O PRINCIPIO DO CONTEXTO NAS *GRUNDGESETZE* DE FREGE†
(*The Context Principle in Frege's* Grundgesetze)

Matthias SCHIRN*

Recebido: 1996.1.8.
Versão final: 1996.7.31.

* Institut für Philosophie, Logik und Wisssenschaftstheorie, Universität München, Ludwigstr. 31, 80539 München.

BIBLID [ISSN 0495-4548 (1996) Vol. 11: No 27; p. 177-201]

RESUMO: Pretendo usar o exemplo dos nomes de percursos de valores como prova de que, contrariamente ao que Michael Resnik e Michael Dummett sustentam, Frege nunca abandonou o seu princípio do contexto: "Apenas no contexto de uma sentença tem uma palavra significado". Em particular, pretendo mostrar que a prova da completude com relação ao significado††, que Frege tentou introduzir na linguagem formal das *Grundgesetze der Arithmetik*, baseia-se em uma aplicação do principio do contexto, e que, em consequência, também nomes de percursos de valores têm significado apenas no contexto de uma sentença. A teoria Fregeana do sentido e do significado somente pode ser entendida adequadamente sob o pano de fundo do princípio do contexto.

Descriptores: prova da completude com relação ao significado, nomes de percursos de valores, nomes de valores de verdade, criterios de significado, expressões semânticas-alvo, princípios de abertura de lacunas.

ABSTRACT: *Taking course-of-values names as an example, I want to show that, contrary to what Michael Resnik and Michael Dummett claim, Frege never abandoned his context principle "Only in the context of a sentence do words have meaning". In particular, I want to show that Frege's attempted proof of referentiality for the formal language of* Grundgesetze der Arithmetik *rests on the context principle and that, consequently, course-of-values names have a reference only in the context of a sentence. It is only in the light of the context principle that Frege's theory of sense and reference can be understood appropriately.*

Keywords: *proof of referentiality, course-of-values names, truth-value names, criteria of referentiality, semantic target expressions, gap-formation principles.*

Frege introduzíu o princípio do contexto, segundo o qual apenas no contexto de uma sentença tem uma palavra significado, em sua obra *Die Grundlagen der Arithmetik* de 1884 (de agora em diante simplesmente GLA), em meio à sua tentativa de reduzir a teoria dos números à lógica. Durante o período em que esteve trabalhando nos GLA, Frege ainda não tinha estabelecido uma distinção terminológica estrita entre significado (*Bedeutung*) e sentido (*Sinn*). Há, no entanto, consideráveis evidências de que sua preocupação principal era aplicar o princípio do contexto ao significado de palavras. Tomado como uma tese que diz respeito ao significado, o princípio do contexto estabelece a condição geral que uma palavra (termo singular ou predicado) deve satisfazer para ter um significado. Assim interpretado, o princípio implica a primazia do significado de sentenças com relação ao significado de palavras no seguinte sentido: o significado de uma expressão sub-sentencial consiste exclusivamente em sua contribuição para a determinação do significado de qualquer sentença na qual esta ocorra. Nos GLA a tese contextual desempenha tanto um papel crítico quanto um papel construtivo. Sua função crítica é rejeitar uma concepção psicologista do significado de palavras em geral e evitar uma concepção fisicista dos números em particular, sem cair em uma visão psicologista dos mesmos. A função construtiva do princípio é, da mesma maneira, dupla. Primeiro ele serve como um guia para a análise lógica de asserções numéricas. Em segundo lugar, ele é expressamente usado em defesa da legitimidade da atribuição de um significado a termos singulares abstratos. Mais especificamente: o princípio do contexto tem o propósito de preparar o caminho para Frege introduzir números como objetos lógicos, objetivos e auto-suficientes. Pois a estratégia de Frege parece ser precisamente a seguinte: se se estabelece, por meio de critérios aceitáveis de reconhecimento de termos singulares, que termos numéricos se comportam logicamente como termos singulares, e se lograrmos estabelecer o sentido de todas as sentenças relevantes nas quais um termo numérico "a" possa ocorrer, em particular o sentido de todas as sentenças de reconhecimento, então não pode restar nenhuma dúvida legítima sobre se "a" realmente tem um significado.

Após 1891, Frege nem reafirmou explicitamente o seu princípio do contexto e nem o repudiou. Michael Dummett apresenta, no entanto, em seu livro *Frege: Philosophy of Language*, a tese de que Frege não teria mantido este princípio após o desenvolvimento de sua teoria do sentido e do significado. Como uma razão decisiva para isto Dummett menciona o conflito que forçosamente há entre a assimilação Fregeana de sentenças assertivas a nomes próprios e o princípio do contexto.

> The most disastrous effect of the new doctrine was the abandonment of one of Frege's most important insights, that of the central role of sentences in the theory of meaning. If sentences are only a special kind of proper name, then the senses of other expressions cannot consist in the contribution which they make to determining the senses of sentences, in particular, in which they may occur: the most we can say is that the sense of an expression is directed towards the determination of the sense of a complex name in which it may occur. It is for this reason that the dictum of *Grundlagen*, that it is only in the context of a sentence that a word has meaning, makes no further appearance in Frege's works (Dummett 1981a, 644 ss.)

Paralelamente, Dummett sustenta a tese de que Frege ter-se-ia deixado levar, em suas reflexões no § 10 das *Grundgesetze der Arithmetik* (de agora em diante simplesmente GGA), apenas por uma espécie de "eco" do princípio do contexto original. Isto se manifestaria no fato de que, na referida passagem, Frege tentar fixar completamente o significado de nomes de percursos de valores por meio da determinação do significado de nomes próprios mais complexos onde aqueles ocorrem como expressões parciais, sem que, neste processo, sentenças —isto é, nomes de valores de verdade— tenham um papel especial reconhecido.

Apenas em seu livro *The Interpretation of Frege's Philosophy*, publicado em 1981, Dummett empreende uma análise detalhada da problemática levantada pelo §10 das GGA sob o ponto de vista do princípio do contexto, chegando, no entanto, essencialmente à mesma conclusão que em seu livro anterior sobre Frege. Ele escreve sob o título "The generalized principle":

> The rationale is clear for saying that a proper name, like every other expression, has significance only as occurring in a sentence, and that therefore all we need to know is its contribution to the truth-conditions of sentences containing it. But, when sentences are deprived of their unique status, all that remains is that a word or symbol has significance only when it occurs in some complete expression, i. e. proper name; its significance will then consist in its contribution to fixing the reference of a proper name of which it is a part. But if it is itself a proper name, it must have a reference in its own right: there seems neither ground nor explanation for the claim, that, by fixing the references of proper names of which it is a proper part, we thereby fix its references, considered on its own. The context principle, in its original form, is an intelligible doctrine; its echo scarcely so" (Dummett 1981b, 409).

Contrariamente a Dummett, tenho a firme convicção de que as sentenças assertivas, por força de sua classificação sintática como nomes próprios compostos, não perdem, pelo menos no sistema lógico de Frege, seu status semântico extraordinário. Fundamentarei minuciosamente esta convicção mais adiante. Em outra ocasião (veja-se Schirn 1994) eu tive a chance de mostrar que (e em que medida) a determinação do valor da relação de identidade para percursos de valores e valores de verdade como argumentos (e assim a fixação do significado de "sentenças de reconhecimento" da forma "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \grave{\alpha}\Psi(\alpha)$" e "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \Delta$") tem uma função chave no procedimento sugerido por Frege de determinação completa dos significados de nomes para percursos de valores. Quero agora mostrar neste artigo que a prova da completude com relação ao significado para o sistema de Frege que ele tem em mente no § 31 das GGA é consoante com o espírito do princípio do contexto original enquanto um princípio que diz respeito ao significado de expressões sub-sentenciais. Em particular, quero mostrar em detalhes que a tentativa de Frege de assegurar um significado ao nome funcional de segundo nível "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" pode ser concebida fundamentalmente como uma aplicação direta do princípio do contexto também para nomes de percursos de valores.[1] Para isto necessitamos de algumas considerações preliminares adicionais, as quais eu gostaria de introduzir em duas seções distintas. Primeiro quero considerar de perto algumas afirmações feitas por Michael Resnik sobre a validade do princípio do contexto no trabalho de Frege. Apenas no final desta discussão crítica vou apresentar uma descrição do aspecto do sistema Fregeano de teoria de conjuntos essencial para meu tema, a saber, que este sistema formal inclui um cálculo axiomático de predicados de segunda ordem, extendido pela identidade e descrição definidat.

1. Teria Frege Abandonado o seu Princípio do Contexto após 1891? Uma Crítica a Michael Resnik

Os argumentos que Michael Resnik (1980, 166 ss.) apresenta para o alegado abandono do princípio do contexto por parte de Frege após 1891 são em sua totalidade implausíveis. Resnik mostra corretamente que Frege não recorre mais ao seu segundo princípio metodológico fundamental dos GLA ("deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da sentença e não isoladamente") em sua campanha posterior contra o psicologismo. Também é certo que Frege não expressa mais textualmente, em seus trabalhos posteriores a 1891, que números são dados imediatamente à razão. No entanto, nem o primeiro nem o segundo fato mencionados indicam que Frege abandonou, após 1891, seu princípio do contexto.

Parece-me sempre digno de nota que Frege, em sua crítica à aritmética formal de Thomae no segundo volume das GGA, usou uma formulação que sugere diretamente o segundo princípio fundamental: "Pode-se apenas perguntar pelo significado onde os sinais são partes de sentenças que expressam um pensamento" (GGA II,105). Esta sentença aparece no seguinte contexto: Frege estabelece criticamente, no § 91 das GGA II, que na aritmética formal, ao contrário do que ocorrre na aritmética com conteúdo, as igualdades e desigualdades náo expressam um pensamento. Estas são comparáveis com posições de peças do jogo de xadrês, as quais são transformadas de acordo com certas regras, sem levar-se em conta nenhum sentido. Se se levasse em conta algum sentido, então as regras para manipulação de igualdades e desigualdades deveriam ser concebidas de maneira tal que, de fórmulas verdadeiras, apenas fórmulas verdadeiras seriam deriváveis (veja-se GGA II, § 104). "Assim o ponto de partida da aritmética formal seria abandonado" (GGA II, § 91). Na aritmética formal não é o propósito cognitivo que determina o conteúdo das regras, mas antes são estas arbitrariamente estabelecidas. Pode-se apenas utilizar uma igualdade aritmética, portanto, porque esta expressa um sentido, um pensamento. Não se pode, ao contrário, fazer uso de uma configuração de peças de xadrês e, correspondentemente, de uma equação *qua* grupo de figuras, o qual se deixa transformar em um outro grupo de figuras de acordo com certas regras. Apenas a aplicabilidade (universal) de sentenças aritméticas eleva a aritmética de um mero jogo à categoria de uma ciência.

