

FREGE, ZADEH Y LA LOGICA DE LA ORACION. ¿RUPTURA O EVOLUCION?

A. Sobrino.
Departamento de Lógica e Filosofía da Ciencia.
Universidade de Santiago de Compostela.

0. RESUMEN

Este trabajo pretende examinar las coincidencias y divergencias que, en el modo de analizar lógicamente la oración, presentan las teorías de Frege y Zadeh. Este estudio previo proporcionará algunas razones para responder a la pregunta de si la teoría de Zadeh representa una ruptura o una evolución respecto al modo de análisis clásico fregeano.

1. INTRODUCCION.

En este trabajo se examinan algunas propuestas de G. Frege y L. A. Zadeh sobre el análisis lógico de la oración, entendiendo a ésta como aquel retazo del lenguaje que refiere con sentido al mundo y que además lo hace con una fuerza asertórica, descriptiva y comprometida con lo que el lenguaje trata de expresar: la realidad. Su acercamiento al tema se hace, por tanto, participando de una idea común: tanto a Frege como a Zadeh le interesa el lenguaje como denotador de propiedades y objetos reales, acerca de los cuales podamos emitir algún juicio valorativo. Pero su aproximación a la lógica de la oración difiere en otros aspectos.

Las diferencias vienen señaladas porque ambos conciben a la lógica de una forma distinta y con ámbitos de aplicación diferentes. En efecto, si bien Frege la caracteriza como una ciencia expresable en un lenguaje formal preciso y perfecto (bien construido), el único que puede clarificar las relaciones de consecuencia en los discursos racionales rigurosos (Frege, 1879: 8); Zadeh concibe a la lógica como una familia de lógicas, como un instrumento que muestra su utilidad en la correcta transmisión de información de premisas a conclusión, incluso si las premisas no son precisas, sino vagas. Como se observa, las diferencias se extienden también al diferente énfasis que se pone en lo que del lenguaje se quiere resaltar. Mientras Frege destaca el uso preciso que, en su opinión, debe ser característico de todo discurso riguroso; Zadeh se fija en el lenguaje tal y como de inmediato se nos presenta, inmediatez en la que muestra con frecuencia su naturaleza

* Este trabajo está dedicado al profesor Enric Trillas, maestro y amigo.

** Financiación a cargo de los proyectos PS89-0175 de la D.G.I.C.Y.T. y XUGA 20505B90 de la Xunta de Galicia.

más bien imprecisa que exacta.

Si bien Frege ideó preferentemente al lenguaje formal para la clarificación de algunos conceptos de la aritmética (Frege, 1879: 7-8), tampoco desdeñó las posibles ventajas que presentaría su aplicación al análisis de los argumentos del lenguaje común. Estos beneficios resultarían de su convicción de que buena parte de los problemas que presenta un saber que usa este lenguaje -la filosofía- se resolverían o simplemente desaparecerían con un instrumento que clarificase tanto algunos de sus conceptos como las relaciones de deducción que entre ellos se hayan establecido. Con esta intención programática, Frege inicia la filosofía analítica, corriente importante en el panorama filosófico contemporáneo.

El programa fregeano fue seguido por otros filósofos 'analíticos', que lo cambiaron progresivamente. Este cambio se hace notar, sobre todo, en la evolución sufrida por la noción de lenguaje perfecto, que se comenta a continuación brevemente. Para Frege, el lenguaje formal con el que se expresa la lógica es el lenguaje perfecto y se distingue del lenguaje natural, imperfecto y vago; para Russell, el lenguaje de los Principia sólo podría considerarse un lenguaje perfecto de añadirle un vocabulario, como el de la filosofía. De este modo, el lenguaje formal no sólo ayudaría a representar mejor todos los aspectos ligados a la deducción lógica, sino también, a reproducir el mundo objetivo con mayor exactitud. Ello es consecuencia de que: a) el lenguaje formal incorpora un vocabulario con el que se puede hablar del mundo -el vocabulario de la filosofía-; b) su sintaxis presenta una estructura más acorde con un modo racionalmente más adecuado de presentar hipótesis o tesis acerca de lo que el mundo es. En el Tractatus, Wittgenstein acentúa, todavía más que Russell, el vínculo entre lenguaje natural y lenguaje formal. En su opinión, el lenguaje lógicamente perfecto no resulta de una construcción artificial a la que luego se le da una interpretación; sino que es el resultado de analizar el lenguaje ordinario mediante el lenguaje lógico, es lo esencial de todo lenguaje en su función representativa. El lenguaje ordinario es entonces, prescindiendo de sus ambigüedades, el lenguaje lógico y la esencia común a ambos constituye el lenguaje perfecto.

Más distantes son todavía, respecto a la idea de lenguaje perfecto de Frege, las tesis del Wittgenstein de las Investigaciones o las que sostienen los filósofos oxonienses del lenguaje ordinario. Según estos últimos, los lenguajes naturales están desde siempre al servicio de quienes los usan: incluyen términos precisos cuando es requerido designar con precisión y términos vagos cuando la designación no es nítida; en cambio, en el lenguaje formal que caracteriza a la lógica, los signos están sometidos siempre a reglas explícitas y precisas. Pero resulta que las oraciones de interés filosófico pertenecen al lenguaje común y, como tales, tienen un vocabulario impreciso y se rigen por reglas laxas. La actividad del filósofo, por tanto, no es construir lenguajes artificiales, sino

descubrir la lógica del lenguaje natural, lógica que, desde luego, no puede ser recogida en un lenguaje artificial como el que define Frege. La tarea del filósofo, por tanto, debe ser descriptiva, no reconstructiva.

L. A. Zadeh pone el mismo énfasis que los filósofos del lenguaje ordinario en los usos concretos que hacemos del lenguaje común y participa de la idea de que "*el lenguaje ordinario no tiene una lógica exacta*" (Strawson, 1956:130). No obstante, sería inapropiado siquiera debatir si puede considerársele, por este aspecto, un continuador de la filosofía analítica, ya que su interés por el lenguaje ordinario se sitúa, no en el terreno filosófico, sino en el de la informática. Además, si bien es cierto que coincide con los filósofos del lenguaje ordinario en su aprecio por el lenguaje común, también lo es que difiere de éstos en otros factores. Zadeh, p. ej., manifiesta una vocación formalista de la que la escuela oxoniense, en buena medida, rehuye.

El interés por los instrumentos formales le acercan sin embargo a Frege, por lo que, en este aspecto, Zadeh se encuentra más próximo a él que a los oxonienses. No obstante, esta vocación por lo formal se plasma, para Frege y Zadeh, en dos instrumentos distintos: la lógica fregeana y las lógicas borrosas, en atención, como también indicábamos al principio, a qué aspectos del lenguaje consideran uno y otro como más destacables: si el uso preciso que de él hace el paradigma de discurso racional riguroso -el discurso científico- o si el uso aproximado que caracteriza a la manera habitual de razonar humana.

