

Nature et possibilités de la logique formalisée

Par ROBERT FEYS

Professeur à l'Université de Louvain

NOTRE exposé constituera une modeste «défense et illustration» de la logique formalisée. Nous préférons la désignation «logique formalisée» à celle de «logistique» ce dernier terme offre entre autres inconvénients celui de faire supposer qu'il ne s'agit pas d'une forme de logique formelle, mais d'une branche plus ou moins analogue à la logique, et différente d'elle.

Nous rappellerons, pour débiter, les méthodes qui sont essentielles à une logique formalisée véritable; puis nous préciserons les possibilités d'expression et de déduction d'une telle logique. La logique formalisée, à ses origines, a passé pour une théorie prétentieusement stérile; ses critiques prennent texte aujourd'hui de ses «crises», des «paradoxes», des théorèmes de Gödel pour affecter tous ses résultats d'une présomption d'incertitude. En fait la logique formalisée s'est montrée capable de développements indéfinis, parce que ses opérations étaient capables de répétition indéfinie; ses possibilités sont cependant limitées à un domaine borné, et ce sont les limites de ce domaine que ses «crises» l'ont aidée à déterminer.

I.—LOGIQUE FORMALISÉE

1. La logique formalisée est souvent appelée «logique symbolique»: dénomination fort sommaire; il faudrait notamment préciser que son caractère symbolique ne tient pas seulement à l'emploi de symboles techniques, mais au fait que toutes ses certitudes dérivent du seul maniement de ces symboles.

Une logique symbolique ainsi comprise va au delà d'un emploi de symboles comme aide didactique ou comme moyen mnémotechnique. Elle est «purement symbolique» par opposition à toute logique dont les raisonnements présupposeraient la connaissance du sens des symboles ou simplement une représentation schématique de ce sens. Elle s'oppose à toute logique usant de symboles, mais dont les symboles seraient définis à l'aide de termes du langage.

Le sens d'aucun de ses symboles ne sera présupposé à leur maniement; ses symboles et ses assertions pourront rester inexpliqués, énigmatiques, et, pour autant, «dénusés de sens». On pourra effectuer toutes ses opérations en la considérant comme un jeu conventionnel sur des symboles.

Comme toute théorie formalisée, la logique formalisée construit son symbolisme en ayant un sens présent à l'esprit; mais il s'agit d'un point de départ purement «heuristique», en vue de choisir un symbolisme utile. Une fois le symbolisme fixé, le sens n'a pas à intervenir le travail de déduction; dans ce travail le symbolisme est tenu séparé du sens, il est traité comme «dénusé de sens».

Il ne s'agit, bien entendu, que d'une position d'attente: le symbolisme garde le sens qu'il peut avoir, sens peut-être entrevu au cours du travail heuristique, mais qui en tout cas devra être confirmé ou précisé ou découvert au cours d'un travail ultérieur, sur lequel nous reviendrons. Jusque là il reste énigmatique, mais il appelle et suggère une interprétation. Un symbolisme, formé de signes et d'une «syntaxe», énonçant les règles de leur emploi, suffira pour constituer une logique (Dans sa *Syntax der Sprache*, Carnap a montré comment on pouvait différencier par les seuls caractères de leurs syntaxes, un symbolisme logique et un symbolisme non logique).

On peut objecter qu'en fait la logique formalisée ne part pas d'énoncés purement symboliques, puisque

ceux-ci comportent des règles, énoncées en langage non formalisé ou dans des symboles interprétés (puisque il faut savoir le sens des règles). Mais notons que, s'il s'agit de déduire et non de discuter les déductions, le langage des règles, le «métalangage» se bornera à décrire certaines opérations tangibles et ne comportera pas de raisonnements; quant à la rigueur tangible, voir plus loin.

De ce qui précède il résulte que la logique formalisée reste «ouverte» à toute interprétation; cette «ouverture» la libère de tout assujettissement à une interprétation préalable; elle lui permet d'accueillir les interprétations qui s'avèreront justifiées.

