciones óptimas o eficientes es el propuesto por Nash para los juegos de negociación. Una vez caracterizada la solución cooperativa y la no cooperativa se compara el nivel de reducción de emisiones elegido por los países en ambas soluciones y, asignando valores concretos a los parámetros del modelo, se calculan las ganancias de bienestar derivadas de la cooperación. Los resultados obtenidos en este ejercicio de simulación permiten concluir que las ganancias que los países pueden conseguir si cooperan serán menores cuanto mayores sean las “diferencias”⁶ existentes entre los países.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo que se va a utilizar. En las secciones 3 y 4 se calcula el nivel de reducción de emisiones y el nivel de bienestar de cada país cuando éstos cooperan y cuando no cooperan, respectivamente. En la sección 5 se simulan las ganancias que obtienen los países al cooperar en función de las diferencias existentes entre ellos. Finalmente, en la sección 6 se resumen las principales conclusiones obtenidas.

2. EL MODELO

El modelo aquí descrito considera un solo periodo de tiempo y, para ello, se supone que las emisiones se mezclan uniformemente y son rápidamente asimiladas por el medio ambiente⁷. Sea x_i el nivel de reducción de emisiones elegido por el país i para un periodo de tiempo suficientemente amplio y $X = \sum_i x_i$ el nivel total de reducción de emisiones. Se supone que las decisiones sobre x_i se toman al principio de dicho periodo⁸.

Para simplificar el análisis se supone que sólo hay dos países, es decir, $i = 1, 2$. Como señala Hoel (1991), podría pensarse que, en realidad, lo que se considera son dos grupos de países dentro de cada cual los miembros coordinan sus políticas en materia de medio ambiente.

⁶ Es importante señalar que esta conclusión se ha obtenido para una determinada caracterización de las formas funcionales que definen a cada país.

⁷ Este supuesto es habitual en la literatura cuando se quiere analizar el problema en un contexto estático, ya que permite ignorar la dimensión espacial (dónde se emite el contaminante) y temporal (cantidad de contaminante emitida en el periodo anterior) del problema.

⁸ Una vez conocido el nivel de reducción de emisiones, x_i , elegido por cada país tanto en ausencia de cooperación como si hay cooperación, habría que realizar un análisis dinámico si se quiere determinar su senda temporal óptima.

Sea W_i el nivel de bienestar del país i que puede expresarse en función del nivel de reducción de emisiones, de forma que

$$W_i(X) = B_i(X) - C_i(x_i), \quad (1)$$

donde B_i es la función de beneficio que mide el ingreso que obtiene el país i por la reducción total de emisiones y C_i es la función de coste que mide el gasto en que incurre el país i al reducir sus propias emisiones. El beneficio que obtenga cada país por la reducción total de emisiones dependerá, tanto de la valoración del país i respecto a la calidad del medio ambiente, como del riesgo concreto que dicho país tenga de verse afectado negativamente por el problema global que se esté considerando. El coste de reducir emisiones, por otra parte, dependerá de la tecnología disponible en el país, así como, de la facilidad que tenga para sustituir aquellas materias primas que sean muy contaminantes.

Las funciones de beneficio y de coste que se consideran son las siguientes:

$$B_i(X) = b_i \left(X - \frac{X^2}{2} \right), \quad b_i > 0, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$C_i(x_i) = c_i \frac{x_i^2}{2}, \quad c_i > 0, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Estas formas funcionales, definidas por Barret (1992,1994)⁹, implican que cada unidad adicional de reducción de emisiones proporciona a los países un beneficio cada vez menor y un coste cada vez mayor, ya que el beneficio marginal es decreciente, mientras que el coste marginal es creciente:

$$B'_i(X) = \frac{\partial B_i(X)}{\partial x_i} = b_i(1 - X) > 0 \quad \forall X < 1, \quad B''_i(X) = -b_i < 0 \quad (4)$$

$$C'_i(x_i) = c_i x_i > 0, \quad C''_i(x_i) = c_i > 0 \quad (5)$$

Como la función de beneficio es cóncava y la de coste convexa, la función de bienestar es cóncava. Obsérvese que el nivel de reducción de emisiones elegido por cada país pertenece al intervalo $(0, 1)$, ya que para $x_i > 1$ el beneficio marginal

⁹ La función de beneficio tal como la define Barret es: $B_i(X) = b_i[a_i X - (\frac{X^2}{2N})]$, donde $X = \sum_i x_i$, N es el número de países y el parámetro a_i se interpreta como el nivel inicial de emisiones contaminantes de cada país, de forma que el beneficio marginal de reducir las emisiones es cero cuando $X = a_i N$. En este trabajo, dado que el número de países es fijo e igual a dos, se normaliza suponiendo que el beneficio marginal es cero cuando $X = 1$. Por tanto, el tramo relevante de la función de beneficio marginal es aquél para el cual $X \leq 1$.

es negativo. Esto implica que x_i se puede interpretar también como el porcentaje de reducción de emisiones del país i , expresado en tanto por uno.

En las ecuaciones (4) y (5), se observa que el parámetro b_i es la ordenada en el origen y la pendiente de la función de beneficio marginal y c_i es la pendiente de la función de coste marginal. Se supone que b_i y c_i pueden tener diferente valor para cada país y, como se observará en las siguientes secciones, lo que determina el nivel de reducción de emisiones en la solución cooperativa y la no cooperativa no es el valor de estos parámetros por separado sino la relación existente entre ellos para cada país. Por ello, se define $\gamma_i = \frac{c_i}{b_i}$ como la relación coste-beneficio del país i , de manera que en este trabajo el grado de asimetría existente entre los países viene determinado por $|\gamma_1 - \gamma_2|$. Si los países son iguales $|\gamma_1 - \gamma_2| = 0$ ¹⁰ y cuando los países son diferentes, el grado de asimetría existente entre ellos será mayor cuanto mayor sea $|\gamma_1 - \gamma_2|$.

En las siguientes secciones se utilizan las funciones aquí definidas para obtener el nivel de reducción de emisiones elegido en la solución cooperativa y en la no cooperativa.

3. AUSENCIA DE COOPERACIÓN

Si no hay cooperación entre los países, el nivel de reducción de emisiones vendrá determinado por el equilibrio de Nash no cooperativo donde los países eligen sus niveles de reducción de emisiones simultáneamente. Como se van a considerar dos países, x_1 y x_2 serán el nivel de reducción de emisiones del país 1 y del país 2, respectivamente, y $X = x_1 + x_2$ será el nivel total de reducción de emisiones. En el equilibrio de Nash, cada país elegirá su nivel de reducción de emisiones de forma que maximice su bienestar considerando como dado el nivel de reducción de emisiones del otro país, es decir,

$$\text{país 1 :} \quad \max_{\{x_1\}} \left[b_1 \left(X - \frac{X^2}{2} \right) - c_1 \frac{x_1^2}{2} \right] \quad \text{dado } x_2, \quad (6)$$

$$\text{país 2 :} \quad \max_{\{x_2\}} \left[b_2 \left(X - \frac{X^2}{2} \right) - c_2 \frac{x_2^2}{2} \right] \quad \text{dado } x_1. \quad (7)$$

¹⁰ Obsérvese que aún siendo países diferentes, $c_1 \neq c_2$ y $b_1 \neq b_2$, podrían tener la misma relación coste-beneficio. Esta posibilidad no será considerada en este trabajo.

La resolución de estos problemas de maximización permite obtener la función de reacción de cada país, que muestra el nivel de reducción de emisiones que maximiza su bienestar para cada nivel de reducción de emisiones del otro país. En este caso, las funciones de reacción, que se denotan por $R_1(x_2)$ para el país 1 y $R_2(x_1)$ para el país 2, son:

$$R_1(x_2) = \frac{1 - x_2}{\gamma_1 + 1} \quad \text{y} \quad R_2(x_1) = \frac{1 - x_1}{\gamma_2 + 1}. \quad (8)$$

La pendiente de ambas funciones de reacción es negativa y menor que uno en valor absoluto, ($\frac{\partial R_i(x_j)}{\partial x_j} = \frac{-1}{\gamma_i + 1}$), de forma que si un país aumenta su nivel de reducción de emisiones, el otro país responderá reduciendo el suyo pero en menor cuantía. Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las dos funciones de reacción se obtiene el equilibrio no cooperativo de Nash, que se denota por (x_1^N, x_2^N) . Se puede definir dicho equilibrio en función de la relación coste-beneficio de ambos países mediante la siguiente expresión:

$$x_1^N = \gamma_2 \alpha, \quad x_2^N = \gamma_1 \alpha, \quad \text{siendo} \quad \alpha = \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_1 + \gamma_2}. \quad (9)$$

De forma que el nivel total de reducción de emisiones cuando los países no cooperan será:

$$X^N = x_1^N + x_2^N = (\gamma_1 + \gamma_2) \alpha = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_1 + \gamma_2}. \quad (10)$$

A continuación, se describen algunas de las características de este equilibrio no cooperativo de Nash:

(i)- El nivel de reducción de emisiones elegido por cada país depende negativamente de su relación coste-beneficio y positivamente de la relación coste-beneficio del otro país, mientras que el nivel total de reducción de emisiones depende negativamente de la relación coste-beneficio de ambos países, ya que $\forall i, j = 1, 2, i \neq j$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i^N}{\partial \gamma_i} &= \frac{-(\gamma_j + 1)\gamma_j}{(\gamma_i \gamma_j + \gamma_i + \gamma_j)^2} < 0, \\ \frac{\partial x_i^N}{\partial \gamma_j} &= \frac{\gamma_i}{(\gamma_i \gamma_j + \gamma_i + \gamma_j)^2} > 0, \\ \frac{\partial X^N}{\partial \gamma_i} &= \frac{-(\gamma_j)^2}{(\gamma_i \gamma_j + \gamma_i + \gamma_j)^2} < 0. \end{aligned}$$

(ii)- El nivel de reducción de emisiones elegido por cada país en ausencia de cooperación será el mismo, ($x_1^N = x_2^N$), si ambos países tienen la misma relación coste-beneficio, ($\gamma_1 = \gamma_2$).

(iii)- El nivel de bienestar que obtiene cada país en ausencia de cooperación viene dado por la siguiente expresión:

$$W_i^N = b_i \left(X^N - \frac{(X^N)^2}{2} \right) - c_i \frac{(x_i^N)^2}{2}, \quad \text{donde } X^N = \sum_i x_i^N, \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

El nivel de bienestar de cada país, depende negativamente de la relación coste-beneficio del otro país, ya que a medida que aumenta γ_j , disminuye X^N y aumenta x_i^N , de forma que disminuye $B_i(X^N)$ y aumenta $C_i(x_i^N)$. Respecto a su propia relación coste-beneficio el bienestar puede aumentar o disminuir.

En la Figura 1, el punto N , donde se cortan las curvas de reacción de ambos países, representa el equilibrio de Nash y, por tanto, la situación en que se encuentran los países en ausencia de cooperación¹¹. El nivel de bienestar correspondiente a cada país viene determinado por las curvas de indiferencia I_1^N e I_2^N que pasan por dicho punto. En el equilibrio de Nash la pendiente¹² de I_1^N es igual a cero y la de I_2^N es igual a infinito, ya que en dicho punto se cumple que $B_1'(X^N) = C_1'(x_1^N)$ y $B_2'(X^N) = C_2'(x_2^N)$, es decir, cada país obtiene un beneficio marginal por la reducción de emisiones igual a su coste marginal.

La Figura 1 también muestra que, en cualquier punto situado entre las curvas de indiferencia I_1^N e I_2^N , cada país obtiene un nivel de bienestar mayor que en el equilibrio de Nash¹³. Es decir, si los países se ponen de acuerdo, podrían elegir unos niveles de reducción de emisiones tales que ambos obtendrían un mayor nivel de bienestar. En otras palabras, el equilibrio de Nash no cooperativo no es eficiente en el sentido de Pareto y esto pone de manifiesto que la reducción de emisiones que realiza cada país tiene carácter de bien público.

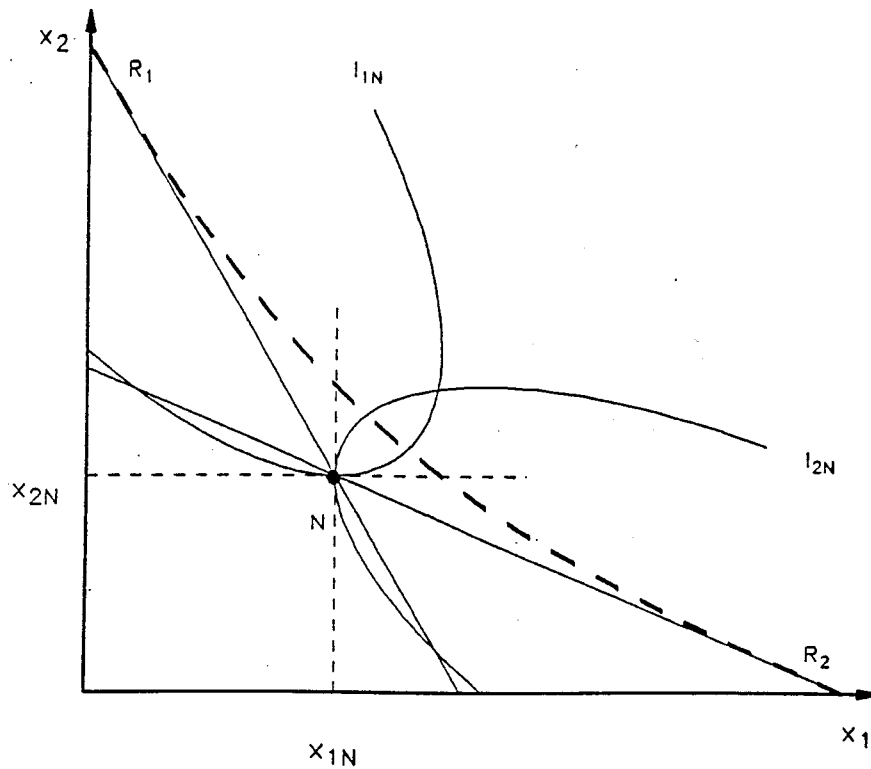
¹¹ La representación gráfica corresponde al caso de países iguales.

¹² A lo largo de la curva de indiferencia de un país, su nivel de bienestar es el mismo. Así, a lo largo de $I_1(I_2)$, $B_1 - C_1(B_2 - C_2)$ se mantiene constante. La pendiente en un punto de estas curvas de indiferencia viene definida, respectivamente, por:

$$\left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{W_1=\bar{W}_1} = \frac{\left(\frac{\partial B_1(X)}{\partial x_1} \right) - \left(\frac{\partial C_1(x_1)}{\partial x_1} \right)}{\left(\frac{\partial B_1(X)}{\partial x_2} \right)} \quad \text{y} \quad \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{W_2=\bar{W}_2} = \frac{\left(\frac{\partial B_2(X)}{\partial x_1} \right)}{\left(\frac{\partial B_2(X)}{\partial x_2} \right) - \left(\frac{\partial C_2(x_2)}{\partial x_2} \right)}$$

¹³ El nivel de bienestar del país 1 aumenta al alejarse del eje de x_1 y el del país 2 aumenta al alejarse del eje de x_2 .

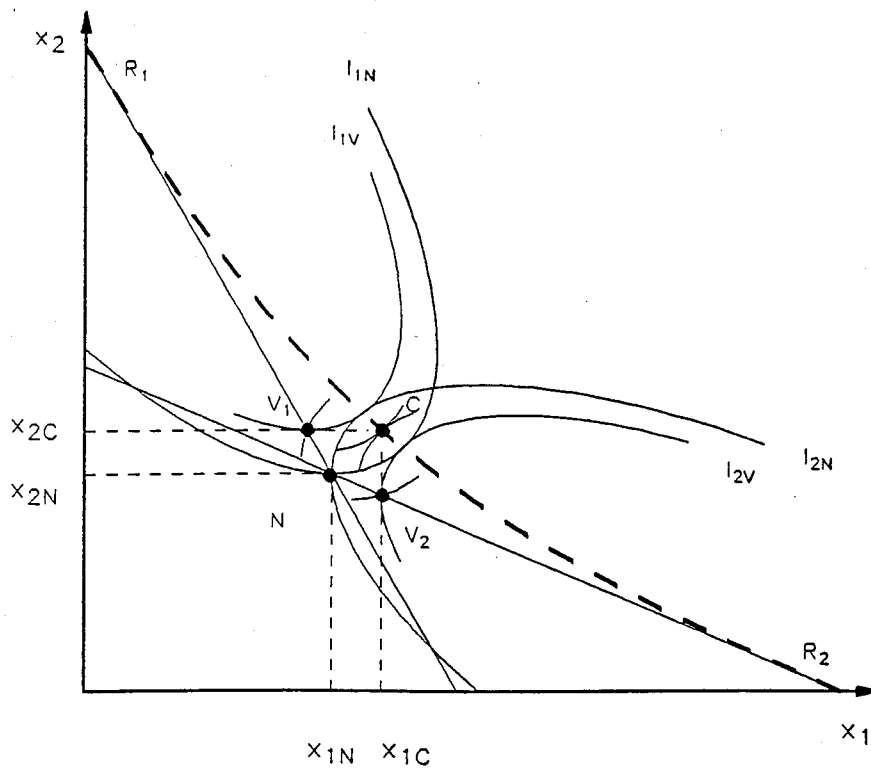
FIGURA 1: Ausencia de cooperación



Sin embargo, a pesar de la existencia de ganancias potenciales derivadas de la cooperación, no es fácil mantener un acuerdo en este contexto estático donde los países interactúan solamente una vez, ya que las violaciones del acuerdo por parte de un país le permiten aumentar su bienestar individual, como se ilustra en la Figura 2.

En dicha figura se puede observar que, si los países deciden cooperar, se situarán en algún punto entre las curvas de indiferencia I_1^N e I_2^N , donde ambos países obtienen un mayor nivel de bienestar que en el punto N ; en concreto, se supone que se sitúan en el punto C . Una vez establecido el punto donde se sitúan al cooperar, el país 1 (país 2) observará que si viola el acuerdo y elige un nivel de reducción de emisiones menor que x_1^C (x_2^C), situándose sobre su curva de reacción en el punto V_1 (V_2), conseguirá un mayor nivel de bienestar mientras que disminuye el nivel de bienestar del otro país. Es evidente, por tanto, que ambos países tienen incentivos a violar el acuerdo, de forma que terminarán situándose en el punto N . Desde el punto de vista de la teoría de los juegos, dicho punto representa la solución a un problema que presenta las características del dilema del prisionero.

FIGURA 2: Dilema del prisionero y problemas globales de medio ambiente



Como ya se ha mencionado anteriormente, en este trabajo se supone que los acuerdos una vez alcanzados son siempre obligatorios, ya que al tomar los países sus decisiones en un único periodo, un acuerdo de cooperación sólo será sostenible si es obligatorio. A continuación, se determina el nivel de reducción de emisiones correspondiente a cada país cuando éstos cooperan.

4. SOLUCIÓN COOPERATIVA

En esta sección, se analiza la cooperación en un problema medioambiental de carácter global y, como es habitual, se supone que los países al cooperar elegirán una solución eficiente. Para que un acuerdo de cooperación sea factible, o bien proporciona ganancias suficientemente grandes, de forma que todos los países pueden esperar una mejora, o bien los países están dispuestos a negociar transferencias para compensar a aquellos países que pierden con el acuerdo. Estas transferencias suelen denominarse pagos laterales.

Si hay posibilidad de que los países realicen tales pagos laterales, la solución que éstos elegirán al cooperar será aquella que maximice la suma de las funciones de bienestar de ambos países, de forma que para esta solución se cumple que la suma del beneficio marginal de ambos países es igual al coste marginal de cada país. La ventaja, por tanto, de que se puedan efectuar dichos pagos laterales entre países es que la solución cooperativa que se alcanza es aquella que minimiza el coste. Sin embargo, elegir la solución cooperativa de esta forma implica que ambos países tienen el mismo peso o poder de negociación, lo cual es admisible si ambos países son iguales pero no es fácil de justificar si los países son diferentes.

Por esta razón, y dado que se quiere tener en cuenta que los países pueden ser diferentes, se obtiene el conjunto de combinaciones de niveles de reducción de emisiones eficientes en el sentido de Pareto mediante la maximización de la suma ponderada de las funciones de bienestar de ambos países. Además, dada la dificultad que surge en muchas ocasiones para poner en práctica estos pagos laterales, en este trabajo se supone que no hay posibilidad de tales pagos entre los países, de forma que las únicas soluciones eficientes que podrán ser alcanzadas como resultado de un acuerdo de cooperación, serán aquéllas que satisfagan el requisito de racionalidad individual. Es decir, aquéllas que proporcionen a cada país un nivel de bienestar mayor que el que obtendrían en ausencia de cooperación.

Para caracterizar el conjunto de soluciones eficientes, se resuelve el siguiente problema de maximización¹⁴:

$$\max_{\{x_1, x_2\}} [\lambda(B_1(X) - C_1(x_1)) + (1 - \lambda)(B_2(X) - C_2(x_2))], \quad 0 < \lambda < 1 \quad (12)$$

donde λ y $(1 - \lambda)$ son las ponderaciones correspondientes a la función de bienestar de cada país.

El problema (12) suele interpretarse como el problema que resolvería un planificador u organismo supranacional pero, como argumentan Eyckmans, Proost y Schokkaert (1993), también puede interpretarse como el resultado de un proceso de negociación entre los países, de forma que las ponderaciones reflejan el poder o peso que cada país tiene en la negociación. Evidentemente, según cómo sea el proceso de negociación entre los países, la solución eficiente a la que se llegue será diferente.

¹⁴ Dado que las funciones de bienestar individuales son cóncavas, resolver el problema (12) es equivalente a maximizar el bienestar de un país para cualquier nivel dado de bienestar del otro país.

Resolviendo este problema, para todos los valores de λ entre cero y uno, se obtiene el conjunto de todas las soluciones eficientes, que se denotan por (x_1^*, x_2^*) , y que satisfacen las siguientes condiciones de primer orden:

$$\lambda B_1'(X) + (1 - \lambda)B_2'(X) = \lambda C_1'(x_1) = (1 - \lambda)C_2'(x_2). \quad (13)$$

Esta ecuación (13) muestra que en las soluciones eficientes los niveles de reducción de emisiones son tales que la suma del beneficio marginal ponderado de ambos países debe ser igual al coste marginal ponderado de cada país¹⁵ y suele denominarse condición de pseudo-Samuelson para la provisión óptima de un bien público. Reescribiendo las condiciones de primer orden, se obtiene que para cualquier valor de λ , el nivel de reducción de emisiones eficiente correspondiente a cada país, es tal que

$$\frac{B_1'(X) - C_1'(x_1)}{B_1'(X)} = \frac{B_2'(X)}{B_2'(X) - C_2'(x_2)}, \quad (13')$$

es decir, $\forall (x_1^*, x_2^*)$, se satisface que la pendiente de la curva de indiferencia del país 1 es igual a la pendiente de la curva de indiferencia del país 2. Así, el lugar geométrico de los niveles de reducción de emisiones eficientes es aquél donde las curvas de indiferencia de ambos países son tangentes. En las Figuras 1 y 2, este lugar geométrico viene representado por la línea discontinua.

Resolviendo el problema (12) para las formas funcionales definidas en la sección 2, se obtiene la siguiente expresión general para el conjunto de niveles de reducción de emisiones eficientes:

$$x_1^* = \theta_2 \beta, \quad x_2^* = \theta_1 \beta, \quad X^* = (\theta_1 + \theta_2) \beta \quad (14)$$

donde $\theta_1 = \lambda c_1$, $\theta_2 = (1 - \lambda)c_2$ y $\beta = \frac{\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1}{(\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1)(\theta_1 \theta_2) + \theta_1 \theta_2 \gamma_1 \gamma_2}$.

Obsérvese que para cada valor de λ existirá una solución eficiente diferente y que, independientemente del valor de la relación coste-beneficio de cada país, la solución eficiente es, $(x_1^*, x_2^*) = (0, 1)$, si el país 1 tiene la máxima ponderación ($\lambda = 1$), mientras que si es el país 2 quien tiene la máxima ponderación ($\lambda = 0$) la solución eficiente es, $(x_1^*, x_2^*) = (1, 0)$.

¹⁵ Nótese que para $\lambda = 1 - \lambda = 0.5$, se obtiene como solución eficiente aquella que minimiza el coste, pero cuando los países no son iguales ésta solución no necesariamente satisface el requisito de racionalidad individual. Por tanto, no podrá ser implementada como resultado de un acuerdo de cooperación en ausencia de pagos laterales.

No es posible determinar la relación entre el nivel de reducción de emisiones de las soluciones eficientes y la relación coste-beneficio de cada país, ya que depende también del parámetro $\theta_i = \lambda_i c_i$ ¹⁶. No obstante, dada la expresión obtenida en la ecuación (14), se puede concluir que en cualquier solución eficiente:

(i)- La reducción de emisiones óptima para un país, es mayor cuanto mayor sea el valor del parámetro b de su función de beneficio ó de la del otro país y cuanto menor sea el valor del parámetro c de su función de coste ó mayor el de la función de coste del otro país. Analíticamente:

$$\frac{\partial x_i^*}{b_i} > 0, \quad \frac{\partial x_i^*}{c_i} < 0, \quad \frac{\partial x_i^*}{b_j} > 0, \quad \frac{\partial x_i^*}{c_j} > 0, \quad \forall i, j = 1, 2, \quad i \neq j.$$

A diferencia de lo que ocurre en ausencia de cooperación, cuando los países cooperan, el nivel de reducción de emisiones de cada país depende positivamente no sólo del valor de su parámetro b sino también del valor del parámetro b del otro país. Esto refleja el hecho de que cuando los países cooperan, se internalizan los efectos externos inherentes a los problemas globales.

(ii).- Es fácil comprobar que en todas las soluciones eficientes el nivel total de reducción de emisiones es mayor que en la solución no cooperativa:

$$X^* = \frac{(\theta_1 \theta_2)(\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1)}{(\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1)(\theta_1 + \theta_2) + (\theta_1 \theta_2 \gamma_1 \gamma_2)} > X^N = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_1 + \gamma_2}.$$

(iii)- En cualquier asignación eficiente, el nivel de reducción de emisiones será menor para aquel país cuyo coste marginal ponderado sea mayor, ya que $x_1^* < x_2^*$ si $\theta_2 < \theta_1$.

(iv)- El nivel de bienestar correspondiente a cada país en una solución eficiente viene dado por:

$$W_i^* = b_i \left(X^* - \frac{(X^*)^2}{2} \right) - c_i \frac{(x_i^*)^2}{2}, \quad \text{donde } X^* = \sum_i x_i^*, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Una vez caracterizado el conjunto de soluciones eficientes, hay que determinar cuál de estas soluciones será la elegida por los países al cooperar y, como ya se ha mencionado, si no hay posibilidad de pagos laterales, sólo se tendrán en cuenta aquellas soluciones eficientes que sean individualmente racionales, es decir, (x_1^*, x_2^*) tal que $W_1^* > W_1^N$ y $W_2^* > W_2^N$. En las Figuras 1 y 2, son las que están entre las curvas de indiferencia I_1^N e I_2^N y sobre la línea discontinua.

¹⁶ Observar que θ_i es el coste marginal ponderado del país i .

Elegir una de estas soluciones equivale a elegir la ponderación de cada país en el problema (12), de forma que la elección de la solución cooperativa puede plantearse como un juego de regateo en el que se reconoce el poder relativo de los jugadores para elegir el valor de las ponderaciones. Existen varios conceptos de solución para estos juegos de regateo (ver Friedman (1991)). Aquí se va a utilizar la solución de Nash de regateo, Nash (1953)¹⁷, que cumple, entre otras, las propiedades de optimalidad de Pareto, racionalidad individual y simetría. Esta solución se basa en la idea de que la medida relevante del poder relativo de los jugadores viene dada por la situación inicial en que éstos se encuentran antes de cooperar y, analíticamente, se obtiene maximizando el producto de las ganancias que consigue cada jugador cuando coopera. En concreto, la ponderación o poder de negociación de cada país se determina resolviendo el siguiente problema de maximización:

$$\max_{\lambda} [(W_1^* - W_1^N)(W_2^* - W_2^N)] \quad (16)$$

donde, W_1^N y W_2^N son los niveles de bienestar de cada país en ausencia de cooperación y representan la situación inicial en que se encuentran los países; W_1^* y W_2^* son los niveles de bienestar correspondientes a cada país en la solución cooperativa y son función de λ . Por tanto, $(W_1^* - W_1^N)$ y $(W_2^* - W_2^N)$ son las ganancias de bienestar que obtiene cada país al cooperar y dependen de λ .

Calculando el valor de λ que resuelve este problema y sustituyéndolo en la ecuación (14), se obtiene el nivel de reducción de emisiones correspondiente a cada país en la solución cooperativa, que se denota por (x_1^C, x_2^C) . Dadas las formas funcionales que se están considerando, el valor de λ que resuelve el problema (16) viene determinado por una ecuación de quinto grado, de forma que no es posible obtener explícitamente una expresión general para la solución cooperativa. Lo único que se puede afirmar es que si los países son iguales, la solución cooperativa será tal que, $x_1^C = x_2^C$ y $\lambda = 1 - \lambda = 0.5$, ya que la solución de Nash de regateo satisface la propiedad de simetría.

Teniendo en cuenta que se pretende analizar la forma en que varían las ganancias de bienestar que obtienen los países al cooperar en función de las diferencias existentes entre ellos, y que en este trabajo quedan reflejadas por el

¹⁷ Una de las soluciones más conocidas, junto a la de Nash, para los juegos de regateo es la de Kalai-Smorodinsky (1975). En esta solución, cada país obtiene un nivel de bienestar que es proporcional al nivel máximo de bienestar que podría conseguir con la cooperación.

valor de $|\gamma_1 - \gamma_2|$, sería preciso poder comparar el nivel de bienestar correspondiente a cada país en la solución no cooperativa, obtenida en la sección 3, y en la solución cooperativa. No es posible, sin embargo, hacer dicha comparación analíticamente en términos generales, ya que no se ha podido obtener una ecuación que defina explícitamente la solución cooperativa. Esta es la razón por la que se asignarán valores concretos a los parámetros de las funciones de coste y beneficio de cada país para calcular los niveles de bienestar correspondientes a la solución cooperativa¹⁸ y la solución no cooperativa en cada caso.

Para analizar la relación existente entre las ganancias de bienestar que pueden obtener los países si cooperan y el grado de asimetría existente entre ellos, se realiza un ejercicio de simulación donde se muestra cómo varían dichas ganancias a medida que varía el valor de la diferencia $|\gamma_1 - \gamma_2|$, debido a variaciones en los parámetros de las funciones de beneficio marginal o a variaciones en los parámetros de las funciones de coste marginal.

En el ejercicio de simulación, además de la ganancia de bienestar en términos absolutos, $W_i^C - W_i^N$, se calcula también el valor de dicha ganancia de cooperación expresada como porcentaje en relación al nivel de bienestar de cada país si no hay cooperación, denotando a dicha variable¹⁹ $G_i = \frac{W_i^C - W_i^N}{W_i^N} 100\%$.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el ejercicio de simulación.

5. SIMULACIÓN DE LAS GANANCIAS DE COOPERACIÓN

En la práctica, existe una gran incertidumbre sobre el valor de los parámetros b_i y c_i para cada país y, por tanto, del valor de γ_i . Por un lado, los efectos perjudiciales de problemas como el cambio climático o la destrucción de la capa de ozono, surgirán sobretodo a largo plazo y dependerán del cambio cultural, económico y tecnológico que se produzca en los próximos años. Como señala Schelling (1991), si en los próximos noventa años la cultura, el estilo de vida, y la tecnología cambian tanto como lo han hecho desde principios de este siglo,

¹⁸ Para calcular la solución de Nash de regateo, se ha utilizado el paquete de optimización MAXMUM programado en lenguaje GAUSS, que resuelve el problema (16) a través de algoritmos.

¹⁹ Dado que el ejercicio de simulación no se basa en datos reales, al comparar las ganancias de cooperación interesa conocer no sólo su valor en términos absolutos sino también en porcentaje.

es imposible imaginar la importancia que un cambio climático puede tener. Por otro lado, aunque existen estimaciones sobre el valor del parámetro de la función de coste, los resultados obtenidos en los diferentes estudios no coinciden. La no coincidencia se explica, entre otras razones, debido a los diferentes supuestos realizados acerca de variables como la tasa de crecimiento económico, la movilidad del capital, los costes de sustitución de tecnologías y la tasa subyacente de reducción en la energía utilizada por unidad de producción.

Lo que sí parece evidente, a pesar de la incertidumbre sobre los valores concretos de los parámetros, es que habrá países para los cuales el efecto negativo causado por estos problemas medioambientales será mayor, de forma que el valor de su parámetro b_i será relativamente alto implicando un valor bajo de γ_i . Asimismo, habrá países que sólo podrán reducir sus emisiones contaminantes a un alto coste, siendo el valor de su parámetro c_i , y por tanto de su relación coste-beneficio, relativamente alto.

Para realizar el ejercicio de simulación se ha considerado una situación inicial donde ambos países son idénticos, siendo $b_1 = b_2 = c_1 = c_2 = 1$ y, por tanto, $|\gamma_1 - \gamma_2| = 0$. A continuación, se han considerado variaciones de γ_1 y γ_2 debidas, en primer lugar, a variaciones de los parámetros de la función de coste marginal de ambos países y, en segundo lugar, a variaciones de los parámetros de las funciones de beneficio marginal. Se han considerado tanto aumentos como disminuciones de los parámetros respecto a la situación inicial pero manteniendo siempre constante $(c_1 + c_2)$ y $(b_1 + b_2)$. En concreto, el ejercicio de simulación se ha realizado para valores de (c_1, c_2) desde $(0.2, 1.8)$ hasta $(1.8, 0.2)$, siendo $b_1 = b_2 = 1$, y para valores de (b_1, b_2) desde $(0.2, 1.8)$ hasta $(1.8, 0.2)$, siendo $c_1 = c_2 = 1$ ²⁰.

Un resumen de los resultados numéricos obtenidos se recoge en las Tablas 1 a 4. En concreto, las Tablas 1 y 2 muestran la evolución de las ganancias de cooperación para ambos países al variar c_1 y c_2 , y b_1 y b_2 , respectivamente. Las Tablas 3 y 4 muestran el nivel de reducción de emisiones correspondiente a cada país en la solución cooperativa y en la no cooperativa, así como la ponderación o peso que cada país tendrá en la negociación para los diferentes valores de los parámetros.

²⁰ Cuando se consideran variaciones de (c_1, c_2) manteniendo $c_1 + c_2$ constante, también permanece constante el valor de $\gamma_1 + \gamma_2$. Sin embargo, cuando se varía (b_1, b_2) , de forma que $b_1 + b_2$ sea constante, no es posible que $\gamma_1 + \gamma_2$ sea también constante.

Las Figuras 3 y 4 muestran cómo afectan los cambios en $|\gamma_1 - \gamma_2|$, debidos a variaciones en los parámetros c_1 y c_2 , a las ganancias potenciales que los países pueden obtener al cooperar, tanto en términos absolutos como en términos relativos. Las Figuras 5 y 6 muestran la evolución de las ganancias de cooperación ante variaciones de b_1 y b_2 . En estas figuras se observa que, partiendo de la situación de referencia donde $|\gamma_1 - \gamma_2| = 0$, a medida que aumenta la diferencia $|\gamma_1 - \gamma_2|$ y, por tanto, el grado de asimetría entre los países, disminuye tanto la ganancia relativa que cada país puede obtener al cooperar, como la ganancia total en términos absolutos. También se puede observar que la disminución en las ganancias de cooperación es mayor cuando los países tienen diferentes pendientes en su función de coste marginal que cuando las diferencias son en la pendiente de su función de beneficio marginal.

Las Figuras 8 y 10 muestran la variación en el porcentaje de reducción de emisiones correspondiente a cada país en la solución cooperativa (x_1^C, x_2^C) , observándose que éste siempre es mayor para el país con menor relación coste-beneficio. Como se demostró en la sección 3, esta relación inversa entre porcentaje de reducción de emisiones de cada país y su relación coste-beneficio, también se cumple en la solución no cooperativa (x_1^N, x_2^N) . Respecto al porcentaje total de reducción de emisiones, las Tablas 3 y 4 reflejan que cuando los países tienen diferentes pendientes en su función de coste marginal, tanto X^C como X^N son mayores cuanto mayor sea el grado de asimetría existente entre los países. Sin embargo, cuando los países se diferencian por la pendiente de su beneficio marginal, X^C es menor cuanto mayor es el grado de asimetría entre los países, mientras que X^N permanece constante si al variar b_1 y b_2 se mantiene $b_1 + b_2$ constante²¹.

Respecto a la ponderación o peso que cada país tiene en la negociación, las Figuras 7 y 9 muestran que éste es el mismo para los dos países sólo cuando ambos son iguales. Cuando los países se diferencian por el valor de la pendiente de su función de coste marginal, el país con menor relación coste-beneficio (menor c_i) tiene mayor peso en la negociación, mientras que cuando ambos países se diferencian por el valor de la pendiente de su función de beneficio marginal, el

²¹ Cuando $c_1 = c_2 = c$, la ecuación (10) se puede reescribir, de forma que $X^N = \frac{1}{1 + \frac{1}{(b_1 + b_2)}}$, observándose que X^N permanece constante al variar b_1 y b_2 si $b_1 + b_2$ se mantiene constante. Cuando $b_1 = b_2 = b$, la ecuación (10) quedaría: $X^N = \frac{1}{1 + \frac{c_1 c_2}{b(c_1 + c_2)}}$, de forma que X^N varía cuando cambia c_1 y c_2 aunque $c_1 + c_2$ no varíe.

país con mayor relación coste-beneficio (menor b_i) es el que tiene mayor peso en la negociación. No parece existir, por tanto, relación entre el poder de negociación de cada país y el valor de su relación coste-beneficio. Lo único que se puede afirmar es que cuando no se permiten pagos laterales, en la solución cooperativa el país que tenga menor coste o beneficio tendrá mayor ponderación o peso en la negociación.

Los resultados obtenidos con este ejercicio de simulación se pueden resumir de la siguiente manera:

Resultado 1

Dadas las formas funcionales que se han considerado, las ganancias relativas que pueden obtener los países al cooperar son mayores cuanto menor sea el grado de asimetría existente ellos. Además, las ganancias relativas son menores cuando las diferencias entre países se reflejan en su función de coste, que cuando se deben a su función de beneficio.

Resultado 2

Cuando no hay posibilidad de pagos laterales entre países, para que un acuerdo de cooperación sea factible, será preciso que se acepte que si los países no son iguales, éstos tendrán diferente peso o poder de negociación. Además la ponderación o poder de negociación será mayor para el país que tenga menor coste marginal o menor beneficio marginal.

6. COMENTARIOS FINALES

Se suele argumentar que una de las razones por la cual las negociaciones entre países para alcanzar acuerdos internacionales sobre problemas globales no tienen éxito, es que los beneficios y costes de las medidas que habría que adoptar para mitigar dichos problemas parecen distribuirse muy desigualmente entre los diferentes países. Los resultados obtenidos en este trabajo parecen confirmar este argumento. Efectivamente, dada la caracterización de las formas funcionales

que definen a cada país y suponiendo que se puede medir el grado de asimetría existente entre los países a través de la diferencia en sus relaciones coste-beneficio en valor absoluto, $(|\gamma_1 - \gamma_2|)$, se puede afirmar que cuanto mayor sea el grado de asimetría existente entre los países (mayor $|\gamma_1 - \gamma_2|$), menores serán las ganancias relativas que éstos pueden obtener al cooperar. Y, como se ha comentado a lo largo del trabajo, parece razonable suponer que cuanto menores sean las ganancias potenciales que los países pueden obtener al cooperar, más difícil será conseguir que los países se pongan de acuerdo para coordinar sus políticas medioambientales. Por otro lado, el trabajo llevado a cabo permite concluir que si los países son diferentes y no hay posibilidad de pagos laterales entre ellos, para que un acuerdo de cooperación eficiente sea factible será necesario que se acepte que cada país debe tener diferente peso o ponderación en la negociación. En concreto, se ha obtenido que en el proceso de negociación para determinar la solución cooperativa, tendrá mayor peso o ponderación el país que tenga menor coste marginal por unidad de reducción de emisiones, cuando no hay diferencias en sus funciones de beneficio, y el país cuyo beneficio marginal por unidad de reducción de emisiones sea menor, cuando sus funciones de coste son iguales.

TABLA 1

Ganancias de cooperación para diferentes valores de c_1 y c_2 , manteniendo, $b_1 = b_2 = 1$.

(c_1, c_2)	(γ_1, γ_2)	$\gamma_1 - \gamma_2$	$(W_1^C - W_1^N)$	$(W_2^C - W_2^N)$	$(W^C - W^N)^*$	G_1	G_2	G_T^{**}
(1,1)	(1,1)	0	0.01111	0.01111	0.02222	2.8571	2.8571	2.8571
(1.2,0.8)	(1.2,0.8)	0.4	0.01079	0.01028	0.02107	2.6753	2.6941	2.6844
(1.4,0.6)	(1.4,0.6)	0.8	0.00928	0.00835	0.01763	2.1854	2.1792	2.1825
(1.6,0.4)	(1.6,0.4)	1.2	0.00645	0.00552	0.01197	1.4263	1.3931	1.4099
(1.8,0.2)	(1.8,0.2)	1.6	0.00253	0.00225	0.00478	0.5256	0.5242	0.5249

* $W^C - W^N = (W_1^C - W_1^N) + (W_2^C - W_2^N)$.

** G_T representa la ganancia total de cooperación en porcentaje.

TABLA 2

Ganancias de cooperación para diferentes valores de b_1 y b_2 , manteniendo, $c_1 = c_2 = 1$.

(b_1, b_2)	(γ_1, γ_2)	$\gamma_1 - \gamma_2$	$(W_1^C - W_1^N)$	$(W_2^C - W_2^N)$	$(W^C - W^N)^*$	G_1	G_2	G_T^{**}
(1,1)	(1,1)	0	0.01111	0.01111	0.02222	2.8571	2.8571	2.8571
(1.2,0.8)	(0.83,1.25)	-0.41	0.01281	0.00912	0.02193	2.8277	2.8519	2.8377
(1.4,0.6)	(0.71,1.67)	-0.95	0.01413	0.00692	0.02105	2.7533	2.8090	2.7714
(1.6,0.4)	(0.625,2.5)	-1.185	0.01461	0.00462	0.01923	2.5688	2.7380	2.6075
(1.8,0.2)	(0.55,5)	-4.44	0.01335	0.00221	0.01556	2.1529	2.5611	2.2030

* $W^C - W^N = (W_1^C - W_1^N) + (W_2^C - W_2^N)$.

** G_T representa la ganancia total de cooperación en porcentaje.

TABLA 3

Solución cooperativa y no cooperativa para diferentes valores de c_1 y c_2 , manteniendo, $b_1 = b_2 = 1$.

(c_1, c_2)	(γ_1, γ_2)	$\gamma_1 - \gamma_2$	λ	$1 - \lambda$	x_1^C	x_2^C	X^C	x_1^N	x_2^N	X^N
(1,1)	(1,1)	0	0.5000	0.5000	40.00	40.00	80.00	33.33	33.33	66.67
(1.2, 0.8)	(1.2, 0.8)	0.4	0.4855	0.5145	33.35	47.21	80.56	27.03	40.54	67.57
(1.4, 0.6)	(1.4, 0.6)	0.8	0.4710	0.5290	26.76	55.59	82.35	21.13	49.29	70.42
(1.6, 0.4)	(1.6, 0.4)	1.2	0.4559	0.5441	19.68	65.96	85.64	15.15	60.60	75.75
(1.8, 0.2)	(1.8, 0.2)	1.6	0.4387	0.5613	11.33	79.71	91.05	8.47	76.27	84.74

TABLA 4

Solución cooperativa y no cooperativa para diferentes valores de b_1 y b_2 , manteniendo, $c_1 = c_2 = 1$.