Los siguientes apartados de este trabajo estarán dedicados a examinar detenidamente algunas coincidencias y divergencias tanto en la concepción de la lógica como de sus aplicaciones en Frege y Zadeh. Un ejemplo de como ambos analizan y dan valor a una oración mostrará, de un modo ilustrativo, algunas ideas hasta entonces ya expuestas. Todo ello deberá proporcionar elementos de juicio para evaluar si la concepción de la lógica de Zadeh constituye una ruptura o una evolución respecto a la teoría fregeana.

1. LA LOGICA EN FREGE Y LA LOGICA EN ZADEH: COINCIDENCIAS Y DIVERGENCIAS.

1.1. La lógica en Frege.

La idea que Frege tiene de la lógica está relacionada con su concepto de lenguaje simbólico o lenguaje formal, como muestra el propio subtítulo de la Conceptograffa : '*Un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro*'. En este apartado pondremos especial énfasis en discutir algunos aspectos relacionados con la concepción de lenguaje formal en Frege.

Frege concibe al lenguaje simbólico como un lenguaje artificial y preciso, donde todos sus símbolos lo son sin ambigüedad y donde las reglas que definen las posibles operaciones con estos símbolos -preferentemente, operaciones de formación de símbolos más complejos y de transformación de unos símbolos en otros- están caracterizados con absoluta determinación. Precisión (i) y artificialidad (ii) son, por tanto, para Frege, dos notas características del lenguaje simbólico por él definido. Desarrollemoslas brevemente:

(i) La caracterización del lenguaje simbólico como un lenguaje artificial viene dada, quizás, por su contraposición al carácter natural del lenguaje común, que Frege quiere, para tratar con discursos rigurosos, dejar a un lado. En efecto, el lenguaje simbólico es un artificio, un instrumento que pretende objetivos extraordinarios, contrariamente al natural y ordinario comportamiento del lenguaje común, acompañante sonoro de la evolución humana. El lenguaje común tiene, sin duda, más riqueza expresiva que el lenguaje formal, pero éste es más eficiente "*para determinados propósitos científicos*" (Frege, 1879:9) -p. ej., para fundamentar el concepto de número en la aritmética-. Utilizarlo en cualquier otra labor no bosquejada en el diseño inicial de sus objetivos es traspasar las fronteras que Frege marcó a su investigación y, en consecuencia, destapar deficiencias que no le son propias.

(ii) El carácter preciso del lenguaje simbólico refuerza la tesis de que es un instrumento para un fin concreto, no una herramienta 'todo uso'. Frege concibe premeditadamente un lenguaje simbólico que aventaje al lenguaje natural para expresar conceptos o verificar pruebas en la matemática. Ya que los conceptos de la matemática son, para Frege, precisos, como precisos son los teoremas que con ellos se demuestran, el lenguaje formal, un lenguaje con vocabulario y reglas definidas con exactitud, es preferible al lenguaje ordinario, vago e impreciso. Pero sólo para esta tarea.

Por tanto, Frege señala una función preferencial a su lenguaje simbólico: la detección de validez en los procesos deductivos de la matemática. Para ello se muestra más útil el lenguaje formal que el lenguaje natural, porque el primero pone énfasis en,

- (a). La forma de las cadenas de razonamiento.
- (b). El carácter preciso de los enunciados que forman parte de esos razonamientos.

Estas dos notas que caracterizan como más apto para esta tarea al lenguaje formal, tienen como reverso otros dos aspectos que Frege considera -a fin de que su programa quede inmune- como limitaciones del lenguaje natural. El lenguaje natural es un lenguaje deficiente porque,

(a'). Es un instrumento defectuoso para la expresión del pensamiento, el cual usualmente se puede mostrar con un ordenamiento lógico más perfecto que el que muestran aquellas oraciones que sirven para su preferencia. El pensamiento y sus leyes se ven, con frecuencia, enmascarados en los razonamientos ordinarios, debido a que en ellos abundan términos de tipo imperativo, emocional, ... ; con importancia

comunicativa, pero con escasa relevancia lógica.

(b'). El lenguaje natural no se presta a una reconstrucción lógica del uso de sus oraciones.

Por su precisión, el lenguaje científico no adolece de tales defectos y, en consecuencia, es más propicio a ser presentado *more logico*. Por tanto, no es de extrañar que Frege vea en él un ámbito de aplicación, sin duda, más adecuado que el lenguaje ordinario, a lo que la lógica y sus propiedades son.

El lenguaje formal será, según Frege, un instrumento útil, que "*rompa con el dominio de la palabra sobre la mente humana*" (Frege,1879:10), que libere al pensamiento de su sumisión al lenguaje. Por tanto, el objetivo del lógico debe ser doble: (i) construir lenguajes adecuados para la expresión no ambigua del pensamiento, (ii) formular exacta y explícitamente los principios que gobiernan el empleo de tales lenguajes (principios implícitos en el lenguaje natural pero que, sin los lenguajes artificiales, no encontrarían una expresión coherente).

1.2. La lógica en Zadeh.

Zadeh no expresa, en ninguno de sus escritos, ideas específicas acerca de lo que él considera qué es la lógica; en sus trabajos da más bien la impresión de que simplemente utiliza lógicas. Al contrario que Frege, a Zadeh no le preocupa la construcción de un lenguaje formal perfecto, útil para expresar la propia lógica o alguna de sus aplicaciones. Lo que le preocupa es incrementar la potencia expresiva de la representación del significado tal y como se venía haciendo tradicionalmente, diseñando lógicas que gestionen formalmente términos tan usuales en nuestras oraciones del lenguaje ordinario como los predicados vagos, los cuantificadores difusos o los modificadores lingüísticos, léxico que en el marco bivaluado de la lógica clásica quedaba infracaracterizado o sin caracterizar.

Este énfasis en la vaguedad del lenguaje ordinario constituye sin duda sólo uno de los aspectos en los que se puede poner tal interés. No es el único, desde luego, pero sí es, según Zadeh, de los más importantes, en tanto que, según afirma repetidas veces, la capacidad de razonar con conceptos vagos y la facilidad para hacer juicios aproximados es una de las características más señaladas y distintivas del cerebro humano. Por otra parte, el empleo de conceptos aproximados es tan usual en la vida ordinaria que, como también indica el autor, causa sorpresa y rareza el que, hasta hace bien poco, la semántica de los lenguajes naturales sólo fuese objeto de la lógica bivaluada.

El que Zadeh resalte el carácter aproximado del significado de los lenguajes naturales tiene una motivación, como también la tenía el acento de Frege en la construcción de un lenguaje artificial, preciso. La necesidad de este lenguaje artificial en

Frege ya la hemos comentado abundantemente: surgía de los beneficios que suponía el tener un instrumento preciso para el análisis de las consecuencias lógicas. En el caso de Zadeh, la importancia del carácter aproximado del lenguaje natural alcanza relevancia en el contexto de los Sistemas Expertos, programas informáticos que tratan de simular algunas formas de razonar del experto humano; en particular, de aquellas que incluyen información inexacta o evidencia parcial. Es en este ámbito donde la gestión del razonamiento aproximado ha alcanzado un gran interés.

