

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

# MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

# TRABAJO FIN DE MÁSTER

# SIMULACIÓN/VALIDACIÓN DE CORRIENTES DE EDDY PARA OBTENER AMORTIGUAMIENTO VISCOSO

**Estudiante** Gil Inchaurza, Mónica **Director** Lamikiz Mentxaka, Aitzol

**Departamento** Departamento de Ingeniería Mecánica

Curso académico 2019-2020

#### **RESUMEN**

#### Resumen

Este proyecto se desarrolla en el marco del sector de la máquina-herramienta, especialmente en el ámbito de los procesos de mecanizado con arranque de viruta. En este contexto, la presencia de vibraciones autoexcitadas limita las prestaciones de las máquina-herramienta. Siendo uno de los principales problemas abordado en las investigaciones actuales, algunos métodos de supresión de *chatter* han conseguido presentarse como una solución en el entorno industrial: la amortiguación pasiva, amortiguación activa, variación de la velocidad del husillo y ajuste de condiciones según lóbulos de estabilidad son algunos ejemplos.

El amortiguador pasivo se presenta como una solución para incrementar la rigidez dinámica del sistema y así, mejorar la estabilidad del proceso. Con este proyecto se busca validar teórico-experimentalmente el uso de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso. En concreto, aunque podría ser empleado en otras aplicaciones, este amortiguamiento resulta necesario para el correcto funcionamiento de los amortiguadores pasivos. La validación de la solución planteada se sustenta en un análisis de la dependencia del amortiguamiento con respecto a variables tanto geométricas como dinámicas y el desarrollo de un banco de ensayos que permita corroborar experimentalmente las observaciones teóricas realizadas.

**Palabras clave**: chatter, vibraciones autoexcitadas, amortiguamiento, corrientes de Eddy

#### Laburpena

Proiektu hau makina erramintaren sektorean barruan garatu da, batez ere txipa kentzeko mekanizazio prozesuen eremuan. Testuinguru horretan, auto-kitzikatutako bibrazioak presentziak makina-erremintaren errendimendua mugatzen du. Gaur egungo ikerketetan jorratutako arazo nagusietako bat izanik, *chatter* kentzeko metodo batzuek industria ingurunean irtenbide gisa aurkeztea lortu dute: moteltze pasiboa, moteltze aktiboa, ardatzaren abiaduraren aldakuntza eta baldintzak egonkortasun lobuluen arabera egokitzea adibide batzuk dira.

Moteltze pasiboa sistemaren zurruntasun dinamikoa areagotzeko aurkezten da eta horrela, prozesuaren egonkortasuna hobetzen da. Proiektu honek Eddy korronteen erabilera moteltze likatsua lortzeko teoriko-esperimentalki balioztatu nahi du. Zehazki, moteltze hori beharrezkoa da motelgailu pasiboen funtzionamendu zuzenerako, nahiz eta beste aplikazio batzuetan erabil litekeen. Proposatutako soluzioaren baliozkotzeak aldagai geometrikoek eta dinamikoekiko moteltasunak duen mendekotasunaren analisian eta egindako behaketa teorikoen berrespena esperimentala ahalbidetzen duen saiakuntza bankua gartzean oinarritzen da.

Hitz gakoak: chatter, auto-kitzikatutako bibrazioak, moteltze, Eddy korronteak

#### Summary

This project is develop within the framework of the machine tool sector, especially in the field of machining processes with chip removal. In this context the presence of self-excited vibrations limits the performance of machine tools. Being one of the main problems addressed in current research, some *chatter* suppression methods have managed to present themselves as a solution in the industrial environment: passive damping, active damping, Spindle Speed Variation and the adjustment of conditions according to stability lobes are some examples.

The passive damper is presented as a solution to increase the dynamic rigidity of the system and thus, improve the stability of the process. This projects seeks to validate theoretically and experimentally the use of Eddy currents in order to obtain viscous damping. Being very useful in passive dampers for *chatter* avoidance, it can be used in several applications within the machine-tool industry. The validation of the proposed solution is based on an analysis of the damping dependence with both geometric and dynamic variables and the development of a test bench which allows experimental corroboration of the theoretical observation.

**Key words:** chatter, self-excited vibrations, damping, Eddy currents.

# ÍNDICE

1.	LIST	ISTA DE FIGURAS, TABLAS Y ACRÓNIMOS6			
2.	2. MEMORIA				
2	2.1. INTRODUCCIÓN				
2	2.2. CONTEXTO			. 17	
2	2.3.	.3. OBJETIVOS Y ALCANCE			
2	2.4. BENEFICIOS				
2	2.5.	ANÁ	ÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE	. 20	
	2.5.	1.	CHATTER: UN PROBLEMA INDUSTRIAL	. 20	
	2.5.	2.	MÉTODOS ESTRUCTURALES PASIVOS	. 28	
	2.5.	3.	AMORTIGUAMIENTO	. 34	
	2.5.	4.	CORRIENTES DE EDDY	. 35	
2	2.6.	FUN	IDAMENTOS TEÓRICOS	. 40	
	2.6.	1.	DINÁMICA ESTRUCTURAL	. 40	
	2.6.	2.	ELECTROMAGNETISMO	. 53	
2	2.7.	ANÁ	ÁLISIS DE RIESGOS	. 56	
2	2.8.	DES	CRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA	. 61	
3.	ME	TODO	OLOGÍA	. 63	
3	3.1.	DES	CRIPCIÓN DE FASES Y TAREAS	. 63	
3	3.2.	ME	TODOLOGÍA Y DESCRIPCIÓN DE EQUIPOS	. 68	
3	3.3.	DIA	GRAMA GANTT	. 72	
3	3.4.	DIM	TENSIONAMIENTO DEL BANCO DE CORRIENTES DE EDDY	. 75	
	3.4.	1.	INTRODUCCIÓN AL SOFTWARE CAE	. 77	
	3.4.	2.	DIMENSIONAMIENTO DEL MÓDULO DE CORRIENTES DE EDDY	. 80	

	3.4.3.	DISEÑO DEL BANCO DE ENSAYOS	91
3.	.5. PL	AN DE PROYECTO	100
3.	.6. DE	SCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS	102
	3.6.1.	ANÁLISIS TEÓRICO	102
	3.6.2.	VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	110
	3.6.3.	CORRELACIÓN ENTRE LOS CÁLCULOS TEÓRICOS Y LOS	RESULTADOS
	EXPERII	MENTALES	127
4.	ASPECT	OS ECONÓMICOS	131
4.	1. PR	ESUPUESTO	131
5.	CONCL	USIONES	134
BIBL	IOGRAF	ÍA	136
ANE	XO I. AN	MPLIACIÓN DE LOS CÁLCULOS DINÁMICOS	139
ANF	XO II PI	ANOS	142

## 1. LISTA DE FIGURAS, TABLAS Y ACRÓNIMOS

#### **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1. Fenómenos físicos del proceso de corte [1]	26
Figura 2. Esquema representativo del (a) Absorbedor de Vibraciones Dinámicas (DVA)	) у
del (b) Amortiguador de Masa Sintonizado (TMD) [4]2	28
Figura 3. Curvas de resonancia del movimiento del sistema principal sintonizado a u	un
TMD con un ratio de masa de 1/4 [7]	29
Figura 4. Esquema representativo del amortiguador Skyhook [4]	32
Figura 5. Esquema representativo de la generación de corrientes de Eddy debido	al
movimiento de un material conductor en el seno de un campo magnético uniforme [1	8]
	36
Figura 6. Esquema representativo de la (a) disposición normal de imanes permanent	es
y la (b) disposición estándar de Halbach [22]	37
Figura 7. Esquema representativo de la disposición del doble vector Halbach [22] 3	38
Figura 8. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad no amortiguad	do
	42
Figura 9. Respuesta de un sistema masa-resorte	43
Figura 10. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad amortiguad	do
	43
Figura 11. Respuesta de un sistema masa-amortiguador-resorte para distintos valor	es
de amortiguamiento relativo [25]	46
Figura 12. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad amortiguad	do
sometido a la acción de una fuerza exterior variable	47
Figura 13. Desfase angular en función del ratio de sintonización en un sistema mas	a-
amortiguador-resorte para distintos valores del amortiguamiento relativo4	48

Figura 14. Factor de amplificación dinámica en función del ratio de sintonización en un
sistema masa-amortiguador-resorte para distintos valores del amortiguamiento relativo
Figura 15. Esquema representativo de un sistema de dos grados de libertad amortiguado
sometido a una fuerza exterior variable
Figura 16. Esquema principal de la generación de corrientes de Eddy 54
Figura 17. Esquema representativo del módulo de corrientes de Eddy 61
Figura 18. Esquema representativo del banco de ensayos
Figura 19. Diagrama Gantt
Figura 20. Esquema representativo del módulo de corrientes de Eddy 75
Figura 21. Esquema representativo del banco de ensayos
Figura 22. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8 $\mu m$ y una frecuencia
de 20 Hz definiendo un mallado con elementos triangulares
Figura 23. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8 $\mu m$ y una frecuencia
de 20 Hz definiendo un mallado con elementos prismáticos
Figura 24. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de (azul) 8 $\mu$ m; (rojo) 40
$\mu m$ ; (verde) 80 $\mu m$ y una frecuencia de 20 Hz definiendo un mallado con elementos
triangulares y baja densidad de elementos
Figura 25. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8 $\mu m$ y una frecuencia
de (azul) 20 Hz; (rojo) 60 Hz; (verde) 200 Hz definiendo un mallado con elementos
triangulares y alta densidad de elementos
Figura 26. (Azul) Desplazamiento; (rojo) Velocidad y (verde); Fuerza electromagnética
para una excitación de 5 $\mu$ m de amplitud a una frecuencia de 20 Hz 82
Figura 27. Curva FRF de un sistema de un grado de libertad con una masa de 30 kg,
diferentes modos de suspensión a) 30 Hz; b) 70 Hz; c) 150 Hz y amortiguamiento (azul)
5.804 N·s/m; (rojo) 4.775 N·s/m; (amarillo) 3.226 N·s/m; (morado) 1.908 N·s/m 88

Figura 28. Distribución de la densidad de flujo magnético en el módulo de corrientes de Eddy
Figura 29. Distribución del campo magnético en el módulo de corrientes de Eddy 89
Figura 30. Efecto <i>skin depth</i> en función de la frecuencia de excitación
Figura 31. Banco ensayos
Figura 32. Módulo de imanes: (a) conjunto y (b) disposición imanes
Figura 33. Magnitud del desplazamiento de los modos de vibración de la estructura empleando flexos de espesor 0,8 mm: (a) modo 1: suspensión de la masa móvil; (b)
modo 2: vuelco de la masa móvil; (c) modo 3: flexión del cobre; (d) modo 4: flexión del cobre
Figura 34. Magnitud del desplazamiento del modo de suspensión de la masa móvil empleando flexos de espesor (a) 0,8 mm; (b) 1,5 mm y (c) 2,5 mm
Figura 35. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación para diferentes valores de la distancia entre imanes: (a) Espesor de cobre: 6 mm; (b) Espesor de cobre: 3 mm
Figura 36. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación para diferentes valores del espesor de cobre: (a) Distancia entre imanes: 11 mm; (b) Distancia entre imanes: 7 mm
Figura 37. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación: (cian) Distancia Imanes: 11 mm / Espesor cobre: 6 mm; (magenta) Distancia Imanes: 11 mm / Espesor cobre: 3 mm; (azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 3 mm; (verde) Distancia Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm
Figura 38. Lay out: imanes
Figura 39. Lay out: módulo imanes
Figura 40. Lay out: estructura I
Figura 41. Lay out: guías lineales

Figura 42. Lay out: estructura II
Figura 43. Lay out: unión a la bancada en los ensayos con flexos de (a) 1,5 mm y (b) 2,5
mm de espesor
Figura 44. Lay out: shaker
Figura 45. Escenario A: señales experimentales ante una fuerza de excitación de 5 N a
30 Hz: (azul) Fuerza electromagnética; (verde) Fuerza de excitación y (rojo) Aceleración
Figura 46. Escenario A: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de
excitación empleados flexos de espesor (azul) 0,8 mm; (rojo) 1,5 mm y (verde) 2,5 mm;
() Tendencia exponencial
Figura 47. Escenario A: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de
excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a) 0,8
mm; (b) 1,5 mm y (c) 2,5 mm
Figura 48. Escenario B: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de
excitación empleado flexos de espesor (azul) 0,8 mm y (rojo) 1,5 mm; () Tendencia
exponencial
Figura 49. Escenario B: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de
excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a) 0,8
mm y (b)1,5 mm
Figura 50. Escenario C: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de
excitación empleado flexos de espesor (rojo) 1,5 mm y (verde) 2,5 mm; () Tendencia
exponencial
Figura 51. Escenario C: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de
excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a)1,5
mm y (b) 2,5 mm
Figura 52. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación
para diferentes valores de (a) la distancia entre imanes y (b) el espesor de cobre 126

Figura 53. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación:
(azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm /
Espesor cobre: 3 mm; (verde) Distancia Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm; (■)
Valores teóricos; (●) Valores experimentales; (···) Tendencia valores teóricos; ()
Tendencia valores experimentales
Figura 54. Desviación de los resultados experimentales respecto a los valores teóricos
con respecto a la frecuencia de excitación: (azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor
cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: mm; (verde) Distancia
Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm; () Tendencia de la desviación
Figura 55. Magnitud del desplazamiento de los modos de vibración de la estructura
empleando flexos de espesor 0,8 mm y eliminando las guías lineales: (a) modo 1:
suspensión de la masa móvil; (b) modo 2: vuelco de la masa móvil; (c) modo 3: flexión
del cobre; (d) modo 4: flexión del cobre

### **LISTA DE TABLAS**

Tabla 1. Matriz probabilidad-impacto56
Tabla 2. Evaluación de la probabilidad-impacto de los riesgos 58
Tabla 3. Plan de contingencia59
Tabla 4. Planificación del proyecto74
Tabla 5. Dimensiones del módulo de corrientes de Eddy analizado en e
Tabla 6. Amortiguamiento [N·s/m] en función de la amplitud y frecuencia de desplazamiento
Tabla 7. Dimensiones del módulo de corrientes de Eddy
Tabla 8. Valor del amortiguamiento en función de la frecuencia de excitación para ur desplazamiento de 5 μm
Tabla 9. Efecto <i>skin depth</i> en función de la frecuencia de excitación 90
Tabla 10. Lista de despiece del banco de ensayos92
Tabla 11. Lista de despiece del módulo de imanes92
Tabla 12. Frecuencia de cada modo de vibración de la estructura en función del espeso de los flexos
Tabla 13. Plan de pruebas: escenarios
Tabla 14. Plan de pruebas: modos de suspensión
Tabla 15. Plan de pruebas: frecuencias de excitación101
Tabla 16. Plan de pruebas: amplitud de excitación101
Tabla 17. Escenario A: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] cor respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 18. Escenario B: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] cor
respecto a la velocidad y frecuencia de excitación103

Tabla 19. Escenario C: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con
respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 20. Escenario D: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con
respecto a la velocidad y frecuencia de excitación106
Tabla 21. Escenario E: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con
respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 22. Escenario A: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento
[N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 23. Escenario B: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento
[N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 24. Escenario C: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento
[N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación
Tabla 25. Comparativa teórico-experimental del valor medio del amortiguamiento
[N·s/m] en función de la frecuencia de excitación para diferentes valores del espesor de
cobre y la distancia entre imanes
Tabla 26. Presupuesto del proyecto
Tabla 27. Frecuencia [Hz] de cada modo de vibración de la estructura sin guías lineales
en función del espesor de los flexos

### LISTA DE ACRÓNIMOS

#### Acrónimos

$\boldsymbol{A}$	[m <sup>2</sup> ]	Área del conductor atravesada por el campo magnético
В	[T]	Densidad de flujo magnético
c	[N·s/m]	Amortiguamiento de un sistema de un grado de libertad
$c_1$	[N·s/m]	Amortiguamiento del sistema principal / estructura
$c_2$	[N·s/m]	Amortiguamiento del sistema secundario / TMD
<u></u> <del>c</del>	[N·s/m]	Amortiguamiento crítico
$C_o$	[-]	Coeficiente adimensional
D	[-]	Factor de amplificación dinámica
E	[V/m]	Intensidad de campo eléctrico
	[N/m]	Módulo de Young
f	[Hz]	Frecuencia
	[N]	Fuerza de excitación
$f_0$	[N]	Amplitud de la fuerza de excitación
G	[-]	Amplitud normalizada de la respuesta estacionaria de un
		sistema de un grado de libertad
h	[m]	Altura
H	[A/m]	Intensidad de campo magnético
$H(\omega)$	[m/N]	Función de Respuesta en Frecuencia (FRF)
I	[m <sup>4</sup> ]	Momento de inercia
j	$[A/m^2]$	Densidad de corriente
k	[N/m]	Rigidez de un sistema de un grado de libertad
L	[m]	Longitud
m	[kg]	Masa de un sistema de un grado de libertad
$m_1$	[kg]	Masa del sistema principal / estructura
$m_2$	[kg]	Masa del sistema secundario / TMD
M	[A/m]	Intensidad de magnetización
N	[-]	Número de espiras del conductor

r	[-]	Ratio entre la frecuencia de excitación y la frecuencia de la
		estructura $(\overline{\omega}/\omega_1)$
S	[s <sup>-1</sup> ]	Raíces de la ecuación característica
S	[m²]	Superficie del conductor que atraviesa el campo magnético
t	[s]	Tiempo
	[m]	Espesor
T	[s <sup>-1</sup> ]	Periodo
$\boldsymbol{v}$	[m/s]	Velocidad
x	[m]	Desplazamiento
X	[m/s <sup>2</sup> ]	Amplitud del desplazamiento
$x_0$	[m]	Desplazamiento inicial
$X_{est}$	[m]	Desplazamiento estático
$\dot{\boldsymbol{x}}$	[m/s]	Velocidad
$\dot{x}_0$	[m/s]	Velocidad inicial
χ̈́	[m/s <sup>2</sup> ]	Aceleración
β	[-]	Ratio de frecuencia / Ratio de sintonización $(\omega_2/\omega_1)$
$oldsymbol{\delta}_s$	[m]	Skin depth
ζ	[-]	Amortiguamiento relativo de un sistema de un grado de
		libertad
$\zeta_1$	[-]	Amortiguamiento relativo del sistema principal / estructura
$\zeta_2$	[-]	Amortiguamiento relativo del sistema secundario / TMD
$oldsymbol{artheta}$	[rad]	Desfase del movimiento de un sistema de un grado de libertad
		con respecto a la excitación
μ	[-]	Ratio de masa $(m_2/m_1)$
	[H/m]	Permeabilidad
$\mu_0$	$[N/A^2]$	Permeabilidad en el vacío
$\mu_r$	[-]	Permeabilidad relativa
σ	[S/m]	Conductividad eléctrica
	[S/m]	Conductividad aparente
$\sigma_e$	[3/111]	Conductividad aparente
$oldsymbol{\sigma}_e$	[3/11] [Wb]	Flujo magnético

$\omega$ , $\omega_n$	[rad/s]	Frecuencia natural de un sistema de un grado de libertad
$\omega_1$	[rad/s]	Frecuencia natural del sistema principal / estructura
$\omega_2$	[rad/s]	Frecuencia natural del sistema secundario / TMD
$\omega_D$	[rad/s]	Frecuencia de vibración amortiguada
$\boldsymbol{\varpi}$	[rad/s]	Frecuencia de excitación
Ω	[m³]	Volumen del conductor

#### Abreviaturas

DVA	Absorbedor de Vibraciones Dinámicas (Dynamic Vibration Absorber)
FRF	Función de Respuesta en Frecuencia
MTMD	Amortiguador de Masa Sintonizado de Múltiples grados de libertad
	(Multiple degree of freedom Tuned Mass Damper)
TMD	Amortiguador de Masa Sintonizado (Tuned Mass Damper)

#### 2. MEMORIA

#### 2.1. INTRODUCCIÓN

Este documento contiene el desarrollo de la validación teórico-experimental del empleo de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso en un sistema, especialmente, en los amortiguadores pasivos.

La mejora tecnológica en el ámbito del mecanizado está ligada a un aumento de las prestaciones de las máquina-herramienta. Sin embargo, la presencia de *chatter* supone un impedimento en la mejora de la tecnología encaminada a consolidar la posición estratégica del mecanizado. En respuesta a esto, uno de los métodos desarrollados para la supresión de *chatter* se sustenta en el empleo de un amortiguador pasivo. Así, una forma eficaz de incorporar amortiguamiento viscoso en el sistema se consigue mediante el empleado de corrientes de Eddy.

En este punto se sitúa el trabajo, en el cual se va a realizar una caracterización tanto teórica como experimental del parámetro de amortiguamiento del sistema propuesto. De hecho, es esencial que las características dinámicas del amortiguador se encuentren sintonizadas con la estructura en vibración. Además, esto permitirá validar experimentalmente los cálculos teóricos proporcionados por el software CAE Flux utilizado para calcular el amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy.

En definitiva, la correcta realización de estas fases permitirá establecer conclusiones sólidas acerca de la idoneidad del empleo de las corrientes de Eddy para la obtención de amortiguamiento viscoso.

Con todo ello, se presentan brevemente la bibliografía y los fundamentos teóricos necesarios para llevar a cabo este proyecto. La identificación de los riesgos, así como de las tareas que deben realizarse resulta esencial para asegurar la correcta realización del trabajo planificado. Además, se detalla la cuantía de cada una de las partidas que componen el presupuesto del proyecto.

#### 2.2. CONTEXTO

Este proyecto se lleva a cabo en el ámbito de la máquina-herramienta dentro del marco de los procesos de mecanizado con arranque de viruta. En particular, se busca desarrollar una solución que permita reducir las vibraciones autoexcitadas observadas durante estos procesos. En este sentido, la mejora tecnológica en el ámbito del mecanizado está encaminada a un aumento de las prestaciones de las máquina-herramienta de la mano de una mejora de la precisión y productividad.

Algunos de los métodos implementados para la eliminación del *chatter* son: la amortiguación pasiva, amortiguación activa, variación de la velocidad del husillo y ajuste de condiciones del proceso según lóbulos de estabilidad.

A lo largo de las últimas décadas varios autores han centrado sus investigaciones en la mejora y optimización del Absorbedor de Vibraciones Dinámicas (Dynamic Vibration Absorber - DVA) desarrollado por primera vez en 1909 por Frahm. Por su parte, las corrientes de Eddy han sido ampliamente estudiadas en aplicaciones como el amortiguamiento en la suspensión de vehículos, frenado magnético o reducción de vibraciones estructurales.

Con esta problemática presente, el proyecto se desarrolla en el grupo de investigación de Dinámica y Control de IDEKO. Las líneas de investigación seguidas por este grupo se centran, entre otros, en desarrollar soluciones industriales al problema de las vibraciones autoexcitadas. En este sentido, se han definido diferentes enfoques que dan respuesta a este problema aportando tanto soluciones pasivas como activas. Entre las soluciones pasivas se incluyen la correcta caracterización del proceso de mecanizado que permite seleccionar adecuadamente los parámetros de corte o el desarrollo de amortiguadores con gomas elásticas o corrientes de Eddy. Por otro lado, también se han desarrollado modelos activos que implementan acciones de control a partir de los parámetros monitorizados.

#### 2.3. OBJETIVOS Y ALCANCE

El objetivo de este proyecto es validar teórico-experimentalmente el empleo de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso. En otras palabras, se busca analizar el parámetro de amortiguamiento de los amortiguadores pasivos. Asimismo, determinando las desviaciones entre los modelos teóricos y la realidad, se quiere verifica la validez del software CAE Flux provisto para calcular el amortiguamiento presente en los módulos de corrientes de Eddy.

Partiendo de los modelos del Amortiguador de Masa Sintonizado (Tuned Mass Damper - TMD) desarrollado por Den Hartog se busca establecer las propiedades dinámicas que debe presentar el amortiguador pasivo para hacer frente a las vibraciones de tipo *chatter*. En particular, se analiza el parámetro de amortiguamiento que se requiere incorporar en los amortiguadores pasivos. En este aspecto, será necesario analizar la dependencia del amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy con respecto a variables geométricas del diseño del módulo de corrientes de Eddy y variables dinámicas relativas a la excitación. Además, se analiza la influencia del modo de suspensión, empleado para la sintonía del amortiguador pasivo con la dinámica de la estructura, sobre el parámetro de amortiguamiento.

Mientras que para la realización del análisis teórico se emplea el software Flux, la validación experimental se desempeña en un banco de ensayos. El cumplimiento de ambos análisis permitirá no solo analizar la validez de las corrientes de Eddy como un método para obtener amortiguamiento viscoso, sino que también permitirá verificar la idoneidad del software empleado.

#### 2.4. BENEFICIOS

El proyecto se desarrolla en el marco de la investigación y el desarrollo de soluciones ante un problema comúnmente observado en el sector del mecanizado, el *chatter*. Actualmente, el mecanizado es un proceso de fabricación empleado en numerosos sectores. No obstante, las vibraciones autoexcitadas presentes en estos procesos suponen una limitación en el avance y desarrollo de esta técnica de fabricación.

La búsqueda de soluciones frente a este problema va de la mano de la aparición de nuevas y mejoradas tecnologías. Además, esto responde a una necesidad del sector que se topa continuamente con nuevas necesidades y requerimientos. En este sentido, el auge de los diseños ecoeficientes y la búsqueda de soluciones que requieren un menor consumo de material y energía, así como el aumento de las fuerzas de corte y la tasa de arranque en los procesos de mecanizado se ven enfrentados con la continua observación de estas vibraciones. Como consecuencia, la calidad y el acabado de las piezas se ven comprometidas. En definitiva, se busca incrementar la productividad y rentabilidad de los procesos de mecanizado con arranque de viruta.

Por otro lado, este trabajo busca abrir nuevos campos de aplicación de las corrientes de Eddy. Algunas investigaciones han centrado sus esfuerzos en emplear este principio electromagnético para proporcionar amortiguamiento a un sistema, especialmente en aplicaciones como el frenado magnético, control de vibraciones en máquinas rotativas o vibraciones estructurales. En esta línea, se quiere analizar la idoneidad del empleo de las corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso en sistemas para hacer frente a las vibraciones comúnmente conocidas como *chatter*.

#### 2.5. ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

#### 2.5.1.CHATTER: UN PROBLEMA INDUSTRIAL

En los últimos tiempos el mecanizado, especialmente en metales se ha convertido en una técnica de fabricación esencial y se espera que se mantenga así a lo largo de las próximas décadas. Además, se confía que el mecanizado de ultra precisión alcance una posición aún más significativa. Esto se debe a la precisión, productividad y fiabilidad de este proceso. De hecho, la posibilidad de automatizar estos procesos dota a esta técnica de una elevada flexibilidad, lo cual supone una ventaja añadida.

Sin embargo, nuevos retos tecnológicos que implican aspectos ambientales, reducción de costes o la mejora de la calidad del producto final dirigen a este sector en dos direcciones: mecanizado de ultra precisión y mecanizado a alta velocidad [1].

La evolución tecnológica en el ámbito del mecanizado está encaminada al aumento de las prestaciones de las máquinas-herramienta abordado desde su diseño y la caracterización del proceso de mecanizado. Una de las mayores limitaciones detectadas que frenan la mejora continua de los procesos de mecanizado con arranque de viruta es la presencia de vibraciones, especialmente las vibraciones autoexcitadas.

Estas vibraciones autoexcitadas se generan debido a la inestabilidad del proceso de corte y son un problema comúnmente observado entre los fabricantes de máquina herramienta. El *chatter* es un fenómeno de inestabilidad dinámica observado en operaciones de torneado, fresado o taladrado. La frecuencia y severidad de este fenómeno se ve reducida en procesos de tipo abrasivo como son el rectificado, bruñido o pulido.

En la búsqueda de mayores prestaciones de las máquinas-herramienta y un aumento de la productividad de los procesos de mecanizado con arranque de viruta, el *chatter* ha sido un fenómeno ampliamente estudiado durante los últimos años. Estas vibraciones no solo generan un acabado superficial inadecuado sino también reducen la vida tanto de las herramientas como de los componentes mecánicos de la cadena cinemática. Además, estas vibraciones pueden aumentar el ruido generado o el degaste de la herramienta, incluso llegando a su rotura.

Trabajos desarrollados a lo largo del siglo XX supusieron un gran avance en cuanto a la modelización y caracterización del *chatter*. No obstante, la multitud de parámetros y variables involucradas en los procesos de corte han dificultado la creación de metodologías enfocadas a la eliminación de este problema. Es por ello por lo que actualmente sigue siendo una línea de investigación abierta en el ámbito de los procesos de fabricación, especialmente en la industria del metal.

#### **TIPOS DEL CHATTER**

Desde sus comienzos, el mecanizado de metales ha tenido una barrera a la hora de incrementar la productividad, precisión y fiabilidad del proceso. Esta limitación, conocida como *chatter*, es percibida como la generación de vibraciones indeseadas entre la herramienta y la pieza, generando mayores niveles de ruido, un acabado superficial pobre o un desgaste excesivo de la herramienta. Otras consecuencias de las vibraciones autoexcitadas son la reducción de la fiabilidad y seguridad de la operación de mecanizado.

Con el objeto de caracterizar y controlar la generación de *chatter*, la dinámica y estabilidad del proceso de corte ha sido estudiada por diversos autores.

Atendiendo al mecanismo que origina el proceso de inestabilidad una de las clasificaciones establecidas determina varios tipos de *chatter: inestabilidad estática, inestabilidad dinámica, chatter termomecánico, de acoplamiento modal* o *de efecto regenerativo* [1]. Una breve descripción de cada una de estas causas se presenta a continuación:

#### Inestabilidad estática

La inestabilidad estática aparece como consecuencia de la deformación estática generada debido al enclavamiento de la herramienta en la superficie mecanizada. A causa de esta deformación, el ángulo de incidencia efectivo de la herramienta varía, provocando un incremento del espesor de viruta y de las fuerzas de corte.

#### Inestabilidad dinámica

Este tipo de inestabilidad se origina cuando el proceso de corte da lugar a un amortiguamiento negativo. Las situaciones más comunes en las cuales se da este fenómeno son la variación del ángulo de incidencia o de desprendimiento, la alternancia de las fuerzas de corte o el desgaste asociado al roce entre la superficie de incidencia y la pieza.

#### • Chatter termomecánico

Las inestabilidades de origen termomecánicas se generan debido al efecto de la temperatura y la tasa de deformación en la zona plástica durante el proceso de formación de la viruta.

Uno de los primeros enfoques para el estudio del origen termomecánico fue propuesto por Hastings *et al.* [2]. Basándose en el concepto del espesor de la zona plástica herramienta-viruta Hastings *et al.* analizó el efecto de las propiedades dependientes de la temperatura y la tasa de deformación del material de la pieza.

