

EPR paradoxatik Bell-en Teoremara

David Brizuela Cieza

Fisika teoriko saila
Euskal Herriko Unibertsitatea

Laburpena: Bere lehen pausoak eman zituenetik kuantikak eraso asko jasan ditu; izan ere, naturaren ikuspegi oso berezia eskeintzen digu, betidanik onartu izan diren hipotesi asko hankaz gora ipiniz. Lan honetan teoria horrek jasan zuen eraso bortitzenetako bat aztertzen da: EPR paradoxa hain zuzen. Paradoxa honek kuantikaren lokaltasun eza agerian uzten du, baina lokaltasun hori ez da erlatibitateak eskatzen duena. Paradoxak bi aukeren artean erabakitzea behartzen gaitu: kuantika teoria osoa da ala ez da. Ez bada teoria osoa eraikitzeke dagoen teoria boteretsuago baten aitzindaria da eta teoria berri horrek kuantikak baino informazio gehiago emango liguke aztertzen ditugun sistemei buruz. Teoria osoa bada, berriz, eskuragarria den informazio guztia ematen digu kuantikak. Bi aukera horien artean esperimentera aukeratzeko Bell-ek bere izeneko ezberdintzak argitaratu zituen. Esperimentera egin dira eta, dirudienez (nahiz eta oraindik fisikari askok esperimentera beste interpretazio batzuk ematen dizkieten hauen emaitzak ez onartzeko) kuantika teoria osoa da eta ez da existitzen bera baino informazio gehiago eskein dezakeen teoriarik.

1. SARRERA

Txikitatik, eguneroko esperientzian oinarrituz, gure zentzu komuna eraikitzen dugu. Baina azken mendeko fisikak zerbait erakutsi badigu, naturaren konplexutasuna izan da; gure zentzu komuna ezin heda baitezakegu edozein magnitude ordenetaraino (abiadura handiak, masa handiak, energia txikiak...). Horren adierazgarri fisika modernoa delakoaren bi teoria garrantzitsuenak: erlatibitatea eta kuantika.

Einstein-ek absolutotasuna kendu zien espazio eta denborari, hain propietate mardula argiaren abiadurari emateko. Berak ere lagundu zuen teoria kuantikoa eraikitzen, nahiz eta gero teoria honen erasotzaile nagusietako bat izan, eta bere bizitzaren hainbat urte eman teoriarik hutsuneak eta kontraesanak bilatzen. Teoria honek gure ezagutzaren mugak finkatu ditu, bai magnitudeak neurtzeko (Heisenberg-en ziurtasun ezaren printzipioa), bai magnitude horien denboran zeharreko eboluzioa aurrean nahi dugunean (kuantikak

soilik probabilitateak aurrean ditzake, nahiz eta guztiz determinista izan probabilitate horien eboluzioa aurrean). Fisikari askok ez zuten onartzen naturaren eboluzioa zehazki aurrean ezin izatea eta kuantikaren aurkako hainbat eraso saiatu zituzten. Eraso horietako bortitzenetako bat lan honetan zehar aztertzen saiatuko garen paradoxa izan zen, EPR deritzona alegia. Nahiz eta paradoxa honek ez duen kuantika bere izaera probabilistikotik erasotzen, baizik eta bere «errealitatearen» ikuspegitik (kuantikaren ikuspuntutik magnitudeak ez daude zehazturik behatzaile batek neurtzen dituen arte, bitartean magnitude fisikoen balioak hainbat emaitza posibleren konbinazio lineal batean daude, hots, ez dira partikulen propietateak).

1935. urtean Albert Einstein, Boris Podolsky eta Nathan Rosen-ek haien abizenen ondorioz EPR izena hartuko zuen paradoxa proposatu zuten «Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?» [1] izenburuko artikuluan. EPR-ak lokaltasunaren printzipioa du euskarri moduan. (Lokaltasuna: espazio-denborako puntu batean jazozen den gertaera batek ezin du eraginik izan beste puntu batean argiaren abiadura baino azkarrago, hots, bi gertaera tarte espazialaz banandurik badaude, ezin dira kausa-efektu erlazioaz loturik egon). Intuitiboa izateaz gain, lokaltasunaren printzipioak erlatibitate teoriaren funtsezko oinarria dirudi. Baina, aurrerago aztertuko dugun moduan, paradoxa honek aurkezten duen lokaltasun ezak eta erlatibitateak ez dute zertan elkar kontraesan.

EPR-ak teoria kuantikoa behartzen du espazio-denborako B puntuko propietateak espazio-denborako A puntuan egindako neurketa baten ondorioak direla baieztatzen, A B-tik hain urrun egonik, ezen ezinezkoa dela ezagutzen den inongo mekanismoren bidez A-n gertatzen den neurketak B puntuan eraginik izatea, argiaren abiadura baino astiroago behintzat. Hau kontuan hartuz, eta urrunetarako berehalako eragina ukatuz, Einstein eta kideek A eta B-ko propietateak eurak bakarrik existitu behar zirela ondorioztatu zuten. Horregatik hartu zuten mekanika kuantikoa teoria ez-osoztat, beste teoria boteretsuago baten aitzindari izango zena. Hurrengo teoria hori oraindik ezagutzen ez ziren aldagai ezkutu batzuetan oinarrituko zen. Aldagai ezkutu horiek partikulen benetako propietateak liriateke, hots, aldagai ezkutu hauek magnitude fisikoen balioa guztiz zehaztuko lukete une oro, guk hauek neurtu ala ez. Honen arabera kuantika hurrengo teoria horren hurbilketa baino ez litzateke izango.

Garai hartan hau guztia fisika baino, metafisika zen: gure behaketekiko independenteki existitzen al dira partikulen, uhinen, eremuen,... propietate fisikoak? Izatez, fisikari askok EPR-ak aldarrikatzen zuena antzinaroan hainbeste zeresan eman zuen honako galderarekin parekatzen zuten: zenbat aingeru eser daitezke jostoratz baten puntan?

Baina 1964. urtean J. S. Bell paradoxa esperimendu baten bidez ebatz zitekeela konturatu, eta bere izeneko teorema argitaratu zuen [2]. Teoremak

erakusten du mekanika kuantikoak emandako emaitzak azalezinak direla lokaltasuna mantentzen duen teoria baten bidez. Beraz, esperimenduek esango digute kuantika edo lokaltasunaren printzipioa oker dagoen.

Lehen esperimentu erabakigarriak [3-5] Alain Aspect eta kideek aurrera eramán zituzten 1981-82 urteetan Paris-eko Unibertsitateko Optika Teoriko eta Aplikatuaren Institutuan (Orsay-n). Emaitzak mekanika kuantikoaren aurreanekin bat zetozen zehaztasun handiz. Ondorioz, ihesbide (aurrerago azalduko ditugu) batzuk gorabehera, ezkutuko aldagaririk ez da existitzen eta gure unibertsoa, aztertuko dugun zentzu batean behintzat, ez da lokala.