2. La logique que nous considérons sera *déductive*. Elle ne peut se borner à «présenter» des symboles susceptibles d'interprétation; elle ne peut fonder sur l'expérience d'un sens la démonstration de ses théorèmes; elle doit pouvoir les démontrer en usant des seules règles de son symbolisme. Une déduction par symboles sera un *calcul*; en usant de ce terme nous soulignons que la déduction use des règles des symboles; mais ses déductions ne s'effectueront d'ordinaire pas avec l'uniformité mécanique propre aux calculs de l'arithmétique élémentaire.

Et la logique symbolique déductive ou calcul logique sera une logique *formalisée*. Les déductions seront justifiées à partir de certaines positions initiales (axiomes proprement dits ou propositions primitives, règles, définitions). Les logiciens d'autrefois avaient l'idée claire d'une déduction à partir de principes, mais ils jugeaient la logique évidente et n'estimaient donc pas devoir la déduire elle à partir de principes. Nous entendons déduire les théorèmes de notre logique symbolique à partir de principes (pas nécessairement à partir d'une seule série *ne varietur* de principes). Et comme les énoncés par symboles sont provisoirement «dénusés de sens», les principes ne seront introduits que comme conventions sur les symboles.

3. Pour que la logique formalisée puisse être correctement déduite, ses règles doivent être des règles explicites et complètes concernant les symboles. Nous nous opposons ici à deux attitudes qui paraissent inadmissibles. 1.° Chez les premiers artisans du calcul logique et dans bien des exposés sommaires maintenant encore, les déductions ne sont pas fondées sur des principes concernant le maniement des symboles, mais sur le sens des symboles, rendu tangible parce que nous appellerions des «représentations auxiliaires»: diagrammes, représentation schématique d'ensembles, d'«extensions». Cette manière de procéder introduit tacitement et peut-être inconsciemment des présupposés intuitifs. 2.° Il n'est pas admissible, au cours de l'exposé d'un système, d'en modifier les présupposés. Il est permis d'envisager une alternative de divers systèmes (à appliquer selon les cas); mais un système a des présuppositions fixes.

Donc, tandis que les systèmes de logique formalisée sont «ouverts» quant à leurs significations possibles, chacun d'eux est «fermé», rigide et complet quant à ses règles techniques. On peut regretter cette rigidité, mais une technique est toujours quelque chose de rigide; si elle perd sa rigidité, elle devient un art. Et toute l'habileté des techniciens est de rejoindre quelque chose de la réalité «souple» à l'aide de leurs techniques rigides.

Il s'ensuit notamment que la logique formalisée doit pouvoir résoudre par ses propres moyens les difficultés des «paradoxes». L'ancienne logique, fondée sur le sens des termes, pouvait, en cas de nécessité, corriger l'insuffisance de ses règles par un appel au bon sens intuitif. La logique formalisée a entrepris de mener

ses raisonnements comme un jeu de symboles; elle doit mener ce jeu de sorte qu'il ne sombre pas dans la contradiction et dans la confusion universelle. Et notamment il ne suffit pas qu'elle interdise certaines conclusions; elle doit poser des règles de déduction qui les évitent.

4. En maintenant ouvert le domaine de ses significations, en maintenant rigide et fermé le jeu de ses règles, la logique formalisée atteint à la rigueur tangible propre aux sciences exactes. La logique formalisée n'est pas de la philosophie; en se rendant indépendante de la signification de ses symboles, elle se rend indépendante des problèmes philosophiques que cette signification peut soulever. La logique formalisée est une science positive, une branche des mathématiques (évidemment pas au sens périmé qui fait des mathématiques «la science de la quantité».

La rigueur tangible de notre logique arrive à être mise en cause de trois côtés. 1.° Les sceptiques endurcis diront que toute science humaine est faillible, quelles que soient les garanties dont elle s'entoure; ceci revient en somme à l'hypothèse du malin génie. 2.° Beaucoup allègueront que ses raisonnements dépendent de l'intuition de ses symboles, de la compréhension de ses règles, donc de l'arithmétique et de la géométrie (car les symboles sont des figures géométriques et on peut les compter) et en fin de compte de toute la linguistique. En fait, avant comme après les crises, la logique formalisée garde sa rigueur, mais aussi ses limites propres, au delà desquelles elle ne peut s'aventurer. Il nous paraît qu'on peut distinguer honnêtement entre tout ce qui concourt à la constitution des symboles et ce qui est présumé dans leur manie-ment; et, dans les règles très simples de leur manie-ment, aucun théorème d'arithmétique ou de géométrie, aucune thèse de linguistique n'intervient comme élément de preuve. 3.° D'autres prennent texte des «crises» de la logique formalisée pour la déclarer incertaine et aventureuse autant que le reste de l'aventure humaine.