Thomae concede que também na aritmética formal há casos nos quais aos números corresponde um significado não apenas formal, como por exemplo na sentença "Esta equação é de grau 3". Esta concessão tem como consequência que os sinais numéricos não são sempre usados, no jogo do cálculo, como meras figuras, mas também se recorre, através dos mesmos, a significados próprios. Segundo Frege, com esta concepção o aritmético formal está abandonando, em determinados casos, o seu próprio ponto de vista. Pois de acordo com a concepção formal da aritmética de Thomae não se pode reconhecer um significado para os sinais no próprio jogo de calcular. Exatamente neste ponto de sua crítica Frege observa: "Pode-se apenas perguntar pelo significado onde os sinais são partes de sentenças que expressam um pensamento." Sinais numéricos não têm, para Frege, um significado enquanto figuras de um jogo formal de cálculo, isto é, enquanto partes de equações comparáveis com posições de peças do jogo de xadrês. Estes sinais têm um significado apenas enquanto parte de sentenças que expressam um pensamento que possa ser reconhecido como verdadeiro ou rejeitado como falso. Seu significado consiste em sua contribuição para a determinação do significado (valor de verdade) de sentenças onde eles ocorrem.

De acordo com Dummett (1981b, 400), dificilmente pode-se encarar a observação acima citada como uma prova de que Frege ainda reconhecia, por ocasião da redação das GGA, o princípio do contexto como a sua "doutrina oficial". Parece-me incontestável, no entanto, que esta citação apoia em um aspecto essencial minha tese —a ser ainda fortalecida— de que Frege insiste quanto à validade do princípio do contexto no que diz respeito à sua teoria do sentido e do significado.

No que diz respeito à formulação típica dos GLA de que os números são imediatamente dados à razão, ela não diz outra coisa, segundo a minha explicação anteriormente exposta, senão: nós apreendemos números através de nossas capacidades lógicas, a saber, através do processo de abstração que consiste na transformação de uma relação de equivalência em uma igualdade. Todavia não serão os números mais concebidos, no escopo das GGA, através da transformação de uma igualdade numérica (apoiada em uma identificação dos números com classes de equivalência da relação de equinumericidade), mas sim através do método geral de transformação da universalidade de uma igualdade entre funções em uma identidade entre percursos de valores.

Resnik sustenta, adicionalmente, que há certas passagens nos escritos posteriores de Frege que contradizem o princípio do contexto. (a): Frege não teria feito, após 1891, nenhuma distinção lógica ou semântica entre sentenças e nomes próprios. Isto não é convincente, como pretendo mostrar nesta seção. (b): Em trabalhos posteriores Frege teria defendido a idéia de que nós podemos compreender sentenças que nunca antes ouvimos.

> Isto não seria possível se não pudéssemos diferenciar partes do pensamento, às quais correspondem partes da sentença, de tal forma que a construção da sentença pode valer como uma figura da construção do pensamento (KS, 378; compare-se com NS, 243, 262, 275; WB,127).

Resnik equivoca-se ao supor que esta concepção é incompatível com o princípio do contexto. Não se pode ver em que deve consistir esta incompatibilidade. De fato Frege enfatiza que nós construímos o sentido de uma sentença a partir do sentido de suas partes. Esta tese (chamêmo-la A) também inclui que nós apreendemos o sentido de uma sentença por força do nosso conhecimento corrente do sentido de suas partes semanticamente relevantes e da maneira como elas estão compostas. Assim entendida, a tese A parece contradizer, à primeira vista, a tese da prioridade de Frege (chamêmo-la B). De acordo com B, a nossa apreensão do sentido de termos conceituais e relacionais não precede a nossa apreensão do sentido de sentenças, mas vale antes o contrário, isto é, que nós apreendemos primeiramente o sentido de pensamentos expressos por sentenças e chegamos à compreensão de predicados através da decomposição do pensamento em partes de pensamento.

Tivesse Frege sustentado a validade irrestrita da tese B, e tivesse ele assim insistido que esta tese exprime a prioridade de pensamentos sobre os sentidos insaturados de todos os predicados de uma dada linguagem S, então estaria ele em dificuldade para conciliar B com A. Pois a afirmação da validade universal de B nos conduz à situação em que o sentido de qualquer predicado F de S pode apenas ser apreendido com o auxílio de uma adequada decomposição de um pensamento já compreendido por nós, o qual é expresso por uma sentença onde F ocorre. No entanto, a questão sobre o domínio de validade de B no interior de uma linguagem natural poderia ser difícil—se é que há uma resposta clara para esta questão. A situação é diferente com a notação conceitual (Begriffsschrift) de Frege. Eu mostrei em outra ocasião (veja-se Schirn 1984, 1992a e 1992b) que, primeiro, no sistema lógico das GGA não serão mais as expressões conceituais e relacionais logicamente simples obtidas através do processo de abertura de lacunas a partir de nomes para valores de verdade (sentenças); e (b) que nem o sentido simples de uma expressão do primeiro grupo mencionado nem o sentido de expressões complexas do segundo grupo mencionado são obtidos através da decomposição de um pensamento em partes de pensamento. Esta situação mostra que a tese Fregeana da prioridade no cálculo lógico das GGA não vale irrestritamente, nem mesmo para expressões conceituais complexas. Ela tem validade, neste cálculo, para toda expressão conceitual e relacional cuja respectiva cadeia de construção tem como último passo uma formação que segue uma das três regras de formação para expressões funcionais (as "regras de abertura de lacunas") indicadas por Frege no § 26 das GGA. Em particular, a tese da prioridade aqui vale para todo sinal simples, composto a partir dos nomes primitivos, que designa um conceito complexo. Conclusão: uma vez que a tese B é válida apenas de maneira restrita no sistema lógico de Frege, ela pode ser conciliada com a tese A. De acordo com Frege, uma sentença (ou um pensamento) é sempre construída(o) a partir de suas partes. No entanto, as partes insaturadas da sentença ou do pensamento não são em geral originalmente dadas, mas sim devem ser obtidas, respectivamente, através do procedimentos de abertura de lacunas ou através do método da decomposição de um pensamento.

(c) Resnik chama a atenção para uma observação que Frege faz em sua carta a Peano de 29.9.1896 a respeito da prática da inferência correta. Frege de fato enfatiza, na referida passagem, que toda palavra deveria ter um significado constante, independente do contexto, mas isto não contradiz no entanto, contrariamente ao que pode parecer à primeira vista, o princípio do contexto. Isto parece evidente quando se mostra que a tese contextual tem como meta a condição que toda palavra deve satisfazer para ter algum significado, enquanto que a demanda de Frege, no contexto de sua crítica às definições condicionais e incompletas de Peano, diz respeito ao fato de que uma mesma palavra (termo conceitual ou relacional) deve ter, para que sejam evitadas inferências enganosas, o mesmo significado em todo contexto sentencial onde esta possa ocorrer, especialmente se parte de uma inferência. (Para uma interpretação pormenorizada da mencionada carta a Peano (WB, 183); veja-se Schirn 1984.)

2. Sobre a Sintaxe e Semântica do Sistema Lógico de Frege

Como elementos lógicos primitivos do sistema das GGA Frege distingue determinadas funções de primeira, segunda e terceira ordem a partir das quais, de acordo com a sua tese logicista, toda a rica multiplicidade de objetos e funções das quais a aritmética trata se desdobrará como a partir de uma semente. Ao círculo das funções primitivas pertencem os conceitos de primeira ordem $—\xi$ e $\top\zeta$, as duas relações de primeira ordem $\xi = \zeta$ e $\begin{array}{l} \top\!— \xi \\ \llcorner\, \zeta \end{array}$, o conceito de segunda ordem $—\overset{\mathfrak{a}}{\smile}—\varphi(\mathfrak{a})$, o conceito de terceira ordem $—\overset{\mathfrak{f}}{\smile}—\mu_{\beta}(\mathfrak{f}(\beta))$ (em ambos os casos trata-se de um conceito generalizado), assim como a função unária de primeira ordem $\backslash\xi$ (função de caracterização) e a função unária de segunda ordem $\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$ (função de percurso de valores), sendo nenhuma das duas últimas um conceito.[2] Os nomes das oito funções primitivas —os sinais primitivos— são introduzidos através de elucidações, as quais fixam os valores destas funções para todo e qualquer argumento possível. Estas elucidações estão, diferentemente das definições na notação conceitual, na antecâmara do sistema e não podem, como estas, ser usadas em uma demonstração.

Os sinais funcionais primitivos e logicamente simples formam o ponto de partida para as expressões do sistema e são, por pressuposição, bem formados. A partir dos mesmos se alcança, através de aplicações (iteradas) de determinadas regras de formação, primeiro nomes próprios complexos e, segundo, nomes para funções, isto é, tanto nomes compostos quanto nomes simples para funções logicamente complexas.

Frege introduz em seu sistema um total de quatro regras de correta construção de expressões de dois tipos fundamentais a partir de expressões já bem construídas. As regras de construção formuladas no § 26 das GGA descrevem procedimentos de construção, através dos quais (1) a partir de um nome próprio composto (nome de valor de função)[3] pode-se criar um nome de função unária de primeira ordem, (2) a partir de um nome composto de função unária de primeira ordem pode-se criar um nome de função binária de primeira ordem e (3) de um nome complexo de objeto criar um nome de função de segunda ordem de um argumento de segundo ou terceiro tipo.[4] A produção de expressões funcionais destes três tipos se dá da seguinte maneira: seguindo a primeira regra, elimina-se de um nome próprio um outro nome próprio que constitui parte daquele ou com ele coincide, em algumas ou em todas as posições onde o segundo ocorre, marcando-se assim a(s) lacuna(s) aberta(s) como posição(ões) para argumento(s) do primeiro tipo.[5]

De acordo com a segunda regra exclui-se de um nome de função unária de primeira ordem um nome próprio em algumas ou em todas as posições onde este ocorre, e marca(m)-se a(s) lacuna(s) resultante(s) como posição(ões) para argumento(s) de primeiro tipo. Finalmente, de acordo com a terceira regra, exclui-se de um nome de objeto uma expressão funcional de primeira ordem unária ou binária que forma parte daquele, em algumas ou em todas as posições onde esta ocorre, e marca(m)-se a(s) lacuna(s) aberta(s) como posição(ões) para o(s) argumento(s) respectivamente de segundo ou terceiro tipo. Se através do procedimento de exclusão de acordo com a primeira regra surgem duas ou mais lacunas no nome original em questão, então devem estas ser marcadas como posições de argumento através do uso das mesmas letras como uma posição de argumento. Quando se escreve "$\xi = \xi$", por exemplo, então se indica através de ξ que o mesmo nome próprio é substituído em ambas as posições (veja-se GGA I, §§ 30, 33; NS, 259). O mesmo vale para a marcação das posições para argumento das expressões funcionais obtidas conforme a segunda e terceira regras.