#### • Chatter de acoplamiento modal

El *chatter* de acoplamiento modal tiene lugar cuando son excitados dos modos de vibración perpendiculares al plano de corte. Como consecuencia, la herramienta describe una trayectoria elíptica en la cual se dan dos situaciones distintas. Por un lado, cuando la herramienta penetra en la pieza, el sistema disipa energía debido a que las fuerzas de corte se oponen al movimiento de la herramienta. Por el contrario, cuando la herramienta sale, dado que las fuerzas de corte se dan en la misma dirección que el movimiento, se produce un aumento de la energía del sistema. Si la energía disipada es menor a la energía introducida en el sistema, el proceso se inestabiliza.

Físicamente, son numerosas las causas que originan este tipo de inestabilidad: fricción en las superficies de incidencia y desprendimiento, variación del espesor de viruta, oscilaciones de ángulo de incidencia y efectos regenerativos.

#### • *Chatter* regenerativo

La forma más común y que mayor impacto tiene en la generación de vibraciones autoexcitadas es el *chatter* regenerativo. Debido a alguna excitación externa, la herramienta genera una oscilación amortiguada relativa a la pieza que da lugar a una superficie ondulada. Cuando el siguiente diente de la herramienta ataca la superficie, se describe un nuevo patrón de ondulación. Tras una vuelta de la pieza, el espesor de viruta en la herramienta varia a causa de esta superficie ondulada. De este modo, la fuerza de corte depende no solo de la posición de la herramienta sino también del desfase entre las superficies onduladas de dos pasadas consecutivas. Ocurre tan a menudo ya que en la mayoría de las operaciones de corte se producen cortes superpuestos y, aunque la estructura de la máquina sea estable, las fuerzas de corte resultantes de mecanizar una superficie ondulada se amplifican, originando un proceso regenerativo que da lugar a la inestabilidad.

Numerosos estudios han destinado sus recursos a desarrollar soluciones que permitan mitigar los efectos del *chatter* originado a causa del efecto regenerativo. Sin embargo, a pesar de la multitud de modelos desarrollados, la superposición de todos ellos sigue siendo un reto. Los resultados son raramente aplicados en la práctica, principalmente debido a la incertidumbre de los parámetros de estos modelos. Y aunque estos parámetros sean estimados, los resultados son limitados [3].

#### LIMITACIONES ORIGINADAS POR EL CHATTER

La compresión de la relación entre los parámetros tecnológicos y el proceso debe quedar reflejada en los nuevos diseños de las máquinas-herramienta, adaptándose a las necesidades competitivas actuales de precisión y productividad. No obstante, el mayor reto radica en la realización de las operaciones de mecanizado libres de *chatter*, garantizando la geometría y acabado superficial necesarios.

A continuación, se destacan algunos factores del proceso de corte que se ven enfrentados con este fenómeno:

#### Proceso de mecanizado

Recientes desarrollos tecnológicos han permitido incrementar la potencia nominal y tasa de arranque de material. No obstante, la implementación de estos avances se ve frenada con un incremento de las vibraciones autoexcitadas en operaciones con una elevada tasa de arranque.

Asimismo, la elevada magnitud de las fuerzas de corte puestas en juego es otro de los factores que, junto a los ya mencionados, acentúa la presencia de *chatter*.

#### Diseño de las máquinas

Uno de los aspectos claves para la modelización de las vibraciones es el conocimiento del amortiguamiento del sistema. Esta tarea resulta compleja ya que el amortiguamiento de los elementos más decisivos, como juntas o uniones cinemáticas, no puede ser estimado con el nivel de precisión requerido. Por ello, los diseñadores se centran en dotar a los componentes estructurales de una elevada rigidez estática, consiguiendo estructuras muy rígidas, pero poco amortiguadas.

A pesar de que la fuente principal de amortiguamiento sean las uniones, el uso de rodamientos y sistemas de guido lineal permiten incrementar el amortiguamiento de la estructura. Sin embargo, este tipo de elementos no presentan amortiguamientos elevados. Por otro lado, el turcite resulta una solución que permite incorporar mayor amortiguamiento a costa de reducir la precisión.

#### Ecodiseño

El auge de los diseños ecoeficientes lleva a los diseñadores a fabricar máquinas con menores cantidades de material y energía. En este sentido, la fabricación de estructuras más ligeras compromete la estabilidad del sistema.

#### Piezas con gran flexibilidad

La mejora de la competitividad en la fabricación de componentes se sustenta, entre otros aspectos, en la reducción de costes y la búsqueda de soluciones que requieren menores cantidad de material. En este sentido, son muchos los sectores que requieren

piezas de bajo peso y/o volumen. No obstante, estos requerimientos están relacionados con la pérdida de estabilidad del sistema.

En definitiva, la necesidad de aumentar la productividad, seleccionando de forma óptima los parámetros de corte, así como reduciendo el material y la energía necesaria, elevan el riesgo de *chatter*. Por todo ello, son diversas las perspectivas y soluciones que se han abordado para solucionar este problema. Una breve introducción a algunas de ellas se presenta en el siguiente apartado.

#### MÉTODOS DE SUPERESIÓN DEL CHATTER

El *chatter* es un fenómeno con origen en la interacción dinámica entre la máquinaherramienta, la herramienta de corte y la pieza. La descripción de este fenómeno debe considerar aspectos como el proceso de mecanizado (condiciones de corte, geometría de plaquitas...), dinámica, propiedades mecánicas y termodinámicas de la pieza y formación de la viruta. Algunos de los procesos interrelacionados que tienen lugar en este proceso son las deformaciones elastoplásticas en las zonas de corte, fricción variable entre la herramienta, la pieza y la viruta, generación y transferencia de calor, adhesión y difusión, y transformaciones estructurales y de fase de los materiales empleados [1].

La correcta selección de los diferentes parámetros que se ven involucrados en dicha interacción permite garantizar la estabilidad del proceso. Comprender la relación entre todos los fenómenos que se dan es la parte más importante para modelar el proceso de corte.

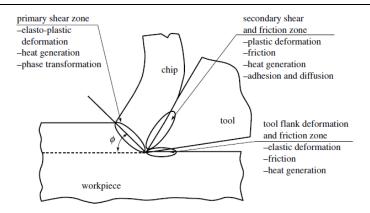


Figura 1. Fenómenos físicos del proceso de corte [1]

Habitualmente, los problemas de *chatter* son identificados una vez construida la máquina. En este sentido, el margen de actuación para desarrollar soluciones ante este problema se ve limitado. Asimismo, debido a su complejidad los fabricantes de máquina herramienta no suelen dar soluciones al problema durante el proceso de diseño, sino que suelen ignoran las características dinámicas de la máquina y como estas afectan a la capacidad de corte. No obstante, tras el primer diseño y una vez identificados los modos de vibración problemáticos se actúa modificando la dinámica de la estructura y mejorando la estabilidad del proceso.

Los métodos de supresión de las vibraciones autoexcitadas se pueden clasificar en tres grandes grupos: métodos estructurales, métodos basados en el proceso de mecanizado o métodos de eliminación del proceso regenerativo.

#### Métodos estructurales

Los métodos estructurales buscan modificar el patrón y la forma del diagrama de lóbulos de estabilidad modificando ciertos parámetros estructurales. Dentro de estos, se pueden distinguir los *métodos estructurales pasivos* y los *activos*.

Los métodos *estructurales pasivos* se basan en la transferencia de energía de la estructura inestable a un sistema secundario disipativo; mientras que los *métodos estructurales activos* desempeñan una estrategia predefinida en un controlador.

#### Métodos basados en el proceso de mecanizado

Los métodos basados en el proceso se centran en la correcta selección de la estrategia de mecanizado y las condiciones de corte. Así, los *métodos offline*, se sustentan en la información aportada por el diagrama de lóbulos de estabilidad para seleccionar correctamente los parámetros de corte. Por otro lado, los *métodos online* incorporan actuadores activos y dispositivos de monitorización del proceso de corte. De esta forma, cuando se detecta la presencia de *chatter*, a través de una estrategia de control previamente definida, se establecen los parámetros de corte que garanticen la estabilidad del proceso.

#### Métodos de eliminación del proceso regenerativo

Los métodos de eliminación del proceso regenerativo buscan eliminar la periodicidad característica de este fenómeno. Se puede realizar una clasificación entre aquellos que recurren a parámetros de proceso y los que se basan en parámetros estructurales. Algunos métodos basados en el proceso proponen eliminar la periodicidad de este efecto haciendo uso de herramientas de paso variable. Otros autores proponen el método conocido como variación de velocidad de husillo que altera el proceso regenerativo gracias a la modulación continua de la velocidad del husillo. Por otro lado, los métodos basados en los parámetros estructurales proponen modificar parámetros como la impedancia estructural de la máquina, definida como la relación de fuerza entre velocidad.

Otra de las clasificaciones que se puede establecer diferencia los métodos activos de los pasivos. Mientras que los métodos de **control activos** se basan en determinar la acción de control partiendo de la información monitorizada relativa a alguna variable de interés e implementando la estrategia definida; los **métodos pasivos** no requieren una fuente de energía externa. En este sentido, los métodos activos tienen una mayor adaptabilidad ya que la estrategia de control puede ser implementada en un control fácilmente reprogramable. Sin embargo, los controles activos a pesar de ser una solución fiable no son ampliamente utilizados debido a que su aplicación reduce la productividad del proceso y tiene un coste elevado.

En definitiva, este trabajo se enmarca en el ámbito de la amortiguación pasiva. En este contexto, se analiza tanto teórica como experimentalmente el parámetro de amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy.

#### 2.5.2.MÉTODOS ESTRUCTURALES PASIVOS

Los sistemas de control de vibraciones pueden dividirse en sistemas pasivos, activos, semi-activos o sistemas híbridos. Un Absorbedor de Vibraciones Dinámicas (Dynamic Vibration Absorber - DVA) o un Amortiguador de Masa Sintonizado (Tuned Mass Damper - TMD) son sistemas de amortiguación pasivo de vibraciones.

El DVA consiste en una masa y un muelle. De esta manera, introducir un DVA correctamente sintonizado sobre la estructura provoca la aparición de dos modos flexibles. De este modo, resulta necesario añadir amortiguamiento a este absorbedor para reducir la respuesta dinámica de estos modos y así, incrementar la rigidez dinámica. Al concepto de DVA con amortiguamiento se le denomina TMD. Este nuevo sistema, cuando se encuentra correctamente sintonizado, se da el acoplamiento modal, proporcionando una transferencia de amortiguamiento entre el TMD y la estructura. Así, se disipa la energía gracias a la fuerza de inercia del amortiguador actuando sobre la estructura.

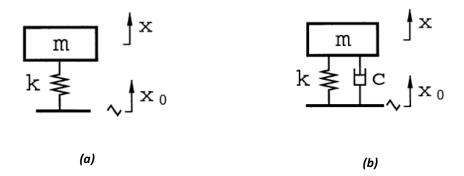


Figura 2. Esquema representativo del (a) Absorbedor de Vibraciones Dinámicas (DVA) y del (b) Amortiguador de Masa Sintonizado (TMD) [4]

#### AMORTIGUADOR DE MASA SINTONIZADO

El concepto del TMD fue desarrollado en 1909 por Frahm [5] para reducir el movimiento oscilatorio de los barcos. Más tarde, Ormondroyd y Den Hartog [6] presentaron una

teoría sobre el TMD y realizaron un análisis de los parámetros de amortiguamiento y sintonización óptimos. Esta teoría fue aplicada a sistemas de un grado de libertad no amortiguados sometidos a una fuerza sinusoidal de excitación.

En su trabajo Den Hartog [7] desarrolló las fórmulas que permiten obtener los parámetros óptimos de un TMD aplicado a un sistema de un grado de libertad no amortiguado baja la acción de una excitación armónica. La sintonización del TMD con los parámetros óptimos desarrollados por Den Hartog minimizan el máximo pico de resonancia.

Den Hartog [7] introdujo por primera vez el concepto de los puntos invariantes. Analizando la respuesta de un sistema de un grado de libertad no amortiguado sintonizado a un TMD, observó como tres curvas que representaban la amplitud de la respuesta en frecuencia para tres valores distintos de amortiguamiento relativo  $(\zeta_2)$ , se intersectaban en dos puntos fijos: P y Q.

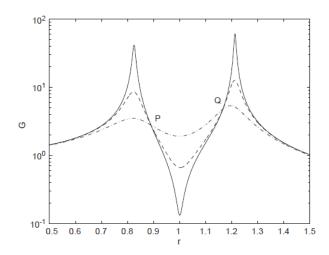


Figura 3. Curvas de resonancia del movimiento del sistema principal sintonizado a un TMD con un ratio de masa de 1/4 [7]

Además, comprobó cómo estos dos puntos (frecuencias) se mantenía fijos independientemente del valor del amortiguamiento. Por otro lado, determinó como el valor óptimo del ratio de frecuencia  $r=\beta=\omega_2/\omega_1$ , es decir, el cociente entre la frecuencia natural del TMD y la del sistema principal, debía ser aquel para el cual las ordinadas de los puntos P y Q son iguales. El valor de sintonización óptimo obtenido fue:

$$\beta_{opt} = \frac{1}{1+\mu} \tag{1}$$

Donde  $\mu$  es ratio de masa, es decir, el cociente entre la masa del TMD y la del sistema. Por otro lado, determinó que el valor óptimo del amortiguamiento relativo  $\xi_{2,opt}$  es aquel para el cual la pendiente de la curva es horizontal en los puntos P y Q. A pesar de indicar el modo de cálculo de este último valor, Den Hartog no presentó ningún resultado analítico.

Cabe destacar que los puntos invariantes existen cuando el sistema principal no está amortiguado, para un sistema real amortiguado los puntos invariantes no existen. Ante este tipo de sistemas se emplean algoritmos de optimización numérica para su sintonización óptima. No obstante, para amortiguamientos pequeños los resultados obtenidos por Den Hartog son óptimos. Mayores investigaciones se han llevado a cabo para obtener los parámetros óptimos para valores de amortiguamiento superiores.

Brock [8] analizó el mismo problema desde otra perspectiva. A partir de los resultados obtenidos, propuso el siguiente valor del amortiguamiento relativo óptimo:

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \tag{2}$$

Brock también analizó el caso de sintonización constante  $\beta=1$ . En este caso, las ordenadas P y Q no son iguales, siendo P superior a Q. Calculando el valor óptimo del amortiguamiento relativo, aquel para el cual la pendiente de la curva es horizontal en el punto P, se obtuvo:

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{\mu(3+\mu)[1+\mu/(2+\mu)]}{8(1+\mu)}} \tag{3}$$

En definitiva, entre las ventajas que presentan los TMD se destacan la capacidad de reducir la respuesta dinámica de estructuras lineales, su construcción sencilla y la ausencia de una fuente de energía externa o sistemas adicionales complejos. Sin embargo, estos amortiguadores requieren un amplio espacio para su instalación, así como masas elevadas.

El modelo de Den Hartog es un método eficiente para diseñar un TMD. Sin embargo, este modelo no incorpora el amortiguamiento del sistema a la hora de obtener los parámetros de sintonización. Además, solo puede ser empleado en un rango limitado de frecuencias. Considerando las limitaciones del método desarrollado por Den Hartog, varios autores han contribuido en la mejora del diseño del TMD a partir de los análisis de Den Hartog.

Abubakar y Farid [9], incluyendo el efecto del amortiguamiento de la estructura, desarrollaron el modelo generalizado del modelo de Den Hartog. Los valores del amortiguamiento relativo del TMD ( $\xi_{2opt}$ ) y el ratio de sintonización ( $\beta_{opt}$  que minimizan el máximo desplazamiento obtenidos en este trabajo son:

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} + \frac{0.1616\xi_1}{(1+\mu)} \tag{4}$$

$$\beta_{opt} = \left(\frac{1}{1+\mu}\right) \left(1 - 1.5906\xi_1 \sqrt{\frac{\mu}{(1+\mu)}}\right)$$
(5)

Donde el subíndice 1 hace referencia a la estructura y el subíndice 2 al amortiguador,  $\mu$  es el ratio de masa y  $\xi_1$  el amortiguamiento relativo de la estructura.

Estas ecuaciones tienen un error respecto a los resultados numéricos obtenidos de aproximadamente 1.5 % en  $\xi_{2,opt}$  y  $\beta_{opt}$ . Cabe destacar que estos resultados se obtuvieron para valores de  $\mu$  en el rango 0.005 hasta 0.1. Dando el valor  $\xi_1=0$  la ecuación (5) se obtiene el mismo resultado que el desarrollado por Den Hartog.

#### AMORTIGUADOR SKYHOOK

Otra forma menos común de incorporar amortiguamiento en un DVA se observa en la Figura 4. Al contrario que el amortiguador convencional donde la amortiguación está unida a la fuente de vibración, con el amortiguador Skyhook [4], [10] se propone conectar la amortiguación a un cielo inercial virtual.

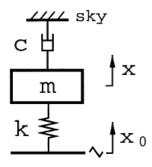


Figura 4. Esquema representativo del amortiguador Skyhook [4]

Realizando una comparativa entre la respuesta en frecuencia con respecto al TMD Karnoop [11] observó como el amortiguador Skyhook presentaba la posibilidad de amortiguar la respuesta en resonancia, manteniendo el aislamiento de las vibraciones a altas frecuencias.

Liu [10] contribuyendo en la caracterización del amortiguador Skyhook y siguiendo la metodología desarrollada por Den Hartog obtuvo el valor óptimo del ratio de frecuencia  $(\beta_{opt})$ :

$$\beta_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} \tag{6}$$

Donde  $\mu$  es el ratio de masa.

De la misma forma, siguiendo el procedimiento de Brock, obtuvo el valor óptimo del amortiguamiento relativo  $\xi_{2,opt}$ :

$$\xi_{2,opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\mu}{(1+\mu)(2-\mu)}} \tag{7}$$

Para el caso de sintonización constante  $\beta=1$ , siendo la ordenada del punto Q superior a la del punto P, se obtiene un amortiguamiento relativo óptimo igual a [10]:

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{\mu[\mu + 6 - \sqrt{\mu(\mu + 2)}]}{4}}$$
 (8)

Debido a que en la práctica no hay ningún cielo inercial al cual unir el amortiguador, se requieren incorporar métodos de control activos para lograr este efecto. Aunque el amortiguador Skyhook se haya considerado una solución ideal, no resulta práctico en la mayoría de los casos. Aun así, en algunas ocasiones esta solución resulta ser la más adecuada; por ejemplo, cuando el amortiguador tiene una masa elevada.

#### AMORTIGUADOR DE MASA SINTONIZADO DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD

El problema de un TMD extendido a un sistema de múltiples grados de libertad también ha sido ampliamente analizado; sobre todo, en el campo de la ingeniería para reducir las vibraciones de los edificios debido a cargas sísmicas o de viento. Diferentes enfoques se han presentado con el objetivo de determinar los parámetros óptimos de sintonización.

Lewis [12] demostró que los puntos invariantes existían cuando el absorbedor está unido a un sistema de dos grados de libertad no amortiguado. Más tarde, Ozer *et al*. [13] extendió los resultados a un sistema de múltiples grados de libertad utilizando el método seguido por Den Hartog.

Abe y Fujino [14] estudiaron analíticamente las características modales y la eficiencia de un Amortiguador de Masa Sintonizado de Múltiples grados de libertad (Multiple degree of freedom Tuned Mass Damper - MTMD). Asimismo, analizaron la eficiencia del sistema ante excitaciones armónicas. Con todo ello, concluyeron que un MTMD correctamente diseñado puede ser más estable y robusto que un TMD convencional, manteniendo aproximadamente la misma eficiencia.

Xu y Igusa [15] propusieron el uso de TMDs múltiples con frecuencias sintonizadas en el entorno de la frecuencia natural del sistema original de un grado de libertad. En su análisis consideraron una estructura principal que soportaba un conjunto de subestructuras con frecuencias naturales cercanas en el espacio. Tras la caracterización del comportamiento del conjunto ante fuerzas armónicas y en bandas estrechas, concluyeron que las múltiples subestructuras eran equivalentes a un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso adherido a la estructura principal.

Con el tiempo Zuo [4] demostró como con una única masa se pueden amortiguar las vibraciones de hasta seis modos de vibración, utilizando los seis modos de suspensión del TMD. Además, comprobó cómo múltiples modos del TMD pueden amortiguar un único modo de vibración del sistema principal. Asimismo, observó como un amortiguador de múltiples grados de libertad con amortiguamiento negativo puede mejorar en gran medida la disipación de las vibraciones.

#### 2.5.3.AMORTIGUAMIENTO

Uno de los métodos de reducción de las vibraciones autoexcitadas se basa en introducir un sistema secundario, comúnmente denominado TMD, que permita amortiguar las vibraciones de la estructura principal. El nuevo sistema tendrá tantos picos de resonancia como modos de vibración tenga el conjunto estructura-amortiguador. Con todo ello, el objetivo es reducir la amplitud de la vibración en el entorno de la frecuencia de resonancia de la estructura.

El análisis de la dinámica de los sistemas de un grado de libertad constata el papel primordial que juega el amortiguamiento en la respuesta del sistema ante excitaciones externas. La necesidad de introducir amortiguamiento para reducir las vibraciones incrementa cuando la fuerza alternativa que genera la vibración se aplica a una frecuencia constante, especialmente cuando está cerca de la frecuencia de resonancia del sistema.

En esta sección se presentan brevemente diferentes formas de introducir amortiguamiento viscoso en un sistema. Dentro del amortiguamiento viscoso se pueden destacar el amortiguamiento por corrientes de Eddy y el amortiguamiento fluido. Mientras que el amortiguamiento por corrientes de Eddy se genera al mover un material conductor en el seno de un campo magnético variable en el tiempo, el amortiguamiento fluido se debe a la resistencia de un fluido al movimiento de un sólido. En cualquier caso, la ventaja que presenta este tipo de amortiguación es la proporcionalidad de la respuesta con respecto a la excitación.

Otras formas de incorporar amortiguamiento en un sistema son el amortiguamiento por fricción y amortiguamiento piezoeléctrico. Los fenómenos de fricción incluyen la fricción

interna molecular que da lugar al amortiguamiento por histéresis y la fricción cinética entre superficies deslizantes. El amortiguamiento en materiales piezoeléctricos se sustenta en su capacidad de generar tensión bajo la acción de una carga.

#### 2.5.4. CORRIENTES DE EDDY

Las corrientes de Eddy se generan cuando un material no magnético conductor es sometido a un campo magnético variable en el tiempo. La variación del campo magnético se obtiene gracias al movimiento del conductor en el seno de un campo magnético uniforme, el movimiento de la fuente de intensidad de campo magnético o la variación de la magnitud de la fuente del campo magnético.

Las corrientes generadas en el material conductor circulan de tal forma que inducen su propio campo electromagnético de polaridad opuesta al campo magnético aplicado, generando una fuerza de resistencia. Sin embargo, debido a la resistencia del metal, las corrientes inducidas son disipadas en forma de calor.

En el caso de un sistema dinámico, el material conductor está continuamente en movimiento en el seno del campo magnético y experimenta una variación continua del flujo magnético induciendo una fuerza electromotriz y regenerando las corrientes inducidas. Así, se genera una fuerza que es proporcional a la velocidad del material conductor. Esto proceso causa que las corrientes de Eddy se comporten como un amortiguador viscoso, capaz de mitigar las vibraciones estructurales.

Múltiples investigaciones se han centrado en el estudio de las corrientes de Eddy para reducir las vibraciones estructurales. No obstante, la mayoría de los diseños enfocado a las vibraciones dinámicas han sido parcialmente exitosos o se han encontrado con dificultades a la hora de implementarlos en la práctica. Aún sigue sin desarrollarse una solución que permita implementarse en un amortiguador pasivo proporcionándole amortiguamiento significativo frente a las vibraciones que experimenta.

#### DISEÑO DEL MÓDULO DE CORRIENTES DE EDDY

Una de las grandes ventajas del uso de imanes permanentes, respecto a los imanes convencionales, se sustenta en la generación de un flujo magnético constante sin

necesidad de requerir una fuente externa de energía. En particular, el uso de imanes de neodimio – hierro – boro, desarrollados en 1980, ha permitido extender el uso de los imanes permanentes en la industria eléctrica [16].

Graves *et al.* [17] mostró como en la mayoría de las situaciones los dispositivos con amortiguamiento debido al movimiento del elemento conductor son más eficientes que aquellos en los que varía el campo magnético.

A la hora de establecer el diseño del sistema suele ser habitual colocar el elemento conductor entre dos imanes permanentes de polaridades opuestas y cuya dirección de movimiento es perpendicular a la de la polaridad de los imanes. Esta configuración obtiene la máxima variación de flujo magnético y, por lo tanto, la mayor cantidad de corrientes de Eddy y fuerza de amortiguación. Un esquema de esta disposición se presenta en la Figura 5.

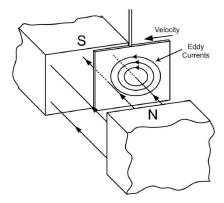


Figura 5. Esquema representativo de la generación de corrientes de Eddy debido al movimiento de un material conductor en el seno de un campo magnético uniforme [18]

Se han llevado a cabo investigaciones que abordan tanto el dimensionamiento de los imanes como la disposición de estos con el objetivo de maximizar la fuerza de frenado obtenida. La principal motivación de estas investigaciones radica en la gran influencia que la disposición de los imanes permanentes tiene en el desempeño del sistema.

Schieber [19] desarrolló un modelo analítico para obtener las dimensiones óptimas de un imán rectangular de forma que se obtenga la máxima fuerza de frenado con el mínimo coste de material.

Asimismo, Choi *et al.* [20] y [21] desarrolló un método sistemático para establecer direcciones de magnetización discretas. Mientras que en [20] se analizan estructuras en 2D, en [21] se realiza el mismo análisis aplicado a estructuras de imanes en 3D con flujo unidireccional. Los resultados obtenidos en ambos estudios convergían a la disposición de imanes de Halbach.

Halbach desarrollo una disposición concreta de imanes permanentes que permite concentrar el campo magnético en la parte activa mientras se reduce, casi hasta ser nulo, en el otro lado. De esta forma, la parte activa duplica la intensidad de campo magnético respecto a una disposición común.

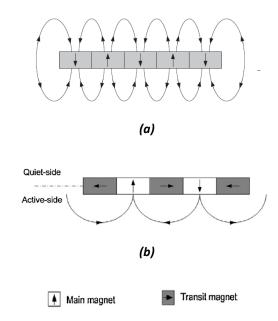


Figura 6. Esquema representativo de la (a) disposición normal de imanes permanentes y la (b) disposición estándar de Halbach [22]

Posteriores investigaciones llevadas a cabo por Wang et al. [23] mostraron como a pesar de que la disposición desarrollada por Halbach mostrara una densidad de campo magnético superior, la variación del flujo magnético no era necesariamente elevada. Por ello, la energía extraída de la disposición de Halbach no es siempre superior a aquella obtenida en una disposición normal.

Estudios llevados a cabo por Zhu [22] trataron de mejorar la disposición de Halbach intentando solventar la reducida variación del flujo magnético observada en previas investigaciones. De esta forma, la energía obtenida sería mayor. A partir de la

disposición de Halbach, Zhu desarrolló nuevas configuraciones de imanes. Entre ellas, presentó un doble vector Halbach. El doble vector Halbach, como se muestra en la Figura 7, consiste en dos vectores de Halbach idénticos colocados lado a lado y con las polaridades de los imanes intercambiadas.

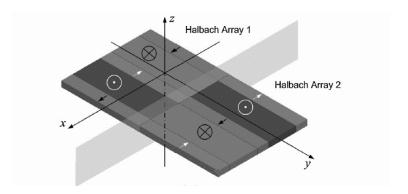


Figura 7. Esquema representativo de la disposición del doble vector Halbach [22]

Tras el estudio, se verificó que esta nueva configuración incrementaba la energía extraída del sistema, así como la variación del flujo magnético. Comparaciones realizadas respecto a disposiciones normales de imanes mostraron como el doble vector de Halbach si obtenía una mayor tasa de variación del flujo magnético y, por lo tanto, mayor energía.

## AMORTIGUAMIENTO MEDIANTE CORRIENTES DE EDDY

Recurrir a los principios electromagnéticos para obtener amortiguamiento gracias a las corrientes de Eddy es una de las alternativas para obtener amortiguamiento viscoso. Este tipo de amortiguación se obtiene cuando un elemento conductor es sometido a un campo magnético variable en el tiempo. La disipación de la energía en forma de calor a través de la resistencia del conductor es la fuente que dota al sistema de amortiguación.

La fórmula empírica que permite expresar el valor del amortiguamiento obtenido en estos sistemas es [4]:

$$C = C_o B^2 t A \sigma \tag{9}$$

Donde B es la densidad de campo magnético (T), t el espesor de la placa conductora (m), A el área del conductor atravesada por el campo magnético  $(m^2)$ ,  $\sigma$  la

conductividad eléctrica del material conductor  $(1/\Omega\,m)$  y  $C_o$  es un coeficiente adimensional que considera la forma y tamaño tanto del conductor como del campo magnético.

De esta forma  $C_o=1$  corresponde a un conductor con una conductividad eléctrica  $\sigma$  dentro del campo magnético uniforme y una conductividad infinita fuera del campo. Valores típicos del coeficiente  $C_o$  son  $0.25\sim0.4$  para una placa conductora con un área de 2 a 5 veces la superficie del campo magnético [4].

De la ecuación (9) se puede determinar que el amortiguamiento es proporcional al espesor de la placa conductora. Sin embargo, el efecto **skin depth** fija un límite en el incremento del espesor del material conductor.

El valor  $skin\ depth$  de un material con permeabilidad  $\mu$  a una frecuencia f se expresa como:

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \mu \sigma}} \tag{10}$$

Así, la conductividad aparente  $(\sigma_e)$  decrementa con el aumento del espesor de la placa conductora según:

$$\sigma_e = \frac{2\delta_s}{t} \left( 1 - e^{-\frac{t}{2\delta_s}} \right) \sigma \tag{11}$$

La gran ventaja de este tipo de actuadores es la sencillez de su diseño y el comportamiento lineal del actuador con respecto a la variable física que controla la fuerza producida, esto es, la intensidad o tensión aplicada. En efecto, una de las características que hacen al amortiguamiento viscoso atractivo es la proporcionalidad de la fuerza de amortiguación con respecto a la excitación. Asimismo, los amortiguadores de corrientes de Eddy destacan por su alta fiabilidad, estabilidad térmica y ausencia de contacto mecánico.

Así es que, este método de obtener amortiguamiento ha encontrado una gran variedad de aplicaciones: instrumentos de medida, estructuras espaciales, TMD [4], frenado magnético o el control de vibraciones en máquinas rotativas.