II.—LES VOIES DE DÉVELOPPEMENT DE LA LOGIQUE FORMALISÉE

5. Recherchons maintenant à quel titre la logique formalisée reste «ouverte» à des développements.

1.° Soient posés et fixés les principes d'une logique formalisée; selon ces principes des formules symboliques seront construites à l'aide d'opérations (construction d'expressions «bien formées», construction d'expressions «valides»); l'énumération complète de ces opérations est essentielle à une logique formalisée. Les principes énoncent ou permettent de déduire les résultats de ces opérations; ils peuvent être arbitrairement variés à l'infini.

2.° Le choix arbitraire de principes est une source de diversité; un choix arbitraire n'est toutefois pas proprement une source de développements. Mais les opérations peuvent être combinées (et entre autres répétées) indéfiniment; la possibilité de tels développements combinatoires a déjà été aperçue par Leibniz. La possibilité de combinaisons indéfinies n'a rien de proprement créateur, mais elle est une source inépuisable de formes nouvelles.

3.° Comme l'ancienne logique, la logique formalisée énonce des formules abstraites et de validité générale. Leur généralité est assurée par l'opération de substitution, qui remplace des variables par des expressions d'une catégorie donnée. Du fait des possibilités combinatoires, des catégories logiques comme celle de proposition, de prédicat, etc., son définies de façon «récurrente», comme résultat d'opérations successives, et ainsi le champ des substitutions s'élargit indéfiniment.

Si d'autre part la logique formalisée est un jeu d'opérations combinatoires, une autre perspective s'ouvre devant nous, celle d'une théorie générale de ces opérations (fondée sur une «logique basique» ou sur la «logique combinatoire»).

L'exécution mécanique de toutes les combinaisons autorisées se donne certes par la clef des développements intéressants; l'exemple de la *Logik der Relativen* de Schröder est là pour prouver le contraire; la nécessité d'un arrière-plan heuristique intuitif reprend

ici ses droits. La récursivité des définitions de catégories logiques est d'autre part une source de limitations; à elle seule elle n'englobe dans une catégorie que ce qui peut être construit «pas à pas», par récursion; et la construction «pas à pas» ne donne lieu qu'à une infinité dénombrable d'expressions.

6. La logique classique étudie les enchaînements explicites de la pensée intuitive courante; ces enchaînements, en tant qu'explicites, sont relativement simples. La logique classique est liée au langage usuel, donc aux règles syntaxiques du langage et même aux règles du bon langage. Le bon langage tolère mal des superpositions de négations, des subordinées dépendant d'autres subordinées; même dans les langues qui s'expriment par périodes, la ponctuation et l'ordre des mots sont des artifices bien rudimentaires pour assigner une place à tous les éléments d'une structure complexe. C'est pourquoi la logique classique s'en tient à quelques formes canoniques de propositions, p. ex. aux 4 formes de propositions notées a, e, i, o.

En notation symbolique, le simple jeu des parenthèses exprime sans ambiguïté l'enchaînement des symboles; il est dans l'esprit de la logique formalisée de ne jamais vouloir s'en tenir à un nombre fini d'expressions canoniques, mais de poursuivre indéfiniment la recherche des expressions «intéressantes».

La logique des propositions a, depuis qu'elle a été axiomatisée, été définie comme étude des combinaisons d'une ou deux opérations primitives. De même, depuis les origines, pour la logique des classes, et, avec l'adjonction d'opérations nouvelles, —dès Peirce et Schröder et dans les *Principia*— pour la logique des relations.

Mais il est particulièrement remarquable de voir toutes les expressions de ces logiques définies par les trois opérations de la prédication, de l'abstraction (comme formation de périphrases abstraites), de la généralisation; nous pouvons parler proprement de trois opérations, car les expressions mentionnant des relations peuvent être définies, à la manière de la logique combinatoire, par une répétition de la prédication et de l'abstraction. L'analyse des expressions comme résultat d'opérations répétées suffit, sans déductions proprement dites, pour qu'on puisse remanier des relations à des classes de couples; mais, à chaque degré de complexité nouveau, des opérations nouvelles apparaissent. Enfin des abstractions avec introduction de variables nouvelles donnent lieu aux expressions avec abstraits d'ordre supérieur (propriétés de propriétés, ensembles d'ensembles).