(b_1, b_2)	(γ_1, γ_2)	$\gamma_1 - \gamma_2$	λ	$1 - \lambda$	x_1^C	x_2^C	X^C	x_1^N	x_2^N	X^N
(1,1)	(1,1)	0	0.5000	0.5000	40.00	40.00	80.00	33.33	33.33	66.67
(1.2, 0.8)	(1.2, 0.8)	-0.41	0.4140	0.5860	46.83	33.08	79.91	40.00	26.27	66.67
(1.4, 0.6)	(1.4, 0.6)	-0.95	0.3273	0.6727	53.58	26.07	79.65	46.67	20.00	66.67
(1.6, 0.4)	(1.6, 0.4)	-1.185	0.2381	0.7619	60.24	18.83	79.07	53.33	13.33	66.67
(1.8, 0.2)	(1.8, 0.2)	-4.44	0.1429	0.8571	66.66	11.11	77.77	60.00	6.67	66.67

FIGURA 3: GANANCIA DE COOPERACIÓN EN TÉRMINOS ABSOLUTOS

PARA DIFERENTES VALORES DE (c_1, c_2)

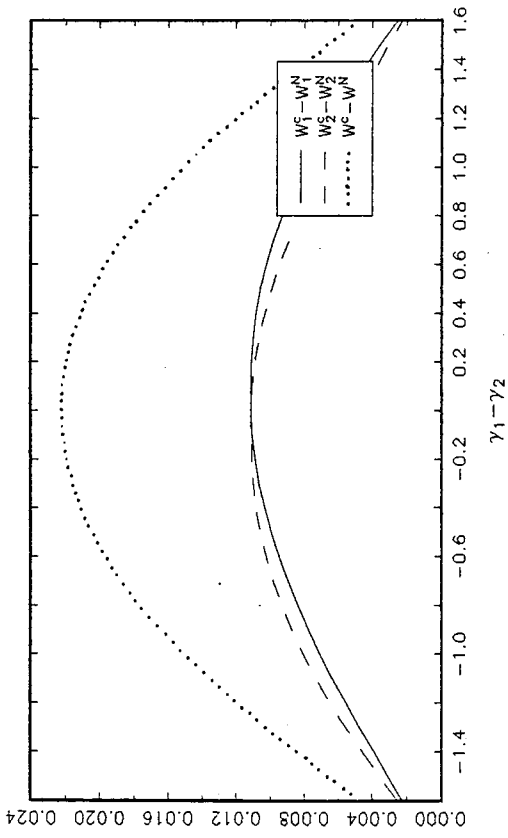


FIGURA 4: GANANCIA DE COOPERACIÓN EN TÉRMINOS RELATIVOS

PARA DIFERENTES VALORES DE (c_1, c_2)

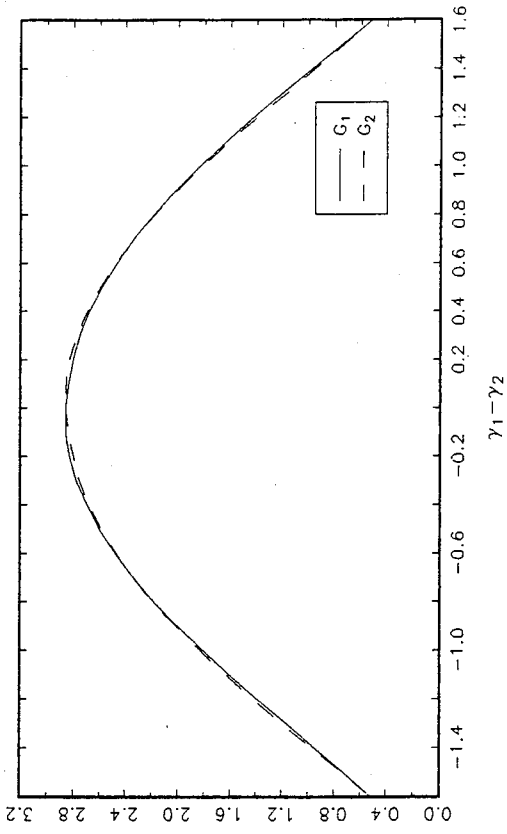


FIGURA 5: GANANCIA DE COOPERACIÓN EN TÉRMINOS ABSOLUTOS

PARA DIFERENTES VALORES DE (b_1, b_2)

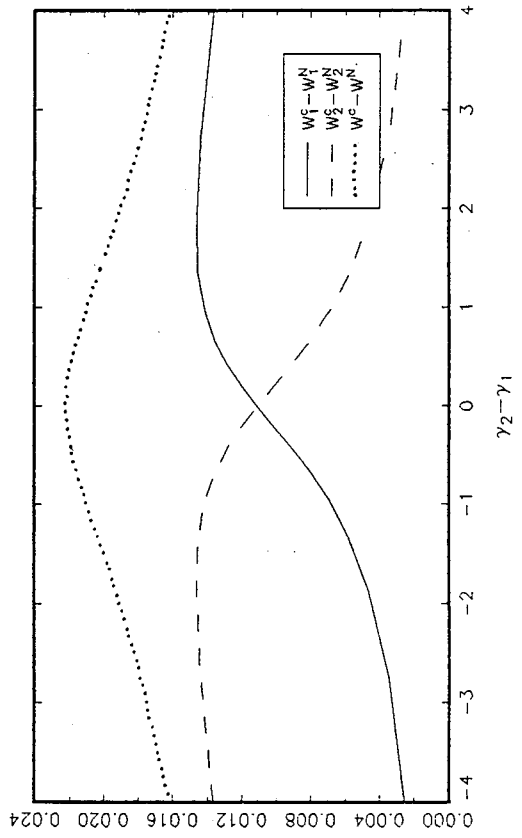


FIGURA 6: GANANCIA DE COOPERACIÓN EN TÉRMINOS RELATIVOS

PARA DIFERENTES VALORES DE (b_1, b_2)

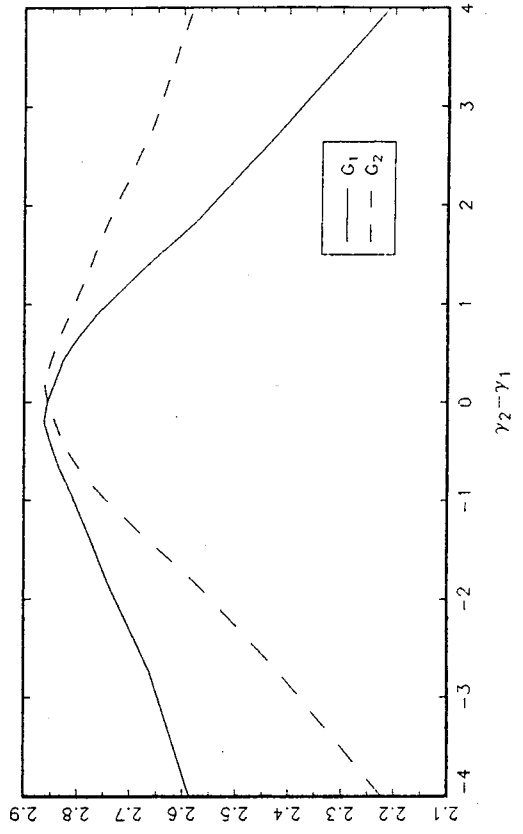


FIGURA 7: PONDERACIÓN CORRESPONDIENTE A CADA PAÍS

PARA DIFERENTES VALORES DE (c_1, c_2)

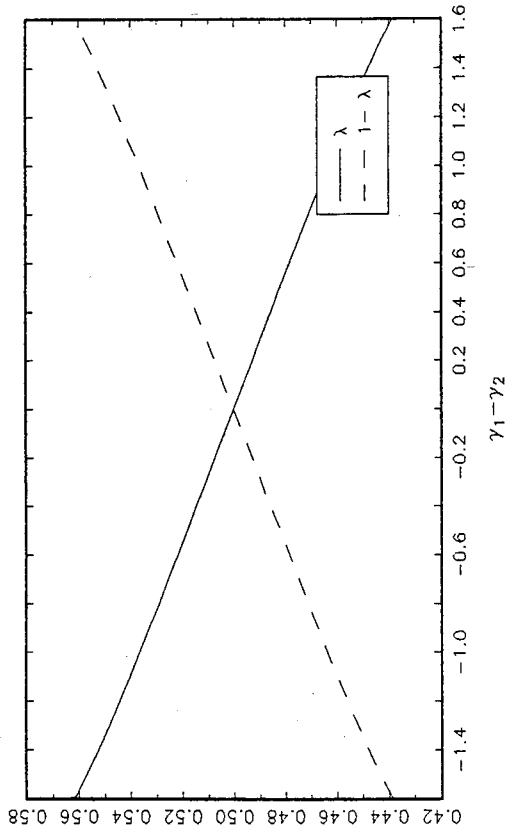


FIGURA 8: PORCENTAJE DE REDUCCIÓN DE EMISIONES EN LA SOLUCIÓN

COOPERATIVA PARA DIFERENTES VALORES DE (c_1, c_2)

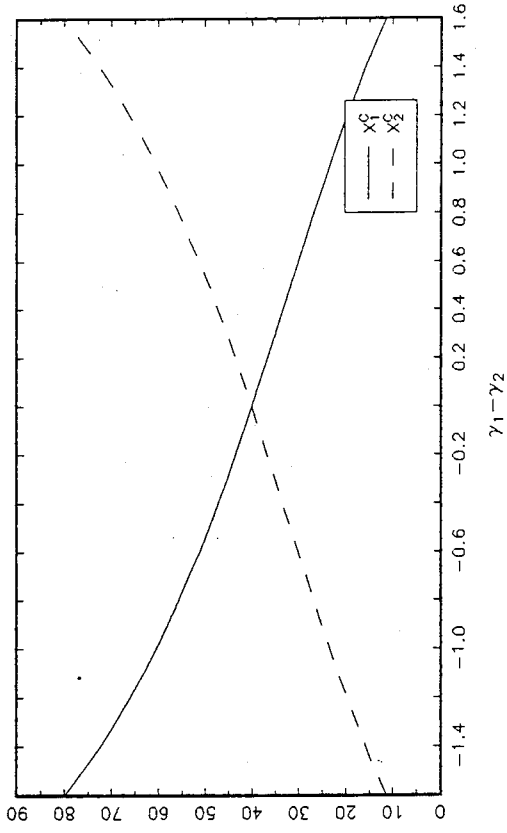


FIGURA 9: PONDERACIÓN CORRESPONDIENTE A CADA PAÍS

PARA DIFERENTES VALORES DE (b_1, b_2)

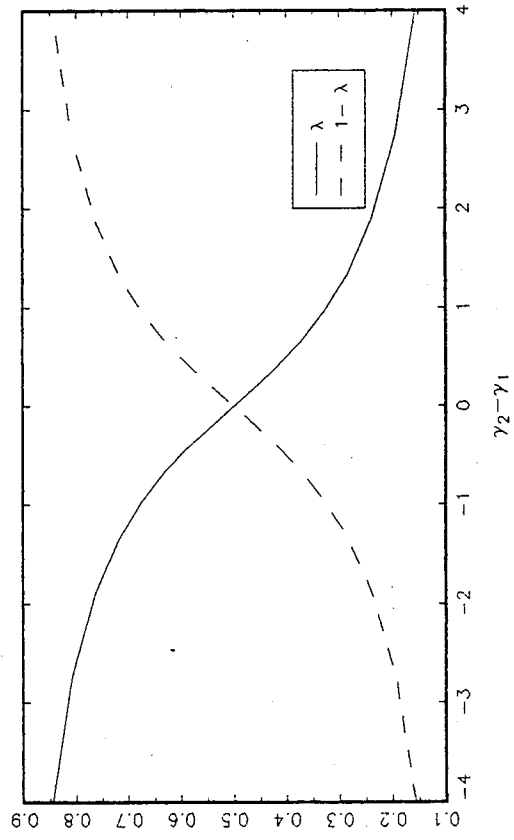
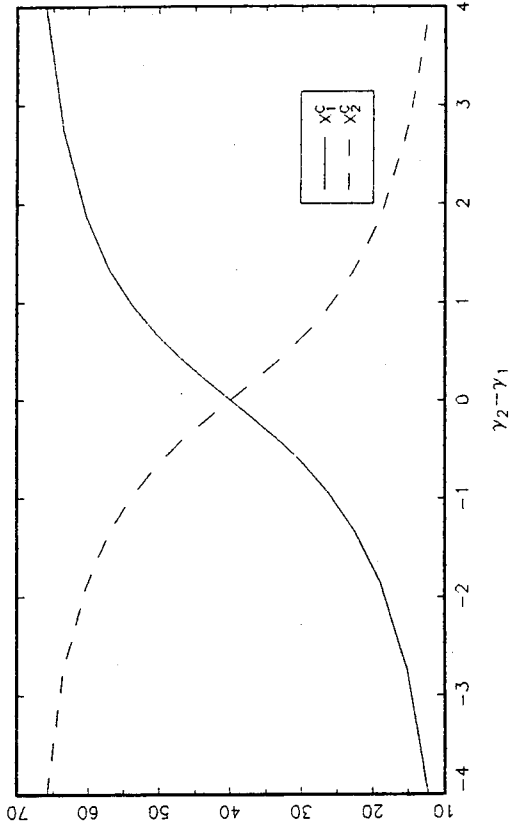


FIGURA 10: PORCENTAJE DE REDUCCIÓN DE EMISIONES EN LA SOLUCIÓN

COOPERATIVA PARA DIFERENTES VALORES DE (b_1, b_2)



REFERENCIAS

- [1] Barret, S. (1992). "International Environmental Agreements as Games". Capítulo 1 del libro *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. ed R. Pethig, Springer-Verlag, Berlín.
- [2] Barret, S. (1994). "Self Enforcing International Environmental Agreements". *Oxford Economics Papers*, 46, 878-894.
- [3] Carraro, C. y Siniscalco, D. (1991). "The international protection of the environment: Voluntary agreements among sovereign countries". *Fondazione ENI Enrico Mattei*, Nota di Lavoro 1.91.
- [4] Carraro, C. y Siniscalco, D. (1992). "The international dimension of environmental policy". *European Economic Review*, 36, 379-387.
- [5] Chander, P. y Tulkens, H. (1992). "Theoretical foundations of negotiations and cost sharing in transfrontier pollution problems". *European Economic Review*, 36, 388-398.
- [6] Eyckmans, J., Proost, S. y Schokkaert, E. (1993). "Efficiency and Distribution in Greenhouse Negotiations". *Kyklos*, 46, 363-397.
- [7] Friedman, J. (1991). *Game theory with Applications to Economics*. 2ª ed., Oxford University Press, Oxford.
- [8] Hoel, M. (1991). "Global Environmental Problems: The effects of unilateral actions taken by one country". *Journal of Environmental Economics and Management*, 20, 55-70.
- [9] Kalai, E. y M. Smorodinsky (1975). "Other Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons." *Econometrica*, 43, 513-18.
- [10] Nash, J.F. (1953). "Two Person Cooperative Games". *Econometrica*, 21, 128-40.
- [11] Pearce, D.W. y Turner, R.K. (1990). *Economics of Natural Resources and the Environment*. BPC Wheatons Ltd, Exeter.
- [12] Ploeg, F. van der y de Zeeuw, A. (1992). "International Aspects of Pollution Control". *Environmental and Resources Economics*, 2, 117-139.
- [13] Schelling, T.C. (1991). "Economic Responses to Global Warming: Prospects for Cooperative Approaches". En el libro *Global Warming: Economic Policy Responses*, eds. Dornbusch, R. y Poterba, J.M., MIT Press, Cambridge.

CAPÍTULO 2

¿ ES IMPORTANTE LA COOPERACIÓN PARA RESOLVER PROBLEMAS MEDIOAMBIENTALES GLOBALES ?:

El caso del efecto invernadero

1. INTRODUCCIÓN

El cambio climático provocado por el aumento en la concentración de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera será, probablemente, uno de los problemas medioambientales más graves del próximo siglo. Existe cierto consenso a nivel internacional, en que dicho aumento va a provocar, a largo plazo, un calentamiento global de la superficie terrestre, cuyos principales efectos serán la alteración de los patrones de precipitación y evaporación (que afectará a la agricultura) y un aumento del nivel del mar (que perjudicará, sobre todo, a islas y países costeros)¹. Entre los gases que contribuyen al efecto invernadero y que son originados por la actividad económica humana, el más importante es el dióxido de carbono (CO_2), cuya concentración en la atmósfera se ha incrementado en un 25% desde la Revolución Industrial². Por esta razón, muchas de las propuestas para resolver el problema del calentamiento global de la atmósfera pasan por reducir las emisiones de CO_2 .

El cambio climático es un verdadero ejemplo de problema medioambiental de carácter global con externalidades recíprocas entre todos los países del mundo. Aunque las consecuencias de este problema pueden ser diferentes para cada país, el cambio climático en sí mismo depende del total de emisiones mundiales de GEI. Esto significa que la reducción de emisiones de GEI por parte de un país es un bien público global. Es sabido que, en estas circunstancias, el equilibrio no cooperativo de Nash, resultante de los esfuerzos de cada país para reducir sus emisiones individualmente, no es Pareto eficiente, y que para alcanzar una solución eficiente puede ser necesaria la cooperación internacional entre países. Sin embargo, a pesar de las ganancias potenciales que los países pueden conseguir cooperando, si no hay mecanismos legales que garanticen el cumplimiento de los acuerdos, cada país tiene incentivos para incumplirlos y aprovecharse de los esfuerzos de reducción de emisiones realizados por los demás países.

Barret (1992, 1994) y Carraro y Siniscalco (1991) analizan este problema en un contexto estático y se preguntan si son posibles los acuerdos de obligado cumplimiento entre países soberanos. Sus resultados muestran que el número

¹ Para un análisis detallado de los efectos del calentamiento global, véase Cline (1991).

² Este incremento se debe, por una parte, a la utilización de combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural) como fuente de energía y, por otra, a la destrucción generalizada de bosques tropicales.

de países que firmaría tales acuerdos será probablemente pequeño. Chander y Tulkens (1992) contemplan la dimensión intertemporal del problema, que permite a los países interactuar repetidamente, y obtienen que es posible alcanzar algún tipo de cooperación tácita, aunque no pueden establecer su extensión.

En este trabajo se supone que, una vez alcanzado un acuerdo, el temor a la pérdida de reputación y la amenaza de volver a la situación no cooperativa si hubiera incumplimiento son suficientes para garantizar que los países cumplirán el acuerdo. De esta manera, no es necesario preocuparse por los mecanismos que pueden ser precisos para hacer que estos acuerdos internacionales se cumplan.

El principal objetivo de este trabajo es cuantificar, en un contexto dinámico, las ganancias potenciales derivadas de acuerdos internacionales para reducir el efecto invernadero. El interés por calcular la cuantía de las posibles ganancias de cooperación se basa en la presunción de que, cuanto mayores sean éstas, más fácil será que los países estén dispuestos a realizar los esfuerzos necesarios para alcanzar y cumplir acuerdos de cooperación en esta materia.

En este trabajo, el problema del cambio climático se caracteriza a través de un modelo dinámico de control de polución, donde la variable de control es la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero (GEI). Cada país viene definido por una función de pérdida de bienestar que depende del daño asociado a la concentración de GEI en la atmósfera, por un lado, y del coste de reducir las emisiones, por otro. Se tiene en cuenta la posibilidad de que el daño económico sea positivo sólo para niveles altos de concentración de GEI, ya que la función de daño tiene un tramo negativo y, además, se permite que la función de daño tenga un tramo decreciente, siendo esta la principal diferencia introducida con respecto a otros trabajos³.

En este contexto dinámico, se van a comparar la solución no cooperativa y la solución cooperativa, tanto desde el punto de vista teórico como empíricamente. Los resultados del modelo indican que, si el nivel exógeno de emisiones de GEI es suficientemente alto, a largo plazo la concentración de dichos gases será menor cuando los países cooperan. Además, la cooperación garantiza que la solución

³ Muchos estudios predicen que, si bien el nivel actual de concentración de GEI en la atmósfera aún no está produciendo daños, una duplicación de dicho nivel producirá un incremento de temperatura de entre 1° y 4.5° C. Este calentamiento global perjudicará a muchos países, aunque puede beneficiar a otros. Estas estimaciones son compatibles con la función de daño que se propone en este trabajo.

estacionaria se alcanza más rápidamente y con mayores niveles de reducción de emisiones. A partir de la evidencia empírica existente sobre el efecto invernadero, se parametriza el modelo teórico obteniendo que, a nivel mundial las ganancias de cooperación pueden representar un 0.066% del PIB mundial. Debido a la gran incertidumbre que aún existe sobre el problema del cambio climático y, por tanto, sobre muchos de los parámetros del modelo, se realiza un análisis de sensibilidad para ver cómo responden las ganancias de cooperación ante variaciones de los principales parámetros.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo y se calcula la solución no cooperativa. En la sección 3 se obtiene la solución cooperativa y se compara los resultados obtenidos con los de la solución no cooperativa. En la sección 4 se parametriza el modelo, aplicándolo al problema del cambio climático, para cuantificar las ganancias de cooperación y se realiza un análisis de sensibilidad. Finalmente, las principales conclusiones se presentan en la sección 5.

2. LA SOLUCIÓN NO COOPERATIVA EN UN MODELO DINÁMICO DE CONTROL DE POLUCIÓN

A continuación, se presenta un modelo dinámico en tiempo discreto, donde los países se preocupan por el medio ambiente y quieren elegir de forma óptima su política para reducir las emisiones de un determinado contaminante. Por sencillez, se supone que hay dos países, denotados por $i = 1, 2$.

El nivel acumulado de polución en el período $t + 1$, S_{t+1} , viene determinado por una proporción del nivel existente en el período anterior, S_t , más la suma de las emisiones netas correspondientes a cada país en el período t . En cualquier período t , las emisiones netas del país i son igual a sus emisiones brutas, $E_{i,t}$, determinadas exógenamente por su actividad productiva, menos su reducción de emisiones, $x_{i,t}$. Por tanto, la ecuación de movimiento para la variable de estado puede expresarse como,

$$S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^2 (E_{i,t} - x_{i,t}).$$

El parámetro δ representa la tasa natural a la que el contaminante desaparece de la atmósfera por período de tiempo y se supone que $\delta \in (0, 1)$. Obsérvese

que con esta caracterización de la dinámica de la polución, tanto la reducción de emisiones, $x_{i,t}$, como las emisiones netas, $E_{i,t} - x_{i,t}$, pueden considerarse como variables de elección política para los países.

En cada período t , el país i experimenta pérdidas de bienestar debido al daño social ocasionado por la concentración de polución existente en ese período, por un lado, y al coste de su política de reducción de emisiones, por otro. Por sencillez, se supone que la función de pérdida de bienestar es separable, de forma que,

$$W_{i,t} = D_i(S_t) + C_i(x_{i,t}),$$

donde D_i y C_i representan la función de daño medioambiental y la función de coste de reducción de emisiones, respectivamente⁴.

En un contexto no cooperativo, el objetivo de cada país es elegir la trayectoria temporal de reducción de emisiones que minimiza el valor presente de las pérdidas de bienestar futuras, es decir, cada país i resuelve el siguiente problema:

$$\min_{\{x_{i,t}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [D_i(S_t) + C_i(x_{i,t})]$$

s.a. (1)

$$S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^2 (E_{i,t} - x_{i,t})$$

donde $0 < \beta < 1$ representa el factor de descuento, y la política de reducción de emisiones de los demás países está dada⁵.

Para caracterizar la solución de este problema se establecen supuestos adicionales sobre las funciones de daño y de coste. En la mayoría de los trabajos existentes se supone que estas funciones son convexas y crecientes para todo nivel positivo de acumulación de polución en la atmósfera y de reducción de emisiones (Long (1992), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994))⁶. En este trabajo también se va a considerar que las funciones de daño y de coste son convexas, y que la polución comienza a producir daños económicos positivos

⁴ Una explicación detallada de los elementos que pueden caracterizar estas funciones se puede encontrar en Nordhaus (1991).

⁵ Se ha considerado el mismo factor de descuento para todos los países. Este supuesto es necesario para que exista un estado estacionario bien definido.

⁶ Martin, Patrick y Tolwinski (1993) utilizan una función de daño convexa, que puede ser creciente o decreciente con el nivel acumulado de polución para analizar el caso donde un país se beneficia del calentamiento global y otro pierde.

para niveles de polución estrictamente positivos. Sin embargo, se permite que la función de daño sea decreciente y negativa para un cierto rango de niveles de acumulación de la polución⁷. Esto es posible si se considera que la función de daño mide el daño económico neto, es decir, la diferencia entre el beneficio económico derivado de la actividad productiva, causante de las emisiones, y el perjuicio económico que estas emisiones provocan a través de su acumulación en la atmósfera. Parece lógico pensar que, si el nivel acumulado de polución es suficientemente bajo, el beneficio económico podría ser mayor que el perjuicio de manera que el daño económico neto fuese negativo e incluso pudiese disminuir al aumentar la concentración de polución.

Además, se van a utilizar funciones cuadráticas, de manera que, al resolver el problema de optimización de cada país, se obtienen ecuaciones de Euler lineales y la solución no cooperativa puede derivarse analíticamente. Todos estos supuestos quedan reflejados en la siguiente caracterización de las funciones de daño y de coste,

$$D_i(S_t) = a_i S_t + \frac{b_i}{2} S_t^2,$$

$$C_i(x_{i,t}) = \frac{c_i}{2} x_{i,t}^2,$$

donde b_i y c_i son parámetros positivos que representan las pendientes de las funciones de daño y coste marginal, respectivamente, y a_i es un parámetro no positivo que indica que la polución empieza a producir un daño económico positivo cuando $S(t) > -2\frac{a_i}{b_i} > 0$ ⁸. Observar que, como el mínimo de la función de daño se alcanza para $S(t) = -\frac{a_i}{b_i}$, la función de daño será decreciente (creciente) cuando el nivel de polución acumulada sea menor (mayor) que $-\frac{a_i}{b_i}$. Con estas formas funcionales definidas para las funciones de daño y de coste, el Lagrangiano asociado al problema de optimización (1) queda así:

$$L_i = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ a_i S_t + \frac{b_i}{2} S_t^2 + \frac{c_i}{2} x_{i,t}^2 + \mu_{i,t} [S_{t+1} - (1 - \delta) S_t - \sum_{i=1}^2 (E_{i,t} - x_{i,t})] \right\},$$

donde $\mu_{i,t}$ es la variable de coestado, que puede interpretarse como el coste sombra de la polución acumulada para el país i en el período t .

⁷ Falk y Mendelsohn (1993) utilizan el mismo tipo de función para simular su modelo.

⁸ El nivel de polución acumulada en la atmósfera a partir del cual el daño económico neto es positivo puede ser diferente para cada país.

Las condiciones de primer orden para este problema son, $\forall t$:

$$\frac{\partial L_i}{\partial x_{i,t}} = 0 \Rightarrow \beta^t (c_i x_{i,t} + \mu_{i,t}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial S_{t+1}} = 0 \Rightarrow \beta^t \mu_{i,t} + \beta^{t+1} [a_i + b_i S_{t+1} - (1 - \delta) \mu_{i,t+1}] = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \mu_{i,t}} = 0 \Rightarrow S_{t+1} = (1 - \delta) S_t + \sum_{i=1}^2 (E_{i,t} - x_{i,t}), \quad (4)$$

junto con la condición de transversalidad,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \mu_{i,t} S_{t+1} = 0.$$

De las ecuaciones (2) y (3), se obtiene que,

$$c_i [x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}] = \beta [a_i + b_i S_{t+1}]. \quad (5)$$

El término $x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}$ puede interpretarse como el incremento neto en la reducción de emisiones entre los períodos t y $t + 1$; de esta forma, la ecuación (5) establece que, en cualquier período de tiempo, la trayectoria temporal óptima de reducción de emisiones para el país i debe ser tal que el coste marginal de la reducción de emisiones (lado izquierdo) sea igual al daño marginal que dicho país experimenta debido al nivel acumulado de polución (lado derecho), todo ello en valor presente. Dado que el nivel acumulado de polución incluye la reducción de emisiones realizada por otros países, la ecuación (5) puede ser considerada como la función de reacción del país i .

El sistema de ecuaciones (4)-(5) caracteriza la trayectoria temporal óptima de reducción de emisiones del país i en un contexto no cooperativo. Nótese que la ecuación (4) es la restricción del problema de optimización (1), y es igual para todos los países. Sin embargo, la ecuación (5) es diferente según qué país esté resolviendo el problema.

La solución de Nash *open loop*, se obtiene cuando la política de reducción de emisiones que cada país considera como dada coincide con la política que el otro país elige como óptima. En este tipo de equilibrio se supone que la única información disponible para cada país al resolver su problema de optimización es el valor inicial de la variable de estado. Alternativamente, se podría haber elegido

como solución no cooperativa la solución de Nash *feedback*, que supone que los países conocen el valor de la variable de estado en cada período de tiempo⁹.

La principal diferencia entre estos dos equilibrios es que la solución *feedback* satisface la propiedad de perfección en subjugos¹⁰ pero la solución *open loop* no. Algunos autores identifican la perfección en subjugos con la consistencia temporal de las políticas. Sin embargo, autores como Basar (1989), Petit (1990) y de Zeeuw y van der Ploeg (1991) definen las políticas consistentes temporalmente como aquellas tales que, en cualquier período futuro, los países no tienen ninguna razón para revisarlas si las decisiones que se han tomado previamente se consideran dadas y han sido seleccionadas óptimamente. Con esta definición menos restrictiva, tanto la solución *open loop* como la solución *feedback* son consistentes temporalmente. Dado que el principal objetivo de este trabajo es cuantificar las ganancias de cooperación se considera únicamente la solución no cooperativa *open loop*¹¹.

Dado que se considera un modelo con dos países, la solución no cooperativa *open loop*, que se denota mediante el superíndice NC , viene determinada por un sistema de tres ecuaciones en diferencias, compuesto por la ecuación (4) y por la ecuación (5) para $i = 1, 2$. Este sistema puede escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b_1\beta & \beta(1-\delta)c_1 & 0 \\ b_2\beta & 0 & \beta(1-\delta)c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{t+1} \\ x_{1,t+1} \\ x_{2,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\delta & -1 & -1 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} \\ x_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_t \\ -\beta a_1 \\ -\beta a_2 \end{pmatrix}.$$

Utilizando definiciones obvias, este sistema de ecuaciones en diferencias puede expresarse como,

$$AY_{t+1} = BY_t + V_t.$$

Dado que la matriz A es no singular,

$$Y_{t+1} = A^{-1}BY_t + A^{-1}V_t. \quad (6)$$

⁹ Una definición mas rigurosa se encuentra en Basar y Oldser (1982).

¹⁰ Se dice que una estrategia $\{\hat{u}_t\}_{t=0}^{\infty}$ es un equilibrio perfecto en subjugos si para toda senda $\{\hat{u}_t\}_{t=0}^s$ (incluso aquellas que no se obtienen como un equilibrio de Nash), la estrategia $\{\hat{u}_t\}_{t=s}^{\infty}$ es un equilibrio de Nash del subjuego desde s hasta ∞ .

¹¹ Esta misma opción es elegida por Long (1992) y Falk y Mendelsohn (1993) para analizar problemas similares. Una comparación entre las soluciones no cooperativas de Nash *open loop* y *feedback* puede encontrarse en van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994) y Escapa (1996).

El sistema (6) es un sistema de ecuaciones en diferencias no autónomo ya que V_t depende del tiempo. Hasta ahora no se ha hecho ningun supuesto adicional sobre la senda de emisiones exógena $\sum_{i=1}^2 E_{i,t}$, que es el elemento que hace que V_t dependa del tiempo. Aquí se van a presentar los principales resultados para el caso concreto en que $\sum_{i=1}^2 E_{i,t}$ no depende del tiempo, es decir, $\sum_{i=1}^2 E_{i,t} = \bar{E}$. Denotando por $V = (\bar{E}, -\beta a_1, -\beta a_2)$, el sistema dinámico (6) se reescribe como,

$$Y_{t+1} = A^{-1}BY_t + A^{-1}V. \quad (6')$$

La solución general del sistema (6) sin restricciones sobre la senda de emisiones brutas, $\sum_{i=1}^2 E_{i,t}$, se muestra en el Apéndice 2.

LEMA 1: *El estado estacionario asociado al sistema (6') es $\bar{Y}^{NC} = (\bar{S}^{NC}, \bar{x}_1^{NC}, \bar{x}_2^{NC})'$, tal que, para $i = 1, 2$*

$$\bar{S}^{NC} = \frac{1}{\rho} [(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22})],$$

$$\bar{x}_i^{NC} = \frac{\beta\gamma_{ii}}{\rho} [\bar{E} - \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon}(\alpha_{11} + \alpha_{22})] + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon}\alpha_{ii},$$

donde $\gamma_{ii} = \frac{b_i}{c_i}$, $\alpha_{ii} = \frac{a_i}{c_i}$, $\epsilon = 1 - \delta$ y $\rho = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

COROLARIO 1: *La reducción total de emisiones en el estado estacionario no cooperativo es*

$$\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} = \frac{\beta}{\rho} [(\gamma_{11} + \gamma_{22})\bar{E} + \delta(\alpha_{11} + \alpha_{22})],$$

que es no negativa si y sólo si $\bar{E} \geq -\delta \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22}}{\gamma_{11} + \gamma_{22}}$.

Prueba: De los resultados obtenidos en el Lema 1 para \bar{x}_i^{NC} , $i = 1, 2$, se obtiene directamente la expresión para el nivel de reducción de emisiones en el estado estacionario. Dado que β y ρ son parámetros positivos, entonces

$$\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} \geq 0 \Leftrightarrow [(\gamma_{11} + \gamma_{22})\bar{E} + \delta(\alpha_{11} + \alpha_{22})] \geq 0 \Leftrightarrow \bar{E} \geq -\delta \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22}}{\gamma_{11} + \gamma_{22}}. \quad (Q.E.D.)$$

Se puede observar que todos los parámetros del modelo influyen en los valores estacionarios¹² del nivel acumulado de polución y de la reducción global de

¹² Se denominan valores estacionario a los valores que alcanzan las variables en el estado estacionario.

emisiones. En concreto, cuanto mayor sea el nivel de emisiones, mayores serán los niveles que alcanzan todas las variables en el estado estacionario. Sin embargo, una reducción del parámetro a_i (que es no positivo) o b_i produce efectos opuestos sobre los valores estacionarios del nivel acumulado de polución y la reducción global de emisiones. Así, mientras que la acumulación de polución aumenta en tanto que a_i o b_i disminuyen, la reducción global de emisiones disminuye y puede llegar incluso a ser negativa. La explicación intuitiva de este resultado es la siguiente. Cuanto menores sean los parámetros a_i o b_i , mayor es el nivel de polución acumulada a partir del cual el daño económico empieza a ser positivo y mayor es el tramo decreciente de la función de daño. Esto implica que, para valores pequeños de a_i o b_i , el país i podría estar interesado en aumentar sus emisiones durante algunos períodos, provocando una mayor acumulación de polución a largo plazo.

Cuando ningún país lleva a cabo reducciones de emisiones, la concentración de polución convergerá a largo plazo a lo que podría denominarse como nivel de *laissez-faire*. Intuitivamente cabría esperar que este valor estacionario para la acumulación de polución fuera mayor que el correspondiente a una situación donde los países tienen en cuenta el daño producido por la polución. Sin embargo, como se ha visto en el Corolario 1, la reducción global de emisiones en el estado estacionario no cooperativo podría ser negativo si las emisiones no son suficientemente altas. Si éste es el caso, la concentración de polución en el estado estacionario correspondiente a la situación de *laissez-faire* sería menor que en la solución no cooperativa ya que, la polución estaría provocando un daño económico negativo y por tanto, un beneficio positivo. La siguiente proposición recoge este resultado.

PROPOSICIÓN 1: *Si los países no adoptan ninguna política de reducción de emisiones, es decir, $x_{1,t} = x_{2,t} = 0 \quad \forall t$, entonces la concentración de polución converge a $\bar{S}^{LF} = \frac{\bar{E}}{\delta}$ y satisface que $\bar{S}^{LF} \geq \bar{S}^{NC}$ si y sólo si $\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} \geq 0$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

La ambigüedad que surge al comparar la concentración de polución en el estado estacionario correspondiente a la solución no cooperativa y a la situación de *laissez-faire* se debe a la especificación de la función de daño que se está considerando. En términos económicos la intuición subyacente es la siguiente;

si los países se sitúan en el tramo decreciente de sus funciones de daño, puede resultar óptimo para ellos incrementar sus emisiones en lugar de reducirlas. En este caso, la acumulación de polución en el estado estacionario será mayor cuando los países se preocupan por la polución que cuando el daño ocasionado por ésta es ignorado. Por otra parte, si la función de daño fuera creciente para cualquier nivel de acumulación de polución, entonces la reducción de emisiones en el estado estacionario no cooperativo será positiva, de manera que la acumulación de polución siempre será mayor en la situación de *laissez-faire* que en la solución no cooperativa. Este resultado se muestra en el siguiente corolario.

COROLARIO 2: Si $a_i = 0 \quad \forall i$, entonces $\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} \geq 0$ y $\bar{S}^{LF} \geq \bar{S}^{NC}$.

Prueba: Obsérvese que si $a_i = 0 \quad \forall i$, entonces $\alpha_{ii} = 0 \quad \forall i$ y por lo tanto, la desigualdad del Corolario 1 se cumple para cualquier nivel no negativo de emisiones.

Se han caracterizado los niveles que alcanzan las variables relevantes a largo plazo. Sin embargo, si se quiere analizar el problema en términos de bienestar, hay que analizar cómo son las trayectorias temporales óptimas que llevan la economía desde la situación inicial hasta el equilibrio a largo plazo. Para ello, se examina la dinámica implícita en el sistema de ecuaciones en diferencias (6').

LEMA 2: Los tres valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$ son reales, positivos, diferentes, y tales que uno de ellos está dentro del círculo unidad y los otros dos están fuera.

Prueba: Ver Apéndice 1.

Este lema dice que el sistema dinámico (6') presenta un solo valor propio estable y dos inestables. Por tanto, la solución será un punto de silla si hay una única variable predeterminada y dos variables determinadas por el futuro. En el modelo de control de polución que se está considerando, esta distinción aparece de forma natural: el nivel acumulado de polución es la variable predeterminada, de forma que S_0 es conocido en el momento en que cada país resuelve el problema, y la reducción de emisiones de cada país son las dos variables determinadas por el futuro. La siguiente proposición caracteriza la solución de punto de silla.

PROPOSICIÓN 2: *Dados los valores propios de la matriz $A^{-1}B$, el sistema de ecuaciones en diferencias (6') tiene una única solución que converge al estado estacionario \bar{Y}^{NC} y es un punto de silla. Denotando el nivel acumulado de polución en $t = 0$ por S_0 , la solución viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones:*

$$\begin{aligned} S_t^{NC} - \bar{S}^{NC} &= (S_0 - \bar{S}^{NC})(\lambda^{NC})^t, \\ x_{1,t}^{NC} - \bar{x}_1^{NC} &= \frac{e_2}{e_1}(S_0 - \bar{S}^{NC})(\lambda^{NC})^t, \\ x_{2,t}^{NC} - \bar{x}_2^{NC} &= \frac{e_3}{e_1}(S_0 - \bar{S}^{NC})(\lambda^{NC})^t, \end{aligned}$$

donde λ^{NC} es el valor propio de $A^{-1}B$ que está dentro del círculo unidad y $(e_1, e_2, e_3)'$ es cualquier vector propio asociado a λ^{NC} .

Prueba: Ver Apéndice 1.

COROLARIO 3: *Las desviaciones de la trayectoria de equilibrio respecto al estado estacionario decrecen a una tasa constante $1 - \lambda^{NC}$, y el número esperado de períodos necesarios para alcanzar el estado estacionario es $\frac{1}{1 - \lambda^{NC}}$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

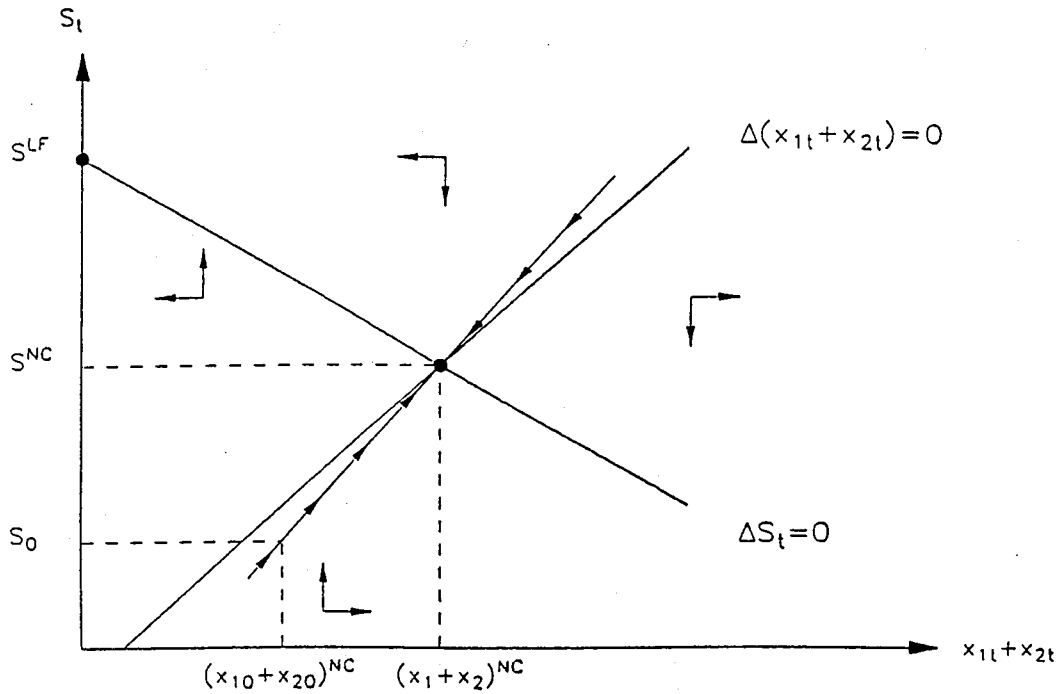
COROLARIO 4: *Si los países son iguales, la solución de punto de silla es tal que la política óptima de reducción de emisiones es idéntica para los dos países, es decir, $x_{1,t}^{NC} = x_{2,t}^{NC}$, $\forall t$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

Observar que la solución de punto de silla presentada en la Proposición 1 viene determinada por el valor propio estable de la matriz de transición $A^{-1}B$ y por el nivel acumulado de polución en el período inicial. Dados estos valores, existe una única combinación de niveles de reducción de emisiones de los dos países que sitúa al sistema sobre la trayectoria de equilibrio estable, y que viene definida por $x_{1,0}^{NC} = \bar{x}_1^{NC} + \frac{e_2}{e_1}(S_0 - \bar{S}^{NC})$ y $x_{2,0}^{NC} = \bar{x}_2^{NC} + \frac{e_3}{e_1}(S_0 - \bar{S}^{NC})$. Para cualesquiera otros valores iniciales de los niveles de reducción de emisiones, el sistema no converge. Esta circunstancia puede ser observada en el diagrama de fases asociado al sistema (6') que se muestra en la Figura 1, donde se ha simplificado el problema a dos variables. En el eje de ordenadas se mide la evolución de la polución acumulada

S_t , y en el de abcisas se mide la reducción total de emisiones, $x_{1,t} + x_{2,t}$. En la Figura 1 se ilustra un caso donde el nivel global de reducción de emisiones en el estado estacionario es positivo.

FIGURA 1: Diagrama de fases para la solución no cooperativa



Hasta ahora, se ha obtenido la trayectoria de equilibrio que converge al estado estacionario, en tanto que las emisiones brutas agregadas son constantes en el tiempo. Sin embargo, parece poco realista pensar que el crecimiento económico no vaya a aumentar las emisiones de contaminantes en el futuro. No obstante, las propiedades de estabilidad del sistema (6) dependen únicamente de los valores propios de la matriz de transición $A^{-1}B$, independientemente de si la parte no homogénea es o no constante en el tiempo. La principal diferencia que surge cuando V_t no es constante en el tiempo es que ya no existe un único estado estacionario \bar{Y}^{NC} , sino una senda de estados estacionarios; en este caso se obtiene lo que se denomina un estado estacionario generalizado. Como ya se ha mencionado anteriormente, en el Apéndice 2 se caracterizan la solución de punto de silla y el estado estacionario generalizado, al que converge asintóticamente, cuando las emisiones varían en el tiempo.