Se comprende entonces que, dentro de los objetivos prioritarios de Zadeh no esté entender lo que 'la lógica' (con mayúsculas) es. A este respecto parece producirse una cierta inversión sobre lo que Frege hace. A Frege parece serle necesario clarificar qué es 'la lógica' para expresarla con un lenguaje formal adecuado a ella y 'la lógica' se concibe como una ciencia que trata únicamente con oraciones precisas. Por eso el lenguaje formal que se construye para expresarla debe tener también estas características. A Zadeh, en cambio, no parece preocuparle lo que, con letras mayúsculas, 'la lógica' sea (aunque hay unos mínimos que, como veremos, comparten), quizás porque piensa que hay muchas, que cubren distintos aspectos de los razonamientos y que, por el momento, no es posible pensar en una que se ocupe beneficiosamente de todos ellos. De momento las lógicas borrosas -una familia de lógicas-, han abarcado provechosamente, con un único formalismo, dos de estos aspectos: el de la precisión y el de la vaguedad -la precisión constituye un límite de la vaguedad, justamente su ausencia-.

Se podría decir que Frege piensa en la lógica como una materia a ser sistematizada por un instrumental preciso: el de un lenguaje formal inventado para ello, y es poco optimista de cara a su aplicación en el gobierno de la inferencia en los lenguajes naturales ya que, debido a su imprecisión, harían naufragar sus leyes más fundamentales. Zadeh, en cambio, considera a la lógica, o mejor dicho, a las lógicas, como instrumentos útiles para la gestión de los datos incluidos en los razonamientos comunes, gestión guiada normalmente por objetivos que, con frecuencia, constituyen soluciones a problemas enraizados en el discurso ordinario, problemas similares a los que los expertos plantean.

Por tanto, Lotfi Zadeh, más que pensar en la forma de los razonamientos como estructuras que pueden ser igualadas con la estructura de un lenguaje formal, ahonda en sus características específicas y se preocupa, más que por sus propiedades puramente formales (propiedades metalógicas como consistencia, axiomatizabilidad, etc.) por la gestión plausible de los datos que son relevantes en el contenido semántico de las proposiciones involucradas en la argumentación (relevantes por lo menos desde una cierta orientación: aquella que considera importante a la vaguedad).

2. EL ANALISIS LOGICO DE LA PROPOSICION EN FREGE.

El análisis lógico de la proposición en Frege se asienta en dos ideas importantes.

(1). La primera es que el lenguaje lógico por él diseñado considera como unidad básica de análisis a la oración (en tanto que expresa juicios), bien como una unidad tomada en bloque, o como desplegada en predicados, individuos susceptibles de ser atribuidos a esos predicados y partículas como 'todo'. Pero explicar formalmente cómo se puede representar una oración, en un sentido u otro, no es dar cuenta de todo el lenguaje. El lenguaje tiene oraciones complejas, compuestas de otras más sencillas y de unas partículas sintácticamente relevantes. El análisis sintáctico de las oraciones fue uno de los grandes logros de Frege. El otro fue establecer en términos de él una semántica, la semántica fregeana o clásica.

(2). En efecto, para poder ser objeto de análisis lógico, la oración debe encerrar un contenido asertivo preciso, que pueda ser valorado también con precisión; esto es, como verdadero o falso. La segunda idea, que ya se deduce de lo que acabamos de decir es que, según Frege, la noción fundamental para explicar el 'significado'¹ de una oración y, por extensión, de todo lenguaje, es la noción de verdad (Frege, 1918-9: 53). Y la verdad debe ser una verdad sin ambigüedad, verdad o falsedad.

El lenguaje formal de Frege constituye, por tanto, un instrumento para analizar la estructura lógica de las oraciones. Pero no es un instrumento de análisis de todas las oraciones, sino sólo de aquellas acerca de las cuales podemos dirimir su 'verdad' o 'falsedad'. Esta propiedad se conoce como 'el carácter asertórico' de la lógica fregeana y, con los atributos de 'bivaluada' y 'extensional', constituyen notas definitorias de la misma (Frege, 1892-1895:93; Frege, 1892:60).

Sólo una breve reseña acerca de su carácter extensional. Una de las funciones que tiene el lenguaje formal de Frege es que el 'significado' de las proposiciones complejas dependa del 'significado' de las proposiciones constituyentes. Como señalamos, una de las formas de 'significar' a estas oraciones simples -quizás la más usual- es decir que son verdaderas o falsas. Pues bien, el carácter extensional de la lógica viene señalado, de alguna forma, por la reducción del 'significado' de las oraciones a esta noción de 'verdad', de manera que una forma usual de definir fregeanamente a la lógica es decir que es aquella disciplina que se encarga de investigar las operaciones veritativo-funcionales. Pero esto enlaza con lo que Frege entiende por sintaxis lógica.

La sintaxis lógica de Frege, visible en su lenguaje formal, se basa en la siguiente idea: la reconstrucción lógica de un lenguaje tiene dos etapas.

(1.1). Primero, aislamos las unidades de ese lenguaje que

1. Usaremos a partir de ahora 'significado', de forma entrecorillada, como la traducción del concepto fregeano 'Bedeutung'. El uso de la palabra 'significado', sin entrecorillar, representará a la noción intuitiva de este término.

son simples o elementales; a estas les denominamos 'oraciones atómicas'.

(1.2.). Luego, por la aplicación de dispositivos de conexión oracional, que pueden ser repetidos tantas veces como se quiera y el 'significado' de la oración lo permita (o, mejor, los buenos modales de construcción gramatical admitan) se obtiene la representación lógica de las oraciones complejas o moleculares. Como se sabe, de los muchos conectivos oracionales, Frege aísla, como lógicamente relevantes, a un conectivo unario -la negación- y a otro binario -la implicación-. Otro 'conectivo' especial, por él destacado, es el generalizador que, para universos finitos, señala el alcance de la sucesión de conjunciones.

Veamos ahora algunos aspectos de la semántica para la variedad más compleja de la lógica fregeana: la lógica de predicados.

(2.1.). Las condiciones de verdad para un predicado son las siguientes: los predicados tienen un número finito, aunque arbitrario, de argumentos, donde se sitúan los términos singulares, relacionados por ese predicado. La semántica para un predicado sencillo se establece, entonces, de la siguiente forma: El valor semántico de un término singular es el objeto particular que 'significa'; de aquí que, el valor semántico de un predicado unario se obtenga fijando de qué objetos es verdadero; el de un predicado binario, de qué pares de objetos es verdadero, etc. También podemos decir de qué objetos o pares de objetos son falsos: de aquellos que no caen bajo la extensión del predicado. Por tanto, un principio inherente a la semántica fregeana es el Principio de Bivalencia.