# 2.6. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En los siguientes apartados se desarrollan los principios básicos tanto del electromagnetismo como de dinámica estructural necesarios para comprender el funcionamiento y las bases de la aplicación de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso.

# 2.6.1.DINÁMICA ESTRUCTURAL

La necesidad de caracterizar y dar respuesta a las vibraciones autoexcitadas comúnmente observadas en máquina herramienta, nos conduce a analizar detalladamente cuales son el conjunto de fuerza que actúan sobre un sistema. En efecto, cuando un sistema se encuentra bajo la acción de un conjunto de fuerzas, la respuesta de este depende significativamente del tipo de fuerza aplicada.

El problema que se quiere abordar surge del carácter variable de las fuerzas actuantes. En este sentido, si un sistema se encuentra bajo la acción de un conjunto de fuerzas constantes, el sistema se encuentra en equilibro. Sin embargo, la aparición de fuerzas variables bien sea en magnitud o en dirección, rompe el equilibro del sistema, generando vibraciones indeseadas. Asimismo, habitualmente la variación en el tiempo de las fuerzas es aleatoria y desconocida. Esto conduce a recurrir a tratamiento estadísticos del problema. No obstante, ocasionalmente se observan fuerzas deterministas y periódicas, que se repiten en el tiempo. Así, la caracterización del problema se simplifica notablemente.

La aplicación de la serie de Fourier y el principio de superposición permite descomponer una fuerza periódica en un sumatorio de fuerzas armónicas fácilmente caracterizables a partir de la amplitud y frecuencia de excitación de cada una de las componentes de la serie de Fourier. De esta forma, la respuesta de un sistema lineal ante una fuerza periódica cualquiera puede ser expresada como la suma de las respuestas del sistema a cada término de la serie de Fourier por separado. Atendiendo a la frecuencia de excitación de la fuerza aplicada, el sistema se puede encontrar en condiciones estáticas, cuasiestáticas o dinámicas.

Se entiende por número de grados de libertad de un sistema mecánico el mínimo número de coordenadas independientes necesarias para especificar si configuración geométrica a lo largo del tiempo. Si se considera un sólido rígido, su posición en un espacio tridimensional queda definido por tres puntos no alineados, es decir, por las nueve coordenadas que definen la posición de cada uno de los puntos. En un sólido rígido la distancia entre sus puntos se mantiene constante. En consecuencia, considerando las tres ecuaciones que relacionan las coordenadas de los tres puntos, el número de coordenadas independientes se reduce a seis [24].

Definidas tanto las fuerzas aplicadas como el sistema mecánico en estudio, solo queda determinar la forma de la respuesta ante las diferentes fuentes de excitación.

A pesar de que gran parte de los sistemas mecánicos vibran según varios modos, el estudio de los sistemas de un grado de libertad tiene una importancia significativa por diversos motivos. Muchas de las propiedades que aparecen en los sistemas de un grado de libertad (frecuencia natural, resonancia, desfase) se observan también en modelos más complejos. Por ello, la correcta comprensión de los sistemas de un grado de libertad ayuda a entender aquellos sistemas con mayor número de grados de libertad. Además, con la intención de conocer un orden de magnitud de la respuesta, muchos sistemas reales pueden ser aproximados razonablemente mediante un modelo de un grado de libertad. Asimismo, mediante la técnica del Análisis Modal, un sistema de n grados de libertad puede transformarse en un sistema de un único grado de libertad. De esta forma, el comportamiento vibratorio de un sistema tendrá tantas frecuencias naturales y modos de vibración asociados como grados de libertad presente el sistema.

Se comenzará analizando la respuesta tanto transitoria como estacionaria de un sistema de un único grado de libertad. Se recuerda como el carácter transitorio de la respuesta se debe a las vibraciones libres causadas por del movimiento del sistema respecto a su punto de equilibro. Por otro lado, el carácter periódico y estacionario de la respuesta se debe a la aplicación de fuerzas externas.

## SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBRETAD

Para la correcta compresión de la respuesta general de un sistema de un grado de libertad amortiguado sometido a una excitación armónica, se comienza analizando un sistema libre no amortiguado y los parámetros que caracterizan su respuesta. A continuación, se analizará el efecto del amortiguamiento y, finalmente, la respuesta ante fuerzas exteriores aplicadas sobre el sistema.

# Vibraciones libres no amortiguadas

La ecuación general del movimiento de un sistema de un grado de libertad no amortiguado viene dada por:

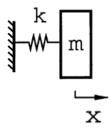


Figura 8. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad no amortiguado

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{12}$$

Resolviendo la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden se verifica:

$$x(t) = X \cdot \cos(\omega t - \theta) \tag{13}$$

Las constante X y  $\vartheta$  dependen de las condiciones iniciales de sistema, tomando los siguientes valores:

$$X = \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2\right]^{1/2} \tag{14}$$

$$\vartheta = arctg\left(\frac{\dot{x}_o}{\omega x_o}\right) \tag{15}$$

Se denomina frecuencia natural del sistema a  $\omega=\sqrt{k/m}$ . Esta frecuencia depende de los parámetros k y m, pero no de las condiciones iniciales del sistema. La solución de la ecuación (12) es una función armónica de frecuencia igual a la frecuencia natural del sistema. De esta manera, el sistema siempre vibra a esta frecuencia.

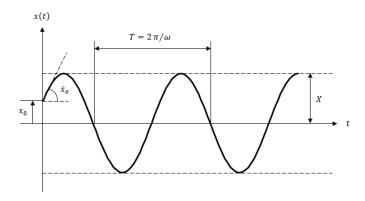


Figura 9. Respuesta de un sistema masa-resorte

# Vibraciones libres amortiguadas

En un sistema de un grado de libertad lineal, es decir, con los parámetros k, c y m constantes, la ecuación que rige el movimiento del sistema es:

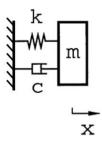


Figura 10. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad amortiguado

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{16}$$

La posición del sistema queda totalmente definida mediante la coordenada x(t). De esta manera, la solución de la ecuación anterior tiene la forma (13). Tras la descomposición de Euler y pasando al dominio de Laplace, la solución toma la siguiente forma:

$$x = C \cdot e^{st} \tag{17}$$

La ecuación característica que se obtiene da lugar a las siguientes raíces:

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \tag{18}$$

De esta forma, la solución de la ecuación diferencial depende de las raíces de la ecuación característica.

Al valor del amortiguamiento que verifica que

$$\frac{c}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega \tag{19}$$

Se le denomina *amortiguamiento crítico* y se representa por  $\bar{c}$ :

$$\bar{c} = 2m\omega \tag{20}$$

De esta forma, se denomina amortiguamiento relativo del sistema y se representa por  $\xi$  a la relación entre el amortiguamiento del sistema c, y el amortiguamiento crítico  $\bar{c}$ :

$$\xi = \frac{c}{\bar{c}} = \frac{c}{2m\omega} \tag{21}$$

Introduciendo  $\omega$  y  $\xi$  en las ecuaciones (16) y (18) se obtiene:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = 0 \tag{22}$$

$$s = -\xi \omega \pm \omega \sqrt{\xi^2 - 1} \tag{23}$$

En función del valor de las raíces de la ecuación (23) se presentan tres respuestas estables diferentes:

# a. Amortiguamiento supercrítico ( $\xi > 1$ ):

Las raíces de la ecuación característica son negativas:

$$s_1 = \omega \left( -\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \tag{24}$$

$$s_2 = \omega \left( -\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \tag{25}$$

El movimiento decrece exponencialmente en el tiempo y, por lo tanto, la respuesta no tiene carácter oscilatorio.

# b. Amortiguamiento crítico ( $\xi = 1$ ):

Las raíces de la ecuación características son iguales:

$$s_1 = s_2 = -\omega \tag{26}$$

Así, la solución a la ecuación general del movimiento es:

$$x(t) = (X_1 + X_2 t)e^{-\omega t} (27)$$

Imponiendo las condiciones iniciales se determina el valor de las constantes  $X_1$  y  $X_2$ :

$$X_1 = X_0 \tag{28}$$

$$X_2 = \dot{x_0} + \omega x_0 \tag{29}$$

El movimiento también decrece con el tiempo y no tienen carácter periódico.

# c. Amortiguamiento subcrítico ( $\xi$ < 1):

Las raíces de la ecuación características son complejas con parte real negativa:

$$s_1 = \omega \left( -\xi + i\sqrt{1 - \xi^2} \right) \tag{30}$$

$$s_2 = \omega \left( -\xi - i\sqrt{1 - \xi^2} \right) \tag{31}$$

La respuesta toma la forma:

$$x(t) = e^{-\xi \omega t} X \cos(\omega_D - \vartheta)$$
 (32)

Siendo la frecuencia de vibración amortiguada igual a:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \tag{33}$$

Esto indica que la respuesta de un sistema con amortiguamiento subcrítico es una respuesta armónica de frecuencia  $\omega_D$  y con una amplitud exponencialmente decreciente hasta 0.

Estableciendo las condiciones iniciales del sistema se obtienen los valores X y ϑ:

$$X = \left[x_o^2 + \left(\frac{\dot{x}_o + \xi \omega x_o}{\omega_D}\right)^2\right]^{1/2} \tag{34}$$

$$\vartheta = arctg\left(\frac{\dot{x}_o + \xi \omega x_o}{x_o \omega_D}\right) \tag{35}$$

La respuesta de un sistema masa-amortiguador-resorte para diferentes valores de amortiguamiento viene representada en la Figura 11.

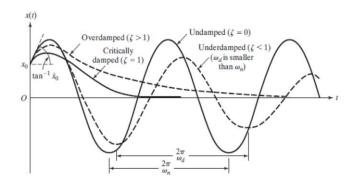


Figura 11. Respuesta de un sistema masa-amortiguador-resorte para distintos valores de amortiguamiento relativo [25]

# Respuesta ante una excitación armónica

La respuesta de un sistema lineal ante una fuerza periódica cualquiera puede ser expresada como la suma de las respuestas del sistema a cada término de la serie de Fourier por separado. En consecuencia, cabe determinar la respuesta del sistema ante una fuerza armónica para conocer su respuesta ante una fuerza periódica cualquiera.

La ecuación que define el movimiento de un sistema de un grado de libertad excitado por una fuerza armónica viene dada por:

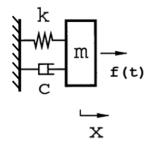


Figura 12. Esquema representativo de un sistema de un grado de libertad amortiguado sometido a la acción de una fuerza exterior variable

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \tag{36}$$

Donde la función f(t) puede tomar la siguiente forma:

$$f(t) = f_0 \cdot \cos(\varpi t) \tag{37}$$

O bien

$$f(t) = f_0 \cdot \text{sen}(\varpi t) \tag{38}$$

Donde  $f_o$  es la amplitud de la fuerza y  $\varpi$  la frecuencia de excitación. Considerando ambas alternativas en la resolución de la ecuación, la fuerza de excitación puede expresarse como:

$$f(t) = f_0 \cdot e^{i\varpi t} \tag{39}$$

La solución general de la ecuación será la suma de la solución de la ecuación homogénea (17) y la solución particular. Resolviendo la solución particular, se obtiene:

$$x(t) = \frac{f_0}{-m\varpi + ic\varpi + k} \cdot e^{i\varpi t} \tag{40}$$

Introduciendo en la anterior ecuación las relaciones  $\omega^2=k/m$  ,  $\xi=c/2m\omega$  y  $\beta=\overline{\omega}/\omega$ :

$$x(t) = \frac{f_o}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2 + 2\xi\beta i} \cdot e^{i\varpi t}$$
 (41)

Que expresado de forma polar queda:

$$x(t) = \frac{f_0}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \cdot e^{i(\varpi t - \varphi)}$$
(42)

Siendo el *desfase* φ:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right) \tag{43}$$

El desfase entre la fuerza de excitación y la respuesta del sistema masa-amortiguadorresorte para diferentes valores del amortiguamiento se representa en la Figura 13.

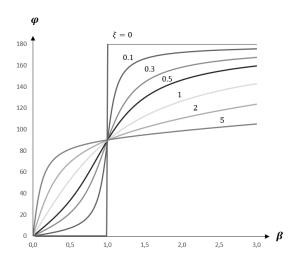


Figura 13. Desfase angular en función del ratio de sintonización en un sistema masa-amortiguador-resorte para distintos valores del amortiguamiento relativo

Analizando la representación gráfica del desfase se observa como en resonancia el desfase angular entre la excitación y la respuesta es siempre 90° para cualquier valor del amortiguamiento relativo, salvo amortiguamiento cero. En este último caso, el desfase presenta una discontinuidad en  $\beta$  = 1.

Se denomina desplazamiento estático  $X_{est}$ :

$$X_{est} = \frac{f_o}{k} \tag{44}$$

Y factor de amplificación dinámica D:

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$
 (45)

Así, la respuesta del sistema puede expresarse como

$$X = X_{est} \cdot D \tag{46}$$

La representación gráfica del factor de amplificación dinámica para un sistema masaamortiguador-resorte y diferentes valores del amortiguamiento se observa en la Figura 14.

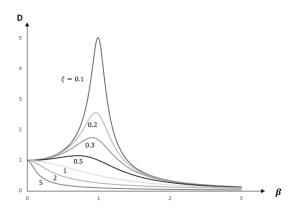


Figura 14. Factor de amplificación dinámica en función del ratio de sintonización en un sistema masa-amortiguador-resorte para distintos valores del amortiguamiento relativo

Analizando detalladamente la curva de amplificación dinámica cabe preguntarse cuál es el valor de  $\beta$  para el cual se alcanza el valor máximo. Derivando con respecto a este parámetro la expresión (45) e igualando a cero se obtiene:

$$\beta = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \Rightarrow \varpi = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \tag{47}$$

$$D_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{48}$$

Para valores pequeños del amortiguamiento ( $\zeta \leq 1$ ) los valores pueden aproximarse mediante:

$$\beta \approx 1 \Rightarrow D_{max} = \frac{1}{2\zeta} \tag{49}$$

Al valor de pico se le conoce como *factor de calidad de la resonancia* y se da a una frecuencia igual a la frecuencia natural amortiguada [4].

Por último, expresando la relación entre el desplazamiento x(t) y la fuerza de excitación f(t), se define una función compleja denominada *Función de Respuesta en Frecuencia* (*FRF*). Está función queda tal y como se observa en la ecuación (50):

$$H(\omega) = \frac{1}{-m\omega + ic\omega + k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2 + 2\xi\beta i}$$
 (50)

De esta forma, el desplazamiento de un sistema de un grado de libertad puede expresarse como:

$$x(t) = H(\omega) \cdot f(t) \tag{51}$$

Cuando la frecuencia natural del sistema coincide con la frecuencia de excitación, es decir,  $\beta = \overline{\omega}/\omega = 1$ , se dice que el sistema se encuentra en *resonancia*.

#### SISTEMAS DE N GRADOS DE LIBERTAD

Desarrolladas las ecuaciones que representan la respuesta de un sistema de un grado de libertad y definidos los parámetros que caracterizan su respuesta, se proceder a desarrollar las ecuaciones que caracterizan un sistema de n grados de libertad sometidos a una fuerza exterior armónica.

Suponiendo un sistema mecánico de parámetros concentrados con dos grados de libertad, la ecuación general del movimiento se expresa:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} 
= \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \cdot e^{i\varpi t}$$
(52)

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + |K|\{x\} = \{f\}$$
(53)

Donde  $\{x\}$  es el Vector de Incógnitas (respuesta de sistema), [M] la Matriz de Masa o de Inercia, [C] la Matriz de Amortiguamiento, [K] la Matriz de Rigidez y  $\{f\}$  es el Vector de Fuerzas.

Se recuerda que el término  $e^{i\varpi t}$  considera tanto la forma senoidal como cosenoidal de la fuerza de excitación.

Para un sistema tal que:

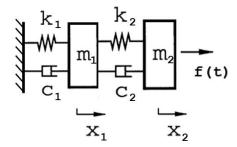


Figura 15. Esquema representativo de un sistema de dos grados de libertad amortiguado sometido a una fuerza exterior variable

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix};$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix};$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix};$$
(54)

El cálculo de las frecuencias naturales del sistema de dos grados de libertad requiere la resolución del problema de autovalores y autovectores. Así, las frecuencias naturales del sistema son las raíces cuadradas de los valores propios y los correspondientes modos de vibración (amplitud de los grados de libertad) son los vectores propios asociados.

Del mismo modo, el amortiguamiento relativo de cada una de las masas independientes es:

$$\xi_1 = \frac{c_1}{2\omega_1 m_1} \tag{55}$$

$$\xi_2 = \frac{c_2}{2\omega_2 m_2} \tag{56}$$

Otros parámetros adimensionales que caracterizan al sistema son:

$$\beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{57}$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \tag{58}$$

$$r = \frac{\overline{\omega}}{\omega_1} \tag{59}$$

La solución particular de la ecuación (53) tiene la forma:

$$\begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \end{cases} = \begin{cases} X_1 \\ X_2 \end{cases} \cdot e^{i\varpi t}$$
 (60)

Resolviendo la ecuación de forma directa se obtiene:

$$\{X\} = [FRF] \cdot \{F\} \tag{61}$$

Donde:

$$[FRF] = \frac{1}{\left[-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\right]}$$
 (62)

En esta ocasión, la condición de resonancia se da si la frecuencia de excitación  $\varpi$  coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema. Las frecuencias naturales del sistema son aquellas con las que el sistema puede vibrar de forma síncrona. Si esto ocurre y el amortiguamiento es proporcional la respuesta del sistema, el movimiento se corresponde con el modo de vibración asociado a dicha frecuencia, de manera que el sistema realiza un movimiento armónico alrededor de su posición de equilibro estático. Las masas del sistema alcanzan sus respectivas posiciones de equilibro y sus posiciones extremas de forma simultánea [26]. En el caso de sistemas con amortiguamiento no proporcional la resolución las raíces de la ecuación característica mediante el problema de autovalores y autovectores da lugar a una solución compleja. En dicho caso, la parte compleja de la solución proporciona el desfase existente entre la excitación y la respuesta del sistema.

## 2.6.2. ELECTROMAGNETISMO

Se procede a desarrollar los fundamentos del electromagnetismo necesarios para comprender los principios gracias a los cuales se va a obtener amortiguación en el actuador pasivo analizado.

Las leyes básicas del electromagnetismo [27] sirven de base teórica para comprender el funcionamiento del amortiguador pasivo que se analizará en posteriores secciones. El problema que surge al dotar a un elemento conductor de movimiento en el seno de un campo magnético es ampliamente conocido y estudiado. Las leyes que explican los fenómenos que tienen lugar en este sistema pueden resumirse gracias a las leyes sintetizadas por Maxwell:

Ley de Faraday 
$$\nabla x E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
 (63)

Ley de Ampere 
$$\nabla x H = j$$
 (64)

Ley de Gauss 
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
 (65)

Ley de continuidad 
$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$
 (66)

Donde E es la intensidad del campo eléctrico (V/m), B la densidad de flujo magnético (T), H la intensidad del campo magnético (A/m)y j la densidad de corriente  $(A/m^2)$ .

En un material con una permeabilidad relativa  $(\mu_r)$ , la intensidad del campo magnético (H) y la densidad de flujo magnético (B) está relacionadas según:

$$B = \mu_0 \mu_r H \tag{67}$$

Siendo  $\mu_o=4\pi 10^{-7} N/A^2$  la permeabilidad en el vacío.

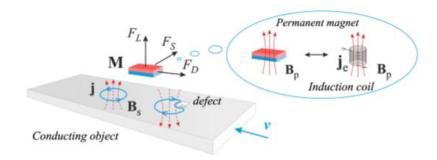


Figura 16. Esquema principal de la generación de corrientes de Eddy

Denotando por  $B_p$  al campo magnético primario que existe en un espacio libre de cualquier elemento conductor. Este campo magnético puede originarse debido a dos fuentes diferentes: imanes permanentes o corriente continua sobre un conjunto de espiras. La relación entre la densidad de corriente (j) que circula por las espiras y la intensidad del campo magnético originado (H) viene dada por la **ley de Ampere** (ecuación (64)).

De acuerdo con la **ley de Faraday**, cuando un conductor se mueve en el seno de un campo magnético estático se induce una fuerza electromagnética (FEM) en el interior del material.

$$E_{motion} = v \times B \tag{68}$$

La fuerza electromagnética inducida, según la **ley de Ohm**, genera corrientes de Eddy (j), las cuales siguen patrones circulares en planos normales a las líneas de campo. Una forma de expresar la ley de Ohm es:

$$J = \sigma \cdot E \tag{69}$$

Siendo  $\sigma$  la conductividad eléctrica, expresada en Ohm/m.

La dirección de la corriente inducida viene dada por la **ley de Lenz**, la cual establece que las corrientes inducidas circulan de tal manera que el campo magnético secundario inducido  $(B_s)$  se oponga a la variación de la corriente original que lo produjo.

$$E = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \tag{70}$$

Siendo el flujo magnético ( $\phi$ ):

$$\phi = \iint_{S} \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS} \tag{71}$$

Todo ello da lugar a un campo magnético total igual a la suma del campo magnético primario y el secundario:  $B=B_p+B_s$ .

La interacción de las corrientes de Eddy y el campo magnético genera una fuerza que actúa en el interior del material y dota al conductor de movimiento, esta es la denominada **fuerza de Lorentz**. La fuerza total que actúa sobre el conductor viene dada por la ley de Lorentz [27]:

$$F_B = \iiint_{\Omega_c} j \, x \, B d\Omega \tag{72}$$

Donde  $\Omega c$  es el volumen del conductor.

## 2.7. ANÁLISIS DE RIESGOS

Como parte de la planificación del proyecto y con el objetivo de controlar y minimizar el impacto sobre el proyecto, se procede a identificar los riesgos.

Para ello, se describe cada uno de los riesgos. A continuación, se evaluará tanto la probabilidad como el impacto de estos en la realización del proyecto, para así, junto a la matriz de probabilidad e impacto, poder priorizar los riesgos más importantes y desarrollar una respuesta ante los mismos.

**IMPACTO** Moderado Alto Muy Alto Muy bajo Bajo (0, 05)(0,1)(0,2)(0,4)(0,8)Raramente Bajo Bajo Moderado Moderado Bajo (0,1)0,005 0,01 0,02 0,04 0,08 PROBABILIDAD Difícilmente Bajo Bajo Moderado Moderado (0,3)0.06 0.12 Posible Moderado Moderado Bajo (0,5)0,05 0.1 0,4 Probable Moderado Moderado Alto Bajo 0.035 0,14 0,28 (0,7)0,07 Casi seguro Moderado Moderado (0,9)0,045 0.09

Tabla 1. Matriz probabilidad-impacto

Se destacan los siguientes riesgos:

## A. Incorrecto dimensionamiento del banco

Tal y como se detalla en la planificación del proyecto, la caracterización y dimensionamiento tanto del módulo de imanes como del banco de ensayos suponen gran parte del proyecto. Este hecho se sustenta en la importancia de elaborar un diseño adecuado acorde a las especificaciones de la problemática a tratar. De lo contrario, la caracterización tanto teórica como experimental del amortiguamiento no será la correcta y, consecuentemente, no se podrá verificar la validez del amortiguador.

## B. Incorrecta fabricación de las piezas

La fabricación de las piezas se lleva a cabo en terceras empresas del sector. En este sentido, es importante definir correctamente y de forma clara las especificaciones de cada una de las piezas. Así, se debe evitar dar lugar a una incorrecta interpretación de los planos, lo cual deriva en una fabricación errónea de las piezas.

## C. Retraso en la fabricación de las piezas

Los riesgos derivados de la fabricación de los componentes del banco de ensayos son los asociados a la externalización de la fabricación. En este sentido, no se tiene el control del proceso de fabricación y consecuentemente del tiempo requerido para el mismo.

#### D. Tomas de datos erróneos

La puesta a punto del banco de ensayos, así como la toma de datos experimentales durante la fase de análisis experimental deben realizarse bajo las correctas condiciones y de acuerdo con los parámetros establecidos en las fases previas. De lo contrario, los datos obtenidos no serán los esperados y la comparación con los datos teóricos no se podrá realizar de forma adecuada.

# E. Mal funcionamiento, pérdida o falta de disposición de los dispositivos de medida

Los sensores y excitadores necesarios en el análisis experimental han sido empleados en otros proyectos. Además, pueden ser utilizados por varias personas y/o proyectos que se realizan en el mismo periodo de tiempo. Por ello, el fallo, pérdida o falta de disposición de algún elemento deben ser considerados en la planificación del proyecto.

## F. Accidentes laborales

Los accidentes laborales son un factor a tener en cuenta en la consecución del proyecto. La mayor probabilidad de ocurrencia se da en el periodo de análisis experimental.

La caracterización experimental del amortiguamiento se lleva a cabo mediante un banco de ensayos en el taller. Los riesgos establecidos en el ámbito del taller deben ser considerados en esta fase del proyecto. En este sentido, debe considerarse tanto los riesgos asociados a la manipulación de las herramientas de trabajo del propio proyecto, como los relativos a la presencia de múltiples máquinas en el taller.

## G. Corte del suministro de electricidad

Los equipos necesarios para el desarrollo del proyecto, así como los necesarios en el análisis experimental requieren suministro de corriente eléctrica para su funcionamiento. Las instalaciones de IDEKO están correctamente diseñadas para que, en caso de avería, no haya peligro para las personas. No obstante, deben considerarse los riesgos asociados al corte del suministro de electricidad, lo cual provocaría la inhabilitación de los equipos y un posible retraso en el proyecto. Además, se dispone de un generador de energía eléctrica para casos en los que falla la red.

De acuerdo con la matriz probabilidad-impacto mostrada en la Tabla 1se evalúa el factor asociado a cada riesgo.

Tabla 2. Evaluación de la probabilidad-impacto de los riesgos

		Probabilidad	Impacto	Factor	Riesgo
A.	Incorrecto dimensionamiento del banco	0.3	0.8	0.24	Alto
В.	Incorrecta fabricación de las piezas	0.3	0.8	0.24	Alto
c.	Retraso en la fabricación de las piezas	0.7	0.2	0.14	Moderado
D.	Tomas de datos erróneos	0.5	0.2	0.1	Moderado
E.	Falta de disposición de los dispositivos de medida	0.7	0.2	0.14	Moderado
F.	Accidentes laborales	0.5	0.05	0.025	Bajo
G.	Corte del suministro de electricidad	0.1	0.2	0.02	Bajo

El incorrecto dimensionamiento del banco, así como errores en la fabricación de las piezas tienen un riesgo alto de ocurrencia. Esto se debe, principalmente, a que el impacto sobre la ejecución del proyecto es elevado. En este sentido, estos hechos dificultarían completar el análisis del amortiguamiento mediante de corrientes de Eddys ya que no se podría contrastar la caracterización teórica y experimental. En definitiva, no se podrían establecer conclusiones definitivas acerca de la idoneidad de la implementación de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso en diferentes sistemas.

## **PLAN DE CONTINGENCIA**

La Tabla 3 detalla los planes de contingencia definidos para cada uno de los riesgos presentes en el proyecto de tal manera que en caso de producirse alguno de ellos se pueda continuar con la ejecución del proyecto.

Tabla 3. Plan de contingencia

		Riesgo	Plan de contingencia
Α.	Incorrecto dimensionamiento	Alto	Cambio de los parámetros de análisis
В.	Incorrecta fabricación de las	Alto	Adaptación de las piezas y del banco de ensayos
	piezas		con las herramientas disponibles en el taller
C.	Retraso en la fabricación de las	Moderado	Retraso elevado: se completa el proyecto
	piezas		reduciendo las casuísticas a analizar
			Retraso pequeño: retraso permitido en la
			planificación
D.	Tomas de datos erróneos	Moderado	Repetición de los ensayos
E.	Falta de disposición de los	Moderado	Consideración en el diseño del banco la
	dispositivos de medida		posibilidad de emplear otros elementos de
			medida
F.	Accidentes laborales	Bajo	-
G.	Corte del suministro de	Bajo	Reparo tardío: se completa el proyecto
	electricidad		reduciendo las casuísticas a analizar
			Reparo pequeño periodo tiempo: retraso
			permitido en la planificación

# PREVENCIÓN Y REDUCCIÓN DE RIESGOS

# A. Incorrecta fabricación de la pieza

Para asegurar la correcta fabricación de las piezas en el plazo establecido es recomendable recurrir a empresas con las que ya se haya trabajado previamente. Esto no solo ayuda establecer una buena comunicación, sino que también permite conocer cómo es la forma de trabajar de la empresa proveedora.

# B. Retraso en la fabricación

Experiencias previas permiten prever pequeños retrasos en la fabricación de los componentes. Por ello, es recomendable planificar un margen de retraso con respecto

al tiempo estimado por el fabricante. De esta manera, una demora en la entrega del pedido no afectará a la realización del proyecto.

## C. Toma de datos erróneos

Un hábito adecuado para la correcta toma de datos incluye la definición de una metodología para ajustar el excitador en cada uno de los escenarios a analizar, así como la comprobación de los parámetros de ajuste previos a la realización del ensayo.

#### D. Correcto funcionamiento de los elementos de medida

La mejor manera de asegurar el correcto funcionamiento de los elementos de medida es llevar a cabo la calibración de estos siempre que se vayan a utilizar en un nuevo proyecto. Además, se recomienda emplear las herramientas en un único proyecto de forma simultánea de tal manera que se garantice que los parámetros de ajuste no hayan sido modificados.

## E. Accidentes laborales

Para evitar posibles accidentes laborales se recomienda seguir estrictamente los protocolos definidos para cada lugar de trabajo, ya sea en la mesa de trabajo o en el taller.

# 2.8. DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA

El objetivo de este proyecto es validar teórico-experimentalmente el parámetro de amortiguamiento obtenido por medio de corrientes de Eddy. Para ello, se diseña y analiza un módulo de corrientes de Eddy para posteriormente validarlo experimentalmente en un banco de ensayos.

Dada la gran influencia que tienen en el rendimiento de los amortiguadores de corrientes de Eddy tanto la disposición como el dimensionamiento de los imanes, varias investigaciones han analizado estos factores tratando de alcanzar la máxima fuerza de frenado. En el presente trabajo la disposición de imanes que se va a examinar es la mostrada en la Figura 17. El dimensionamiento de la solución propuesta se realizará acorde a los requerimientos dinámicos del problema planteado.