3. SOLUCIÓN COOPERATIVA EN UN MODELO DINÁMICO DE CONTROL DE POLUCIÓN

Al igual que en la mayoría de los trabajos que analizan la cooperación en este contexto, (Dockner y Long (1993), Kverndokk (1993), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Long (1992), Xepapadeas (1994))¹³, se va a utilizar una función global de bienestar que es igual a la suma de las funciones de bienestar de todos los países. Por tanto, se puede considerar una situación de cooperación donde un planificador central elige conjuntamente los niveles de reducción de emisiones que minimizan el valor presente de la función de pérdida de bienestar global¹⁴, es decir,

$$\begin{aligned} \min_{\{x_{1,t}, x_{2,t}\}_{t=0}^{\infty}} & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (W_{1,t} + W_{2,t}) \\ \text{s.a.} & \\ & S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + E_t - \sum_{i=1}^2 x_{i,t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Dado que $W_{1,t}$ y $W_{2,t}$ son funciones convexas, al resolver el problema de minimización (7) se obtiene una solución eficiente. Es sabido que si ambos países son iguales, esta solución supone una mejora paretiana para cada uno de los países con respecto a la solución no cooperativa. Sin embargo, si éste no es el caso podría ser necesario establecer algún sistema de compensación que garantice que con la cooperación todos los países mejoran.

El Lagrangiano asociado al problema de optimización condicionada (7) puede escribirse de la siguiente manera:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ (a_1 + a_2)S_t + \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2}\right)S_t^2 + \frac{c_1}{2}x_1^2 + \frac{c_2}{2}x_2^2 + \mu_t[S_{t+1} - (1 - \delta)S_t - \sum_{i=1}^2 x_{i,t}] \right\},$$

donde μ_t es la variable de coestado, que puede interpretarse como el precio sombra de la acumulación de polución para la sociedad. Una diferencia con respecto

¹³ En los trabajos de Eyckmans, Proost y Schokkaert (1993) y Escapa y Gutiérrez (1995a, 1995b) se utiliza como función de bienestar global la suma ponderada de las funciones de bienestar de todos los países.

¹⁴ Muchos acuerdos de cooperación pueden ser sostenibles sin la presencia de un planificador central. Por ejemplo, Dockner y Van Long (1993) obtienen que si los países utilizan estrategias no lineales de Markov y la tasa de descuento es suficientemente baja, un equilibrio perfecto en subjuegos puede ser una solución eficiente. En este trabajo no se tiene en cuenta esta cuestión.

al problema no cooperativo, es que ahora hay un único precio sombra para la acumulación de polución, en lugar de uno diferente para cada país.

Las condiciones de primer orden asociadas a este problema son, $\forall t$:

$$\frac{\partial L}{\partial x_{1,t}} = 0 \Rightarrow \beta^t(c_1 x_{1,t} + \mu_t) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_{2,t}} = 0 \Rightarrow \beta^t(c_2 x_{2,t} + \mu_t) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_{t+1}} = 0 \Rightarrow \beta^t \mu_t + \beta^{t+1}[a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)S_{t+1} - (1 - \delta)\mu_{t+1}] = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_t} = 0 \Rightarrow S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^2 E_t - x_{i,t}, \quad (11)$$

junto con la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \mu_t S_{t+1} = 0.$$

Las ecuaciones (8) y (9) muestran que a lo largo de las trayectorias óptimas el coste marginal de reducción de emisiones en cualquier período debe ser igual para ambos países. Con objeto de interpretar las restantes condiciones de optimalidad, se sustituye la ecuación (8) en la (10) obteniendo, para $i = 1, 2$:

$$c_i[x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}] = \beta[(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)S_{t+1}].$$

En términos económicos, esta ecuación establece que el coste marginal del incremento neto en la reducción de emisiones entre dos períodos para cualquier país (lado izquierdo) debe ser igual a la suma del daño marginal derivado de la acumulación de polución (lado derecho), medido todo ello en valor presente. Esta ecuación es, por tanto, una versión intertemporal de la regla de Bower-Lindahl-Samuelson para la provisión de un bien (mal) público.

Las ecuaciones (8) a (11) pueden reducirse a un sistema de dos ecuaciones en diferencias, donde las variables endógenas son el nivel acumulado de polución, S_t , y la reducción global de emisiones, $x_{1,t} + x_{2,t}$. Este sistema puede escribirse, a su vez, en forma matricial de la siguiente manera,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta(b_1 + b_2) & \beta(1 - \delta)\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{t+1} \\ x_{1,t+1} + x_{2,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \delta & -1 \\ 0 & \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} + x_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_t \\ -\beta(a_1 + a_2) \end{pmatrix}.$$

Utilizando definiciones obvias, este sistema de ecuaciones en diferencias puede expresarse como,

$$CX_{t+1} = DX_t + W_t.$$

Dado que $\det(C) = \beta(1 - \delta) \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \neq 0$, se obtiene que,

$$X_{t+1} = C^{-1}DX_t + C^{-1}W_t. \quad (12)$$

Como sucedía en el caso no cooperativo, la parte no homogénea de este sistema dinámico, $C^{-1}W_t$, depende del tiempo, en tanto que las emisiones exógenas cambien cada período. Aquí se presentan los resultados para el caso concreto en que $E_t = \bar{E}$ y el sistema (12) puede expresarse como

$$X_{t+1} = C^{-1}DX_t + C^{-1}W, \quad (12')$$

donde $W = (\bar{E}, -\beta(a_1 + a_2))'$. La solución cooperativa se denota mediante un superíndice C . La solución general del sistema (12) se encuentra en el Apéndice 2.

LEMA 3: *El estado estacionario asociado al sistema de ecuaciones en diferencias (12') es $\bar{X}^C = (\bar{S}^C, \bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C)'$ tal que*

$$\bar{S}^C = \frac{1}{\phi} \left[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta \sum_{i,j} \alpha_{ij} \right],$$

$$\sum_{i=1}^2 \bar{x}_i^C = \frac{\beta}{\phi} \left(\bar{E} \sum_{i,j} \gamma_{ij} + \delta \sum_{i,j} \alpha_{ij} \right),$$

donde $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$ para $i, j = 1, 2$, $\epsilon = 1 - \delta$ y $\phi = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta \sum_{i,j} \gamma_{ij}$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

Al igual que en el caso no cooperativo, se puede observar que todos los parámetros del modelo afectan a la acumulación de polución y a la reducción global de emisiones en el estado estacionario. Además, el nivel de emisiones y los parámetros a_i y b_i afectan a los valores estacionarios de la acumulación de polución y de la reducción global de emisiones de igual manera que en el caso no cooperativo. Una pregunta que surge de forma natural en este contexto es si el nivel de polución acumulada en la solución cooperativa es mayor o menor que en la solución no cooperativa. Intuitivamente parece que la acumulación de polución en el estado estacionario debería ser menor si los países actúan

cooperativamente. Sin embargo, como se muestra en la proposición siguiente, esto no es necesariamente cierto.

PROPOSICIÓN 3: $\bar{S}^{NC} \geq \bar{S}^C$ y $\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} \leq \bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C$ si y sólo si el nivel de emisiones exógenas satisface:

$$\bar{E} \geq -\frac{\alpha_{12} + \alpha_{21}}{\gamma_{12} + \gamma_{21}} \left[\delta + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} (\gamma_{11} + \gamma_{22}) \right] + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} (\alpha_{11} + \alpha_{22})$$

donde $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$ para $i, j = 1, 2$ y $\epsilon = 1 - \delta$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

Por lo tanto, con la especificación adoptada para la función de daño, únicamente se puede afirmar que, a largo plazo, la cooperación entre países implicará una menor acumulación de polución si las emisiones agregadas brutas son suficientemente altas. Si las emisiones son bajas y el ratio $-a_i/b_i$ es suficientemente alto, las trayectorias óptimas de reducción de emisiones podrían consistir en incrementos de éstas en lugar de reducciones, al menos para algunos períodos; si éste fuera el caso, entonces las políticas óptimas de los países cuando cooperan, podrían consistir en emisiones netas mayores incluso que cuando no cooperan. Es fácil ver que cuando la función de daño es creciente para todos los países (es decir, $a_i = 0 \forall i$), la cooperación garantiza en el estado estacionario una menor acumulación de polución y una mayor reducción global de emisiones. Este resultado es habitual cuando se utilizan funciones de daño convexas y crecientes (Long (1992), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994)) y es recogido en el siguiente corolario.

COROLARIO 5: Si $a_i = 0 \forall i$, entonces $\bar{S}^{NC} \geq \bar{S}^C$ y $\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC} \leq \bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C$.

Prueba: Si $a_i = 0 \forall i$, entonces $\alpha_{ij} = 0 \forall i, j$ y, por tanto, la desigualdad de la Proposición 3 se cumple para cualquier nivel no negativo de las emisiones.

Una vez analizado el estado estacionario asociado al sistema dinámico (12'), se caracterizan las trayectorias temporales óptimas que conducen a él. De nuevo se obtiene que existe un único valor propio asociado a la matriz de transición, $C^{-1}D$, que es estable. Se considera que la acumulación de polución es la variable predeterminada con S_0 conocido, y el multiplicador, que indirectamente determina la reducción óptima de emisiones, es la variable determinada por el futuro. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

LEMA 4: *Los dos valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$ son reales, positivos, diferentes, y tales que uno de ellos está dentro del círculo unidad y el otro fuera.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

PROPOSICIÓN 4: *Dados los valores propios de la matriz $C^{-1}D$, el sistema de ecuaciones (12') tiene una única solución que converge al estado estacionario \bar{X}^C y es un punto de silla. Denotando la acumulación de polución en $t = 0$ por S_0 , la solución de punto de silla queda determinada por el siguiente par de ecuaciones:*

$$S_t^C - \bar{S}^C = (S_0 - \bar{S}^C)(\lambda^C)^t,$$

$$\sum_{i=1}^2 x_{it}^C - \sum_{i=1}^2 \bar{x}_i^C = \frac{u_2}{u_1} (S_0 - \bar{S}^C)(\lambda^C)^t,$$

donde λ^C es el valor propio de $C^{-1}D$ menor que uno y $(u_1, u_2)'$ es cualquier vector propio asociado a λ^C .

Prueba: Ver Apéndice 1.

Por otra parte, se obtienen para la solución cooperativa resultados similares a los mostrados en los Corolarios 3 y 4 para la solución no cooperativa.

COROLARIO 6: *Las desviaciones de la solución de punto de silla respecto del estado estacionario decrecen a una tasa constante $1 - \lambda^C$, y el número esperado de períodos necesarios para alcanzar el estado estacionario es $\frac{1}{1 - \lambda^C}$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

COROLARIO 7: *Si ambos países son iguales, la solución cooperativa es tal que las políticas óptimas de reducción de emisiones son idénticas para los dos países, es decir, $x_{1,t}^C = x_{2,t}^C, \forall t$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

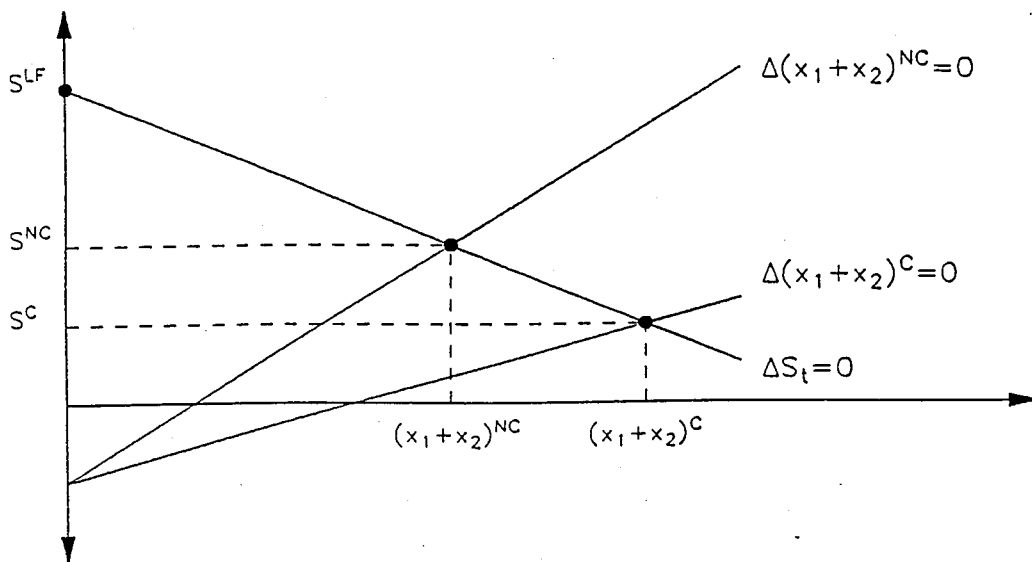
Como establece la siguiente proposición, si se compara la solución cooperativa con la solución no cooperativa en términos de la velocidad de convergencia al estado estacionario, se obtiene que el estado estacionario se alcanza más rápidamente cuando los países cooperan.

PROPOSICIÓN 5: *El estado estacionario se alcanza más rápidamente si los países cooperan ya que, $\frac{1}{1-\lambda^C} < \frac{1}{1-\lambda^{NC}}$.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

Se puede utilizar un diagrama de fases, de características similares al de la Figura 1, para mostrar la dinámica del sistema (12'). Una diferencia entre la solución no cooperativa y la cooperativa es que el lugar geométrico $\Delta(x_{1,t}+x_{2,t}) = 0$ es más plano en esta última. La Figura 2 muestra las diferencias, en términos del estado estacionario, entre la solución cooperativa y la no cooperativa aquí analizadas. Para evitar la ambigüedad, se muestra únicamente el caso en que las funciones de daño son crecientes. En este caso, el lugar geométrico $\Delta(x_{1,t}+x_{2,t}) = 0$ tiene el mismo corte con el eje de ordenadas en la solución cooperativa y en la no cooperativa, y se cumplen los resultados de los Corolarios 1 y 5.

FIGURA 2: Comparación de las soluciones cooperativa y no cooperativa



Hasta ahora la comparación entre la solución cooperativa y la solución no cooperativa se ha hecho en términos del nivel que alcanzan las variables relevantes del modelo en el estado estacionario. El objetivo de este trabajo es comparar ambas soluciones también en términos de bienestar. Como ya se ha mencionado, la solución cooperativa aquí considerada es eficiente y proporciona la mínima pérdida de bienestar total para ambos países de manera que, si se define un sistema adecuado de pagos laterales es seguro que el nivel de bienestar de cada uno de los dos países será estrictamente mayor que en la solución no cooperativa. La ganancia que cada país obtiene al cooperar se puede definir como la diferencia entre el valor presente de las futuras pérdidas de bienestar en la solución no cooperativa y en la solución cooperativa, es decir,

$$G_i = W_i^{NC} - W_i^C.$$

Una cuestión importante es conocer la magnitud de las ganancias de cooperación. Puesto que no es posible comparar analíticamente los niveles de bienestar correspondientes a cada solución, ni saber cómo dependen las ganancias de cooperación de los parámetros del modelo, la única posibilidad de obtener alguna intuición sobre la respuesta a estas preguntas es recurrir a un ejercicio de simulación. Para ello, en la siguiente sección se aplica el modelo teórico utilizado hasta ahora al problema del aumento del efecto invernadero.

4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO

En esta sección, se asignan unos valores iniciales a los parámetros del modelo, utilizando en la medida de lo posible la evidencia científica existente sobre el aumento del efecto invernadero, y se calculan las ganancias que los países pueden obtener cooperando. A continuación, se analiza la sensibilidad de estas ganancias ante cambios en los valores de los parámetros. Por sencillez, este análisis se realiza suponiendo que se puede dividir el mundo en dos grupos de países iguales.

4.1. Parametrización del modelo

Como señala Perman (1994), las previsiones sobre las consecuencias económicas de un cambio climático son extremadamente inciertas, a pesar de los

esfuerzos dedicados a su estimación. Además, no parece que esta incertidumbre vaya a desaparecer en un futuro muy cercano. Con respecto a los costes de reducir las emisiones de GEI, existen varios estudios empíricos pero los resultados son bastantes diferentes en función de los supuestos adoptados sobre la evolución de la demanda futura de energía, el ritmo de crecimiento económico de los países en vías de desarrollo o la aparición de nuevas fuentes de energía que sustituyan a los combustibles fósiles. No obstante, a pesar de no disponer de funciones de daño y de coste concretas, sí que existe información preliminar suficiente como para tener un marco de referencia. En este sentido, se va a utilizar el mismo método que Falk y Mendelsohn (1993) para calcular los parámetros de las funciones de daño y de coste.

En particular, para la función de coste se utiliza, siguiendo a estos autores, la función estimada por Nordhaus (1991). Esta función originalmente relaciona porcentajes de reducción de emisiones de CO_2 con su coste marginal. Dado que las emisiones mundiales de CO_2 fueron aproximadamente 7.64 billones¹⁵ de toneladas en 1989 (World Resources 1992-93), se puede calcular el coste marginal para diferentes niveles de reducción de emisiones y, mediante una sencilla regresión, se obtiene la siguiente función de coste para cada país:

$$C_i(x_{i,t}) = \frac{7.182(10^{-8})}{2} x_{i,t}^2.$$

Respecto a la función de daño, los estudios existentes habitualmente tratan de estimar los daños económicos derivados del cambio climático que se produciría si se duplicase la concentración actual de GEI. Así, por ejemplo, Nordhaus (1991) obtiene que estos daños económicos pueden representar como mucho un 2% del PIB mundial¹⁶. Teniendo en cuenta este resultado, se obtienen los parámetros de la función de daño de la siguiente manera. Se supone que el daño económico asociado a la acumulación actual de GEI en la atmósfera (unos 800 billones de toneladas en 1989) es cero. Considerando un PIB mundial de aproximadamente 20 trillones de dólares y utilizando la estimación de Nordhaus, se obtiene que si la acumulación de GEI en la atmósfera se duplica, el daño económico a nivel

¹⁵ En este trabajo, todas las cifras están expresadas en términos estadounidenses, de manera que por ejemplo, un billón de Tm. es igual a 1×10^9 Tm..

¹⁶ El problema de estas estimaciones estriba en la inclusión de todos los daños posibles. Por ejemplo, Tol (1994) señala que las estimaciones de Nordhaus no tienen en cuenta los daños intangibles.

mundial será igual a 400 billones de dólares (200 para cada país). Se tienen así, dos puntos que relacionan niveles de acumulación de GEI y daño económico, y existe una única función de daño cuadrática como la del modelo teórico que pase por ambos puntos¹⁷. La función de daño que se obtiene es:

$$D_i(S_t) = -0.125S_t + \frac{3.125(10^{-13})}{2}S_t^2.$$

Nótese que esta función de daño depende del PIB mundial y de cuál sea el porcentaje de daño anual asociado a una duplicación de la concentración de GEI en la atmósfera. Al realizar el análisis de sensibilidad se estudia cómo dependen las ganancias de cooperación de los valores de esas dos variables.

Se supone una tasa de descuento del 3%, lo cual implica un factor de descuento $\beta = 0.9708$, y una tasa de depreciación de la concentración de GEI por período $\delta = 0.005$ ¹⁸.

Una vez asignados valores a los diferentes parámetros del modelo, se obtiene el estado estacionario y las trayectorias temporales óptimas correspondientes a la situación de *laissez-faire*, a la solución no cooperativa (NC) y a la solución cooperativa (C). En la Tabla 2.1 se muestra la concentración de GEI y la reducción total de emisiones en el estado estacionario en cada caso. Puede observarse que, dada la parametrización del modelo que se está utilizando, $\bar{S}^{LF} > \bar{S}^{NC} > \bar{S}^C$ y $(\bar{x}_1^{LF} + \bar{x}_2^{LF}) < (\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC}) < (\bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C)$.

TABLA 1: Valores Estacionarios en cada solución.

SOLUCIÓN	ACUMULACIÓN DE GEI*	REDUCCIÓN TOTAL DE EMISIONES*
Laissez-Faire	1584	0 (0.00%)
No Cooperativa	1528	0.280 (3.54%)
Cooperativa	1476	0.536 (6.76%)

*Las cantidades están expresadas en billones de toneladas. Entre paréntesis se indica el nivel de reducción de emisiones como porcentaje de las emisiones totales.

¹⁷ Se está ajustando una función de daño marginal lineal utilizando sólo dos observaciones y, por tanto, desde el punto de vista econométrico los coeficientes estimados tendrán una varianza infinita. La única forma de mejorar la calibración de esta función de daño es aumentar el número de observaciones pero, de momento, no existe información disponible que permita hacerlo.

¹⁸ Al igual que en los trabajos de Falk y Mendelsohn (1993) y Kverndokk (1994), aquí se supone una tasa anual constante de depreciación para modelizar el complejo proceso de acumulación de GEI en la atmósfera.

Las Figuras 3 y 4, que se incluyen al final de este trabajo, muestran las trayectorias temporales óptimas de la concentración de GEI y de la reducción porcentual de emisiones totales, respectivamente. Se observa que la relación anterior sobre los valores estacionarios se cumple también a lo largo de la senda óptima.

En la Figura 5 se observa que la pérdida de bienestar en las tres soluciones consideradas aumenta a medida que pasa el tiempo. Ahora bien, como muestra la Figura 6, medidas en valor presente, las pérdidas crecen rápidamente durante los primeros años pero luego decrecen. Además, las ganancias de bienestar al pasar de la solución LF a la solución NC y de la solución NC a la solución C, son negativas durante los primeros años. Esto se debe a que, durante esos primeros años el daño derivado del cambio climático es pequeño y la pérdida de bienestar es menor en aquellas situaciones en que la reducción de emisiones es menor, es decir, en la solución LF y en la solución NC. Pero esa menor reducción de emisiones durante los primeros períodos implica una mayor concentración de GEI a largo plazo y, por tanto, un mayor daño; mientras que las mayores reducciones de emisiones realizadas cuando los países cooperan, se traducen en un menor daño a largo plazo. Esto implica que si a los países no les preocupa el futuro no tendrán interés en cooperar para reducir conjuntamente sus emisiones de GEI, dado que los beneficios de esta cooperación surgirán, sobre todo, a largo plazo.

Una vez analizadas las trayectorias temporales óptimas, se puede calcular el valor presente de todas las pérdidas de bienestar futuras para cada país. Con los valores asignados a los parámetros del modelo, se obtiene que $W_i^{LF} = 596.39$, $W_i^{NC} = 579.45$ y $W_i^C = 572.86$ billones de dólares. Es decir, $W_i^{LF} > W_i^{NC} > W_i^C$ y la ganancia de bienestar al pasar de la solución LF a la solución NC es mayor que la ganancia de bienestar al pasar de la solución NC a la solución C. En el primer caso, la ganancia de bienestar representa un 0.17% del PIB mundial, mientras que en el segundo caso, la ganancia de bienestar, que es lo que se denomina ganancia de cooperación, representa un 0.066% del PIB mundial. Esto significa que, en términos de bienestar, parece ser más importante conseguir que los países se preocupen por el medio ambiente y abandonen la situación de *laissez-faire*, que conseguir que una vez que los países han decidido adoptar políticas medioambientales lo hagan cooperativamente.

En los últimos años la mayor parte de los países, tanto desarrollados como en vías de desarrollo, han tomado conciencia de la importancia de adoptar medidas

para proteger el medio ambiente. Por ello, este trabajo se centra en analizar cómo se ve afectada la ganancia de bienestar al pasar de la solución NC a la solución C al variar el valor asignado a los parámetros del modelo. El principal interés de este análisis consiste en determinar cuándo estas ganancias de cooperación pueden ser mayores, ya que en principio, los países estarán más dispuestos a cooperar si las ganancias son suficientemente altas.

4.2. Sensibilidad de las ganancias de cooperación ante cambios en los valores de los parámetros del modelo.

El análisis de sensibilidad se realiza mediante ejercicios de simulación numérica. Se va a ir variando uno a uno los principales parámetros del modelo, en concreto, se consideran cambios en los parámetros siguientes:

- (a) porcentaje anual de daño económico si se duplica la concentración de GEI en la atmósfera,
- (b) PIB mundial,
- (c) tasa de descuento,
- (d) parámetro de la función de coste,
- (e) tasa de depreciación y
- (f) nivel anual de emisiones de GEI.

En cada caso se analiza cómo varían las ganancias de cooperación y qué ocurre con la concentración de GEI y la reducción total de emisiones de GEI en el estado estacionario¹⁹.

(a) Cambios en el porcentaje anual de daño debido a la duplicación de la concentración de GEI en la atmósfera.

Se ha elegido un 2% como valor base para el porcentaje de daño anual si la concentración de GEI se duplica. Este es el valor más alto obtenido por Nordhaus (1991) en sus estimaciones pero, como señalan Cline (1991) y Tol (1994), entre otros, existe aún un alto grado de incertidumbre respecto a la extensión del cambio climático y el daño que éste causará. Por esta razón, es importante examinar cómo dependen las ganancias de cooperación de este parámetro.

¹⁹ La reducción total de emisiones de GEI se mide como porcentaje de las emisiones totales. Las pérdidas futuras de bienestar se miden en valor presente y las ganancias de cooperación están medidas como porcentaje del PIB.

Se van a considerar variaciones en el porcentaje de daño desde un 0% hasta un 20% del PIB. En las Figuras 7(a) y 7(b), se observa que cuanto mayor es el porcentaje de daño, menor es la concentración de GEI y mayor la reducción total de emisiones en el estado estacionario. La concentración siempre es menor y la reducción total de emisiones mayor en la solución cooperativa que en la no cooperativa y la diferencia entre ellas crece con el porcentaje de daño.

En las Figuras 7(c) y 7(d) se presenta la evolución de las pérdidas de bienestar en valor presente y de las ganancias de cooperación. Ambas crecen con el porcentaje de daño. Además, las ganancias de cooperación son superiores al 1% del PIB para porcentajes anuales de daño por encima del 8.5%.

(b) Cambios en el PIB mundial.

La parametrización de la función de daño se basa en el supuesto de que el PIB es igual a 20 trillones de dólares. Si se considera el PIB como una variable representativa del tamaño del país, puede ser interesante analizar cómo cambian las ganancias de cooperación con esta variable. Se consideran variaciones del PIB entre 1 y 100 trillones de dólares. Los resultados obtenidos aparecen en las Figuras 8(a)-8(d). Nótese que las figuras muestran los resultados para uno de los dos países que componen el mundo y, por tanto, el PIB representado en el eje horizontal varía desde 0.5 hasta 50 trillones.

En las Figuras 8(a) y 8(b), se observa que cuanto mayor es el PIB, menor es la concentración de GEI y mayor la reducción total de emisiones en el estado estacionario. La concentración siempre es menor y la reducción total de emisiones mayor en la solución cooperativa que en la no cooperativa, y la diferencia entre ellas crece con el PIB. Como era de esperar, estos resultados son similares a los obtenidos para cambios en el porcentaje anual de daño (Figuras 7(a) y 7(b)) ²⁰.

Las Figuras 8(c) y 8(d) muestran la evolución de las pérdidas de bienestar futuras en valor presente y las ganancias de cooperación, respectivamente. Al contrario que lo obtenido en la Figura 7(c), ahora las pérdidas de bienestar futuras decrecen con el PIB. Esto es así porque están medidas como porcentaje del PIB

²⁰ Dada la forma como se ha parametrizado la función de daño, $a = -(\rho \text{ PIB}/2S_0)$ y $b = \rho \text{ PIB}/S_0^2$, donde ρ denota el porcentaje de daño anual debido a una duplicación de la concentración de GEI. Por tanto, cambios en el PIB o en ρ afectan de igual manera a la función de daño.

y a priori el resultado es ambiguo²¹. Por otro lado, como muestra la Figura 8(d), las ganancias de cooperación crecen con el PIB incluso en términos relativos. Sin embargo, se puede ver que si el PIB fuera diez veces mayor que el actual, manteniendo todo lo demás constante, las ganancias potenciales serían cuatro veces mayores que con el valor inicial. A partir de estos resultados, se podría afirmar que el efecto del “tamaño” de los países parece no ser muy importante a la hora de cuantificar las ganancias potenciales derivadas de la cooperación, al menos en el contexto aquí considerado²².

En resumen, el análisis de sensibilidad realizado para los parámetros que afectan a la función de daño muestra que, como cabía esperar, cuanto mayor sea el daño derivado del cambio climático, mayores serán las ganancias que los países pueden obtener al cooperar. Esto significa que los países tendrán más incentivos para cooperar cuando las estimaciones sobre el daño económico asociado al cambio climático muestren que éste es suficientemente alto.

Dado que el daño derivado del cambio climático surgirá sobre todo a largo plazo, su importancia para las generaciones actuales dependerá de cuál sea la tasa de descuento que utilicen para valorarlo. A continuación, se consideran cambios en la tasa de descuento para ver cómo dependen las ganancias de cooperación de esta variable.

(c) Cambios en la tasa de descuento.

El daño debido al cambio climático y los costes de la reducción de emisiones tienen lugar a lo largo del tiempo y, por tanto, deberían ser descontados para conocer su valor actual. El problema es, precisamente, qué tasa de descuento debe utilizarse. Ésta es una cuestión difícil aún no resuelta²³. Aquí se consideran tasas de descuento diferentes entre un 0.5% y un 5%. Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 9(a)-9(d).

Se puede observar que, a medida que aumenta la tasa de descuento, la concentración de GEI en el estado estacionario crece, mientras que la reducción total de emisiones de GEI, las pérdidas de bienestar en valor presente y las

²¹ Nótese que $\frac{\partial(W/PIB)}{\partial PIB} = \frac{1}{PIB} \frac{\partial W}{\partial PIB} - \frac{W}{PIB^2}$.

²² Debe señalarse que no se han considerado asimetrías en el tamaño de los países sino que simplemente se suponen variaciones iguales en el tamaño de ambos países.

²³ Una discusión detallada sobre el problema de descontar el futuro puede encontrarse en Pearce y Turner (1990) y Weitzman (1994).

ganancias potenciales de cooperación decrecen. Así, con una tasa de descuento del 0.5% las ganancias de cooperación son un 8.5% del PIB; en cambio, para una tasa de descuento superior al 3% las ganancias son inferiores al 0.066% del PIB. Esto se debe a que cuanto mayor sea la tasa de descuento menos se valora el futuro y, en tanto que el daño debido al cambio climático surgirá sobre todo a largo plazo, las ganancias de cooperación se percibirán en el futuro. Por tanto, si a los países no les preocupa el futuro, no tendrán mucho interés en adoptar ahora políticas de reducción de emisiones cuyos beneficios empezarán a disfrutarse en el futuro.

Se puede concluir que el valor de las ganancias de cooperación es muy sensible a pequeños cambios en la tasa de descuento, de forma que ésta desempeña un papel crucial en la determinación de si las ganancias de cooperación son suficientemente altas como para inducir a los países a cooperar.

(d) Cambios en el parámetro de la función de coste.

El valor asignado al parámetro de la función de coste se ha obtenido a partir de la función de coste de Nordhaus (1991). Aquí se consideran aumentos y disminuciones en el valor de este parámetro para analizar cómo afecta este parámetro a las variables relevantes del modelo. Los principales resultados se muestran en las Figuras 10(a)-10(d).

De acuerdo con la Figura 10(c), las pérdidas de bienestar en valor presente aumentan con el parámetro de la función de coste tanto en la solución cooperativa como en la no cooperativa. La pérdida de bienestar es mayor en la solución no cooperativa que en la cooperativa, pero la diferencia entre ambas disminuye a medida que aumenta el parámetro de la función de coste, reduciéndose por tanto las ganancias de cooperación como ilustra la Figura 10(d). Esto implica que, como era previsible, será más difícil conseguir que los países coordinen sus políticas medioambientales si éstas son muy caras. Se puede concluir que, dada la función de daño, cuanto más cara resulte la reducción de emisiones de GEI, menos interés tendrán los países en alcanzar un acuerdo ya que menores son las ganancias que pueden obtener.

(e) Cambios en la tasa de depreciación.

La tasa de depreciación depende de cuál sea el tiempo de vida activa de los GEI en la atmósfera²⁴. Como el período de vida activa no es estable ni igual para todos los gases, tiene sentido analizar cómo se ven afectadas las ganancias de cooperación al considerar diferentes tasas de depreciación.

Al calcular las ganancias de cooperación en el caso base se ha considerado una tasa de depreciación $\delta = 0.005$, que es la utilizada habitualmente. En el ejercicio de simulación, se van a considerar tasas de entre 0.004 y 0.0065. Los principales resultados obtenidos se presentan en las Figuras 11(a)-11(d).

Las Figuras 11(a) y 11(b) reflejan que a medida que la tasa de depreciación crece, la concentración de GEI y la reducción total de emisiones disminuyen en el estado estacionario. Este resultado se debe a que cuanto mayor es la tasa de depreciación, menos tiempo permanecen activos los GEI en la atmósfera, de forma que la concentración de GEI crece más lentamente y las políticas de reducción de emisiones son menos necesarias. Como consecuencia de todo esto, a medida que la tasa de depreciación crece, las pérdidas de bienestar en valor presente y las ganancias de cooperación decrecen, tal como se observa en las Figuras 11(c) y 11(d).

(f) Cambios en las emisiones anuales de GEI.

En este caso se realizan dos ejercicios diferentes. En primer lugar, se analiza qué ocurre si el nivel anual de emisiones es mayor o menor que el valor tomado como base (7.64 billones de toneladas) pero suponiendo que se mantiene constante en el tiempo. En concreto, se consideran cambios en el nivel anual de emisiones entre 5.5 y 9.5 billones de toneladas. Los resultados obtenidos aparecen en las Figuras 12(a)-12(d).

Este ejercicio confirma los resultados teóricos obtenidos en las secciones anteriores. Cuanto mayor es el nivel anual de emisiones, mayores son la concentración de GEI y la reducción total de emisiones en el estado estacionario. Además, las futuras pérdidas de bienestar en valor presente y las ganancias de cooperación crecen con el nivel anual de emisiones.

²⁴ Se sabe que la vida activa de los gases de efecto invernadero en la atmósfera es finita y diferente para cada uno de ellos. Esto implica que existe un proceso de decaimiento diferente para cada gas, de forma que no es fácil conocer con exactitud cuál es la tasa de depreciación que debe utilizarse. Cuanto mayor sea esta tasa, menor será el número de años que estos gases permanecen activos en la atmósfera.

En segundo lugar, se analiza cómo varían las ganancias potenciales de cooperación cuando las emisiones anuales de GEI no son constantes en el tiempo sino que crecen a una tasa determinada. En este caso, el sistema dinámico que define el modelo es un sistema de ecuaciones en diferencias no autónomo, de forma que el estado estacionario cambia en el tiempo.

Concretamente, se considera el caso particular en que las emisiones de GEI crecen a una tasa constante θ , es decir, $E_t = (1 + \theta)E_{t-1}$; los resultados del caso base corresponden a $\theta = 0$. Se suponen tasas de crecimiento que varían entre un 0% y un 1.14%²⁵.

Como muestra la Figura 13, cuanto mayor es la tasa a la que crecen las emisiones, mayores son las ganancias de cooperación. En particular, si las emisiones de GEI crecen a una tasa anual del 1%, las ganancias pueden representar un 0.2% del PIB. Esto permite concluir que, dado que las emisiones de GEI en la práctica crecen a una tasa incluso mayor que el 1.4%²⁶, las ganancias de cooperación serán bastante mayores que las obtenidas en todos los ejercicios anteriores, donde se supone que las emisiones son constantes en el tiempo.

5. CONCLUSIONES

Es sabido que el aumento de la concentración de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera puede provocar a largo plazo un cambio climático que, en caso de producirse, constituiría probablemente uno de los problemas medioambientales más graves del próximo siglo. El objetivo de este trabajo es tratar de cuantificar las ganancias potenciales que, en términos de bienestar, se pueden obtener a nivel mundial si los países deciden cooperar y firmar un acuerdo internacional para reducir las emisiones de CO_2 , (el principal gas de efecto invernadero causado por la actividad económica humana). El interés por calcular la cuantía de las posibles ganancias de cooperación se basa en la presunción de que, cuanto mayores sean éstas, más fácil será que los países estén dispuestos a

²⁵ Puede demostrarse que, cuando las emisiones crecen a una tasa constante θ , la condición de transversalidad se cumple si y solo si $1 + \theta < \frac{1}{\sqrt{\beta}}$. Dado que $\beta \simeq 0.9708$, entonces $\theta < 0.01488$.

²⁶ Los análisis sobre la evolución futura de las emisiones de GEI estiman que, las emisiones de CO_2 crecerán anualmente entre un 0.5% (Really et al (1987)) y 3% (IPCC 1990 Report).

realizar los esfuerzos necesarios para alcanzar y cumplir acuerdos de cooperación en esta materia.

Para ello, se ha considerado un modelo dinámico de control de polución, donde los países quedan caracterizados por una función de pérdida de bienestar social que depende del daño asociado a la concentración de GEI en la atmósfera y del coste asociado a la política de reducción de emisiones adoptada. Se ha tenido en cuenta la posibilidad de que la concentración de GEI comience a producir daños económicos positivos sólo para niveles altos de ésta. Por otro lado, se ha supuesto que la función de daño es decreciente hasta que la concentración alcanza un determinado nivel. En este contexto dinámico, se comparan las soluciones cooperativa y no cooperativa al problema de controlar la concentración de GEI en la atmósfera, tanto desde el punto de vista teórico como empírico. Los resultados teóricos obtenidos indican que si el nivel exógeno de emisiones de GEI es suficientemente alto, la concentración de GEI a largo plazo será menor cuando los países cooperan. Además, la cooperación garantiza que el estado estacionario se alcanza más rápidamente, aunque con mayores niveles de reducción de emisiones.

Una vez analizados los aspectos teóricos del modelo y, con objeto de cuantificar las ganancias de cooperación, se ha parametrizado el modelo a partir de la evidencia empírica existente sobre el cambio climático. El principal resultado obtenido es que las ganancias potenciales que los países obtendrían cooperando pueden representar un 0.066% del PIB mundial si las emisiones anuales de GEI se mantienen constantes en el tiempo. Sin embargo, el análisis de sensibilidad llevado a cabo muestra que estas ganancias de cooperación dependen crucialmente del valor asignado a los parámetros del modelo. En concreto, se obtiene que las ganancias de cooperación serán mayores, *ceteris paribus*, cuanto mayor sea el porcentaje de daño anual debido a una duplicación de la concentración de GEI, cuanto mayor sea el PIB, o cuanto mayor sea el nivel anual de emisiones. Las ganancias de cooperación dependen, sin embargo, negativamente de la tasa de descuento, de los costes de reducir las emisiones y de la tasa de depreciación. Además, las ganancias de cooperación son especialmente sensibles a pequeñas variaciones en la tasa de descuento y en los parámetros de la función de daño. Finalmente, se obtiene que las ganancias de cooperación aumentan considerablemente si se tiene en cuenta que las emisiones anuales de GEI no se mantienen constantes sino que crecen a lo largo del tiempo.

APÉNDICE 1

En este apéndice se presentan las pruebas de los resultados obtenidos en las Secciones 2 y 3. Todos ellos se refieren a los sistemas de ecuaciones en diferencias (6) y (12) en su versión autónoma donde $\sum_{i=1}^n E_{i,t} = \bar{E} \forall t$ (sistemas (6') y (12') respectivamente). Se denota $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$ y $\sigma_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$ para $i, j = 1, 2$, $\epsilon = 1 - \delta$, $\rho = (1 - \epsilon)(1 - \beta\epsilon) + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})$ y $\phi = \rho + \beta(\gamma_{12} + \gamma_{21})$.

Prueba del Lema 1: El estado estacionario del sistema de ecuaciones en diferencias (6') se define como $\bar{Y}^{NC} = Y_{t+1} = Y_t$. Por lo tanto,

$$\bar{Y}^{NC} = A^{-1}B\bar{Y}^{NC} + A^{-1}V \Rightarrow \bar{Y}^{NC} = [I - A^{-1}B]^{-1}A^{-1}V.$$

Después de algunos cálculos se obtiene:

$$\bar{Y}^{NC} = \begin{pmatrix} \bar{S}^{NC} \\ \bar{x}_1^{NC} \\ \bar{x}_2^{NC} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} 1 - \beta\epsilon & \frac{1}{c_1} & \frac{1}{c_2} \\ \gamma_{11}\beta & \frac{\gamma_{11}\beta - \rho}{(1 - \beta\epsilon)c_1} & \frac{\beta\gamma_{11}}{(1 - \beta\epsilon)c_2} \\ \gamma_{22}\beta & \frac{\beta\gamma_{22}}{(1 - \beta\epsilon)c_1} & \frac{\gamma_{22}\beta - \rho}{(1 - \beta\epsilon)c_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ -\beta a_1 \\ -\beta a_2 \end{pmatrix}.$$

Y, por lo tanto,

$$\bar{Y}^{NC} = \begin{pmatrix} \bar{S}^{NC} \\ \bar{x}_1^{NC} \\ \bar{x}_2^{NC} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} (1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22}) \\ \beta\gamma_{11}\bar{E} - \frac{\beta^2\gamma_{11}}{1 - \beta\epsilon}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \frac{\beta\rho}{1 - \beta\epsilon}\alpha_{11} \\ \beta\gamma_{22}\bar{E} - \frac{\beta^2\gamma_{22}}{1 - \beta\epsilon}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \frac{\beta\rho}{1 - \beta\epsilon}\alpha_{22} \end{pmatrix},$$

que son las expresiones mostradas en el Lema 1.

Prueba de la Proposición 1: Cuando los países no adoptan ninguna política de reducción de emisiones, es decir, $x_{1,t} = x_{2,t} = 0 \forall t$, la ecuación en diferencias que determina la concentración de polución en la atmósfera es $S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \bar{E}$. El estado estacionario de esta ecuación en diferencias se define como $\bar{S}^{LF} = S_{t+1} = S_t$. Por lo tanto, $S^{LF} = \frac{\bar{E}}{\delta}$.

Dados los resultados del Lema 1, es fácil probar que

$$\bar{S}^{LF} - \bar{S}^{NC} = \frac{\beta[(\gamma_{11} + \gamma_{22})\bar{E} + \delta(\alpha_{11} + \alpha_{22})]}{\delta\rho}.$$

Esta expresión es positiva si y solo si

$$(\gamma_{11} + \gamma_{22})\bar{E} + \delta(\alpha_{11} + \alpha_{22}) \geq 0 \Leftrightarrow \bar{E} \geq -\delta \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22}}{\gamma_{11} + \gamma_{22}}.$$

Prueba del Lema 2: Los tres valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$ son los λ que resuelven la ecuación $|A^{-1}B - \lambda I| = 0$. Por lo tanto,

$$\begin{vmatrix} \epsilon - \lambda & -1 & -1 \\ -\gamma_{11} & \frac{\gamma_{11}\beta + 1}{\beta\epsilon} - \lambda & \frac{\gamma_{11}}{\epsilon} \\ -\gamma_{22} & \frac{\gamma_{22}}{\epsilon} & \frac{\gamma_{22}\beta + 1}{\beta\epsilon} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\lambda - \frac{1}{\beta\epsilon}\right)\left\{(\epsilon - \lambda)\left(\lambda - \frac{1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})}{\beta\epsilon}\right) + (\gamma_{11} + \gamma_{22})\right\} = 0.$$

A partir de esta expresión se obtiene que uno de los tres valores propios es igual a $\frac{1}{\beta\epsilon}$ siendo positivo y mayor que uno. Los otros dos valores propios se obtienen a partir de:

$$(\epsilon - \lambda)\left(\lambda - \frac{1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})}{\beta\epsilon}\right) + (\gamma_{11} + \gamma_{22}) = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \frac{\Phi}{\beta}\lambda + \frac{1}{\beta} = 0$$

donde $\Phi = -\frac{\beta\epsilon^2 + 1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})}{\epsilon}$. Dado que $\Phi < 0$, es seguro que las dos raíces asociadas a esta ecuación son positivas. Por otro lado, siguiendo el análisis de Sargent (1987, pp. 202) para un caso similar, es fácil probar que una de las dos raíces es menor que uno y la otra mayor que uno si $-\Phi > 1 + \beta$. A continuación se prueba que esta condición se cumple en este caso. Para ello se supone inicialmente que se cumple lo contrario, es decir,

$$-\Phi \leq 1 + \beta \Rightarrow \frac{1}{\epsilon} + \beta\epsilon + \frac{\beta}{\epsilon}(\gamma_{11} + \gamma_{22}) \leq 1 + \beta \Rightarrow \beta(\epsilon - 1)\left(\epsilon - \frac{1}{\beta}\right) + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22}) \leq 0$$

lo cual es una contradicción.