(2.2.). Habiendo definido una sintaxis precisa, la extensión de la semántica del caso sencillo que acabamos de relatar al caso complejo no es difícil, una vez perfilado el sentido de las conectivas. Esto queda regulado a través del Principio de Composicionalidad, según el cual, la condición para fijar el valor de verdad de una oración compleja depende del 'significado' de las oraciones atómicas. Y el 'significado' de una oración atómica, como ya se ha indicado, es su valor de verdad, un valor de verdad sobre el que no hay ambigüedad posible. Por tanto, para el caso de universos finitos, el 'significado' de una proposición compleja se puede reducir también a 'verdad' o 'falsedad'.

Es difícil poner en duda que esta concepción del lenguaje formal no sea apropiada para formalizar teorías relacionadas con la matemática o con las ciencias naturales, donde los 'significados' son precisos. Frege no tiene como objetivo primordial reconstruir formalmente al lenguaje natural y definir un lenguaje formal para él en base a esa reconstrucción. En vez de ello, como se ha comentado, inventa un lenguaje formalizado con sintaxis precisa y construye, de acuerdo con esta precisión, una semántica acorde con esa sintaxis, semántica también precisa que se acomoda bien a los 'significados' precisos de la ciencia, pero que es ajena a una buena parte de términos que empleamos en el

lenguaje ordinario.

La aplicación de la sintaxis y semántica fregeana al análisis de los argumentos en el lenguaje natural, -posibilidad que Frege indicó, aunque no como propósito nuclear de su proyecto- supone una idealización del lenguaje natural (idealización de precisión) y una limitación en los objetivos de análisis lógico (limitación a los factores de precisión). La sintaxis y semántica fregeana resultan deficientes cuando en las oraciones nos fijamos, además de en aquellos términos que tienen un significado preciso, en otros que carecen de él. Este es el parecer de Lotfi Zadeh, que pasamos a desarrollar a continuación.

3. EL ANALISIS LOGICO DE LA ORACION EN ZADEH.

Si bien, como ya se ha indicado, dentro del proyecto de fundamentación de la aritmética, el análisis lógico de los lenguajes naturales nunca fue un tópico fundamental de la semántica fregeana, sí ha constituido un campo notable en algunas de sus extensiones más recientes, como la semántica de mundos posibles o la semántica de Montague. Todas ellas participan de una nota común: son bivaluadas, en tanto que sólo se ocupan de oraciones precisas o precisables. La semántica de Zadeh, la semántica de la prueba-puntuación (a partir de ahora, la (TSS), '*test-score semantic*'), a pesar de que coincide con las aproximaciones fregeanas en que observa al significado de un modo referencialista (el significado de una oración queda fijado por su referencia a la cosa), se desmarca de éstas al destacar que el nivel de profundidad de análisis emprendida por las primeras no es suficiente, ya que, si aplicamos los desarrollos de la semántica fregeana al estudio del lenguaje natural, observamos como no da cuenta de uno de los aspectos más definitorios del mismo: el empleo de términos imprecisos o vagos. Por tanto, concluye Zadeh, "*in its traditional interpretation, Frege's principle of compositionality is not sufficiently flexible to have a wide applicability to natural languages*" (Zadeh, 1983: 253)

Si a Frege le interesaba el lenguaje de la matemática por su precisión y, por tanto, por su posible fundamentación lógica, a Zadeh le ocupa preferentemente el lenguaje natural tal y como los humanos lo usamos en el razonamiento de sentido común, donde la lógica fregeana ha mostrado limitaciones: "*The ineffectiveness of classical logical systems in dealing with commonsense knowledge lies at the root of the slow progress made by artificial intelligence in such problem areas as speech recognition, machine translation, image understanding and, in particular, nonstereotypical story summarization*" (Zadeh, 1985: 3). El énfasis que pone Zadeh en la Inteligencia Artificial condiciona de una manera notable su aproximación al análisis formal de las oraciones.

Este análisis alcanza en la TSS un grado de profundización mayor que en la semántica fregeana, ya que donde Frege distinguía simplemente una oración (tomada en bloque o según los principios del lenguaje de predicados), Zadeh resalta como

lógicamente importantes a una serie de términos ignorados en el análisis clásico. Estos términos pueden agruparse en tres clases:

(1). Los predicados vagos, que sirven para transmitir significados que no podrían ser expresados con los mismos matices por los predicados precisos. Son ejemplos prototípicos 'calvo', 'montón' o 'número redondo'. Todos ellos, no obstante, pueden ser objeto de estudio de una semántica clásica, en el sentido de que caben ejemplos de individuos totalmente calvos (con 0 pelos en su cabeza) o totalmente no calvos (p. ej., con 10^{20} pelos). Pero lo que caracteriza normalmente a los predicados vagos es que se muestran susceptibles de matizar su significado con otras palabras, como 'muy', 'más o menos', ... ('muy calvo', 'más o menos calvo'), cosa que no tiene sentido hacer con predicados precisos ('más o menos número par', 'muy número primo').

(2). Los cuantificadores borrosos, que cubren el desierto significativo existente entre los modos fregeanos de cuantificación universal ('todo...') y particular ('alguno...'). Son ejemplos de cuantificadores borrosos 'bastante', 'muchos', 'pocos', 'la mayoría', etc. Es claro que en el lenguaje ordinario no se significa lo mismo diciendo que 'algunos individuos de clase son estudiosos' que diciendo que 'muchos individuos de clase son estudiosos'.

(3) Unas restricciones, que modifican a los predicados de primer orden como 'calvo' o 'número redondo' y que anteceden a éstos en la construcción de las oraciones del lenguaje: son los modificadores 'muy', 'más o menos', 'esencialmente', etc. que, al matizar el significado de otros predicados pueden ser considerados como predicados de segundo orden ('muy calvo', 'número más o menos redondo', etc.).

El que la TSS se fije, dentro de la oración, en términos que Frege no distinguía o reducía al caso preciso, es consecuencia de observar al lenguaje ordinario de una determinada forma: como un conjunto de disposiciones; esto es, de oraciones que tienden a ser verdaderas, pero que no siempre lo son. En opinión de Zadeh, es así como normalmente usamos al lenguaje, de lo que son ejemplos las siguientes frases:

(a) En verano hace calor

queriendo significar con (a) que, normalmente en verano hace calor, aunque excepcionalmente puede no hacerlo. Dos posibles formas disposicionales de (a) serían:

$d_1(a)$ *Usualmente, en verano hace calor.*

$d_2(a)$ *Normalmente, en verano hace bastante calor.*

Otra frase que (dentro de un determinado paradigma de la psicología) de ordinario es considerada como verdadera, es la siguiente:

(b) Los niños son perversos polimorfos

que disposicionalmente puede entenderse como,

$d(b)$ *Con frecuencia, los niños son perversos polimorfos.*

A la conversión de (a) en $d_1(a)$ o $d_2(a)$ y de (b) en $d(b)$ se le denomina explicitación, ya que se entiende que (a) y (b) son oraciones con cualificaciones borrosas implícitas.