Além deste princípio de abertura de lacunas, também é aplicada no sistema das GGA a regra de inserção. Ela permite a inserção de sinais de argumentos adequados nas posições para argumentos de sinais funcionais, servindo assim para a construção tanto de nomes de valores de funções como de nomes complexos de funções de primeira ordem. O leitor pode facilmente perceber que todas as três regras de abertura de lacunas pressupõem a prévia aplicação da regra de inserção, a saber, a sua aplicação a nomes primitivos. A abertura de lacunas sucede de acordo com a primeira e terceira regras de um nome próprio composto, e de acordo com a segunda regra de um nome complexo de função unária de primeira ordem. Sem a aplicação da regra de inserção, no entanto, não se pode obter nenhum nome de valor de função (nome de objeto) a partir dos nomes de funções primitivas e, consequentemente, nenhum nome complexo de função unária de primeira ordem. Isto é, as primeiras expressões compostas do sistema, a saber, nomes de valores de funções, surgem da inserção de um nome de uma função unária primitiva de primeira ou segunda ordem no lugar vazio do nome de uma função primitiva de segunda ou terceira ordem, respectivamente (veja-se GGA I, § 30). Três exemplos ilustram este fato: 1. Através da inserção de "$-\!\!\!\top\!\!\!-\xi$" na posição vazia de "$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\varphi(\mathfrak{a})$" surge o nome de valor de função (nome de valor de verdade) "$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!\top\!\!-\mathfrak{a}$". 2. Quando se preenche o lugar de "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" com "$——\xi$" obtém-se o nome de valor de função (nome de percurso de valores) "$\grave{\varepsilon}(——\varepsilon)$". 3. Através da inserção de "$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\varphi(\mathfrak{a})$" na posição de argumento de "$-\overset{\mathfrak{f}}{\smile}-\mu_{\beta}(\mathfrak{f}(\beta))$" identificada por "$\mu_{\beta}$" constrói-se o nome do valor de verdade "$-\overset{\mathfrak{f}}{\smile}-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\mathfrak{f}(\mathfrak{a})$". Apenas com o auxílio de um nome composto a partir de dois nomes primitivos pode-se obter a primeira expressão funcional unária complexa de primeira ordem, quando se introduz o primeiro na posição ξ ou ζ para argumento de uma das expressões originais para relações binárias.

No § 29 das GGA Frege apresenta cinco critérios que devem, conjuntamente, garantir com que as expressões bem formadas da notação conceitual em um certo domínio tenham significado. Segundo estes critérios, os quais mencionarei a seguir, os oito nomes primitivos já devem ter de antemão um significado. Cabe então demonstrar que as regras de formação do sistema conservam a propriedade de ser significativo e, consequentemente, que as expressões formadas através das mesmas herdam esta propriedade. Se esta demonstração for efetiva, então todas as expressões bem formadas do sistema têm exatamente um significado. Com a demonstração da completude semântica neste sentido seria, no entanto, também demonstrada a consistência do sistema.

Reproduzo aqui os cinco critérios de significado segundo a formulação de Frege e também segundo a formulação simbólica, na qual emprego, seguindo C. Thiel (1975, 142), "$\otimes$" como símbolo para a propriedade de ser significativo. A conexão de sinais "$\otimes A$" diz então: a expressão "A" é significativa.[6]

(A) Um nome de função unária de primeira ordem tem um s i g n i f i c a d o (s i g n i f i c a algo, é s i g n i f i c a t i v o) quando o nome próprio que resulta deste nome de função pelo preenchimento da posição para argumento com um nome próprio tem sempre significado no caso de este nome introduzido ser significativo.

$$\otimes\Phi(\xi) \equiv \forall\Delta(\otimes\Delta \supset \otimes\Phi(\Delta)).$$

(B) Um nome próprio tem um s i g n i f i c a d o se o nome próprio que resulta quando o primeiro preenche a posição para argumento de um nome significativo de função de primeira ordem é sempre significativo e se o nome de uma função de primeira ordem com um argumento —resultante do preenchimento da posição de argumento ξ de um nome significativo de função de primeira ordem com dois argumentos pelo nome em questão— tem sempre significado, e se o mesmo vale para a posição de argumento ζ.

$$\otimes\Delta \equiv \forall\Phi(\otimes\Phi(\xi) \supset \otimes\Phi(\Delta)) \wedge \forall\Psi(\otimes\Psi(\xi,\zeta) \supset \otimes\Psi(\Delta,\zeta) \wedge \otimes\Psi(\xi,\Delta)).$$

(C) Um nome de função binária de primeira ordem tem um *significado* se o nome próprio que resulta deste nome de função pelo preenchimento da posição ξ com um nome próprio significativo e também da posição de argumento ζ com um nome próprio significativo tiver sempre significado.

$$\otimes\Psi(\xi,\zeta) \equiv \forall\Gamma,\Delta(\otimes\Gamma \wedge \otimes\Delta \supset \otimes\Psi(\Gamma,\Delta))$$

(D) Um nome de função de segunda ordem com um argumento de segundo tipo tem um *significado* quando vale universalmente que, se um nome de função de primeira ordem com um argumento tem significado, segue-se que o nome próprio resultante de sua inserção na posição de argumento de nossa função de segunda ordem tem significado.[7]

$$\otimes\Omega_\beta(\varphi(\beta)) \equiv \forall\Phi(\otimes\Phi(\xi) \supset \otimes\Omega_\beta(\Phi(\beta)))$$

(E) O nome '$-\!\overset{\mathfrak{f}}{\smile}\!-\mu_\beta(\mathfrak{f}(\beta))$' de uma função de terceira ordem é significativo quando vale universalmente que, se um nome de função de segunda ordem com um argumento de segundo tipo tem significado, segue-se que o nome próprio resultante de sua inserção na posição para argumento de '$-\!\overset{\mathfrak{f}}{\smile}\!-\mu_\beta(\mathfrak{f}(\beta))$' também tem significado.

$$\otimes-\!\overset{\mathfrak{f}}{\smile}\!-\mu_\beta(\mathfrak{f}(\beta)) \equiv \forall M(\otimes M_\beta(\varphi(\beta)) \supset \otimes-\!\overset{\mathfrak{f}}{\smile}\!-M_\beta(\mathfrak{f}(\beta))$$

Consideremos mais detalhadamente estes critérios. Eles são em geral caracterizados pelo fato de que os nomes a serem testados —(a): nome de função unária de primeira ordem, (B): nome próprio, (c): nome de função binária de primeira ordem, (d): nome de função de segunda ordem com uma posição de argumento de segundo tipo, (e): nome de função unária de terceira ordem— terem um significado precisamente quando, da pressuposição de que todas as expressões de um determinado tipo correspondente têm significado —a saber (a'): nomes próprios, (b'): expressões funcionais unárias e binárias de primeira ordem. (c'): nomes próprios, (d'): expressões funcionais unárias de primeira ordem, (e'): expressões funcionais de segunda ordem com uma posição para argumento de segundo tipo— seguir-se que os nomes resultantes da aplicação da regra de inserção aos nomes a serem testados e às expressões assumidas como significativas são significativos. Em resumo: os nomes (a)—(e) têm um significado precisamente quando determinados nomes complexos correspondentes aos primeiros que os contém como parte são significativos. O critério B diferencia-se dos demais criterios principalmente porque o nome próprio a ser testado funciona como instância de inserção para os nomes de funções monádicas ou diádicas de primeira ordem. Além do que, segundo o critério B, expressões de ambos os tipos lógicos fundamentais surgem como resultado da aplicação da regra de inserção, a saber, nomes de funções e nomes próprios. Diferentemente, a complementação de (a) por um nome (a') segundo (A), de (d) por um nome (d') segundo (D), de (e) por um nome (e') segundo (E), assim como a dupla complementação de (c) por dois nomes (c') segundo (C) resulta exclusivamente em nomes de valores de função. Quero denominar as seguintes expressões compostas através de inserção

(α): "$\Phi(\Delta)$"
(β): "$\Phi(\Delta)$", "$\Psi(\Delta,\zeta)$", "$\Psi(\xi,\Delta)$"
(γ): "$\Psi(\Gamma,\Delta)$"
(δ): "$\Omega_\beta(\Phi(\beta))$"
(ε): "$\smile^{\mathfrak{f}}\!\!-\!M_\beta(\mathfrak{f}(\beta))$"

de *expressões semânticas-alvo*t dos critérios de significado (A)—(E) correspondentes.

Pode-se mostrar facilmente que os critérios (A)—(E) não são utilizáveis para determinar se todas as expressões de um determinado domínio têm um significado devido ao surgimento de circularidade e regresso infinito (veja-se Thiel 1975, 144 ss.). Presumivelmente Frege tinha consciência da circularidade de seus critérios de significado, sem no entanto perceber em toda a sua extensão as consequências da mesma para as suas demonstrações sobre a completude com relação ao significado. "Estas sentenças não devem ser concebidas como explicações das palavras 'ter um significado' ou 'significar algo' porque a sua aplicação pressupõe sempre que se tenha reconhecido alguns nomes como significativos; elas podem servir, no entanto, para expandir pouco a pouco o círculo de tais nomes" (GGA I, 46) . Segue-se destes critérios —e nisso Frege vê a função essencial dos mesmos em seu sistema lógico— "que todo nome construído a partir de nomes significativos é significativo. Esta construção é tal que um nome preenche posições para argumento de um outro nome que são adequadas para aquele." De fato a inserção de expressões significativas nas posições vazias de expressões funcionais significativas conduz sempre a expressões (complexas) significativas. Por exemplo, se vale $\otimes Z$ e $\otimes H$ (onde "H" e "Z" são nomes próprios), assim como $\otimes\Psi(\xi,\zeta)$, então o critério de significado (C) é, em virtude de $\otimes\Psi(\xi,\zeta)$, equivalente a

$$\forall\Gamma,\Delta\ (\otimes\Gamma \wedge \otimes\Delta \supset \otimes\Psi(\Gamma,\Delta)).$$

Em particular vale

$$\otimes Z \wedge \otimes H \supset \otimes\Psi(Z,H).$$

Uma vez que a premissa vale por hipótese, nós concluímos por meio da regra de separação (*modus ponens*)

$$\otimes\Psi(Z,H).$$

Os critérios de significado de fato garantem que todo nome resultante de inserção a partir dos nomes de funções primárias é significativo quando os nomes primitivos têm significado.[8] Estes critérios não podem, no entanto, garantir que os nomes complexos cujas cadeias de construção exibem uma aplicação simples ou reiterada de uma regra de abertura de lacunas têm significado quando os nomes primitivos são significativos. Como C. Thiel (1975) mostro, exatamente para estes princípios de abertura de lacunas fornecidos por Frege —cuja aplicação leva à construção de nomes (impredicativos) de funções e objetos— não se pode propriamente assinalar um determinado significado segundo os critérios de significado. No entanto, quero aqui deixar de lado a consideração destes critérios e das regras de construção do ponto de vista da contradição no sistema