Prueba de la Proposición 2: Sean λ_1 , λ_2 y λ_3 los valores propios de la matriz $A^{-1}B$. Dados los resultados presentados en el Lema 2, se puede suponer sin pérdida de generalidad que $0 < \lambda_1 < 1$, $\lambda_2 > 1$ y $\lambda_3 > 1$. Sea $(e_{11}, e_{12}, e_{13})'$, $(e_{21}, e_{22}, e_{23})'$ y $(e_{31}, e_{32}, e_{33})'$ los tres vectores propios asociados con λ_1 , λ_2 y λ_3 , respectivamente. Entonces, la solución general del sistema de ecuaciones en diferencias (6') viene dada por,

$$\begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} \\ x_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \lambda_1^t \\ k_2 \lambda_2^t \\ k_3 \lambda_3^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{S} \\ \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix},$$

donde k_1 , k_2 y k_3 son constantes arbitrarias y $(\bar{S}, \bar{x}_1, \bar{x}_2)'$ denota el estado estacionario descrito en el Lema 1. Cualquier solución particular será estable si $k_2 = k_3 = 0$. Para este caso, la solución general anterior resulta ser,

$$S_t = e_{11} k_1 \lambda_1^t + \bar{S},$$

$$x_{1,t} = e_{12}k_1\lambda_1^t + \bar{x}_1,$$

$$x_{2,t} = e_{13}k_1\lambda_1^t + \bar{x}_2.$$

Si se busca la solución de punto de silla, la constante k_1 debe determinarse mediante una condición adicional. En este caso, se sabe que el sistema de ecuaciones en diferencias (6') satisface $S_t = S_0$ para $t = 0$, de forma que la evolución de la ecuación para S_t resulta ser,

$$S_0 = e_{11}k_1 + \bar{S} \Rightarrow k_1 = \frac{S_0 - \bar{S}}{e_{11}}.$$

Dado esto, se obtiene que el sistema de ecuaciones en diferencias (6') junto con la condición límite $S_t = S_0$ para $t = 0$ sigue la siguiente trayectoria temporal:

$$S_t = (S_0 - \bar{S})\lambda_1^t + \bar{S},$$

$$x_{1,t} = \frac{e_{12}}{e_{11}}(S_0 - \bar{S})\lambda_1^t + \bar{x}_1,$$

$$x_{2,t} = \frac{e_{13}}{e_{11}}(S_0 - \bar{S})\lambda_1^t + \bar{x}_2.$$

Redefiniendo las variables $\lambda_1 = \lambda^{NC}$ y $(e_{11}, e_{12}, e_{13}) = (e_1, e_2, e_3)$, se tiene que estas expresiones son las obtenidas en la Proposición 2.

Prueba del Corolario 3: Aquí se muestra la prueba para la acumulación de polución. La prueba para los niveles de reducción de emisiones puede obtenerse de forma similar.

Se ha visto en la Proposición 2 que la trayectoria temporal para la acumulación de polución puede expresarse como:

$$S_t - \bar{S} = (S_0 - \bar{S})(\lambda^{NC})^t, \forall t.$$

La tasa a la que crecen las desviaciones de la senda temporal respecto al estado estacionario para la acumulación de polución puede definirse de la siguiente manera,

$$\frac{(S_t - \bar{S}) - (S_{t-1} - \bar{S})}{(S_{t-1} - \bar{S})} = \frac{(S_0 - \bar{S})(\lambda^{NC})^t - (S_0 - \bar{S})(\lambda^{NC})^{t-1}}{(S_0 - \bar{S})(\lambda^{NC})^{t-1}} = \lambda^{NC} - 1,$$

que es negativa dado que $0 < \lambda^{NC} < 1$.

Por otro lado, las desviaciones de la senda temporal respecto al estado estacionario vienen dadas por:

$$S_t - \bar{S} = (S_0 - \bar{S})(\lambda^{NC})^t = (S_{t-1} - \bar{S})\lambda^{NC}.$$

Por lo tanto, λ^{NC} puede interpretarse como la probabilidad de que la acumulación de polución $S_{t-1} - \bar{S}$ permanezca en la atmósfera un período más. Esto significa que $1 - \lambda^{NC}$ es la probabilidad de que $S_{t-1} - \bar{S}$ desaparezca entre $t - 1$ y t . Esto permite expresar el número esperado de períodos necesarios para alcanzar el estado estacionario como:

$$E(\text{periodos}) = 1(1 - \lambda^{NC}) + 2\lambda^{NC}(1 - \lambda^{NC}) + 3(\lambda^{NC})^2(1 - \lambda^{NC}) + \dots =$$

$$(1 - \lambda^{NC})[1 + 2\lambda^{NC} + 3(\lambda^{NC})^2 + \dots] = \frac{1 - \lambda^{NC}}{(1 - \lambda^{NC})^2} = \frac{1}{1 - \lambda^{NC}}$$

Prueba del Corolario 4: Dada la solución presentada en la Proposición 2, se puede ver que

$$\forall t \quad x_{1,t} = x_{2,t} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e_2}{e_1} = \frac{e_3}{e_1},$$

donde $(e_1, e_2, e_3)'$ denota cualquier vector propio asociado con el valor propio λ^{NC} de la matriz $A^{-1}B$ que está dentro del círculo unidad. Por tanto, por definición,

$$(A^{-1}B - \lambda^{NC}I) \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Si ambos países son iguales, entonces se puede denotar, $\gamma = \gamma_{11} = \gamma_{22}$ y la expresión anterior puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \epsilon - \lambda^{NC} & -1 & -1 \\ -\gamma & \frac{\gamma\beta+1}{\beta\epsilon} - \lambda^{NC} & \frac{\gamma}{\epsilon} \\ -\gamma & \frac{\gamma}{\epsilon} & \frac{\gamma\beta+1}{\beta\epsilon} - \lambda^{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dado que λ^{NC} es un valor propio de $A^{-1}B$, el rango de la matriz $(A^{-1}B - \lambda^{NC}I)$ es igual a 2 y por lo tanto sólo se puede determinar los ratios $\frac{e_2}{e_1}$ y $\frac{e_3}{e_1}$.

Eliminando una de las ecuaciones del sistema y utilizando la regla de Cramer, se puede probar que,

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\lambda^{NC}\beta\gamma}{1 - \lambda^{NC}\beta\epsilon}$$

$$\frac{e_3}{e_1} = \frac{\beta\epsilon[(\lambda^{NC})^2 - \lambda^{NC}\frac{1+\beta\gamma+\beta\epsilon^2}{\beta\epsilon} + \frac{1}{\beta}]}{1 - \lambda^{NC}\beta\epsilon}$$

Sin embargo, dado que λ^{NC} es el valor propio de $A^{-1}B$ dentro del círculo unidad, por la prueba del Lema 2 se sabe que $(\lambda^{NC})^2 - \lambda^{NC}\frac{1+2\beta\gamma+\beta\epsilon^2}{\beta\epsilon} + \frac{1}{\beta} = 0$. Teniendo esto en cuenta, la expresión para $\frac{e_3}{e_1}$ puede reescribirse como,

$$\frac{e_3}{e_1} = \frac{\beta\epsilon[(\lambda^{NC})^2 - \lambda^{NC}\frac{1+2\beta\gamma+\beta\epsilon^2}{\beta\epsilon} + \frac{1}{\beta} + \frac{\lambda^{NC}\gamma}{\epsilon}]}{1 - \lambda^{NC}\beta\epsilon} = \frac{\lambda^{NC}\beta\gamma}{1 - \lambda^{NC}\beta\epsilon} = \frac{e_2}{e_1}.$$

Prueba del Lema 3: El estado estacionario del sistema de ecuaciones en diferencias (12') se define como $\bar{X}^C = X_{t+1} = X_t$. Por tanto,

$$\bar{X}^C = C^{-1}D\bar{X}^C + C^{-1}W \Rightarrow \bar{X}^C = [I - C^{-1}D]^{-1}C^{-1}W$$

Tras algunos cálculos se obtiene,

$$\bar{X}^C = \begin{pmatrix} \bar{S}^C \\ \bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C \end{pmatrix} = \frac{1}{\phi} \begin{pmatrix} 1 - \beta\epsilon & \frac{c_1 + c_2}{c_1 c_2} \\ \beta \frac{(c_1 + c_2)(b_1 + b_2)}{c_1 c_2} & -\delta \frac{c_1 + c_2}{c_1 c_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ -\beta(a_1 + a_2) \end{pmatrix}.$$

De forma que,

$$\bar{X}^C = \begin{pmatrix} \bar{S}^C \\ \bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C \end{pmatrix} = \frac{1}{\phi} \begin{pmatrix} (1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{12} + \alpha_{21}) \\ \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21})\bar{E} + \beta\delta(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{12} + \alpha_{21}) \end{pmatrix},$$

siendo éstas las expresiones mostradas en el Lema 3.

Prueba de la Proposición 3: Dados los resultados de los Lemas 1 y 3, es fácil probar que,

$$\bar{S}^{NC} - \bar{S}^C =$$

$$\frac{\beta}{\rho\phi} \{(\alpha_{12} + \alpha_{21})[(1 - \beta\epsilon)\delta + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})] + (\gamma_{12} + \gamma_{21})[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\}.$$

Esta expresión es no negativa si y solo si

$$(\alpha_{12} + \alpha_{21})[(1 - \beta\epsilon)\delta + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})] \geq -(\gamma_{12} + \gamma_{21})[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22})]$$

\Leftrightarrow

$$\bar{E} \geq -\frac{\alpha_{12} + \alpha_{21}}{\gamma_{12} + \gamma_{21}} [\delta + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon}(\gamma_{11} + \gamma_{22})] + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon}(\alpha_{11} + \alpha_{22}).$$

Por otro lado, comparando los niveles de reducción de emisiones se obtiene que,

$$(\bar{x}_1^C + \bar{x}_2^C) - (\bar{x}_1^{NC} + \bar{x}_2^{NC}) =$$

$$\frac{\beta\delta}{\rho\phi} \{(\alpha_{12} + \alpha_{21})[(1 - \beta\epsilon)\delta + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})] + (\gamma_{12} + \gamma_{21})[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\}$$

que es no negativo bajo las mismas condiciones que $\bar{S}^{NC} - \bar{S}^C$.

Prueba del Lema 4: Los dos valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$ son los μ que resuelven la ecuación $|C^{-1}D - \mu I| = 0$. Por lo tanto,

$$\begin{vmatrix} \epsilon - \mu & -1 \\ -(\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21}) & \frac{\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21}}{\epsilon} + \frac{1}{\beta\epsilon} - \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$(\epsilon - \mu) \left(\frac{\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21}}{\epsilon c_1 c_2} + \frac{1}{\beta \epsilon} - \mu \right) - (\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21}) = 0 \Rightarrow \mu^2 + \frac{\Phi'}{\beta} \mu + \frac{1}{\beta} = 0$$

donde $\Phi' = -\frac{\beta \epsilon^2 + 1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21})}{\epsilon}$. Dado que $\Phi' < 0$, es seguro que las dos raíces asociadas a esta ecuación son positivas. Por otro lado, siguiendo el análisis de Sargent (1987, pp. 202) para un caso similar, es fácil probar que una de las dos raíces es menor que uno y la otra mayor si se cumple que $-\Phi' > 1 + \beta$. A continuación se demuestra que esta condición se cumple en este caso, para ello se supone inicialmente que se cumple lo contrario, es decir,

$$-\Phi' \leq 1 + \beta \Rightarrow \frac{1}{\epsilon} + \beta \epsilon + \frac{\beta}{\epsilon} \sum_{i,j} \gamma_{ij} \leq 1 + \beta \Rightarrow \beta(\epsilon - 1) \left(\epsilon - \frac{1}{\beta} \right) + \beta \sum_{i,j} \gamma_{ij} \leq 0$$

lo cual es una contradicción.

Prueba de la Proposición 4: Sean μ_1 , y μ_2 los valores propios de la matriz $C^{-1}D$. Dados los resultados presentados en el Lema 4, se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que $0 < \mu_1 < 1$ and $\mu_2 > 1$. Sean $(u_{11}, u_{12})'$ y $(u_{21}, u_{22})'$ los vectores propios asociados a μ_1 y μ_2 , respectivamente. Entonces la solución general al sistema de ecuaciones en diferencias (12') viene dada por,

$$\begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} + x_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k'_1 \mu_1^t \\ k'_2 \mu_2^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{S} \\ \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \end{pmatrix},$$

donde k'_1 y k'_2 son constantes arbitrarias y $(\bar{S}, \bar{x}_1 + \bar{x}_2)'$ denota el estado estacionario descrito en el Lema 3. Cualquier solución particular será estable si $k'_2 = 0$. Para este caso, la anterior solución general quedaría:

$$S_t = u_{11} k'_1 \mu_1^t + \bar{S},$$

$$(x_{1,t} + x_{2,t}) = u_{12} k'_1 \mu_1^t + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2).$$

Si se está buscando la solución de punto de silla, la constante k'_1 debe fijarse mediante una condición adicional. En este caso particular, se sabe que el sistema de ecuaciones en diferencias (12') satisface $S_t = S_0$ para $t = 0$, de forma que la evolución de la ecuación para S_t viene dada por,

$$S_0 = u_{11} k'_1 + \bar{S} \Rightarrow k'_1 = \frac{S_0 - \bar{S}}{u_{11}}.$$

Dado esto, se obtiene que el sistema de ecuaciones en diferencias (12') junto con la condición límite $S_t = S_0$ para $t = 0$ describe la siguiente trayectoria temporal:

$$S_t = (S_0 - \bar{S}) \mu_1^t + \bar{S},$$

$$(x_{1,t} + x_{2,t}) = \frac{u_{12}}{u_{11}}(S_0 - \bar{S})\mu_1^t + (\bar{x}_1 + \bar{x}_2).$$

Redefiniendo las variables $\mu_1 = \lambda^C$ y $(u_{11}, u_{12}) = (u_1, u_2)$, se observa que estas expresiones son las mostradas en la Proposición 4.

Prueba del Corolario 6: La prueba es similar a la del Corolario 3 pero sustituyendo λ^{NC} por λ^C .

Prueba del Corolario 7: Operando con las ecuaciones (8) y (9) se obtiene la siguiente relación entre la reducción total de emisiones y la reducción que individualmente realiza cada país,

$$x_{i,t} = -\frac{c_j}{c_1 + c_2}(x_{1,t} + x_{2,t}) \quad \forall t \quad i \neq j$$

Por tanto, si ambos países son iguales $c_1 = c_2 \Rightarrow x_{1,t} = x_{2,t} \quad \forall t$.

Prueba de la Proposición 5: Hay que probar que $\frac{1}{1-\lambda^C} < \frac{1}{1-\lambda^{NC}}$, lo cual es equivalente a probar que $\lambda^C < \lambda^{NC}$.

Por la prueba del Lema 2 se sabe que λ^{NC} es la más pequeña de las raíces asociadas a la ecuación $\lambda^2 + \frac{\Phi}{\beta}\lambda + \frac{1}{\beta} = 0$ donde $\Phi = -\frac{\beta\epsilon^2 + 1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22})}{\epsilon}$. Se sabe además, por la prueba del Lema 4 que λ^C es la más pequeña de las raíces asociadas a la ecuación $\lambda^2 + \frac{\Phi'}{\beta}\lambda + \frac{1}{\beta} = 0$ donde $\Phi' = -\frac{\beta\epsilon^2 + 1 + \beta(\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{12} + \gamma_{21})}{\epsilon}$. Dado que, $\Phi < 0$ y $\Phi' < 0$ es fácil probar que,

$$\lambda^C < \lambda^{NC} \Leftrightarrow \Phi' < \Phi.$$

En este caso, y dadas las definiciones de Φ y Φ' , siempre se cumple que $\Phi' < \Phi$, pues $\gamma_{ij} > 0 \quad \forall i \neq j$.

APÉNDICE 2

Los siguientes resultados son una generalización de los Lemas 1 y 3 y de las Proposiciones 2 y 4 para el caso general donde los sistemas de ecuaciones en diferencias (6) y (12) no son autónomos. Esto ocurre cuando la parte no homogénea del sistema cambia en el tiempo. En este apéndice se presentan sólo los resultados; las pruebas están a disposición de quien las requiera.

LEMA 1': Sean λ_1, λ_2 y λ_3 los valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$. Dados los resultados del Lema 2, se puede suponer sin pérdida de generalidad que $0 < \lambda_1 < 1$, $\lambda_2 > 1$ y $\lambda_3 > 1$. Sean $e_1 = (e_{11}, e_{12}, e_{13})$, $e_2 = (e_{21}, e_{22}, e_{23})$ y $e_3 = (e_{31}, e_{32}, e_{33})$ los vectores propios asociados con λ_1, λ_2 y λ_3 , respectivamente y sea $G = (e'_1, e'_2, e'_3)$. El estado estacionario generalizado asociado con el sistema de ecuaciones en diferencias (6) puede expresarse como,

$$\bar{Y}_t = \begin{pmatrix} \bar{S}_t \\ \bar{x}_{1,t} \\ \bar{x}_{2,t} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i g_{t-i,1} \\ -(\frac{1}{\lambda_2}) \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^i g_{t+i,2} \\ -(\frac{1}{\lambda_3}) \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_3})^i g_{t+i,3} \end{pmatrix},$$

donde $(g_{t,1}, g_{t,2}, g_{t,3})' = G^{-1}A^{-1}V_t$.

En este lema, el estado estacionario generalizado (e.e.g.) se expresa de una forma particular. Como señala Azariadis (1993), existen muchas maneras equivalentes de expresar el e.e.g.. Sin embargo, algunas son más convenientes que otras. La expresión aquí utilizada tiene dos ventajas respecto a otras alternativas: en primer lugar, queda bien definida, dados los valores propios de la matriz de transición, y, en segundo lugar, tiene un claro significado económico. Obsérvese que, en el e.e.g., la acumulación de polución en cualquier período de tiempo t viene dado por las emisiones de períodos anteriores, y las políticas de reducción de emisiones vienen determinadas por todas las emisiones futuras.

PROPOSICIÓN 2': Dados los valores propios de la matriz $A^{-1}B$, existe una única solución para el sistema de ecuaciones en diferencias (6) que converge asintóticamente al e.e.g. $\bar{Y}_t = (\bar{S}_t, \bar{x}_{1,t}, \bar{x}_{2,t})'$. Si la acumulación de polución en $t = 0$ es S_0 , entonces la solución viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} S_t - \bar{S}_t &= (S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^{NC})^t \\ x_{1,t} - \bar{x}_{1,t} &= \frac{e_{12}}{e_{11}}(S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^{NC})^t \\ x_{2,t} - \bar{x}_{2,t} &= \frac{e_{13}}{e_{11}}(S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^{NC})^t \end{aligned}$$

donde λ^{NC} es el valor propio que está dentro del círculo unidad y (e_1, e_2, e_3) es el vector propio asociado a λ^{NC} .

LEMA 3': Sean μ_1 y μ_2 los valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$. Dados los resultados del Lema 4, se puede suponer, sin pérdida de generalidad

que $0 < \mu_1 < 1$ y $\mu_2 > 1$. Sean $u_1 = (u_{11}, u_{12})$ y $u_2 = (u_{21}, u_{22})$ los vectores propios asociados a μ_1 y μ_2 , respectivamente. Denotando $H = (u'_1, u'_2)$, el e.e.g. asociado al sistema de ecuaciones en diferencias (12) puede expresarse como

$$\bar{X}_t = \begin{pmatrix} \bar{S}_t \\ \sum_{i=1}^n \bar{x}_{i,t} \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} \mu_1^i h_{t-i,1} \\ -(\frac{1}{\mu_2}) \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{\mu_2})^i h_{t+i,2} \end{pmatrix},$$

donde $(h_{t,1}, h_{t,2})' = H^{-1}C^{-1}W_t$.

PROPOSICIÓN 4': *Dados los valores propios de la matriz $C^{-1}D$, el sistema de ecuaciones en diferencias (12) tiene una única solución de punto de silla que converge asintóticamente al e.e.g. $\bar{X}_t = (\bar{S}_t, \bar{x}_{1,t} + \bar{x}_{2,t})'$. Si la acumulación de polución en $t = 0$ es S_0 , entonces la solución de punto de silla viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones:*

$$S_t - \bar{S}_t = (S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^C)^t$$

$$(x_{1,t} + x_{2,t}) - (\bar{x}_{1,t} + \bar{x}_{2,t}) = \frac{u_{12}}{u_{11}}(S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^C)^t$$

donde λ^C es el valor propio que está dentro del círculo unidad, y (u_1, u_2) es el vector propio asociado a λ^C .

Es fácil probar que, para el caso particular en que la senda de emisiones es constante en el tiempo, los e.e.g. expresados en los Lemas 1' y 3' coinciden con los estados estacionarios presentados en los Lemas 1 y 3 de este trabajo. Lo mismo ocurre con las Proposiciones 2' y 4'.