2. EPR PARADOXA

D. Bohm-ek EPR paradoxa $1/2$ spin-eko bi partikulari aplikatu zien. Hori da hemen azalduko duguna. Muntaiaren erdian elektroi bikoteak singlete egoeran aurkako norabideetan bidaltzen dituen iturri bat dugu. Hori dela eta, edozein Z norabidetan elektroiak $1/\sqrt{2} [| + - \rangle - | - + \rangle]$ egoeraz deskribaturik daude. Elektroi bakoitzaren bidean spina norabide jakin batean neurtzeko Stern-Gerlach bat dago.

EPR-ak ondoko premisak onartzen ditu (euren hitzetan) [6]:

- *Korrelazio perfektua*: 1 eta 2 partikulen spinaren proiektzioa norabide berean neurtzen bada, ziurtasun osoz (probabilitatea unitatearen berdina) aurkako noranzkoan neurtuko ditugu. Hau da, batek $\hbar/2$ eta besteak $-\hbar/2$ emaitza emango digu.
- *Lokaltasuna*: Neurketa egiten denean partikulek interakzionatzen ez dutenez (elkarrengandik nahiko urrun baitaude), 2 partikulan ezin da aldaketarik jazo 1 partikularen gainean egin daitekeen ezerren ondorioz, eta alderantzizkoa ere betetzen da. Hau da, bi gertaeren (neurketen) arteko tartea espaziala da eta ezin dira kausa-efektua izan.
- *Errealitatea*: Sistema bat perturbatu gabe ziurtasun osoz (probabilitatea unitatea izanik) jakin edo aurrean badezakegu kantitate fisiko baten balioa, kantitate fisiko horri errealitate fisikoaren elementu bat dagokio. Nolabait esateko, berez, gure neurketekiko independenteki, existitzen da.
- *Osotasuna*: Errealitate fisikoaren elementu orok ordezkari bat izan behar du osoa kontsideratzen den edozein teoria fisikotan. Hots, gure errealitatearen definizioa erabiliz zer edo zer existitzen bada, gure teoria fisiko osoak hori irudikatzeke moduren bat izan behar du; bestela ez da osoa izango.

Goazen bada, EPR-aren arrazoibideari jarraituz. 1 partikularen spinaren proiektzioa edozein norabidetan neurtzen badugu, korrelazioagatik, ziurtasun osoz ezagutzen dugu 2 partikularen spinaren proiektzioa norabide horretan

(aurkakoa izango da). Lokaltasunagatik, 1 partikulan egin dugun neurketak ezin du, inolaz ere aldaketarik eragin 2 partikularen egoeraren gainean. Errealitatearen baldintzagatik, 2 partikularen spinaren proiektzioa norabide horretan errealitate fisikoaren elementua da, soilik 1 partikula perturbatu baitugu. Baina arrazonamendu hau spinaren edozein osagai ezar diezaiokegu, 1 partikulak ez baitaki spinaren zein osagai neurtuko dugun, neurtzen dugun arte. Esan nahi dudana da ez ditugula 1 partikularen spinaren norabide guztiak esperimentu berean neurtuko, baizik eta guk erabaki dezakegula zein norabide neurtu eta horrela 2 partikularen spina norabide horretan ezagutuko dugu ziurtasun osoz. Arrazonamendu berbera erabil dezakegu alderantziz, 2 partikularen spina neurtzerakoan. Beraz, partikulen spinaren osagai guztiak errealitate fisikoko elementuak dira. Hots, guk neurketak aurrera eraman baino lehen finkaturik dago partikularen spina.

Baina kuantikaren ikuspuntutik ezinezkoa da spina bektore finko baten moduan existitzea (bestela ez luke beti $\hbar/2$ -ko proiektzioa emango edozein norabidetan). Beraz kuantikak ez dauka modurik horrelako egoerarik deskribatzeko. Kuantikarentzat spina ez dago noranzko baterantz zuzenduta guk neurtzen dugun arte, norabide batean neurtzean guk behartzen dugu spina norabide horrekiko noranzko batean edo bestean lerrokatzen.

Honekin ondorioztatzen dugu teoria kuantikoa ez dela osoa eta, hortaz, bere azpian eraikitzeke dagoen teoria boteretsuago bat existitu behar da. Teoria hau oraindik ezezagunak diren aldagaietan oinarrituko da.

3. BELL-en TEOREMA

Bell-en teorema esaten digu edozein teoria errealistiko lokalak (errealitatea eta lokaltasuna aurreko atalean definitu duguna izanik) bere izeneko ezberdintzak beteko dituela. Ezberdintza horietara iristeko aldagai ezkutu batzuen existentzia suposatzen da, eta ezberdintzok esperimentuaren araberakoak dira.

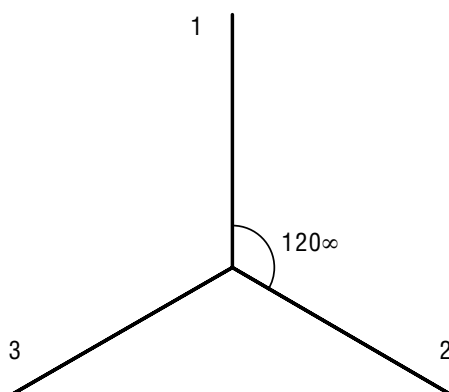
Hainbat baldintzaren pean (gure adibidean gertatuko den moduan), kuantikak ez ditu ezberdintza horiek betetzen; eta beraz, teoria hau ez da errealistiko lokala. Beraz, Bell-en ezberdintzek kuantikaren eta teoria errealistiko lokal hipotetiko baten artean esperimentalki aukeratzeko tresna eskaintzen digute.

3.1. Mermin-en gedanken esperimentua

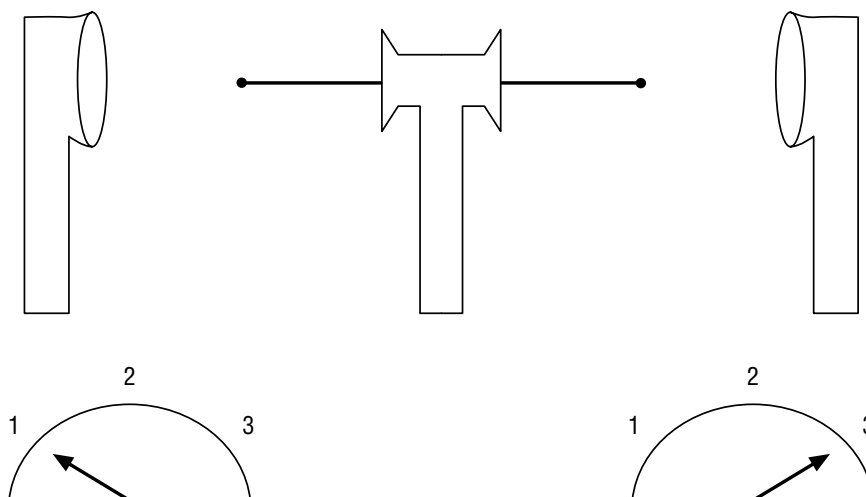
Hemen ez dut azalduko Bell-en teorema orokorra, baizik eta esperimentu erraztu bati aplikaturikoa. Esperimentu honen sinplifikazioa N. D. Mermin-ek egin zuen [7-8].