Fregeano, uma vez que a mesma não pertence propriamente ao nosso restrito círculo temático.[9]

Para mostrar-se que as expressões obtidas a partir dos oito nomes de funções primitivas através das regras de formação do sistema têm significado, deve-se apenas demonstrar, segundo Frege, que os nomes primitivos são em sua totalidade significativos. Pois as regras de correta construção devem conservar, como já mencionado, a propriedade de serem significativas, a qual é portanto transmitida às expressões complexas em geral construídas por aplicação destas mesmas regras. Nisto Frege faz uso dos critérios de significado (A)—(E). Deve-se demonstrar que as expressões logicamente simples para funções têm um significado quando, do fato de que as expressões-argumento adequadas às suas posições para argumento terem significado, segue-se em geral que os nomes para valores de função assim construídos (ou seja, nomes para valores de verdade ou para percursos de valores) são significativos†. Aqui Frege parte da pressuposição de que nomes de valores de verdade* significam algo e os distingue de outras expressões como nomes semanticamente auto-suficientes.[10] Estes nomes são semanticamente auto-suficientes precisamente no sentido em que, diferentemente de expressões para funções ou de outros nomes para objetos, têm um significado por si só, e não apenas quando expressões complexas das quais estes formam uma parte significam algo. E o papel especial que cabe aos nomes de valores de verdade* na prova de Frege para a completude com relação ao significado será enfatizado, como deverei mostrar na terceira seção, pelo fato de que tanto os nomes de funções originais (e nomes de funções em geral) quanto os nomes de percursos de valores apenas terem assegurado um significado enquanto parte de um nome de valor de verdade*. Isto significa então, em concordância com o princípio do contexto, que nomes de funções e nomes de percursos de valores têm significado apenas no contexto de uma sentença. Antes porém de examinarmos em detalhes a demonstração almejada por Frege de que nomes de percursos de valores, e com estes também o nome "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$", devem ser assumidos como pertencendo ao círculo das expressões significativas de seu sistema, necessitamos, independentemente da pressuposição acima mencionada, de uma explicação do status especial de nomes de valores de verdade* em comparação com outros nomes de objetos construtíveis no cálculo das GGA. Além disso devemos considerar brevemente o § 10 das GGA e a estipulação lá realizada. Por razões relativas ao conteúdo e também metodológicas, é aconselhável que iniciemos com uma consideração da introdução, por parte de Frege, de valores de verdade e de percursos de valores.

3. Valores de Verdade e Percursos de Valores - Nomes para Percursos de Valores e Nomes Para Outros Objetos no Sistema das GGA

Frege introduz ambos os valores de verdade de maneira informal em seu sistema, uma vez que ele aparentemente crê poder invocar uma suficiente familiaridade com os mesmos. Contrariamente ao que ocorre no caso de percursos de valores, os valores de verdade não são obtidos, ou seja, "derivados", a partir de funções, mas sim introduzidos como objetos lógicos autônomos. Nós vimos anteriormente que Frege distingue em seu sistema determinadas funções como logicamente primitivas. Pode-se assumir que ele, da mesma maneira, concebe ambos os valores de verdade como objetos lógicos primitivos de seu sistema.

No § 2 das GGA vemos que o verdadeiro e o falso são os únicos valores possíveis de uma função como, por exemplo, $\xi = 4$ para todo argumento permissível; vemos também que a equação "2 = 4" expressa um pensamento verdadeiro, enquanto a equação "3 = 4", ao contrário, expressa um pensamento falso, e que ambas as equações designam, isto é, significam um valor de verdade, sem que se afirme qual dos dois é significado. Finalmente, Frege explica que o verdadeiro e o falso são sempre designados por meio de expressões sem lacunas (isto é, nomes próprios) sendo assim objetos e, consequentemente, pertencendo ao domínio dos argumentos permissíveis para funções (de primeira ordem). No contexto desta explicação ele refere-se à sua prévia introdução de ambos os objetos lógicos em seu artigo 'Sobre Sentido e Significado'[11].

O passo fundamental de Frege em seu (apenas esboçado) programa de uma fundamentação puramente lógica da aritmética exposto nos GLA consistiu na definição do número que convém ao conceito F como a extensão do conceito *equinumérico ao conceito F*. Nas GGA, ele quer fundamentalmente manter esta definição explícita e definir também os demais números como extensões de conceitos. Por conseguinte, o domínio inicial composto pelos dois valores de verdade deve ser ampliado a extensões de conceitos ou a uma classe de objetos que inclua as extensões de conceitos como uma sub-classe. Uma tal classe é a classe de percursos de valores de funções.

Frege obviamente tem claro para si, nas GGA, que uma introdução metodologicamente consistente de percursos de valores como objetos lógicos não pode ser bem sucedida enquanto uma elucidação da função primitiva de segunda ordem $\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$. Pois em uma elucidação da função de percursos de valores —"Seu valor para cada função unária de primeira ordem como argumento é o próprio percurso de valores desta função"— devem-se já pressupor percursos de valores como conhecidos. Mas exatamente isso parece dever ser proibido, tendo em vista o reconhecimento posterior de Frege de que a pressuposição nos GLA de que qualquer pessoa saberia o que é a extensão de um conceito é questionável.[12] No § 3 das GGA Frege introduz então contextualmente —à semelhança dos números nos GLA— percursos de valores através da indicação de um critério de identidade: "Eu uso as palavras 'a função $\Phi(\xi)$ tem o mesmo percurso de valores que a função $\Psi(\xi)$' de maneira geral com o mesmo significado que 'as funções $\Phi(\xi)$ e $\Psi(\xi)$ têm sempre o mesmo valor para o mesmo argumento'". Esta transformação de uma igualdade entre percursos de valores em uma identidade generalizada entre valores de funções (e vice-versa) será reconhecida por Frege como uma lei lógica fundamental e fixada como o Axioma V das GGA. Em sua simbologia, tem esta a seguinte forma:

$$(\grave{\varepsilon}f(\varepsilon) = \grave{\alpha}g(\alpha)) = (-\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-f(\mathfrak{a}) = g(\mathfrak{a}))$$

Frege mostra então, no § 10 das GGA, com o auxílio de um argumento por permutação, que o Axioma V "não fixa de maneira alguma por completo" o significado de um nome de percurso de valores $\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$.[13] Esta indeterminação deve ser eliminada pelo fato de que para toda função primitiva de primeira ordem será determinado, na sua introdução, o valor que a mesma assume para percursos de valores como argumentos, assim como para os demais argumentos permissíveis. (Com relação aos demais argumentos, Frege crê poder restringir-se a ambos os valores de verdade.) Para as três funções primitivas de primeira ordem $-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$, $-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi$, e $\xi = \zeta$ introduzidas até o § 10, a determinação exigida deve ser recuperada. Para a função $-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi$ isto claramente não é necessário, uma vez que como seus argumentos podem ser sempre considerados os valores da função $-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$, os quais são exclusivamente valores de verdade: o verdadeiro para o verdadeiro como argumento, e o falso para qualquer outro argumento de primeiro tipo. E para valores de verdade como argumento, o valor da função $-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi$ é completamente determinado através de sua elucidação. A função $-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$ pode, por sua vez, ser reduzida à função de identidade. Uma vez que o valor do conceito $\xi = \xi$ é o verdadeiro para todo argumento admissível (isto é, para todo objeto como argumento), o valor da função $\xi = (\xi = \xi)$ é o verdadeiro apenas para o verdadeiro como argumento, e o falso para qualquer argumento diferente do verdadeiro. Disto se segue que $-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$ e $\xi = (\xi = \xi)$ estão subordinados um ao outro, isto é, são conceitos coextensionais. Trata-se, portanto, de fixar qual o valor que $\xi = \zeta$ assume quando se substitui em uma das posições para argumento de "$\xi = \zeta$" o nome de um percurso de valores e na outra o nome de um valor de verdade, o qual não tem a forma de um nome de percurso de valores. Pois o valor de $\xi = \zeta$ resultando da inserção de dois nomes para percursos de valores nas posições para argumento de "$\xi = \zeta$" é fixado pelo Axioma V, enquanto que o valor de "$\xi = \zeta$" resultante do preenchimento das posições vazias por dois nomes para o verdadeiro ou falso que não tenham a forma de um nome de percurso de valores é determinado através da elucidação da relação de igualdade. Não se pode, no entanto, decidir com o auxílio do Axioma V se o verdadeiro ou o falso é idêntico a um percurso de valores.

Uma vez que no sistema lógico de Frege percursos de valores não são passíveis de definição (a função de percurso de valores $\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$ é uma das oito funções primitivas deste sistema), ele deve então tomar um caminho diferente daquele dos GLA para a solução do problema da indeterminação do § 10. Frege tenta obter uma solução através da construção de uma variante do argumento da permutação do § 10. E recorrendo-se a esta variante segue-se que, sem que se seja levado a uma contradição pelo Axioma V, pode-se estipular o seguinte: o verdadeiro é o percurso de valores de uma função unária arbitrária de primeira ordem, e o falso é o percurso de valores de uma outra função unária arbitrária de primeira ordem que não seja coextensional com a primeira. Frege estabelece que o percurso de valores $\grave{\varepsilon}(-\!\!\!-\!\!\!-\,\varepsilon)$ deve ser idêntico ao verdadeiro, e o percurso de valores $\grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\top\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\,\mathfrak{a} = \mathfrak{a}))$ idêntico ao falso. $\grave{\varepsilon}(-\!\!\!-\!\!\!-\,\varepsilon)$ é o percurso de valores da função $-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$ a qual, de acordo com a sua elucidação, é um conceito sob o qual cai o verdadeiro e apenas o verdadeiro; $\grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\top\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\,\mathfrak{a} = \mathfrak{a}))$ é o percurso de valores da função $\xi = (\top\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\,\mathfrak{a} = \mathfrak{a})$, a qual é um conceito sob o qual cai o falso e apenas o falso. Portanto, cada um dos valores de verdade é equiparado com a extensão de um conceito que é tal que este valor de verdade é o único objeto que cai sob este conceito (veja-se também WB, 129). Os valores de verdade funcionam agora como valores da função de percurso de valores para determinados argumentos, e portanto como objetos que satisfazem o Axioma V.