FIGURA 3: Trayectoria temporal de la concentración de GEI

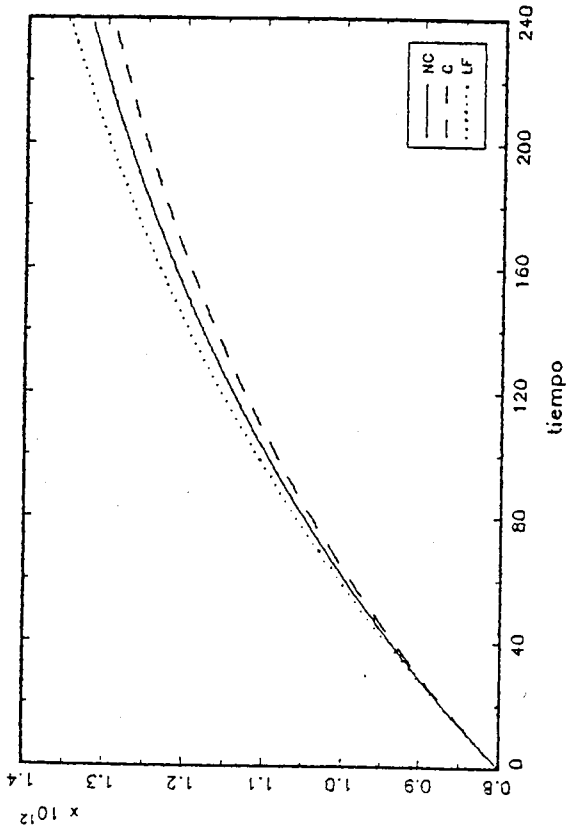


FIGURA 4: Trayectoria temporal de la reducción de emisiones de GEI

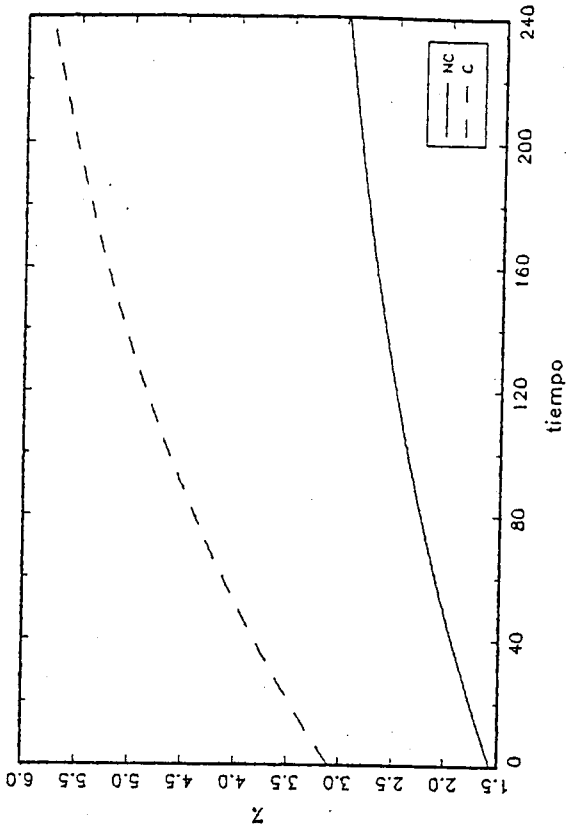


FIGURA 5: Pérdida de bienestar anual

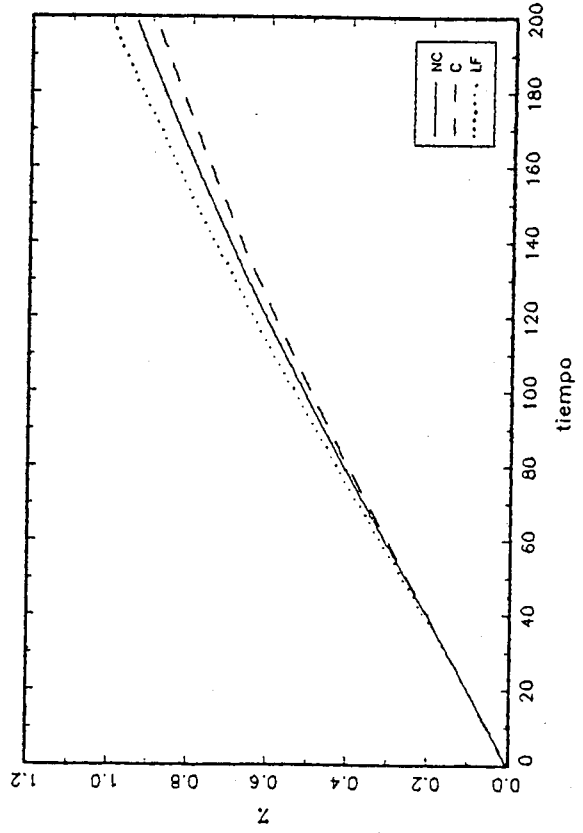


FIGURA 6: Pérdida de bienestar anual en valor presente

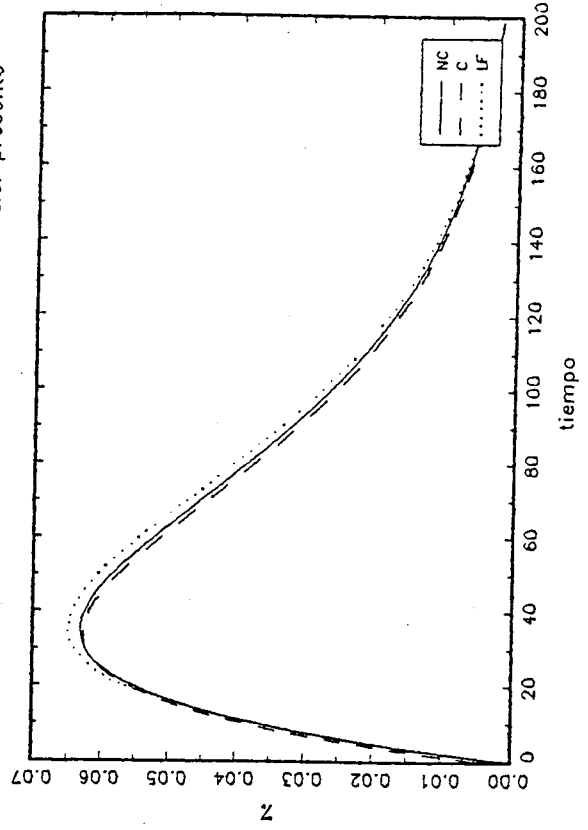


FIGURA 7(a): Concentración de GEI

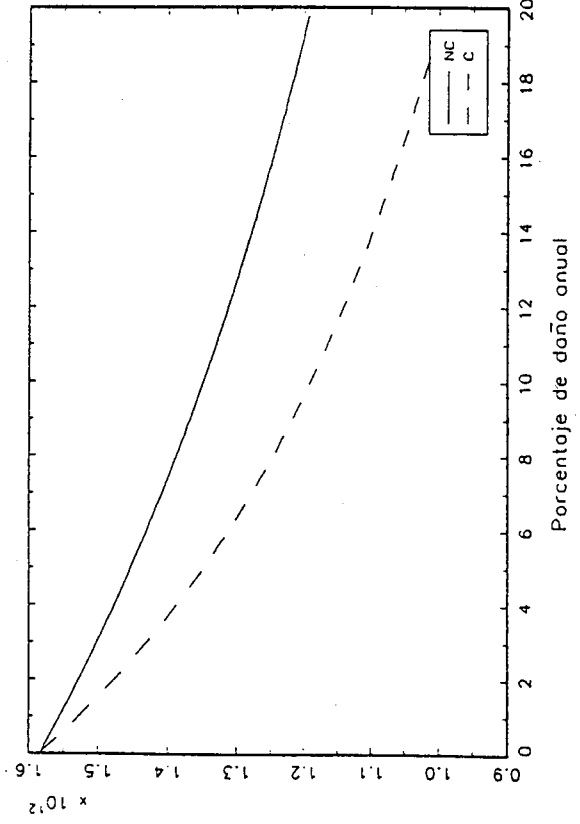


FIGURA 7(b): Reducción total de emisiones de GEI

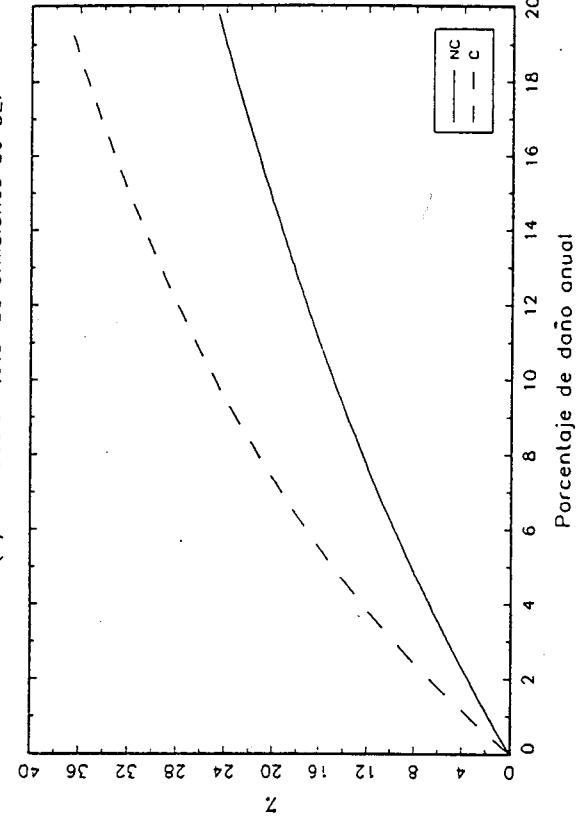


FIGURA 7(c): Pérdidas de bienestar futuras en valor presente

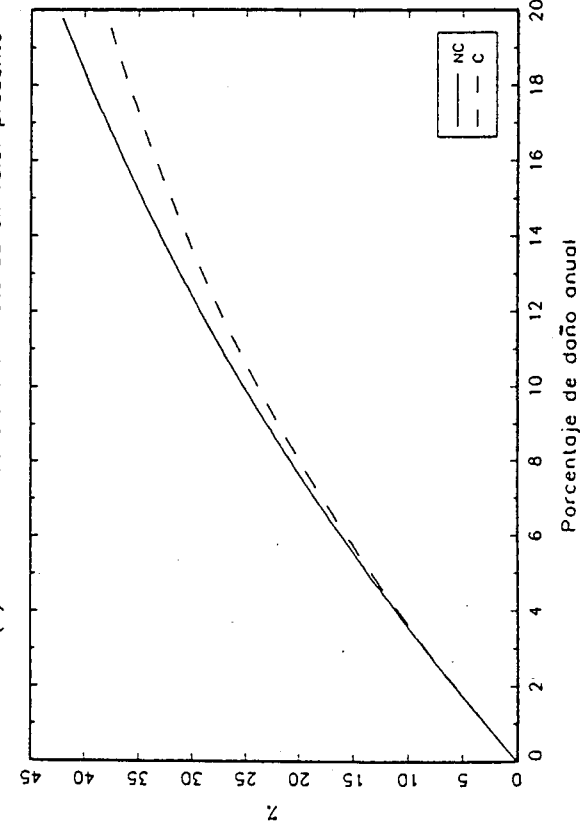


FIGURA 7(d): Ganancias potenciales de cooperación

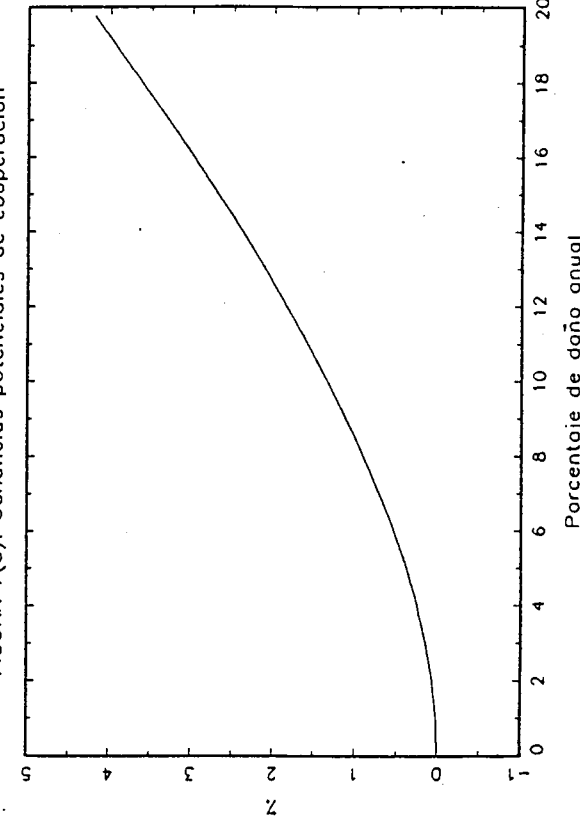


FIGURA 8(a): Concentración de GEI

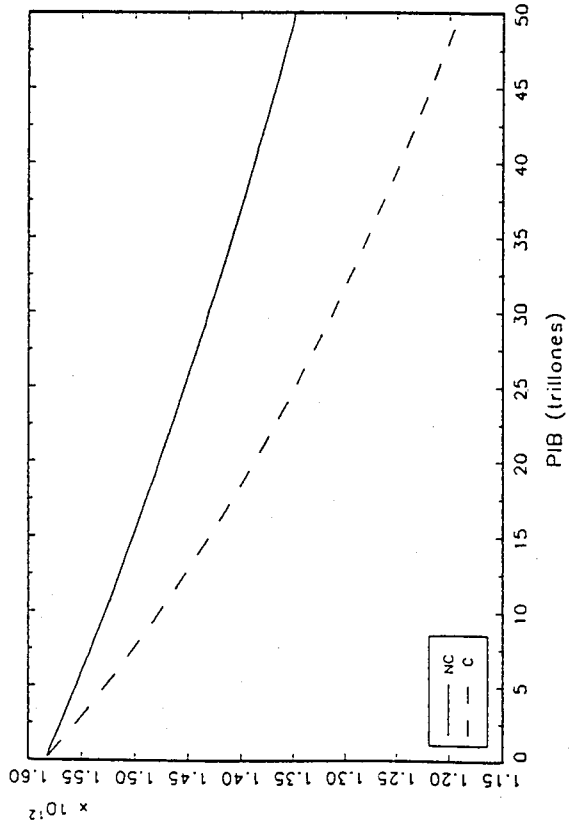


FIGURA 8(b): Reducción total de emisiones de GEI

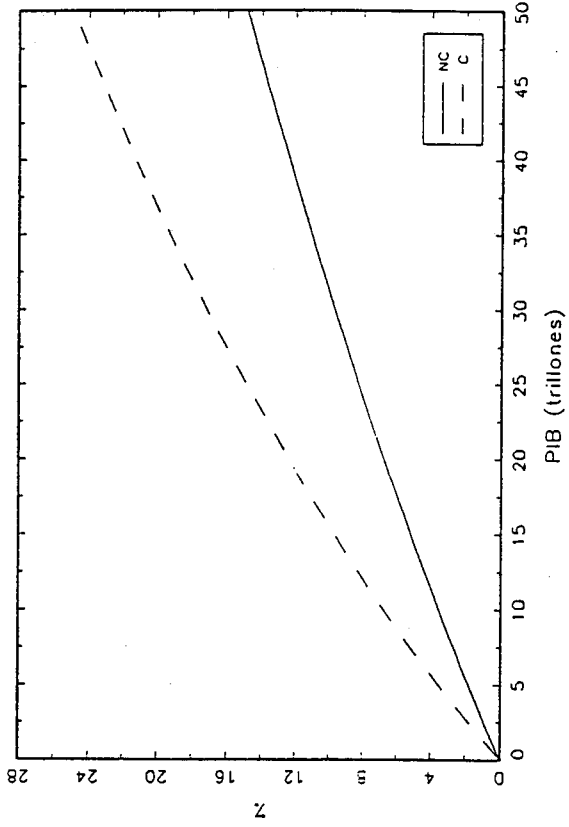


FIGURA 8(c): Pérdidas de bienestar futuras en valor presente

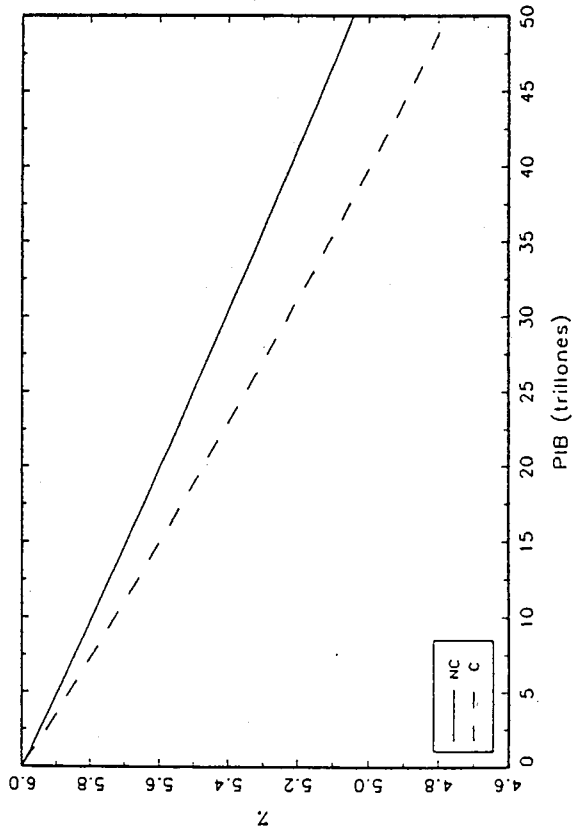


FIGURA 8(d): Ganancias potenciales de cooperación

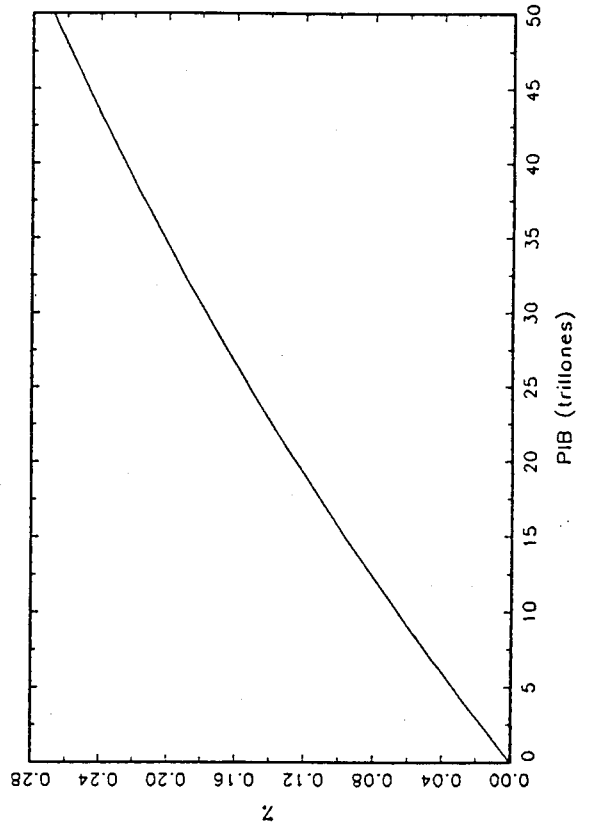


FIGURA 9(a): Concentración de GEI

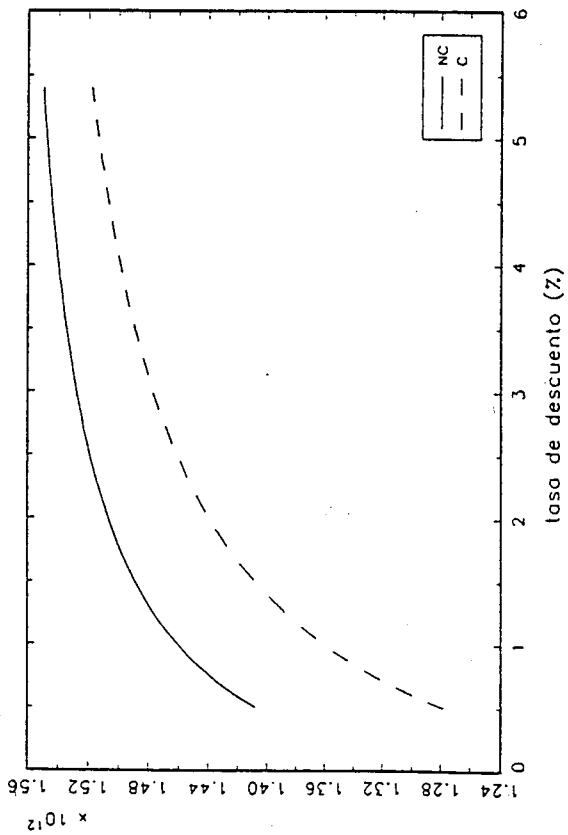


FIGURA 9(b): Reducción total de emisiones de GEI

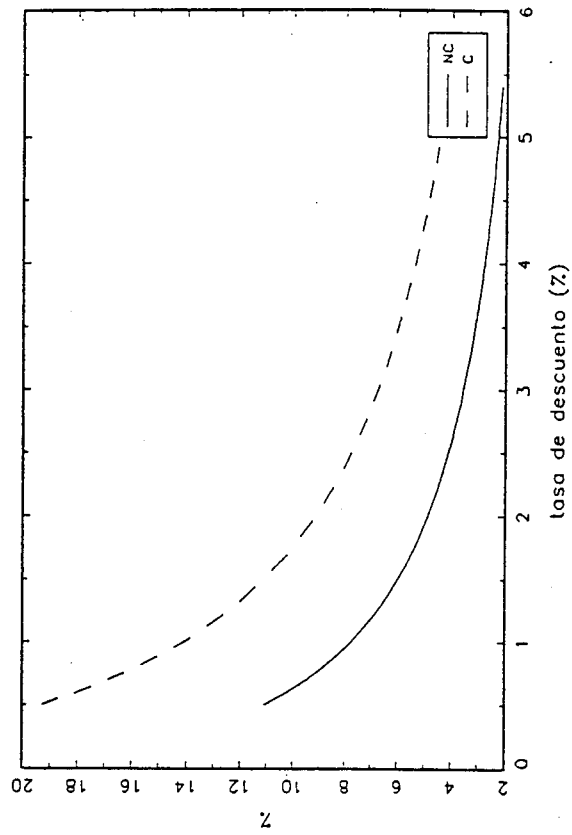


FIGURA 9(c): Pérdidas de bienestar futuras en valor presente

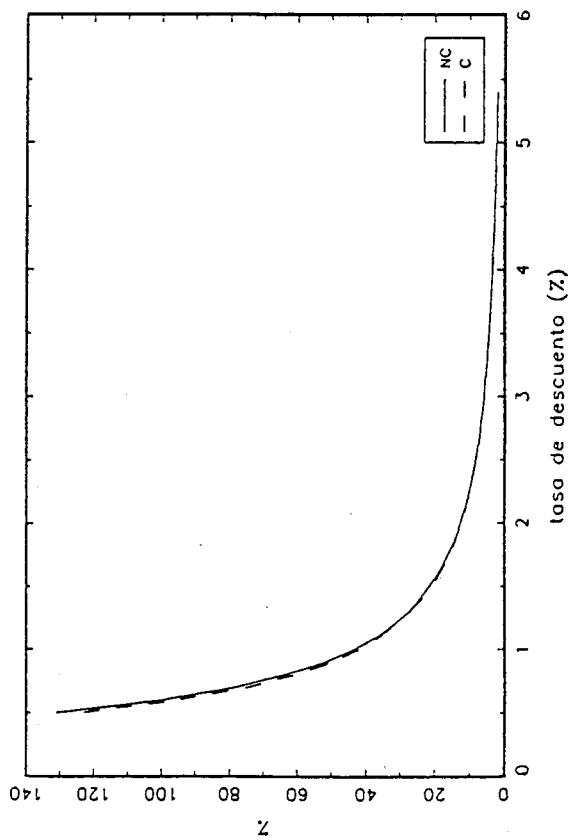


FIGURA 9(d): Ganancias potenciales de cooperación

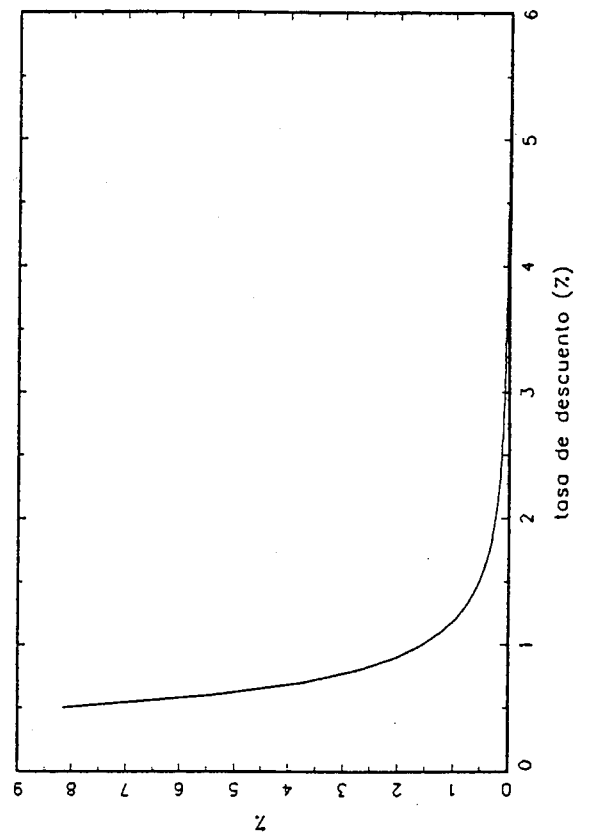


FIGURA 10(a): Concentración de GEI

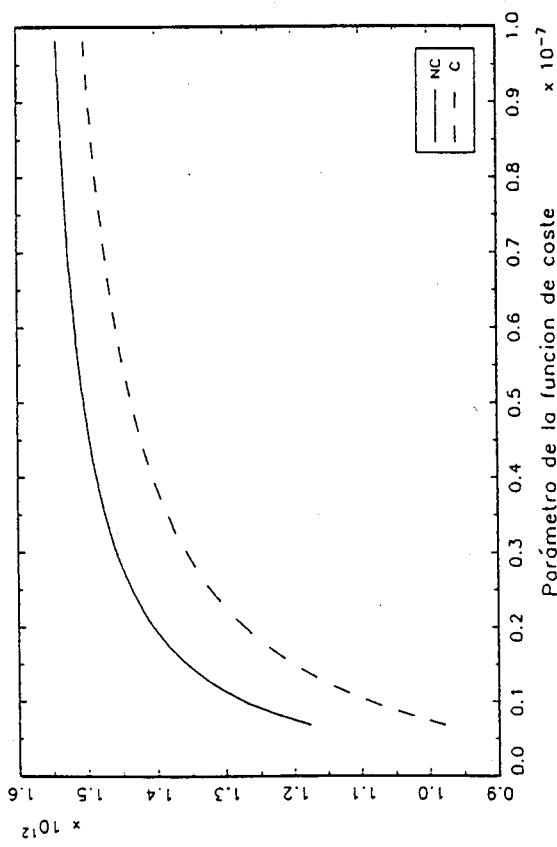


FIGURA 10(b): Reducción total de emisiones de GEI

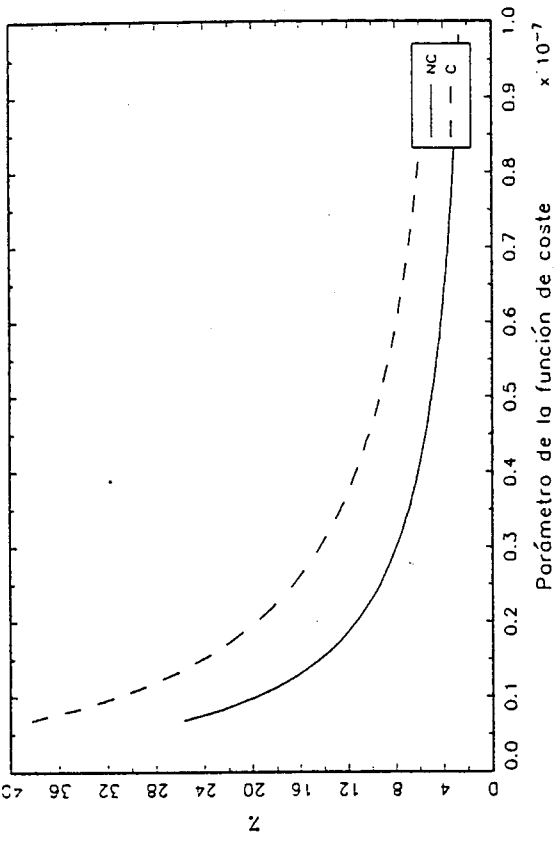


FIGURA 10(c): Pérdidas de bienestar futuras en valor presente

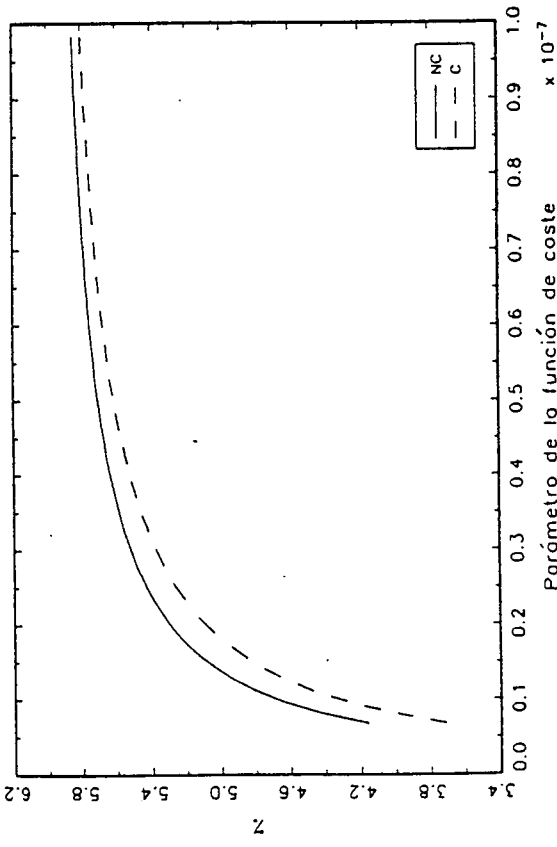


FIGURA 10(d): Ganancias potenciales de cooperación

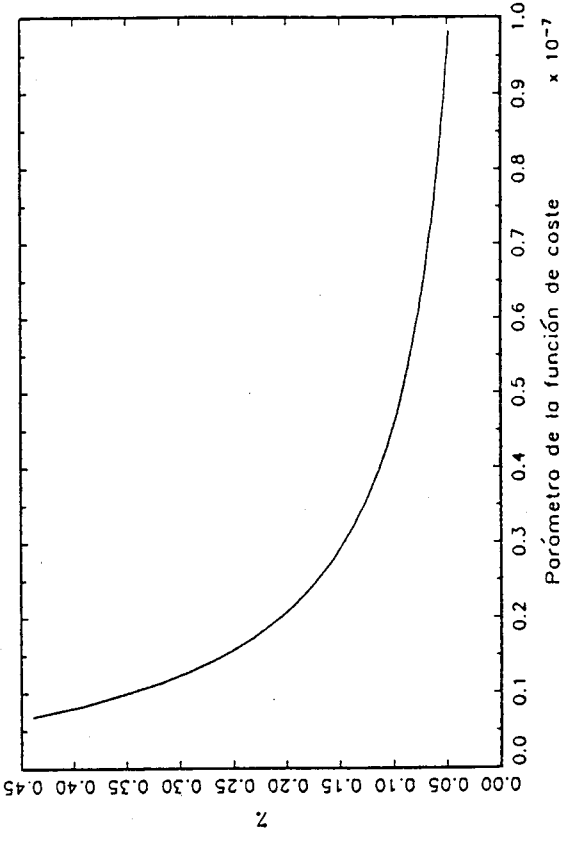


FIGURA 11(o): Concentración de GEI

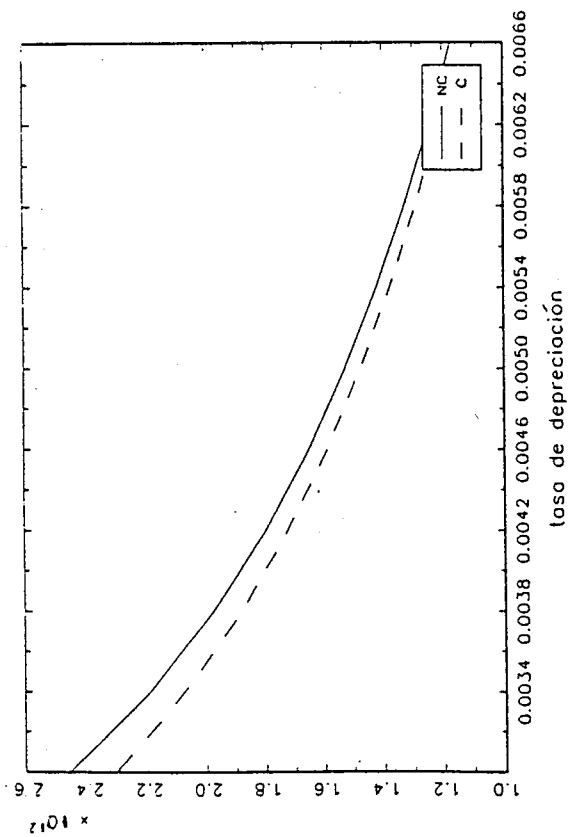


FIGURA 11(b): Reducción total de emisiones de GEI

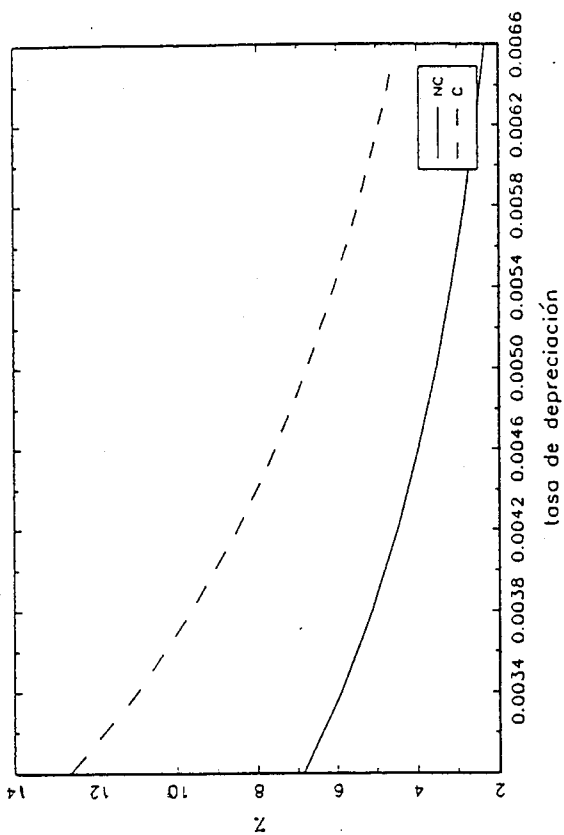


FIGURA 11(c): Pérdidos de bienestar futuros en valor presente

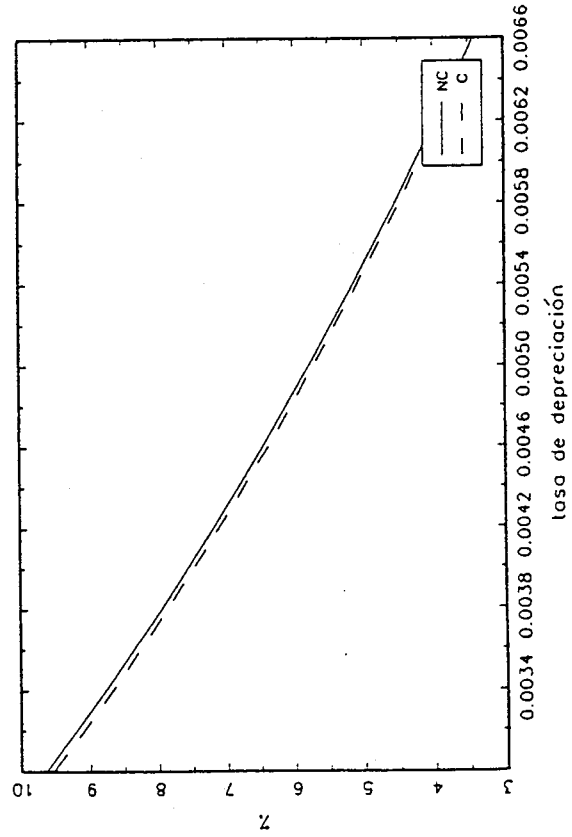


FIGURA 11(d): Ganancias potenciales de cooperación

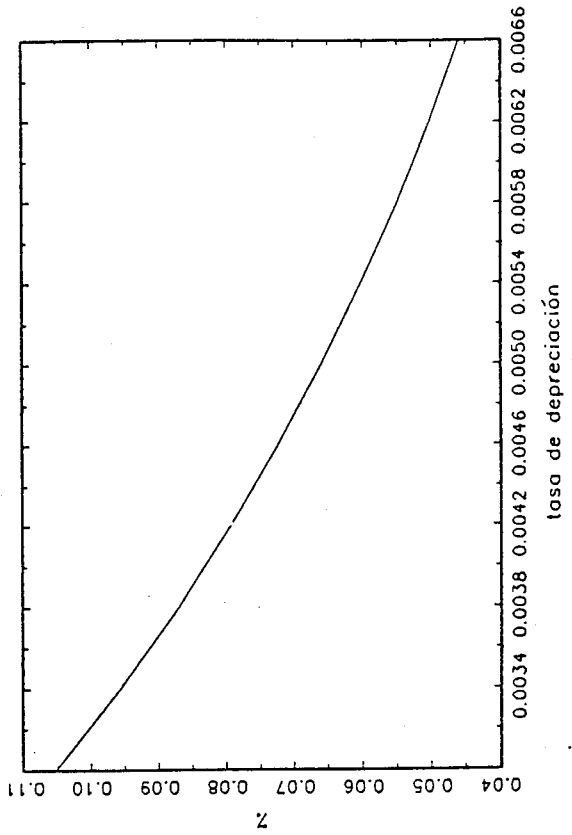


FIGURA 12(b): Reducción total de emisiones de GEI

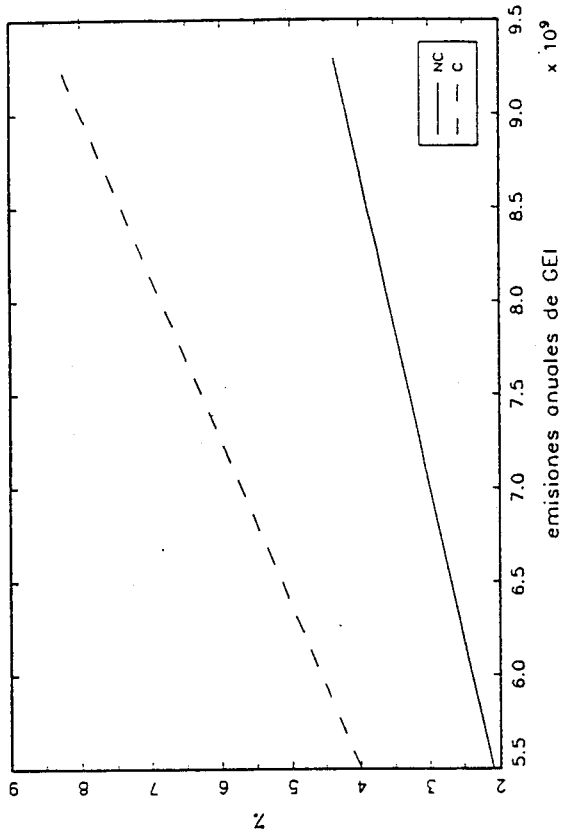


FIGURA 12(d): Ganancias potenciales de cooperación

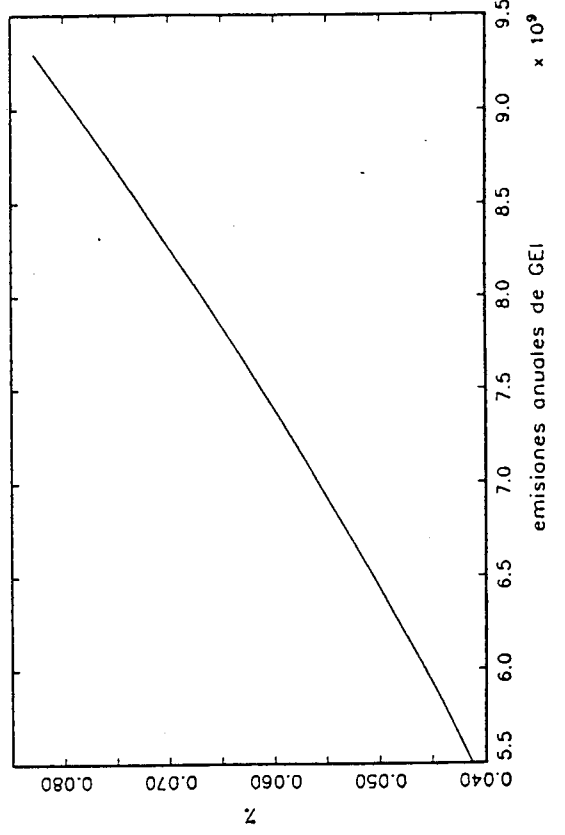


FIGURA 12(a): Concentración de GEI

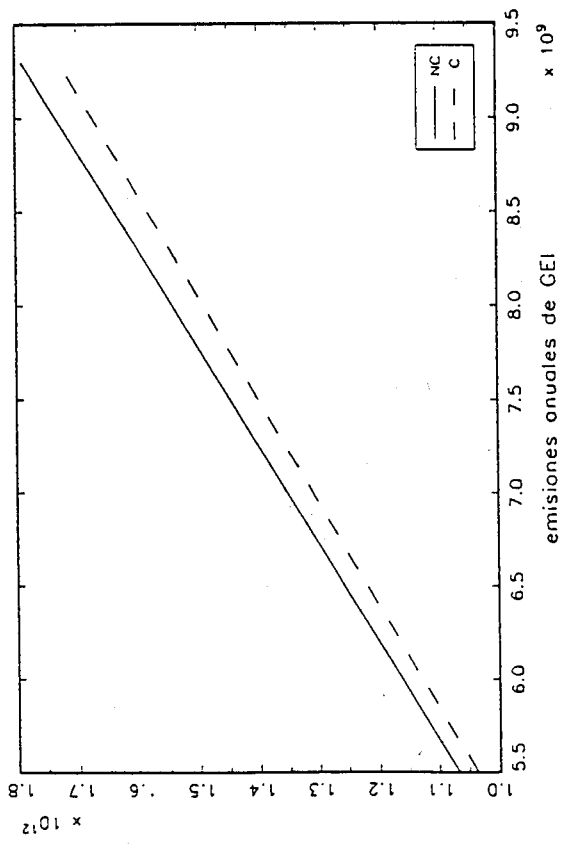


FIGURA 12(c): Pérdidas de bienestar futuras en valor presente

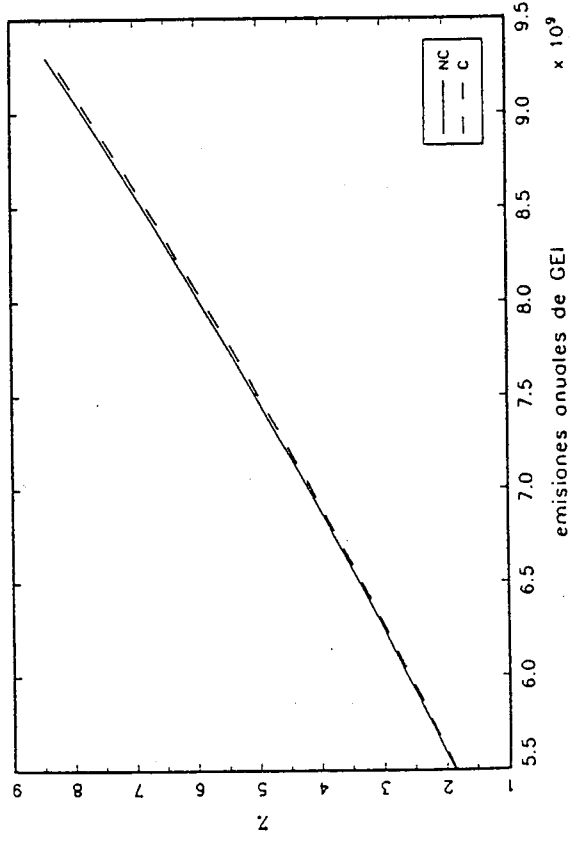
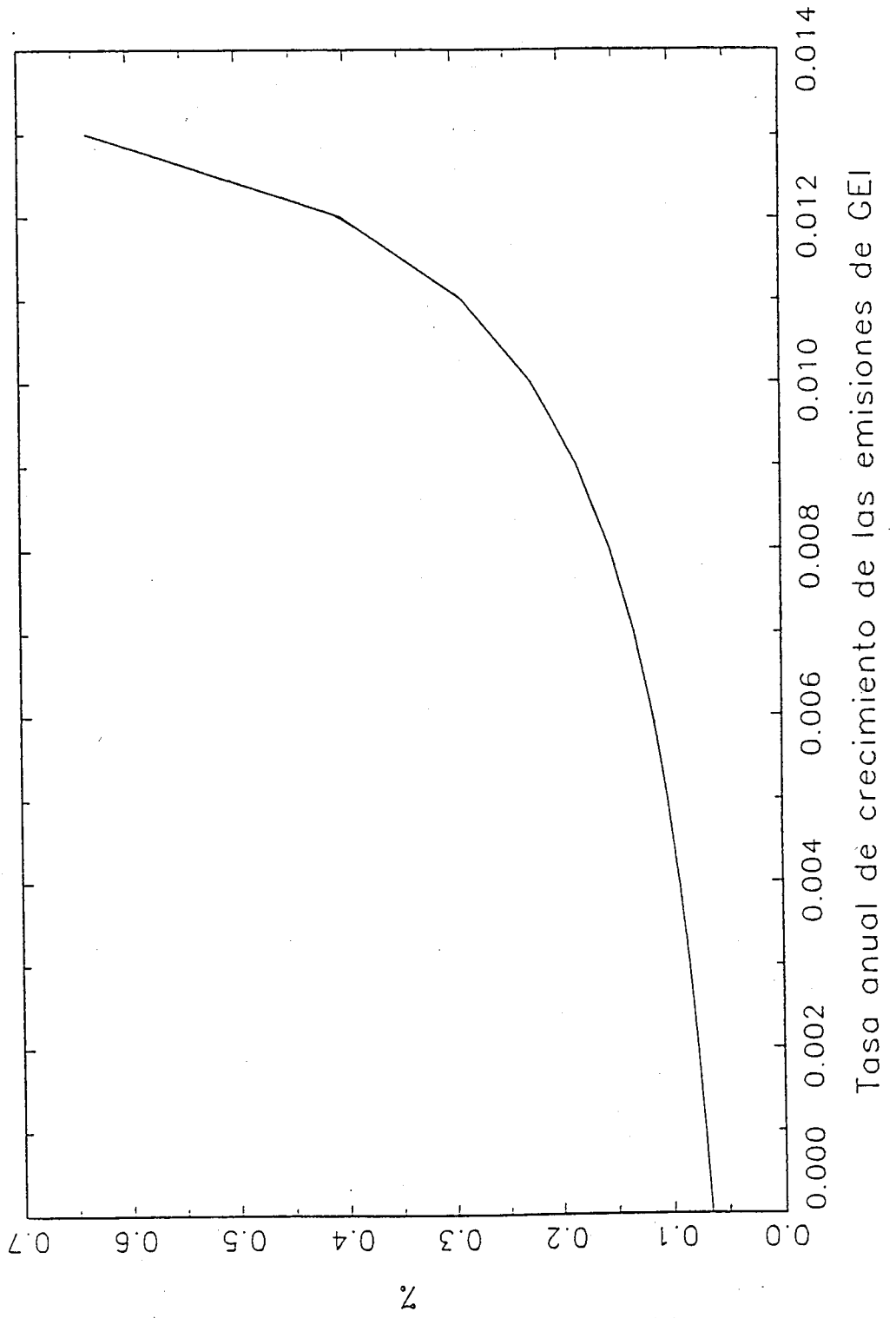


FIGURA 13: Ganancias potenciales de cooperación



REFERENCIAS

- [1] Azariadis, C. (1993). *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell, Oxford.
- [2] Barret, S. (1992). "International Environmental Agreements as Games". En Pethig, R. (ed.) *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. Springer-Verlag, Berlin.
- [3] Barret, S. (1994). "Self-Enforcing International Environmental Agreements". *Oxford Economics Papers*, 46, 878-894.
- [4] Basar, T. (1989). "Time Consistency and Robustness of Equilibria in Non-cooperative Dynamic Games". En Van der Ploeg, F. y A.J. de Zeeuw (eds.) *Dynamic Policy Games in Economics*. North-Holland, Amsterdam.
- [5] — y G.J. Oldser (1982). *Dynamic Non-Cooperative Game Theory*. Academic Press, London.
- [6] Carraro, C. y D. Siniscalco (1991). "The international protection of the environment: Voluntary agreements among sovereign countries". *Fondazione ENI Enrico Mattei, Nota di Lavoro* 1.91.
- [7] Cline, W.R. (1991). "Scientific Basis for the Greenhouse Effect". *The Economic Journal*, 101, 904-19.
- [8] Chander, P. y H. Tulkens (1992). "Theoretical foundations of negotiations and cost sharing in transfrontier pollution problems". *European Economic Review*, 36, 388-98.
- [9] Dockner, E. y N. Van Long (1993). "International Pollution Control: Cooperative versus Noncooperative Strategies". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 13-29.
- [10] Escapa, M. and M.J. Gutiérrez (1995a). "Quantifying Potential Gains from International Environmental Agreements: The case of the Greenhouse Effect". DT BILTOKI, 95-12 Universidad del País Vasco.
- [11] Escapa, M. y M.J. Gutiérrez (1995b). "Distribution of Potential Gains from International Environmental Agreements: The case of the Greenhouse Effect". SEEDS, D.P. 144.
- [12] Escapa, M. (1996). "Comparación de las Soluciones de Nash Open Loop y Feedback en un Modelo de Control de Polución", Mimeo, Universidad del País Vasco.

- [13] Eyckmans, J., S. Proost y E. Schokkaert (1993). "Efficiency and Distribution in Greenhouse Negotiations". *Kyklos*, 46, 363-97.
- [14] Falk, I. y R. Mendelsohn (1993). "The Economics of Controlling Stock Pollutants: An Efficient Strategy for the Greenhouse Gases". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 76-88.
- [15] IPCC (1990). "Intergovernmental Panel on Climate Change". En Houghton, R., Jenkins, G.J. y E. Ephraums (eds.), *Climate Change: the IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [16] Kverndokk, S. (1994). "Coalitions and Side Payments in International CO₂ Treaties". En van Ireland, E.C. (ed) *International environmental economics: Themes and applications to climatic change, acidification and international trade*. Elsevier Science Publishers.
- [17] Long, N. Van (1992). "Pollution Control: A Differential Game Approach". *Annals of Operations Research*, 37, 283-96.
- [18] Martin, W.E., Patrick R.H. y B. Tolwinski (1993). "A Dynamic Game of Transboundary Pollutant with Asymmetric Players". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 1-12.
- [19] Nordhaus, W.D. (1991). "To Slow or not to Slow: The Economics of the Greenhouse Effect". *The Economic Journal*, 101, 920-37.
- [20] Pearce, D.W. y R. Turner. (1990). *Economics of Natural Resources and the Environment*. BPC Wheatons Ltd, Exeter.
- [21] Perman, R. (1994). "The Economics of the Greenhouse Effect". *Journal of Economics Surveys*, 8, 99-132.
- [22] Petit, M.L. (1990). *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [23] Ploeg, F. van der y A.J. de Zeeuw (1992). "International Aspects of Pollution Control". *Environmental and Resource Economics*, 2, 117-39.
- [24] Really, J.M., J.A. Edmonds, R.H. Gardner, y A.L. Brenker (1987). "Uncertainty Analysis of the IER/ORAU CO₂ Emissions Model". *Energy Journal*, 8, 1-30.
- [25] Sargent, T.J. (1987). *Macroeconomic Theory*. Academic Press, London.
- [26] Tol, R.S.J. (1994). "The damage costs of climate change: a note on tangibles and intangibles, applied to DICE". *Energy Policy*, 22, 436-438.
- [27] Weitzman, M.L. (1994). "On the "Environmental" Discount Rate". *Journal of Environmental Economics and Management*, 26 200-209.

- [28] *World Resources (1992-93): a Guide to the Global Environment*. World Resources Institute. Oxford University Press.
- [29] Xepapadeas, A. (1994). "Optimal Management of the International Commons: Resource Use and Pollution Control". *Fondazione ENI Enrico Mattei*, Nota di Lavoro 4.94.
- [30] de Zeeuw, A. de y F. van der Ploeg (1991). "Differences Games and Policy Evaluation: A Conceptual Framework". *Oxford Economics Papers*, 43(4), 612-36.

CAPÍTULO 3

COMPARACIÓN DE LAS SOLUCIONES DE NASH OPEN LOOP Y FEEDBACK EN UN MODELO DINÁMICO DE CONTROL DE POLUCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

Algunos de los problemas medioambientales más importantes en la actualidad, como la destrucción de la capa de ozono, el aumento del efecto invernadero o la pérdida de la biodiversidad, pueden ser estudiados desde el punto de vista económico utilizando la teoría de los juegos diferenciales, que combina la teoría del control óptimo con la teoría de los juegos. La razón es que muchos de estos problemas tienen un carácter global, ya que afectan a recursos que son poseídos por todos los países del mundo en régimen de propiedad común, lo cual justifica la utilización de la teoría de los juegos. Además, tienen un carácter dinámico en tanto que el daño medioambiental se produce a lo largo del tiempo, lo cual justifica la utilización de la teoría del control óptimo.

Es sabido que, debido al carácter global de los problemas medioambientales mencionados, habitualmente las soluciones no cooperativas del juego diferencial no son eficientes en el sentido de Pareto, ya que es posible encontrar soluciones cooperativas donde el bienestar social de todos los países mejora.

El objetivo de este trabajo es analizar la forma en que las ganancias de bienestar, que pueden obtener los países al cooperar en materia medioambiental, dependen de cuál sea la solución elegida por los países en ausencia de cooperación. Para ello, se consideran las dos soluciones no cooperativas más utilizadas habitualmente: las soluciones de Nash *open loop* (NOL) y *feedback* (NF)

En Escapa y Gutiérrez (1995a, 1995b) se cuantifican las ganancias de bienestar que pueden obtener los países si deciden cooperar para reducir las emisiones de los gases de efecto invernadero y se analiza cómo se distribuyen dichas ganancias entre distintos bloques de países. En ambos trabajos se supone que en ausencia de cooperación los países utilizan siempre estrategias *open loop* para elegir la trayectoria óptima de sus variables de control. Una de las razones es que la solución NOL es relativamente fácil de determinar, ya que se basa en la aplicación del principio del mínimo de Pontryagin. Además, esta solución es consistente temporalmente en el sentido débil, es decir, los jugadores no tienen ninguna razón para desviarse en el futuro de las políticas óptimas si las decisiones adoptadas en el pasado no se han desviado de la solución óptima. Sin embargo, no es fácil justificar en la práctica ni la estructura informacional, ni la capacidad de compromiso en que se basa, ya que la solución NOL implica que los países

son capaces de comprometerse en el periodo actual a una determinada política medioambiental para los próximos periodos, en base únicamente a la información disponible actualmente sin posibilidad de revisarla en el futuro.

Es obvio pensar que, en realidad, los países tendrán opción de revisar sus acciones a medida que pasa el tiempo y reciben nueva información. Esto es precisamente lo que ocurre cuando los países utilizan estrategias *feedback*¹, pues en este caso cada país elige una regla de decisión que determina su política medioambiental óptima en función del valor corriente de la variable de estado. Esta solución es consistente temporalmente en el sentido fuerte, ya que los jugadores no tienen ninguna razón para desviarse en el futuro de las políticas óptimas incluso si las decisiones adoptadas en el pasado se han desviado de la solución óptima. Analíticamente, la obtención de la solución NF no es fácil, ya que hay que recurrir a métodos de programación dinámica y no siempre es posible obtener una solución explícita, sobre todo si hay más de dos jugadores y éstos no son idénticos.

Sólo bajo ciertas circunstancias, ambas soluciones no cooperativas coinciden², de manera que, habitualmente, las ganancias de cooperación serán diferentes dependiendo de qué tipo de estrategias utilicen los países al elegir sus políticas medioambientales óptimas en ausencia de cooperación.

En este trabajo se considera un modelo dinámico de control de polución en un contexto sencillo que permite comparar, explícitamente, las soluciones no cooperativas NOL y NF entre sí y, ambas a su vez con la solución cooperativa. El análisis muestra que, en términos de los valores que alcanzan las variables en el estado estacionario, la solución NF siempre está más alejada de la solución cooperativa que la solución NOL³. Este mismo resultado es obtenido por van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Cesar (1994) y Xepapadeas (1995) para modelos de control de polución similares al que se considera aquí, y por Reinganum y

¹ A veces, la solución de Nash *feedback* se denomina solución *closed loop*. Sin embargo, como señala Reinganum (1985), las estrategias *closed loop* dependen no sólo del valor corriente de las variables de estado sino también de las condiciones iniciales. Por tanto, todas las soluciones *feedback* constituyen soluciones *closed loop* pero lo contrario no se cumple.

² Por ejemplo, en el trabajo de Tavhonen (1994) ambas soluciones coinciden debido a que considera una función de daño lineal, que hace que la política medioambiental óptima para cada país sea independiente del valor inicial de las variables de estado.

³ Este resultado no es obvio ya que, por ejemplo, como señala Cesar (1994), en un contexto con incertidumbre y un solo jugador, la solución NF es mejor que la solución NOL.

Stokey (1985), Ferstlman y Kamien (1987) y Reynolds (1987) en trabajos de organización industrial.

El interés principal de este trabajo es comparar las tres soluciones en términos de bienestar. Sin embargo, a pesar de la sencillez del contexto considerado, sólo es posible comparar el nivel de bienestar en el estado estacionario, obteniéndose que la ganancia de cooperación es mayor cuando los países utilizan estrategias *feedback* que cuando utilizan estrategias *open loop*. Así, por ejemplo, las ganancias de cooperación obtenidas en Escapa y Gutiérrez (1995a), donde al igual que en este trabajo se consideran dos países idénticos, podrían ser mayores si en lugar de considerar la solución NOL se hubiese considerado la solución NF. No obstante, se va a mostrar numéricamente que, para los valores de los parámetros utilizados en dicho trabajo, la diferencia entre ambas soluciones no cooperativas es relativamente pequeña. Este resultado puede deberse no tanto al hecho de que se esté considerando un modelo con dos países iguales como a la propia especificación del modelo, ya que Cesar (1994) obtiene este mismo resultado para un modelo de control de polución como el que aquí se considera pero con dos países diferentes; sin embargo, cuando incluye en el modelo la acumulación de capital como una segunda variable de estado, la diferencia entre ambas soluciones no cooperativas aumenta.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo que se va a utilizar. En la sección 3 se calcula la solución cooperativa. En la sección 4 se caracterizan las soluciones no cooperativas de Nash *open loop* (NOL) y *feedback* (NF). En la sección 5 se comparan las tres soluciones entre sí. Finalmente, en la sección 6 se resumen las principales conclusiones obtenidas.

2. EL MODELO

Se considera un modelo dinámico en tiempo continuo donde los países se preocupan por el medio ambiente y quieren elegir de forma óptima su política para reducir las emisiones contaminantes vertidas a la atmósfera. Por simplicidad, se supone que hay 2 países idénticos que se denotan por $i = 1, 2$. El nivel total de emisiones, $E(t) = E_1(t) + E_2(t)$, viene determinado exógenamente por la actividad productiva de ambos países, de manera que la variable de control para cada país será el nivel de reducción de emisiones $x_i(t)$.

La evolución de la acumulación de polución en la atmósfera a lo largo del tiempo viene determinada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{S}(t) = E(t) - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t),$$

donde el parámetro $\delta \in (0, 1)$ denota la tasa de depreciación y puede interpretarse como la tasa natural a la que las emisiones contaminantes desaparecen de la atmósfera por periodo de tiempo.

Cada país está caracterizado por una función de pérdida de bienestar social aditiva y separable que es igual a una función de daño más una función de coste,

$$W_i(t) = D_i(S(t)) + C_i(x_i(t)).$$

La función de daño, $D_i(S(t))$, mide el daño social asociado a la acumulación de polución existente, mientras que la función de coste, $C_i(x_i(t))$, mide el coste de la política de reducción de emisiones elegida por cada país⁴.

Al igual que muchos de los trabajos existentes, (van Long (1992), van der Ploeg y de Zeeuw (1992) o Xepapadeas (1994)), se supone que las funciones de daño y de coste son convexas. Sin embargo, a diferencia de éstos, aquí se considera que la función de daño tiene un tramo decreciente. En concreto, se suponen las siguientes formas funcionales⁵,

$$D_i(S(t)) = aS(t) + \frac{b}{2}S(t)^2, \quad C_i(x_i(t)) = \frac{c}{2}x_i(t)^2,$$

donde b y c son parámetros positivos que representan las pendientes de las funciones de daño y coste marginal, respectivamente, y a es un parámetro no positivo que indica que la polución empieza a producir un daño económico positivo para niveles de concentración de polución mayores que $-\frac{a}{b}$. Además, y dado que el mínimo de la función de daño se alcanza para $S(t) = -\frac{a}{b}$, la función de daño será decreciente y negativa cuando $0 < S(t) < -\frac{a}{b}$ y creciente y negativa (positiva) cuando $-\frac{a}{b} < S(t) < -2\frac{a}{b}$ ($S(t) > -2\frac{a}{b}$). Esto es plausible si se considera que la función de daño mide la diferencia entre el beneficio económico derivado de la actividad productiva que causa las emisiones contaminantes, y el perjuicio económico que estas emisiones provocan a través de su acumulación

⁴ Una explicación detallada de los elementos que pueden caracterizar estas funciones se puede encontrar en Nordhaus (1991).

⁵ Falk y Mendelsohn (1993) utilizan el mismo tipo de funciones para simular su modelo.

en la atmósfera. Es lógico pensar que si la concentración de polución en la atmósfera es suficientemente pequeña el beneficio económico derivado de una emisión contaminante adicional puede ser mayor que el perjuicio, de manera que el daño económico marginal es negativo⁶.

En este contexto, se plantea un juego diferencial donde los países eligen sus políticas de reducción de emisiones, de forma que minimicen sus pérdidas de bienestar. En las siguientes secciones se obtienen la solución cooperativa de este juego así como las dos soluciones no cooperativas de Nash a las que ya se ha hecho referencia. Por simplicidad, todas las soluciones se obtienen suponiendo que las emisiones se mantienen constantes en el tiempo, es decir, $E(t) = E, \forall t$.

3. LA SOLUCIÓN COOPERATIVA

En un contexto de cooperación, los dos países eligen conjuntamente sus niveles de reducción de emisiones, $x_1(t)$ y $x_2(t)$, de forma que minimicen la suma descontada de sus futuras pérdidas de bienestar. Es decir,

$$\min_{x_1(t), x_2(t)} \int_0^{\infty} e^{-rt} [2aS(t) + bS(t)^2 + \frac{c}{2}x_1(t)^2 + \frac{c}{2}x_2(t)^2] dt$$

s. a.

$$\dot{S}(t) = E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t), \quad S(0) = S_0.$$

Debido a la simetría existente entre ambos países, la solución cooperativa que se obtiene resolviendo este problema (denominada *First Best*) es individualmente racional, es decir, garantiza que cada país obtiene una pérdida de bienestar estrictamente menor que en cualquier solución no cooperativa⁷.

⁶ Martin, Patrick y Tolwinski (1993) consideran un modelo donde la función de daño es creciente con la acumulación de polución para un país y decreciente para el otro, considerando así la posibilidad de que un país se beneficie y otro se vea perjudicado por el calentamiento global provocado por el aumento de la concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera.

⁷ Existen otras soluciones cooperativas alternativas, como la solución de Nash de regateo o la solución de Kalai-Smorodinsky, que satisfacen la propiedad de racionalidad individual incluso cuando los países no son iguales. En un contexto con países idénticos las tres soluciones cooperativas coinciden. Un ejemplo sobre la obtención de estas soluciones se puede encontrar en Escapa y Gutiérrez (1995b).

Dada la simetría entre ambos países el Hamiltoniano asociado a este problema puede escribirse de la siguiente manera,

$$H = e^{-rt}[2aS(t) + bS^2(t) + cx^2(t)] + \lambda(t)(E - 2x(t) - \delta S(t)),$$

donde $x(t) = x_1(t) = x_2(t)$ y $\lambda(t)$ es la variable de coestado.

Las condiciones de primer orden son,

$$\frac{\partial H}{\partial x(t)} = 0 \Rightarrow e^{-rt}cx(t) = \lambda(t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial S(t)} = -\dot{\lambda}(t) \Rightarrow e^{-rt}2(a + bS(t)) - \lambda(t)\delta = -\dot{\lambda}(t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda(t)} = \dot{S}(t) \Rightarrow E - 2x(t) - \delta S(t) = \dot{S}(t) \quad (3)$$

Operando con las ecuaciones (1) y (2) se obtiene que,

$$cx(t) = \frac{2(a + bS(t)) + c\dot{x}(t)}{(\delta + r)}. \quad (4)$$

Esta ecuación muestra que a lo largo de la trayectoria óptima, el coste marginal de reducir las emisiones en cada país (lado izdo.) debe ser igual al valor presente del daño marginal derivado de la última emisión no eliminada (lado dcho.), que incluye el daño marginal ocasionado a ambos países por la acumulación de polución más el cambio en el coste marginal debido a la última emisión no eliminada.

Reescribiendo las ecuaciones (3) y (4) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= E - 2x(t) - \delta S(t) \\ \dot{x}_i(t) &= (\delta + r)x(t) - \frac{2a}{c} - \frac{2b}{c}S(t), \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (5)$$

Este sistema no homogéneo determina la trayectoria temporal óptima de la reducción de emisiones para cada país, así como del nivel acumulado de polución, de manera que resolviéndolo se obtiene la solución cooperativa⁸. Esta solución se denota mediante un superíndice ^C y es caracterizada en la proposición siguiente.

⁸ Dado que las funciones objetivo son cuadráticas y la ecuación que define la evolución de la acumulación de polución es lineal, las condiciones necesarias de optimalidad son también suficientes y, además, la solución obtenida es única (cap.5 Petit (1990)).

PROPOSICIÓN 1: *La solución cooperativa viene determinada por,*

$$S^C(t) = \bar{S}^C + (S_0 - \bar{S}^C)e^{mt},$$

$$x_i^C(t) = \bar{x}_i^C - \frac{(m + \delta)}{2}(S_0 - \bar{S}^C)e^{mt} \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

donde

$$m = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 16\frac{b}{c}}}{2} < 0$$

$$\bar{S}^C = \frac{Ec(\delta + r) - 4a}{\delta c(\delta + r) + 4b} \quad (6.1)$$

$$\bar{x}_i^C = 2 \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 4b} \quad (6.2)$$

Prueba: Ver Apéndice.

Se puede comprobar fácilmente que, en el estado estacionario, el nivel de acumulación de polución es estrictamente positivo mientras que la reducción de emisiones puede ser negativa si las emisiones no son suficientemente altas. En concreto, $\bar{x}_i^C > 0 \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}$, donde $\frac{E}{\delta}$ se puede interpretar como el valor presente (descontado en términos de depreciación) de todas las emisiones futuras y $-\frac{a}{b}$ es el nivel de acumulación de polución a partir del cual la función de daño empieza a ser creciente. Por tanto, la política óptima para los países podría consistir en aumentar sus emisiones en lugar de reducirlas. Esto ocurrirá si la concentración de polución es tal que, el tramo relevante de la función de daño para ambos países es decreciente y negativo, de manera que aumentos de la acumulación de polución en la atmósfera provocan un daño marginal negativo.