Otra característica distintiva de la TSS en su comparación con la semántica clásica es la atención que presta -como se acaba de ver- a algunos factores latentes en la oración. Si para la semántica fregeana desvelar la verdadera naturaleza del lenguaje consistía fundamentalmente en convertir los términos vagos que estuviesen explícitos en las oraciones en términos precisos; para la TSS el objetivo es más bien el contrario: se trata de hacer emerger a una serie de palabras, normalmente implícitas en las oraciones, que son las que, una vez explicitadas, muestran el uso cauteloso que con frecuencia hacemos del lenguaje.

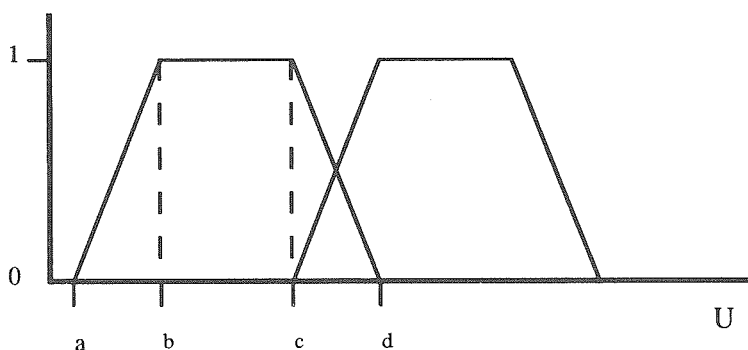
Por último, otra diferencia que a estas alturas ya se podrá intuir, pero que no obstante requiere de un pequeño comentario, es el diferente ámbito significativo que ambas semánticas permiten. Mientras la semántica clásica o fregeana propone valorar a las proposiciones como 'verdaderas' o 'falsas' o, utilizando un método de representación aritmético, como 1 o 0, la TSS presenta un mayor abanico de valoraciones posibles, que normalmente se suelen situar entre 7 y 9, número que se considera por algunos psicólogos cognitivos como límite de la capacidad discriminativa humana -en su uso ordinario y cotidiano- (Cfr. Miller, 1967). La reunión de un conjunto de valoraciones que se considere adecuado para un problema determinado se denomina conjunto de términos o '*term-set*' (TS), llamado así porque los valores en lógica borrosa suelen ser términos lingüísticos, distintas matizaciones de la variable 'verdad'. Un ejemplo de valoraciones en un conjunto término frecuente es el siguiente:

$$TS = \{ \text{muy verdadero, verdadero, poco verdadero, ni verdadero ni falso, poco falso, falso, muy falso} \},$$

donde 'verdadero' es la atribución primitiva, 'falso' es su antónimo y el resto de atribuciones se obtienen estimando cómo los distintos modificadores constriñen el significado de 'verdadero' o 'falso'.

A diferencia de las semánticas fregeanas, los valores lingüísticos del TS no pueden ser reducidos a una 'aritmética' clásica. Cada valor, al ser un término lingüístico, es representable numéricamente por un número borroso, donde queda reflejado el concepto de valoración relativa o valoración aproximada. Un número borroso es aquel que acoge dentro de sí a cuatro intervalos: uno que indica la ausencia de verdad (0,a), otro que refleja la aproximación creciente a la verdad (a,b); uno más que señala la plena verdad (b, c), otro que indica la aproximación decreciente a la verdad (c,d) y, por fin, un último que

coincide con el primero y que representa otra vez la no verdad (d,0) (geométricamente, esto queda bien representado por un trapecio).



Con esta idea se pretende mostrar también que las distintas valoraciones del conjunto de términos no son compartimentos estanco sino que pueden tener zonas en común -los trapecios pueden solaparse-, lo cual debe ser observado como normal en una forma aproximada de valorar.

Pues bien, si una de las grandes contribuciones de Frege fue el haber sabido proporcionar una semántica precisa a partir de una sintaxis definida, la contribución de Zadeh se puede resumir indicando que ofrece una semántica en la que el valor de verdad de lo que en Frege era una oración atómica, se halla a partir, fundamentalmente, del cálculo de dos tipos de relaciones:

- (i). Las que se den entre los modificadores lingüísticos y los predicados vagos a los que modifican;
- (ii). Las que se den entre el resultado de operar (i) y la proporción que señala algún cuantificador difuso que anteceda a (i) en la oración.

El cálculo apropiado de estas relaciones, para el que Zadeh ha proporcionado una serie de reglas convencionalmente aceptadas, da una semántica de la oración más adecuada al carácter impreciso del lenguaje común y, en este sentido, más completa que la fregeana. Además, y esta es una característica importante, las lógicas borrosas de Zadeh recogen a la precisión (la ausencia de vaguedad) como un caso suyo, por lo que, para el caso preciso, respetan las leyes y principios definidos por la semántica fregeana.

En resumen, en la TSS la representación formal de una proposición depende no sólo de la forma explícita que tiene el lenguaje sino, sobre todo, de lo que implícitamente somos capaces de leer en él. Son estos componentes implícitos los que deben estar perfectamente reflejados en la base de datos (EDF, '*explanatory database frame*') pues su selección señalará aquello que nosotros hemos considerado realmente importante, de

entre nuestro conocimiento, en el significado de la oración. En la EDF se recogen el conjunto de relaciones que consideramos forman parte y muestran, de modo más apropiado, lo que la oración significa. Al instanciar la EDF con datos concretos se obtiene la ED (*'explanatory database'*) que, explicado de un modo breve, quiere indicar algo similar a su contextualización en un universo de discurso.

Se puede decir entonces que las relaciones entre valores de verdad borrosos es a la semántica de la prueba-puntuación lo que los valores de verdad discretos son a la semántica de las condiciones de verdad. Obsérvese como mientras en la semántica clásica se habla de satisfacción o verdad, en la TSS se habla de compatibilidad, concepto que refleja una evaluación progresiva que representa el grado para el cual la restricción es satisfecha por el predicado vago al que modifica.

Otra diferencia importante -es la última que reseñamos- hace referencia en este caso a otro elemento clave en el análisis lógico de la oración: las conectivas y los átomos que conectan. Mientras el análisis de Frege concibe sólo conectivas únicas (la negación y la implicación) para átomos cualesquiera -siempre que sean precisos-, de los que sólo importa su 'significado', su valor de verdad; Zadeh propone una familia de conectivas, de manera que la utilización de un elemento de esa familia y no otro depende de su adecuación a la información concreta que transportan los átomos que enlazan.

Por último, aún a sabiendas de la distancia temporal y conceptual que separa a L. Zadeh de los filósofos analíticos, ¿puede considerarse a éste seguidor de alguno de ellos en su concepción de la lógica?. No parece coincidir con el propósito fregeano de construir un lenguaje formal preciso y perfecto para fundamentar la matemática o para deshacer equívocos de la filosofía. Tampoco con la idea russelliana de hacer un lenguaje perfecto, proporcionándole el vocabulario de la filosofía a la sintaxis de un lenguaje formal *a la Frege*. También es discutible que haga suya la tesis wittgensteiniana de la lógica como la esencia pura de toda representación. En cambio, si parece participar de la opinión de alguno de los representantes del lenguaje ordinario cuando indican que el lenguaje común está bien como está y que es relevante su análisis lógico. En esto coinciden, pero sus concepciones son bastante diferentes porque,

(i). Zadeh hace lógica formal, no lógica informal del lenguaje ordinario.