Não quero examinar aqui em maiores detalhes a questão sobre a legitimidade da identificação do verdadeiro e do falso com a sua correspondente classe unitária.[14] Em uma nota ao § 10, Frege considera a possibilidade de generalizar esta estipulação, de tal forma que todo objeto seja equiparado com a sua classe unitária. Ele rejeita uma tal generalização baseado no fato de que esta poderia estar em contradição com os critérios de identidade para percursos de valores fixado pelo Axioma V, caso o objeto a ser identificado com a sua classe unitária já seja designado através de um nome de percurso de valores. Sua exigência de que a mencionada generalização não seja restrita a objetos que não são dados como percursos de valores está baseada na seguinte opinião: a forma de dadidade de um objeto não deve ser concebida como uma propriedade imutável do mesmo, uma vez que o mesmo objeto pode ser dado de diferentes maneiras, isto é, pode ser designado através de nomes próprios de diferentes tipos (veja-se GLA, § 67 e também WB, 225). Assim, no cálculo lógico das GGA por exemplo, a extensão do conceito $—\xi$ pode ser designada por meio de nomes de percursos de valores (por exemplo, através de "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a}))$"; o conceito correspondente $\xi = (\top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$ tem a mesma extensão que $—\xi$), ou por meio de termos para descrições definidas (por exemplo, através de "$\backslash\grave{\varepsilon}(—\varepsilon)$"; $—\xi$ é um conceito sob o qual precisamente um objeto cai, a saber, o verdadeiro, e portanto, em consequência da introdução da função $\backslash\xi$ no § 11 das GGA, é válido que "$\backslash\grave{\varepsilon}(—\varepsilon)$" significa precisamente este objeto; no entanto, de acordo com a estipulação no § 10, o verdadeiro é idêntico a $\grave{\varepsilon}(—\varepsilon)$, ou ainda por meio de nomes de valores de verdade* (por exemplo, através de "$—\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$"). Para evitar-se mal-entendidos, devo salientar que eu concebo os últimos como sendo tanto nomes de valores de conceitos ou de relações quanto nomes de objetos que tenham a estrutura sintática de uma sentença. "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = —\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$" e "$\backslash\grave{\varepsilon}(—\varepsilon)$" são, da mesma forma que "$—\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$", nomes próprios do verdadeiro, mas não uma sentença.[15]

Nomes de valores de verdade* distinguem-se, de um ponto de vista sintático, de outros nomes de valores de função não apenas porque aqueles são sempre o resultado, na última etapa do processo de construção, da inserção de expressões-argumento apropriadas nas posições para argumentos de uma expressão para conceito ou para relação, mas também no seguinte sentido correlato: dos nomes de valores de verdade* podem-se obter símbolos para conceitos de primeira ou segunda ordem através do emprego da primeira ou da segunda regra de abertura de lacunas respectivamente, enquanto que para outros nomes de objetos (assim como nomes de percursos de valores e termos para descrições definidas) isto não é válido. Se por exemplo se elimina do nome de percurso de valores "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = —\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$" o nome de valor de verdade* "$—\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$" com o auxílio do primeiro princípio de abertura de lacunas, e marcando-se a lacuna resultante como uma posição de argumento de primeiro tipo, então não se obtém uma expressão para conceito com "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = \xi)$", mas antes o símbolo de uma função unária de primeira ordem, cujo valor para todo argumento legítimo é um percurso de valores. Se se exclui do mesmo nome para percurso de valores, através da terceira regra de abertura de lacunas, o nome "$\xi = \xi$", e marcando-se a lacuna assim construída como posição para argumento de segundo tipo, origina-se assim com "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = —\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!— \varphi(\mathfrak{a}))$" o nome de uma função unária de segunda ordem, cujo valor também é sempre um percurso de valores. Finalmente, se se elimina do nome de percurso de valores em questão a expressão para conceito de primeira ordem "$\xi = \overset{\mathfrak{a}}{\smile} \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$", e marcando-se a lacuna resultante como posição para argumento de segundo tipo, obtém-se assim o nome primitivo "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$".

As diferenças mencionadas ao nível sintático podem ser consideradas como paralelas às diferenças no nível do sentido. Apenas nomes de valores de conceitos ou de relações expressam um pensamento, isto é, um sentido, o qual pode ser reconhecido como verdadeiro ou ser rejeitado como falso. É uma particularidade do sistema lógico Fregeano o fato de que no mesmo ocorrem nomes de objetos que não têm a forma de uma proposição, os quais significam o verdadeiro ou o falso, mas que deixam de expressar algum pensamento. Se alguém quisesse objetar que qualquer nome próprio designando um valor de verdade (por exemplo, $\grave{\varepsilon}(\varepsilon = \overset{\mathfrak{a}}{\smile} \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$) expressa consequentemente e ao mesmo tempo um pensamento porque o seu sentido determina um valor de verdade, este objetor estaria deixando passar desapercebido o seguinte fato: de acordo com Frege, faz parte da natureza de um pensamento que ele seja divisível em partes de pensamento.[16] Em todos os casos nos quais um pensamento é analisado entre uma parte saturada e uma parte insaturada de pensamento, esta última é o sentido de uma expressão conceitual. E em todos os casos nos quais um pensamento é analisado em duas partes saturadas de pensamento e uma parte duplamente insaturada de pensamento, esta última é o sentido de uma expressão relacional. Se, ao contrário, um pensamento for dividido em duas partes simplesmente insaturadas, então não é em geral válido que ambas as partes de pensamento devem ser o sentido de uma expressão para conceito. Tanto a produção da expressão para conceito "$\xi = \grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\varepsilon = \varepsilon))$" a partir do nome de valor de verdade* (do verdadeiro) "$\grave{\varepsilon}(\text{——}\,\varepsilon) = \grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\varepsilon = \varepsilon))$" quanto a construção da expressão funcional "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = \xi)$" do nome de percurso de valores "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = \overset{\mathfrak{a}}{\smile} \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$" seguindo o primeiro princípio de abertura de lacunas ocorrem, de acordo com Frege, intimamente ligadas à divisão de um sentido saturado em uma porção saturada e uma porção insaturada de sentido. Mas apenas no primeiro caso trata-se da divisão de um pensamento em uma parte de pensamento saturada e uma parte de pensamento insaturada. Que Frege tem em mente nomes próprios com estrutura sintática de sentenças quando ele pressupõe que nomes de valores de verdade* são significativos parece ficar claro especialmente a partir da seguinte passagem no § 32 das GGA:

> Cada um destes nomes de valor de verdade *expressa* um sentido, um pensamento (...) Os nomes simples ou já em si mesmos complexos, nos quais consiste o nome de um valor de verdade, contribuem para expressar o pensamento, e esta contribuição das partes individuais é o seu *sentido*. Se um nome é parte de um nome de valor de verdade, então o sentido do primeiro é parte do pensamento que o último expressa.

Contrariamente à opinião de Dummett (1981a, 196, 645; veja-se também Dummett 1981b, 379), não se segue foçosamente da assimilação Fregeana de sentenças assertivas a nomes próprios o seguinte: o sentido de uma palavra (expressão funcional ou nome próprio que não tenha a forma de uma sentença) não pode mais ser concebido de tal forma a consistir unicamente na contribuição desta para a determinação do pensamento (ou do valor de verdade) de sentenças nos quais esta ocorre. De fato, de acordo com Frege, enquanto nomes de valores de verdade* pertencem ao mesmo tipo lógico fundamental de expressões, da mesma forma que outros nomes, uma vez que as mesmas não introduzem consigo nenhuma posição para argumento. No sistema das GGA isto é expresso pelo fato de que nomes de valores de verdade* podem ocupar, da mesma forma que qualquer outro nome próprio construtível na linguagem formal, as mesmas posições para argumento de nomes de funções, a saber, dos nomes de funções de primeiro tipo. Seria pouco elucidador, no entanto, afirmar-se que o papel lógico (sintático-semântico) de nomes de valores de verdade* se reduz a estas propriedades que os últimos compartilham com outros nomes de objetos da escrita conceitual. E Frege em parte alguma defende a tese de que toda diferença significativa sob o ponto de vista lógico entre duas expressões deve ser explicada em termos de sua pertinência a diferentes tipos lógicos de expressões (veja-se Dummett 1976, 457; 1981b, 372). De tal forma que a comparação acima mencionada não muda nada com os seguintes fatos: (i) no sistema das GGA nomes de valores de verdade* são distintos de outros nomes próprios compostos por significarem aqueles um valor de verdade e por expressarem um pensamento determinado[17]; (ii) em uma sentença da escrita conceitual segue-se sempre imediatamente a um traço de juízo um nome de valor de verdade* da forma "——Δ" ou uma marca latina para um valor de verdade[18]; (iii) com toda razão Frege pode expressar, em concordância com seu princípio do contexto:

> Os nomes simples ou em si mesmos ja compostos, dos quais o nome de valor de verdade é composto, contribuem desta maneira para expressar o pensamento, e esta contribuição de cada parte individual é o seu sentido (GGA I, 51).

Eu não posso ver como esta explicação poderia ser compatível com a afirmação de Dummett de que Frege teria, através da mencionada assimilação, se despojado de seu ponto de vista anterior segundo o qual sentenças têm um papel chave na teoria do significado.[19] Obviamente pode-se imaginar a objeção de que as expressões-parte de nomes próprios complexos, as quais não designam um valor de verdade, contribuem da mesma forma para a determinação do sentido da expressão completa e o seu sentido deve ser elucidado como consistindo nesta contribuição. A questão sobre a legitimidade desta objeção, a qual tem como objetivo colocar em dúvida a validade do princípio do contexto como um princípio que diz respeito ao sentido de palavras na teoria semântica posterior de Frege, é de fato completamente independente da assimilação em questão.