Lokaltasuna errespetatuz, probabilitate batzuk zenbatuko ditugu, kasu berezi honetako Bell-en ezberdintzetara heltzeko. Ikusiko dugu esperimenduek ez dituztela ezberdintza horiek betetzen eta lokaltasuna alde batera utzi beharko dugu hori azaltzeko. Azkenik, kuantikak aurrasaten dituen probabilitateak kalkulatuko ditugu, esperimenduekin guztiz bat datozela ikusteko.

Aurreko ataleko muntaia berbera dugu. Singlete egoeran elektroiak bidaltzen dituen iturria eta detektagailu bat elektroik bakoitzaren bidean. Detektagailu horiek (A eta B esango diegu) hiru norabide desberdinetan (1, 2, 3) zuzen daitezkeen Stern-Gerlach-ak dira. Norabide horiek elektroien ibilbidearekiko perpendikularra den planoan daude eta euren arteko angelua 120° -koa da. Bi detektagailuetan norabide horiek berberak dira (ikus 1. eta 2. irudiak).



1.irudia. Detektagailuen norabideen hiru kokapenak.



2.irudia. Mermin-ek proposatutako esperimendua. 1, 2 eta 3 zenbakiak detektagailuen kokapenak adierazten dituzte (ikus 1.irudia eta testua).

A detektagailuan edozein norabidetan neurketa bat egiten bada eta $\hbar/2$ (hemendik aurrera + esango diogu) emaitza lortzen bada, argi berdea piztuko da; emaitza $-\hbar/2$ bada (-), argi gorria piztuko da. B detektagailuak aurkako koloreen irizpidea dauka, hots, + denean gorria piztuko da eta - denean berdea.

Argi eduki behar dira ondoko puntuak:

- Iturriaren eta detektagailuen artean ez dago lotura ez elektromagnetiko, ez mekaniko, ez inolako beste lotura ezagunik. Euren arteko lotura bakarra iturritik ateratzen diren eta detektagailuetaraino doazen partikulak dira.
- Partikula bakoitzaren spina-ren proiektzioa norabide batean «konstantea» da denboran. Honekin haxe esan nahi dut: norabide bateko spina neurtzen badugu ibilbidearen puntu batean eta x metro aurrerago berriro norabide berean neurtzen badugu, bi neurketen emaitza berbera izango da.
- Partikula bikotea singlete egoeran ateratzen da iturritik. Hau esperimentalki frogatzeko nahikoa da bi detektagailuak norabide berean zuzentzea eta ikusiko dugu saiakera guztietan bietan argi berbera piztuko dela (aurkako emaitza lortuko baitute).
- Bikoteko elektroien baten spina norabide batean neurtzen badugu eta bestearena beste norabide batean, edozein emaitza bikote lortzea posible da (+ +, + -, - +, - -).
- Neurketak aldi berekoak dira. Honekin esan nahi dut bi neurketen (gertaeren) arteko tartea espaziala dela, hots, $s^2 = (ct)^2 - r^2$ aldaezin erlatibista negatiboa dela. Horretarako laborategiko sisteman bi neurketen arteko tartea argi-izpi batek detektagailu batetik bestera joateko hartuko lukeen denbora baino gutxiago iraun behar du. Honekin, gertaera batek bestearen gainean eragina izateko, c baino abiadura handiagoz izan beharko luke.

Guztia finkaturik, azal dezagun zer den gure esperimentuak neurtuko duena. Saiakera bakoitzean bi detektagailuen norabideak (1, 2 edo 3) zorian eta independenteki hautatuko ditugu. Zoria aipatuz esan nahi dugu hiru norabideek probabilitate bera dutela. Norabideak hautatu ondoren, elektroien bikotea askatzen dugu iturritik eta bi detektagailuek emandako kolorea apuntatzen dugu. Galdera ondokoa da: zenbat alditan edo zein probabilitatez lortuko dugu bi detektagailuetan kolore berbera piztea?

Elektroiek txartel batean detektagailuen norabide bakoitzerako emango duten kolorea idatzirik eramanez imajina ditzakegu, adibidez: GBG (detektagailua 1 posizioan badago gorri emango du, 2 posizioan berdea eta 3-an gorria). Hau pentsatzea elektroiek iturritik ateratzean spin jakin eta finko bat daramatela pentsatzearen parekoa da. Jakin ba-

dakigu txartel horiek existitzen badira bikoteko elektroiei bakoitzak txartel berbera eramango duela (gogoratu detektagailuek aurkako kolore-irizpidea daukatela), bi detektagailuek beti ematen baitute kolore berbera norabide berean daudenean. Txartel hauek lehen aipaturiko aldagai ezkutuak lirateke, spina guztiz zehazten baitute neurketa burutu baino lehen.

Bederatzi dira detektagailuen norabideen konbinazio posibleak (11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33) eta guztiek probabilitate bera dute. BBB eta GGG txarteldun elektroiek beti emango digute kolore berbera, detektagailuen posizioa edozein izanik. Beraz, kolore berbera emateko elektroien hauen probabilitatea unitatearen berdina da. Beste txartel guztiek bi norabidetarako kolore bat eta gainerakoarentzat beste kolorea emango dute (BBG, GGB eta euren permutazioak). Txartel hauek norabideen bost konbinazioetarako emango digute kolore berbera eta desberdina beste lauretarako. Adibidez, GBB txartelak kolore berbera emango du 11, 22, 23, 32 eta 33 posizioetan eta kolore desberdina 12, 13, 21 eta 31 posizioetan. Beraz, elektroiei hauek $5/9$ ko probabilitateaz piztuko dute argi berbera.

Honekin guztiarekin ondorioztatzen dugu bi detektagailuek kolore berbera emateko probabilitateak $5/9$ baino handiagoa izan behar dela. Hauxe da Bell-en ezberdintza gure esperimentu honetarako.