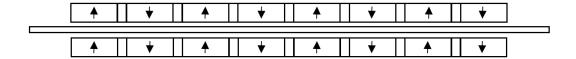


Figura 17. Esquema representativo del módulo de corrientes de Eddy

El módulo de imanes consta de dos filas de 8 imanes con polaridades alternas entre las cuales se encuentra una placa de cobre. De esta manera, dotando a la placa de cobre de un movimiento armónico en el seno del campo magnético constante se inducirán corrientes de Eddy. Gracias a la presencia de las corrientes de Eddy y la fuerza electromagnética asociada, el movimiento se verá amortiguado. Adicionalmente, con el objetivo de optimizar el flujo del campo magnético generado en los imanes se coloca entre los imanes un elemento separador de aluminio que ayuda a que las líneas de campo generado en cada uno de los imanes se cierren sobre la superficie de los imanes adyacentes.

En este contexto, se van a determinar los parámetros geométricos que doten al módulo de corrientes de Eddy del amortiguamiento requerido. Además, se analizará teóricamente, mediante software CAE Flux, el amortiguamiento en función de diferentes variables tanto geométricas como dinámicas. En concreto, en relación con los parámetros geométricos del diseño del módulo de corrientes de Eddy se analiza la

influencia sobre el parámetro de amortiguamiento del espesor de la placa de cobre y la separación entre los imanes. Mientras que la separación de imanes afecta directamente a la magnitud del campo magnético y consecuentemente a la fuerza electromagnética; el espesor de cobre está relacionado con la distribución de las corrientes de Eddy y el efecto *skin depth.* Los parámetros dinámicos considerados en el análisis son la frecuencia y amplitud del movimiento armónico de la placa de cobre y la frecuencia de suspensión.

Finalmente, la construcción de un banco de ensayos permitirá validar experimentalmente las observaciones teóricas realizadas. En la Figura 18 se muestra un esquema representativo del banco de corrientes de Eddy. Tal y como se observa en la figura, para llevar a cabo la validación experimental será necesario incorporar unas guías lineales para el correcto guiado del movimiento de la placa de cobre, flexos para definir la frecuencia de suspensión y una masa móvil adicional. Asimismo, se incluye el excitador dinámico (shaker), la placa dinamométrica para la medición de la fuerza electromagnética generada y un acelerómetro sobre la masa móvil.

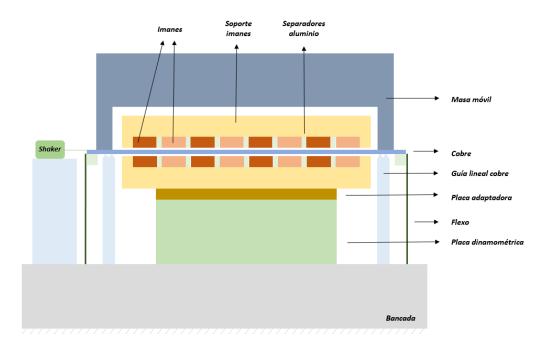


Figura 18. Esquema representativo del banco de ensayos

# 3. METODOLOGÍA

## 3.1. DESCRIPCIÓN DE FASES Y TAREAS

Se estima una duración total del proyecto de 6 meses durante los cuales se desarrollarán las siguientes fases y tareas para la consecución de los objetivos establecidos:

# Fase I. Inicio del proyecto

Se definen los objetivos, el alcance y la planificación del proyecto. Se establece el marco en el cual se desarrolla el proyecto, así como el enfoque y la propuesta de solución a elaborar.

Se prevé una duración total de *2 semanas*, comenzando al inicio del proyecto y finalizando en la semana 2.

## Tarea 1.1. Definición de objetivos y alcance

Determinado el marco en el cual se desarrolla el proyecto, se definen los objetivos a alcanzar y el alcance del proyecto. Es decir, se definen las aspectos y requerimientos de diseño que han de ser abordados en el proyecto.

## Tarea 1.2. Despliegue de la planificación

Se definen las tareas a realizar, así como su relación temporal. Además, se estima el tiempo y los recursos necesarios para su ejecución.

# Tarea 1.3. Planteamiento de la propuesta

Considerando los múltiples enfoques que se han establecido para hacer frente a las vibraciones autoexcitadas y de acuerdo con los objetivos y el alcance del proyecto, se define la propuesta a analizar. En particular, se va a desarrollar una solución enmarcada en los métodos pasivos de supresión del *chatter*.

En base a la propuesta planteada se realizará el diseño del módulo de corrientes de Eddy que proporcionan amortiguamiento sobre diferentes sistemas como pueden ser los amortiguadores pasivos (TMD).

## Fase II. Documentación

Se realiza una búsqueda inicial del estado del arte del problema a tratar, así como soluciones o investigaciones llevadas a cabo en este ámbito. Asimismo, se establecen los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo del proyecto.

Se estima una duración total de *4 semanas*. Esta fase comienza simultáneamente con la primera fase del proyecto.

#### Tarea 2.1. Fundamentos teóricos

Se repasan los fundamentos teóricos necesarios para la comprensión del funcionamiento y puesta a punto del amortiguador pasivo y conocimiento acerca de las corrientes de Eddy. Esto incluye conceptos relacionados con la dinámica estructural y el electromagnetismo.

## Tarea 2.2. Búsqueda bibliográfica

Se indaga en el estado del arte del *chatter* intentando responder a preguntas como qué es, cómo se origina o actualmente cómo se hace frente a este problema. Además, se buscan estudios relacionados con las corrientes de Eddy y diferentes diseños de amortiguadores pasivos desarrollados hasta la actualidad.

#### Fase III. Validación del software

Se comprueba que el software empleado para el dimensionamiento del banco de ensayos sea válido para el modelo a desarrollar. Para ello, se verifica que el método numérico empleado en dicho software realice los cálculos con un error aceptable.

Se planifican *3 semana* del proyecto para realizar esta fase. El comienzo de esta fase se da una vez finalizada la fase de documentación, en la semana 5. La validación del software se dará por concluida la semana 7 del proyecto.

# Fase IV. Diseño

Se dimensiona el módulo de corrientes de Eddy y, en consecuencia, el banco de ensayos teniendo en cuanta las especificaciones de la problemática a tratar y el material disponible en el laboratorio (excitador y sensores). Además, se analizará la dinámica del banco de ensayos diseñado.

Una vez finalizada la validación del software se comienza con el dimensionamiento; esto es, en la semana 8. Tras *9 semanas* totales destinadas al conjunto de tareas que engloban esta fase, se finaliza el diseño en la semana 16.

# Tarea 4.1. Dimensionamiento del módulo de corrientes de Eddy

Se dimensiona el módulo de imanes acorde a su campo de aplicación. En concreto, debe ser capaz de trabajar en los rangos de frecuencia donde se observa *chatter* en los procesos de mecanizado.

# Tarea 4.2. Diseño del banco de ensayos

Se diseña, mediante un software CAD, un banco de ensayos que permita validar experimentalmente el diseño del módulo de corrientes de Eddy. Para ello, se diseñan cada uno de los componentes y se analiza la dinámica del conjunto.

#### Fase V. Fabricación

De acuerdo con el diseño realizado en la fase previa, se fabrican cada uno de los componentes del banco de ensayos necesario para realizar las mediciones experimentales. La fabricación de realizará por terceros.

Con el diseño realizado se da comienzo a la fabricación de las piezas. Para ello, se prevén *5 semanas*, comenzando en la semana 17 y finalizando en la semana 21 del proyecto.

# Tarea 5.1. Solicitud y análisis de ofertas

Se solicita el presupuesto de la fabricación de las piezas a varias empresas. Inicialmente, se busca fabricar el conjunto de piezas en una misma empresa, salvo que alguna pieza requiera una fabricación específica.

# Hito I. Entrega de planos

Un hito destacable en la consecución del proyecto se define el día previo al lanzamiento del pedido. Para esta fecha, se debe disponer del diseño final y el plano de las piezas que conforman el banco de ensayos. Es importante haber realizado las comprobaciones correspondientes ya que la modificación de cualquier diseño puede suponer un retraso o un incremento en el coste del proyecto.

## Tarea 5.2. Lanzamiento del pedido

En función del coste y el plazo estimado se decide la empresa donde lanzar el pedido.

## Fase VI. Análisis teórico-experimental

Se analiza teórico-experimentalmente el parámetro de amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy. Para ello, se estudia la influencia sobre el parámetro de variables tanto geométricas como dinámicas. En particular, las variables de diseño analizadas son el espesor de la placa de cobre y la distancia entre imanes. Asimismo, se analiza tanto la frecuencia como la amplitud del movimiento de la placa de cobre y el modo de suspensión de la masa móvil.

Con el diseño del módulo de corrientes de Eddy y el banco de ensayos finalizados se comienza con el análisis teórico. A continuación, la recepción de las piezas da comienzo a los ensayos experimentales. En total, se destinan *6 semanas* a esta fase del proyecto. Así, se dispondrá del análisis completo del empleo de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso a finales de la semana 26.

## Tarea 6.1 Análisis teórico

Se realiza un análisis teórico de la influencia de diversas variables sobre el parámetro de amortiguamiento obtenido en el módulo de corrientes de Eddy diseñado. Este análisis se lleva a cabo mediante el software CAE Flux.

## Hito II. Recepción de las piezas

La recepción de las piezas fabricadas por terceros da comienza a los ensayos experimentales. Es importante comprobar que la fabricación se haya realizado bajo las condiciones acordadas con el proveedor.

# Tarea 6.2. Puesta a punto del banco de ensayos

Se monta cada uno de los componentes de acuerdo con el diseño realizado y se comprueba que todo este correctamente ensamblado.

# Tarea 6.3. Toma de datos experimentales

Se realizan los ensayos experimentales de acuerdo con el plan de pruebas definido. Para ello, se modifican los parámetros de ajuste del excitador dinámico y se analizan los datos de los sensores para cada una de las casuísticas definidas.

# Tarea 6.4 Análisis de los resultados

Se validan el empleo de corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso comparando los valores teóricos calculados mediante el software Flux con los obtenidos experimentalmente en el banco de ensayos.

# 3.2. METODOLOGÍA Y DESCRIPCIÓN DE EQUIPOS

En este proyecto se analiza el amortiguamiento viscoso obtenido mediante corrientes de Eddy. Para ello, se realiza una validación teórico-experimental de este método empleado para introducir amortiguamiento en los amortiguadores pasivos.

Se comienza con el análisis del parámetro de amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy. Para ello, tal y como se detalla en la *Descripción de la solución propuesta* se construye un módulo de corriente de Eddy constituido por dos filas de imanes junto a una placa de cobre dispuesta en la parte central del módulo. El predimensionamiento del módulo de corrientes de Eddy requiere, por un lado, analizar el amortiguamiento obtenido ante diferentes señales de entrada, es decir, una velocidad senoidal a diferentes amplitudes y frecuencias. Por otro lado, se analiza la dependencia del parámetro de amortiguamiento con respecto a la frecuencia de suspensión de la masa móvil.

El software CAE Flux empleado dispone de un amplio abanico de cálculos a realizar, principalmente, cálculos térmicos y electromagnéticos. En este caso, se realiza un cálculo electromagnético transitorio del modelo simplificado en 2D. Una vez definido el modelo geométrico, los materiales y el mallado se debe definir correctamente el movimiento de la parte móvil. En este caso, se analiza el problema definiendo por un lado el desplazamiento cosenoidal y, por otro lado, la velocidad senoidal del elemento móvil. En este punto, se realizan diversos cálculos variando tanto la amplitud como la frecuencia del movimiento. Asimismo, el software permite definir diferentes frecuencias de suspensión de la parte móvil.

Una vez definido el problema, el software calcula la evolución de la fuerza electromagnética a lo largo del tiempo. Otros valores calculados son la intensidad de campo magnético, distribución del flujo magnético, etc. Las ecuaciones que relacionan la fuerza electromagnética y el movimiento de un elemento conductor en el seno de un campo magnético constante se desarrollan en el apartado *Fundamentos teóricos*. Conocida la fuerza electromagnética y la velocidad del elemento conductor se obtiene el valor del amortiguamiento como cociente entre ambas expresiones.

Tras este primer análisis de la dependencia del amortiguamiento con respecto a la señal de entrada se procede a dimensionar el módulo de corrientes de Eddy que será validado experimentalmente. Para determinar el parámetro de amortiguamiento objetivo a obtener en el dimensionamiento final se requiere analizar la dinámica del sistema. El análisis de las ecuaciones que rigen el movimiento del amortiguador pasivo se lleva a cabo mediante el software Matlab. Este análisis tan solo requiere del estudio de las variables dinámicas involucradas en la ecuación general del movimiento de un sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza exterior. Estas ecuaciones de desarrollan en el aparatado *Fundamentos teóricos*. De esta forma, establecido el parámetro de amortiguamiento objetivo y conocidas las restricciones de diseño se dimensiona el módulo de corrientes de Eddy.

Una vez concluido el diseño del módulo de corrientes de Eddy, se procede con el **diseño del banco de ensayos** donde se realizará el análisis experimental del amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy. Esta tarea requiere modelar el conjunto y analizar la dinámica de la estructura.

El modelado de cada una de las piezas y del conjunto se realizan mediante el software CAD Creo Parametric. En este diseño, deben considerarse todos aquellos elementos necesarios para el análisis del módulo de corrientes de Eddy. Entre otros, deben incorporarse guías lineales para el correcto guiado del movimiento de la placa de cobre, los flexos para establecer los modos de suspensión y una masa móvil. Asimismo, se van a analizar diferentes parámetros geométricos del módulo de corrientes de Eddy, lo cual requiere un diseño modular.

Las simulaciones dinámicas del conjunto se realizan mediante el software CAE NX. Partiendo del diseño desarrollado en Creo Parametric se realiza el análisis dinámico mediante el método de elementos finitos. De esta manera, se analizan los diferentes modos de vibración de la estructura, es decir, tanto el modo de suspensión creado y otros posibles modos que pueden ser perjudiciales para el análisis experimental. Esto es, modos de vibración que quedan dentro del rango de frecuencias objeto de análisis, ya que estas amplificaciones dinámicas provocarían alteraciones en las medidas.

Para el análisis del parámetro de amortiguamiento en función de diferentes modos de suspensión se incluye en el análisis dinámico del banco de ensayos un análisis de la influencia de las dimensiones de los flexos sobre los modos de suspensión. Con ello, se diseñan los flexos para dotar a la estructura de diferentes frecuencias de suspensión y, así, validar experimentalmente la influencia de los modos en el amortiguamiento.

Por último, se lleva a cabo el **análisis teórico-experimental** acorde al plan de pruebas definido. El análisis teórico se realiza haciendo uso del software Flux y estableciendo en cada escenario de análisis los parámetros geométricos y dinámicos definidos en el plan de pruebas.

Concluido el análisis teórico se procede a montar el banco de ensayos ya diseñado. Los elementos fundamentales del banco de ensayos incluyen el excitador dinámico y los sensores. El excitador dinámico empleado debe excitar al elemento móvil del módulo de imanes con una fuerza armónica. El control de la señal de excitación se realiza mediante el Abacus. De esta forma, la señal regulada en el Abacus una vez amplificada controla la fuerza ejercida por el shaker. En este caso, el shaker empleado es electromagnético de tipo V20/T20.

El movimiento de la masa móvil se analiza observando la señal obtenida en un acelerómetro. La sensibilidad del acelerómetro empleado es de 509 mV/g. Asimismo, la fuerza electromagnética se mide empleando una placa dinamométrica. Acorde a las dimensiones del módulo de imanes y el rango de valores de fuerzas electromagnéticas a medir, se emplea la placa Kistler 9257BA. Esta placa dispone de un amplio rango de fuerzas que puede ser medidas. En este caso, las fuerza medidas se encuentran dentro del rango – 1 KN ... 1KN. Asimismo, la sensibilidad en este rango alcanza 5 mV/N.

El análisis de las señales de fuerza y aceleración, esto es, fuerza de excitación en el shaker, fuerza electromagnética obtenida mediante la placa dinamométrica y aceleración de la masa móvil obtenida mediante un acelerómetro se llevan a cabo mediante el software/hardware IKDAS. En particular, se utiliza el módulo de *Adquisición y Análisis Frecuencial* de señales. Con el empleo de este software se puede observar la evolución temporal de las señales obtenidas, así como la *Transformada de Fourier*. En

definitiva, conocidas las señales de fuerza electromagnética y aceleración se conoce el amortiguamiento del sistema.

Finalmente, para validar el diseño planteado se realiza una comparativa entre los datos experimentales y los cálculos electromagnéticos realizados mediante el software Flux. Así, se verifica no solo la validez del software empleado sino también la idoneidad del diseño propuesto.

### 3.3. DIAGRAMA GANTT

El objetivo principal de este trabajo es validar teórico-experimentalmente el módulo de corrientes de Eddys con el propósito de proporcionar amortiguamiento viscoso al sistema. Para ello, se ha de contrastar el análisis teórico con los resultados experimentales obtenidos. En este sentido, se destaca la importancia tanto de la *Fase IV. Diseño* como de la *Fase VI. Análisis teórico-experimental*.

El diseño tanto del módulo corrientes de Eddy como del banco de ensayos supone 9 semanas. Con esto, queda reflejada la importancia que desde el primer instante se le dota a esta fase del proyecto. De hecho, cada una de las tareas que componen la fase es relevante *per se*. Esto se debe a que cada una de las tareas es dependiente del resto y, por ello, un error en alguna de ellas puede suponer un ciclo continuado de errores. De esta manera, un análisis dinámico adecuado del banco de Eddy va de la mano de un dimensionamiento correcto. Del mismo modo, un dimensionamiento adecuado del módulo de corrientes de Eddy permitirá establecer los parámetros dinámicos necesarios para el diseño del banco de ensayos.

Asimismo, la correcta realización del análisis teórico-experimental permitirá establecer conclusiones sólidas acerca de la idoneidad del empleo de las corrientes de Eddy para la obtención de amortiguamiento viscoso.

Finalmente, es importante destacar que la *Fase V. Fabricación* se lleva a cabo por terceros. Los riesgos asociados a la falta de control y seguimiento de la fase pueden influir notablemente en la ejecución del proyecto; principalmente, un posible retraso en la entrega de las piezas fabricadas.

La relación cronológica de cada una de fases y tareas a realizar durante el proyecto queda reflejada en el Diagrama Gantt.

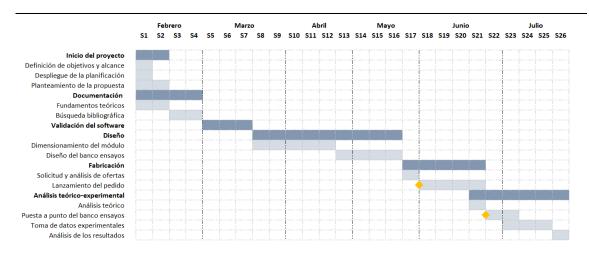


Figura 19. Diagrama Gantt

Información más detallada relativa a cada una de las tareas del proyecto se muestra en la Tabla 4.

EDT	NOMBRE DE LA TAREA	DURACIÓN	INICIO	FINAL
Fase I	Inicio del proyecto	2 sem.	4 feb	14 feb
Tarea 1.1	Definición de objetivos y alcance	1 sem.	4 feb	7 feb
Tarea 1.2	Despliegue de la planificación	1 sem.	4 feb	7 feb
Tarea 1.3	Planteamiento de la propuesta	2 sem.	4 feb	14 feb
Fase II	Documentación	4 sem.	4 feb	28 feb
Tarea 2.1	Fundamentos teóricos	2 sem.	4 feb	14 feb
Tarea 2.2	Búsqueda bibliográfica	2 sem.	17 feb	28 feb
Tarea III	Validación del software	3 sem.	2 mar	20 mar
Tarea IV	Diseño	9 sem.	23 mar	22 may
Tarea 4.1	Dimensionamiento del módulo	5 sem.	23 mar	24 abr
Tarea 4.2	Diseño del banco de ensayos	4 sem.	27 abr	22 may
Tarea V	Fabricación	5 sem.	25 may	26 jun
Tarea 5.1	Solicitud y análisis de ofertas	1 sem.	25 may	29 may
Hito I	Entrega de planos	0 días	1 jun	
Tarea 5.2.	Lanzamiento del pedido	4 sem.	1 jun	26 jun
Tarea VI	Análisis teórico-experimental	6 sem.	22 jun	31 jul
Tareas 6.1	Análisis teórico	1 sem	22 jun	26 jun
Hito II	Recepción de las piezas	0 días	29 jun	
Tarea 6.2	Puesta a punto del banco ensayos	2 sem.	29 jun	10 jul
Tarea 6.3	Toma de datos experimentales	3 sem.	6 jul	24 jul
Tarea 6.4	Análisis de los resultados	1 sem.	27 jul	31 jul

#### 3.4. DIMENSIONAMIENTO DEL BANCO DE CORRIENTES DE EDDY

El presente proyecto desarrolla una validación teórico-experimental de las corrientes de Eddy como método para obtener amortiguamiento viscoso. En concreto, la fuerza de amortiguación se origina como consecuencia del movimiento de un material conductor en el seno de un campo magnético constante.

El diseño del módulo de corrientes de Eddy analizado en este proyecto dispone de dos filas de imanes cuya finalidad es generar un campo magnético constante. Asimismo, en la parte central dispuesta entre ambas filas se coloca una placa de cobre. De esta manera, dotando a la placa de cobre de un movimiento armónico en el seno del campo magnético generado por los imanes se inducen las corrientes de Eddy. Así, la fuerza electromagnética generada será proporcional a la velocidad de la placa de cobre. El esquema representativo del módulo de corrientes de Eddy se muestra en la *Descripción de la solución propuesta*. En la Figura 20 se muestra este mismo esquema.

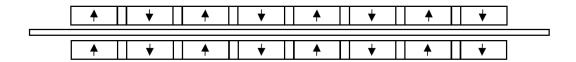


Figura 20. Esquema representativo del módulo de corrientes de Eddy

En este punto, se considera oportuno analizar la dependencia del parámetro de amortiguamiento con respecto a diferentes variables. En primer lugar, se analiza la influencia de la intensidad del campo magnético, la cual queda determinada por la distancia entre las filas de imanes. Asimismo, se analiza la relación entre el efecto *skin depth* y el espesor de cobre. En otras palabras, se estudia la distribución de las corrientes inducidas en el material conductor y como afecta esto al parámetro de amortiguamiento. Además, se analiza la dependencia del amortiguamiento con respecto a la excitación. Es decir, se definen diferentes amplitudes y frecuencias en el movimiento armónico de la masa móvil. Por último, desde el punto de vista de la dinámica de un amortiguador pasivo se analiza la influencia de diferentes modos de suspensión de la masa móvil sobre el amortiguamiento.

Determinado la configuración del módulo de corrientes de Eddy se debe diseñar una estructura que permita realizar la validación experimental del mismo. El esquema representativo del banco de ensayos que se va a construir se muestra en la *Descripción de la solución propuesta*. En la Figura 21 se muestra este mismo esquema.

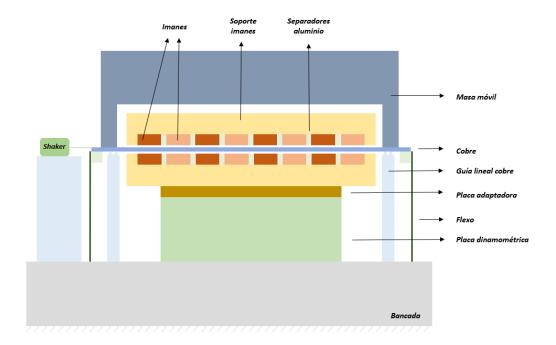


Figura 21. Esquema representativo del banco de ensayos

Los elementos indispensables incluyen las guías lineales para garantizar el movimiento unidireccional de la placa de cobre, los flexos que dotan a la estructura de rigidez y determinan la frecuencia de suspensión de la misma y una masa móvil adicional. Asimismo, se incorpora un excitador y los elementos de medida necesarios para analizar la respuesta del sistema. En este sentido, la señales que han de ser medidas experimentalmente son la fuerza electromagnética generada en el módulo de corrientes de Eddy y el movimiento de la masa móvil. Para ello, se dispone de una placa dinamométrica y un acelerómetro.

En las siguientes líneas se desarrollan los cálculos realizados para dimensionar tanto el módulo de corrientes de Eddy como el banco de ensayos.

## 3.4.1.INTRODUCCIÓN AL SOFTWARE CAE

El análisis y dimensionamiento del módulo de corrientes de Eddy planteado se realizan mediante el software Flux, herramienta que permite realizar cálculos electromagnéticos transitorios. El objetivo principal de esta primera validación del software es verificar la idoneidad del método numérico empleado. Además, se busca corroborar que el software empleado sea el adecuado, obteniendo resultados con un error aceptable.

Los principios electromagnéticos muestran que la respuesta ante un movimiento armónico del elemento conductor en el seno de un campo magnético constante es una fuerza electromagnética armónica. En este sentido, analizando la validez de las simulaciones se persigue verificar que el movimiento cosenoidal del sistema da como resultado una fuerza electromagnética senoidal en fase con la velocidad del sistema. Asimismo, se analiza la influencia de la amplitud del desplazamiento y la frecuencia de excitación en la validez del mallado.

El modelo analizado se excita con un movimiento armónico tal que:

$$x(t) = X \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{73}$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -X \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = V \cdot \sin(\omega \cdot t)$$
 (74)

De esta forma, la fuerza electromagnética inducida debido al movimiento del material conductor en el seno de un campo magnético ha de ser:

$$F = F \cdot \sin(\omega \cdot t) = c \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t) \tag{75}$$

A continuación, se analiza la influencia de tres factores diferentes sobre la respuesta del sistema. Estos factores son: el mallado, la amplitud del movimiento y la frecuencia de excitación.

### Mallado

Analizando el mallado se observa como la *densidad de elementos* del mallado influye notablemente en el resultado obtenido. Así, un primer mallado con un alto número de elementos muestra una fuerza electromagnética senoidal; mientras que la definición de

un mallado con menor densidad de elementos conduce a un resultado diferente donde los valores que toma la fuerza electromagnética ya no siguen la tendencia esperada.

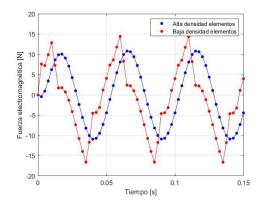


Figura 22. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8  $\mu m$  y una frecuencia de 20 Hz definiendo un mallado con elementos triangulares

Por otro lado, se observa como la *geometría de los elementos* que conforman el mallado no influye en los resultados obtenidos. En este sentido, realizando los cálculos previos únicamente modificando la geometría de los elementos, se obtienen los mismos resultados. Para un mallado con elementos prismáticos y la misma densidad de elementos se establecen las mismas conclusiones. Es decir, reduciendo la densidad de elementos de la malla, llega un instante en el cual se pierde la tendencia senoidal de la respuesta. En este punto, el método numérico empleado deja de ser válido.

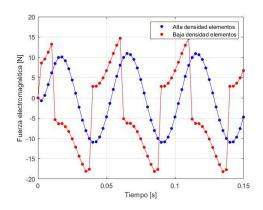


Figura 23. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8 µm y una frecuencia de 20 Hz definiendo un mallado con elementos prismáticos

## Influencia de la amplitud del movimiento

La amplitud del movimiento del sistema también es un factor a tener en cuenta. En este sentido, cabe destacar que la pérdida del seno en la evolución de la fuerza electromagnética es gradual con la amplitud del desplazamiento y por tanto de la velocidad. Para el caso particular en el cual se dota al elemento conductor de un movimiento armónico a una frecuencia de 20 Hz y con el mallado con elevada densidad de elementos triangulares, se observa como la forma armónica de la fuerza electromagnética inducida se pierde para un valor de la amplitud del movimiento comprendido entre  $40-80~\mu m$ . Para volver a obtener una respuesta de fuerza senoidal, resultaría necesario refinar aún más la malla.

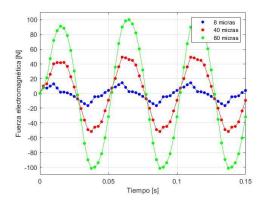


Figura 24. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de (azul) 8  $\mu$ m; (rojo) 40  $\mu$ m; (verde) 80  $\mu$ m y una frecuencia de 20 Hz definiendo un mallado con elementos triangulares y baja densidad de elementos

### Frecuencia de excitación

La influencia de la frecuencia de excitación en la forma de la respuesta es mínima. Analizando tres frecuencias diferentes (20 Hz, 60 Hz y 200 Hz) se observa como definiendo un mallado con alta densidad de elementos la respuesta es armónica en cada uno de los escenarios.

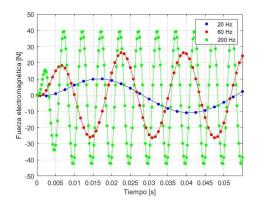


Figura 25. Fuerza electromagnética ante un desplazamiento de 8  $\mu$ m y una frecuencia de (azul) 20 Hz; (rojo) 60 Hz; (verde) 200 Hz definiendo un mallado con elementos triangulares y alta densidad de elementos

Este análisis deja claro que la idoneidad del mallado es relativa a la amplitud del movimiento. En este sentido, movimientos con amplitudes menores requieren mallados más finos para la observación de la respuesta senoidal buscada. De la misma forma, mallados más finos también son necesarios para la correcta observación de la fuerza electromagnética senoidal ante frecuencias de excitación superiores.

En cualquier caso, para las diferentes amplitudes y frecuencias de excitación, siempre se puede desarrollar un mallado que verifica que la fuerza electromagnética inducida tiene una forma armónica, proporcional y en fase con la velocidad de excitación.

### 3.4.2. DIMENSIONAMIENTO DEL MÓDULO DE CORRIENTES DE EDDY

Una vez comprobado que el método numérico empleado en el software permite realizar cálculos de forma precisa, se procede con la caracterización del módulo de corrientes de Eddy. Para llevar a cabo la caracterización de la respuesta del sistema ante el movimiento armónico del elemento móvil se emplea el software Flux. En esta fase del proyecto, se analiza la dependencia del parámetro de amortiguamiento con respecto a la frecuencia y amplitud del movimiento armónico de la placa de cobre, así como la frecuencia de suspensión del elemento móvil.

La configuración de imanes analizada es la detallada en la *Descripción de la solución* propuesta. Asimismo, las dimensiones del módulo de imanes empleado para estas simulaciones se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Dimensiones del módulo de corrientes de Eddy analizado en el predimensionamiento

	Dimensiones
Imanes	12 mm x 25 mm x 260 mm
Separadores	12 mm x 6 mm x 260 mm
Cobre	5 mm x 300 mm x 260 mm
Entrehierro	0,5 mm

Una vez definida la geometría, materiales y el mallado del modelo, se define el movimiento de la placa de cobre. Definido el movimiento del elemento conductor y conocida la distribución del campo magnético, se conoce la variación del flujo magnético a lo largo del tiempo y por lo tanto la fuerza electromagnética que actúa sobre el elemento conductor. En este punto, se conoce que la fuerza electromagnética es proporcional a la velocidad del elemento conductor, siendo el factor de proporcionalidad el amortiguamiento del sistema. Además, imponiendo un movimiento armónico, la fuerza electromagnética obtenida es proporcional y está en fase con la velocidad. Por lo tanto, tan solo es necesario dividir la amplitud de la fuerza electromagnética calculada en Flux entre la amplitud de la velocidad. El resultado obtenido es el amortiguamiento del sistema.