La genèse des expressions d'ordre supérieur «pas à pas», par abstractions successives, a été clairement mise en lumière dès la 2^e édition des *Principia* et rend plausibles les restrictions de la théorie simple des types. Il y a intérêt à user, dans certains contextes, d'expressions non conformes à cette théorie, et il y aura intérêt à développer, dans la mesure du possible, une logique «sans variables» ou sans distinction de types; mais il semble établi qu'il faut choisir entre la possibilité de tout définir par des expressions «bien formées» et celle de construire des propositions sur ces expressions.

7. La logique traditionnelle distinguait déjà entre expression désignant une chose et expression se désignant elle-même comme symbole. Il était réservé à la logique formalisée de définir, parallèlement à tout langage, un métalangage ou mieux une infinité de métalangages superposés. Les symboles d'un métalangage désignent les symboles du langage auquel ils sont superposés, ainsi que des opérations (nouvelles) sur ces symboles. Le métalangage pourra être le langage usuel non formalisé, p. ex. lorsqu'il s'agit simplement d'énoncer les règles du langage formalisé, sans raisonner sur elles; il devra être formalisé (il peut l'être sous diverses formes) si on veut raisonner sur le symbolisme et en dégager les propriétés. Au métalangage se superposera un «méta-métalangage», qui devra être formalisé si on entend discuter le métalangage. Et ainsi indéfiniment.

La construction indéfinie des métalangages ne signifie pas un *regressus in infinitum*; mais elle acquiert sa signification si on la rapproche des résultats de Tarski (parallèles à ceux de Gödel), selon lesquels un

langage unique, englobant les mathématiques et tous ses propres métalangages, est impossible.

8. Le langage usuel ne se prêtait guère à la construction d'expressions résumant en une fois, en une seule formule, une situation complexe. Le même obstacle ne s'oppose pas à l'énoncé d'un raisonnement complexe, par étapes successives; l'élément nouveau de la logique formalisée a plutôt consisté en une analyse plus poussée du raisonnement en opérations déductives élémentaires, ainsi que dans l'analyse de raisonnements infiniment variés.

Les non-techniciens, qui ne distinguent souvent pas entre la logique formalisée de 1900 et celle d'aujourd'hui, endossent à tous les logiciens récents la prétention de «décider» de tous les problèmes logiques par des méthodes uniformes et mécaniques, illustrées par les «développements» de Boole et par le piano logique de Jevons, d'archéologie mémoire; or la logique récente a précisément établi que le «problème de décision» n'est pas soluble dans tous les cas et que dans tout système suffisamment ample il y a des propositions indécidables.

Comme la logique d'autrefois, la logique formalisée ne voit de possibilité générale de démonstration que par l'application de règles de déduction susceptibles de répétition indéfinie. Mais, n'opérant plus sur quelques formes canoniques, elle ne cherche plus à établir des paradigmes clos, comparables à l'énumération des modes valables du syllogisme; et sa tendance est de faire correspondre à chaque opération un ou des schémas de déduction.

Dans quel but s'effectuera cette analyse de la déduction? Ce serait prendre les choses par le petit côté que d'y voir simplement le moyen de noter en symboles la marche d'une démonstration (comme l'a fait, de manière d'ailleurs intéressante, l'école polonaise). Mais la décomposition d'une démonstration en opérations de déduction offre surtout l'intérêt de rendre possibles deux sortes de recherches.

1.^o Elle a permis de formuler, de nuancer, de démontrer les propriétés déductives des systèmes logiques. Et on a pu prouver une série capitale de théorèmes à ce sujet.