(ii). Zadeh no excluye a la lógica clásica, que incorpora a su sistema y considera apropiada para gestionar la precisión.

(iii). Mientras los filósofos del lenguaje ordinario ven en el análisis lógico la disolución de multitud de problemas de la filosofía; Zadeh, más que el interés filosófico (que sin duda también lo tiene, pero que no ha desarrollado), resalta el interés que esta tarea tiene en el diseño de los Sistemas Expertos y de la Inteligencia Artificial en general.

A fin de que las ideas que se han vertido hasta aquí se muestren con más evidencia, recogemos a continuación un ejemplo de como observan la estructura formal de la oración Frege y Zadeh. Debemos aclarar que la elección de este ejemplo es para enfatizar las ventajas de las lógicas borrosas sobre la lógica fregeana. Con esto no se pretende, sin embargo, menospreciar el instrumento ideado por Frege, sin duda, apropiado y útil para las oraciones con 'significado' preciso, sino, sobre todo, resaltar la adecuación de las lógicas de Zadeh en la gestión de las oraciones vagas o imprecisas. Esperamos que los lectores, fregeanos o no, sepan entender y disculpar la elección sesgada de este ejemplo.

4. EJEMPLO.

Se trata de mostrar como se representaría formalmente, según las teorías de Frege y Zadeh, a una oración de nuestro lenguaje común. Valga de ejemplo, la que sigue:

A los hombres jóvenes les gustan las mujeres jóvenes. (1)

La lectura explícita condicionaría a leer (1) de la siguiente manera:

A todos los hombres jóvenes les gustan todas las mujeres jóvenes. (2)

y la representación formal de (2), en los dos niveles de profundización de análisis lógico que Frege propone, sería así:

En lógica de enunciados: p

En lógica de predicados: $\forall y (My \wedge Jy) \rightarrow (\forall x (Hx \wedge Jx) \rightarrow Gxy)$.

Para un universo finito, de (2) sólo podría decirse que es verdadera o falsa.

En cambio, la lectura implícita de (1) -una lectura *a la Zadeh*- supondría reparar, mas que en su estricta preferencia, en el significado que de ordinario transmite esa oración. Normalmente ese significado atiende a un matiz más bien aproximado que exacto, pues en nuestra intención no está afirmar algo tan rotundo como (2), sino más bien indicar que,

d_1 (1). *Usualmente, a la mayoría de los hombres jóvenes les gustan la mayoría de las mujeres jóvenes.* (3)

o, en otra lectura quizás más adecuada,

d_2 (1). *Normalmente, a la mayoría de los hombres jóvenes les gustan predominantemente las mujeres jóvenes.* (4)

Queda reescrita así la oración (1) en otras dos que tienen forma disposicional: [(3), (4)], donde se han hecho explícitos los cuantificadores y cualificadores borrosos que en (1) estaban implícitos.

La representación formal de (4), quizás la disposición más plausible de (1), recorrería, según Zadeh, las etapas que describimos a continuación y que acompañamos de un ejemplo para su mejor comprensión. (Los datos que a continuación se especifican para (4) deben ser vistos como una mera ilustración de su significado y no, evidentemente, como algo representativo o interesante de las posibilidades que la TSS ofrece en la formalización de bases de datos o de bases de conocimiento. También es conveniente decir que, aunque los datos pretenden responder al sentido común, son en buena medida arbitrarios).

Como ya se ha indicado, la TSS atiende a la información específica que una oración conlleva. A fin de que ésta quede perfectamente contemplada, el análisis lógico de (4) se divide en dos subetapas:

4.1. Representación formal del significado de

'A *les gustan predominantemente las mujeres jóvenes*'

4.2. Representación formal del significado de

'A *la mayoría de los hombres.....*'

Veamos como se desarrolla el puzle.

1. Lo que se pretende representar es el significado local de (4), esto es, fijar lo que queremos expresar con esa oración en un contexto determinado. Por tanto, como primera medida, hay que especificar su universo de discurso. Sólo así estaremos seguros de hacer una evaluación contextual y de que leemos adecuadamente la posible información implícita en ella. Se especifica entonces, como primer paso, a la POBLACION que se considere, indicando el nombre de los individuos incluidos en el universo.

Ejemplo:

POBLACION (Nombres) = {Pedro, Pablo, María, Ester, Pepe, Ana, Juan}

2. A continuación, se fijan los predicados unarios.

POBLACION [Sexo; Edad].

SEXO (Población) = {Masculino (Nombre), Femenino (Nombre)}.

MASCULINO (Nombre) = {Pedro, Pablo, Pepe, Juan}.

FEMENINO (Nombre) = {María, Ester, Ana}.

EDAD (Nombre) = {Edad (Masculino (Nombre)), Edad (Femenino

(Nombre))}.

EDAD ((Masculino (Nombre)) = {Pedro/22; Pablo/50; Pepe/35; Juan/12}.

EDAD (Femenino (Nombre)) = {María/17; Ester/30; Ana/45}.

Los parámetros POBLACION, SEXO o EDAD forman parte de la EDF. Los datos concretos corresponderían a la ED, base de datos explicativa, y es la información con la que contaríamos para una posible explicación de (4). Caminemos ahora hacia la formalización y obtención del significado de 4.1.

3. Dado que el (Femenino, (Nombre)) que le gusta al (Masculino (Nombre)) es joven, y sabemos su edad, especificamos en qué grado es JOVEN (Femenino (Nombre)). Aceptando que el significado de 'joven' puede ser modelado por la siguiente función

$$\text{Significado (joven, } u) = \begin{cases} 1 & \text{si } 13 \leq u < 25 \\ [1 + (u-25)^2]^{-1} & \text{si } 25 \leq u \leq 50 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad u \in U$$

se obtienen los siguientes valores:

$$\mu_{\text{joven}} (\text{Femenino (Nombre)}) = \{(María,17)/1; (Ester,30)/0.5; (Ana, 45)/0.06\}$$

donde μ es la función característica generalizada que recoge el concepto de 'grado de pertenencia'. Normalmente esta función toma valores en el intervalo [0,1].

4. Se dan valores al predicado binario GUSTAR, especificando el grado en que a [Masculino (Nombre)] le gusta [Femenino (Nombre)]. Los valores que se dan aquí son arbitrarios ya que no parece posible definir función alguna para el significado de un predicado tan subjetivo. Los valores tienen un cometido sólo ilustrativo. Para un caso real, deberían responder a un test hecho a [Masculino (Nombre)]. Ese test arrojaría una puntuación que, de modo convencional, se puede transcribir en el intervalo [0,1] y que debería responder a los gustos manifestados. Según los valores resultantes del test podríamos saber algunas de las características de la población elegida, así, p. ej., valores altos para GUSTAR [(Masculino, (Nombre)) y (Femenino (Nombre))] asegurarían la improbabilidad de rasgos homosexuales en POBLACION (Nombres).