4. Nomes de Percursos de Valores Têm um Significado Apenas no Contexto de uma Sentença

A fim de poder utilizar os seus critérios de significado (A)—(E), Frege precisa reconhecer algumas das expressões semanticas-alvo como já sendo significativas. Pois, caso contrário, conduziria a investigação sobre se um nome (a)—(e) tem significado a um regresso infinito. Frege não explicou claramente os motivos que o levaram a considerar os nomes de valores de verdade* como nomes semanticamente independentes entre as expressões saturadas (isto é, sem posições vazias) de seu sistema; mas a explicação é, ao meu ver, evidente. (1) Frege crê poder reportar-se com suficiente segurança aos dois valores de verdade, mas isto não se dá no caso dos percursos de valores. (2) Nomes de valores de verdade* distinguem-se, no aspecto mencionado, de outros nomes compostos de objetos. (3) Obviamente não faria sentido empregar-se o critério de significado (B) para nomes de valores de verdade*. Isto significaria que um tal nome apenas teria um significado (um valor semântico) quando nomes próprios complexos e nomes de funções unárias de primeiro nível que o contêm como parte têm significado. O significado (valor semântico) de um nome de valor de verdade* não pode, no entanto, ser apreendido de tal forma a consistir na contribuição deste nome para o significado de nomes de objetos e nomes de funções dos quais aquele é parte integrante. Pois o significado (valor semântico) de um nome de valor de verdade* consiste, em um certo sentido, simplesmente no fato de que este nome significa o verdadeiro ou o falso, em seu valor de verdade portanto. No entanto, deve ser válido —e isto está de acordo com o espírito do princípio do contexto Fregeano— que o significado (valor semântico) dos nomes de funções e dos nomes próprios que não são nomes de valores de verdade* consiste na contribuição destes últimos para o significado do nome de valor de verdade* (isto é, de uma sentença).[20]

Considerados em si mesmos, os critérios de significado aparecem como uma expressão generalizada da tese contextual. Todavia, se se reconhecem, previamente à aplicação dos critérios de significado, nomes de valores de verdade* como significativos e portanto como expressões semanticamente auto-suficientes, isto resulta no seguinte: a prova de que uma expressão funcional (a), (c), (d) ou (e) ou então que um nome próprio (b) (o qual não é nome de valor de verdade*) é significativo é decisiva apenas quando as expressões-alvo resultantes da inserção, seguindo o respectivo critério de significado, são semanticamente auto-suficientes, ou seja, nomes de valores de verdade*. Uma vez que, em geral, nomes de funções monádicas de primeiro nível construídos segundo o critério (B) são expressões semânticas-alvo dependentes para um nome próprio (b) a ser provado, devem então estes nomes de função, por sua vez, ser testados com relação à sua significatividade de acordo com o critério (A), de tal forma que a (b) um significado pode ser garantido. Brevemente: uma aplicação de (B) inclui sempre uma aplicação de (A). Se uma expressão semântica-alvo (β) da forma "$\Phi(\Delta)$", e se as expressões semânticas-alvo (α), (γ) e (δ) devem ser provadas pelo critério (B) a fim de garantir que um nome do tipo (b) ou (a), (c), (d) ocorrendo como parte das mesmas signifique algo, isto depende do fato de que (α), (β), (γ) e (δ) serem ou não nomes de valores de verdade*.[21] Assim considerando, parece então plausível dizer-se que uma *aplicação* dos critérios de significado está em concordância com o princípio do contexto em sua forma original. Este ponto será discutido em detalhes mais adiante.

No caso das seis expressões primitivas para relações e conceitos a prova do significado é trivial. Pois os nomes de valores de função resultantes através de inserção são sempre nomes de valores de verdade* e, consequentemente, são já, pressupostos, significativos. Menos simples é a prova para o caso de nome de função de segundo nível "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$";

> pois nós introduzimos aqui não apenas um novo nome de função, mas também ao mesmo tempo um novo nome próprio (nome de percurso de valores) para cada nome de função de primeiro nível com um argumento, e em verdade não apenas para as funções já conhecidas, mas também para toda e qualquer nova função que possa vir a ser introduzida (GGA I, 49).

Enquanto a demonstração de que a expressão conceitual de segundo nível "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\varphi(\mathfrak{a})$" é significativa exige apenas uma aplicação do critério (D)

$$\otimes -\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \varphi(\mathfrak{a}) \;\equiv\; \forall\Phi(\otimes\Phi(\xi) \supset \otimes -\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \Phi(\mathfrak{a})),$$

o teste sobre se "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" tem significado requer, além da aplicação de (D) uma aplicação de (B) e (A).[22] De acordo com (D) temos:

$$\otimes\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon) \;\equiv\; \forall\Phi(\otimes\Phi(\xi) \supset \otimes\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)).$$

Para o consequente, a saber, as expressões semânticas-alvo dependentes para "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$", temos, de acordo com o critério (B):

$$\begin{aligned}\otimes\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) \;\equiv\;& \forall X(\otimes X(\xi) \supset \otimes X(\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon))) \wedge \\ & \forall\Psi(\otimes\Psi(\xi,\zeta) \supset \otimes\Psi(\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon),\zeta) \wedge \otimes\Psi(\xi,\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon))).\end{aligned}$$

E para "$\Psi(\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon),\zeta)$" e "$\Psi(\xi,\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon))$" (note-se que ambas são expressões semanticamente dependentes para "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$") temos que

$$\begin{aligned}\otimes\Psi(\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon),\zeta) \;&\equiv\; \forall\Delta(\otimes\Delta \supset \otimes\Psi(\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon),\Delta)).\\ \otimes\Psi(\xi,\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)) \;&\equiv\; \forall\Delta(\otimes\Delta \supset \otimes\Psi(\Delta,\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon))).\end{aligned}$$

Frege precisa submeter à investigação sobre a significatividade apenas aqueles nomes de percursos de valores que resultam da inserção de nomes significativos de funções unárias de primeiro nível na posição para argumento de "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$". Ele chama estas últimas expressões *nomes legítimos de percursos de valores*†. Uma vez que "$-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$" e "$-\!\!\!-\!\!\top\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$" são consideradas como expressões significativas, podem então "$\grave{\varepsilon}(-\!\!\!-\!\!\!-\,\varepsilon)$" e "$\grave{\varepsilon}(-\!\!\!-\!\!\top\!\!\!-\!\!\!-\,\varepsilon)$" ser consideradas como nomes legítimos de percursos de valores. Para a investigação que está sendo realizada, devem também ser objetos de consideração os nomes de percursos de valores "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = -\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \mathfrak{a} = \mathfrak{a})$", "$\grave{\varepsilon}(\varepsilon = (\varepsilon = \varepsilon))$" e "$\grave{\varepsilon}\left(\begin{array}{l}-\!\!\top\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\,\varepsilon\\ \;\llcorner\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\,\mathfrak{a}\end{array}\right)$", uma vez que os respectivos símbolos para funções unárias (ou símbolos para conceitos) de primeiro nível "$\xi = -\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$", "$\xi = (\xi = \xi)$" e "$\begin{array}{l}-\!\!\top\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi\\ \;\llcorner\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\,\mathfrak{a}\end{array}$" podem ser compostas, segundo as regras de correta construção, exclusivamente a partir de símbolos primitivos que são comprovadamente significativos. E isto da seguinte maneira: (1) primeiro constrói-se um nome próprio "Δ" (por exemplo "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \mathfrak{a}$" através da inserção de "$-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$" na posição para argumento de "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \varphi(\mathfrak{a})$"). Em seguida obtém-se a partir de "$\xi = \zeta$" e de "Δ", através de duas aplicações da regra de inserção, o nome de valor de verdade* "$\Delta = \Delta$". A partir deste obtém-se, com o auxílio do primeiro princípio de abertura de lacunas, a expressão conceitual "$\xi = \xi$". Com "$\xi = \xi$" transforma-se "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \varphi(\mathfrak{a})$" no nome de valor de verdade* "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$". Através do preenchimento da posição para argumento indicada por "ζ" em "$\xi = \zeta$" com "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!- \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$" resulta finalmente

"$\xi = \;-\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\,\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$". (2) Primeiro constrói-se, segundo a forma descrita acima, "Δ" e "$\Delta = \Delta$". Coloca-se "Δ" na posição vazia indicada por "ξ" e "$\Delta = \Delta$" na posição vazia indicada por "ζ" em "$\xi = \zeta$", e obtém-se então, a partir de "$\Delta = (\Delta = \Delta)$", e através da utilização do primeiro princípio de abertura de lacunas, o nome de função "$\xi = (\xi = \xi)$". (3) Após ter construído, no primeiro estágio, o nome de valor de verdade* "$-\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\,\mathfrak{a}$" (veja-se acima), coloca-se este na posição para argumento ζ de "$\begin{array}{l}-\!\!\top\!\!-\xi\\ \;\;\llcorner\!-\zeta\end{array}$" e obtém-se assim "$\begin{array}{l}-\!\!\top\!\!-\!\!-\xi\\ \;\;\llcorner\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a}\end{array}$".

De acordo com Frege, deve-se testar, em concordância com o critério de significado (B), se um nome legítimo de percurso de valores "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$", quando colocado na posição para argumento de "$-\!\!-\xi$" e de "$-\!\!\!\top\!\!\!-\xi$", resulta sempre em um nome próprio significativo e, além disso, se através da inserção de "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$" na posição para argumento ξ ou ζ em "$\xi = \zeta$" e "$\begin{array}{l}-\!\!\top\!\!-\xi\\ \;\;\llcorner\!-\zeta\end{array}$" obtém-se sempre um nome significativo de função unária de primeira ordem. Frege restringe assim o primeiro passo da investigação segundo (B) em andamento à inserção de "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$" na posição vazia de nomes de funções primitivas unárias e binárias de primeira ordem. Paralelamente, Frege restringe o método sugerido para a determinação completa dos significados de nomes de percursos de valores no § 10 das GGA à fixação dos valores de funções *primitivas* para percursos de valores (e valores de verdade) como argumentos.

Frege procede então —claramente levando em conta as reflexões apresentadas no §10— de maneira a inserir um nome legítimo de percurso de valores "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$" primeiro na posição para argumento ξ ou ζ de "$\xi = \zeta$". A fim de decidir se os nomes de funções obtidos "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \zeta$" e "$\xi = \grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$" significam algo, deve-se testar, de acordo com o critério (A), se todo nome próprio proveniente dos dois nomes de funções pela inserção de um nome de valor de verdade* ou de um nome legítimo de percurso de valores em sua posição vazia tem um significado. Aqui Frege pode se basear no Axioma V e na estipulação adicional do § 10. Através de ambas estipulações tem-se garantido um significado para todo nome próprio da forma "$\Gamma = \Delta$" se "Γ" e "Δ" são nomes de percursos de valores ou nomes de valores de verdade*.[23] Com isto também se decide que sempre um nome próprio significativo (nome de valor de verdade*) resulta se inserirmos, na posição para argumento de "$\xi = (\xi = \xi)$", um nome legítimo de percurso de valores. Os nomes próprios assim construídos são sempre equações, em cujo lado esquerdo ocorre um nome legítimo de percurso de valores, e em cujo lado direito ocorre um nome de valor de verdade* da forma "$\Delta = \Delta$", ou seja, um nome do verdadeiro. O lado direito de uma equação como, por exemplo, "$\grave{\varepsilon}(-\!\!-\!\!-\varepsilon) = (\grave{\varepsilon}(-\!\!-\!\!-\varepsilon) = \grave{\varepsilon}(-\!\!-\!\!-\varepsilon))$" ou "$\grave{\varepsilon}(-\!\!\!\top\!\!\!-\varepsilon) = (\grave{\varepsilon}(-\!\!\!\top\!\!\!-\varepsilon) = \grave{\varepsilon}(-\!\!\!\top\!\!\!-\varepsilon))$" pode ser sempre substitída por "$\grave{\varepsilon}(-\!\!-\!\!-\varepsilon)$" devido à estipulação feita no § 10. Obtemos assim uma equação entre percursos de valores cujo valor de verdade pode ser determinado através do Axioma V; no primeiro caso uma equação verdadeira, e no segundo caso uma falsa. Uma vez que