2.^o Les méthodes de Gentzen (et celles, analogues, de Jaskowski et de Popper) ramènent toute démonstration à l'application de schémas de déduction. Ces méthodes sont valables pour tout système admettant le «théorème de déduction»; elles sont plus «naturelles» que celles employées précédemment (et procédent, en somme, à la manière des «conséquences» scolastiques); mais leur intérêt ne consiste pas à rendre la logique «triviale». Elles conduisent à des résultats très techniques et inattendus; à présenter les déductions intuitionnistes comme «naturelles», à établir le *Hauptsatz de Gentzen*. Celui-ci (dont une forme renforcée, valant pour la logique bivalente, équivaut à un théorème de Herbrand) ramène toute déduction à une forme constructive particulièrement stricte, puisqu'il évite toute substitution, toute élimination. Mais il est intéressant de souligner —et nous revoici dans le domaine des limitations— que, d'après l'interprétation donnée par Curry au paradoxe de Kleene-Rosser, une logique «déductivement complète», c. à. d. avec théorème de déduction, ne peut en même temps avoir toutes les possibilités d'expression combinatoire.

9. Les logiques non bivalentes construites depuis 25 ans n'ont pas été élaborées comme combinaisons arbitraires de symboles, mais en vue de satisfaire à des conditions données et par analogie avec des modèles donnés. Lewis a cherché à formuler une implication stricte analogue à l'implication formelle; les intuitionnistes ont voulu incorporer à la logique même les exigences constructive de leurs méthodes; Lukasiewicz était parti de certaines difficultés d'interprétation quant aux modalités d'Aristote. Mais, ce but posé, on a construit les systèmes selon des méthodes générales, méthodes de combinaison d'axiomes ou d'éléments définissants; ajouter des opérations (Lewis), «retrancher» des axiomes indépendants du reste du système (intuitionnistes), augmenter le nombre d'éléments d'une matrice (logiques multivalentes).

Outre ces méthodes non formalisées, la construction des systèmes se prête-t-elle à des opérations formalisées, à des raisonnements formalisés? Les uns et

les autres interviennent dans le «calcul des systèmes» de Tarski, et, si une logique des propositions est définie par matrices, il est possible, comme l'a montré Jaskowski, d'obtenir des résultats intéressants en transposant à la logique les opérations du calcul des matrices; en général il y a tendance à transposer à la logique formalisée les constructions de l'algèbre abstraite.

Même si l'ensemble des systèmes logiques connus pouvait être construit, en partant d'une base commune, à l'aide d'opérations formalisées, il pourrait encore y avoir place —avec des limitations appropriées— pour des logiques «non constructives», en un sens plus large que le sens reçu actuellement.

III.—L'INTERPRÉTATION DE LA LOGIQUE FORMALISÉE

10. Ouverte, comme nous l'avons dit, quant à sa signification et quant à ses opérations constructives, la logique formalisée semble devoir dégénérer en un jeu privé de sens si elle n'est clôturée par une interprétation. Ou au moins, selon la phrase d'Héraclite, reprise par Weyl, resterait-elle un «oracle» énigmatique tant qu'elle n'aurait pas trouvé un interprète. Les développements de la logique doivent donc être *interprétables*. Mais en fait d'interprétation, distinguons entre application et compréhension intuitive.

Un système sans application connue semble décidément devoir faire figure de pur jeu de symboles; mais les conditions d'une application intuitive vont moins loin que celles d'une compréhension intuitive. Un système est applicable dès qu'on lui connaît un modèle (il n'est pas question d'épuiser tous les modèles possibles); une application peut être suffisamment justifiée par des considérations «idionistes». Une compréhension du symbole suppose qu'un contenu précis, et vécu est attribué au symbole et en épuise le sens. C'est des possibilités de compréhension que nous parlerons dans ce qui suit, et c'est elles que nous viserons en parlant désormais de «signification» et de «sens».

Nous nous bornons, bien entendu, à un langage logique strictement formalisé et à une interprétation qui n'introduit pas de présupposés philosophiques. Dans quelle mesure la signification peut-elle être dégagée 1.^o en restant dans la logique formalisée, donc en ne présupposant que le jeu des symboles (n.^o 11), 2.^o sans dépasser l'évidence tangible, mais en dépassant le jeu des symboles (n.^o 12), 3.^o en dépassant l'évidence tangible, mais sans sortir du domaine de l'expérience (n.^o 13)?

11. A) En se fondant sur des considérations purement syntaxiques on peut montrer qu'un système ou sous-système se traduit dans un autre système ou lui équivaut. A elle seule évidemment cette corrélation syntaxique n'assigne pas un sens au système traduit. Mais elle prépare la détermination du sens; elle assigne un sens à un des systèmes si le sens de l'autre est donné.