4. LA SOLUCIÓN NO COOPERATIVA DE NASH

La solución no cooperativa del juego diferencial planteado será diferente en función de los supuestos que se hagan acerca de la estructura informacional de cada país y, por tanto, del tipo de estrategias que éstos utilicen para elegir sus políticas óptimas de reducción de emisiones. En este trabajo, se consideran dos posibles soluciones no cooperativas.

En primer lugar, se obtiene la solución de Nash *open loop* (NOL) que se basa en una estructura informacional tal que cada país sólo conoce el valor inicial de

la concentración de polución. Dado ese valor inicial, cada país elige al principio del juego su política óptima de reducción de emisiones para todo el horizonte de planificación. Esto implica que la política óptima para cada país dependerá sólo del tiempo y no del valor corriente de la variable de estado. Esta solución se obtiene fácilmente utilizando el principio del mínimo de Pontryagin y, como ya se ha explicado en la introducción, es consistente temporalmente en el sentido débil. En segundo lugar, se obtiene la solución de Nash *feedback* (NF) que supone una estructura informacional tal que los países conocen el valor de la acumulación de polución en cada periodo. En este caso, la política óptima para cada país no depende del tiempo sino del valor corriente de la concentración de polución. Esta solución es consistente temporalmente en el sentido fuerte y se obtiene utilizando técnicas de programación dinámica.

4.1. Solución no cooperativa de Nash *open loop* (NOL)

Cada país elige su política de reducción de emisiones, $x_i(t)$, de manera que minimice el valor presente de sus futuras pérdidas de bienestar dado el nivel inicial de acumulación de polución y dada la política de reducción de emisiones elegida por el otro país. Es decir, $\forall i = 1, 2$,

$$\min_{x_i(t)} \int_0^{\infty} e^{-rt} [aS(t) + \frac{b}{2}S(t)^2 + \frac{c}{2}x_i(t)^2] dt$$

s.a.

$$\dot{S}(t) = E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t), \quad S(0) = S_0.$$

$$x_j(t) \text{ dado, } (j = 1, 2, i \neq j)$$

El Hamiltoniano correspondiente a cada país en este problema es,

$$H_i = e^{-rt} [aS(t) + \frac{b}{2}S(t)^2 + \frac{c}{2}x_i(t)^2] + \lambda_i(t) [E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t)], \quad i = 1, 2,$$

siendo $\lambda_i(t)$ la variable de coestado. Las condiciones de primer orden de este problema son,

$$\frac{\partial H}{\partial x_i(t)} = 0 \Rightarrow e^{-rt} cx_i(t) - \lambda_i(t) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial S(t)} = -\dot{\lambda}_i(t) \Rightarrow e^{-rt}(a + bS(t)) - \lambda_i(t)\delta = -\dot{\lambda}_i(t) \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_i(t)} = \dot{S}(t) \Rightarrow E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t) = \dot{S}(t) \quad (9)$$

Operando con las ecuaciones (7) y (8) se obtiene,

$$cx_i(t) = \frac{(a + bS(t)) + c\dot{x}_i(t)}{(\delta + r)}. \quad (10)$$

Esta ecuación tiene una interpretación similar a la ecuación (4) obtenida en el caso cooperativo, con la diferencia de que ahora en el lado izquierdo aparece no el daño marginal total sino el daño marginal correspondiente a cada país.

A partir de las condiciones de primer orden se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales que determinan la trayectoria temporal de la acumulación de polución y de la reducción de emisiones,

$$\dot{S}(t) = E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t)$$

$$\dot{x}_i(t) = (\delta + r)x_i(t) - \frac{a}{c} - \frac{b}{c}S(t), \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

Resolviendo este sistema no homogéneo de ecuaciones diferenciales de primer orden se obtiene la solución NOL⁹, que se denota mediante un superíndice ^{OL}.

PROPOSICIÓN 2: *La solución NOL viene determinada por,*

$$S^{OL}(t) = \bar{S}^{OL} + (S_0 - \bar{S}^{OL})e^{dt},$$

$$x_i^{OL}(t) = \bar{x}_i^{OL} - \frac{(d + \delta)}{2}(S_0 - \bar{S}^{OL})e^{dt} \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

donde

$$d = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 8\frac{b}{c}}}{2}, < 0$$

$$\bar{S}^{OL} = \frac{Ec(\delta + r) - 2a}{\delta c(\delta + r) + 2b}, \quad (12.1)$$

$$\bar{x}_i^{OL} = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b}. \quad (12.2)$$

Prueba: Ver Apéndice.

Al igual que ocurre en la solución cooperativa, se puede comprobar fácilmente que en el estado estacionario correspondiente a la solución NOL, la acumulación de polución es estrictamente positiva mientras que la reducción de emisiones

⁹ Ver nota (8).

puede ser negativa si las emisiones no son suficientemente altas. De hecho, la condición para que la reducción de emisiones sea positiva en el estado estacionario es la misma que la obtenida para la solución cooperativa: $\bar{x}^{OL} > 0 \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}$.

4.2. Solución no cooperativa de Nash *feedback* (NF)

Se supone que los países utilizan estrategias *feedback* lineales, de forma que el nivel de reducción de emisiones elegido por los países en cada periodo depende linealmente del valor corriente de la acumulación de polución. Una de las razones para considerar sólo estrategias lineales es que, como prueban Tsutsui y Mino (1990), en un modelo lineal cuadrático con una variable de estado y un horizonte temporal infinito si se supone que los países utilizan estrategias *feedback* no lineales existe la posibilidad de múltiples equilibrios¹⁰.

Dado el modelo considerado, la solución no cooperativa NF, que se denota mediante un superíndice F , debe satisfacer la siguiente ecuación de Bellman, $\forall i = 1, 2$,

$$rV_i(S(t)) = \min_{x_i(t)} \left(aS(t) + \frac{b}{2}S^2(t) + \frac{c}{2}x_i^2(t) + V_i'(S(t))[E - x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t)] \right),$$

donde la función $V_i(S(t))$ es la función de valor, que indica la mínima pérdida de bienestar que obtendría el país i para una acumulación de polución $S(t)$, y $V_i'(S(t))$ es su derivada y ejerce el papel de variable de coestado¹¹.

Realizando la minimización de la parte derecha de la ecuación de Bellman se obtiene la siguiente condición necesaria,

$$cx_i(t) = V_i'(S(t)), \quad i = 1, 2. \quad (13).$$

Teniendo en cuenta que $V_i'(S(t))$ es la variable de coestado se puede escribir¹²,

$$\dot{V}_i'(S(t)) = rV_i'(S(t)) - (a + bS(t)) + V_i'(S(t))\left(\delta + \frac{dx_j}{dS(t)}\right),$$

¹⁰ Un ejemplo de múltiples equilibrios *feedback* en estrategias no lineales se puede encontrar en Dockner y Long (1993).

¹¹ En este caso la función de valor no depende del tiempo ya que éste sólo entra en la función objetivo a través del término de descuento (Kamien y Schwartz (1991)).

¹² Ver Escriche y Rubio (1996).

y resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene,

$$V_i'(S(t)) = \int_t^{\infty} e^{-(r+\delta+\frac{dx_i}{dS(t)})\tau} (a + bS(t)) d\tau,$$

de manera que $V_i'(S(t))$ se puede interpretar como el daño marginal que la última emisión no eliminada en el periodo t , ocasiona al país i a través del aumento en la acumulación de polución que dicha emisión provoca. Por tanto, la ecuación (13) tiene una interpretación similar a la ecuación (10) obtenida para la solución NOL, con la diferencia de que ahora el factor de descuento es mayor, ya que junto al tipo de interés (r) y la tasa de depreciación (δ) aparece el término $(\frac{dx_i}{dS(t)})$ que, como se demuestra más adelante, es positivo.

Sustituyendo la ecuación (13) en la ecuación de Bellman correspondiente a cada país y operando se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} rV_1(S(t)) &= aS(t) + \frac{b}{2}S^2(t) - \frac{V_1'(S(t))^2}{2c} + V_1'(S(t))\left[E - \frac{V_2'(S(t))}{c} - \delta S(t)\right], \\ rV_2(S(t)) &= aS(t) + \frac{b}{2}S^2(t) - \frac{V_2'(S(t))^2}{2c} + V_2'(S(t))\left[E - \frac{V_1'(S(t))}{c} - \delta S(t)\right]. \end{aligned}$$

Puede observarse que, debido a la simetría entre los países, ambas ecuaciones tienen idéntica estructura y, por tanto, será suficiente con resolver una de las dos. Dado que la función de pérdida de bienestar es cuadrática y el horizonte temporal infinito, se propone como solución la siguiente función de valor cuadrática,

$$V_i(S(t)) = \frac{\alpha_i}{2}S^2(t) + \beta_i S(t) + \gamma_i \quad i = 1, 2 \quad (14)$$

con coeficientes constantes, de forma que $V_i'(S(t)) = \alpha_i S(t) + \beta_i$.

Dada esta función de valor propuesta y teniendo en cuenta la ecuación (13), la estrategia *feedback* óptima para reducir emisiones en cada país es,

$$x_i^F = \frac{\alpha_i S(t) + \beta_i}{c},$$

de manera que la reducción de emisiones será creciente con $S(t)$ si $\alpha_i > 0$.

Para obtener la trayectoria óptima de la acumulación de polución en la solución NF, se sustituye la estrategia *feedback* óptima para cada país en la ecuación diferencial que define $\dot{S}(t)$ obteniendo que

$$\dot{S}(t) = E - S(t)\left(\delta + \frac{\alpha_i + \alpha_j}{c}\right) - \frac{\beta_i + \beta_j}{c}.$$

Resolviendo esta ecuación diferencial se tiene que

$$S(t)^F = \bar{S}^F + (S_0 - \bar{S}^F)e^{-(\delta + \frac{\alpha_i + \alpha_j}{c})t} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}^F = \frac{Ec - (\beta_i + \beta_j)}{\delta c + (\alpha_i + \alpha_j)}. \quad (15)$$

Finalmente, hay que determinar adecuadamente los coeficientes α_i , β_i y γ_i . Para ello, se sustituye la función de valor propuesta y su derivada en la ecuación de Bellman obteniéndose,

$$r \left[\frac{\alpha_i}{2} S^2(t) + \beta_i S(t) + \gamma_i \right] = aS(t) + \frac{b}{2} S^2(t) - \frac{(\alpha_i S(t) + \beta_i)^2}{2c} + (\alpha_i S(t) + \beta_i) \left[E - \frac{(\alpha_j S(t) + \beta_j)}{c} - \delta S(t) \right].$$

Operando en el lado derecho de esta igualdad y agrupando términos,

$$r \left[\frac{\alpha_i}{2} S^2(t) + \beta_i S(t) + \gamma_i \right] = \left[\frac{b}{2} - \frac{\alpha_i^2}{2c} - \alpha_i \delta - \frac{\alpha_i \alpha_j}{c} \right] S^2(t) + \left[a - \frac{\alpha_i \beta_i}{c} + \alpha_i E(t) - \frac{\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i}{c} - \beta_i \delta \right] S(t) + \left(\beta_i E(t) - \frac{\beta_i^2}{2c} - \frac{\beta_i \beta_j}{c} \right).$$

Igualando los coeficientes de $S(t)^2$, $S(t)$ y los términos constantes en ambos lados de la igualdad, se obtienen las siguientes ecuaciones que determinan el valor de los coeficientes α_i , β_i y γ_i ,

$$\alpha_i^2 + \alpha_i 2c \left(\frac{r}{2} + \delta + \frac{\alpha_j}{c} \right) - bc = 0, \quad (16)$$

$$r\beta_i = a - \frac{\alpha_i \beta_i}{c} + \alpha_i E(t) - \frac{\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i}{c} - \beta_i \delta, \quad (17)$$

$$r\gamma_i = \beta_i E(t) - \frac{\beta_i^2}{2c} - \frac{\beta_i \beta_j}{c}. \quad (18)$$

LEMA 1: *Las estrategias feedback para reducir emisiones son simétricas para ambos países, ya que la condición de convergencia de la acumulación de polución al estado estacionario exige que $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$, de forma que, $\beta_i = \beta_j = \beta$ y, por tanto,*

$$x_1^F(S(t)) = x_2^F(S(t)) = \frac{\alpha S(t) + \beta}{c}.$$

Prueba: Ver Apéndice.

Utilizando estos resultados previos, la siguiente proposición caracteriza la solución no cooperativa de Nash *feedback*.

PROPOSICIÓN 3: *La solución no cooperativa NF viene determinada por*

$$S^F(t) = \bar{S}^F + (S_0 - \bar{S}^F)e^{ft},$$

$$x_i^F(t) = \frac{1}{c}(\alpha S^F(t) + \beta), \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

donde,

$$f = -\left(\delta + \frac{2\alpha}{c}\right) = \frac{r - \delta - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 12\frac{b}{c}}}{6} < 0,$$

$$\bar{S}^F = \frac{Ec - 2\beta}{\delta c + 2\alpha}, \quad (19.1)$$

$$\alpha = \frac{-\frac{a}{2}(r + 2\delta) + \sqrt{\frac{a^2}{4}(r + 2\delta)^2 + 3bc}}{3} > 0, \quad (19.2)$$

$$\beta = \frac{a + \alpha E}{r + \delta + \frac{3\alpha}{c}}, \quad (19.3)$$

$$\gamma = \frac{\beta}{r} \left(E - \beta \frac{3}{2c}\right).$$

Prueba: Ver Apéndice.

Al igual que ocurre en la solución cooperativa y en la solución NOL, la acumulación de polución en el estado estacionario correspondiente a la solución NF es estrictamente positiva, mientras que la reducción de emisiones puede ser negativa. Como se demuestra en el Apéndice, la reducción óptima de emisiones en el estado estacionario puede expresarse como, $\bar{x}_i^F = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b + \alpha\delta}$, donde es fácil comprobar que la condición para que la reducción de emisiones sea positiva es la misma que la obtenida en la solución cooperativa y en la solución NOL, es decir, $\bar{x}_i^F > 0 \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}$.

5. COMPARACIÓN DE LAS DIFERENTES SOLUCIONES

En este apartado se comparan los resultados de las tres soluciones obtenidas en los apartados anteriores. En primer lugar, se realiza la comparación en términos del valor que alcanzan la concentración de polución y la reducción de emisiones en el estado estacionario. Como se prueba en la siguiente proposición, si las emisiones son suficientemente altas, la concentración de polución es mayor (y la reducción de emisiones menor) en la solución NF que en la solución NOL

y, en ambas, mayor (menor) que en la solución cooperativa. Esto significa que cuando un país utiliza estrategias *feedback* tiene incentivos a elegir en cada periodo un menor nivel de reducción de emisiones que si utilizase estrategias *open loop* haciendo así que la acumulación de polución sea mayor. La razón para reducir menos las emisiones es que cuando se utilizan estrategias *feedback*, cada país tiene en cuenta que en el siguiente periodo se va a beneficiar de la mayor reducción de emisiones que realicen el resto de países al observar la mayor acumulación de polución. Esto no ocurre, sin embargo, cuando los países utilizan estrategias *open loop*, dado que en este caso la reducción de emisiones que realiza cada país no depende del valor corriente de la acumulación de polución.

PROPOSICIÓN 4: $\bar{S}^F > \bar{S}^{OL} > \bar{S}^C$ y $\bar{x}_i^F < \bar{x}_i^{OL} < \bar{x}_i^C$ si y sólo si el nivel de emisiones exógenas es tal que, $\frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}$.

Prueba: Ver Apéndice.

Esta relación entre las tres soluciones es obtenida también por van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Cesar (1994) y Xepapadeas (1995), pero para cualquier nivel de emisiones, ya que no consideran el tramo decreciente y negativo de la función de daño que aquí se ha considerado. Dada la especificación utilizada en este trabajo para la función de daño, lo que ocurre es que si las emisiones no son suficientemente altas¹³, la acumulación de polución en el estado estacionario es tal que cada país se sitúa en el tramo decreciente de su función de daño. Esto significa que la concentración de polución está produciendo un daño económico negativo de manera que los países no reducirán sus emisiones sino que estarán interesados en aumentarlas¹⁴. En este caso, la acumulación de polución será menor en la solución NF que en la solución NOL y, en ambos casos menor que en la solución cooperativa.

A continuación, se comparan las tres soluciones consideradas en términos de la velocidad a la que se alcanza el estado estacionario en cada una de ellas.

¹³ En concreto, si el valor presente (descontada la depreciación) de todas las emisiones futuras, $\frac{E}{\delta}$, es menor que $-\frac{a}{b}$.

¹⁴ Esto es posible cuando el beneficio económico derivado de la actividad productiva que causa las emisiones es mayor que el perjuicio derivado de la acumulación de estas emisiones en la atmósfera. Éste ha sido durante años el caso de las emisiones de dióxido de carbono (CO_2) que contribuyen al efecto invernadero.

PROPOSICIÓN 5: *El estado estacionario se alcanza más rápidamente cuando los países cooperan que cuando no hay cooperación. Además, cuando no hay cooperación el estado estacionario se alcanza más rápidamente si los países utilizan estrategias open loop que si utilizan estrategias feedback.*

Prueba: Observando las expresiones que determinan la trayectoria temporal de la acumulación de polución y de la reducción de emisiones en la solución cooperativa y en las soluciones no cooperativas NOL y NF (ecuaciones (6), (12) y (19), respectivamente) se puede observar que, la diferencia en la velocidad de convergencia al estado estacionario queda determinada por las diferencias existentes entre el valor de las siguientes expresiones que aparecen en las funciones exponenciales de cada una de las soluciones,

$$m = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 16\frac{b}{c}}}{2}, d = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 8\frac{b}{c}}}{2}, f = \frac{r - \delta - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 12\frac{b}{c}}}{3}.$$

Comparando estas tres expresiones es inmediato comprobar que se cumple que, $|m| > |d| > |f|$ (Q.E.D.).

Finalmente, se comparan estas tres soluciones en términos de bienestar. Obsérvese que, si las emisiones son suficientemente altas, en el estado estacionario se cumple que $\bar{S}^F > \bar{S}^{OL} > \bar{S}^C$ y $\bar{x}_i^F < \bar{x}_i^{OL} < \bar{x}_i^C$. Esto implica que, por ejemplo, en la solución NF el daño medioambiental debido a la acumulación de polución es mayor que en las otras dos soluciones pero el coste debido a la reducción de emisiones es menor, de manera que no se puede asegurar a priori que la pérdida de bienestar en la solución NF será mayor que en las otras dos soluciones.

De momento, no se ha conseguido comparar las tres soluciones en términos del valor presente de todas las pérdidas de bienestar correspondientes a cada país a lo largo de la trayectoria óptima. Sin embargo, como muestra la siguiente proposición, en el estado estacionario se cumple que la pérdida de bienestar correspondiente a la solución NF es mayor que la pérdida de bienestar en la solución NOL y ésta a su vez menor que la pérdida de bienestar en la solución cooperativa.

PROPOSICIÓN 6: *En términos del estado estacionario, la ganancia de bienestar que pueden obtener los países al cooperar es mayor si utilizan estrategias feedback en ausencia de cooperación que si utilizan estrategias open loop, es decir, $W_i^F(\bar{S}^F, \bar{x}_i^F) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) > W_i^{OL}(\bar{S}^{OL}, \bar{x}_i^{OL}) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) > 0$.*

Prueba: Ver Apéndice.

Este resultado pone de manifiesto que es importante conocer el comportamiento de los países en ausencia de cooperación para calcular las ganancias de bienestar que éstos pueden obtener al cooperar. No obstante, se va a ilustrar numéricamente que en algunos casos la diferencia entre la solución NOL y la solución NF es casi inapreciable, de manera que las ganancias de cooperación son prácticamente iguales, independientemente de cuál sea la solución no cooperativa considerada. Para ello, se aplica el modelo de control de polución aquí considerado al problema del control de los gases de efecto invernadero (GEI). Siguiendo el trabajo de Escapa y Gutiérrez (1995a) se consideran los siguientes valores para los parámetros del modelo: $a = -0.125$, $b = 3.125 \times (10^{-13})$, $c = 7.182 \times (10^{-8})$, $\delta = 0.005$, $r = 0.03$, $S_0 = 800 \times (10^9)$ y $E = 7.92 \times (10^9)$.

La Tabla 1 muestra la acumulación de GEI y la reducción de emisiones correspondiente a cada una de las tres soluciones en el estado estacionario. Se puede observar que los valores correspondientes a las soluciones no cooperativas NOL y NF son prácticamente iguales.

TABLA 1: Valores Estacionarios en cada solución.

SOLUCIÓN	ACUMULACIÓN DE GEI*	REDUCCIÓN TOTAL DE EMISIONES*
cooperativa	1476	0.534 (6.76%)
no cooperativa NOL	1527	0.280 (3.54%)
no cooperativa NF	1528	0.279 (3.53%)

*Las cantidades están expresadas en billones de toneladas. Entre paréntesis se indica el nivel de reducción de emisiones como porcentaje de las emisiones totales.

Calculando el valor presente de todas las futuras pérdidas de bienestar correspondientes a cada país en cada una de las soluciones, se obtiene que éstas son iguales a 554.87 billones de dólares en la solución cooperativa, 561.22 en la solución NOL y 561.26 en la solución NF. Por tanto, aunque la ganancia de bienestar que puede obtener cada país al cooperar es mayor si en ausencia de cooperación utiliza estrategias *feedback* en lugar de estrategias *open loop*, la diferencia es muy pequeña. En términos porcentuales, pasar de la solución NOL a

la solución cooperativa implica una ganancia de bienestar del 1.131% del PIB de cada país, mientras que pasar de la solución NF a la solución cooperativa implica una ganancia de bienestar del 1.138% del PIB de cada país.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se utiliza la teoría de los juegos dinámicos para estudiar problemas medioambientales que tienen un carácter global, en tanto que afectan a recursos que, como la atmósfera, son poseídos por todos los países del mundo en régimen de propiedad común, y que a la vez son problemas dinámicos, ya que el daño medioambiental se produce a lo largo del tiempo. El carácter global de estos problemas hace que, habitualmente, las soluciones no cooperativas no sean eficientes en el sentido de Pareto, siendo posible encontrar soluciones cooperativas donde el bienestar social de todos los países mejora.

El principal objetivo de este trabajo es analizar la forma en que las ganancias de bienestar que pueden obtener los países al cooperar en materia medioambiental dependen de cuál sea la solución elegida por los países en ausencia de cooperación. Para ello, se consideran dos soluciones no cooperativas, la solución de Nash *open loop* (NOL) y la solución de Nash *feedback* (NF). Estas dos soluciones se diferencian por el tipo de estructura informacional y la capacidad de compromiso que suponen que tienen los jugadores. Además, la solución NOL es consistente temporalmente en el sentido débil porque los jugadores no querrán desviarse en el futuro de las políticas óptimas si las decisiones adoptadas en el pasado no se han desviado de la solución óptima, mientras que la solución NF es consistente temporalmente en el sentido fuerte, pues los jugadores no tendrán ninguna razón para desviarse en el futuro de las políticas óptimas, incluso si las decisiones adoptadas en el pasado se han desviado de la solución óptima.

Se considera un modelo dinámico de control de polución en un contexto sencillo que permite obtener explícitamente las soluciones no cooperativas NOL y NF, así como la solución cooperativa. Comparando estas tres soluciones se obtiene que, si las emisiones son suficientemente altas, en el estado estacionario la concentración de polución es mayor (y la reducción de emisiones menor) en la solución NF que en la solución NOL y, en ambas, mayor (menor) que en la solución cooperativa.

En términos de bienestar, la ganancia de cooperación es siempre mayor cuando la solución no cooperativa es la solución NF. No obstante, siguiendo el trabajo de Escapa y Gutiérrez (1995a) para asignar valores a los parámetros del modelo, se obtiene que numéricamente, en este caso, la diferencia entre las soluciones no cooperativas NOL y NF es relativamente pequeña. Este resultado puede deberse no tanto al hecho de que se esté considerando un modelo con dos países iguales como a la propia especificación del modelo, ya que Cesar (1994) obtiene este mismo resultado con un modelo de control de polución similar al de este trabajo pero con dos países diferentes; sin embargo, al incluir en el modelo la acumulación de capital como una segunda variable de estado, obtiene que la diferencia entre la solución NOL y la solución NF aumenta.

APÉNDICE

Prueba de la Proposición 1: Es sabido que la solución completa del sistema (5) puede obtenerse como la suma de una solución particular más una solución complementaria a la parte homogénea del sistema. La solución particular o estado estacionario, que se denota \bar{S}^C y \bar{x}^C , se obtiene resolviendo el sistema (5) para $\dot{S}(t) = 0$ y $\dot{x}(t) = 0$.

Respecto a la solución complementaria, se obtiene resolviendo la parte homogénea del sistema (5):

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= -2x(t) - \delta S(t), \\ \dot{x}(t) &= (\delta + r)x(t) - \frac{2b}{c}S(t),\end{aligned}\tag{A.1}$$

Siguiendo el método habitual de resolución de estos sistemas, se propone la siguiente solución de prueba,

$$\begin{aligned}S(t) &= Me^{mt} \quad \Rightarrow \quad \dot{S}(t) = mMe^{mt}, \\ x(t) &= Ne^{mt} \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(t) = mNe^{mt},\end{aligned}$$

siendo M y N dos constantes que hay que determinar. A continuación, se sustituye esta solución de prueba en el sistema reducido (A.1), de manera que éste puede expresarse matricialmente como,

$$\begin{pmatrix} m + \delta & 2 \\ \frac{2b}{c} & m - (\delta + r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.\tag{A.2}$$

Para que este sistema tenga solución la matriz asociada debe ser singular, es decir, $(m + \delta)(m - (\delta + r)) - 4\frac{b}{c} = 0$. Resolviendo esta ecuación se obtienen los dos valores propios de la matriz asociada al sistema,

$$\bar{m} = \frac{r + \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 16\frac{b}{c}}}{2} > 0, \quad \underline{m} = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 16\frac{b}{c}}}{2} < 0,$$

de manera que la solución complementaria del sistema reducido puede escribirse como

$$\begin{aligned}S(t) &= \bar{M}e^{\bar{m}t} + \underline{M}e^{\underline{m}t}, \\ x(t) &= \bar{N}e^{\bar{m}t} + \underline{N}e^{\underline{m}t}.\end{aligned}$$

Dado que los dos valores propios son distintos y tales que uno es positivo y otro negativo, la solución cooperativa será un punto de silla. Además, como $\bar{m} > 0$ para que la solución no sea explosiva y converja al estado estacionario es preciso que $\bar{M} = \bar{N} = 0$. Por lo tanto, la solución completa al sistema no homogéneo (5) será

$$\begin{aligned} S^C(t) &= \bar{S}^C + \underline{M}e^{mt}, \\ x^C(t) &= \bar{x}^C + \underline{N}e^{mt}, \end{aligned}$$

siendo $m = \underline{m}$.

El valor de la constante \underline{M} se determina a partir de la condición inicial, $S(0) = S_0$, ya que escribiendo la primera ecuación para $t = 0$ se obtiene, $\underline{M} = S_0 - \bar{S}^C$. Respecto a la constante \underline{N} , a partir del sistema (A.2) se obtiene que $\underline{N} = \frac{-(m+\delta)}{2} \underline{M}$.

Prueba de la Proposición 2: Siguiendo el mismo procedimiento que en la prueba anterior, se obtiene la solución completa del sistema (11) como la suma de una solución particular más una solución complementaria a la parte homogénea del sistema. La solución particular o estado estacionario, que se denota \bar{S}^{OL} y \bar{x}_i^{OL} , se obtiene resolviendo el sistema (11) para $\dot{S}(t) = 0$ y $\dot{x}_i(t) = 0$.

Respecto a la solución complementaria del sistema reducido, hay que encontrar $S(t)$ y $x_i(t)$ que resuelvan el siguiente sistema,

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= -x_1(t) - x_2(t) - \delta S(t), \\ \dot{x}_i(t) &= (\delta + r)x_i(t) - \frac{b}{c}S(t), \quad i = 1, 2. \end{aligned} \tag{A.3}$$

Siguiendo el método habitual de resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, se propone la siguiente solución de prueba,

$$\begin{aligned} S(t) &= Ae^{dt} \quad \Rightarrow \quad \dot{S}(t) = dAe^{dt}, \\ x_i(t) &= B_i e^{dt} \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_i(t) = dB_i e^{dt} \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

siendo A y B_i constantes a determinar. Por simetría se supone que, $B_i = B \forall i$. Sustituyendo la solución de prueba en el sistema reducido (A.3), éste se puede expresar matricialmente como,

$$\begin{pmatrix} d + \delta & 2 \\ \frac{b}{c} & d - (\delta + r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{A.4}$$

Para que este sistema tenga solución la matriz asociada debe ser singular, es decir, $(d + \delta)(d - (\delta + r)) - 2\frac{b}{c} = 0$. Resolviendo esta ecuación se obtienen los dos valores propios de la matriz asociada al sistema,

$$\bar{d} = \frac{r + \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 8\frac{b}{c}}}{2} > 0, \quad \underline{d} = \frac{r - \sqrt{(r + 2\delta)^2 + 8\frac{b}{c}}}{2} < 0.$$

De manera que la solución complementaria del sistema reducido puede escribirse como,

$$S(t) = \bar{A}e^{\bar{d}t} + \underline{A}e^{\underline{d}t},$$

$$x_i(t) = \bar{B}e^{\bar{d}t} + \underline{B}e^{\underline{d}t}.$$

Dado que uno de los valores propios es negativo y otro positivo, la solución será un punto de silla. Además, como $\bar{d} > 0$ para que la solución no sea explosiva y converja al estado estacionario es preciso que $\bar{A} = \bar{B} = 0$, de manera que la solución completa al sistema no homogéneo (11) queda así:

$$S^{OL}(t) = \bar{S}^{OL} + \underline{A}e^{\underline{d}t},$$

$$x_i^{OL}(t) = \bar{x}_i^{OL} + \underline{B}e^{\underline{d}t},$$

siendo $d = \underline{d}$.

El valor de la constante \underline{A} se determinada a partir de la condición inicial, $S(0) = S_0$. Escribiendo la primera ecuación para $t = 0$ se obtiene, $\underline{A} = S_0 - \bar{S}^{OL}$. Respecto a la constante \underline{B} , a partir del sistema (A.4) se obtiene que $\underline{B} = \frac{-(d+\delta)}{2}\underline{A}$.

Prueba del Lema 1: A partir de la ecuación (15), que determina la trayectoria óptima para la acumulación de polución en la solución NF, es fácil ver que $S(t)^F$ convergerá al estado estacionario, \bar{S}^F , a medida que $t \rightarrow \infty$, si $\delta + \frac{\alpha_i + \alpha_j}{c} > 0$.

Restando las ecuaciones que definen α_i y α_j (ecuación (16)) y operando se obtiene,

$$(\alpha_i - \alpha_j)[\alpha_i + \alpha_j + 2c(\frac{r}{2} + \delta)] = 0,$$

de forma que debe cumplirse, $\alpha_i = \alpha_j$ o bien $\alpha_i + \alpha_j + 2c(\frac{r}{2} + \delta) = 0$. Como para que la acumulación de polución converja al estado estacionario es necesario que, $\delta c + \alpha_i + \alpha_j > 0$, la expresión $\alpha_i + \alpha_j + 2c(\frac{r}{2} + \delta)$ sólo será igual a cero si $c(r + \delta) < 0$. Por tanto, necesariamente debe cumplirse, $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$.

A partir de la ecuación (17), que define implícitamente el coeficiente β_i , se observa que si $\alpha_i = \alpha_j$, necesariamente $\beta_i = \beta_j$ (Q.E.D.).

Prueba de la Proposición 3: Teniendo en cuenta que $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$ y resolviendo la ecuación (16) que define el coeficiente α se obtiene que

$$\bar{\alpha} = -c \frac{(r+2\delta) - \sqrt{(r+2\delta)^2 + 12\frac{b}{c}}}{6} > 0, \quad \underline{\alpha} = -c \frac{(r+2\delta) + \sqrt{(r+2\delta)^2 + 12\frac{b}{c}}}{6} < 0.$$

La elección entre estos dos valores de α viene determinada por la condición de convergencia de la acumulación de polución, $S(t)^F$, al estado estacionario que, tal como se ha obtenido en la prueba del Lema 1, exige que $\delta c + 2\alpha > 0$, y, por tanto, $\alpha > -\frac{\delta c}{2}$. Es fácil comprobar que sólo $\bar{\alpha}$ lo cumple, de manera que

$$\alpha = \bar{\alpha} = -c \frac{(r+2\delta) - \sqrt{(r+2\delta)^2 + 12\frac{b}{c}}}{6} > 0.$$

Conocido α , el coeficiente β se obtiene resolviendo la ecuación (17) y, dado β se calcula γ a partir de la ecuación (18).

Prueba de la Proposición 4: La comparación entre la acumulación de polución correspondiente al estado estacionario en la solución cooperativa y en la solución no cooperativa NOL es inmediata ya que

$$\bar{S}^{OL} = \frac{Ec(\delta+r) - 2a}{\delta c(\delta+r) + 2b} > \bar{S}^C = \frac{Ec(\delta+r) - 4a}{\delta c(\delta+r) + 4b} \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}.$$

Para comparar la acumulación de polución en las soluciones NOL y NF, primero se sustituye la ecuación (19.3) que define el coeficiente β en \bar{S}^F , de forma que

$$\bar{S}^F = \frac{Ec(\delta+r) - 2a + \alpha E}{\delta c(\delta+r) + \frac{6\alpha^2}{c} + 5\alpha\delta + 2\alpha r}.$$

A partir de la ecuación (19.2) se obtiene que

$$\frac{6\alpha^2}{c} + 5\alpha\delta + 2\alpha r = 2b + \alpha\delta.$$

Por tanto, las expresiones que hay que comparar quedan así,

$$\bar{S}^F = \frac{Ec(\delta+r) - 2a + \alpha E}{\delta c(\delta+r) + 2b + \alpha\delta} > \bar{S}^{OL} = \frac{Ec(\delta+r) - 2a}{\delta c(\delta+r) + 2b}.$$

Operando en esta desigualdad se obtiene que

$$\bar{S}^F > \bar{S}^{OL} \Leftrightarrow (Eb + a\delta)(2c(\delta+r) + 4\alpha) > 0,$$

y, dado que $(2c(\delta + r) + 4\alpha) > 0$,

$$\bar{S}^F > \bar{S}^{OL} \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}.$$

Respecto a los niveles de reducción de emisiones en el estado estacionario, la comparación entre la solución cooperativa y la solución no cooperativa NOL también es inmediata,

$$\bar{x}_i^{OL} = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b} < \bar{x}_i^C = 2 \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 4b} \Leftrightarrow (a\delta + bE)(\delta c(\delta + r)) > 0.$$

Dado que, $(\delta c(\delta + r)) > 0$,

$$\bar{x}_i^{OL} < \bar{x}_i^C \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}.$$

Para comparar la reducción de emisiones en el estado estacionario correspondiente a las soluciones NOL y NF, primero hay que reescribir la expresión $\bar{x}_i^F = \frac{1}{c}(\alpha\bar{S}^F + \beta)$. Para ello se sustituye \bar{S}^F en x_i^F para obtener \bar{x}_i^F y, siguiendo el mismo procedimiento utilizado para reescribir la expresión \bar{S}^F , se obtiene

$$\bar{x}_i^F = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b + \alpha\delta},$$

siendo esta expresión fácilmente comparable con \bar{x}_i^{OL} ,

$$\bar{x}_i^{OL} = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b} > \bar{x}_i^F = \frac{a\delta + bE}{\delta c(\delta + r) + 2b + \alpha\delta} \Leftrightarrow \frac{E}{\delta} > -\frac{a}{b}.$$

Prueba de la Proposición 6: En primer lugar se prueba que, en términos del estado estacionario, la ganancia de bienestar al pasar de la solución no cooperativa NOL a la solución cooperativa es positiva, es decir,

$$W_i^{OL}(\bar{S}^{OL}, \bar{x}_i^{OL}) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) = a(\bar{S}^{OL}) + \frac{b}{2}(\bar{S}^{OL})^2 + \frac{c}{2}(\bar{x}_i^{OL})^2 - a(\bar{S}^C) - \frac{b}{2}(\bar{S}^C)^2 - \frac{c}{2}(\bar{x}_i^C)^2 > 0.$$

Reescribiendo esta expresión se obtiene

$$2a[(\bar{S}^{OL} - \bar{S}^C)] + b[(\bar{S}^{OL})^2 - (\bar{S}^C)^2] > c[(\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^{OL})^2] \quad (A.5)$$

donde, por las ecuaciones (6.1), (6.2), (12.1) y (12.2),

$$(\bar{S}^{OL} - \bar{S}^C) = \frac{Ec(\delta + r) - 2a}{\delta c(\delta + r) + 2b} - \frac{Ec(\delta + r) - 4a}{\delta c(\delta + r) + 4b},$$

$$(\bar{S}^{OL})^2 - (\bar{S}^C)^2 = \frac{(Ec(\delta + r) - 2a)^2}{(\delta c(\delta + r) + 2b)^2} - \frac{(Ec(\delta + r) - 4a)^2}{(\delta c(\delta + r) + 4b)^2},$$

$$(\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^{OL})^2 = 4 \frac{(a\delta + bE)^2}{(\delta c(\delta + r) + 4b)^2} - \frac{(a\delta + bE)^2}{(\delta c(\delta + r) + 2b)^2}.$$

Denotando $c(\delta + r) = \mu$ y operando

$$\begin{aligned} (\bar{S}^{OL} - \bar{S}^C) &= \frac{2\mu(a\delta + bE)}{(\delta\mu + 2b)((\delta\mu + 2b) + 2b)}, \\ (\bar{S}^{OL})^2 - (\bar{S}^C)^2 &= \frac{4\mu(a\delta + bE)[\mu(bE - a\delta) - 4ab + (\delta\mu + 2b)(E\mu - 2a)]}{(\delta\mu + 2b)^2((\delta\mu + 2b) + 2b)^2}, \\ (\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^{OL})^2 &= \frac{\delta\mu(a\delta + bE)^2(3\delta\mu + 8b)}{(\delta\mu + 2b)^2((\delta\mu + 2b) + 2b)^2}. \end{aligned}$$

Sustituyendo estas expresiones en (A.5) y simplificando

$$4a(\delta\mu + 2b)((\delta\mu + 2b) + 2b) + 4b[\mu(bE - a\delta) - 4ab + (\delta\mu + 2b)(E\mu - 2a)] > c\delta(a\delta + bE)(3\delta\mu + 8b).$$

Desarrollando los productos en el lado izquierdo y simplificando

$$\mu[4a\delta^2\mu + 12ab\delta + 12b^2E + 4bE\delta\mu] > c\delta(a\delta + bE)(3\delta\mu + 8b),$$

sacando factor común,

$$\mu[4\delta\mu(a\delta + bE) + 12b(a\delta + bE)] > c\delta(a\delta + bE)(3\delta\mu + 8b),$$

$$\mu(4\delta\mu + 12b) > c\delta(3\delta\mu + 8b).$$

Finalmente, pasando todos los términos al lado izquierdo y recordando que $c(\delta + r) = \mu$, se tiene que

$$W_i^{OL}(\bar{S}^{OL}, \bar{x}_i^{OL}) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) = c\delta(\delta\mu + 4b) + 4cr(\delta\mu + 3b) > 0.$$

A continuación, se prueba que la ganancia de bienestar al pasar de la solución no cooperativa NF a la solución cooperativa es también positiva, es decir,

$$W_i^F(\bar{S}^F, \bar{x}_i^F) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) = a(\bar{S}^F) + \frac{b}{2}(\bar{S}^F)^2 + \frac{c}{2}(\bar{x}_i^F)^2 - a(\bar{S}^C) - \frac{b}{2}(\bar{S}^C)^2 - \frac{c}{2}(\bar{x}_i^C)^2 > 0.$$

Reescribiendo esta expresión se obtiene

$$2a[(\bar{S}^F - \bar{S}^C)] + b[(\bar{S}^F)^2 - (\bar{S}^C)^2] > c[(\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^F)^2] \quad (A.6)$$

donde, por las ecuaciones (6.1) y (6.2), y teniendo en cuenta las expresiones obtenidas en la prueba de la Proposición 4 para \bar{S}^F y \bar{x}_i^F ,

$$(\bar{S}^F - \bar{S}^C) = \frac{Ec(\delta + r) - 2a + \alpha E}{\delta c(\delta + r) + 2b + \alpha\delta} - \frac{Ec(\delta + r) - 4a}{\delta c(\delta + r) + 4b},$$

$$(\bar{S}^F)^2 - (\bar{S}^C)^2 = \frac{(Ec(\delta+r) - 2a + \alpha E)^2}{(\delta c(\delta+r) + 2b + \alpha \delta)^2} - \frac{(Ec(\delta+r) - 4a)^2}{(\delta c(\delta+r) + 4b)^2},$$

$$(\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^F)^2 = 4 \frac{(a\delta + bE)^2}{(\delta c(\delta+r) + 4b)^2} - \frac{(a\delta + bE)^2}{(\delta c(\delta+r) + 2b + \alpha \delta)^2}.$$

Denotando $c(\delta+r) = \mu$ y operando se obtiene

$$(\bar{S}^F - \bar{S}^C) = \frac{2(a\delta + bE)(\mu + 2\alpha)}{((\delta\mu + 2b) + \alpha\delta)((\delta\mu + 2b) + 2b)},$$

$$(\bar{S}^F)^2 - (\bar{S}^C)^2 = \frac{4(a\delta + bE)(\mu + 2\alpha)[(3\mu + 2\alpha)(bE - a\delta) - 8ab + E\delta\mu(\mu + 2\alpha)]}{((\delta\mu + 2b) + \alpha\delta)^2((\delta\mu + 2b) + 2b)^2},$$

$$(\bar{x}_i^C)^2 - (\bar{x}_i^F)^2 = \frac{\delta(a\delta + bE)^2(\mu + 2\alpha)(\delta(3\mu + 2\alpha) + 8b)}{((\delta\mu + 2b) + \alpha\delta)^2((\delta\mu + 2b) + 2b)^2}.$$

Sustituyendo estas expresiones en (A.6) y simplificando

$$4a(\delta\mu)^2 + 12ab\delta\mu + 4a\alpha\mu\delta^2 + 8ab\alpha\delta + 4bE\delta\mu^2 + 4bE\delta\mu\alpha + 12b^2E\mu + 8b^2E\alpha >$$

$$c\delta(a\delta + bE)(\delta(3\mu + 2\alpha) + 8b),$$

sacando factor común

$$4(a\delta + bE)[\delta\mu(\mu + \alpha) + (3\mu + 2\alpha)b] > c\delta(a\delta + bE)(\delta(3\mu + 2\alpha) + 8b).$$

Pasando todos los términos al lado izquierdo y recordando que $c(\delta+r) = \mu$, se tiene que

$$W_i^F(\bar{S}^F, \bar{x}_i^F) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) = c\delta(\delta\mu + 2\delta\alpha + 4b) + 4cr(\delta\mu + \delta\alpha + 3b) + 8ab > 0.$$

Por último, es inmediato comprobar que la ganancia de bienestar que pueden obtener los países al cooperar es mayor cuando utilizan estrategias *feedback* en ausencia de cooperación que cuando utilizan estrategias *open loop*. Es decir, $W_i^F(\bar{S}^F, \bar{x}_i^F) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C) > W_i^{OL}(\bar{S}^{OL}, \bar{x}_i^{OL}) - W_i^C(\bar{S}^C, \bar{x}_i^C)$, ya que

$$c\delta(\delta\mu + 2\delta\alpha + 4b) + 4cr(\delta\mu + \delta\alpha + 3b) + 8ab > c\delta(\delta\mu + 4b) + 4cr(\delta\mu + 3b) \quad (\text{Q.E.D.}).$$

REFERENCIAS

- [1] Cesar, H.S.J. (1994). *Control and Game Models of the Greenhouse Effect*. Springer Verlag, Berlin.
- [2] Dockner, E. y N. Van Long (1993). "International Pollution Control: Cooperative versus Noncooperative Strategies". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 13-29.
- [3] Escapa, M. y M.J. Gutiérrez (1995a). "How Important is Cooperative Behavior in Controlling Stock Pollutants?: A Simulation Approach for the Greenhouse Effect". *Revista Española de Economía*, 12, 101-147.
- [4] Escapa, M. y M.J. Gutiérrez (1995b). "Distribution of Potential Gains from International Environmental Agreements: The case of the Greenhouse Effect". SEEDS, D.P. 144.
- [5] Escriche, L. y S. Rubio (1996). "Impuestos pigouvianos y comportamientos estratégicos: las propiedades de intertemporales de una ecotasa". PD-ECO 96/1, Universitat Jaume I, Castellón.
- [6] Falk, I. y R. Mendelsohn (1993). "The Economics of Controlling Stock Pollutants: An Efficient Strategy for the Greenhouse Gases". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 76-88.
- [7] Fershtman, C. y M. Kamien (1987). "Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices." *Econometrica*, 55, 1151-1164.
- [8] Kamien, M.I. y N. L. Schwartz (1991). *Dynamic Optimization*, 2ª edición, North Holland, Amsterdam.
- [9] Long, N. Van (1992). "Pollution Control: A Differential Game Approach". *Annals of Operations Research*, 37, 283-96.
- [10] Martin, W.E., Patrick R.H. y B. Tolwinski (1993). "A Dynamic Game of Transboundary Pollutant with Asymmetric Players". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 1-12.
- [11] Nordhaus, W.D. (1991). "To Slow or not to Slow: The Economics of the Greenhouse Effect". *The Economic Journal*, 101, 920-37.
- [12] Petit, M.L. (1990). *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [13] Ploeg, F. Van der y A.J. Zeeuw (1992). "International Aspects of Pollution Control". *Environmental and Resource Economics*, 2, 117-39.