$-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$ e $\xi = (\xi = \xi)$ são conceitos co-extensionais, sabe-se também sobre o nome de função "$-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$" que através da inserção de um nome legítimo de percurso de valores em sua posição para argumento produz sempre um nome de valor de verdade*, ou seja, sempre um nome significativo, de acordo com o pressuposto no início do § 31. Finalmente são "$-\!\!\!\top\!\!\!-\,\Delta$" e "$\begin{smallmatrix}-\!\!\!\top\!\!\!-\,\Gamma\\ \llcorner\!-\,\Delta\end{smallmatrix}$", de acordo com a determinação encontrada nos §§ 6 e 12, sempre nomes próprios significativos se os nomes próprios "$-\!\!\!-\!\!\!-\,\Gamma$" e "$-\!\!\!-\!\!\!-\,\Delta$" significam algo. Uma vez que isto é o caso, quando "Γ" e "Δ" são nomes legítimos de percursos de valores, obtém-se a partir das expressões funcionais "$-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi$" e "$\begin{smallmatrix}-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi\\ \llcorner\!-\,\zeta\end{smallmatrix}$" sempre nomes próprios significativos (nomes de valores de verdade*) quando se preenchem as posições para argumento com nomes legítimos de percursos de valores ou com nomes de valores de verdade*. Frege escreve:

> Vimos que cada um dos nomes simples de funções de primeira ordem '$-\!\!\!-\!\!\!-\,\xi$', '$-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi$', '$\begin{smallmatrix}-\!\!\!\top\!\!\!-\,\xi\\ \llcorner\!-\,\zeta\end{smallmatrix}$', '$\xi = \zeta$' até aqui considerados como significativos resultam em um nome significativo quando se tomam nomes significativos para as posições para argumento. Os nomes legítimos de percursos de valores podem assim ser aceitos em nosso círculo de nomes significativos. Com isso, no entanto, decide-se também para o nosso nome de função '$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$' que apenas quando o nome de uma função unária de primeira ordem for significativo segue-se que o nome próprio resultante de sua inserção em '$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$' significa algo (GGA I, 50).

De acordo com o procedimento no § 31 das GGA, nomes legítimos de percursos de valores têm assim significado apenas no contexto de uma sentença; seu significado consiste em sua contribuição para a determinação do significado do nome de valor de verdade* onde ocorrem como parte. Com isto, no entanto, é também válido que apenas está assegurado um significado à expressão funcional "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" no contexto de um nome de valor de verdade*, do qual um nome "$\grave{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$", composto a partir de "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" e um nome significativo de função unária de primeira ordem, forma uma parte.

Notas

† A tradução do alemão ao português, examinada e autorizada por mim, deve-se a meu amigo Marco Ruffino (U.C.L.A.) a quem expresso aqu meu cordial agradecimmento. Graças tambén a Uwe Lück.

†† "Completude com relação ao significado" traduz aqui o termo alemão "*Bedeutungsvollständigkeit*". Um sistema é completo com relação ao significado se todas as expressões bem formadas do mesmo têm um significado. (Nota do tradutor)

1 Veja-se o esboço em Schirn 1983a.

† "Descrição definida" traduz aqui o termo técnico "*Kennzeichnung*". (Nota do tradutor)

2 Frege concebe conceitos e relações como casos especiais de funções. Um conceito é uma função unária, cujo valor para cada argumento apropriado é um dos valores de verdade; uma relação é uma função binária, cujo valor para dois argumentos adequados é sempre um valor de verdade. Nestas elucidações se pressupõe que o conceito ou a relação satisfaz a exigência de ser precisamente delimitado.

3 Utilizo aqui a expressão "nome de valor de função" em um sentido sintático estrito. Um nome de valor de função resulta sempre da saturação de uma expressão funcional, contendo assim pelo menos um nome de função como expressão parcial. Em um sentido estendido, o nome do valor de uma função para um argumento apropriado pode também ser um nome simples. Por exemplo, o símbolo simples "4", assim como o nome complexo "2^2", é um nome do valor da função ξ^2 para o argumento 2.

4 Posições vazias de primeiro tipo são apropriadas para nomes próprios; posições de segundo tipo são adequadas para nomes de funções unárias de primeira ordem, e posições vazias de terceiro tipo são adequadas para nomes de funções binárias de primeira ordem. Veja-se GGA I, 40 ss.

5 Um exemplo simples pode deixar isto claro. No nome de valor de verdade "$\Delta = \Delta$" (e aqui "Δ" simboliza um nome próprio bem formado; veja-se GGA I, 9, nota 3) podem-se, utilizando a primeira regra de abertura de lacunas, construir as expressões conceituais "$\xi = \Delta$", "$\Delta = \xi$", "$\xi = \xi$" e a expressão funcional "ξ". No último caso, a letra "ξ" deve apenas servir para se reconhecer a posição de primeiro tipo para argumento. "A função aqui designada tem a propriedade de o seu valor coincidir com o argumento, qualquer que este seja" (GGA I, 43). Também de acordo com a segunda e terceira regras podem-se construir eventualmente diferentes símbolos para funções a partir do mesmo nome primariamente dado. A diferença aqui, obviamente, é que o nome eliminado não pode nunca coincidir com o nome primariamente dado, mas deve sempre formar uma parte do mesmo.

6 Por economia de parênteses, fica estipulado que $\wedge$ tem prioridade sobre $\supset$, e que ambos operadores têm prioridade sobre $\equiv$.

7 Estritamente falando, deveríamos dizer: "que o nome próprio resultante de sua inserção na(s) posição(ões) para argumento do nome de nossa função de segunda ordem tem um significado".

† "Expressões semânticas-alvo" traduz aqui o termo *"semantische Zielausdrücke"*. (Nota do tradutor)

8 "Os nomes assim construídos podem ser utilizados da mesma maneira para a construção subsequente de nomes, e todos os nomes assim resultantes são significativos se os nomes primariamente dados também o são" (GGA I, 47).

9 Sobre este tópico, veja-se Thiel 1965, 74-84; 1975. Veja-se também a carta de Frege a Russell de 22.6.1902 (WB, 212-215).

† A diferenciação que o autor faz entre *"Name eines Wahrheitswertes"* e *"Wahrheitswertname"* dificilmente encontra um bom correspondente linguístico no português. Para fazer jus a esta distinção, no entanto, eu farei o termo "nome de valor de verdade" seguir-se do sinal "*" quando o termo for empregado no sentido de *"Wahrheitswertname"*. (Nota do tradutor)

10 Nomes de valores de verdade*, no sentido em que eu aqui emprego o termo, formam uma categoria sintática de nomes de objetos na linguagem formal de Frege. Para que um nome próprio seja um nome de valor e verdade*, é necessário que, na última etapa de sua construção, este seja formado ou pela colocação de uma expressão-argumento admissível na posição para argumento de uma expressão conceitual, ou da inserção, numa operação em dois estágios, de expressões-argumento adequadas nas posições para argumentos de uma expressão relacional. Nomes de valores de verdade* são assim nomes de valores de conceitos ou relações para argumentos adequados; estes nomes têm assim a estrutura sintática de sentenças. Uma vez que nomes de valores de verdade devem primeiro ser construídos a partir de nomes de funções primitivas, temos então pressuposto algo que deveria ser demonstrado, a saber, que os nomes primitivos são

significativos. Não vou aqui discutir o problemática da circularidade do procedimento Fregeano.

11 "Toda sentença assertiva, no que diz respeito ao significado de suas palavras, deve também ser concebida como nome próprio, e o seu significado, caso tenha um, é ou o verdadeiro ou o falso. Estes dois objetos são reconhecidos, ainda que tacitamente, por todo aquele que afirma que algo é verdadeiro; mesmo pelo cético" (KS, 149).

12 Veja-se GLA, 80, nota 117. Sobre a problemática ligada a este ponto, veja-se Schirn 1983c.

13 Veja-se a análise pormenorizada em Thiel 1976 e Schirn 1994 e 1996b.

14 Veja-se neste contexto KS, 201 ss. Lá Frege rejeita como insustentável a identificação operada por Schröder entre um indivíduo e a classe unitária que o contém, uma vez que esta identificação conduz a contradições. Veja-se também a crítica à estipulação Fregeana em Schirn 1994.

15 Deve-se fazer uma diferenciação entre sentença no sentido de *sentença da escrita conceitual* e nome de valor de verdade* no sistema das GGA. Cada um dos nomes de objetos possíveis neste sistema que têm a forma sintática de uma sentença assertiva denota, de fato, um valor de verdade e expressa um pensamento, mas não contém nunca um juízo, isto é, o reconhecimento da verdade de um pensamento. A fim de se expor o juízo, isto é, a fim de se poder julgar que um nome de valor de verdade significa o verdadeiro (a afirmação é a manifestação do juízo), Frege introduz no § 5 das GGA o traço vertical "$|$". Frege denomina *sentença da escrita conceitual* ou simplesmente *sentença* a apresentação, na escrita conceitual, de um juízo através do símbolo "$\vdash\!\!—$" composto do traço horizontal "$—$" e do traço de juízo. Uma sentença "$\vdash\!\!—\Delta$" da escrita conceitual composta pelo traço de juízo como portador da força assertiva e de um nome de valor de verdade* da forma "$—\Delta$" não denota nada, mas apenas manifesta o reconhecimento da verdade do pensamento expresso por "$—\Delta$", isto é, afirma que este nome significa o verdadeiro (veja-se GGA I, §§ 5, 26, 32; KS, 137). A fim de esclarecer este ponto, temos a estipulação adicional de que todo nome de objeto da linguagem artificial das GGA que não tenha a forma do nome de um valor de verdade* é transformado em um nome de valor de verdade* através de sua introdução na posição vazia de "$—\xi$". Um nome de valor de verdade* como, por exemplo "$\Gamma = \Delta$" transforma-se, através da anteposição do traço horizontal, em um *novo* nome de valor de verdade*, enquanto que isto não ocorre para, por exemplo, "$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\mathfrak{a}$". Pois o traço horizontal à esquerda (mas também qualquer um à direita) do semi-circulo "$\smile$" deve ser concebido como traço horizontal no sentido já exposto anteriormente, e com a fusão do traço horizontal passa-se de "$—(-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\mathfrak{a})$" a "$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}-\mathfrak{a}$". Veja-se a este respeito GGA I, §§ 8, 48. Utilizo, no que se segue, o termo "sentença" como equivalente a "nome de valor de verdade*"; isto resulta claro do contexto. Caso esteja me referindo a uma sentença da escrita conceitual, isto será explicitamente indicado.