Lehen esan dugun moduan, esperimentuak egin dira eta ez dute ezberdintza hori betetzen. Esperimentalki ikus daiteke detektagailuek kolore berbera lortzeko probabilitatea $1/2$ dela. Elektroiek iturritik spin jakin batekin imajinatzen baditugu, ez dago modurik emaitza esperimentalak azaltzeko. Beraz, lokaltasuna alde batera utzi eta spina guk neurtu arte ez dela existitzen pentsatu behar dugu. Existitzen ez dela aldarrikatuz ez dela finkoa esan nahi dut, hots, kuantikaren ikuspuntua onartu behar da. Neurketa burutzen dugun arte elektroiek + eta - -en konbinazio lineal batean daude, baina benetan daude horrela: ez da gure ezagutza eza edo faltagatik horrela daudela kontsideratu behar dugula. Hau da, elektroiek spina dauka, baina ez du noranzko batean zehazki definiturik guk neurtzen dugun arte. Kuantikaren arabera, sistemaren propietate bat neurtzen dugunean sistema perturbatzen dugu. Gure kasuan, sistema bi partikulek osatzen dute eta haietako baten spina neurtzean ez dugu soilik partikula hori perturbatzen, bi partikulak baizik. Hau da, partikula bat behartzen dugunean ardatz batekiko bere spina noranzko batean zuzentzen, beste partikularen spina aurkako noranzkoan jartzera behartzen ari gara. Honek esan nahi du berehalako (c baino abiadura handiagoz) eragina ari garela egiten beste partikularen gainean, berarekiko distantzia edozein izanik.

3.2. Kuantikaren kalkuluak: [6]

Lehen esan dugun moduan, bi partikularen egoera edozein Z norabiderako deskribatzen duen ket-a ondokoa da (singlete egoeran):

$$| \neq 1/\sqrt{2} [| \rangle_1 + | \rangle_2]$$

Teoria kuantikotik dakigunez, partikula baten spina kuantizaturik dago edozein norabidetan; izan ere, spina momentu angeluar intrintseko baten moduan uler daiteke. Gure kasuan $\frac{1}{2}$ spineko partikulak dauzkagu eta, beraz, beren spina edozein norabidetan neurtuz lortuko dugun emaitza $\pm\hbar/2$ izango da. Emaitza bakoitzari norabide horretako Pauli-ren matrizearen bektore propio bat dagokio. Gure asmoa da bektore horiek ezagutzea eta, honela, gure egoerarekin eskalarki biderkatuz emaitza hori lortzeko probabilitateak kalkulatu ditugu. Edozein norabidetarako Pauli-ren matrizea eraiki dezakegu ezagunak ditugun σ_x , σ_y eta σ_z -tik abiatuz (θ eta ϕ ohiko koordenatu polarretako angeluak izanik):

$$u = \hat{u} = \cos(\theta) \hat{x} + \sin(\theta) \sin(\phi) \hat{y} + \sin(\theta) \cos(\phi) \hat{z}$$

Matrize horren balio propioak 1 eta -1 izango dira (norabide horretako spina $\hbar/2$ edo $-\hbar/2$ balioa duenean hurrenez hurren) eta bektore propioak ondokoak dira:

$$| + \rangle_u = \cos(\theta/2) | + \rangle + \sin(\theta/2) e^{-i\phi} | - \rangle$$

$$| - \rangle_u = \sin(\theta/2) | + \rangle + \cos(\theta/2) e^{-i\phi} | - \rangle$$

Azpindizerik ez dauzkaten ket-ak Z norabidekoak dira. Detektagailuak bi norabide desberdinetan daudenean (kalkuluak egiteko 2 partikularen spinaren proiektzioa Z ardatzean zehar neurtuko dugu), aurkako spina izateko probabilitateak aurkitzeko egin beharreko bakarra da egoera horri dagokion bra-ren eta sistemaren egoerari dagokion ket-aren arteko biderketa egitea eta horren moduloaren karratua hartzea:

$$P_+ = | \langle + | u \rangle |^2 = \frac{1}{2} \left| \cos(\theta/2) \right|^2 = \frac{1}{2} \cos^2(\theta/2)$$

$$P_- = | \langle - | u \rangle |^2 = \frac{1}{2} \left| \sin(\theta/2) \right|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\theta/2)$$

Saiakera batean bi detektagailuetan kolore berbera pizteko probabilitate osoa bien batura izango da: $\cos^2(\theta/2)$, non θ bi partikulak neurtzen direneko norabideen arteko angelua den (2 partikula Z norabidean neurtu baitugu).

Detektagailuak norabide berean daudenean ($\theta = 0$), jakin badakigu partikulen spinak aurkakoak izateko probabilitatea unitatea dela. Detektagailuak norabide berean saiakeren $1/3$ -an (11, 22, 33) daude eta $2/3$ -etan desberdinean (12, 13, 21, 23, 31, 32). Norabideen arteko angelua $\theta = 120^\circ$ -koa da eta beraz, bi detektagailuetan argi berbera pizteko probabilitatea ondokoa da:

$$1/3 + 2/3 \cos^2(60^\circ) = 1/2$$

Hots, esperimenduekin erabat ados dago.

3.3. **Kuantika vs erlatibitatea:**

Erlatibitate bereziak lokaltasunaren printzipio bat eskatzen du eta kuantika, esan dugun moduan, ez da teoria lokala. Beraz, kuantikak erlatibitatea kontraesaten duela pentsa genezake.

Zehazki esateko, erlatibitateak informazioaren edo energiaren garraioa c baino abiadura handiagoaz gertatzea debekatzen du. Beraz, kuantikaren eta erlatibitatearen arteko gatazka soilik agertuko zaigu mezu bat c baino azkarrago igortzerik badugu. Baina, ikusiko dugunez, halakorik ezin da egin.

Buelta gaitezen Mermin-en esperimentura [9]. Koka gaitezen A detektagailuan eta saia gaitezen asmatzen zein den B-ren norabidea (demagun norbaitek hiru norabideetako bat finkatzen duela). Hau asmatzerik badago, eraiki dezakegu kode bat detektagailuen posizioak erabiliz eta horren bidez komunikatu. Guk A detektagailuan neurtuko dugun bakarra, 1, 2 edo 3 posizioan jarrita ere, $1/2$ probabilitateaz elektroien spinak gora edo behera izango da; B detektagailuaren posizioa edozein izanik. B-ren emaitzak ezagutu gabe, elektroien independente baten spina neurtzean lortzen dugun berbera lortuko dugu. Ikus daitekeenez, B detektagailuaren emaitzak ezagutu gabe, ez dago modurik B-ren posizioa zein den asmatzeko. Emaitza horiek ezagutzuz, guk lortutakoekin konpara genitzake eta beste detektagailuaren posizioa ondoriozta genezake. Baina horretarako norbaitek B detektagailutik mezu bat bidali beharko liguke (jakina, c abiadura maximoaz) eta orduan ez genuke c baino arinagoa den komunikaziorik izanen.

Gakoa da Bell-en teorema kontuan hartzen duela soilik zenbat alditan ematen duten bi detektagailuek kolore bera. Eta bere efektuak nabaritzeko bi detektagailuek emandako neurketak konparatu behar ditugu.