Las Tabla 6 reflejan los valores amortiguamiento en función de la amplitud y frecuencia de excitación obtenidos mediante el software Flux. Se analiza la respuesta del sistema definiendo por un lado el desplazamiento y por otro lado la velocidad del elemento conductor.

Tabla 6. Amortiguamiento [N·s/m] en función de la amplitud y frecuencia del desplazamiento

	Frecuencia de excitación [Hz]					
Desplz. [μm]	20	60	200	400		
80	10.748,93	8.459,09	4.358,25	2.398,66		
40	10.741,80	8.453,85	4.364,82	2.402,11		
5	10.710,11	8.453,36	4.358,55	2.399,02		
Valor medio	10.733,61	8.455,43	4.360,54	2.399,93		
Velocidad [mm/s]	20	60	200	400		
10	10.737,20	8.415,93	4.347,92	2.408,92		
5	10.734,16	8.417,68	4.346,96	2.412,20		
1	10.696,90	8.409,95	4.306,00	2.316,16		
Valor medio	10.722,75	8.414,52	4.333,63	2.379,09		

En cada uno de los escenarios planteados se observa la siguiente evolución en el tiempo de la posición, velocidad y fuerza electromagnética:

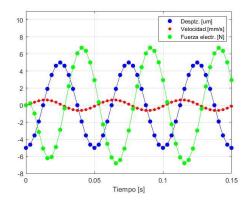


Figura 26. (Azul) Desplazamiento; (rojo) Velocidad y (verde); Fuerza electromagnética para una excitación de 5  $\mu m$  de amplitud a una frecuencia de 20 Hz

Los resultados obtenidos corresponden a un sistema libre. Imponiendo diferentes frecuencias de suspensión y manteniendo constante la amplitud y frecuencia de vibración, se observan los mismos valores de fuerza electromagnética y amortiguamiento. Es decir, acorde a los cálculos electromagnéticos, el modo de suspensión no influye en el amortiguamiento del sistema.

Un análisis más amplio de los resultados obtenidos nos permite establecer las siguientes conclusiones:

- La respuesta del sistema es la misma tanto estableciendo el desplazamiento como la velocidad del elemento móvil. De hecho, ambas variables están relacionadas, la velocidad es la derivada de la posición.
- El amortiguamiento es constante para cada una de las frecuencias de excitación,
   independientemente de la amplitud de la excitación.
- El amortiguamiento obtenido es menor cuanto mayor es la frecuencia de excitación, lo cual se debe al efecto skin depth. Como consecuencia de este efecto, cuando mayor es la frecuencia las corrientes de Eddy se concentran cada vez más cerca de la superficie. De esta manera, para cada una de las frecuencias de excitación el efecto skin depth fija un límite en el incremento del espesor del material conductor.
- La fuerza electromagnética es proporcional a la amplitud de la excitación. Si se incrementa en una escala determinada la amplitud del desplazamiento o la velocidad de excitación, la fuerza electromagnética obtenida se verá incrementada en esta misma proporción. De hecho, el factor de proporcionalidad entre la fuerza electromagnética y la velocidad a una frecuencia determinada es el amortiguamiento del sistema. En efecto, una de las grandes ventajas de este tipo de actuadores es su comportamiento lineal con respecto a la variable física que controla la fuerza producida para una frecuencia fija.
- Debido al efecto del skin depth se observa una pérdida de linealidad con la frecuencia, es decir, para una velocidad fija se obtienen amortiguamientos distintos a diferentes frecuencias.
- Independientemente de la frecuencia del modo de suspensión del elemento móvil, la respuesta del sistema y, con ello, el amortiguamiento, se mantiene constante.

## **REQUERIMIENTOS DE DISEÑO**

Una vez estudiado el comportamiento del sistema se procede a dimensionar el módulo de imanes que posteriormente será analizado experimentalmente mediante un banco de ensayos.

En este caso, se analizan diferentes parámetros dimensionales de la configuración de imanes: dimensiones de los imanes y la placa de cobre, distancia entre imanes, etc. Así, para cada una de las soluciones analizadas se analiza el amortiguamiento obtenido en función de la amplitud y frecuencia de excitación. El objetivo final es establecer las dimensiones de los elementos que componen el módulo de corrientes de Eddy de tal forma que se obtenga el amortiguamiento requerido.

A la hora de establecer las dimensiones finales de los elementos que componen el módulo es importante tener en cuenta algunos aspectos:

- Se quiere analizar el comportamiento del sistema en dos rangos de frecuencia diferentes. Por un lado, frecuencia en torno a 20 - 60 Hz en las cuales se suelen emplear los amortiguadores pasivos para eliminar las vibraciones de componentes estructurales pesados en máquina-herramienta. Por otro lado, frecuencias entre 150 - 400 Hz problemáticas en aplicaciones de piezas de paredes delgadas ampliamente utilizadas en la industria aeronáutica, entre otros sectores.
- Para todas las frecuencias de excitación a ensayar se quiere obtener un sistema con amortiguamiento subcrítico, evitando, así, situaciones en la que el sistema se encuentre sobreamortiguado. A este respecto, también se debe establecer una relación de masa móvil-frecuencia óptima para cumplir este requisito.
- Para que el amortiguamiento del sistema sea notable, se establece que el amortiguamiento debe ser superior a 1 %. Sobre todo, resulta complicado su consecución a frecuencias altas si dotamos al sistema de una elevada cantidad de masa móvil.
- Del análisis de las ecuaciones del movimiento de un TMD se concluye que para obtener valores pequeños del amortiguamiento relativo en un modo de

vibración determinado se debe incrementar la masa o reducir e amortiguamiento del sistema.

Asimismo, los equipos disponibles en el taller imponen algunas restricciones en el diseño:

- Los valores de la fuerza electromagnética han de ser medidos por la placa dinamométrica disponible para realizar los ensayos, en este caso, se va a emplear la placa Kistler 9257BA. Es decir, es necesario alcanzar como mínimo un valor 4 5N de fuerza electromagnética. Se ha observado mediante ensayos experimentales adicionales como para valores inferiores de la fuerza, debido a la entra de ruido que distorsiona la señal, se pierde precisión en la medida.
- El excitador dinámico disponible en el taller ha de ser capaz de excitar al elemento móvil del sistema con las fuerzas necesarias para obtener la amplitud de movimiento de excitación deseada. En este caso, el shaker empleado impone una fuerza máxima de 60 – 70 N.

### ANÁLISIS DINÁMICO

Se recuerda que el planteamiento para el análisis del parámetro de amortiguación obtenido mediante corrientes de Eddy se sustenta en la incorporación de una amortiguación viscosa y controlable en los TMD. De este modo, la amortiguación permite transferir el amortiguamiento del TMD a la estructura. Por este motivo, es esencial que las características dinámicas, tanto el amortiguamiento como la rigidez y la masa del sistema, se encuentren sintonizadas de acuerdo con la frecuencia a analizar y, en su caso, a amortiguar.

En el análisis del banco de ensayos se considera un sistema de un grado de libertad formado por un conjunto masa-muelle-amortiguador. La frecuencia del modo de vibración del conjunto depende de la masa y la rigidez; mientras que el amortiguamiento es proporcionado por la interacción del material conductor en el seno del campo magnético y, tal y como se ha observado en simulaciones previas, depende de la frecuencia de excitación.

Teniendo en cuanta los requerimientos de diseño que buscan no sobreamortiguar el sistema se establece como valor objetivo un amortiguamiento de 50% para un sistema con una frecuencia de excitación igual a la frecuencia natural de 30 Hz. Además, con el objetivo de establecer un valor de compromiso entre la masa del sistema y el amortiguamiento, expresada mediante la ecuación (21), y de tal forma que el amortiguamiento obtenido sea el deseado se establece una masa de 30 kg. De esta manera, el valor del amortiguamiento necesario para obtener un amortiguamiento relativo de un 50% no resulta excesivamente elevado y, consecuentemente, las dimensiones del conjunto de imanes serán las adecuadas para su implementación en el banco de ensayos.

Con todo ello, se debe diseñar un módulo de imanes con un amortiguamiento de 5.655 N·s/m para una frecuencia de excitación de 30 Hz. Esto implica que, según las ecuaciones (74) y (75), para un desplazamiento de 5  $\mu$ m (0,94 mm/s) se alcance una fuerza electromagnética de 5.3 N, valor apto para su medición en la placa dinamométrica Kistler.

A partir de aquí, se debe dimensionar el módulo de imanes para obtener el valor de amortiguamiento determinado a la frecuencia establecida. Tras la evaluación de la influencia de parámetros geométricos como las dimensiones de los imanes y la placa de cobre, separación entre imanes adyacentes y la distancia entre imanes sobre el valor de la fuerza electromagnética y, por lo tanto, el amortiguamiento, se determinan las dimensiones finales.

Tabla 7. Dimensiones del módulo de corrientes de Eddy

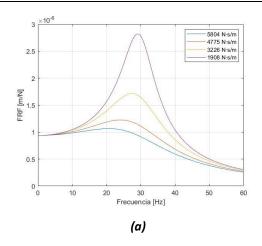
	Dimensiones
Imanes	10 mm x 22 mm x 180 mm
Separadores	10 mm x 4 mm x 180 mm
Cobre	6 mm x 350 mm x 175 mm
Entrehierro	0,5 mm

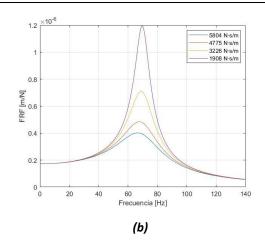
El valor del amortiguamiento obtenido para cada una de las frecuencias se detalla en la Tabla 8.

Tabla 8. Valor del amortiguamiento en función de la frecuencia de excitación para un desplazamiento de 5  $\mu m$ 

	Frecuencia de excitación [Hz]				
	30 70 150 300				
Amortiguamiento [N·s/m]	5.803,88	4.774,97	3.225,86	1.908,25	

Una vez determinado el amortiguamiento para cada una de las frecuencias de excitación ya se dispone de todos los parámetros dinámicos necesario para evaluar la fuerza de excitación necesaria que genere la amplitud del desplazamiento de la masa móvil requerida. Atendiendo a las expresiones derivadas del análisis de la ecuación general del movimiento de un sistema de un grado de libertad se analizan las curvas *FRF* correspondientes a varias frecuencias de suspensión del modo de vibración. Para cada frecuencia del modo de suspensión, se analizan las curvas *FRF* de un sistema con el amortiguamiento correspondiente a cada una de las frecuencias de excitación analizadas. El amortiguamiento correspondiente a cada frecuencia de excitación se detalla en la Tabla 8.





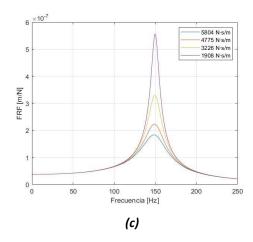


Figura 27. Curva FRF de un sistema de un grado de libertad con una masa de 30 kg, diferentes modos de suspensión a) 30 Hz; b) 70 Hz; c) 150 Hz y amortiguamiento (azul) 5.804 N·s/m; (rojo) 4.775 N·s/m; (amarillo) 3.226 N·s/m; (morado) 1.908 N·s/m

Conocidas las curvas *FRF* se puede determinar el valor de la fuerza necesaria para alcanzar un desplazamiento determinado. En este sentido, para las diferentes dinámicas simuladas se obtiene el valor de la fuerza como el cociente entre el desplazamiento y la *FRF* para cada frecuencia de excitación.

# **ANÁLISIS ELECTROMAGNÉTICO**

Se comprueba el valor del campo magnético para verificar que en ningún material ferromagnético del banco se alcance el punto de saturación. En el diseño realizado no se alcanzan los valores de saturación en ningún punto. En concreto, el acero se satura

cuando el campo magnético supera 1,9 T. La distribución del flujo magnético para una excitación de 5 µm a 30 Hz se muestra en la Figura 28.

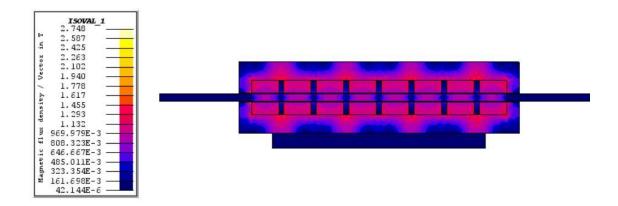


Figura 28. Distribución de la densidad de flujo magnético en el módulo de corrientes de Eddy

Así, las líneas de campo se distribuyen tal y como se muestra en la Figura 29.

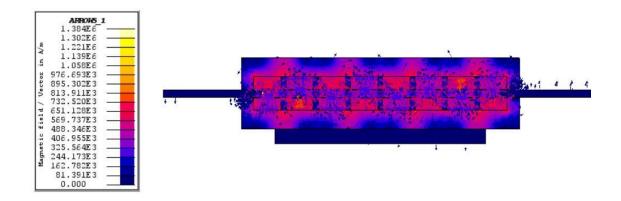


Figura 29. Distribución del campo magnético en el módulo de corrientes de Eddy

## **ANÁLISIS DEL EFECTO SKIN DEPTH**

Del análisis de la respuesta del conjunto imanes ante el movimiento armónico del elemento móvil una de conclusiones establecidas es la dependencia del valor del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación. En este sentido, se observa como la fuerza de frenado disminuye al aumentar la frecuencia de excitación.

Documentación relativa a estudios realizados en el ámbito de las corrientes de Eddy hacen hincapié en el efecto *skin depth*. Este efecto se debe a que la variación del campo

magnético es mayor en el centro del elemento conductor, dando lugar a una reactancia inductiva superior. Debido a ello, la intensidad en el centro del conductor es inferior y mayor en la periferia. Así, a frecuencias altas los electrones tienden a circular por la zona externa del conductor, en vez de uniformemente por toda la sección; con ello, disminuye la sección efectiva por la que circulan los electrones aumentando la resistencia del conductor.

El valor *skin depth* define la distancia que una onda debe viajar antes de que su amplitud disminuya un factor 1/e. En otras palabras, el 63% de la corriente eléctrica circula entre la superficie y la *profundidad de piel* ( $\delta$ ). La relación entre el efecto *skin depth* y la frecuencia de excitación se expresa según la ecuación (10).

Para este caso, la Tabla 9 y Figura 30 analizan el efecto *skin depth* en un material conductor de conductividad 5.88 e<sup>7</sup> S/m y una permeabilidad relativa 1. Esto son los valores característicos del cobre, material del elemento conductor empleado en el diseño del módulo de corrientes de Eddy.

Tabla 9. Efecto skin depth en función de la frecuencia de excitación

Frecuencia [Hz]	10	30	70	150	300
Skin depth [mm]	20,75	11,98	7,84	5,36	3,79

Para analizar la tendencia del efecto *skin depth* se representan en la Figura 30 los valores mostrados en la Tabla 9.

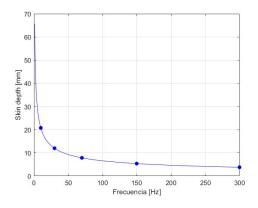


Figura 30. Efecto skin depth en función de la frecuencia de excitación

El espesor de la placa de cobre determinado en el diseño son 6 mm. De la ecuación (10) se obtiene que a una frecuencia de 120 Hz aproximadamente el valor de *skin depth* es

igual al espesor de cobre de 6 mm. Esto quiere decir que a frecuencias superiores a la indicada el espesor de cobre efectivo es inferior al diseñado. Por lo tanto, cabe analizar si, a frecuencias altas, estableciendo un espesor de cobre inferior se obtienen valores similares de la fuerza de frenado.

En concreto, para las frecuencias de excitación analizadas en el banco de ensayos la diferencia se hace notoria a 300 Hz. A esta frecuencia, el valor de *skin depth* es un 63% del espesor de la placa conductora diseñada. Consecuentemente, se considera de valor incluir el análisis de la respuesta del sistema reduciendo el espesor de cobre a 3 mm. Con ello, se espera analizar la influencia del efecto *skin depth* en la respuesta del sistema.

## 3.4.3. DISEÑO DEL BANCO DE ENSAYOS

Diseñado por completo el módulo de imanes es necesario construir una estructura que permita llevar a cabo el análisis experimental del mismo. Los elementos principales que han de ser considerados para el correcto funcionamiento del banco son los siguientes:

### **Elementos estructurales**

### Módulo de imanes

El elemento principal y objeto de estudio es el conjunto de imanes formado por dos filas de 8 imanes y una placa de cobre con las dimensiones detalladas en la Tabla 7. La función principal de este elemento es dotar al sistema de amortiguamiento excitando al elemento conductor con un movimiento armónico en el seno de un campo magnético constante.

## Guía lineal

Se incorporan dos guías lineales en cada uno de los extremos de la placa de cobre. La funcionalidad de estos elementos es guiar a la placa de cobre en su movimiento longitudinal. En este caso, se emplean guías lineales KWEM 05 - G2.

### Flexos

Se incorporan cuatro flexos al conjunto para dotar al sistema de rigidez. El dimensionamiento de estos se realizará de acuerdo con las diferentes frecuencias del

modo de suspensión de la estructura a analizar. El desarrollo de este cálculo se detalla en apartados posteriores.

#### Masa móvil

Tal y como se ha establecido en el análisis dinámico previo, se requiere incorporar una masa adicional para permitir reducir el valor del amortiguamiento relativo del sistema. En este caso, se añade una masa móvil de acero. De esta manera y de acuerdo con los parámetros establecidos en el análisis dinámico la masa móvil total (placa de cobre y masa de acero) deben alcanzar 30 kg.

### **Excitador dinámico**

#### Shaker

El shaker es el elemento encargado de aplicar una fuerza armónica sobre la masa móvil de tal forma que se alcancen los valores de desplazamiento y velocidad establecidos a una frecuencia determinada. La relación entre el desplazamiento objetivo y la fuerza a aplicar viene determinada por las curvas *FRF*.

### Sensores

### • Placa dinamométrica

La medición de la fuerza electromagnética generada se realiza con una placa dinamométrica. Acorde a las dimensiones del módulo de imanes y el rango de valores de fuerzas electromagnéticas a medir, se emplea la placa Kistler 9257BA.

En la Figura 31 y Figura 32 se muestra un esquema representativo del diseño del banco de ensayos y el módulo de imanes.

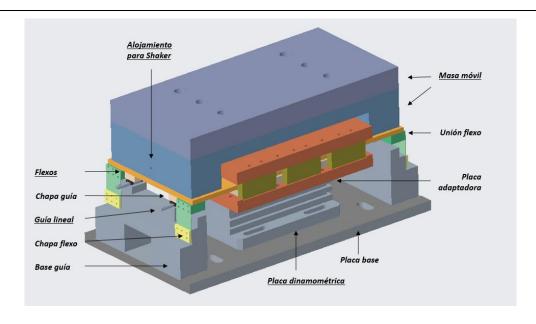


Figura 31. Banco ensayos

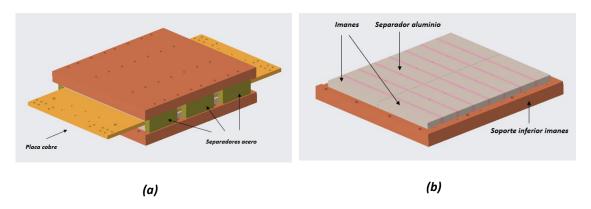


Figura 32. Módulo de imanes: (a) conjunto y (b) disposición imanes

El plano de conjunto y el de cada uno de los componentes del banco se adjuntan en el *Anexo II* de este documento.

La lista de despiece se detalla en la Tabla 10 y Tabla 11.

Tabla 10. Lista de despiece del banco de ensayos

Nº de pieza	Denominación y observaciones	Cantidad	Material
1	Módulo de imanes	1	-
2	Chapa guía	4	Acero F-1140
3	Chapa flexo	4	Acero F-1140
4	Flexo	4	Acero AISI 304
5	Guía lineal	4	-
6	Placa dinamométrica	1	-
7	Masa acero I	1	Acero F-1140
8	Masa acero II	1	Acero F-1140
9	Placa adaptadora	1	Aluminio
10	Placa base	1	Acero F-1140
11	Base guía	2	Acero F-1140
12	Unión flexo	4	Acero F-1140

Tabla 11. Lista de despiece del módulo de imanes

Nº de pieza	Denominación y observaciones	Cantidad	Material
1	Soporte inferior imanes	1	Acero F-1140
2	Soporte superior imanes	1	Acero F-1140
3	Placa de cobre	1	Cobre
4	Imanes	32	NdFeB
5	Separador acero	6	Acero F-1140
6	Separador aluminio	14	Aluminio

Se recuerda que el análisis del parámetro de amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy incluye el estudio de la dependencia de este valor con respecto a dos variables geométricas: espesor de la placa de cobre y distancia entre imanes. Para poder completar este análisis se requiere un diseño modular gracias al cual se puedan modificar estos parámetros. En concreto, las piezas que han de adaptarse a cada escenario son la placa de cobre, los separadores de acero, las chapas de las guías y las piezas de unión de los flexos. Estas tres últimas piezas han de adaptarse a cada uno de los escenarios definidos por una combinación de espesor de cobre y una distancia entre imanes. Los valores de estas dos variables definidas para cada escenario se detallan en el *Plan de Proyecto*. Asimismo, el plano de cada una de las piezas modificadas se adjunta en el *Anexo II*.

Por otro lado, el dimensionamiento de los flexos de acuerdo con las diferentes frecuencias de suspensión a analizar requiere el cálculo dinámico de la estructura. El desarrollo del mismo se detalla en las siguientes líneas.

La unión de las piezas se realiza mediante tornillos ALLEN 912. La excepción es el empleo de tornillos de cabeza avellanada DIN 7991 en la unión de la placa de cobre de 3 mm con las chapas de la guía y las uniones de los flexos. El reducido espesor de la placa de cobre impide el empleo de tornillos ALLEN 912.

### **DIMENSIONAMIENTO DE LOS FLEXOS**

La influencia de diferentes modos de vibración de la estructural es otro de los parámetros a analizar experimentalmente. El análisis teórico muestra como independientemente del modo de suspensión de la masa móvil, ante un desplazamiento constante del elemento móvil tanto en amplitud como en frecuencia de excitación, la respuesta del sistema es la misma.

El diseño del banco de ensayos incorpora cuatro flexos que dotan a la estructura de rigidez. De este modo, las dimensiones de los flexos influyen directamente sobre la frecuencia del modo de suspensión de la masa móvil del banco de ensayos. Para verificar las observaciones del análisis teórico se va a modificar las dimensiones de los flexos de tal forma que la estructura disponga de diferentes modos de suspensión. Las frecuencias naturales para analizar son 30 Hz, 70 Hz y 150 Hz. Asimismo, se analizará el movimiento libre de la masa, es decir, eliminando los flexos que dotan de rigidez a la estructura.

Para el estudio de los modos de vibración se realizan un cálculo dinámico del conjunto del banco de ensayos mediante el software NX. En primer lugar, se calculan las dimensiones del flexo para la cuales la frecuencia natural del sistema es 30 Hz. Las dimensiones obtenidas son 52,5 mm x 30 mm x 0,8 mm.

La relación entre la frecuencia natural del sistema y las dimensiones de los flexos es directa. La frecuencia natural se expresa como el cociente entre la rigidez y la masa del sistema dinámico ( $\omega_n^2 = k/m$ ).

Así, la rigidez flexional de una barra recta empotrada en uno de sus extremos se puede expresar:

$$K_{flex,z} = \frac{3 \cdot E \cdot I_z}{L^3} \tag{76}$$

Po último, el momento de inercia de una barra de sección rectangular de altura h y espesor t viene dado por:

$$I = \frac{1}{12} \cdot h \cdot t^3 \tag{77}$$

Combinando las tres expresiones se obtiene la relación entre el espesor de los flexos y la frecuencia de suspensión de la masa móvil

Analizando las ecuaciones que relacionan el espesor y la frecuencia y conocidas las dimensiones de los flexos que dotan al sistema de un modo de suspensión a 30 Hz, se determinan un espesor de los flexos de 1,4 mm y 2,4 mm para 70 Hz y 150 Hz respectivamente. Dado que el fabricante de los flexos dispone de espesores de 1,5 mm y 2,5 mm se emplean estos valores para el análisis.

En definitiva, se procede a analizar la respuesta dinámica del sistema para tres casos (frecuencia de suspensión) diferentes. A cada uno de los casos se le asigna flexos con espesores diferentes, estos son: 0,8 mm, 1,5 mm y 2,5 mm.

Los modos de vibración observados en el cálculo dinámico de la estructura realizado en NX se muestran en la Figura 33.

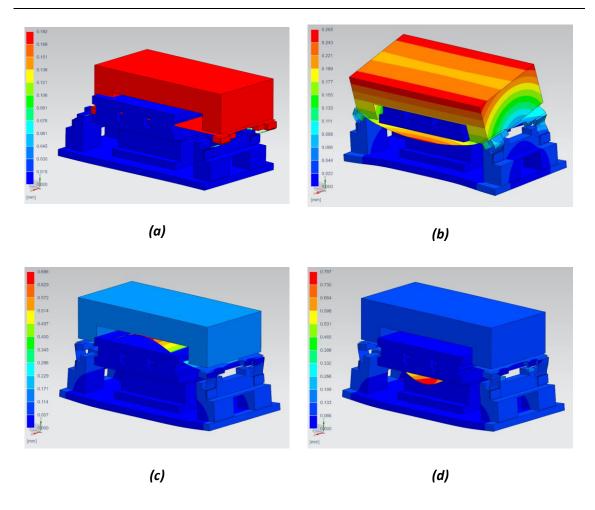


Figura 33. Magnitud del desplazamiento de los modos de vibración de la estructura empleando flexos de espesor 0,8 mm: (a) modo 1: suspensión de la masa móvil; (b) modo 2: vuelco de la masa móvil; (c) modo 3: flexión del cobre; (d) modo 4: flexión del cobre

La frecuencia de vibración de cada modo en función del espesor de flexo se muestra en la Tabla 12.

Tabla 12. Frecuencia de cada modo de vibración de la estructura en función del espesor de los flexos

	E	Espesor del flexo [mm]				
Modo	0.8	1.5	2.5			
1	29,81	63,90	97,33			
2	153,09	156,66	162,87			
3	236,76	237,39	238,32			
4	321,40	322,43	324,04			

Dado que en el estudio que se va a realizar el primer modo de vibración es el más relevante se analiza detalladamente dicho modo para los tres casos establecidos. Los modos restantes no se consideran problemáticos para la validez de los resultados ya que bien su proyección en la dirección de trabajo es nula o bien se encuentran en frecuencia lejos del rango de frecuencias objeto de análisis.

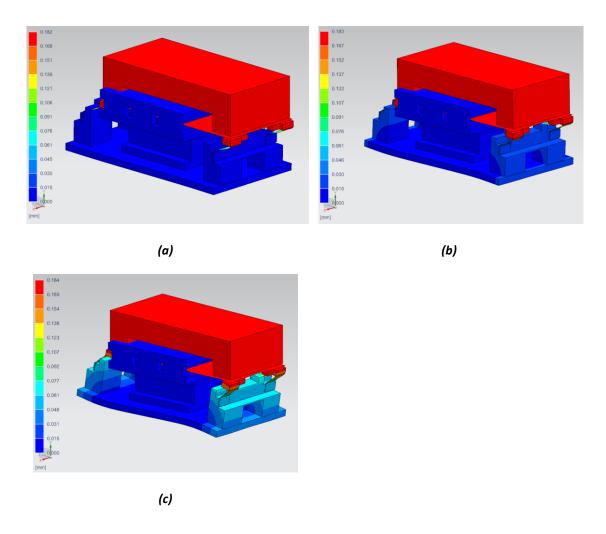


Figura 34. Magnitud del desplazamiento del modo de suspensión de la masa móvil empleando flexos de espesor (a) 0,8 mm; (b) 1,5 mm y (c) 2,5 mm

Se detecta como cuanto mayor es la frecuencia natural del sistema se comienza a apreciar una leve deformación en la placa base. Como consecuencia, la frecuencia real puede ser inferior a la frecuencia teóricamente calculada. De hecho, se puede observar cómo las frecuencias obtenidas en los cálculos dinámicos en el primer modo de vibración (Tabla 12) no corresponden a las frecuencias inicialmente establecidas: 30 H, 70 y 150

Hz. Por este motivo se decide incrementar la unión del banco a la bancada, incorporando unas bridas de unión entre la placa base y la bancada.

#### 3.5. PLAN DE PROYECTO

Establecidas las dimensiones del conjunto del módulo de corrientes de Eddy y diseñado el banco de ensayos, se analiza la influencia de la intensidad de campo magnético y la distribución de las corrientes de Eddy sobre el valor del amortiguamiento. Para ello, se varían dos parámetros: la distancia entre imanes y el espesor de cobre. En este caso la separación entre imanes se entiende como la distancia entre los imanes del conjunto inferior y los imanes del conjunto superior.

Por un lado, la separación de imanes afecta directamente a la magnitud del campo magnético generado; mientras que el espesor de cobre está relacionado con la distribución de las corrientes de Eddy y el efecto *skin depth*. En este sentido, se ha observado como el efecto *skin depth* es superior cuanto mayor es la frecuencia de excitación. Esto conduce a pensar que para frecuencias de excitación altas se pueden obtener fuerzas de frenado superiores con un espesor de cobre inferior. Estas conclusiones quedan a la espera de la comprobación experimental. De esta manera, los valores de las variables a analizar en cada uno de los escenarios planteados se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13. Plan de pruebas: escenarios

		Separación entre imanes [mm]				
		11 7 4				
Espesor de cobre 6		Escenario D	Escenario A			
[mm] 3		Escenario E	Escenario B	Escenario C		

Por otro lado, en cada uno de los escenarios se van a analizar cuatro casos diferentes. Estos casos corresponden al movimiento libre de la placa de cobre y tres modos de suspensión diferentes. Los modos de suspensión son aquellos establecidos en el diseño del banco de ensayos.

Tabla 14. Plan de pruebas: modos de suspensión

Caso	0	1	2	3
Espesor de flexos [mm]	-	0,8	1,5	2,5

Finalmente, en cada uno de los escenarios y casos, se analiza la respuesta del sistema en función de la amplitud y frecuencia del movimiento armónico impuesto a la placa de

cobre. Los valores de amplitud y frecuencia a ensayar se detallan en la Tabla 15 y Tabla 16.