16 Para uma descrição do método de divisão do pensamento em partes de pensamento, veja-se NS, 203 ss., 216 ss., 273 ss; WB, 164, 224; KS, 173. Veja-se ainda Schirn 1983b, 1983d, 1984, 1992a, 1992b, 1996c. Segundo Frege, pensamentos existem independentemente de terem sido em algum momento apreendidos ou expressos por alguém (veja-se, por exemplo, KS, 123; NS, 87, 140, 144 ss., 160, 214). A divisão de um pensamento em partes de pensamento, no entanto, nunca se dá independentemente da linguagem; ela depende sempre da divisão de uma sentença que a expressa em partes de sentença. Pensamentos não podem nunca ser divididos em sua próprio esfera. O mesmo corresponde para a sua caracterização metafórica como completos ou saturados. A diferenciação sintática *saturado-insaturado* encontrada ao nível dos símbolos é simplesmente transportada por Frege para os níveis do sentido e do significado. Portanto apenas quando o pensamento (que é em si mesmo de natureza não-sensível) veste-se com

a roupagem sensível da sentença pode este então ser caracterizado como saturado. Consequentemente, pode-se apenas falar de partes saturadas ou insaturadas do pensamento com base nas correspondentes expressões saturadas (sem posições vazias) ou insaturadas (com pelo menos uma posição vazia). Finalmente, não é em si mesmo que o pensamento é singular, mas apenas com relação a uma forma possível de analisá-lo. "É possível que um mesmo pensamento apareça como particular com relação a uma outra divisão" (NS, 203; veja-se, por exemplo, também NS, 218; KS,173).

17 O fato de que certos termos para percursos de valores e termos para descrições definidas concordam semanticamente com nomes de valores de verdade*, de que eles também designam um valor de verdade, está baseado simplesmente nas estipulações especiais que Frege faz nos §§ 10 e 11 das GGA. *Todo* nome de valor de verdade* fornece, quando substituído na posição vazia da expressão conceitual "$—\xi$", um nome próprio com o mesmo significado (o qual pode ser, obviamente, idêntico ao primeiro). Apenas alguns dos termos para percursos de valores e termos para descrições definidas na linguagem formal de Frege possuem esta propriedade, a saber, apenas aqueles que significam ou o verdadeiro ou o falso. Cada termo para percurso de valores ou para descrição definida que, de acordo com a estipulação Fregeana, designa um dos valores de verdade, designa ao mesmo tempo ou a classe unitária do verdadeiro ou a do falso.

18 "Uma tal marca coverte-se, no entanto, no nome de um valor de verdade através da introdução de uma letra germânica no lugar da letra latina, precedida do semi-círculo, de acordo com o procedimento descrito no § 17" (GGA I, 50). Um nome de valor de verdade* da forma "$—\Delta$" espressa o pensamento de que as condições sob as quais este nome significa o verdadeiro são satisfeitas.

19 Veja-se também Dummett 1991a, 230 ss. e 1991b, 209 ss. Aqui Dummett concede que nomes de valores de verdade têm um papel especial na teoria do sentido das GGA.

20 Para a determinação do significado de uma expressão (no sentido técnico Fregeano) como papel semântico ou como valor semântico, veja-se Dummett 1976, 459 ss.; 1981a, 89-91, 189-192, 198-203, 401-410, 426-429; 1981b, cap.7.

21 As expressões semânticas-alvo (ε) para o nome de função de terceira ordem usada unicamente no sistema das GGA são sempre nomes de valores de verdade*.

22 Não quero aqui abordar as razões para o fracasso da prova do significado para "$\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$". Veja-se as análises de Bartlett 1961, 72 ss.; Thiel 1965, 82 ss.; 1975, 151 ss., F. von Kutschera 1989, 125 ss., Resnik 1986; Dummett 1991b, 217.

† "Nome legítimo de percurso de valores" traduz aqui o termo *"rechter Wertverlaufsname"* empregado por Frege. (Nota do tradutor)

23 Aqui pode surgir a seguinte questão: não se deveria seguir desta estipulação que um nome legítimo de percurso de valores como "$\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon)$", por exemplo, tem um significado? Pois quando se assegura um significado a uma expressão composta, então devem também ser significativas as suas partes semanticamente relevantes. No caso abaixo, por exemplo, deveria, ao que parece, valer o seguinte:

$$\otimes\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) = -\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\mathfrak{a} \supset \otimes\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \wedge \otimes -\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\mathfrak{a} \wedge \otimes\xi = \zeta\ ;$$

$$\otimes\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \supset \otimes\neg\,\xi \wedge \otimes\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)\ ;$$

$$\otimes -\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\mathfrak{a} \supset \otimes\neg\,\xi \wedge \otimes -\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\varphi(\mathfrak{a}).$$

De acordo com Frege, no entanto, $\otimes\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon)$ (e consequentemente $\otimes\grave{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$) segue-se apenas de, por exemplo,

$$\otimes\grave{\varepsilon}(-\varepsilon) = \grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \wedge \otimes\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) = -\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\mathfrak{a} \wedge \otimes -\,\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \wedge$$

$$\otimes\neg\,\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \wedge \otimes\begin{array}[t]{l} \top\!\!-\,\grave{\varepsilon}(-\,\varepsilon) \\ \llcorner\,\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon) \end{array} \wedge \otimes\begin{array}[t]{l} \top\!\!-\,\grave{\varepsilon}(\neg\,\varepsilon). \\ \llcorner\,\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg\,\mathfrak{a} \end{array}$$

BIBLIOGRAFIA

Bartlett, J.M.: 1961, *Funktion und Gegenstand. Eine Untersuchung in der Logik Gottlob Freges*, München.

Dummett, M.: 1976, 'Frege as a Realist', *Inquiry* 19, 455-468.

Dummett, M.: 1981a, *Frege: Philosophy of Language*, segunda edição, London.

Dummett, M.: 1981b, *The Interpretation of Frege's Philosophy*, London.

Dummett, M.: 1991a, *Frege and Other Philosophers*, Oxford.

Dummett, M.: 1991b, *Frege: Philosophy of Mathematics*, London.

Frege, G.: GLA, *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau, 1884, reimpressão Darmstadt e Hildesheim, 1961.

Frege, G.: GGA, *Grundgesetze der Arithmetik, Begriffsschriftlich abgeleitet*, Vol. I, Jena, 1893 Vol. II, Jena 1903, reimpressão Darmstadt e Hildesheim 1962.

Frege, G.: KS, *Kleine Schriften*, ed. I. Angelelli, Hildesheim 1967.

Frege, G.: NS, *Nachgelassene Schriften,* ed. H. Hermes, F. Kambartel e F. Kaulbach, Hamburg 1969.

Frege, G.: WB, *Wissenschaftlicher Briefwechsel,* ed. G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, C. Thiel e A. Veraart, Hamburg 1976.

Kutschera, F. v.: 1989, *Gottlob Frege. Eine Einführung in sein Werk*, Berlin, New York.

Resnik, M.D.: 1980, *Frege and the Philosophy of Mathematics*, Ithaca, London.

Resnik, M.: 1986, 'Frege's Proof of Referentiality', em L. Haaparanta, J. Hintikka (ed.): *Frege Synthesized*, Dordrecht, 177-195.

Schirn, M. (ed.): 1976, *Studien zu Frege — Studies on Frege*, I-III, Stuttgart-Bad Cannstatt.

Schirn, M.: 1983a, Resenha de Dummett (1981a), *Archiv für Geschichte der Philosophie* 65, 210-217.

Schirn, M.: 1983b, Resenha de Dummett (1981b), *Erkenntnis* 20, 243-251.

Schirn, M.: 1983c, 'Begriff und Begriffsumfang. Zu Freges Anzahldefinition in den *Grundlagen der Arithmetik*', *History and Philosophy of Logic* 4, 117-143.

Schirn, M.: 1983d, 'Juicio, concepto y curso de valores', *Diálogos* 42, 187-216.

Schirn, M.: 1984, 'Sluga über Freges These der Priorität von Urteilen gegenüber Begriffen', *Archiv für Geschichte der Philosophie* 66, 194-215.

Schirn, M.: 1987, 'Logik, Mathematik und Erkenntnistheorie', *Archiv für Geschichte der Philosophie* 69, 92-109.

Schirn, M.: 1988, Resenha de G. Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl,* edição centenaria, ed. C. Thiel, Hamburg, 1986, *The Journal of Symbolic Logic* 83, 993-999.

Schirn, M. 1992a: 'Gottlob Frege', em M. Dascal, D. Gerhardus, K. Lorenz, G. Meggle (eds.): *Philosophy of Language. An International Handbook of Contemporary Research*, Berlin, New York, 467-494.

Schirn, M.: 1992b, 'El método de la descomposición de pensamientos en Frege', *Análisis Filosófico* 12, 31-41.

Schirn, M.: 1994, 'Frege y los nombres de cursos de valores', *Theoria* 21, 109-133.

Schirn, M. (ed.): 1996a, *Frege: Importance and Legacy*, Berlin, New York.

Schirn, M.: 1996b, 'Introduction: Frege on the Foundations of Arithmetic and Geometry', em Schirn 1996a, 1-42.

Schirn, M.: 1996c, 'On Frege's Introduction of Cardinal Numbers as Logical Objects', em Schirn 1996a, 114-173.

Thiel, C.: 1965, *Sinn und Bedeutung in der Logik Gottlob Freges*, Meisenheim am Glan.

Thiel, C.: 1975, 'Zur Inkonsistenz der Fregeschen Mengenlehre', em C. Thiel (ed.), *Frege und die moderne Grundlagenforschung. Symposium gehalten in Bad Homburg im Dezember 1973*, Meisenheim am Glan, 134-159.

Thiel, C.: 1976, 'Wahrheitswert und Wertverlauf. Zu Freges Argumentation im § 10 der "Grundgesetze der Arithmetik"', em Schirn 1976, Vol. I *Logik und Philosophie der Mathematik - Logic and Philosophy of Mathematics,* 287-299.

Matthias Schirn is Professor of Philosophy at the University of Munich. He has been a Visiting Lecturer in Oxford and Cambridge, and a Visiting Professor in Minneapolis, Campinas, Buenos Aires, Mexico City, Santiago de Compostela, and other universities in Europe and North and South America. He has published widely on topics in the philosophies of language, logic and mathematics, and in epistemology. His books *Gottlob Frege: Grundlagen der Logik und Mathematik*, and *Frege: Importance and Legacy* (ed.) are forthcoming from de Gruyter (Berlin, New York), and his book *Philosophy of Mathematics Today* (ed.) is forthcoming from Oxford University Press (Oxford).