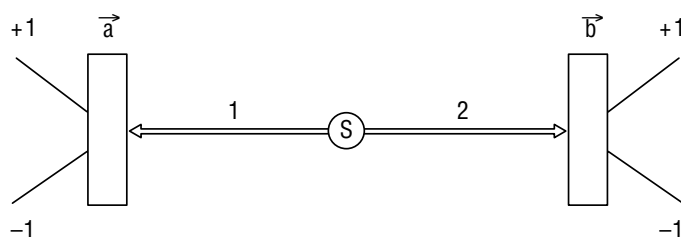
Hau da, dirudienez bi elektroiak argia baino azkarrago komunikatzeko gai dira, baina erlatibitateak berean jarraitzen du ezin dezakegulako esan halakorik gertatu denik beranduago arte (datuak konparatu arte) [9]. Zehatzagoak izateko, bi elektroiak guztiz korrelazionaturik daude eta sistema kuantiko bakarra osatzen dute. Guk elektroia horietako bat perturbatzean, bi elektroiak perturbatzen ditugu, bigarren elektroia oso urrun egon arren. Demagun euren artean komunikabide ezezagun bat dagoela, zeinetik elektroia batek besteari perturbatua izan dela komunikatzen dion. Baina guk ezin dugu komunikabide hori erabili benetako informazioa edo materia bidaltzeko. Bide horretatik egoera kuantikoak baino ezin garraia daitezke.

Gainera, lehen esan dugun moduan, bi neurketen arteko tartea espaziala da. Honek esan nahi du aurki ditzakegula erreferentzia-sistemak non $t_2 < t_1$, $t_2 > t_1$ edo $t_2 = t_1$ den. Hau da, bi neurketen ordena denborala ez da absolutua. Horregatik ezin dira kausa-efektua izan (behintzat guk ulertzen ditugun moduan), behatzaile batzuen ikuspuntutik eragina 1-ek 2-ren gainean izango lukeelako eta beste batzuen ikuspuntutik alderantziz. Hots, eraginen bat badago, ez da guk ezagutzen ditugun modukoa.

Egia esan, teoria kuantikoaren lokaltasun eza probabilitateei buruzko teoria delako sortzen da. Hots, edozein sistema fisiko uhin funtzio batez adierazten du kuantikak. Uhin-funtzio hori sistema horri dagozkion behagarrien emaitza posible guztien konbinazio lineal batean dago (emaitza bakoitzari probabilitate bat dagokiolarik) guk neurketa burutu arte. Neurketa egiten dugunean, uhin-funtzioaren kolapsoa gertatzen da sistema osoan zehar. Hori da hain zuzen ere lokaltasun eza eragiten duena, espazio osoan «aldi berean» behagarri horiek balio zehatz bat hartzen baitute. Baina honek ez dauka zerikusirik erlatibitateak eskatzen duen lokaltasunaren printzipioarekin, uhin-funtzioaren kolapsoan ez baitago ez energia- ezta informazio-garraiorik; soilik egoera kuantikoak «higitzen» dira sisteman zehar.

4. ESPERIMENTU ERREALAK

Sarreran esan dugun moduan, Aspect-ek eta Orsay-ko bere taldeak 1981-82 urteetan egin zituen Bell-en ezberdintzak testatzeko lehen esperimentu erabakigarriak. Bilatzen zutena 3. irudiko esperimentu idealera ahalik eta gehien hurbiltzea zen. Hots, bi partikula iturritik ateratzea eta guztiz zorian hautaturiko norabidetan neurtzea euren spina, bi neurketen artean inongo komunikaziorik egoteko aukera guztiak ezabatuz. Horregatik lehen esperimentua [3] hobetzen joan ziren gero azalduko ditugun hainbat ihesbide (loophole) ekiditeko asmoz. Ihesbide horiek esperimentua beste era batean interpretatzeko edo esperimentuen emaitzak guztiz ez sinisteko trantxoak edo eragozpenak dira. Lehen bi esperimentuak [3-4] nahiko antzekoak dira eta biak azalduko ditugu hemen, euren arteko desberdinta-



3.irudia. Aspect-ek buruturiko esperimentuen eskema.

sunak aipatuz. Hirugarrenari dagokionez [5], aurrerago aipatuko den ihesbide batekin amaitzeko asmoz egin zen.

4.1. Zer da neurtuko duguna?

Esperimentu hauetan fotoiak erabiltzen dira elektroien ordez, eta spina neurtu ordez haien polarizazioa neurtzen da. Fotoien polarizazioa spinen baliokidea da eta era berean korrelazionaturik egongo dira (singlete egoeran). Beraien higidura Z norabidean dagoela suposatuz (bat positiborantz eta bestea negatiborantz), euren egoera $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2} [x_1x_2 + y_1y_2]$ -ek emango digu, non x_1 lehen fotoiak X ardatzean zeharreko polarizazioa izatea den (besteak Idem). Guztiz parekoa da $1/2$ spineko partikulen singlete egoera eta fotoien polarizazio egoera hau. Izan ere, ardatz batean zeharreko polarizazioaren emaitza paraleloa (+1) edo perpendikularra (-1) izan daiteke soilik. Ikus daitekeenez, bi fotoien polarizazioa norabide berean neurtuz, beti emango dute emaitza bera. 90° -ko angelua sortzen duten ardatzetan zehar neurtzen baditugu, aurkako emaitza emango digute (batek +1 eta besteak -1). Egia esan, emaitza bera lortzeko probabilitatea $\sin^2\alpha$ -rekin doa, α bi fotoiak neurtzen direneko bi ardatzen arteko angelua izanik. (Ederra da Colin Jack-ek [10]-ean esperimentu honen paralelismo bat eginez, paradoxa hau zentzu komunez ebaztea ezinezkoa dela ikusteko proposatzen duen «denbora pasa»).

Bila dezagun frogatu edo kontraesan beharreko Bell-en ezberdintza. Esperimentu hauetan lehen fotoiaren polarizazioa \mathbf{a} edo \mathbf{a}' norabideetan zehar eta bigarrena \mathbf{b} edo \mathbf{b}' norabideetan zehar neurtuko dugu. Defini dezagun ondoko kantitatea:

$$E(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{R_{++} + R_{+-} + R_{-+} + R_{--}}{R_{++} + R_{+-} + R_{-+} + R_{--}} = P_{++} + P_{+-} + P_{-+} + P_{--}$$

non R_{+-} lehen partikula \mathbf{a} norabidearekiko paraleloki (+1) eta bigarren partikula \mathbf{b} norabidearekiko perpendikularri (-1) polarizaturik aurkituriko aldi

kopurua den eta beraz, P_{+-} hori gertatzeko probabilitatea izango da (beste guztiak idem). Noski, P eta R guztiak \mathbf{a} eta \mathbf{b} -ren menpekoak dira. Defini dezagun beste kantitate hau:

$$S = E(\bar{a}, \bar{b}) - E(\bar{a}, \bar{b}) + E(\bar{a}, \bar{b}) + E(\bar{a}, \bar{b})$$

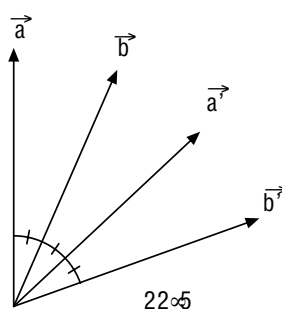
Hemendik ondoriozta daitekeen Bell-en ezberdintza ondokoa da: **-2 ≤ S ≤ 2**. Hots, edozein teoria errealistiko lokalak S-rentzat ezberdintza horiek beteko lituzke.