Tabla 15. Plan de pruebas: frecuencias de excitación

Frecuencia de excitación [Hz]	10	30	70	150		
Tabla 16. Plan de pruebas: amplitud de excitación						
Amplitud excitación [mm/s] 5 3 1						

## 3.6. DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS

## 3.6.1.ANÁLISIS TEÓRICO

Una vez definido el plan de pruebas se procede con el análisis teórico. Este análisis incluye el estudio de la influencia de variables tanto geométricas como dinámicas sobre el amortiguamiento. En particular, se analiza la influencia del espesor de cobre y la separación entre imanes. Asimismo, para cada una de las configuraciones geométricas se analiza el amortiguamiento en función de la amplitud y la frecuencia de excitación. El valor de las variables correspondiente a cada uno de los escenarios se detalla en el *Plan de Proyecto*.

Para ello, establecidas los parámetros geométricos del módulo de corrientes de Eddy y definiendo tanto la amplitud como la frecuencia del movimiento armónico del elemento móvil, el software Flux permite calcular la evolución en el tiempo de la fuerza electromagnética generada. En este caso, se obtiene una fuerza armónica, proporcional y en fase con la velocidad. Además, conociendo que el factor de proporcionalidad entre la fuerza y la velocidad es el amortiguamiento se calcula este último valor como cociente entre la amplitud de la fuerza electromagnética y la amplitud de la velocidad.

Los cálculos que se presentan a continuación corresponden al movimiento libre de la placa de cobre. Se recuerda que en la caracterización del módulo de imanes los cálculos realizados son independientes de la dinámica de la parte móvil, es decir, bien este libre o bien presente una dinámica fija con un modo de suspensión, los resultados no varían. Por ello, los cálculos realizados se pueden extrapolar a cualquier dinámica (modo de suspensión) del sistema móvil.

### Escenario de ensayos A

El primer escenario planteado desarrolla los resultados para el diseño base. Este escenario ha sido el planteado para dimensionar el módulo de corrientes de Eddy y realizar los cálculos dinámicos del banco de ensayos. Las dimensiones generales se definen en la Tabla 7 y el valor de las variables correspondientes a este escenario se detallan en la Tabla 13. Este escenario analiza la respuesta del sistema estableciendo una distancia entre imanes de 7 mm y un espesor de cobre de 6 mm.

En la Tabla 17 se presenta los valores obtenidos en función de la amplitud y frecuencia del movimiento. Además, se presenta el valor medio del amortiguamiento para cada frecuencia de excitación.

Tabla 17. Escenario A: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

	Frecuencia de excitación [Hz]				
Velocidad [mm/s]	10	30	70	150	300
5	6.345,36	5.895,18	4.814,10	3.232,88	1.916,19
3	6.346,73	5.900,23	4.814,07	3.226,56	1.910,51
1	6.320,64	5.886,81	4.812,44	3.231,24	1.849,41
Valor medio	6.337,58	5.894,07	4.813,54	3.230,23	1.892,04

Tal y como se determinaba en las primeras observaciones, se comprueba como la respuesta del sistema es independiente de la amplitud de la excitación, no siendo así con la frecuencia de excitación. En relación con esta variable se observa como el amortiguamiento disminuye al aumentar su valor. Esto se debe al efecto *skin depth* y el carácter más superficial de las corrientes cuanto mayor es la frecuencia de excitación.

### Escenario de ensayos B

Para comprender mejor el efecto *skin depth* y la influencia del espesor de cobre a altas frecuencias de excitación, se disminuye el espesor de cobre a 3 mm, manteniendo constante la distancia entre imanes. Con ello, se mantiene constante el campo magnético, pero no así la distribución de las corrientes inducidas. El amortiguamiento obtenido en función de la amplitud y frecuencia de excitación se muestra en la Tabla 18.

Tabla 18. Escenario B: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

	Frecuencia de excitación [Hz]				
Velocidad [mm/s]	10	30	70	150	300
5	3.169,70	3.017,36	2.720,30	2.166,60	1.452,29
3	3.214,40	3.009,13	2.715,05	2.158,81	1.442,85
1	3.170,97	2.969,40	2.673,60	2.118,06	1.400,46
Valor medio	3.185,02	2.998,63	2.702,98	2.147,82	1.431,87

Tal y como se preveía el amortiguamiento disminuye notablemente a bajas frecuencias de excitación, mientras que el valor para a altas frecuencias no sufre un cambio tan drástico. Reduciendo un 50% el espesor de cobre, a 10 Hz el amortiguamiento disminuye en la misma proporción (49,74%). A 70 Hz el amortiguamiento obtenido es un 43,85% inferior y a 300 Hz se obtiene un valor 24,32% inferior al obtenido con un espesor de cobre un 50% superior. En efecto, como consecuencia del efecto *skin depth*, mientras que la reducción del espesor de cobre a bajas frecuencias conlleva una pérdida de amortiguamiento, a altas frecuencias el efecto no es tan notorio. Esto se debe a que debido a que el espesor de cobre empleado en este escenario es próximo al valor óptimo determinado por el efecto *skin depth* a 300 Hz (ver Tabla 9). Por ello, el espesor de cobre establecido en este escenario es aproximadamente igual al espesor de cobre efectivo en el escenario anterior y consecuentemente, el amortiguamiento obtenido es similar.

En definitiva, estos datos ayudan a comprender el impacto del efecto *skin depth* y la distribución de las corrientes inducidas en el material conductor a altas frecuencias de excitación.

## Escenario de ensayos C

Para realizar un análisis más detallado se procede a calcular la respuesta del sistema manteniendo la reducción del 50% del espesor de cobre y simultáneamente disminuyendo la distancia entre imanes a 4 mm. En este caso, mientras que la mayor cercanía de los imanes aumenta el campo magnético, la reducción de espesor de cobre reduce la densidad de corrientes tanto a bajas como a altas frecuencia. Sin embargo, debido a que la densidad de corrientes de Eddy tiene un carácter superficial, reduciéndose la sección efectiva, la reducción de la densidad de corrientes es menos notoria a altas frecuencias.

Este debe ser el escenario idóneo para obtener amortiguamiento a altas frecuencias. Es decir, un escenario en el cual se reduce el espesor de la placa de cobre hasta un valor en el cual se aprovecha toda la sección y se disminuye al máximo posible la distancia entre los imanes. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 19.

Tabla 19. Escenario C: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

	Frecuencia de excitación [Hz]				
Velocidad [mm/s]	10	30	70	150	300
5	4.740,10	4.530,10	4.104,10	3.233,26	2.139,94
3	4.712,17	4.503,77	4.074,30	3.192,67	2.117,16
1	4.560,46	4.352,70	3.918,35	3.048,63	1.973,34
Valor medio	4.670,91	4.462,19	4.032,25	3.158,19	2.076,81

En efecto, al reducir la distancia entre imanes el sistema presenta un amortiguamiento superior al obtenido en el escenario previamente analizado (escenario B). Además, comparando los resultados con el escenario de partida (escenario A) a pesar de que la densidad de corrientes inducidas sea inferior, el aumento del campo magnético da lugar a un incremento de la fuerza electromagnética inducida. Así, el resultado de ambas modificaciones resulta en una reducción del amortiguamiento del 26,30% a 10 Hz y un aumento del 9,77% a 300 Hz con respecto al escenario de partida.

En definitiva, esta configuración es la idónea para mejorar el amortiguamiento a altas frecuencias. A pesar de que la reducción del espesor de cobre suponga una reducción de la conductividad aparente a bajas frecuencias, a altas el efecto no es tan notorio. Dado que a altas frecuencias la generación de corrientes es más superficial, el núcleo no se aprovecha, permitiendo una reducción del espesor de cobre. Asimismo, esto permite reducir al máximo la distancia entre las placas de imanes.

## Escenario de ensayos D

Continuando con el análisis, se procede a estudiar la respuesta del sistema modificando únicamente la distancia entre imanes. Partiendo del diseño inicial (escenario A) se incrementa la distancia entre imanes a 11 mm manteniendo el espesor de cobre de 6 mm. Los resultados relativos a esta modificación se muestran en la Tabla 20.

Tabla 20. Escenario D: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

	Frecuencia de excitación [Hz]				
Velocidad [mm/s]	10	30	70	150	300
5	3.697,54	3.443,98	2.864,94	1.934,98	1.130,16
3	3.701,07	3.444,33	2.854,95	1.923,78	1.121,29
1	3.717,08	3.458,54	2.796,77	1.875,16	1.078,60
Valor medio	3.705,23	3.448,95	2.838,89	1.911,31	1.110,02

Con el incremento de la distancia entre los imanes y, con ello, la densidad de flujo magnético que atraviesa el material conductor, claramente se observa una disminución del amortiguamiento del sistema. La influencia de la variación de este parámetro es similar para todas las frecuencias analizadas. En concreto, incrementando la distancia entre imanes de 7 mm a 11 mm, el amortiguamiento disminuye un 71,04%, 69,56% y 70,45% a 10 Hz, 70 Hz y 300 Hz respectivamente.

## Escenario de ensayos E

Finalmente, se analiza un escenario en el cual se incrementa la distancia entre imanes a 11 mm y se disminuye el espesor de cobre a 3 mm. Ambas modificaciones influyen negativamente en el amortiguamiento del sistema. Por ello, se espera una reducción notoria de este valor. Los datos recogidos en este escenario se muestran en la Tabla 21.

Tabla 21. Escenario E: valores teóricos de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

	Frecuencia de excitación [Hz]					
Velocidad [mm/s]	10	30	70	150	300	
5	1.823,56	1.739,32	1.601,15	1.279,27	868,63	
3	1.825,50	1.741,47	1.596,01	1.283,06	870,12	
1	1.820,66	1.739,04	1.603,36	1.285,87	867,45	
Valor medio	1.823,24	1.739,94	1.600,17	1.282,73	868,73	

Analizando los valores se comprueba como el amortiguamiento del sistema disminuye drásticamente. Realizando una comparativa con respecto al escenario de partida (escenario A) el valor obtenido es un 71,23%, 66,76 y 54,09% inferior a 10 Hz, 70 Hz y 300 Hz respectivamente. Como se ha observado en los cálculos previos el efecto de la

disminución de la intensidad de campo magnético es similar independientemente de la frecuencia de excitación. No obstante, la reducción del espesor de cobre influye en mayor medida a bajas frecuencias. Esto se debe a que, a altas frecuencias de excitación, debido al efecto *skin depth*, el espesor de cobre efectivo es inferior al establecido en el diseño inicial. Por ello, una reducción de este parámetro a un valor cercano al espesor óptimo, establecido por el efecto *skin depth* a una frecuencia determinada, no afecta significativamente en la respuesta del sistema.

La Figura 35 muestra la evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación. En cada una de las gráficas mostrada se analiza la tendencia de los valores medios obtenidos manteniendo constante el espesor de cobre. Así, se analiza exclusivamente la dependencia del amortiguamiento con respecto a la distancia entre imanes.

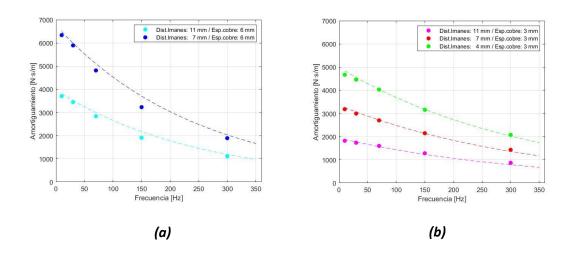


Figura 35. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación para diferentes valores de la distancia entre imanes: (a) Espesor de cobre: 6 mm; (b) Espesor de cobre: 3 mm

La Figura 35 muestra claramente como la variación de la distancia entre imanes influye de la misma forma independientemente de la frecuencia de excitación. Así, un incremento de este valor supone un campo magnético más débil y consecuentemente, una menor fuerza electromagnética y amortiguamiento en el sistema. Asimismo, la disminución de este parámetro da lugar al efecto contrario, un aumento del amortiguamiento del sistema.

Adicionalmente, en las gráficas mostradas en la Figura 36 se analiza la influencia del espesor de cobre manteniendo constante la distancia entre los imanes.

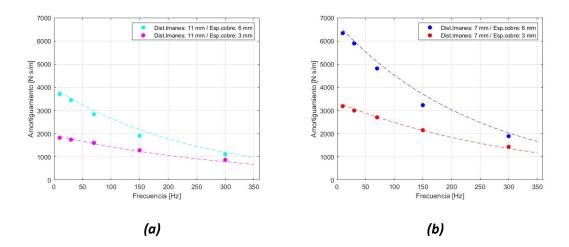


Figura 36. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación para diferentes valores del espesor de cobre: (a) Distancia entre imanes: 11 mm; (b) Distancia entre imanes: 7 mm

Tal y como se concluye en el análisis realizado, a bajas frecuencia la reducción del amortiguamiento como consecuencia de la reducción del espesor de cobre es superior. De hecho, a bajas frecuencias las corrientes inducidas circulan a lo largo de todo el espesor del elemento conductor. Así, una reducción del espesor de cobre implica una disminución de las corrientes inducidas en el material. Sin embargo, a frecuencias elevadas debido al *skin depth* la reducción de las corrientes inducidas no es tan significativa. Del análisis de la relación entre el espesor de cobre óptimo y la frecuencia de excitación, la cual viene determinada por el *skin depth*, se establece que a altas frecuencias el espesor efectivo es inferior al establecido en aquellos escenarios en los cuales se emplea una placa cobre de 6 mm de espesor. Por el contrario, aquellos escenarios en los cuales se analiza una placa de cobre de 3 mm de espesor disponen de un espesor del elemento conductor cercano al espesor efectivo determinado por el efecto *skin depth* a 300 Hz. Por ello, la fuerza de frenado obtenida a 300 Hz con un espesor de 6 mm es similar a aquella obtenida en los escenarios en los cuales se emplea una placa de cobre de 3 mm.

Con objeto de resumir el análisis realizado, en la siguiente gráfica se muestra una comparativa de los valores medios y la tendencia de estos para cada uno de los escenarios planteados.

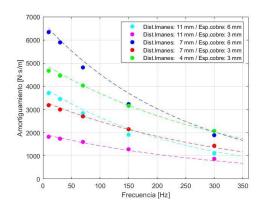


Figura 37. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación: (cian) Distancia Imanes: 11 mm / Espesor cobre: 6 mm; (magenta) Distancia Imanes: 11 mm / Espesor cobre: 3 mm; (azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 3 mm; (verde) Distancia Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm

Se comprueba como el escenario en el cual el amortiguamiento toma los valores más pequeños es aquel correspondiente a la menor intensidad de campo magnético y menor espesor de cobre. Por otro lado, el amortiguamiento es superior en los escenarios A y C. Mientras que en el escenario A el espesor de cobre es superior y, por lo tanto, se generan más corrientes inducidas; en el escenario C la intensidad de campo magnético es superior ya que los imanes se encuentran más cerca.

Por otro lado, se comprueba como la diferencia en el amortiguamiento obtenido en cada uno de los escenarios a altas frecuencias no es tan drástica. Esto se debe al ya mencionado efecto *skin depth*.

Así, mientras que a bajas frecuencias es mejor disponer de un espesor de cobre superior para aprovechar toda la sección efectiva del material conductor, a altas frecuencias las corrientes inducidas son más superficiales. Por ello, se puede reducir el espesor de cobre y, con ello, la distancia entre las placas de imanes. De este modo, el flujo magnético se ve incrementado y consecuentemente, el amortiguamiento obtenido. Cabe destacar

que el incremento del espesor de cobre a bajas frecuencias resulta óptimo hasta un determinado valor, el cual viene establecido por la relación entre la densidad de flujo magnético y la generación de corrientes inducidas.

# 3.6.2. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

# **LAYOUT**

Antes de proceder con el análisis experimental del banco de ensayos, es necesario ensamblar cada uno de los elementos descritos en el diseño. Para ello, con ayuda de imágenes tomadas en el proceso, se detallan los pasos seguidos para el montaje.

En primer lugar, se atornillan los separadores de aluminio en el soporte inferior de los imanes para, a continuación, colocar los imanes en sus correspondientes posiciones. Se debe comprobar la polaridad de cada uno de los imanes para su correcto posicionamiento.

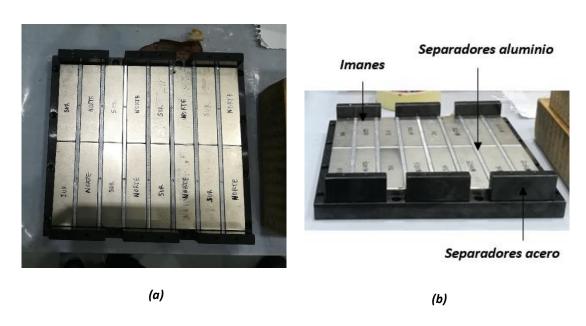


Figura 38. Lay out: imanes

Se repite el mismo procedimiento para colocar los imanes en el soporte superior.

A continuación, se colocan los separadores de acero en el soporte inferior y se comienza con el proceso de unión de ambos conjuntos. Para realizar esta tarea se emplean cuatro pernos roscados. De esta manera, el movimiento giratorio de los pernos permite trasladar el conjunto superior hasta alcanzar la posición final. La Figura 39 muestra tres instantes diferentes de este proceso.

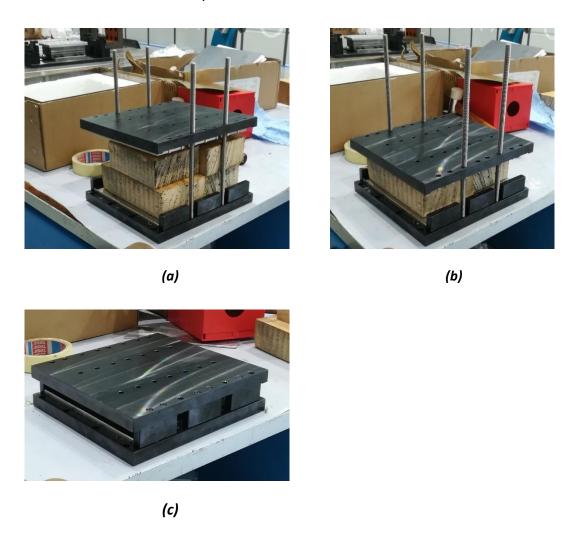


Figura 39. Lay out: módulo imanes

Una vez montado el módulo de imanes se procede a unir cada una de las piezas que conforman la estructura. Se comienza atornillado las bases de las guías en ambos extremos de la placa base. Posteriormente se une la placa dinamométrica a la placa base y se coloca la placa adaptadora sobre la placa dinamométrica. Finalmente, se coloca el módulo de imanes ya ensamblado.



Figura 40. Lay out: estructura I

Una vez ajustado el módulo de imanes se dispone a colocar las cuatro guías junto a la chapa en sus posiciones respectivas. En la Figura 41 se muestra como quedaría el acoplamiento de las guías. Cabe destacar la singularidad de los tornillos de unión del carril de las guías. Son tornillos SNZS-M2 no siendo válidos los tornillos estándares ALLEN 912 empleados en el diseño.

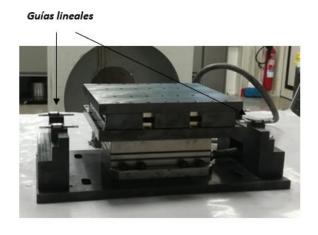


Figura 41. Lay out: guías lineales

Dado que no se tuvo constancia de la particularidad de los tornillos hasta el momento del montaje, en el diseño se han considerado tornillos ALLEN 912. Como consecuencia, no se han podido ensamblar las guías. La solución propuesta considera el montaje del conjunto prescindiendo de las guías lineales y eliminando la posibilidad de ensayar el banco ante un movimiento libre de la masa móvil.

En ausencia de las guías lineales, los flexos son elementos imprescindibles para el posicionamiento de la placa de cobre. En el escenario definido con movimiento libre no se requiere la colocación de flexos y en ausencia de los guías lineales no se disponen de ningún elemento para posicionar la placa de cobre. Consecuentemente, en el análisis experimental se descarta este escenario. En el resto de los escenarios, la placa de cobre queda posicionada con los flexos.

Dado que la dinámica de la estructura puede verse modificada como consecuencia de la eliminación de las guías, se repiten los cálculos dinámicos, en este caso, eliminando las guías del diseño. Los resultados obtenidos se muestran en el *Anexo I* de este mismo documento.

Ante esta nueva situación, se une el conjunto de los flexos, esto es, el flexo, la chapa del flexo y la pieza de unión del flexo con el cobre. Ajustados los flexos se introduce la placa de cobre en el interior del módulo de imanes. Por último, se acoplan las masas de acero y se une el conjunto a la bancada.



Figura 42. Lay out: estructura II

Tras realizar el análisis dinámico de la estructura y observar una pequeña deformación en la placa base se decide incrementar la unión del conjunto a la bancada. En este análisis se observa como la deformación incrementa cuanto mayor es la frecuencia de suspensión, por ello, se incrementa progresivamente la unión. Tal y como se muestra en la Figura 43 esto se lleva a cabo gracias a la incorporación de bridas.

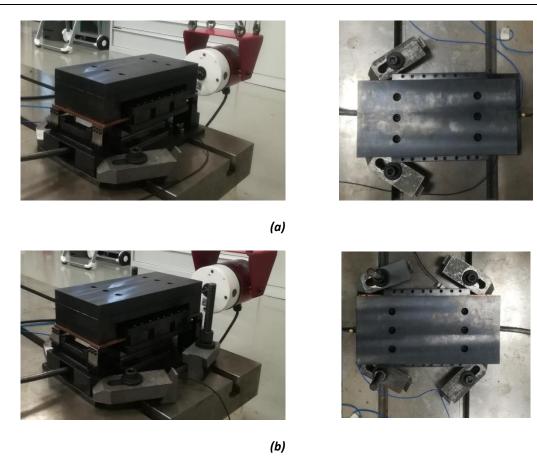


Figura 43. Lay out: unión a la bancada en los ensayos con flexos de (a) 1,5 mm y (b) 2,5 mm de espesor

Con la estructura ensamblada se configuran los equipos de medición y excitación. En primer lugar, junto al amplificador y el Abacus, se coloca el shaker. Asimismo, se coloca un acelerómetro en la masa móvil para comprobar el movimiento de la misma.

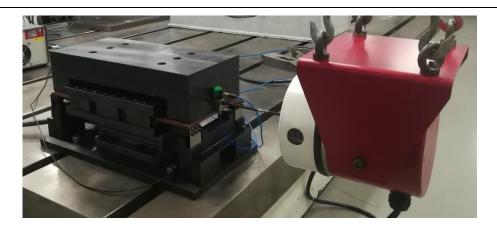


Figura 44. Lay out: shaker

Finalmente, se configura el amplificador de la placa Kistler y la tarjeta del IKDAS para el análisis de las señales. Se recuerda que las señales a analizar son dos señales de fuerza y una de aceleración: fuerza de excitación en el shaker, fuerza electromagnética en la placa Kistler y aceleración en la masa móvil.

#### **RESULTADOS EXPERIMENTALES**

Tras el análisis teórico realizado se procede a validar experimentalmente las conclusiones realizadas. Para ello, se analiza la influencia de dos parámetros geométricos: espesor de la placa de cobre y separación entre imanes (intensidad de campo magnético). Los escenarios planteados para el análisis de estas variables se detallan en la Tabla 13. Asimismo, para cada escenario se plantean diferentes casos a analizar. Cada uno de estos casos definidos en la Tabla 14 contempla un modo de suspensión de la masa móvil diferente. Por último, tal y como se detalla en el *Plan de Proyecto* en cada uno de los escenarios planteados se analiza la respuesta del sistema ante una excitación armónica del elemento móvil. De esta forma, se determina la variabilidad del amortiguamiento en función de la amplitud y frecuencia de excitación.

El control de la señal de excitación se realiza mediante el Abacus. De esta forma, la señal regulada en el Abacus una vez amplificada controla la fuerza aplicada por el shaker sobre el elemento móvil. Así, se define la amplitud y frecuencia de la fuerza a aplicar de tal forma que se obtenga la velocidad de la parte móvil deseada en cada caso. La relación entre la fuerza introducida en el shaker y la amplitud del movimiento de la parte móvil viene dada por la curva *FRF*.

Se recuerda que el shaker impone unos límites de fuerza que no pueden ser sobrepasados. En este caso, para el shaker utilizado la fuerza ejercida sobre la masa móvil no debe superar los 60 – 70 N. Este es el motivo por el cual algunos datos experimentales no han podido ser obtenidos.

Para verificar el movimiento de la masa móvil se analiza la señal obtenida en un acelerómetro. De esta forma, derivando la señal temporal obtenida se está en disposición de conocer la velocidad y el desplazamiento. Por otro lado, la placa diamométrica dispuesta en el banco permite conocer la variación de la fuerza electromagnética.

En resumen, mientras que la excitación generada en el sistema se controla con el shaker, la medición de las señales de fuerza electromagnética y aceleración de la masa móvil permiten conocer el amortiguamiento del sistema. Así, las señales medidas definiendo una fuerza de excitación senoidal de 5 N a 30 Hz se muestran en la Figura 45. De esta forma, se verifica como la fuerza electromagnética es proporcional y está en fase con la velocidad. Asimismo, el amortiguamiento se calcula como el cociente entre la amplitud de la fuerza electromagnética y la velocidad del movimiento.

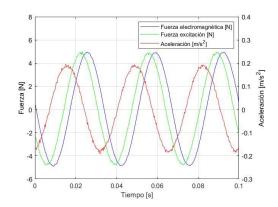


Figura 45. Escenario A: señales experimentales ante una fuerza de excitación de 5 N a 30 Hz: (azul) Fuerza electromagnética; (verde) Fuerza de excitación y (rojo) Aceleración

En las siguientes líneas se detalla el análisis experimental realizado. Es decir, se presenta el amortiguamiento obtenido en cada uno de los ensayos, el cual se obtiene del análisis

de las señales medidas en la placa dinamométrica y el acelerómetro. Estas señales, junto a la fuerza de excitación, muestran la tendencia representada en la Figura 45.

Se comienza analizando experimentalmente el banco de ensayos estableciendo los parámetros base según el diseño inicial. Esto es, se analiza la respuesta del sistema empleando la placa de cobre de 6 mm y una distancia entre imanes de 7 mm. Con esta configuración correspondiente al escenario A, se analizan los diferentes casos planteados, correspondientes a tres modos de suspensión de la parte móvil.

# Escenario de ensayos A

El amortiguamiento obtenido en función de la amplitud y frecuencia de excitación para cada una de las frecuencias de suspensión se presenta en la Tabla 22. La variación de la frecuencia de suspensión de la masa móvil se realiza empleando diferentes flexos. Por ello, los datos presentes en la tabla citada hacen referencia a la respuesta del sistema utilizando tres espesores de flexo diferentes: 0,8 mm, 1,5 mm y 2,5 mm, cada uno de ellos correspondiente a una frecuencia de suspensión. Adicionalmente, se presenta el valor medio correspondiente a cada una de las frecuencias de excitación.

Tabla 22. Escenario A: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento  $[N\cdot s/m]$  con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

		Frecuencia de excitación [Hz]			
	Velocidad [mm/s]	10	30	70	150
	5	5.245,59	5.000,76	4.341,17	-
Espesor	3	5.248,74	4.997,64	4.338,16	3.167,56
flexo: 0,8 mm	1	5.226,93	4.994,60	4.327,62	3.164,84
	Valor medio	5.240,42	4.997,67	4.335,65	3.166,20
	Velocidad [mm/s]	20	30	70	150
	5	-	-	-	-
Espesor	3	-	4.410,53	4.667,90	3.115,12
flexo: 1,5 mm	1	-	4.682,85	4.667,02	3.122,84
	Valor medio	-	4.546,69	4.667,46	3.118,98
	Velocidad [mm/s]	20	30	70	150
	5	-	-	4.346,20	-
Espesor	3	-	4.924,34	4.361,36	3.172,78
flexo: 2,5 mm	1	5.043,54	4.921,23	4.360,56	3.154,64
	Valor medio	5.043,54	4.922,78	4.356,04	3.163,71

En la Figura 46 se muestra una comparativa de los valores medios obtenidos en los tres casos analizados.

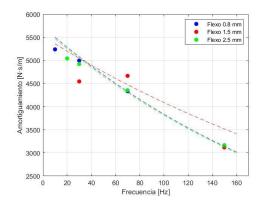
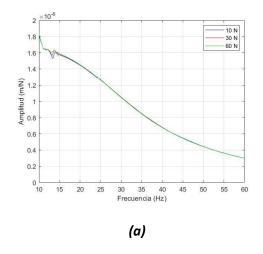
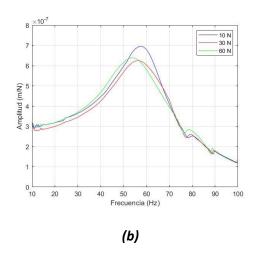


Figura 46. Escenario A: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación empleados flexos de espesor (azul) 0,8 mm; (rojo) 1,5 mm y (verde) 2,5 mm; (---) Tendencia exponencial

Tal y como se observa en los cálculos teóricos el amortiguamiento permanece constante independientemente de la amplitud de la excitación y disminuye a medida que aumenta la frecuencia de excitación. Esto último se debe al efecto *skin depth*, el cual se hace notorio a altas frecuencias. Por otro lado, se comprueba como el amortiguamiento del sistema es independiente del modo de suspensión de la estructura.

La Figura 47 se muestra las curvas *FRF* obtenidas para cada uno de los espesores de flexo empleados. En cada uno de los casos, se realiza un barrido excitando al sistema con una fuerza de amplitud constante y frecuencia variable. Las amplitudes de fuerza empleadas en cada uno de los casos son 10 N, 30 N y 60 N.





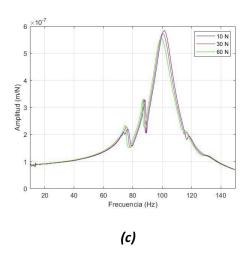


Figura 47. Escenario A: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a) 0,8 mm; (b) 1,5 mm y (c) 2,5 mm

La Figura 47(a) muestra claramente un sistema sobreamortiguado, donde la amplitud de la respuesta decrece a medida que la frecuencia de excitación aumenta. Por otro lado, en las Figura 47(b) y Figura 47(c) se observa claramente un sistema subcrítico que entra en resonancia a 55,87 Hz y 100,4 Hz para los flexos de 1,5 mm y 2,5 mm respectivamente. Estas frecuencias naturales coinciden aproximadamente con los cálculos dinámicos realizados (Tabla 12).