Los valores que proponemos para este caso, -como hemos dicho, valores arbitrarios-, son los siguientes:

$$\begin{aligned} \text{GUSTAR [(Masculino, (Nombre)), (Femenino, (Nombre))]} = \\ \{ (\text{Pedro, María})/0.9; (\text{Pedro, Ester})/0.6; (\text{Pedro, Ana})/0.2; \\ (\text{Pablo, María})/0.2; (\text{Pablo, Ester})/0.6; (\text{Pablo, Ana})/0.8; \\ (\text{Pepe, María})/0.6; (\text{Pepe, Ester})/0.8; (\text{Pepe, Ana})/0.1; \\ (\text{Juan, María})/0.3; (\text{Juan, Ester})/0.1; (\text{Juan, Ana})/0 \} \end{aligned}$$

Como se observa, se ha establecido una cierta correlación, inventada y arbitraria, entre 'edad' y 'gustar'. Según esto, cabría esperar una valoración alta para la oración objeto de análisis aquí. Veamos si es así.

5. Tenemos los datos de GUSTAR [(Masculino, (Nombre)), (Femenino, (Nombre))] y JOVEN (Femenino, (Nombre)). Calculemos ahora, para (Masculino, (Nombre)) el grado en que GUSTAR [(Masculino, (Nombre)), (Femenino, (Nombre))] \wedge JOVEN (Femenino, (Nombre)). El símbolo \wedge se define como el operador min (esto es, valor de $a \wedge b = \min(\text{valor } a, \text{valor } b)$).

$$\text{Pedro} = \{0.9; 0.5; 0.06\}$$

$$\text{Pablo} = \{0.2; 0.5; 0.06\}$$

$$\text{Pepe} = \{0.6; 0.5; 0.06\}$$

$$\text{Juan} = \{0.3; 0.1; 0\}$$

Estos valores resumen el significado de '*A los hombres les gustan las mujeres jóvenes*', pero para completar el análisis de (4.1) es necesario comprobar en que medida le gustan '*predominantemente*'.

6. Esta tarea requiere que nos fijemos en el alcance de '*predominantemente*'. Esto es importante, porque dirimiendo eso se clarifica también el distinto contenido significativo de las dos posibles disposiciones de (2), [(3) y (4)]. En efecto, si interpretamos que la información subyacente de (2) es que *A la mayoría de los hombre jóvenes les gustan la mayoría de las mujeres jóvenes* (3), estamos indicándo que, del conjunto de mujeres jóvenes, un subconjunto importante es del gusto de la mayoría de los hombres jóvenes. En cambio, si pensamos que la información subyacente a (2) es que *A la mayoría de los hombres jóvenes les gustan principalmente las mujeres jóvenes* (4) nos referimos a que, de entre el conjunto de mujeres que le gustan a la mayoría de hombres jóvenes, el de las mujeres jóvenes representa un subconjunto muy significativo. Esta información la podemos calcular así:

$\Sigma \text{ count } [\text{JOVEN (Femenino (Nombre))} / [\text{GUSTAR (Masculino (Nombre)), (Femenino, (Nombre))}] = \Sigma \text{ count } [\text{JOVEN (Femenino (Nombre))} \wedge [\text{GUSTAR (Masculino (Nombre)), (Femenino, (Nombre))}] \div \Sigma \text{ count } [\text{GUSTAR (Masculino (Nombre)), (Femenino, (Nombre))}] =$

{Pedro/0.86; Pablo/0.47; Pepe/0.77; Juan/1}

7. A continuación, hay que calcular la compatibilidad de esos cuatro valores con PREDOMINANTEMENTE. Si, de un modo simplificador, consensuasemos que, para un universo $U = [0,10]$ 8 marca la compatibilidad absoluta con 'predominantemente' -por tanto, para un universo $[0,1]$ sería 0.8, de manera que los valores ganan en compatibilidad si se acercan a 0.8 y la pierden si se alejan de 0.8-, el valor de (4.1.), 'A... *les gustan predominantemente las mujeres jóvenes*' tendría que ser elevado. En efecto, si hacemos el promedio de valores obtenidos

$$0.86 + 0.47 + 0.77 + 1 / 4 = 0.77$$

resulta 0.77, que está muy próximo a 0.8. Podemos decir entonces que, en base a los datos considerados, la oración 'A los hombres les gustan predominantemente las mujeres jóvenes' es una oración casi absolutamente verdadera. Pero la oración completa (4) incluía algún matiz respecto a 'los hombres'. Se trata ahora de completar el significado de (4) calculando los valores de 4.2. de acuerdo a los ya obtenidos para 4.1.

8. Para ello calculemos, según la función dada previamente, el grado de verdad en el que (Masculino (Nombre)) es joven.

$\text{JOVEN (Masculino, (Nombre))} = \{(\text{Pedro, 22})/1; (\text{Pablo, 50})/0.03; (\text{Pepe, 27})/0.85, (\text{Juan,12})/0\}$

9. Hallemos ahora la proporción de hombre jóvenes entre los hombres a los que les gustan principalmente las mujeres jóvenes. Calculamos entonces

$$\begin{aligned} \Sigma \text{ count } [4.1. / [\text{JOVEN (Masculino, (Nombre))}] &= \Sigma \text{ count } [4.1 \wedge [\text{JOVEN (Masculino, (Nombre))}] \div \Sigma \text{ count } [\text{JOVEN (Masculino, (Nombre))}] = \\ &= 0.7 + 0.03 + 0.77 + 0 / 0.7 + 0.03 + 0.85 + 0 = 0.94 \end{aligned}$$

10. Por último, habría que calcular en qué medida 0.94 es un valor compatible con el cuantificador borroso LA MAYORIA. Si en el universo $[0,100]$ conviniésemos en fijar la mayoría para 75 -lo que equivaldría para $U = [0,1]$ a 0.75-, diríamos que 0.94 es

compatible con 0.75 en un grado bastante alto. Es decir, la oración *A la mayoría de los hombre jóvenes les gustan predominantemente las mujeres jóvenes* sería, para la base de datos explicativa que imaginariamente hemos puesto, casi verdadera, lo cual resulta coherente con la ED arbitrariamente especificada.

Se completa así la aplicación de la TSS a lectura formal global de la oración (2) interpretada de una manera disposicional como (4). Decir por último que, como es fácilmente observable, con una base de datos distinta, la cualificación de verdad resultante seguramente sería diferente a la aquí obtenida. (Para una profundización en este ejemplo u otros similares, vease Zadeh, 1986).