Si en particulier nous traduisons une logique des propositions en termes de valeurs de vérité (et il semble que ce soit toujours possible, du moins en se servant de matrices concernant une infinité dénombrable de valeurs) il suffira d'assigner un sens à ces valeurs pour en donner un —il ne s'agira pas nécessairement d'un sens intuitivement simple— aux opérations du système. En général, si un système comporte des réalisations arithmétiques, ces réalisations suggéreront un sens (mais, en assignant un sens à ces réalisations arithmétiques, nous sortons de la pure syntaxe).

B) Que dire de la discipline que, depuis Tarski et Carnap, on appelle *sémantique*?

Nous conviendrons volontiers que cette discipline est une partie intégrante de la logique formalisée, car sans elle il ne serait pas possible de tirer au clair les «paradoxes sémantiques», dont le Menteur offre un exemple simple. Et nous admettrons que les définitions ou axiomatisations de Tarski et Carnap ne sortent pas du cadre de la logique formalisée. Nous nous bornerons à deux ordres de remarques, sous réserve de développements ultérieurs que la sémantique pourrait prendre.

Il ne s'agit pas dans cette sémantique de résoudre tout le «problème des significations», même pour un

formalisme donné, mais d'y caractériser ce que peuvent signifier des termes comme «vrai», «faux», «satisfaisant». Si nous comprenons bien, il ne s'agit pas d'assigner à ces termes un sens non énoncé dans le symbolisme, mais précisément de ramener leur sens (qui reste implicite) à quelque chose qui s'énoncera en purs termes de symbolisme. Pour nous borner à cet exemple apparemment trivial, lorsque Tarski ramène l'assertion "*p* est vrai" à l'assertion "*p*", il veut montrer que, pour les besoins de la logique formalisée, il n'y a rien de plus à mettre dans "*p* est vrai" que dans "*p*".

D'autre part, bien que «se ramenant» à des notions logiques, les notions sémantiques ne peuvent s'énoncer que dans un métalangage, qui lui-même ne pourrait être expliqué sémantiquement que dans un autre métalangage, et ainsi de suite; la solution des paradoxes sémantiques tient à ce que la portée des termes sémantiques est limitée à un langage donné.

12. Tentons de sortir du domaine des symboles et cherchons à déterminer le sens des symboles en termes de données intuitives, sensibles, tangibles.

Il n'existe pas de méthode uniforme en vue de résoudre un tel problème. Mais le symbolisme est une réalité tangible et nous supposons que son interprétation peut être une interprétation tangible, une interprétation physique (une «physique de l'objet quelconque», selon l'expression de Gonthier, ou plutôt une physique du fait quelconque). La correspondance peut en tout cas être vérifiée de façon tangible et elle peut être découverte par des méthodes de science positive. Mais ces méthodes de découverte ne seront pas des méthodes déductives, ce seront des méthodes d'induction; l'interprétation inductive complétera la jeu déductif des symboles; la logique formalisée dans son interprétation tangible devient une science physique, une «physique théorique générale».

On ne voit toutefois pas comment on épuiserait en une représentation les modèles répondant à un système formalisé; et il n'est nullement dit que toute réalité tangible trouvera sa représentation adéquate dans un système formalisé. Il pourrait se faire que la réalité soit plus complexe que les systèmes logiques susceptibles de construction «pas à pas» et qui, pour autant, restent dans l'ordre de l'infini dénombrable; une correspondance exacte ne pourrait être atteinte; la méthode dialectique par approches successives serait la seule possible.

13. Mais nous pouvons nous aventurer un pas plus loin (et ici nous sommes aux limites controversées de la science positive et de la philosophie) si nous parlons d'une conscience vécue de l'acte qui consiste à poser un symbole.

Wittgenstein lui-même fait consister le symbole dans un fait, dans une présence. La présence ou l'absence du symbole représente la présence ou l'absence d'un fait; et le seul fait qu'un symbole est présent ou au contraire absent symboliserait les conditions d'une logique bivalente.