Comparando los resultados con aquellos obtenidos a 30 Hz de frecuencia de suspensión se comprueba como al incrementar la frecuencia el sistema ya no se encuentra sobreamortiguado. Esto se debe a que, a pesar de que el amortiguamiento medido no

varié, la frecuencia natural del sistema incrementa. Este hecho reduce el valor del amortiguamiento relativo y consecuentemente el sistema deja de estar sobreamortiguado.

En resumen, las pruebas experimentales verifican las conclusiones previamente establecidas. Por un lado, el amortiguamiento es independiente de la amplitud de la excitación, pero no así de la frecuencia de excitación. Por otro lado, el valor del amortiguamiento no depende del modo de suspensión de la estructura.

# Escenario de ensayos B

En el análisis teórico se observa como a altas frecuencias las corrientes de Eddy son más superficiales, no aprovechándose el núcleo del material. Esto conduce a preguntarse si disminuyendo el espesor de cobre a un valor cercano al valor óptimo establecido por el efecto *skin depth*, el amortiguamiento obtenido es similar o superior a aquel observado en el escenario base.

Para ello, se analiza el escenario B donde se reduce el espesor de cobre a 3 mm, manteniendo constante la intensidad de campo magnético. En este nuevo escenario se analizan los casos de espesor de flexo 0,8 mm y 1,5 mm.

El amortiguamiento obtenido en los casos analizados se muestra en la Tabla 23.

Tabla 23. Escenario B: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

		Frecuencia de excitación [Hz]			
	Velocidad [mm/s]	10	30	70	150
	5	2.513,25	2.486,19	2.428,11	
Espesor	3	2.508,83	2.483,66	2.424,83	2.305,83
flexo: 0,8 mm	1	2.504,11	2.473,72	2.414,48	2.307,01
	Valor medio	2.508,73	2.481,19	2.422,47	2.306,42
	Velocidad [mm/s]	20	30	70	150
	5	-	-	2.492,53	-
Espesor	3	-	2.545,64	2.490,02	2.223,87
flexo: 1,5 mm	1	2.549,89	2.533,97	2.480,38	2.224,11
	Valor medio	2.549,89	2.539,80	2.487,65	2.223,99

La representación gráfica de los valores medios obtenido en cada caso analizado se muestran el la Figura 48.

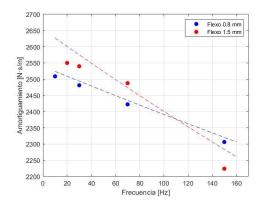


Figura 48. Escenario B: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación empleado flexos de espesor (azul) 0,8 mm y (rojo) 1,5 mm; (---) Tendencia exponencial

Analizando este nuevo sistema, la tendencia obtenida es la esperada. Al reducir el espesor de cobre, el amortiguamiento obtenido es inferior. Esto se debe a que, manteniendo constante la distancia entre imanes y, por lo tanto, la intensidad del campo magnético, una disminución en el espesor del elemento conductor implica una reducción de las corrientes inducidas en el mismo. Así, la fuerza electromagnética

generada es inferior. Analizando el parámetro de amortiguamiento se comprueba como la reducción de las corrientes inducidas es menos notoria a altas frecuencias. Esto se debe al carácter más superficial de las corrientes de Eddy ligado al efecto *skin depth*.

Las curvas FRF obtenidas se muestra en la Figura 49.

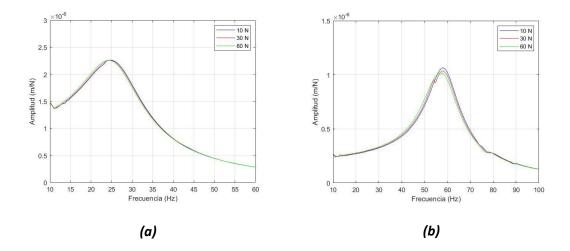


Figura 49. Escenario B: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a) 0,8 mm y (b)1,5 mm

Al contrario que lo observado en el escenario anterior (espesor de cobre de 6 mm), la nueva curva *FRF*, obtenida en el caso de flexos de 0,8 mm, está subamortiguada con una frecuencia de resonancia a 24,5 Hz. Para el caso con flexos de 1,5 mm el sistema sigue estando subamortiguado con una frecuencia natural a 57,73 Hz.

Al modificar el modo de suspensión de la masa móvil no se aprecia ninguna diferencia significativa en el amortiguamiento obtenido. No obstante, el amortiguamiento relativo del sistema es inferior cuanto mayor es la frecuencia natural. Como consecuencia, la amplitud de las vibraciones en el entorno de la frecuencia de resonancia incrementa.

# Escenario de ensayos C

Analizado el efecto de la reducción del espesor de cobre, se procede a validar experimentalmente la influencia de la intensidad del campo magnético sobre el amortiguamiento del sistema. Para ello, se analiza el escenario C, donde se reduce tanto

la distancia entre imanes como el espesor de cobre. Como ya se ha expresado en el análisis teórico este es el escenario óptimo para aplicaciones a altas frecuencias.

Por un lado, en el escenario previo se ha comprobado como la reducción del espesor de cobre supone una reducción del amortiguamiento del sistema. Ahora, se busca incrementar este valor aumentando la intensidad del campo magnético. El amortiguamiento obtenido en este escenario se muestra en la Tabla 24.

Tabla 24. Escenario C: valores experimentales de la evolución del amortiguamiento [N·s/m] con respecto a la velocidad y frecuencia de excitación

		Frecuencia de excitación [Hz]			
	Velocidad [mm/s]	20	30	70	150
	5	-	-	3.665,82	-
Espesor	3	-	3.844,99	3.681,20	3.238,92
flexo: 1,5 mm	1	3.942,07	3.894,23	3.722,85	3.285,86
	Valor medio	3.942,07	3.869,61	3.689,96	3.262,39
	Velocidad [mm/s]	20	30	70	150
	5	-	-	3.728,53	-
Espesor	3	-	-	3.800,46	3.309,93
flexo: 2,5 mm	1	4.288,96	4.137,52	3.954,05	3.390,82
	Valor medio	4.288,96	4.137,52	3.827,68	3.350,37

La representación gráfica de los valores medios obtenidos en los casos analizados en este escenario se muestra en la Figura 50.

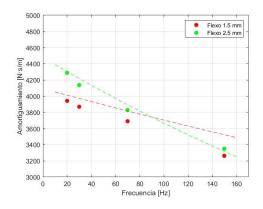


Figura 50. Escenario C: evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación empleado flexos de espesor (rojo) 1,5 mm y (verde) 2,5 mm; (---) Tendencia exponencial

En efecto, el incremento de la intensidad de campo magnético supone un incremento en el amortiguamiento del sistema. Así, el incremento del amortiguamiento como consecuencia de una mayor intensidad de campo magnético compensa el efecto negativo de la reducción del espesor de cobre.

Las curvas FRF obtenidas se muestra en la Figura 51.

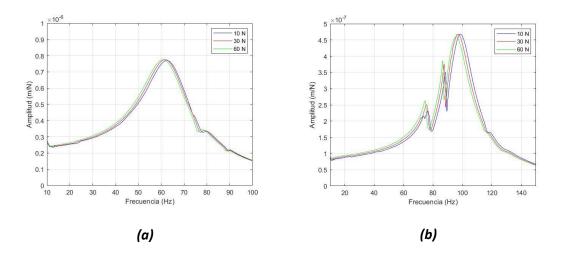


Figura 51. Escenario C: Función de Respuesta en Frecuencia ante una fuerza de excitación de (azul) 10 N; (rojo) 30 N y (verde) 60 N empleado flexos de espesor (a)1,5 mm y (b) 2,5 mm

Los resultados obtenidos en este escenario verifican las conclusiones realizas previamente. En este sentido, el amortiguamiento del sistema es independiente de la

frecuencia de suspensión de la masa móvil. No obstante, una frecuencia de suspensión superior supone un menor amortiguamiento relativo y por ello, la amplitud de las vibraciones en el caso de los flexos de 2,5 mm de espesor es superior. En concreto, se observa la resonancia a 61,63 Hz y 97,2 Hz para los casos con espesores de flexos 1,5 mm y 2,5 mm respectivamente.

Finalmente, para concluir el análisis de los resultados experimentales se muestran en la Figura 52 la comparativa de los resultados obtenidos manteniendo constante, por un lado, el espesor de cobre y, por otro lado, la distancia entre los imanes. Así, se analiza independientemente la influencia de cada uno de los parámetros. Los valores representados corresponden al valor medio de cada uno de los escenarios planteados.

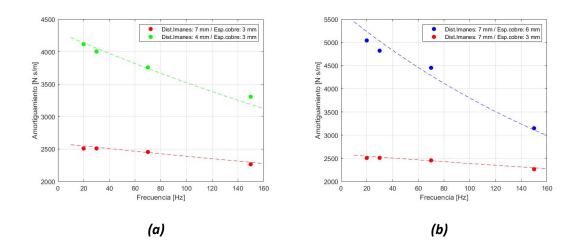


Figura 52. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación para diferentes valores de (a) la distancia entre imanes y (b) el espesor de cobre

Se comprueba como tanto el incremento del espesor de cobre, como el incremento de la intensidad de campo magnético dotan al sistema de un amortiguamiento superior a bajas frecuencias. A altas frecuencias, debido al efecto *skin depth* resulta más favorable reducir la sección efectiva del material conductor, permitiendo reducir la distancia entre imanes y así, aumentar la densidad de flujo magnético.

En resumen, a bajas frecuencias un incremento del espesor de cobre supone una mayor cantidad de corrientes inducidas y, por lo tanto, un aumento de la fuerza electromagnética inducida. Bien es cierto que espesores de cobre elevados para

aplicaciones a altas frecuencias de excitación no resultan útiles ya que el espesor efectivo es inferior. Por ello, se ve desperdiciado gran parte del material conductor. Asimismo, disminuyendo el espesor de cobre no solo se aprovecha de forma más efectiva el material conductor, sino que esto permite reducir la distancia entre los imanes y, con ello, aumentar la intensidad de campo magnético y el amortiguamiento obtenido.

En este sentido, se observa claramente como el escenario con un espesor de cobre de 6 mm y una distancia entre imanes de 7 mm presenta una pérdida de amortiguamiento más pronunciada cuanto mayor es la frecuencia de excitación. Esto se debe a que la pérdida de amortiguamiento como consecuencia de la disminución del espesor de cobre no es lineal con respecto a la frecuencia de excitación. Debido al efecto *skin depth*, el espesor de cobre efectivo es inferior cuanto mayor es la frecuencia de excitación. Además, al disponer de una mayor separación entre imanes establecida por el espesor de cobre, se produce una pérdida de densidad de flujo magnético. Por ello, la perdida de amortiguamiento a bajas frecuencias es superior.

# 3.6.3. CORRELACIÓN ENTRE LOS CÁLCULOS TEÓRICOS Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

En las siguientes líneas se comprueba la validez de los cálculos teóricos realizando una comparativa con respecto a los valores experimentales. Con ello, se pretende verificar la validez del software empleado para los cálculos electromagnéticos en aplicaciones con corrientes de Eddy.

La Tabla 25 muestra el valor medio tanto teórico como experimental obtenido en cada uno de los escenarios planteados. Asimismo, se muestra la desviación relativa entre ambos datos.

Tabla 25. Comparativa teórico-experimental del valor medio del amortiguamiento [N·s/m] en función de la frecuencia de excitación para diferentes valores del espesor de cobre y la distancia entre imanes

		Frecuencia de excitación [Hz]			
		20	30	70	150
Escenario	Valor teórico	6.131,10	5.894,07	4.813,54	3.230,23
A	Valor experimental	5.043,54	4.822,38	4.453,05	3.149,63
	Desviación [%]	17,74	18,18	7,49	2,50
		20	30	70	150
F	Valor teórico	3.068,72	2.998,63	2.702,98	2.147,82
Escenario B	Valor experimental	2.508,73	2.510,50	2.455,06	2.265,20
	Desviación [%]	18,25	16,28	9,17	5,47
		20	30	70	150
Escenario C	Valor teórico	4.537,05	4.462,19	4.032,25	3.158,19
	Valor experimental	4.115,51	4.003,57	3.758,82	3.306,38
	Desviación [%]	9,29	10,28	6,78	4,69

Los datos representados en la Figura 53 y Figura 54 corresponden a los valores mostrados en la Tabla 25. En la Figura 53 se muestra una comparativa de los datos teóricos y los resultados experimentales; mientras que en la Figura 54 se representa la evolución de la desviación relativa entre los valores teóricos y experimentales en función de la frecuencia de excitación.

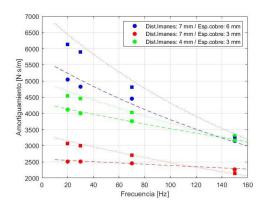


Figura 53. Evolución del amortiguamiento con respecto a la frecuencia de excitación: (azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 3 mm; (verde) Distancia Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm; (■) Valores teóricos; (●) Valores experimentales; (···) Tendencia valores teóricos; (---) Tendencia valores experimentales

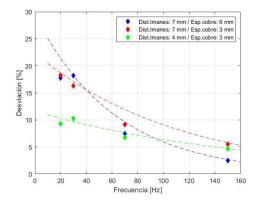


Figura 54. Desviación de los resultados experimentales respecto a los valores teóricos con respecto a la frecuencia de excitación: (azul) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: 6 mm; (rojo) Distancia Imanes: 7 mm / Espesor cobre: mm; (verde) Distancia Imanes: 4 mm / Espesor cobre: 3 mm; (---) Tendencia de la desviación

Analizando simultáneamente los datos teóricos y experimentales se observa como los resultados experimentales obtenidos a bajas frecuencias de excitación difieren ligeramente de aquellos obtenidos mediante cálculos electromagnéticos. Por el contrario, los datos experimentales tomados a frecuencias de excitación superiores presentan un error mínimo respecto a los valores teóricos. En efecto, la tendencia de la desviación de los resultados experimentales con respecto a los teóricos muestra

claramente una tendencia descendente a medida que aumenta la frecuencia de excitación.

En definitiva, a pesar de que, tanto en el análisis teórico como en el experimental, los valores muestren la misma tendencia, un análisis más detallado de los valores absolutos refleja errores elevados en los cálculos a bajas frecuencias de excitación. Consecuentemente, el software de cálculos electromagnéticos resulta apropiado para aplicaciones a altas frecuencias de excitación mientras que a bajas frecuencias proporciona una estimación del amortiguamiento que deja un error de aproximadamente un 15 %.

# 4. ASPECTOS ECONÓMICOS

# 4.1. PRESUPUESTO

Las diferentes cuentas que componen el presupuesto son analizadas individualmente según las siguientes partidas:

#### Horas internas

Las horas dedicadas al proyecto incluyen las del instructor de IDEKO, el tutor de la universidad y la alumna. El tiempo destinado al proyecto viene establecido en términos de créditos ECTS que deben cumplir cada una de las partes involucradas en el proyecto.

#### Amortizaciones

Como parte de las amortizaciones se incluyen el excitador, los sensores y herramientas disponibles en el taller necesarias para el montaje del banco de ensayos. El uso de estos elementos no es excluso para este proyecto, por ello se incluyen en la partida de amortizaciones. Además, se consideran tanto el ordenador como las licencias de los programas necesarios para la realización del trabajo.

### Gastos

El gasto principal incluye la fabricación de cada una de las piezas y elementos de unión que componen el banco de ensayos.

#### Costes indirectos

Se tendrán en cuenta los costes indirectos del proyecto. Estos incluyen, entre otros, costos derivados del trabajo en el taller y los costos de electricidad y agua necesarios para el uso de las máquinas. Se valoran con un 10% de los costes directos.

# Imprevistos

Para evitar efectos perjudiciales de desviaciones del presupuesto se suma un recargo del 5% de imprevistos al presupuesto.

Tabla 26. Presupuesto del proyecto

Concepto	Unidad	Nº unidades	Coste unitario		Coste
Horas internas					27.250,00 €
Instructor	h	200	71	14.200,00€	
Tutor	h	75	70	5.250,00€	
Alumna	h	975	8	7.800,00€	
Amortizaciones					154,35 €
Equipos					114,79€
Ordenador	h	975	0,11	111,30€	
Placa Kistler	h	120	0,02	1,97 €	
Shaker	h	80	0,01	0,75 €	
Abacus	h	80	0,01	0,50€	
Acelerómetro	h	80	0,003	0,27 €	
Software					39,56 €
Flux 12.1	h	270	0,09	23,12 €	
Creo Parametric	h	160	0,08	12,79€	
NX 12	h	40	0,09	3,65 €	
Matlab	h	24	0,00	0,00€	
Gastos					3.966,01 €
Imanes NINGBO	uds	-	-	343,00€	
Flexos HEDECO CALFI	-	-	-	304,00€	
Piezas RAIZE	-	-	-	3.121,00€	
Tornillería	-	-	-	198,01€	
Costes directos					31.370,36€
Costes indirectos		10%			3.137,04€
Subtotal					34.507,39 €
Imprevistos		5%			1.725,37 €
Total					36.232,76€

El proyecto se encuentra dentro del marco de trabajos de I+D en el ámbito de la máquina-herramienta. En este sentido, no se puede cuantificar en términos económicos la rentabilidad del proyecto.

No obstante, el trabajo está encaminado a mejorar una problemática frecuente que trae consigo una pérdida de productividad y precisión en las máquina-herramienta. Así, resultados óptimos del diseño planteado contribuyen al desarrollo de una solución que

permite mejorar las prestaciones de las máquinas y, con ello, desarrollar propuestas más competitivas en el mercado que dotan de un mayor beneficio económico al sector.

# 5. **CONCLUSIONES**

Las ideas principales del proyecto quedan resumidas en los siguientes puntos:

- Este proyecto se analizan las corrientes de Eddy para obtener amortiguamiento viscoso. Es decir, se analiza el amortiguamiento generado por las corrientes inducidas en un material conductor en movimiento en el seno de un campo magnético constante.
- El uso de corrientes de Eddy como método para obtener amortiguamiento en un TMD resulta óptimo ya que se obtiene un amortiguamiento viscoso y controlado.
   Una de las grandes ventajas de este tipo de sistemas de obtención de amortiguamiento es su comportamiento lineal con respecto a la amplitud de las vibraciones.
- El objetivo del proyecto es realizar una validación teórico-experimental del amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy. En este sentido, se plantea analizar el parámetro de amortiguamiento en función de variables geométricas, así como dinámicas. Las variables geométricas analizadas son el espesor de la placa de cobre y la distancia entre los imanes. Asimismo, se analiza la influencia sobre el amortiguamiento de la amplitud y frecuencia de la excitación y la frecuencia de suspensión de la masa móvil.
- El análisis teórico-experimental realizado permitirá verificar la validez del software CAE Flux empleado para el cálculo del amortiguamiento por corrientes de Eddy y determinar las desviaciones de los cálculos teóricos con respecto a la realidad.

Del análisis teórico-experimental del amortiguamiento por corrientes de Eddy se establecen las siguientes conclusiones:

El amortiguamiento es independiente de la amplitud de las vibraciones, no así
de la frecuencia de la excitación. En otras palabras, se verifica la linealidad del
amortiguamiento con respecto a la variable física que controla la fuerza
producida para una frecuencia fija. Sin embargo, debido al efecto skin depth, a

una velocidad determinada el amortiguamiento es menor cuanto mayor es la frecuencia de excitación.

- Una disminución de la distancia entre los imanes y, por lo tanto, un incremento de la intensidad de campo magnético supone un incremento en el amortiguamiento, independientemente de la frecuencia de excitación.
- El efecto skin depth establece la relación entre la frecuencia de excitación y el espesor de cobre óptimo. En otras palabras, a una frecuencia determinada el efecto skin depth fija el límite en el incremento del espesor del material conductor.
- A bajas frecuencias un incremento del espesor de cobre supone una mayor cantidad de corrientes inducidas y, por lo tanto, un aumento de la fuerza electromagnética inducida.
- Espesores de cobre elevados para aplicaciones a altas frecuencias de excitación no resultan útiles ya que el espesor efectivo es inferior. En este sentido, debido al efecto skin depth las corrientes de Eddy son superficiales y se ve desperdiciado gran parte del núcleo del material conductor. Asimismo, disminuyendo el espesor de cobre no solo se aprovecha de forma más efectiva el material conductor si no que esto permite reducir la distancia entre los imanes y, con ello, aumentar la intensidad de campo magnético y el amortiguamiento obtenido.
- Independientemente del modo de suspensión de la masa móvil el amortiguamiento se mantiene constante.
- La correlación de los resultados teóricos y experimentales muestra desviaciones elevadas a bajas frecuencias de excitación. No obstante, este valor muestra una tendencia decreciente a medida que aumenta la frecuencia de excitación. Por ello, el software Flux empleado para el cálculo del amortiguamiento obtenido mediante corrientes de Eddy, con errores inferiores a un 5 %, es adecuado para aplicaciones a altas frecuencias.

# **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] M. Wiercigroch and E. Budak, "Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting," *Philosophical Transcations of the Royal Society A*, vol. 359, pp. 663-693, 2000.
- [2] W. Hastings, P. Mathew and P. Oxley, "A Machining Theory for Predicting Chip Geometry, Cutting Forces etc. From Work Material Properties and Cutting Conditions," *Proceeding of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 371, pp. 569-587, 1980.
- [3] G. Stépán, "Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting," Philosophical Transactions of The Royal Society B: Biological Sciences, 2001.
- [4] L. Zuo and Lei, "Element and system design for active and passive vibration isolation," 2006.
- [5] H. Frahm, "Device for damping vibrations of bodies". U.S Patent 0989958, 1909.
- [6] J. Ormondroyd y J. P. Den Hartog, «Theory of the Dynamic Vibration Absorber,» *Trans. ASME*, 1928.
- [7] J. P. Den Hartog, Mechanical Vibrations, New York: Dover, 1956.
- [8] J. E. Brock, "A note on the damped vibration absorber," *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 68, no. 4, pp. A-284, 1946.
- [9] I. Abubakar and B. Farid, "Generalized Den Hartog tuned mass damper system for control of vibrations in structures," *Earthquake Resistant Engineering Structures*, vol. 104, pp. 185-193, 2009.
- [10] K. Liu and J. Liu, "The damped dynamic vibration absorbers: Revised and new result," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 284, pp. 1181-1189, 2005.

- [11] D. Karnopp, M. J. Crosby and R. A. Harwood, "Vibration control using the semi-active force generators," *ASME Journal of Engineering for Industry*, vol. 96, pp. 619-626, 1974.
- [12] F. M. Lewis, "The Extended Theory of the Viscous Vibration Damper," *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 22, pp. 377-382, 1995.
- [13] M. Ozer and T. Royston, "Extending Den Hartog's Vibration Absorber Technique to Multi-Degree-of-Freedom Systems," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 127, 2005.
- [14] M. Abe and Y. Fujino, "Dynamic characterisation of multiple tuned mass dampers and some design formulas," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, pp. 813-835, 1994.
- [15] K. Xu and T. Igusa, "Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies," *Earthquake Engineering and Substructural Dynamics*, vol. 21, pp. 1059-1070, 1992.
- [16] J. M. D. Coey, "Permanent Magnet Applications," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 248, pp. 441-456, 2002.
- [17] K. E. Graves, D. Toncich and P. G. Iovenitti, "Theoretical comparison of motional and transformer EMF device damping efficiency," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 233, pp. 441-453, 2000.
- [18] H. Sodano, J.-S. Bae, D. Inman and W. Belvin, "Concept and model of eddy current damper for vibration suppression of a beam," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 288, pp. 1177-1196, 2005.
- [19] D. Schieber, "Optimal Dimensions of Rectangular Electromagnet For Braking Puposes," *Magnetics, IEEE Transactions*, vol. 11, pp. 948-952, 1975.

- [20] J. S. Choi and J. Yoo, "Optimal design method for magnetization directions of a permanent magnet array," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 322, pp. 2145-2151, 2010.
- [21] J. S. Choi, J. Yoo, S. Nishiwaki and K. Izui, "Optimization of Magnetization Directions in a 3-D Magnetic Structure," *Magnetics, IEEE Transactions*, 2010.
- [22] D. Zhu, S. Beeby, J. Tudor and N. R. Harris, "Increasing output power of electromagnetic vibration energy harvesters using improved Halbach array," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 203, 2013.
- [23] S. Wang, D. Youn, H. Moon and J. Kang, "Topology optimization of electromagnetic systems considering magnetization direction," *Magnetic, IEEE Transactions*, vol. 41, pp. 1808-1811, 2005.
- [24] A. Bilbao y E. Amezua, Mecánica Aplicada: Estática y Cinemática, EDITORIAL SÍNTESIS.
- [25] S. Rao, Mechanical Vibrations, 1990.
- [26] A. Hernández, C. Pinto, J. Agirrebeitia y V. Petuya, Dinámica de Máquinas, Bilbao: Publicaciones Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2015.
- [27] J. R. Brauer, Magnetic Actuators and Sensors.

# ANEXO I. AMPLIACIÓN DE LOS CÁLCULOS DINÁMICOS

Tal y como se detalla en la descripción del montaje del banco de ensayos, debido a un error en el diseño se prescinde de las guías lineales en la toma de datos experimentales.

La función principal de las guías es guiar a la placa de cobre en su movimiento longitudinal, el cual debe ser perpendicular al campo magnético generado por el conjunto de imanes. Dada la imposibilidad de colocar las guías, los flexos toman una importancia adicional en la dinámica del conjunto. En este nuevo escenario, no solo dotan al sistema de rigidez, sino que también garantizan el correcto posicionamiento de la placa de cobre.

Para una mayor comprensión de los efectos de la ausencia de las guías lineales sobre la dinámica del conjunto, se realizan de nuevo los cálculos dinámicos. La Figura 55 muestra los modos de vibración obtenidos en la misma estructura analizada en el apartado *Dimensionamiento de los flexos*.

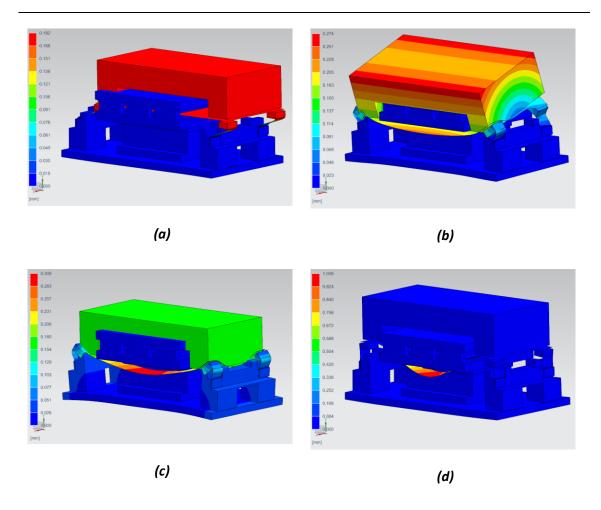


Figura 55. Magnitud del desplazamiento de los modos de vibración de la estructura empleando flexos de espesor 0,8 mm y eliminando las guías lineales: (a) modo 1: suspensión de la masa móvil; (b) modo 2: vuelco de la masa móvil; (c) modo 3: flexión del cobre; (d) modo 4: flexión del cobre

En la Tabla 12 se detalla la frecuencia natural de cada uno de los modos mostrados en la Figura 55. Se analiza la dinámica de la estructura para los tres espesores de flexos diseñados.