5. CONCLUSIONES.

En este estudio se han expuesto algunas de las diferencias que existen entre la aproximación fregeana y la aproximación de Zadeh al análisis lógico de las oraciones. Este examen ha seguido el método de mostrar las similitudes y resaltar las diferencias, así como señalar los diferentes objetivos que con la formalización del lenguaje pretende uno y otro autor. No obstante, como ya se ha señalado, las comparaciones que se establecen entre ellos deben ser observadas con cautela, no porque no sean legítimas, sino porque se sitúan en contextos diferentes: mientras Frege era un matemático que pretendía fundamentar mejor la noción de número, la preocupación inicial de Zadeh, ingeniero electrónico, se centró en el mundo del control. Estas motivaciones, diferentes en uno y otro autor, responden también a preocupaciones diferentes de épocas distintas: Mientras Frege estaba preocupado por desterrar el psicologismo de la lógica, Lotfi Zadeh vivió los inicios de la Inteligencia Artificial y de su desarrollo, que pasaba, entre otros factores, por la modelización del razonamiento aproximado. Bajo estas consideraciones, implícitamente presentes en el desarrollo de este trabajo, hemos examinado y a veces comparado el análisis lógico que de la oración hacen Frege y Zadeh, comparación que a veces a sugerido proximidad, pero también, en buena medida, distanciamiento.

¿Puede hablarse, entonces, de ruptura en sus modos lógicos de reconstrucción de la oración?. Tal conclusión no parece plausible, ya que si bien es cierto que ambos divergen respecto a alguna idea acerca de para qué hacer lógica y, sobre todo, cuál es su ámbito de aplicación, no lo es menos que coinciden -al menos parcialmente- en tesis importantes, alguna de las cuales señalamos a continuación:

(I). El 'significado' de una oración asertiva se puede reducir a un valor de verdad, borroso o no.

(II). Es posible dar un formulismo preciso que permita calcular los valores de las oraciones complejas -o de la misma oración como algo complejo (caso de

Zadeh-) operando con las valoraciones de sus componentes más elementales.

Estas dos notas son suficientemente importantes como para que se pueda hipotetizar que la TSS de Zadeh constituye un modo de análisis formal de las oraciones del lenguaje ordinario más evolucionado que la semántica fregeana, ya que incluye a ésta como un caso particular suyo. Subrayamos el uso del término 'evolucionado' porque, efectivamente, en polémicas ya antiguas en filosofía de la lógica (p. ej., en Haack, 1974), era frecuente la discusión de si las lógicas borrosas eran rivales o extendidas de la lógica clásica. Aunque la terminología 'rival' y 'extendida' ha caído ya en desuso, parece conveniente volver a decir que las lógicas de Zadeh no son ni rivales ni extendidas de las lógicas fregeanas:

(i). No son rivales porque, en las lógicas borrosas, cuando los significados son precisos, tienen perfecta vigencia las leyes clásicas.

(ii). No son extendidas porque las lógicas borrosas no 'refinan' el aparato formal de la lógica clásica para adecuarlo a casos que no le son propios (al menos según el programa clásico fregeano), como sí lo hacen, p. ej., las semánticas supervaluadas o las semánticas de mundos posibles, que mantienen principios, como el de Bivalencia, aún para los casos de imprecisión o vaguedad.

Más oportuno parece atribuirles, en una denominación tentativa, el calificativo de 'evolutivas', en el sentido de que, incorporando la semántica fregeana como un caso particular suyo, constituyen una evolución de este caso singular, tratando de gestionar formalmente, además de la precisión, la vaguedad. Sin duda, este carácter evolutivo está en perfecta consonancia con el ideario de Zadeh: el compromiso justo y necesario para con el formalismo que actualmente tenemos y el reto, siempre abierto, de encontrar nuevos modos de expresión formal, que incluyan preferentemente a los que ya han mostrado su utilidad como un caso particular suyo, y que permitan expresar formalmente nuevos aspectos de la oración, relevantes en la comunicación ordinaria, para los que hasta ahora no disponemos de la lógica apropiada.

6. AGRADECIMIENTOS.

El autor agradece al profesor Enric Trillas que le haya sugerido la realización de este trabajo. Con la profesora Uxía Rivas estoy en deuda por sus provechosas sugerencias sobre las tesis de Frege. Debo también al informador anónimo exhaustivas anotaciones al texto, que han contribuído a su mejora.

Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia
Universidad de Santiago de Compostela

7. REFERENCIAS

J. L. AUSTIN, (1962), Palabras y Acciones. Paidós. Buenos Aires, 1971. Trad. de G. R. Carrió y E. A. Rabossi.

T. BURGE, "Frege on sense and linguistic meaning", en D. BELL & N. COOPER (eds.), The Analytic Tradition. Pendiente de publicación en Basil Blackwell, London .

A. DEAÑO, (1972): "Lógica simbólica y lógica del lenguaje ordinario", en El resto no es silencio. Taurus. Madrid, 1984.

M. DUMMETT, (1975): "Frege", Teorema V/2, 1975, p. 141-188. Trad. de A. García Suárez y M. T. Bequeristain.

G. FREGE, (1879): "Conceptografía" en, Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos. UNAM, 1972. Trad.de Hugo Padilla.

_____, (1892): "Sobre sentido y referencia", en Estudios sobre Semántica. Ariel. Barcelona, 1971. Trad. de Ulises Moulines.

_____, (1892-95): "Consideraciones sobre sentido y referencia", en Estudios sobre Semántica. Ariel. Barcelona, 1971. Trad. de Ulises Moulines.

_____, (1918-19): "El pensamiento: una investigación lógica", en Investigaciones lógicas. Ed. Tecnos. Madrid, 1984. Presentación y traducción de L. M. Valdés.

S. HAACK (1974): Lógicas divergentes. Paraninfo. Madrid, 1980. Trad. de Eugenio Gil.

G. A. MILLER (1967), "The magical number seven plus or minus two: Some limits in our capacity for process information", en Psychology of Communication. Penguin Books, Baltimore.

P. F. STRAWSON, (1950): "Sobre la referencia", en G.H.R. Parkinson (ed.), La teoría del significado. Fondo de Cultura Económico, 1976. Trad. de Paloma Villegas.

J. M. TERRICABRAS & E. TRILLAS, (1989): "Some remarks on vague predicates", Theoria, IV, 10, p. 1-12.

J. van HEIJENOORTH, (1985): "Frege and vagueness", en Selected Essays. Bibliopolis. Napoli, 1985.

L. A. ZADEH (1979): "Fuzzy sets and information granularity", en Gupta & Ragade & Yager (eds.), Advances in Fuzzy Set Theory and Applications. North-Holland Pub. Co. pp. 3-18.

_____ (1981): "Possibility Theory as a Basis for Representation of Meaning", Proceedings of the 6th International Wittgenstein Symposium, 23rd to 30rd August, Korchberg/Wechel (Austria), pp. 253-261.

_____ (1983): "A fuzzy-set-theoretic approach to the compositionality of meaning: propositions, dispositions and canonical forms", Journal of Semantics, 3, 253-272.

_____ (1985), "Fuzzy Sets, usuality and commonsense reasoning", Institute of Cognitive Studies Report, 32.

_____ (1986): "Test- Score Semantics as a Basis for a Computational Approach to the Representation of Meaning", Literary and Linguistic Computing, Vol., 1, n^o 1, 1986, pp. 24-35.