Mekanika kuantikoaren auresana ondokoa da:

$$E(\bar{a}, \bar{b}) = F \left(\frac{(T_1^{par} - T_1^{per}) \langle T_2^{par} - T_2^{per} \rangle}{(T_1^{par} + T_1^{per}) \langle T_2^{par} + T_2^{per} \rangle} \right) \cos 2(\bar{a}, \bar{b})$$

non F esperimentuan erabiliko diren lenteen angelu solidoaren finitotasuna neurtzen duen eta T^{par} eta T^{per} polarizatzaileen trasmisio-koefizienteak diren haien norabide paralelo eta perpendikularrean, hurrenez hurren.

Lehen azaldu dugun moduan, mekanika kuantikoak hainbat baldintza-
ren pean ez ditu Bell-en ezberdintzak betetzen. Kasu honetan ez betetze horren maximoa $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = 22.5^\circ$ eta $(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = 67.5^\circ$ direnean gertatzen da (ikus 4. irudia). Hori da Aspect-ek bere esperimentuetan erabili zuen baldintza.

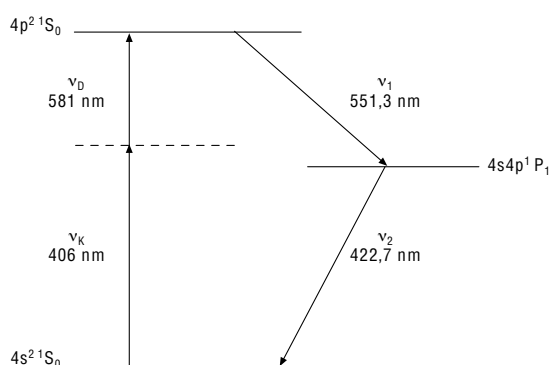


4.irudia. Bell-en ezberdintzen ez betetze maximoari dagozkion angeluak.

4.2. Muntaia (Orsay-ko taldearen lehen bi esperimentuak)

Lortu beharreko lehenengo gauza fotoien polarizazioen arteko korrelazio hori da. Horretarako ^{40}Ca -aren jauzi atomiko erradiatiboa (atomic radiative cascade) erabiltzen da (ikus 5. irudia). Atomoa $4s^2 \ ^1S_0$ egoeran dago

eta bi pausotan, laser batzuen bidez, $4p^2 \ ^1S_0$ -raino igotzen da. Hemendik jauzia jazotzen da $4s4p \ ^1P_1$ -etik pasaz $4s^2 \ ^1S_0$ -ean bukatzeko, γ_1 eta γ_2 fotoiak igorritik. γ_1 eta γ_2 -ren uhin-luzerak 551.3 (berdea) eta 422.7 (urdina) nm dira hurrenez hurren. Ikus daitekeenez, hasieran ($4p^2 \ ^1S_0$) eta amaieran ($4s^2 \ ^1S_0$) atomoaren momentu angeluar osoa nulua da. Momentu angeluarren kontserbazioa dela eta, bi fotoien momentu angeluar osoak nulua izan behar du, hots, singlete egoeran ateratzen dira.



5.irudia. ^{40}Ca -aren jauzi atomiko erradiatiboa.

Lehen laserra krypton ioi-koa da ($\lambda_k = 406.7 \text{ nm}$) eta bigarrena Rhodamina-ko laserra da ($\lambda_D = 581 \text{ nm}$). Bi laserrek polarizazio paraleloa daukate. Laserren potentzia kontrolatzen da fotoien igorpena jauzian zehar egonkorra izan dadin.

Kaltzioak igorritako argia lente batzuetatik zehar igarotzen da guztiz kolimatzeke asmoz. Badago kolorezko beira bat uhin-luzera txarrak xurgatzen dituen (soilik guri interesatzen zaizkigun uhin-luzerak igaroko dira), honek eragozten du fotoiak islatuz gero iturrirantz edo beste kanalerantz joatea.

Honen ondoren polarizazio-neurgailuak datoz. Hauek **a** edo **a'** eta **b** edo **b'** norabideetan neurtzen dute fotoien polarizazioa (**a**, **a'**, **b** eta **b'** XY planoan egongo dira, fotoien ibilbidearekiko perpendikularra den planoan).

Hauen ostean fotobiderkatzaileak datoz. Hauek argia sentiberatasun handiaz detektatzeko gai diren tresnak dira. Fotoia bertara iristen denean, efektu fotoelektrikoz elektro bat askatzen du. Elektro hui eremu elektriko batean azeleratzen da eta hainbat dinodotatik igaro ondoren azkenengoan (anodoan) korrante nabarigarri bat sortzen du. Fotobiderkatzaileak seinale bat emango digu. Seinale horren anplitudea bertara iritsitako fotoi kopururekiko proportzionala izango da.

Azter dezagun bi detektagailuetara iritsitako fotoien arteko kointzidentziak (R_{++} , R_{+-} , R_{-+} eta R_{--}) zenbartzeko metodoa. Fotoiak bikoteka atera-

tzen dira iturritik, baina fotoi guztiak ez dira detektatzen (detektagailuen eraginkortasun baxuagatik, ez direlako detektagailuraino iristen...). Detektagailu batean fotoi bat detektatzen denean suposatzen dugu haren bikotea beste detektagailura pareko denboran iristen dena dela, eta horrela egiten da zenbaketa. Beraz, badaude benetako kointzidentziak (fotoia eta bere bikotea parekatzen ditugunean) eta kointzidentzia akzidentalak (fotoia bere bikotea ez den batekin parekatzen dugunean).