Faisons appel, non à une simple présence ou absence de symbole, mais au fait que nous nous assujettissons à un certain «comportement symbolique», à un jeu de symboles selon certaines règles. Selon la terminologie bien connue de G. Marcel, nous dirons que nous nous engageons à user d'un symbolisme selon certaines règles, et avec esprit de suite. Cet engagement à tels actes tangibles représente, de manière suffisamment tangible, un engagement à juger de la réalité selon certains principes (p. ex. à juger par «oui» ou «non», selon la logique bivalente, ou à juger selon les nuances d'une logique modale ou multivalente, ou à juger selon les exigences de rigueur de l'intuitionisme). Et nous pourrions symboliser de la sorte une pure attitude mentale, une pure «intention», même si nous ne connaissons pas de réalité tangible qu'elle serve à décrire.

14. Tout symbolisme logique a-t-il un sens? Tout symbolisme logique peut-il donc être clôturé par la fixation d'un sens?

A tout symbolisme logique répondra, nous semble-t-il, au moins une intention intelligible; tout système logique a, pour autant, un sens. Si la symbolisme est inconsistant, il aboutit à affirmer n'importe quoi, attitude qu'on peut estimer inintéressante en soi, mais qui peut être décrite et symbolisée (tous les systèmes inconsistants expriment la même attitude, attitude de confusion totale). Mais un système contradictoire ne signifie pas confusion totale, qu'il ne comporte pas le «ex falso sequitur quodlibet». Évidemment nous ne prétendons pas qu'on arrivera à trouver pour tout système un sens «intéressant».

Toute expression d'un système a-t-elle un sens? Nous répondrions «oui» pour toute expression construite à l'aide des opérations du calcul des propositions, et par prédication, par généralisation, par abstraction, même par l'abstraction des foncteurs lambda (en réservant le cas des expressions sans forme normale). Mais nous ne prétendons pas qu'une expression définie ait toujours un sens quand on la prend isolément; la définition valable uniquement dans un contexte est légitime.

15. Dernière question. Les expressions symboliques qui ont un sens n'en ont-elles qu'un seul? Pour user de la terminologie scolastique, le symbolisme formalisé arrive-t-il à exprimer l'univoque? Doit-il se confiner à l'univoque?

Rappelons ici —donnée élémentaire, mais qui est souvent perdue de vue— que la notation formalisée est doublement incomplète. 1.° La notation explicite est incomplète, lorsqu'elle use des mêmes signes pour noter des entités de types différents, des expressions relevant de systèmes logiques différents; les distinctions (relatives) de type sont toutefois spécifiées par une règle de contexte; le système est spécifié par ses axiomes. 2.° Mais, qui plus est, le type absolu des symboles n'est d'ordinaire aucunement spécifié, et le système des axiomes n'énonce d'ordinaire pas qu'il s'agit de notions irréductibles (il ne dit p. ex. pas si, oui ou non, "*p*" et "*p* est nécessaire" sont la même chose).

Le caractère incomplet de la notation explicite n'empêche pas le sens d'être univoque, en regard aux règles et axiomes. Et le formalisme peut-être complété par une notation des types absolus, à la façon de Church, ou par des axiomes levant certaines indéterminations, comme Carnap l'a fait dans sa *Formalization of Logic*. On réalisera de la sorte une notation qui évoque sans ambiguïté —mais qui nous laisse à découvrir— une interprétation entièrement formée et univoque.

Mais il n'est pas nécessaire que le formalisme soit complété de la sorte. Pour les besoins de la description scientifique du monde, qui est «relativiste», il est souhaitable de rester le relatif et de s'en tenir à une distinction relative des types. Et il peut paraître préférable de ne pas viser à la formalisation complète de Carnap, et de laisser p. ex. purement problématique la distinction entre "*p*" et "*p* est nécessaire".

Soulignons enfin que la similitude des notations (l'identité des notations explicites) n'est pas une pure imperfection de langage. Elle répond à la possibilité de transposer d'un type à un autre, d'un système logique à un autre, les mêmes lois logiques.

Elle répond à l'existence de règles de transposition et d'analogie en logique formalisée. Le monde peut-il être décrit par concepts univoques? Nous n'avons pas à trancher la question ici. Même si, en dernière analyse, le monde ne pouvait être décrit qu'en termes d'analogies, les notations univoques lui resteraient applicables: elles laisseraient inexprimées certaines distinctions qui n'importent pas dans tel grand ordre de raisonnement donné.