- [14] Reinganum, J. F., y N. Stokey (1985). "Oligopoly Extraction of a Common Property Resource: The Importance of the Period of Commitment in Dynamic Games". *International Economic Review*, 26, 161-73.
- [15] Reinganum, J. F.(1985). "Corrigendum". *Journal of Economic Theory*, 35, 196-97.
- [16] Reynolds, S. (1987). "Capacity Investment, Preemption and Commitment in an Infinite Horizon Model". *International Economic Review*, 28, 69-88.
- [17] Tahvonen, O. (1994). "Carbon Dioxide abatement as a differential game". *European Journal of Political Economy*, 10, 685-705.
- [18] Tsutsui, S. y K. Mino (1990). "Nonlinear strategies in dynamic duopolistic competition with sticky prices". *Journal of Economic Theory*, 52, 136-161.
- [19] Xepapadeas, A. (1994). "Optimal Management of the International Commons: Resource Use and Pollution Control". *Fondazione ENI Enrico Mattei*, Nota di Lavoro 4.94.
- [20] Xepapadeas, A. (1995). "Induced technical change and international agreements under greenhouse warming". *Resource and Energy Economics*, 17, 1-23.

CAPÍTULO 4

DISTRIBUCIÓN DE LAS GANANCIAS POTENCIALES DERIVADAS DE ACUERDOS INTERNACIONALES:

El caso del efecto invernadero

1. INTRODUCCIÓN

El cambio climático provocado por el aumento en la concentración de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera será, probablemente, uno de los problemas medioambientales más graves del próximo siglo. Existe cierto consenso a nivel internacional, en que dicho aumento va a provocar, a largo plazo, un calentamiento global de la superficie terrestre, cuyos principales efectos serán la alteración de los patrones de precipitación y evaporación (que afectará a la agricultura) y un aumento del nivel del mar (que perjudicará, sobre todo, a islas y países costeros)¹. Entre los gases que contribuyen al efecto invernadero y que son originados por la actividad económica humana, el más importante es el dióxido de carbono (CO_2), cuya concentración en la atmósfera se ha incrementado en un 25% desde la Revolución Industrial². Por esta razón, muchas de las propuestas para resolver el problema del calentamiento global de la atmósfera pasan por reducir las emisiones de CO_2 .

El cambio climático es un verdadero ejemplo de problema medioambiental de carácter global con externalidades recíprocas entre todos los países del mundo. Aunque las consecuencias de este problema pueden ser diferentes para cada país, el cambio climático en sí mismo depende del total de emisiones mundiales de GEI. Esto significa que la reducción de emisiones de GEI por parte de un país es un bien público global. Es sabido que, en estas circunstancias, el equilibrio no cooperativo de Nash, resultante de los esfuerzos de cada país para reducir sus emisiones individualmente, no es Pareto eficiente. Para alcanzar una solución eficiente puede ser necesaria la cooperación internacional entre países. Sin embargo, a pesar de las ganancias potenciales que los países pueden conseguir cooperando, si no hay mecanismos legales que garanticen el cumplimiento de los acuerdos, cada país tiene incentivos para incumplirlos y aprovecharse de los esfuerzos de reducción de emisiones realizados por los demás países.

Barret (1992, 1994) y Carraro y Siniscalco (1991) analizan este problema en un contexto estático y se preguntan si son posibles los acuerdos de obligado cumplimiento entre países soberanos. Sus resultados muestran que el número

¹ Para un análisis detallado de los efectos del calentamiento global, véase Cline (1991).

² Este incremento se debe, por una parte, a la utilización de combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural) como fuente de energía y, por otra, a la destrucción generalizada de bosques tropicales.

de países que firmaría tales acuerdos será probablemente pequeño. Chander y Tulkens (1992) contemplan la dimensión intertemporal del problema, que permite a los países interactuar repetidamente, y obtienen que es posible alcanzar algún tipo de cooperación tácita, aunque no pueden establecer su extensión.

En este trabajo se supone que, una vez alcanzado un acuerdo, el temor a la pérdida de reputación y la amenaza de volver a la situación no cooperativa si hubiera incumplimiento son suficientes para garantizar que los países cumplirán el acuerdo. De esta manera, no es necesario preocuparse por los mecanismos que pueden ser precisos para hacer que estos acuerdos internacionales se cumplan.

El principal objetivo de este trabajo es analizar, en un contexto dinámico, cómo se distribuyen, entre los diferentes países, las ganancias potenciales derivadas de acuerdos internacionales para reducir el efecto invernadero. El interés de este análisis reside en el hecho de que aunque las ganancias de cooperación sean altas, la razón por la que los países pueden no estar dispuestos a cooperar puede ser la falta de acuerdo sobre cómo se reparten estas ganancias entre los diferentes países. La mayor parte de los trabajos que analizan la cooperación entre países en este contexto consideran la suma no ponderada de las funciones de bienestar individuales como función de bienestar global (Dockner y Long (1993), Hammitt y Adams (1995), Kverndokk (1994), Tahvonen (1994, 1995), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Long (1992), Xepapadeas (1994)). Esto implica que todos los países reciben la misma ponderación en el proceso de negociación; la solución cooperativa así obtenida suele denominarse *First Best* (FB).

Esta solución cooperativa, sin embargo, puede no ser la más adecuada cuando entre los países que van a cooperar existen diferencias importantes, por ejemplo, en cuanto a su nivel de desarrollo o en cuanto al daño que el cambio climático les pueda ocasionar y el coste de las medidas a adoptar para evitarlo. En este sentido, autores como Eyckmans, Proost y Schokkaert (1993), Chichilnisky y Heal (1994) y Sen (1995), señalan que cualquier acuerdo medioambiental debería tener en cuenta cuestiones de justicia distributiva. Con este propósito, aquí se va a considerar la suma ponderada de las funciones de bienestar individuales como función de bienestar social cuando los países cooperan. Esto permite obtener diferentes soluciones cooperativas según la ponderación asignada a la función de bienestar de cada país en la función de bienestar social. Obviamente, la

solución FB será una de ellas, pero no la única. Aparte de esta solución, aquí se van a considerar otras dos, la solución de Nash con regateo (NR) y la de Kalai-Smorodinsky (KS), donde la ponderación correspondiente a cada país se determina endógenamente, de manera que ambas soluciones garanticen a cada país un nivel de bienestar mayor que el que obtienen en ausencia de cooperación.

El problema del cambio climático se caracteriza a través de un modelo dinámico de control de polución, donde la variable de control es la reducción de emisiones de GEI. Cada país viene definido por una función de pérdida de bienestar que depende del daño asociado a la concentración de GEI en la atmósfera, por un lado, y del coste de reducir las emisiones, por otro. Se tiene en cuenta la posibilidad de que el daño económico sea positivo sólo para niveles altos de concentración de GEI, ya que la función de daño tiene un tramo negativo y decreciente³.

En este contexto dinámico, se van a comparar las diversas soluciones cooperativas con la solución no cooperativa. Los resultados del modelo teórico indican que, independientemente de la ponderación correspondiente a cada país en la función global de pérdida de bienestar, la cooperación garantiza una menor concentración de GEI en la atmósfera a largo plazo, cuando el nivel exógeno de emisiones de GEI es suficientemente alto.

A fin de poder comparar las diferentes soluciones en términos de bienestar y cuantificar, por tanto, las ganancias potenciales que los países obtendrían coordinando sus políticas medioambientales, se parametriza el modelo a partir de la evidencia empírica existente. Agrupando a todos los países del mundo en seis bloques, se compara cómo se distribuyen entre ellos las ganancias de la cooperación según la solución cooperativa utilizada. El principal resultado obtenido es que, aunque a nivel mundial las ganancias de cooperación medioambiental son similares en las tres soluciones cooperativas consideradas, la distribución de estas ganancias es muy diferente en la solución FB comparada con las soluciones NR y KS. En particular, las soluciones NR y KS benefician a los países en vías de desarrollo, mientras que la solución FB, a diferencia de lo obtenido por Tahvonen (1994), favorece a los países desarrollados.

³ Muchos estudios predicen que, si bien el nivel actual de concentración de GEI en la atmósfera aún no está produciendo daños, una duplicación de dicho nivel producirá un incremento de temperatura de entre 1° y 4.5° C. Este calentamiento global perjudicará a muchos países, aunque puede beneficiar a otros. Estas estimaciones son compatibles con la función de daño que se propone en este trabajo.

El resto del capítulo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo y se calcula la solución no cooperativa. En la sección 3 se obtiene el conjunto de soluciones eficientes y se comparan los resultados con los de la solución no cooperativa. En la sección 4 se parametriza el modelo, aplicándolo al problema del cambio climático, para analizar cómo se distribuyen las ganancias de cooperación entre diferentes grupos de países según cuál sea la solución cooperativa que se esté considerando. Por último, las principales conclusiones se presentan en la sección 5.

2. LA SOLUCIÓN NO COOPERATIVA DEL JUEGO DINÁMICO

A continuación, se presenta un modelo dinámico en tiempo discreto, donde los países se preocupan por el medio ambiente y quieren elegir de forma óptima su política para reducir las emisiones de un determinado contaminante. Se supone que hay n países, denotados por $i = 1, 2, \dots, n$.

El nivel acumulado de polución en el periodo $t + 1$, S_{t+1} , viene determinado por una proporción del nivel existente en el periodo anterior, S_t , más la suma de las emisiones netas correspondientes a cada país en el periodo t . En cualquier periodo t , las emisiones netas del país i son igual a sus emisiones brutas, $E_{i,t}$, determinadas exógenamente por su actividad productiva, menos su reducción de emisiones, $x_{i,t}$. Por tanto, la ecuación de movimiento para la variable de estado puede expresarse como,

$$S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t}).$$

El parámetro δ representa la tasa natural a la que el contaminante desaparece de la atmósfera por periodo de tiempo y, habitualmente, se supone que $\delta \in (0, 1)$. Obsérvese que con esta caracterización de la dinámica de la polución, tanto la reducción de emisiones, $x_{i,t}$, como las emisiones netas, $E_{i,t} - x_{i,t}$, pueden considerarse como variables de elección política para los países.

En cada periodo t , el país i experimenta pérdidas de bienestar debido al daño social ocasionado por la concentración de polución existente en ese periodo, por un lado, y al coste de su política de reducción de emisiones, por otro. Por

sencillez, se supone que la función de pérdida de bienestar es separable, de forma que,

$$W_{i,t} = D_i(S_t) + C_i(x_{i,t}),$$

donde D_i y C_i representan la función de daño medioambiental y la función de coste de reducción de emisiones, respectivamente⁴.

En un contexto no cooperativo, el objetivo de cada país es elegir la trayectoria temporal de reducción de emisiones que minimiza el valor presente de las pérdidas de bienestar futuras, es decir, cada país i resuelve el siguiente problema:

$$\min_{\{x_{i,t}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [D_i(S_t) + C_i(x_{i,t})]$$

s.a. (1)

$$S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t})$$

donde $0 < \beta < 1$ representa el factor de descuento, y la política de reducción de emisiones de los demás países está dada⁵.

Para caracterizar la solución de este problema se establecen supuestos adicionales sobre las funciones de daño y de coste. En la mayoría de los trabajos existentes se supone que estas funciones son convexas y crecientes para todo nivel positivo de acumulación de polución en la atmósfera y de reducción de emisiones (Long (1992), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994))⁶. En este trabajo también se va a considerar que las funciones de daño y de coste son convexas, y que la polución comienza a producir daños económicos positivos para niveles de polución estrictamente positivos. Sin embargo, se permite que la función de daño sea decreciente y negativa para un cierto rango de niveles de acumulación de la polución⁷. Esto es posible si se considera que la función de daño mide el daño económico neto, es decir, la diferencia entre el beneficio económico derivado de la actividad productiva, causante de las emisiones, y el

⁴ Una explicación detallada de los elementos que pueden caracterizar estas funciones se puede encontrar en Nordhaus (1991).

⁵ Se ha considerado el mismo factor de descuento para todos los países. Este supuesto es necesario para que exista un estado estacionario bien definido.

⁶ Martin, Patrick y Tolwinski (1993) utilizan una función de daño convexa, que puede ser creciente o decreciente con el nivel acumulado de polución para analizar el caso donde un país se beneficia del calentamiento global y otro pierde.

⁷ Falk y Mendelsohn (1993) utilizan el mismo tipo de función para simular su modelo.

perjuicio económico que estas emisiones provocan a través de su acumulación en la atmósfera. Parece lógico pensar que, si el nivel acumulado de polución es suficientemente bajo, el beneficio económico podría ser mayor que el perjuicio de manera que el daño económico neto sería negativo e incluso podría disminuir al aumentar la concentración de polución.

Además, se van a utilizar funciones cuadráticas, de manera que, al resolver el problema de optimización de cada país, se obtienen ecuaciones de Euler lineales y la solución no cooperativa puede derivarse analíticamente. Todos estos supuestos quedan reflejados en la siguiente caracterización de las funciones de daño y de coste,

$$D_i(S_t) = a_i S_t + \frac{b_i}{2} S_t^2, \quad C_i(x_{i,t}) = \frac{c_i}{2} x_{i,t}^2,$$

donde b_i y c_i son parámetros positivos que representan las pendientes de las funciones de daño y coste marginal, respectivamente, y a_i es un parámetro no positivo que indica que la polución empieza a producir un daño económico positivo para $S(t) > -2\frac{a_i}{b_i} > 0^8$. Observar que, como el mínimo de la función de daño se alcanza para $S(t) = -\frac{a_i}{b_i}$, la función de daño será decreciente (creciente) cuando el nivel de polución acumulada sea menor (mayor) que $-\frac{a_i}{b_i}$.

La solución del problema de optimización (1) será diferente según cuál sea la estructura informacional de los países. Los dos conceptos de solución no cooperativa más utilizados, habitualmente, son: (i) la solución de Nash *open loop*, según la cual la única información disponible para cada país al resolver su problema de optimización es el valor inicial de la variable de estado, y (ii) la solución de Nash *feedback*, que supone que los países conocen el valor de la variable de estado en cada periodo de tiempo⁹.

La principal diferencia entre estos dos equilibrios es que la solución *feedback* satisface la propiedad de perfección en subjuegos¹⁰ pero la solución *open loop* no. A veces, las políticas consistentes temporalmente se identifican con aquéllas que satisfacen la propiedad de perfección en subjuegos. Sin embargo, algunos autores como Basar (1990), Petit (1990) y de Zeeuw y van der Ploeg (1991) definen

⁸ El nivel de polución acumulada en la atmósfera a partir del cual el daño económico neto es positivo puede ser diferente para cada país.

⁹ Una definición más rigurosa se encuentra en Basar y Oldser (1982).

¹⁰ Se dice que una estrategia $\{\hat{u}_t\}_{t=0}^{\infty}$ es un equilibrio perfecto en subjuegos si para todo $\{s\}$ $\{\hat{u}_t\}_{t=0}^s$ (incluso aquéllas que no se obtienen como un equilibrio de Nash), la estrategia $\{\hat{u}_t\}_{t=s}^{\infty}$ es un equilibrio de Nash del subjuego desde s hasta ∞ .

las políticas consistentes temporalmente como aquellas tales que, en cualquier periodo futuro, los países no tienen ninguna razón para revisarlas si las decisiones que se han tomado previamente se consideran dadas y han sido seleccionadas óptimamente. Con esta definición menos restrictiva, tanto la solución *open loop* como la solución *feedback* son consistentes temporalmente. Dado que el principal objetivo de este trabajo es analizar cómo se distribuyen las ganancias de cooperación entre los países en función de la solución cooperativa considerada, se considera únicamente la solución no cooperativa *open loop*¹¹.

Dadas las formas funcionales definidas para las funciones de daño y de coste, el Lagrangiano asociado al problema de optimización (1) queda así:

$$L_i = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ a_i S_t + \frac{b_i}{2} S_t^2 + \frac{c_i}{2} x_{i,t}^2 + \mu_{i,t} [S_{t+1} - (1 - \delta)S_t - \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t})] \right\},$$

donde $\mu_{i,t}$ es la variable de coestado, que puede interpretarse como el coste sombra de la polución acumulada para el país i en el periodo t .

Las condiciones de primer orden para este problema son, $\forall t$:

$$\frac{\partial L_i}{\partial x_{i,t}} = 0 \Rightarrow \beta^t (c_i x_{i,t} + \mu_{i,t}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial S_{t+1}} = 0 \Rightarrow \beta^t \mu_{i,t} + \beta^{t+1} [a_i + b_i S_{t+1} - (1 - \delta) \mu_{i,t+1}] = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \mu_{i,t}} = 0 \Rightarrow S_{t+1} = (1 - \delta) S_t + \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t}), \quad (4)$$

junto con la condición de transversalidad,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \mu_{i,t} S_{t+1} = 0.$$

De las ecuaciones (2) y (3), se obtiene que,

$$c_i [x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}] = \beta [a_i + b_i S_{t+1}]. \quad (5)$$

El término $x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}$ puede interpretarse como el incremento neto en la reducción de emisiones entre los periodos t y $t + 1$; de esta forma, la ecuación (5) establece que, en cualquier periodo de tiempo, la trayectoria temporal óptima de reducción de emisiones para el país i debe ser tal que el coste marginal de la

¹¹ Esta misma opción es elegida por Long (1992) y Falk y Mendelsohn (1993) para analizar problemas similares. Una comparación entre las soluciones de Nash *open loop* y *feedback* puede encontrarse en van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994) y Escapa (1996).

reducción de emisiones (lado izquierdo) sea igual al daño marginal que dicho país experimenta debido al nivel acumulado de polución (lado derecho), todo ello en valor presente. Dado que el nivel acumulado de polución incluye la reducción de emisiones realizada por otros países, la ecuación (5) puede ser considerada como la función de reacción del país i .

El sistema de ecuaciones (4)-(5) caracteriza la trayectoria temporal óptima de reducción de emisiones del país i en un contexto no cooperativo. Dado que se considera un modelo con n países, la solución no cooperativa *open loop*, que se denota mediante el superíndice NC , viene determinada por un sistema de $n+1$ ecuaciones en diferencias, compuesto por la ecuación (4) y por la ecuación (5) para $i = 1, 2, \dots, n$. Este sistema puede escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_1\beta & \beta(1-\delta)c_1 & 0 & \dots & 0 \\ b_2\beta & 0 & \beta(1-\delta)c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n\beta & 0 & 0 & \dots & \beta(1-\delta)c_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{t+1} \\ x_{1,t+1} \\ x_{2,t+1} \\ \vdots \\ x_{n,t+1} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1-\delta & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 0 & c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} \\ x_{2,t} \\ \vdots \\ x_{n,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n E_{i,t} \\ -\beta a_1 \\ -\beta a_2 \\ \vdots \\ -\beta a_n \end{pmatrix}.$$

Utilizando definiciones obvias, este sistema de ecuaciones en diferencias puede expresarse como,

$$AY_{t+1} = BY_t + V_t.$$

Dado que la matriz A es no singular,

$$Y_{t+1} = A^{-1}BY_t + A^{-1}V_t. \quad (6)$$

El sistema (6) es un sistema de ecuaciones en diferencias no autónomo ya que V_t depende del tiempo. Hasta ahora no se ha hecho ningún supuesto adicional sobre la senda de emisiones exógena $\sum_{i=1}^n E_{i,t}$, que es el elemento que hace que V_t dependa del tiempo. Aquí se van a presentar los principales resultados para el caso concreto en que $\sum_{i=1}^n E_{i,t}$ no depende del tiempo, es decir, $\sum_{i=1}^n E_{i,t} = \bar{E}$. Denotando por $V = (\bar{E}, -\beta a_1, \dots, -\beta a_n)$, el sistema dinámico (6) se reescribe como,

$$Y_{t+1} = A^{-1}BY_t + A^{-1}V. \quad (6')$$

La solución general del sistema (6) sin restricciones sobre la senda de emisiones brutas, $\sum_{i=1}^n E_{i,t}$, se muestra en el Apéndice 2

LEMA 1: *El estado estacionario asociado al sistema (6') es $\bar{Y}^{NC} = (\bar{S}^{NC}, \bar{x}_1^{NC}, \dots, \bar{x}_n^{NC})'$, tal que, para $i = 1, 2, \dots, n$*

$$\bar{S}^{NC} = \frac{1}{\rho} \left[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} \right],$$

$$\bar{x}_i^{NC} = \frac{\beta\gamma_{ii}}{\rho} \left(\bar{E} - \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} \sum_{j=1}^n \alpha_{jj} \right) + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} \alpha_{ii},$$

donde $\gamma_{ii} = \frac{b_i}{c_i}$, $\alpha_{ii} = \frac{a_i}{c_i}$, $\epsilon = 1 - \delta$ y $\rho = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii}$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

COROLARIO 1: *La reducción total de emisiones en el estado estacionario no cooperativo es*

$$\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^{NC} = \frac{\beta}{\rho} \left(\bar{E} \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} + \delta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} \right),$$

que es no negativo si y sólo si $\bar{E} \geq -\delta \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{ii}}{\sum_{i=1}^n \gamma_{ii}}$.

Prueba: De los resultados obtenidos en el Lema 1 para \bar{x}_i^{NC} , $i = 1, 2, \dots, n$, se obtiene directamente la expresión para el nivel de reducción de emisiones en el estado estacionario. Dado que β y ρ son parámetros positivos, entonces

$$\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^{NC} \geq 0 \Leftrightarrow \bar{E} \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} + \delta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} \geq 0 \Leftrightarrow \bar{E} \geq -\delta \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{ii}}{\sum_{i=1}^n \gamma_{ii}}. \quad (Q.E.D.)$$

Se puede observar que todos los parámetros del modelo influyen en los valores estacionarios del nivel acumulado de polución y de la reducción global de emisiones. En concreto, cuanto mayor sea el nivel de emisiones, mayores serán los niveles que alcanzan todas las variables en el estado estacionario. Sin embargo, una reducción del parámetro a_i (que es no positivo) o b_i produce efectos opuestos sobre los valores estacionarios del nivel acumulado de polución y la reducción global de emisiones. Así, mientras que la acumulación de polución aumenta en tanto que a_i o b_i disminuyen, la reducción global de emisiones disminuye y puede llegar incluso a ser negativa. La explicación intuitiva de este resultado es la siguiente. Cuanto menores sean los parámetros a_i o b_i , mayor es el nivel de polución acumulada a partir del cual el daño económico empieza a ser positivo

y mayor es el tramo decreciente de la función de daño. Esto implica que, para valores pequeños de a_i o b_i , el país i podría estar interesado en aumentar sus emisiones durante algunos periodos, provocando una mayor acumulación de polución a largo plazo.

Se han caracterizado los niveles que alcanzan las variables relevantes a largo plazo. Sin embargo, si se quiere analizar el problema en términos de bienestar, hay que analizar cómo son las trayectorias temporales óptimas que llevan la economía desde la situación inicial hasta el equilibrio a largo plazo. Para ello, se examina la dinámica implícita en el sistema de ecuaciones en diferencias (6').

LEMA 2: *Los $n + 1$ valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$ son reales, positivos, diferentes, y tales que uno de ellos está dentro del círculo unidad y los otros n restantes están fuera.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

Este lema dice que el sistema dinámico (6') presenta un solo valor propio estable y n inestables. Por tanto, la solución es un punto de silla y debe haber una única variable predeterminada y n variables determinadas por el futuro. En el modelo de control de polución que se está considerando, esta distinción aparece de forma natural: el nivel acumulado de polución es la variable predeterminada, de forma que S_0 es conocido en el momento en que cada país resuelve el problema, y las reducciones de emisiones son las n variables determinadas por el futuro. La siguiente proposición caracteriza la solución de punto de silla.

PROPOSICIÓN 1: *Dados los valores propios de la matriz $A^{-1}B$, el sistema de ecuaciones en diferencias (6') tiene una única solución que converge al estado estacionario \bar{Y}^{NC} y es un punto de silla. Denotando el nivel acumulado de polución en $t = 0$ por S_0 , la solución viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones $\forall i = 1, \dots, n$:*

$$S_t^{NC} - \bar{S}^{NC} = (S_0 - \bar{S}^{NC})(\lambda^{NC})^t,$$

$$x_{i,t}^{NC} - \bar{x}_i^{NC} = \frac{e_{i+1}}{e_1}(S_0 - \bar{S}^{NC})(\lambda^{NC})^t,$$

donde λ^{NC} es el valor propio de $A^{-1}B$ que está dentro del círculo unidad, y $(e_1, \dots, e_{n+1})'$ es cualquier vector propio asociado a λ^{NC} .

Prueba: Ver Apéndice 1.

Observar que la solución de punto de silla presentada en la Proposición 1 viene determinada por el valor propio estable de la matriz de transición $A^{-1}B$ y por el nivel acumulado de polución en el periodo inicial. Dados estos valores, existe una única combinación de niveles de reducción de emisiones de todos los países que sitúa al sistema sobre la trayectoria de equilibrio estable, y que viene definida por $x_{i,0}^{NC} = \bar{x}_i^{NC} + \frac{c_{i+1}}{c_i}(S_0 - \bar{S}^{NC})$, $\forall i = 1, \dots, n$. Para cualesquiera otros valores iniciales de los niveles de reducción de emisiones, el sistema no converge.

Hasta ahora, se ha obtenido la trayectoria de equilibrio que converge al estado estacionario, en tanto que las emisiones brutas agregadas son constantes en el tiempo. Sin embargo, parece poco realista pensar que el crecimiento económico no vaya a aumentar las emisiones de contaminantes en el futuro. No obstante, las propiedades de estabilidad del sistema (6) dependen únicamente de los valores propios de la matriz de transición $A^{-1}B$, independientemente de si la parte no homogénea es o no constante en el tiempo. La principal diferencia que surge cuando V_t no es constante en el tiempo es que ya no existe un único estado estacionario \bar{Y}^{NC} , sino que éste va cambiando en el tiempo; en este caso se obtiene lo que se denomina un estado estacionario generalizado. Como ya se ha mencionado anteriormente, en el Apéndice 2 se caracterizan la solución de punto de silla y el estado estacionario generalizado, al que converge asintóticamente, cuando las emisiones varían en el tiempo.

3. LA SOLUCIÓN COOPERATIVA DEL JUEGO DINÁMICO

La mayor parte de los trabajos que analizan la cooperación en este contexto utilizan como función global de bienestar la suma no ponderada de las funciones de bienestar de todos los países (Dockner y Long (1993), Hammitt y Adams (1995), Kverndokk (1994), Tahvonen (1994, 1995), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Long (1992), Xepapadeas (1994)). De esta forma, a pesar de las posibles diferencias existentes entre los países todos ellos son tratados por igual en la solución cooperativa. Sin embargo, como señalan Eyckmans, Proost y Schokkaert (1993), Chichilnisky y Heal (1994) y Sen (1995), cualquier acuerdo medioambiental debería tener en cuenta cuestiones de justicia distributiva. Con este propósito, aquí se va a considerar como función de bienestar global la suma ponderada de las funciones de bienestar individuales. Así, cuando los países

cooperan, sus políticas óptimas de reducción de emisiones se obtienen resolviendo el problema de optimización siguiente:

$$\begin{aligned} \min_{\{x_{1,t}, \dots, x_{n,t}\}_{t=0}^{\infty}} \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\omega_1 W_{1,t} + \omega_2 W_{2,t} + \dots + \omega_n W_{n,t}) \\ \text{s.a.} \quad & S_{t+1} = (1 - \delta) S_t + \sum_i^n (E_{i,t} - x_{i,t}), \\ & \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \end{aligned} \tag{7}$$

donde $\omega_i \in (0, 1)$ representa la ponderación correspondiente al país i .

Dado que $W_{i,t}$ es una función convexa $\forall i$, al resolver el problema de minimización (7) se obtiene el conjunto de soluciones eficientes, en el sentido de Pareto, como función de los parámetros ω_i . Elegir como solución cooperativa una de estas soluciones eficientes implica, por tanto, asignar un valor determinado a cada ω_i . En este sentido, como señalan Eyckmans *et al.* (1993), a través de los parámetros ω_i se puede reflejar el diferente peso o poder de negociación de cada país en el proceso de cooperación. Antes de analizar la elección del vector de ponderaciones $(\omega_1, \dots, \omega_n)$, se va a caracterizar el conjunto de soluciones eficientes.

El Lagrangiano asociado al problema de optimización condicionada (7) puede escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ & \omega_1 (a_1 S_t + \frac{b_1}{2} S_t^2 + \frac{c_1}{2} x_1^2) + \dots + \omega_n (a_n S_t + \frac{b_n}{2} S_t^2 + \frac{c_n}{2} x_n^2) + \\ & \mu_t [S_{t+1} - (1 - \delta) S_t - \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t})] \}, \end{aligned}$$

donde μ_t es la variable de coestado, que puede interpretarse como el precio sombra de la acumulación de polución para la sociedad. Una diferencia con respecto al problema no cooperativo, es que ahora hay un único precio sombra para la acumulación de polución, en lugar de uno diferente para cada país.

Las condiciones de primer orden asociadas a este problema son, $\forall t$ y $\forall \omega$:

$$\forall i \quad \frac{\partial L}{\partial x_{i,t}} = 0 \Rightarrow \beta^t (\omega_i c_i x_{i,t} + \mu_t) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_{t+1}} = 0 \Rightarrow -\beta \left[\sum_{i=1}^n \omega_i (a_i + b_i S_{t+1}) - (1 - \delta) \mu_{t+1} \right] = \mu_t, \tag{9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_t} = 0 \Rightarrow S_{t+1} = (1 - \delta)S_t + \sum_{i=1}^n (E_{i,t} - x_{i,t}), \quad (10)$$

junto con la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \mu_t S_{t+1} = 0.$$

La ecuación (8) muestra el precio sombra de la acumulación de polución (mal público) como función del coste marginal ponderado de la reducción de emisiones de cada país. Dado que esta ecuación (8) se cumple $\forall i$, se tiene que:

$$\omega_i c_i x_{i,t} = \omega_j c_j x_{j,t}.$$

Esto implica que, en las soluciones eficientes, los costes marginales de reducción de emisiones entre dos países cualesquiera deben ser proporcionales; en particular, esta proporción se determina por las ponderaciones correspondientes a cada país en la función de bienestar global. Nótese que, en la solución cooperativa *First Best* (FB), se tiene que $\omega_i = 1/n \forall i$, de manera que el coste marginal de reducción de emisiones es igual para todos los países. Por esta razón se dice que la solución FB es eficiente en costes.

Con objeto de interpretar las condiciones de optimalidad restantes, se sustituye la ecuación (8) en la (10) obteniendo, para $i = 1, \dots, n$:

$$\omega_i c_i [x_{i,t} - \beta(1 - \delta)x_{i,t+1}] = \beta \sum_{i=1}^n \omega_i (a_i + b_i S_{t+1}).$$

En términos económicos, esta ecuación establece que el coste marginal ponderado del incremento neto en la reducción de emisiones entre dos periodos para cualquier país (lado izquierdo) debe ser igual a la suma ponderada del daño marginal derivado de la acumulación de polución (lado derecho), medido todo ello en valor presente. Esta ecuación es, por tanto, una versión intertemporal de la regla de Bower-Lindahl-Samuelson para la provisión de un bien (mal) público.

Las ecuaciones (8) a (10) pueden reducirse a un sistema de dos ecuaciones en diferencias, donde las variables endógenas son el nivel acumulado de polución, S_t , y la reducción global de emisiones, $\sum_{i=1}^n x_{i,t}$. Este sistema puede escribirse, a su vez, en forma matricial de la siguiente manera,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta \sum_{i=1}^n \omega_i b_i & \frac{\beta(1-\delta)}{\sum_{i=1}^n (\omega_i c_i)^{-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{t+1} \\ \sum_{i=1}^n x_{i,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\delta & -1 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^n (\omega_i c_i)^{-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_t \\ \sum_{i=1}^n x_{i,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n E_{i,t} \\ -\beta \sum_{i=1}^n \omega_i a_i \end{pmatrix}.$$

Utilizando las definiciones obvias, este sistema de ecuaciones en diferencias puede expresarse como,

$$CX_{t+1} = DX_t + W_t.$$

Dado que $\det(C) \neq 0$, se obtiene que,

$$X_{t+1} = C^{-1}DX_t + C^{-1}W_t. \quad (11)$$

Como sucedía en el caso no cooperativo, la parte no homogénea de este sistema dinámico, $C^{-1}W_t$, depende del tiempo, en tanto que las emisiones exógenas cambian cada periodo. Aquí se presentan los resultados para el caso concreto en que $\sum_{i=1}^n E_{i,t} = \bar{E}$, y el sistema (11) se reduce a,

$$X_{t+1} = C^{-1}DX_t + C^{-1}W, \quad (11')$$

donde $W = (\bar{E}, -\beta \sum_{i=1}^n \omega_i a_i)'$. La solución cooperativa se denota mediante un superíndice C . La solución general del sistema (11) se encuentra en el Apéndice 2.

LEMA 3: *El estado estacionario asociado al sistema de ecuaciones en diferencias (11') es $\bar{X}^C = (\bar{S}^C, \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C)'$ tal que*

$$\bar{S}^C = \frac{1}{\phi} \left[(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \alpha_{ij} \right],$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C = \frac{\beta}{\phi} \left(\bar{E} \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij} + \delta \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \alpha_{ij} \right),$$

donde $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$, $\sigma_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$ para $i, j = 1, \dots, n$, $\epsilon = 1 - \delta$ y $\phi = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij}$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

Al igual que en el caso no cooperativo, se puede observar que todos los parámetros del modelo afectan a la acumulación de polución y a la reducción global de emisiones en el estado estacionario. Además, el nivel de emisiones y

los parámetros a_i y b_i afectan a los valores estacionarios de la acumulación de polución y de la reducción global de emisiones de igual manera que en el caso no cooperativo. Una pregunta que surge de forma natural en este contexto es si el nivel de polución acumulada en la solución cooperativa es mayor o menor que en la solución no cooperativa. Intuitivamente parece que la acumulación de polución en el estado estacionario debería ser menor si los países actúan cooperativamente. Sin embargo, como se muestra en la siguiente proposición, esto no es necesariamente cierto.

PROPOSICIÓN 2: $\bar{S}^{NC} \geq \bar{S}^C$ y $\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^{NC} \leq \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C$ si y solo si el nivel de emisiones exógenas satisface:

$$\bar{E} \geq - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \alpha_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \gamma_{ij}} \left(\delta + \frac{\beta}{1 - \beta \epsilon} \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} \right) + \frac{\beta}{1 - \beta \epsilon} \sum_{i=1}^n \alpha_{ii},$$

donde $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$, $\sigma_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$ para $i, j = 1, \dots, n$ y $\epsilon = 1 - \delta$.

Prueba: Ver Apéndice 1.

Por lo tanto, con la especificación adoptada para la función de daño, únicamente se puede afirmar que, a largo plazo, la cooperación entre países implicará una menor acumulación de polución si las emisiones agregadas brutas son suficientemente altas. Si las emisiones son bajas y el ratio $-a_i/b_i$ es suficientemente alto, las trayectorias óptimas de reducción de emisiones podrían consistir en incrementos de éstas en lugar de reducciones, al menos para algunos periodos; si este fuera el caso, entonces las políticas óptimas de los países cuando cooperan, podrían consistir en emisiones netas mayores incluso que cuando no cooperan. Es fácil ver que cuando la función de daño es creciente para todos los países (es decir, $a_i = 0 \forall i$), la cooperación garantiza en el estado estacionario una menor acumulación de polución y una mayor reducción global de emisiones. Este resultado es habitual cuando se utilizan funciones de daño convexas y crecientes (Long (1992), van der Ploeg y de Zeeuw (1992), Xepapadeas (1994)) y es recogido en el siguiente corolario.

COROLARIO 2: Si $a_i = 0 \forall i$, entonces $\bar{S}^{NC} \geq \bar{S}^C$ y $\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^{NC} \leq \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C$.

Prueba: Si $a_i = 0 \forall i$, entonces $\alpha_{ij} = 0 \forall i, j$ y, por tanto, la desigualdad de la Proposición 2 se cumple para cualquier nivel no negativo de las emisiones.

Una vez analizado el estado estacionario asociado al sistema dinámico (11'), se caracterizan las trayectorias temporales óptimas que conducen a él. De nuevo se obtiene que existe un único valor propio asociado a la matriz de transición, $C^{-1}D$, que es estable. Se considera que la acumulación de polución es la variable predeterminada con S_0 conocido, y el multiplicador, que indirectamente determina la reducción óptima de emisiones, es la variable determinada por el futuro. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

LEMA 4: *Los dos valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$ son reales, positivos, diferentes, y tales que uno de ellos está dentro del círculo unidad y el otro fuera.*

Prueba: Ver Apéndice 1.

PROPOSICIÓN 3: *Dados los valores propios de la matriz $C^{-1}D$, el sistema de ecuaciones (11') tiene una única solución que converge al estado estacionario \bar{X}^C y es un punto de silla. Denotando la acumulación de polución en $t = 0$ por S_0 , la solución de punto de silla queda determinada por el siguiente par de ecuaciones:*

$$S_t^C - \bar{S}^C = (S_0 - \bar{S}^C)(\lambda^C)^t,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,t}^C - \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C = \frac{u_2}{u_1}(S_0 - \bar{S}^C)(\lambda^C)^t,$$

donde λ^C es el valor propio de $C^{-1}D$ menor que uno y $(u_1, u_2)'$ es cualquier vector propio asociado a λ^C .

Prueba: Ver Apéndice 1.

Todos los resultados obtenidos hasta ahora se cumplen $\forall (w_1, \dots, w_n)$, tal que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Sin embargo, para comparar la solución cooperativa con la solución no cooperativa en términos de bienestar, hay que especificar cuál de las soluciones eficientes será el resultado de la cooperación, lo cual implica elegir un vector de ponderaciones (w_1, \dots, w_n) determinado. La elección puede hacerse *ad hoc* considerando, por ejemplo, $w_i = 1/n \forall i$, en cuyo caso se obtiene la solución FB como solución cooperativa. Sin embargo, es posible determinar endógenamente la ponderación correspondiente a cada país, de manera que las diferencias existentes entre los países sean tenidas en cuenta.

Parece lógico pensar que la solución cooperativa, aparte de la propiedad de optimalidad, debería garantizar a cada país una pérdida de bienestar menor que la obtenida en la solución no cooperativa. Esto significa que, al resolver el problema de minimización (7), se deberían buscar soluciones que sean individualmente racionales. En general, existen muchas soluciones Pareto-óptimas que satisfacen esta condición, y la elección de una de ellas puede realizarse mediante un juego de negociación. Para ello, se supone que los países pueden comunicarse y comenzar un proceso de negociación hasta alcanzar un acuerdo. No es preciso saber cómo evoluciona dicho proceso, ya que sólo interesa conocer el tipo de solución al que se llega tras la negociación. En concreto, se van a considerar dos soluciones¹²: la solución de Nash con regateo (NR) (Nash 1953) y la solución de Kalai-Smorodinsky (KS) (Kalai-Smorodinsky 1975)¹³.

En la solución NR, la medida del poder relativo de negociación de cada país viene determinada por el nivel de bienestar relativo que éste obtiene en la solución no cooperativa. En este modelo con n países, la solución NR se obtiene resolviendo el siguiente problema,

$$\max_{(w_1, \dots, w_n)} \prod_{i=1}^n (W_i^{NC} - W_i^C(w_1, \dots, w_n)), \quad (12)$$

donde $W_i^{NC} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [D_i(S_t^{NC}) + C_i(x_{i,t}^{NC})]$ y $W_i^C(w_1, \dots, w_n) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [D_i(S_t^C) + C_i(x_{i,t}^C)]$ son el valor presente descontado de las pérdidas de bienestar correspondientes al país i en la solución no cooperativa y en la solución cooperativa, respectivamente.

La solución KS considera dos puntos de referencia para determinar la ponderación correspondiente a cada país: la solución no cooperativa y el denominado "punto ideal", que representa el mejor resultado posible para cada país compatible con la racionalidad individual. Analíticamente, la solución KS se obtiene resolviendo el siguiente sistema de n ecuaciones no lineales:

¹² La solución NR ha sido utilizada, entre otros, por Hughes Hallet (1986) y McKibbins y Sachs (1991) para analizar la distribución de las ganancias derivadas de la coordinación internacional de políticas económicas. Hughes Hallet (1986) considera también la solución KS.

¹³ La solución NR satisface las propiedades de Pareto optimalidad, racionalidad, factibilidad, independencia de alternativas irrelevantes, simetría e independencia respecto a transformaciones lineales del conjunto de jugadores. En la solución KS, la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes es sustituida por la de monotonía individual.

$$\frac{W_i^{NC} - W_i^C(w_1, \dots, w_n)}{W_j^{NC} - W_j^C(w_1, \dots, w_n)} = \frac{W_i^{NC} - W_i^I}{W_j^{NC} - W_j^I} \quad i, j, = 1, 2, \dots, n, i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \quad (13)$$

donde W_i^I representa la pérdida de bienestar correspondiente al país i en su punto ideal. El sistema (13) establece que la ganancia obtenida por cada país al cooperar es proporcional a la ganancia que obtendría situándose en su punto ideal.

Las ganancias de cooperación se definen como la diferencia entre las futuras pérdidas de bienestar asociadas a la solución cooperativa y a la solución no cooperativa, es decir,

$$G_i = W_i^{NC} - W_i^C.$$

Dependiendo de cuál sea la solución cooperativa considerada se puede definir: G_i^{FB} , G_i^{NR} y G_i^{KS} . Una cuestión importante es conocer la magnitud de las ganancias de cooperación en cada caso, así como su distribución entre los diferentes países. Puesto que no es posible comparar analíticamente los niveles de bienestar correspondientes a cada solución ni cómo se distribuyen las ganancias de cooperación entre los diferentes países, se recurre a un ejercicio numérico de simulación para obtener alguna intuición sobre estas cuestiones.

4. LA DISTRIBUCIÓN DE LAS GANANCIAS POR COOPERAR

En esta sección se pretende analizar cómo se distribuyen las ganancias que pueden obtener todos los países si coordinan sus políticas medioambientales en relación al problema del efecto invernadero. Aquí se supone que esta coordinación tiene lugar a través de la firma de un acuerdo entre todos los países del mundo para reducir las emisiones de dióxido de carbono (CO_2). El objetivo de un acuerdo de este tipo será estabilizar la concentración de GEI en la atmósfera en un nivel que no interfiera en el sistema climático. De entre todos los GEI, el CO_2 es el que más atención está recibiendo a nivel internacional porque, como señalan Manne y Richels (1992), es el que más contribuye al calentamiento de la atmósfera¹⁴. Además, las emisiones de CO_2 son más fáciles de controlar y reducir que otras

¹⁴ Las emisiones de dióxido de carbono representan un 80% del total de emisiones de GEI cuando éstas se expresan en términos de su equivalente en CO_2 (Nordhaus (1991)).

como el metano. Algunas opciones propuestas para reducir las emisiones de CO_2 consisten, por ejemplo, en fomentar el uso de combustibles con bajos niveles de emisión de CO_2 o de combustibles no fósiles, o en mejorar los procesos de producción de energía, de manera que disminuya la tasa de emisiones de CO_2 por unidad de energía producida.