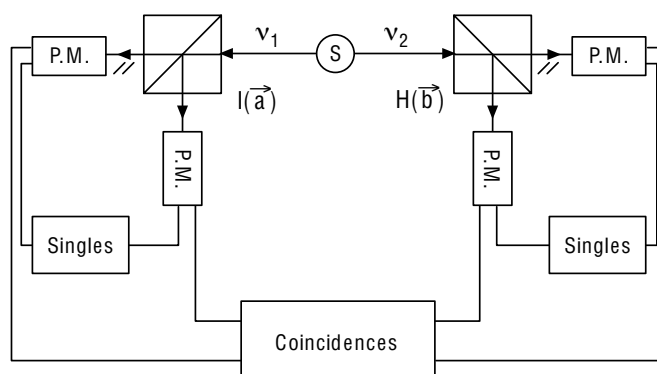
Kointzidentziak zenbatzeko lau sarreradun zirkuituak dauzkagu. Fotoi berdea urdina baino arinago ateratzen da atomotik, jauziaren bizi-denbora 5 ns-koa baita. Detektagailu batek fotoi bat detektatzen duenean, zirkuituari seinale bat bidaltzen dio emaitzarekin (+1 edo -1). Zirkuituak beste detektagailura 20 ns-ren (kointzidentzia lehioa) barnean iristen den lehen fotoiarekin erkatzen du. Denbora hori aukeratzen da alde batetik hori delako argi-izpi batek emango lukeena iturritik detektagailuraino joaten (bi neurketen arteko tartea espaziala izatea behar dugu), eta bestetik, 20 ns-ko tartea bizi-denborarekin konparatuz, nahiko tarte luzea delako fotoia eta haren bikotekidea kointzidentzia-lehio berberean sartzeko. Denbora horretan ez bada fotoirik detektatzen, neurketa hori ez da erabiltzen. Modu honetan zirkuituak, benetako kointzidentziez gain, kasualitatez kointzidentzen duten (kointzidentzia akzidentalak) hainbat fotoi parekatuko ditu.

Kointzidentzia akzidental horiek estimatzeko asmoz, beste zirkuitu batek 100 ns-ko atzerapena ematen dio detektagailu batetik datorren seinaleari eta modu berean (20 ns-ko lehioa erabiliz) parekatzen ditu fotoiak. Honela, fotoien arteko korrelazio guztia apurtu da, hots, kointzidentzia guztiak akzidentalak dira. R guztien benetako balioak lortzeko lehen zirkuituak lorturiko balioei bigarren zirkuitu honek lorturikoak kentzen zaizkio.

Aspect-en lehen bi esperimientuen arteko desberdintasunak polarizazio-neurgailuetan hasten dira. Lehen esperimientuan kanal bakarreko polarizatzaileak erabili zituzten. Hauek polarizatzaile linealak besterik ez dira eta euren funtzionamendua oso erraza da: fotoiaren polarizazioa polarizatzailearen norabidearekiko paraleloa bada, fotoia transmititzen da; perpendikularra bada berriz, islatu egiten da. Fotobiderkatzaileetan ez bada zenbaketarik egiten, ez dakigu detektagailuaren eraginkortasun baxuagatik edo polarizatzaileak fotoia islatu duelako izan den (soilik bigarren aukera litzateke benetako neurketa). Polarizazio-neurgailu hauen bidez soilik $R_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ neurketa egin daiteke era zuzenean, hau da, bi fotoiak transmitituak direnean eta detektagailuetaraino iristen direnean. $R_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b})$, $R_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ edo $R_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ estimatzeko zeharkako esperimientuetara jo behar da (kointzidentziak zenbatuz polarizatzaile bat edo biak kenduz).

Lehen esperimientuaren akats hau ekiditeko asmoz, bigarren esperimientuan erabili ziren polarizazio-neurgailuak Stern-Gerlach baten antzekoa-

goak dira (ikus 6. irudia), oraingo honetan fotoiaren polarizazioa polarizazio-neurgailuaren norabidearekiko paralelo edo perpendikularra izanik ere, bere bidaia detektagailu batean amaituko du. Polarizazai hauek bi prisma elkartuz eta euren artean dielektriko geruzatxo bat ipiniz eraikitzen dira. 6. irudian ikus daitekeenez, **a** (edo **b**) norabidearekiko polarizazio paraleloa daukan fotoiak aurrera jarraituko du eta perpendikularra daukana alde baterantz desbideratua izango da.



6.irudia. Aspect-en 2.esperimentuaren muntaia.

Ikus ditzagun bigarren esperimentu horretan lortu zuten emaitza kuantikaren aurreanarekin batera:

$$\text{Mekanika kuantikoak} \quad S = 2.70 \pm 0.05$$

$$\text{Aspect-en bigarren esperimentuak} \quad S = 2.697 \pm 0.015$$

Ikus daitekeenez, bien arteko bat-etortzea oso zehatza da eta argi eta garbi Bell-en ezberdintzetatik kanpo geratzen dira.

4.3. Esperimentu hauetarako ihesbideak. Hirugarren esperimentua

Ikusi dugunez, esperimentuek zehaztasun handiz betetzen dituzte kuantikaren emaitzak, baina natura lokala ez dela onartzea kolpe gogorra da gure zentzu komunerako. Horregatik fisikari askok esperimentuen emaitzak beste era batean interpretatzeko asmoz, hainbat loophole (ihesbide) proposatu dituzte.

Aspect eta kideek [4] artikuluaaren amaieran argi uzten dute oraindik behintzat bi ihesbide geratzen direla argitzeke.

Lehenengoa detektagailuen eraginkortasun baxuari dagokio. Ezinezkoa da fotoiak %100eko eraginkortasunez produzitzea edo detektatzea. Egia esan, egindako esperimentuetan produzituriko partikulen %5a gutxi gora-

behera detektatzen dira. Hainbat fisikariren aburuz, hain proportzio txikitik talde osoaren konportamendua estrapolatzea onartezina da.

Bigarrena esperimentuen estatikotasunari dagokio, hots, saiakera bakoitzean zehar (fotoiaren hegaldiaren bitartean) ez dela polarizatzaileen norabidea aldatzen. Hau horrela izanik, pentsa dezakegu Bell-en lokaltasunaren suposizioa okerra dela eta polarizatzaile baten neurketak bestearen orientazioarekiko menpekotasuna duela. Zeinek dio ez dela existitzen fisika bat zeinean, moduren batean polarizazio-neurgailuak euren artean «komunika» daitezkeen eta partikulen polarizazioa neurtu baino lehen detektatzen diren bitartean? (ikus [11]). Hau ez dirudi oso logikoa denik, baina ez du suposatzen c baino abiadura handiagoz egindako eraginik, polarizatzaileek denbora nahikoa baitute c baino abiadura txikiagoz komunikatzeko.

Bigarren ihesbide hau ekiditeko polarizatzaileen norabidea aleatorioki aldatzen egon beharko luke partikulak iturritik atera eta haietara iristen diren bitartean. Honela, benetan lortuko dugu bi neurketen arteko tartea espazio erakoa izatea. Eta euren arteko komunikazioa gertatu behar bada, c baino arinago izan beharko du.

Honi jarraituz, Orsay-ko taldeak hirugarren esperimentu bat egin zuen [5]. Polarizazio-neurgailu bakoitza muntaia batez ordezkatu zuten, zeinek polarizatzaileen norabidea (\mathbf{a} edo \mathbf{a}' lehen detektagailuan eta \mathbf{b} edo \mathbf{b}' bigarren detektagailuan) denboran zehar «aleatorioki» aldatzen zuen. Egia esan ez zen guztiz aleatorioa, kuasiperiodikoa baizik, detektagailu bakoitzaren maiztasuna desberdina zenean ere. Baina aldaketa periodiko sinusoidalak etorkizunean iragar daitezke eta esperimentu honen emaitzak oraindik c baino geldoagoko komunikazioen bidez azal daitezke. Hirugarren esperimentu honen emaitzak ere kuantikaren aurreanekin bat datoz. Hala ere, bigarren ihesbideak hor dirau.

4.4. Gaur egun

Egun oraindik esperimentu hauek egiten dira [12] detektagailuen distantzia handituz eta benetako zoritasuna bilatuz detektagailuen norabideen aldaketetan, bi neurketen arteko tartea espaziala dela ziurtatzeko.

[12]-an detektagailuen distantzia iturritik 200 m-koa da aurkako noranzkoan. Neurketen iraupena $1.3 \mu\text{s}$ baino txikiagoa da, hori baita argiak emango lukeen denbora detektagailu batetik bestera bidaiatzen. Polarizazio-neurgailuen norabidearen hautaketa partikulak iturria utzi dutenean egiten da abiadura altuko zenbaki aleatorioen sorgailua erabiliz. Esperimentu honek mekanika kuantikoaren aurreanekin erabat jarraitzen die, eta beraz, ez ditu Bell-en ezberdintzak betezen.

Dirudienez, denboraren loophole-a ezabaturik dago. [12]-ren hitzetan: «Gure emaitzek kuantikaren aurrean teorikoak betetzen badituzte ere, onartzen dugu, nahiz eta ziuraski honela ez izan, interpretazio lokal errealistak edo semiklasikoak oraindik posible direla, baina orduan onartu beharko genuke detektaturiko bikoteak ez direla igorritako bikote guztien errepresentazio fidela.»

Beraz, Aspect-ek berak onarturiko lehenengo loophole-ak oraindik zabalik dirau.

ONDORIOAK

Kuantikaren arabera, sistema fisiko batek ez ditu behagarrien balio zehatzik hartzen guk halakorik egitera (neurketa burutzean) behartzen dugun arte. Bitartean, sistemaren behagarri guztiak euren emaitza posible guztien konbinazio lineal batean daude. Ikuspuntu honek ez lokaltasun bat dakar berarekin. Izan ere, uhin-funtzioaren kolapsoa gertatzen denean unibertso osoan gertatzen da aldi berean. Hau hainbat eratan interpreta dezakegu (behintzat bitan).

Einstein eta kideek emandako interpretazioaren arabera, guk partikula bat perturbatzen dugu eta partikula horrek aldi berean beste partikula perturbatzen du. Hemendik zerbait (partikula batetik bestera joan dena) argiaren abiadura baino azkarrago higitu dela ondoriozta dezakegu. Hots, uhin-funtzioaren kolapsoaren abiadura argiarena baino altuagoa da. Baina ez dago arazorik horrekin, kolapsoak sisteman eragingo dituen aldaketak ezin dira aurrean ziurtasun osoz (probabilitateekin soilik), eta beraz ezin dugunez kontrolatu kolapso hori, ez dago modurik informaziorik bidaltzeko. Nolabait esateko, argiarena baino abiadura handiagoz higitzen dena ez da ezer fisikoa, fisikariek naturaren interpretazioa egiteko asmatu duten izaki abstraktu bat baizik. Beraz, kuantikak errespetatzen ez duen lokaltasuna ez da erlatibitateak eskatzen duenaren berdina.

Kuantikaren ikuspuntua hartuz, ez da ezer garraiatzen partikula batetik bestera. Bien arteko korrelazioak azaltzen du partikula bakarra perturbatzea biak perturbatzearen parekoa izatea. Hau da, noizbait interakzionatu duten edozein bi partikula korrelazionaturik daude betiko. Hemendik ere ondoriozta dezakegu Unibertso osoa korrelazionaturik dagoela; izan ere, dirudienez noizbait (Big-Bang-ean) partikula guztiak elkarrekin egon ziren.

Fisikak egiten duen bakarra naturako fenomenoaren interpretazio bat ematea da. Horretarako, fenomenologikoki lorturiko arau batzuk ipintzen ditu eta horiek kontraesan gabe azaldu behar ditu fenomeno berriak. EPR paradoxa ez ditu fisikaren beste legeak kontraesaten, eta beraz, zentzu honetan behintzat, ez da paradoxa. Edonola, kuantikak gure zentzu komune-

rako onartezinak diren hainbat ondorio lortu ditu. Baina badirudi teoria hau ezin hobeto egokitzen zaizkiela mundu mikroskopikoko fenomenoei. Beraz, teoria hau onartzera beharturik gaude. Bere interpretazioa ez da erraza, beti saiatzen baikara guk ezagutzen dugun munduarekin parekatzen. Baina baliteke onartu behar izatea natura guk buruan daukagunaren oso desberdina dela eta erabiltzen dugun hizkuntza edo pentsatzeko moduarekin inoiz ulertu ezin izatea. Hala ere, non dago idatzirik naturak sinplea izan behar duenik?

ERREFERENTZIAK

- [1] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY, N. ROSEN; *Phys. Rev.* **47**, p. 777 (1935).
- [2] J. S. BELL; *PHYSICS* **1**, p. 195 (1964).
- [3] A. ASPECT, P. GRANGIER, G. ROGER; *Phys. Rev. Lett.* **47**, p. 460 (1981).
- [4] A. ASPECT, P. GRANGIER, G. ROGER; *Phys. Rev. Lett.* **49**, p. 91 (1982).
- [5] A. ASPECT, J. DALIBARD, G. ROGER; *Phys. Rev. Lett.* **49**, p. 1804 (1982).
- [6] D. M. GREENBERGER, M.A. HORNE, A. SHIMONY, A. ZEILINGER; *Am. J. Phys.* **58** (12), p. 1131 (1990).
- [7] N. D. MERMIN; *Physics today*, p. 38 (April 1985).
- [8] N. D. MERMIN; *Am. J. Phys.* **49** (10), p. 940 (Oct. 1981).
- [9] <http://www2.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/kenny/papers/bell.html>; Gary Felder.
- [10] C. JACK; *Physics World*, p. 39 (April 1995).
- [11] R. D. GILL, G. WEIHS, A. ZEILINGER, M. ZUKOWSKI; *Europhysic Letters*, Preprint: <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0204169> (30 Apr 2002).
- [12] G. WEIHS, T. JENNEWEIN, C. SIMON, H. WEINFURTER, A. ZEILINGER; *Phys. Rev. Lett.* **81**, p. 5039 (7 December 1998).