Las negociaciones para alcanzar un acuerdo sobre la reducción de emisiones de CO_2 tendrán lugar, probablemente, entre bloques de países, de forma que los compromisos no se establecerán para cada país de forma individual sino para cada grupo en su conjunto. En concreto, en este trabajo todos los países del mundo (existentes en 1989) son agrupados en seis bloques:

- (1) Estados Unidos (EEUU)
- (2) China, India e Indonesia (CHII)
- (3) Unión Europea (UE)
- (4) Resto de países de la OCDE (ROCDE)
- (5) Antigua Unión Soviética y Europa del Este (AUS-EE)
- (6) Resto del mundo (RM)

En el grupo (4) se incluyen los siguientes países: Australia, Canadá, Islandia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Suiza y Turquía. Por tanto, los grupos (1), (3) y (4) constituyen el grupo de países de la OCDE. Esta distribución de países es similar a la utilizada por Tahvonen (1994), aunque éste no considera la Unión Europea como un grupo aparte y no incluye a India e Indonesia junto con China.

A continuación, se presentan los datos utilizados para cuantificar las ganancias derivadas de un acuerdo de cooperación para reducir las emisiones de CO_2 . La Tabla 1 muestra¹⁵ el PIB y las emisiones de CO_2 para cada grupo de países correspondientes al año 1989. El PIB está medido en billones de dólares constantes de 1985 y las emisiones de CO_2 en términos de su peso en carbón¹⁶. Se han incluido las emisiones procedentes de la actividad industrial y de cambios en el aprovechamiento de la tierra (deforestación y abandono de cultivos).

Se observa que el 33% del total de las emisiones de CO_2 corresponden al resto del mundo (RM). Esto se debe a que en este grupo se incluyen países con importantes niveles de emisiones como son Egipto, la República de Korea, México, Arabia Saudí, Sudáfrica,...etc.. Un 17% de las emisiones corresponden

¹⁵ Todas las cifras están expresadas en términos estadounidenses, de manera que por ejemplo, un billón de Tm. es igual a 1×10^9 Tm..

¹⁶ Una emisión de dióxido de carbono tiene un peso en carbón igual a 3,664 Tm.

a la antigua URSS y Europa del Este así como a EEUU, mientras que a CHII les corresponde un 15%. Sin embargo, el reparto del PIB mundial es bastante diferente; así, a EEUU le corresponde un 23% mientras que a CHII sólo les corresponde el 2%. El ratio de emisiones por unidad de PIB es, por tanto, muy diferente para grupo de países. Una de las razones que explican estas diferencias es que no todos los combustibles fósiles producen la misma cantidad de emisiones de CO_2 por unidad de energía consumida. Así, por ejemplo, el carbón produce un 21% más de CO_2 , por unidad de energía consumida, que el petróleo y un 76% más que el gas natural. Esto explica en parte que CHII, que disponen de grandes recursos de carbón, tengan el ratio más alto (0.00214). Los países industrializados, sin embargo, tienen ratios más pequeños debido, entre otras razones, a la progresiva sustitución de carbón por petróleo, gas y combustibles no fósiles en la producción de energía.

TABLA 1

PIB (billones de US \$) y Emisiones de dióxido de carbono (millones de Tm.)
Datos para 1989

	PIB*	(%)	CO_2^{**}	(%)	CO_2/PIB
EEUU	4564.40	(22.82)	1334.88	(17.47)	0.00029
CHII	531.18	(2.66)	1137.62	(14.89)	0.00214
UE	4446.49	(22.23)	748.47	(9.79)	0.00016
ROCDE	3715.97	(18.57)	543.96	(7.11)	0.00014
AUS-EE	2952.72	(14.76)	1331.99	(17.43)	0.00045
RM	3789.22	(18.95)	2543.04	(33.29)	0.00067
MUNDO	20000.00		7640.00		0.00038

* Medido en US\$ constantes de 1985. Fuente: International Financial Statistics 1993.

** Medido en términos de su peso en carbón. Fuente: World Resources 1992-93.

Estos datos sobre PIB y emisiones de CO_2 se utilizan para obtener los parámetros de las funciones de daño y de coste en cada bloque de países siguiendo el método utilizado por Falk y Mendelsohn (1993).

En particular, para la función de coste se utiliza, siguiendo a estos autores, la función estimada por Nordhaus (1991). Esta función originalmente relaciona porcentajes de reducción de emisiones de CO_2 con su coste marginal. Conocidas las emisiones de CO_2 en cada bloque de países se calcula el coste marginal para diferentes niveles de reducción de emisiones y, mediante una sencilla regresión,

se obtiene el parámetro c_i . Esto significa que las diferencias en el valor de este parámetro para cada bloque dependerán de las diferencias existentes en sus niveles iniciales de emisiones de CO_2 .

Para obtener las funciones de daño, se supone que con la concentración actual de GEI en la atmósfera (800 billones de Tm. en 1989) el daño económico es igual a cero para todos los grupos de países. Pero si la concentración actual de GEI en la atmósfera se duplicara, el daño económico anual para cada grupo sería igual a un determinado porcentaje de su PIB. Es sabido que este porcentaje, denotado ρ_i , será diferente para cada país dependiendo, entre otros factores, de la localización geográfica y del nivel de desarrollo, aunque existe aún incertidumbre sobre el valor concreto de ρ_i para cada país. Los valores de ρ_i que se van a utilizar en esta sección, se han elegido siguiendo el trabajo de Tahvonen (1994); dichos valores reflejan, como señalan Nordhaus (1991) y Cline (1991), que los países en vías de desarrollo son mucho más vulnerables ante el cambio climático que los países desarrollados. Multiplicando el porcentaje de daño por el PIB de cada bloque se obtiene el valor del daño debido a la duplicación de la concentración de GEI. Se tienen así dos puntos que relacionan nivel de concentración de GEI y daño, y que son utilizados para obtener los parámetros (a_i, b_i) de la función de daño de cada bloque.

En la Tabla 2 se muestra el valor de los parámetros de las funciones de daño y de coste correspondiente a cada grupo de países.

TABLA 2
Parámetros de las Funciones de Daño y de Coste

BLOQUE	Función de Daño			Función de Coste
	ρ_i	a_i	b_i	c_i
EEUU	0.7%	-0.0199	4.992×10^{-14}	2.131×10^{-7}
CHII	3%	-0.0099	2.489×10^{-14}	2.500×10^{-7}
UE	1%	-0.0277	6.947×10^{-14}	3.800×10^{-7}
ROCDE	1%	-0.0232	5.806×10^{-14}	5.229×10^{-7}
AUS-EE	1.5%	-0.0276	6.920×10^{-14}	2.135×10^{-7}
RM	3%	-0.0710	17.761×10^{-14}	1.118×10^{-7}

Respecto al resto de parámetros del modelo, la tasa de descuento se supone constante e igual al 4% para todos los países, de forma que el factor de descuento es $\beta = 0.9615$. La tasa de depreciación de la concentración de GEI por periodo (δ) se supone igual a 0.005. Finalmente, se supone que las emisiones mundiales de GEI¹⁷ crecen a una tasa anual constante del 1.6%. Esta tasa de crecimiento es una media ponderada de las tasas de crecimiento de emisiones de cada grupo de países obtenidas a partir de las predicciones de Manne y Richels para los próximos 100 años (Dean y Hoeller (1992)). Nótese que, dado que las emisiones crecen en el tiempo, lo que se va a simular son las sendas temporales óptimas que convergen a un estado estacionario que va cambiando en el tiempo. Aunque, por sencillez, los resultados teóricos mostrados en las secciones 2 y 3 se han obtenido para el caso de emisiones constantes en el tiempo.

Por supuesto, tanto las formas funcionales como los valores de los parámetros utilizados en el modelo pueden ser objeto de discusión, lo mismo que los resultados obtenidos a partir de aquéllos.

Una vez parametrizado el modelo, se calcula el nivel de concentración de GEI y el porcentaje de reducción de emisiones para cada grupo de países en la solución no cooperativa (NC) y en las tres soluciones cooperativas que se quieren comparar: la solución *First Best* (FB), la solución de Nash con regateo (NR) y la solución de Kalai-Smorodinsky (KS). Como ya se ha explicado en la sección 3, la ponderación correspondiente a cada país en las soluciones NR y KS se obtiene endógenamente¹⁸. Hay, por tanto, tres posibles acuerdos internacionales para reducir las emisiones de CO_2 que implican distintos compromisos y diferente distribución de las ganancias de cooperación entre los países. El interés por comparar estos tres acuerdos se debe a que parece lógico pensar que las diferencias existentes entre los países deberían ser tenidas en cuenta al determinar la

¹⁷ Las emisiones totales de GEI en 1989 equivalen a 9.55 billones de Tm. de carbón, en tanto que las emisiones de CO_2 representan un 80% del total de emisiones de GEI, cuando éstas se expresan en términos de su equivalente en CO_2 medido según su contenido en carbón.

¹⁸ Las ponderaciones correspondientes a la solución NR son el resultado del problema de optimización (12) y se han obtenido utilizando el paquete de optimización MAXMUM programado en lenguaje GAUSS. Para obtener las ponderaciones correspondientes a la solución KS, primero, se ha utilizado el paquete de optimización MAXMUM para obtener el nivel de bienestar de cada país en su punto ideal. En segundo lugar, para resolver el sistema de ecuaciones no lineales (13) se ha utilizado el paquete NLSYS programado también en lenguaje GAUSS. No se han encontrado problemas de convergencia.

ponderación asignada a cada país en el proceso cooperativo. La Tabla 3 recoge los principales resultados obtenidos.

Es sabido que un acuerdo de cooperación basado en la solución (FB) es eficiente en costes, de manera que el coste marginal de reducir emisiones es igual para todos los grupos de países. Además, en este caso se observa que todos los bloques reducen sus emisiones uniformemente un 2.459%. La razón es que, al parametrizar la función de coste se ha supuesto que el coste marginal de reducir un determinado porcentaje de emisiones es igual para todos los grupos de países. No obstante, no se realiza ningún supuesto acerca de cómo se reparte este porcentaje de reducción de emisiones entre los países que forman cada grupo, de manera que no es necesario que todos los países reduzcan sus emisiones en el mismo porcentaje.

En las soluciones NR y KS, el porcentaje de reducción de emisiones de CO_2 a nivel mundial es muy parecido al correspondiente a la solución FB; sin embargo, la distribución de este porcentaje entre los seis grupos de países es bastante diferente. Tanto en la solución NR como en la solución KS, el menor porcentaje de reducción de emisiones corresponde a CHII y EEUU, que a su vez son los grupos con menor reducción porcentual de emisiones en la solución NC.

Las ganancias de cooperación, mostradas en la Tabla 3, están medidas como porcentaje del PIB de cada grupo de países. A nivel mundial, como cabía esperar, las ganancias son mayores en la solución FB que en la solución NR y KS, aunque son bastante similares en todos los casos (0.25%, 0.22% y 0.23% del PIB mundial, respectivamente). La distribución de estas ganancias entre los seis grupos de países es, sin embargo, muy diferente en la solución FB comparada con las soluciones NR y KS. En el caso de la solución FB, las ganancias son mayores para aquellos bloques que, como el RM, la UE y el resto de países de la OCDE, están dispuestos a reducir sus emisiones en mayor proporción en ausencia de cooperación. Además, la solución FB no es individualmente racional para todos los países, ya que, CHII empeoran respecto a la solución NC. En cambio, tanto la solución NR como la solución KS son individualmente racionales para todos los grupos de países.

TABLA 3

Reducción porcentual de emisiones de CO₂ en el Estado Estacionario y Ganancias de Cooperación

	Reducción de emisiones				Ganancias de Cooperación					
	FB		NR		FB		NR		KS	
	\bar{x}_i^{FB}	\bar{x}_i^{NR}	\bar{x}_i^{FB}	\bar{x}_i^{NR}	w_i	%	w_i	%	w_i	%
EEUU	0.277	2.459	1.827	1.820	0.166	0.0062	0.190	0.1319	0.196	0.1297
CHII	0.138	2.459	1.201	1.312	0.166	-0.9132	0.289	0.7456	0.271	0.6260
UE	0.386	2.459	2.769	2.815	0.166	0.2688	0.125	0.2053	0.126	0.1927
ROUDE	0.322	2.459	2.712	2.919	0.166	0.2901	0.128	0.2406	0.122	0.2060
AUS-EE	0.384	2.459	2.253	2.200	0.166	0.2003	0.154	0.2516	0.162	0.2623
RM	0.987	2.459	3.100	2.955	0.166	0.7325	0.112	0.2697	0.120	0.3560
MUNDO	0.525	2.459	2.387	2.364	--	0.2592	--	0.2285	--	0.2335

La Tabla 3 muestra así mismo, las diferentes ponderaciones (w_i) asignadas a la función de bienestar de cada grupo de países en las soluciones NR y KS. Estas ponderaciones reflejan el diferente poder de negociación que corresponde a cada bloque en el proceso cooperativo. En ambos casos, la ponderación de la función de bienestar de cada grupo está inversamente relacionada con la ganancia de cooperación que dicho grupo obtiene en la solución FB. Así, la mayor ponderación corresponde a CHII y a EEUU, que son quienes menores ganancias obtienen en la solución FB.

Por su parte, Tahvonen (1994) calcula ganancias de cooperación, utilizando un modelo donde considera de forma conjunta los parámetros económicos y climatológicos¹⁹. Tiene en cuenta, además, el cambio tecnológico y supone que en algún momento determinado aparecerá una tecnología de sustitución, de manera que la función de coste varía en el tiempo. Agrupa a todos los países del mundo en cinco bloques, similares a los que aquí se han considerado, y obtiene que la cooperación basada en la solución FB beneficia a los países en vías de desarrollo. Como él mismo señala, este resultado depende crucialmente del supuesto sobre la aparición de una tecnología de sustitución.

A diferencia de estos resultados de Tahvonen (1994), aquí se obtiene que, en términos generales, la solución FB beneficia a los países desarrollados mientras que son las soluciones NR y KS, donde los países no son tratados por igual, las que beneficiarían a los países en vías de desarrollo.

Hay que señalar que el RM y EEUU son dos casos especiales porque independientemente de la ponderación que reciben al cooperar, el RM siempre obtiene ganancias de cooperación altas mientras las ganancias que obtiene EEUU siempre son relativamente pequeñas. Esto es debido en parte a que, como se observa en la Tabla 2, en el RM el daño derivado del cambio climático es alto mientras que su coste de reducción de emisiones es relativamente bajo. En EEUU, sin embargo, el daño es pequeño en relación a unos costes de reducción de emisiones no muy bajos.

Los resultados obtenidos permiten concluir que un acuerdo internacional para reducir las emisiones de CO_2 en el que las diferencias existentes entre los

¹⁹ En particular, supone que la función de daño no depende directamente de la concentración de GEI en la atmósfera sino de la tasa de variación de la temperatura que, a su vez, depende de la concentración de GEI. Considera así un modelo con dos variables estado: la concentración de GEI y la temperatura media anual. No obstante, como él mismo reconoce, una simplificación importante de su modelo es que la función de daño es lineal.

países sean tenidas en cuenta, proporcionará mayores ganancias a los países en vías de desarrollo que a los países desarrollados. Sin embargo, y en contraste con los resultados de Tahvonen (1994), no son los países en vías de desarrollo quienes obtendrán mayores ganancias con un acuerdo de cooperación basado en la solución FB, donde todas las funciones de bienestar reciben la misma ponderación en la función de bienestar global. Esto podría explicar por qué los países en vías de desarrollo no están dispuestos a aceptar las actuales propuestas de acuerdos internacionales para reducir las emisiones de CO_2 , argumentando que en estos acuerdos todos los países son tratados como si fuesen iguales, y piden que los acuerdos tengan en cuenta las diferencias existentes entre países, de manera que las obligaciones no sean iguales para todos.

5. CONCLUSIONES

Es sabido que el aumento de la concentración de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera puede provocar a largo plazo un cambio climático que, en caso de producirse, constituiría probablemente uno de los problemas medioambientales más graves del próximo siglo. El principal objetivo de este trabajo es analizar, en un contexto dinámico, cómo se distribuyen, entre los diferentes países, las ganancias potenciales derivadas de acuerdos internacionales para reducir el efecto invernadero. El interés de este análisis reside en el hecho de que aunque las ganancias de cooperación sean altas, la razón por la que los países pueden no estar dispuestos a cooperar puede ser la falta de acuerdo sobre cómo se reparten estas ganancias entre los diferentes países.

Para ello, se ha considerado un modelo dinámico de control de polución, donde los países quedan caracterizados por una función de pérdida de bienestar social que depende del daño asociado a la concentración de GEI en la atmósfera y del coste asociado a la política de reducción de emisiones adoptada. Se ha tenido en cuenta la posibilidad de que la concentración de GEI comience a producir daños económicos positivos sólo para niveles altos de ésta. Por otro lado, se ha supuesto que la función de daño es decreciente hasta que la concentración alcanza un determinado nivel. En este contexto dinámico, se comparan las soluciones cooperativa y no cooperativa al problema de controlar la concentración de GEI en la atmósfera, tanto desde el punto de vista teórico como empírico. Los

resultados teóricos obtenidos indican que si el nivel exógeno de emisiones de GEI es suficientemente alto, la concentración de GEI a largo plazo será menor si los países cooperan.

Una vez analizados los aspectos teóricos del modelo y, con objeto de cuantificar las ganancias de cooperación, se ha parametrizado el modelo a partir de la evidencia empírica existente sobre el cambio climático. Dividiendo el mundo en seis bloques de países, se obtienen seis funciones diferentes de daño y de coste.

En los trabajos ya existentes en los que se trata de cuantificar las ganancias de cooperación, se considera como función de bienestar global la suma no ponderada de las funciones de bienestar individuales, de manera que todos los países son tratados por igual en el proceso de cooperación. En este trabajo, sin embargo, se considera un contexto más general siendo la función de bienestar global igual a la suma ponderada de las funciones de bienestar individuales. Dependiendo de cómo se determine la ponderación correspondiente a cada función de bienestar individual, la solución cooperativa obtenida es diferente. En concreto, se calculan tres soluciones cooperativas posibles: la solución FB, donde todas las funciones de bienestar individuales tienen la misma ponderación, la solución NR y la solución KS, donde las ponderaciones se determinan endógenamente, de manera que se tienen en cuenta las diferencias existentes entre los países.

El principal resultado obtenido al simular numéricamente el modelo es que, si bien a nivel mundial las ganancias de cooperación son bastante similares independientemente de la solución cooperativa considerada, la distribución de estas ganancias entre ellos es muy diferente entre la solución FB, por un lado, y las soluciones NR y KS, por otro. En particular, las soluciones NR y KS benefician más a los países en vías de desarrollo, mientras que la solución FB, a diferencia de lo obtenido por Tahvonen (1994), favorece a los países desarrollados. Esto podría explicar por qué los países en vías de desarrollo parecen poco dispuestos a firmar las actuales propuestas de acuerdos internacionales para reducir las emisiones de CO_2 , argumentando que en estos acuerdos se trata a todos los países por igual, y piden que los acuerdos tengan en cuenta las diferencias existentes entre países, de manera que las obligaciones no sean iguales para todos.

APÉNDICE 1.

En este apéndice se presentan las pruebas de los resultados obtenidos en las secciones 2 y 3. Todos ellos se refieren a los sistemas de ecuaciones en diferencias (6) y (11) en su versión autónoma donde $\sum_{i=1}^n E_{i,t} = \bar{E} \forall t$ (sistemas (6') y (11') respectivamente). Se denota $\gamma_{ij} = \frac{b_i}{c_j}$, $\alpha_{ij} = \frac{a_i}{c_j}$ y $\sigma_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ para $i, j = 1, \dots, n$, $\epsilon = 1 - \delta$, $\rho = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii}$ y $\phi = \delta(1 - \beta\epsilon) + \beta \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij}$.

Prueba del Lema 1: El estado estacionario del sistema de ecuaciones en diferencias (6') se define como $\bar{Y}^{NC} = Y_{t+1} = Y_t$. Por lo tanto,

$$\bar{Y}^{NC} = A^{-1}B\bar{Y}^{NC} + A^{-1}V \Rightarrow \bar{Y}^{NC} = [I - A^{-1}B]^{-1}A^{-1}V.$$

Utilizando las propiedades de las matrices particionadas y después de algunos cálculos se obtiene:

$$\bar{Y}^{NC} = \begin{pmatrix} \bar{S}^{NC} \\ \bar{x}_1^{NC} \\ \vdots \\ \bar{x}_n^{NC} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} 1 - \beta\epsilon & \frac{1}{c_1} & \dots & \frac{1}{c_n} \\ \beta\gamma_{11} & \frac{\gamma_{11}\beta - \rho}{(1 - \beta\epsilon)c_1} & \dots & \frac{\beta\gamma_{1n}}{(1 - \beta\epsilon)c_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta\gamma_{nn} & \frac{\beta\gamma_{nn}}{(1 - \beta\epsilon)c_n} & \dots & \frac{\gamma_{nn}\beta - \rho}{(1 - \beta\epsilon)c_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ -\beta a_1 \\ \vdots \\ -\beta a_n \end{pmatrix}.$$

Y, por lo tanto,

$$\bar{Y}^{NC} = \begin{pmatrix} \bar{S}^{NC} \\ \bar{x}_1^{NC} \\ \vdots \\ \bar{x}_n^{NC} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} (1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} \\ \beta\gamma_{11}\bar{E} - \frac{\beta^2\gamma_{11}}{1 - \beta\epsilon} \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} + \frac{\beta\rho}{1 - \beta\epsilon} \alpha_{11} \\ \vdots \\ \beta\gamma_{nn}\bar{E} - \frac{\beta^2\gamma_{nn}}{1 - \beta\epsilon} \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} + \frac{\beta\rho}{1 - \beta\epsilon} \alpha_{nn} \end{pmatrix},$$

que son las expresiones mostradas en el lema 1.

Prueba del Lema 2: Los $n + 1$ valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$ son los λ que resuelven la ecuación $|A^{-1}B - \lambda I| = 0$. Utilizando las propiedades de los determinantes, se puede probar que,

$$|A^{-1}B - \lambda I| = \begin{vmatrix} \epsilon - \lambda & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -\gamma_{11} & \frac{\gamma_{11}\beta + 1}{\beta\epsilon} - \lambda & \frac{\gamma_{11}}{\epsilon} & \dots & \frac{\gamma_{11}}{\epsilon} \\ -\gamma_{22} & \frac{\gamma_{22}}{\epsilon} & \frac{\gamma_{22}\beta + 1}{\beta\epsilon} - \lambda & \dots & \frac{\gamma_{22}}{\epsilon} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\gamma_{nn} & \frac{\gamma_{nn}}{\epsilon} & \frac{\gamma_{nn}}{\epsilon} & \dots & \frac{\gamma_{nn}\beta + 1}{\beta\epsilon} - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \epsilon - \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\sum_{i=1}^n \gamma_{ii} & \frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\gamma_{ii}}{\epsilon} - \frac{\gamma_{ii}}{\epsilon - \lambda} \right) & 0 & \dots & 0 \\ -\sum_{i=2}^n \gamma_{ii} & \sum_{i=2}^n \left(\frac{\gamma_{ii}}{\epsilon} - \frac{\gamma_{ii}}{\epsilon - \lambda} \right) & \frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\sum_{i=n}^n \gamma_{ii} & \sum_{i=n}^n \left(\frac{\gamma_{ii}}{\epsilon} - \frac{\gamma_{ii}}{\epsilon - \lambda} \right) & 0 & \dots & \frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$\left(\frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda \right)^{n-1} (\epsilon - \lambda) \left[\frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\gamma_{ii}}{\epsilon} - \frac{\gamma_{ii}}{\epsilon - \lambda} \right) \right] = 0.$$

A partir de esta expresión, se observa que $n - 1$ valores propios son iguales a $\frac{1}{\beta\epsilon}$ siendo, por tanto, positivos y mayores que uno. Los otros dos valores propios se obtienen de

$$\frac{1}{\beta\epsilon} - \lambda + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\gamma_{ii}}{\epsilon} - \frac{\gamma_{ii}}{\epsilon - \lambda} \right) = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \frac{\Phi}{\beta} \lambda + \frac{1}{\beta} = 0$$

donde $\Phi = -\frac{\beta\epsilon^2 + 1 + \beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii}}{\epsilon}$. Dado que $\Phi < 0$, las dos raíces asociadas con esta ecuación son positivas. Por otro lado, siguiendo el análisis de Sargent (1987, pp. 202) para un caso similar, es fácil probar que una de las dos raíces es menor que uno y la otra mayor que uno si $-\Phi > 1 + \beta$. A continuación se prueba que esta condición se cumple en este caso. Para ello se supone inicialmente que se cumple lo contrario, es decir,

$$-\Phi \leq 1 + \beta \Rightarrow \frac{1}{\epsilon} + \beta\epsilon + \frac{\beta}{\epsilon} \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} \leq 1 + \beta \Rightarrow \beta(\epsilon - 1)\left(\epsilon - \frac{1}{\beta}\right) + \beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} \leq 0,$$

lo cual es una contradicción.

Prueba de la Proposición 1: Sean $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$ los valores propios de la matriz $A^{-1}B$. Dados los resultados presentados en el Lema 2, se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_i > 1$ para $i = 2, 3, \dots, n + 1$. Sea $(e_{i,1}, e_{i,2}, \dots, e_{i,n+1})'$ cualquier vector propio asociado con λ_i para $i = 1, 2, \dots, n + 1$. Entonces, la solución general al sistema de ecuaciones en diferencias (6') viene dada por,

$$\begin{pmatrix} S_t \\ x_{1,t} \\ \vdots \\ x_{n,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{1,1} & e_{2,1} & \dots & e_{n+1,1} \\ e_{1,2} & e_{2,2} & \dots & e_{n+1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ e_{1,n+1} & e_{2,n+1} & \dots & e_{n+1,n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \lambda_1^t \\ k_2 \lambda_2^t \\ \vdots \\ k_{n+1} \lambda_{n+1}^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{S} \\ \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_n \end{pmatrix},$$

donde $(k_1, k_2, \dots, k_{n+1})$ son constantes arbitrarias y $(\bar{S}, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)'$ denota el estado estacionario descrito en el Lema 1. Cualquier solución particular será estable

si $k_i = 0$ para $i = 2, \dots, n$. Para este caso, la solución general antes mencionada resulta ser para $i = 1, \dots, n$,

$$S_t = e_{1,1} k_1 \lambda_1^t + \bar{S},$$

$$x_{i,t} = e_{1,i+1} k_1 \lambda_1^t + \bar{x}_i.$$

Si se busca la solución de punto de silla, la constante k_1 debe ser fijada mediante una condición adicional. En este caso, se sabe que el sistema de ecuaciones en diferencias (6') satisface la condición $S_t = S_0$ para $t = 0$, de forma que la evolución de la ecuación para S_t resulta ser,

$$S_0 = e_{1,1} k_1 + \bar{S} \Rightarrow k_1 = \frac{S_0 - \bar{S}}{e_{1,1}}.$$

Dado esto, se obtiene que el sistema de ecuaciones en diferencias (6') junto con la condición inicial, $S_t = S_0$ para $t = 0$, sigue la siguiente trayectoria temporal para $i = 1, \dots, n$:

$$S_t = (S_0 - \bar{S}) \lambda_1^t + \bar{S},$$

$$x_{i,t} = \frac{e_{1,i+1}}{e_{1,1}} (S_0 - \bar{S}) \lambda_1^t + \bar{x}_i.$$

Redefiniendo las variables $\lambda_1 = \lambda^{NC}$ y $(e_{1,1}, \dots, e_{1,n+1}) = (e_1, \dots, e_{n+1})$, se tiene que estas expresiones son las obtenidas en la Proposición 1.

Prueba del Lema 3: El estado estacionario del sistema de ecuaciones en diferencias (11') se define como $\bar{X}^C = X_{t+1} = X_t$. Por tanto,

$$\bar{X}^C = C^{-1} D \bar{X}^C + C^{-1} W \Rightarrow \bar{X}^C = [I - C^{-1} D]^{-1} C^{-1} W.$$

Tras algunos cálculos se obtiene,

$$\bar{X}^C = \begin{pmatrix} \bar{S}^C \\ \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C \end{pmatrix} = \frac{1}{\phi} \begin{pmatrix} 1 - \beta\epsilon & \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i c_i} \\ \beta \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i c_i} \sum_{i=1}^n \omega_i b_i & -\delta \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i c_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ -\beta \sum_{i=1}^n \omega_i a_i \end{pmatrix}.$$

De forma que,

$$\bar{X}^C = \begin{pmatrix} \bar{S}^C \\ \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C \end{pmatrix} = \frac{1}{\phi} \begin{pmatrix} (1 - \beta\epsilon) \bar{E} - \beta \sum_{i,j} \sigma_{ij} \alpha_{ij} \\ \beta (\bar{E} \sum_{i,j} \sigma_{ij} \gamma_{ij} + \delta \sum_{i,j} \sigma_{ij} \alpha_{ij}) \end{pmatrix},$$

siendo éstas las expresiones mostradas en el Lema 3.

Prueba de la Proposición 2: Dados los resultados de los Lemas 1 y 3, es fácil probar que,

$$\bar{S}^{NC} - \bar{S}^C = \frac{\beta}{\rho\phi} \left\{ \left[\beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} + (1 - \beta\epsilon)\delta \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \alpha_{ij} \left[\beta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} - (1 - \beta\epsilon) \bar{E} \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \gamma_{ij} \right\}.$$

Esta expresión es no negativa si y solo si

$$\begin{aligned} [\beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} + (1 - \beta\epsilon)\delta] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \alpha_{ij} &\geq [\beta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} - (1 - \beta\epsilon)\bar{E}] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \gamma_{ij} \\ &\Leftrightarrow \\ \bar{E} &\geq -\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \alpha_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \gamma_{ij}} (\delta + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} \sum_{i=1}^n \gamma_{ii}) + \frac{\beta}{1 - \beta\epsilon} \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}. \end{aligned}$$

Por otro lado, comparando los niveles de reducción de emisiones se obtiene que,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^C - \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^{NC} &= \frac{\beta\delta}{\rho\phi} \{ [(1 - \beta\epsilon)\bar{E} - \beta \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \gamma_{ij} + \\ &+ [(1 - \beta\epsilon)\delta + \beta \sum_{i=1}^n \gamma_{ii}] \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} \alpha_{ij}, \} \end{aligned}$$

que es no negativo bajo las mismas condiciones que $\bar{S}^{NC} - \bar{S}^C$.

Prueba del Lema 4: Los dos valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$ son los μ que resuelven la ecuación $|C^{-1}D - \mu I| = 0$. Por lo tanto,

$$\left| -\sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij} \frac{\epsilon - \mu}{\beta\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij} - \mu \right| = 0 \Rightarrow \mu^2 + \frac{\Phi'}{\beta} \mu + \frac{1}{\beta} = 0,$$

donde $\Phi' = -(\frac{1}{\epsilon} + \beta\epsilon + \frac{\beta}{\epsilon} \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij})$. Dado que $\Phi' < 0$, es seguro que las dos raíces asociadas con esta ecuación son positivas. Por otro lado, siguiendo el análisis de Sargent (1987, pp. 202) para un caso similar, es fácil probar que una de las dos raíces es menor que uno y la otra mayor si se cumple que $-\Phi' > 1 + \beta$. A continuación se demuestra que esta condición se cumple en este caso, para ello se supone inicialmente lo contrario, es decir,

$$-\Phi' \leq 1 + \beta \Rightarrow \frac{1}{\epsilon} + \beta\epsilon + \frac{\beta}{\epsilon} \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij} \leq 1 + \beta \Rightarrow \beta(\epsilon - 1)(\epsilon - \frac{1}{\beta}) + \beta \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} \gamma_{ij} \leq 0,$$

lo cual es una contradicción.

Prueba de la Proposición 3: Sea μ_1 , y μ_2 los valores propios de la matriz $C^{-1}D$. Dados los resultados presentados en el Lema 4, se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que $0 < \mu_1 < 1$ and $\mu_2 > 1$. Sean $(u_{11}, u_{12})'$ y $(u_{21}, u_{22})'$ los vectores propios asociados a μ_1 y μ_2 , respectivamente. Entonces la solución general al sistema de ecuaciones en diferencias (11') viene dada por,

$$\begin{pmatrix} S_t \\ \sum_{i=1}^n x_{i,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k'_1 \mu_1^t \\ k'_2 \mu_2^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{S} \\ \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \end{pmatrix},$$

donde k'_1 , y k'_2 son constantes arbitrarias y $(\bar{S}, \sum_{i=1}^n \bar{x}_i)'$ denota el estado estacionario descrito en el Lema 3. Cualquier solución particular será estable si $k'_2 = 0$. Para este caso, la solución general anterior quedaría:

$$S_t = u_{11}k'_1\mu_1^t + \bar{S},$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,t} = u_{12}k'_1\mu_1^t + \sum_{i=1}^n \bar{x}_i.$$

Si se está buscando la solución de punto de silla, la constante k'_1 debe fijarse mediante una condición adicional. En este caso particular, se sabe que el sistema de ecuaciones en diferencias (11') satisface que $S_t = S_0$ para $t = 0$, de forma que

$$S_0 = u_{11}k'_1 + \bar{S} \quad \Rightarrow \quad k'_1 = \frac{S_0 - \bar{S}}{u_{11}}.$$

Dado esto, se obtiene que el sistema de ecuaciones en diferencias (11') junto con la condición inicial, $S_t = S_0$ para $t = 0$, describe la siguiente trayectoria temporal:

$$S_t = (S_0 - \bar{S})\mu_1^t + \bar{S},$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,t} = \frac{u_{12}}{u_{11}}(S_0 - \bar{S})\mu_1^t + \sum_{i=1}^n \bar{x}_i.$$

Redefiniendo las variables $\mu_1 = \lambda^C$ y $(u_{11}, u_{12}) = (u_1, u_2)$, se observa que estas expresiones son las mostradas en la Proposición 3.

APÉNDICE 2

Los siguientes resultados son una generalización de los Lemas 1 y 3 y de las Proposiciones 1 y 3 para el caso general donde los sistemas de ecuaciones en diferencias (6) y (11) no son autónomos. Esto ocurre cuando la parte no homogénea del sistema cambia en el tiempo. En este apéndice se presentan sólo los resultados; las pruebas están a disposición de quien las requiera.

LEMA 1': Sea λ_i para $i = 1, \dots, n+1$ los valores propios asociados a la matriz $A^{-1}B$. Dados los resultados del Lema 2, se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_i > 1 \quad \forall i \geq 2$. Sea $e_i = (e_{i,1}, \dots, e_{i,n+1})$ para $i = 1, \dots, n+1$ los vectores propios asociados con los λ_i . Sea $G = (e'_1, \dots, e'_{n+1})$.

El estado estacionario generalizado asociado con el sistema de ecuaciones en diferencias (6) puede expresarse como,

$$\bar{Y}_t = \begin{pmatrix} \bar{S}_t \\ \bar{x}_{1,t} \\ \vdots \\ \bar{x}_{n,t} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i g_{t-i,1} \\ -(\frac{1}{\lambda_2}) \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^i g_{t+i,2} \\ \vdots \\ -(\frac{1}{\lambda_{n+1}}) \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_{n+1}})^i g_{t+i,n+1} \end{pmatrix},$$

donde $(g_{t,1}, \dots, g_{t,n+1})' = G^{-1}A^{-1}V_t$.

En este lema, el estado estacionario generalizado (e.e.g.) se expresa de una forma particular. Como señala Azariadis (1993), existen muchas maneras equivalentes de expresar el e.e.g.. Sin embargo, algunas son más convenientes que otras. La expresión aquí utilizada tiene dos ventajas respecto a otras alternativas: en primer lugar, queda bien definida, dados los valores propios de la matriz de transición, y, en segundo lugar, tiene un claro significado económico. Obsérvese que, en el e.e.g., la acumulación de polución en cualquier período de tiempo t viene dado por las emisiones de períodos anteriores, y las políticas de reducción de emisiones vienen determinadas por todas las emisiones futuras.

PROPOSICIÓN 1': *Dados los valores propios de la matriz $A^{-1}B$, existe una única solución para el sistema de ecuaciones en diferencias (6) que converge asintóticamente al e.e.g. $\bar{Y}_t = (\bar{S}_t, \bar{x}_{1,t}, \dots, \bar{x}_{n,t})'$ y es un punto de silla. Si la acumulación de polución en $t = 0$ es S_0 , entonces la solución viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones para $i = 1, \dots, n$:*

$$S_t - \bar{S}_t = (S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^{NC})^t,$$

$$x_{i,t} - \bar{x}_{i,t} = \frac{e_{i+1}}{e_1}(S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^{NC})^t,$$

donde λ^{NC} es el valor propio que está dentro del círculo unidad y (e_1, \dots, e_{n+1}) es el vector propio asociado a λ^{NC} .

LEMA 3': *Sean μ_1 y μ_2 los valores propios asociados a la matriz $C^{-1}D$. Dados los resultados del Lema 4, se puede suponer, sin pérdida de generalidad que $0 < \mu_1 < 1$ y $\mu_2 > 1$. Sean $u_1 = (u_{11}, u_{12})$ y $u_2 = (u_{21}, u_{22})$ los vectores propios asociados a μ_1 y μ_2 , respectivamente. Sea $H = (u'_1, u'_2)$. El estado*

estacionario generalizado asociado al sistema de ecuaciones en diferencias (11) puede expresarse como

$$\bar{X}_t = \begin{pmatrix} \bar{S}_t \\ \sum_{i=1}^n \bar{x}_{i,t} \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} \mu_1^i h_{t-i,1} \\ -\left(\frac{1}{\mu_2}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\mu_2}\right)^i h_{t+i,2} \end{pmatrix},$$

donde $(h_{t,1}, h_{t,2})' = H^{-1}C^{-1}W_t$.

PROPOSICIÓN 3': *Dados los valores propios de la matriz $C^{-1}D$, el sistema de ecuaciones en diferencias (11) tiene una única solución de punto de silla que converge asintóticamente al e.e.g. $\bar{X}_t = (\bar{S}_t, \sum_{i=1}^n \bar{x}_{i,t})'$. Si la acumulación de polución en $t = 0$ es S_0 , entonces la solución de punto de silla viene determinada por el siguiente conjunto de ecuaciones:*

$$S_t - \bar{S}_t = (S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^C)^t,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,t} - \sum_{i=1}^n \bar{x}_{i,t} = \frac{u_2}{u_1} (S_0 - \bar{S}_0)(\lambda^C)^t,$$

donde λ^C es el valor propio que está dentro del círculo unidad, y (u_1, u_2) es el vector propio asociado a λ^C .

Es fácil probar que, para el caso particular en que la senda de emisiones es constante en el tiempo, los e.e.g. expresados en los Lemas 1' y 3' coinciden con los estados estacionarios presentados en los Lemas 1 y 3, respectivamente. Lo mismo ocurre con las Proposiciones 1' y 3' y las Proposiciones 1 y 3, respectivamente.

REFERENCIAS

- [1] Azariadis, C. (1993). *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell, Oxford.
- [2] Barret, S. (1992). "International Environmental Agreements as Games". En Pethig, R. (ed.) *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. Springer-Verlag, Berlin.
- [3] Barret, S. (1994). "Self-Enforcing International Environmental Agreements". *Oxford Economics Papers*, 46, 878-894.
- [4] Basar, T. (1989). "Time Consistency and Robustness of Equilibria in Non-cooperative Dynamic Games". En Van der Ploeg, F. y A.J. de Zeeuw (eds.) *Dynamic Policy Games in Economics*. North-Holland, Amsterdam.
- [5] — y G.J. Oldser (1982). *Dynamic Non-Cooperative Game Theory*. Academic Press, London.
- [6] Carraro, C. y D. Siniscalco (1991). "The international protection of the environment: Voluntary agreements among sovereign countries". *Fondazione ENI Enrico Mattei*, Nota di Lavoro 1.91.
- [7] Cline, W.R. (1991). "Scientific Basis for the Greenhouse Effect". *The Economic Journal*, 101, 904-19.
- [8] Chander, P. y H. Tulkens (1992). "Theoretical Foundations of Negotiations and Cost Sharing in Transfrontier Pollution Problems". *European Economic Review*, 36, 388-98.
- [9] Chichilnisky, G. y G. Heal (1994). "Who Should Abate Carbon Emissions?. An International Viewpoint." *Economic Letters*, 44, 443-449.
- [10] Dean, A. y P. Hoeller (1992). "Costs of Reducing CO_2 emissions: Evidence from six Global Models". Economics Department Working Papers No 122, OECD, Paris.
- [11] Dockner, E. y N. Van Long (1993). "International Pollution Control: Cooperative versus Noncooperative Strategies". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 13-29.
- [12] Escapa, M. (1996). "Comparación de las Soluciones de Nash Open Loop y Feedback en un Modelo de Control de Polución", Mimeo, Universidad del País Vasco.
- [13] Eyckmans, J., S. Proost y E. Schokkaert (1993). "Efficiency and Distribution in Greenhouse Negotiations". *Kyklos*, 46, 363-97.

- [14] Falk, I. y R. Mendelsohn (1993). "The Economics of Controlling Stock Pollutants: An Efficient Strategy for the Greenhouse Gases". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 76-88.
- [15] Hammitt, J.K. y J.L. Adams (1995). "The Value of International Cooperation for Abating Global Climate Change". Mimeo, Harvard University.
- [16] Hughes Hallet, A. J. (1986). "International Policy Design and the Sustainability of Policy Bargains". *Journal of Economics Dynamics and Control*, 10, 467-94.
- [17] *International Financial Statistics*. International Monetary Fund.
- [18] Kalai, E. y M. Smorodinsky (1975). "Other Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons." *Econometrica*, 43, 513-18.
- [19] Kverndokk, S. (1994). "Coalitions and Side Payments in International CO₂ Treaties". En van Ireland, E.C. (ed) *International environmental economics: Themes and applications to climatic change, acidification and international trade*. Elsevier Science Publishers.
- [20] Long, N. Van (1992). "Pollution Control: A Differential Game Approach". *Annals of Operations Research*, 37, 283-96.
- [21] Manne, A.S. y R.G. Richels (1992). *Buying Greenhouse Insurance: The Economic Costs of CO₂ Emission Limits*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts.
- [22] Mckibbins, W. y J. Sachs (1991). *Global Linkages. Macroeconomic Interdependence and Cooperation in the World Economy*. The Brookings Institution, Washington, D.C.
- [23] Martin, W.E., Patrick R.H. y B. Tolwinski (1993). "A Dynamic Game of Transboundary Pollutant with Asymmetric Players". *Journal of Environmental Economics and Management*, 25, 1-12.
- [24] Nash, J.F. (1953). "Two Person Cooperative Games". *Econometrica*, 21, 128-40.
- [25] Nordhaus, W.D. (1991). "To Slow or not to Slow: The Economics of the Greenhouse Effect". *The Economic Journal*, 101, 920-37.
- [26] Petit, M.L. (1990). *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [27] Ploeg, F. van der y A.J. de Zeeuw (1992). "International Aspects of Pollution Control". *Environmental and Resource Economics*, 2, 117-39.

- [28] Sargent, T.J. (1987). *Macroeconomic Theory*. Academic Press, London.
- [29] Sen, A. (1995). "Environmental Evaluation and Social Choice". *The Japanese Economic Review*, 46, 1, 23-37.
- [30] Tahvonen, O. (1994). "Carbon Dioxide Abatement as a Differential Game". *European Journal of Political Economy*, 10, 685-705.
- [31] Tahvonen, O. (1995). "Dynamics of Pollution Control when Damage is Sensitive to the Rate of Pollution Accumulation". *Environmental and Resources Economics*, 5, 9-27.
- [32] *World Resources (1992-93): a Guide to the Global Environment*. World Resources Institute. Oxford University Press.
- [33] Xepapadeas, A. (1994). "Optimal Management of the International Commons: Resource Use and Pollution Control". *Fondazione ENI Enrico Mattei*, Nota di Lavoro 4.94.
- [34] de Zeeuw, A. de y F. van der Ploeg (1991). "Differences Games and Policy Evaluation: A Conceptual Framework". *Oxford Economics Papers*, 43(4), 612-36.