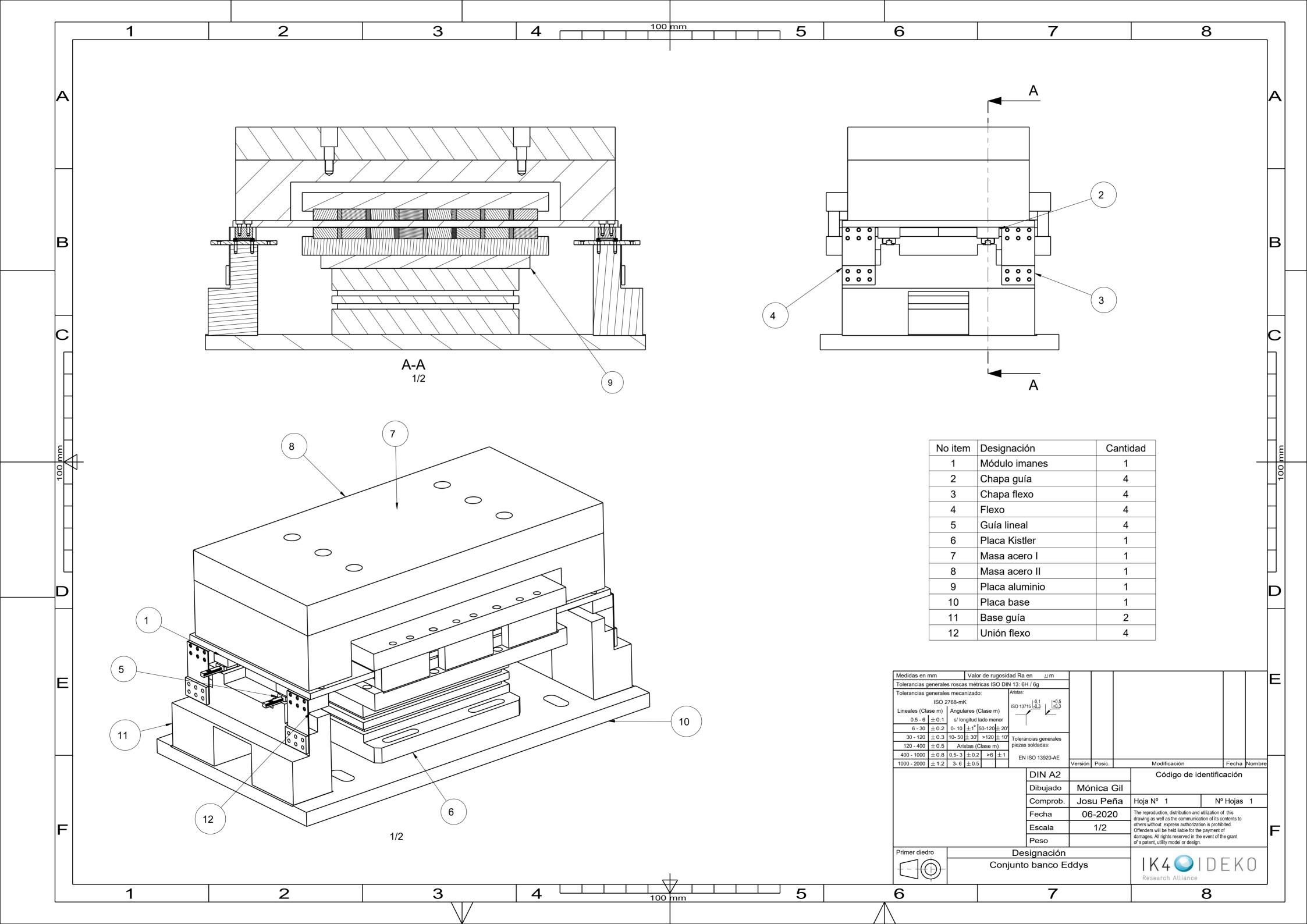
Tabla 27. Frecuencia [Hz] de cada modo de vibración de la estructura sin guías lineales en función del espesor de los flexos

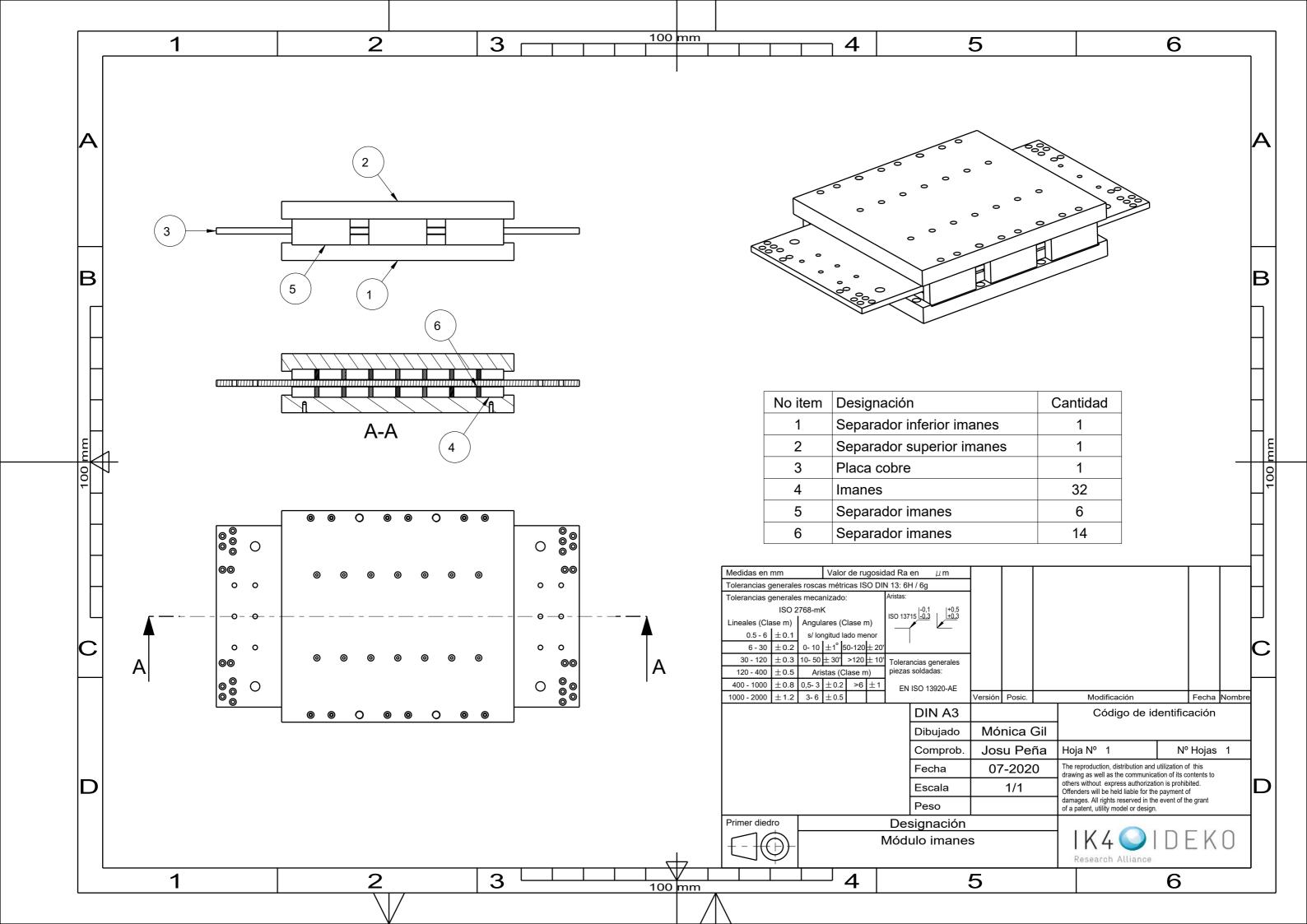
	Espesor del flexo [mm]				
Modo	0.8	1.5	2.5		
1	29,83	63,69	96,50		
2	107,41	115,04	128,28		
3	130,59	135,14	141,49		
4	299,11	299,35	299,72		

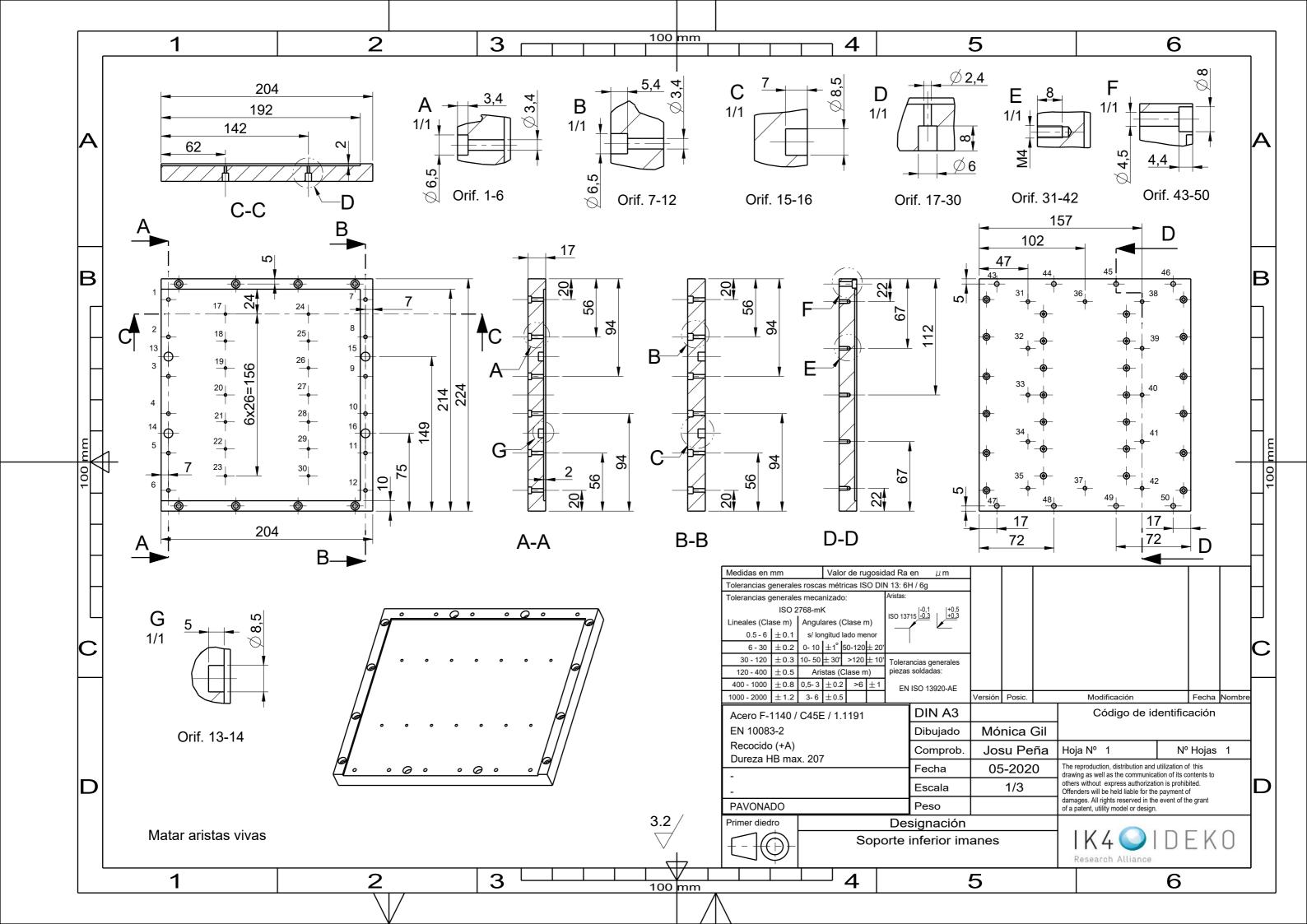
Se concluye que el modo de suspensión de la masa móvil no se ve afectado. En este sentido, analizando los resultados obtenidos se comprueba como tanto la frecuencia de vibración como el desplazamiento en los tres casos analizados no varía.

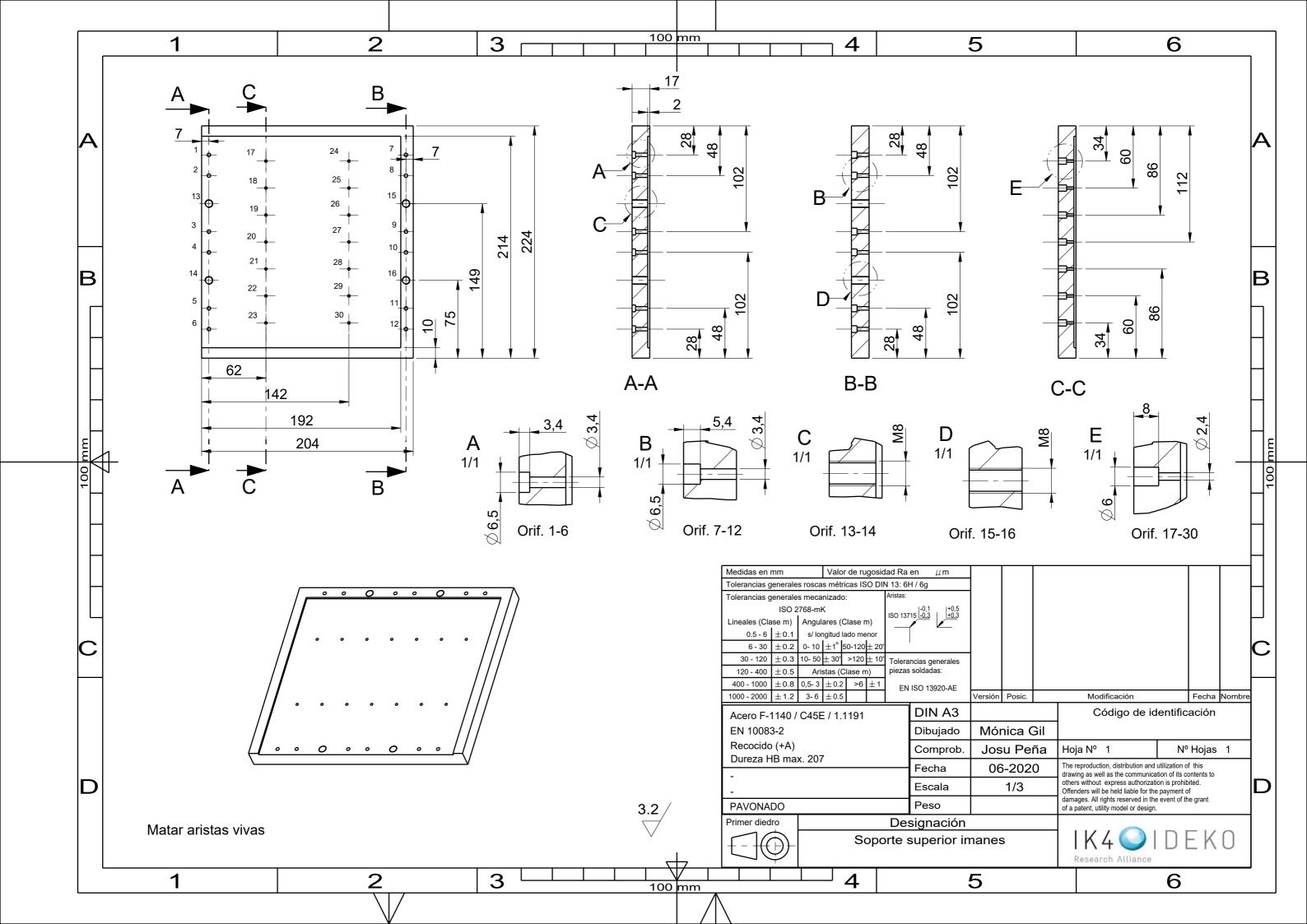
Sin embargo, se observa una reducción de la frecuencia natural del resto de modos. Este hecho puede ser relevante ya que las frecuencias naturales son más próximas a las frecuencias de excitación analizadas. Consecuentemente, la amplitud de las vibraciones según estos modos puede verse incrementadas.

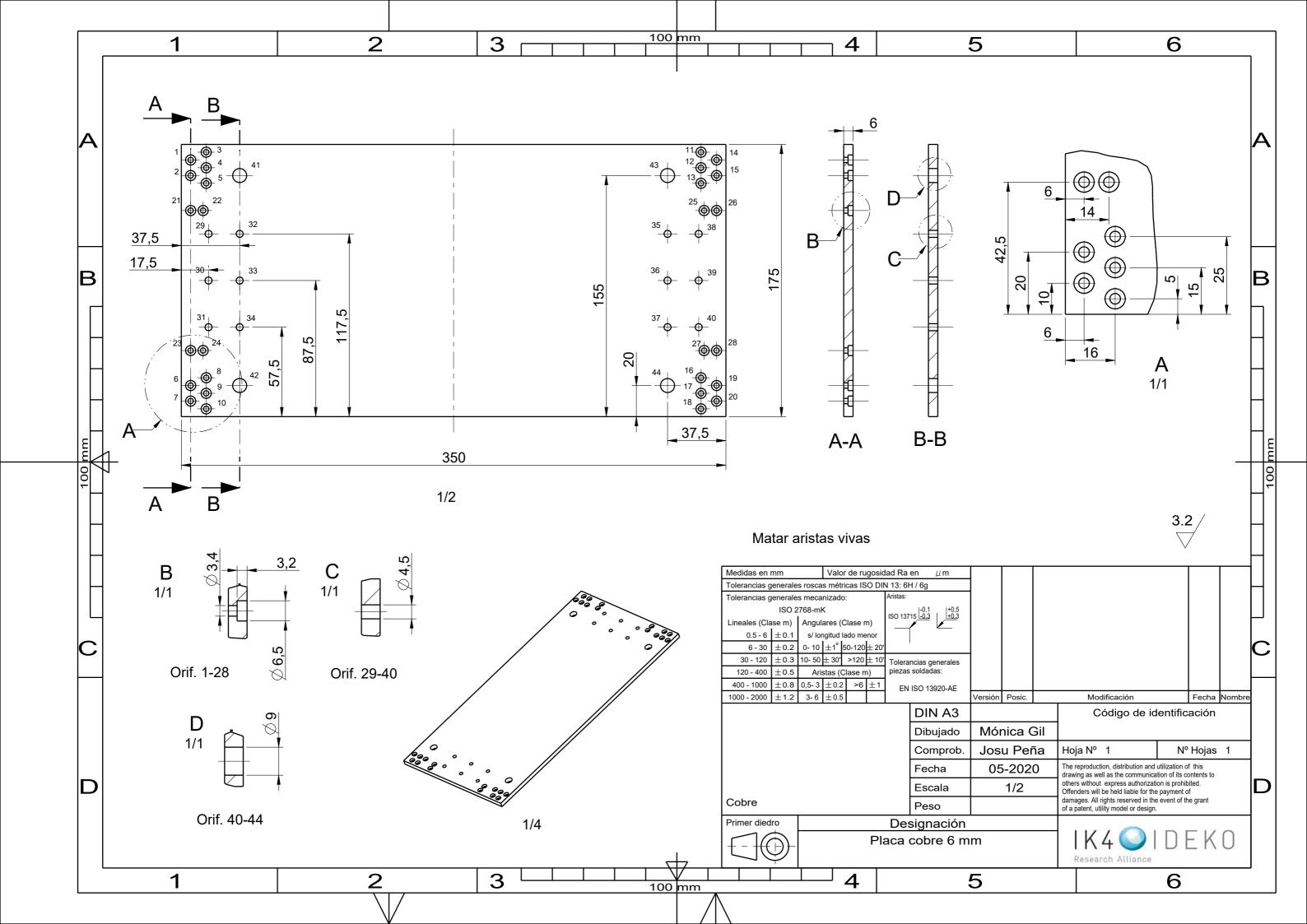
# **ANEXO II. PLANOS**

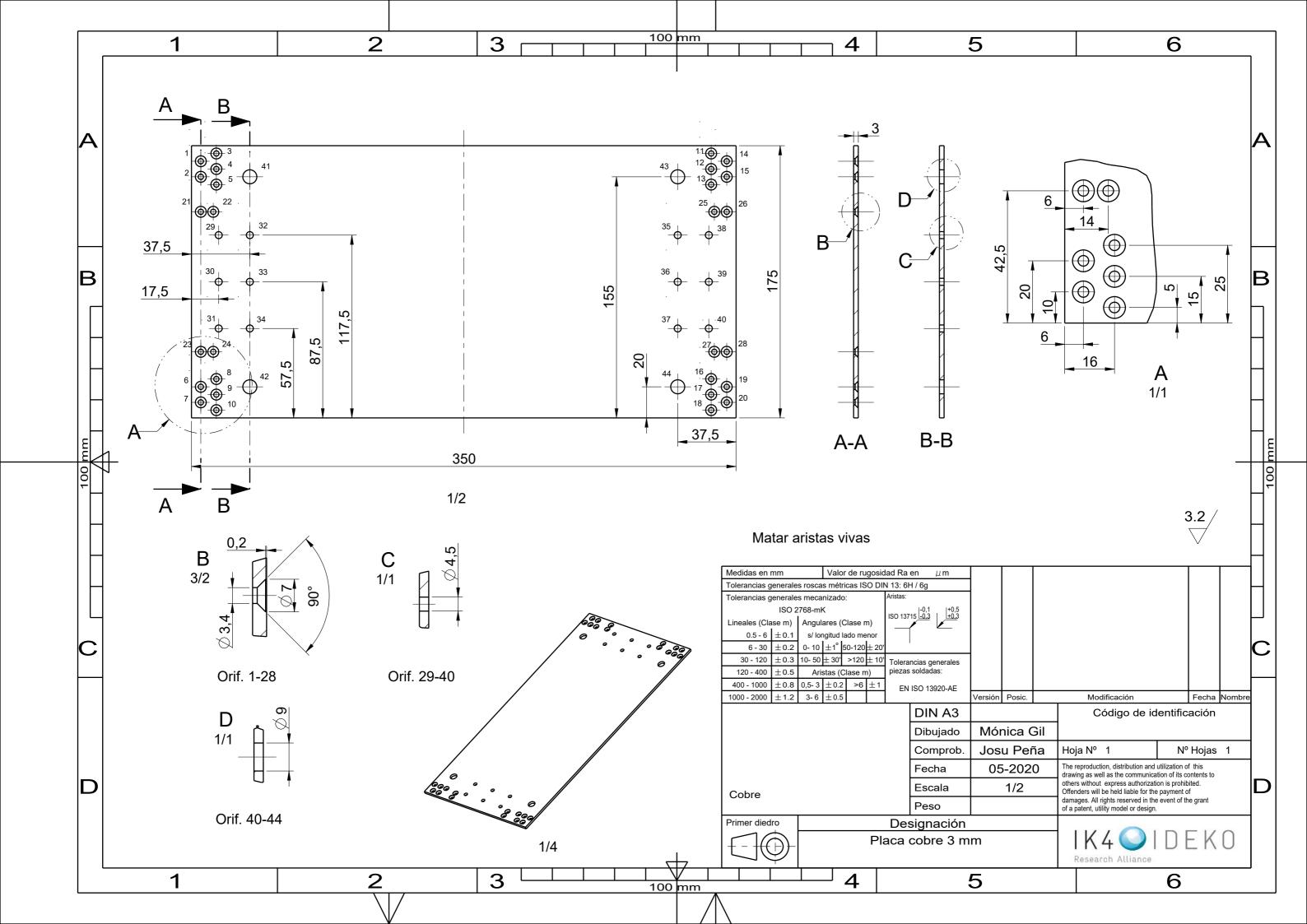


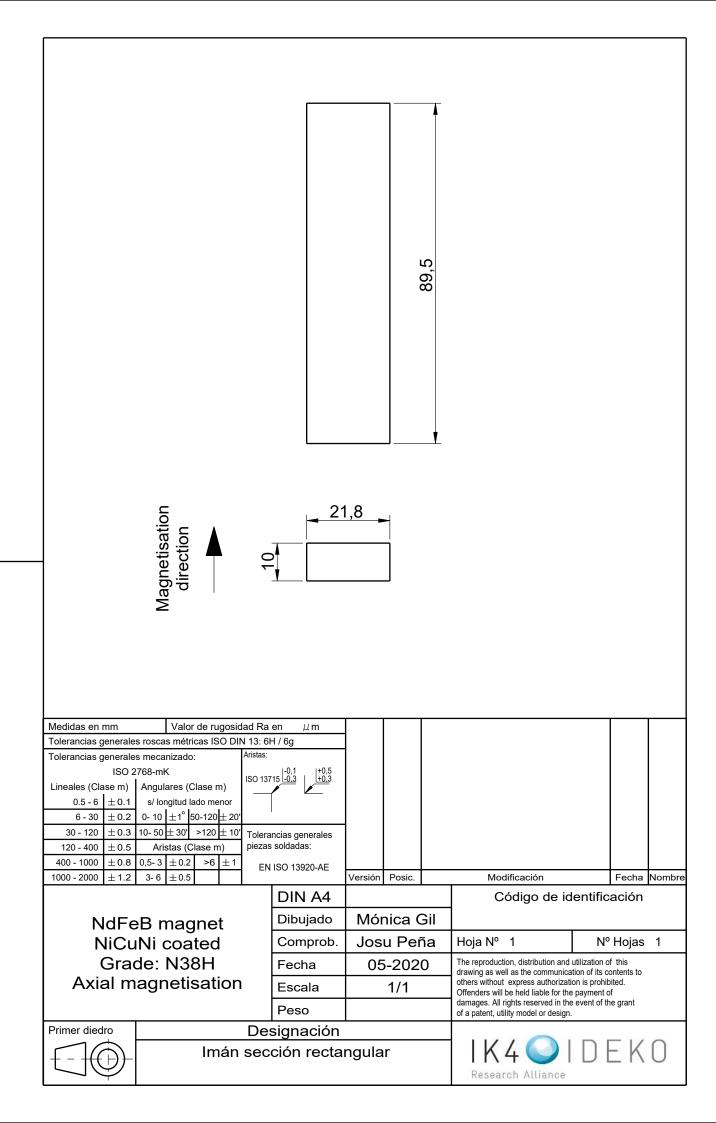


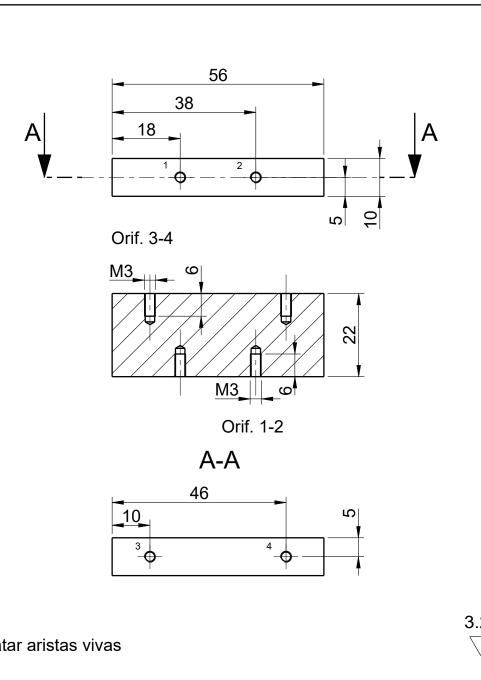








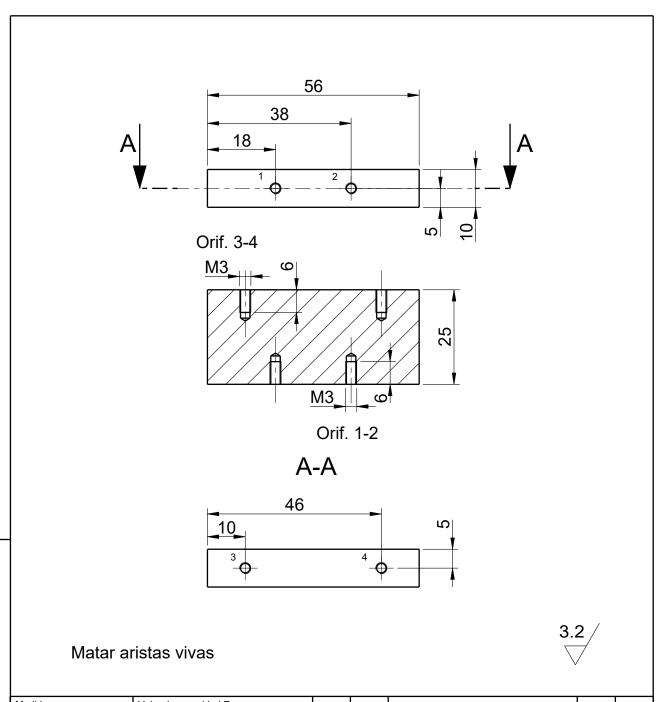




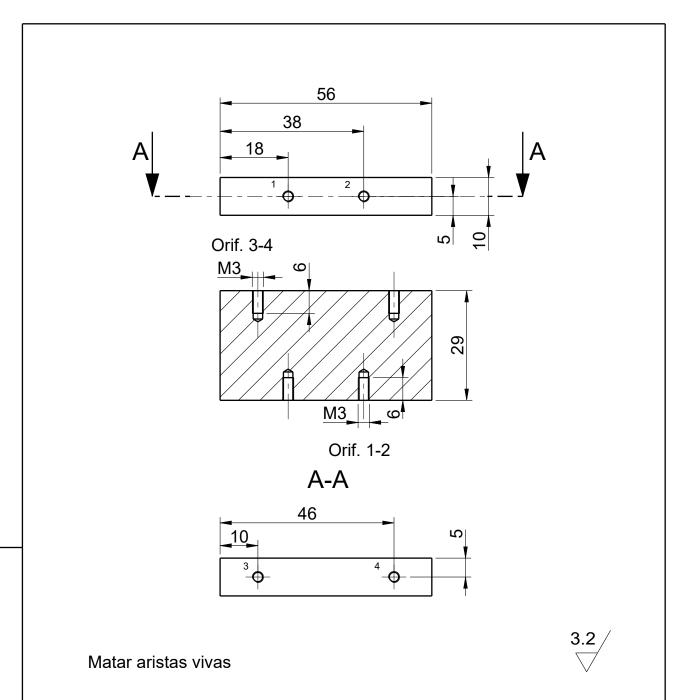




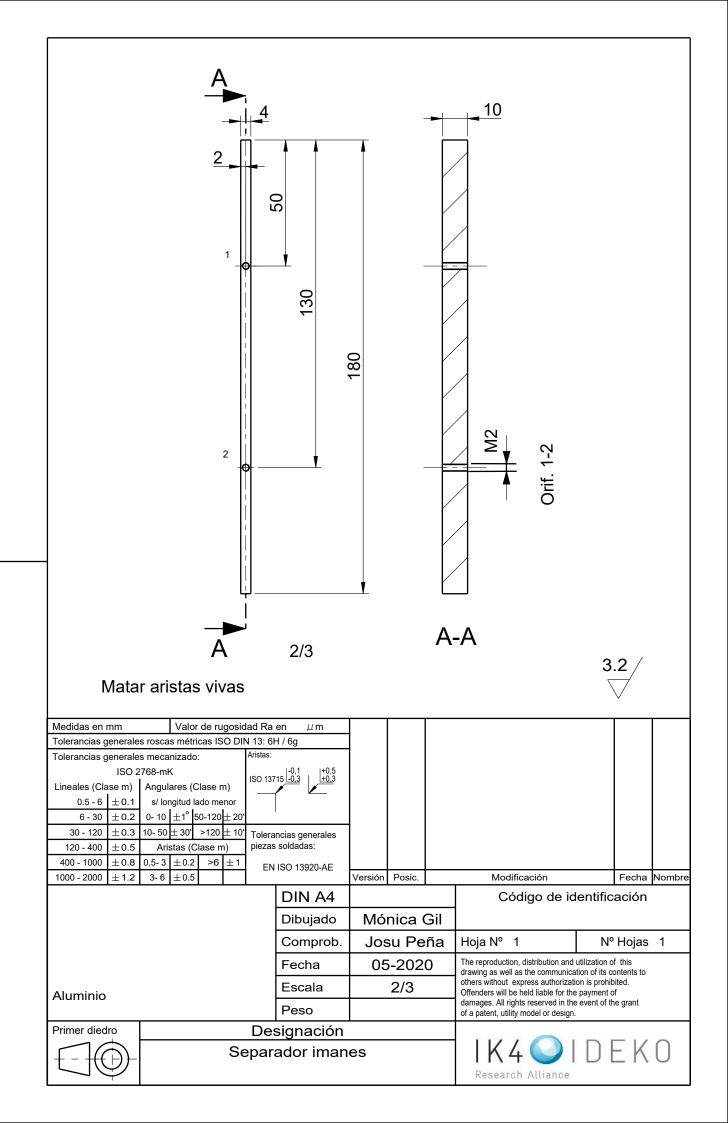
Medidas en mm	Valor de rugosio	lad Ra	en μm								
	s roscas métricas ISO DII			1							
Tolerancias generale		Aristas:		1							
ISO 2		715 -0,1 +0,5 +0,3 +0,3									
Lineales (Clase m) Angulares (Clase m)			715 <u>[-0,3</u> <u>[+0,3</u>								
0.5 - 6 ± 0.1	s/ longitud lado menor										
6-30 ±0.2	0- 10 ±1° 50-120 ± 20'		ı								
30 - 120 ± 0.3	10- 50 ± 30' >120 ± 10'	Tolera	ncias generales								
120 - 400 ± 0.5	Aristas (Clase m)	piezas	s soldadas:								
400 - 1000 ± 0.8	0,5-3 $\pm$ 0.2 >6 $\pm$ 1	EN	ISO 13920-AE								
1000 - 2000 ± 1.2	3-6 ±0.5			Versión	Posic.		Modificación		Fecha	Nombre	
Acero F-1140 /	C45E / 1.1191		DIN A4				Código de id	lentific	ación		
EN 10083-2			Dibujado	Mónica Gil			]				
Recocido (+A)			Comprob.	Jos	u Pe	ña	Hoja Nº 1	Nº Hojas 1			
Dureza HB ma	x. 207		Fecha	05	5-202	^	The reproduction, distribution and	utilization of	this		
-			recha	US	)- <u>2</u> U2	<u> </u>	drawing as well as the communication of its contents to others without express authorization is prohibited.  Offenders will be held liable for the payment of				
-			Escala		1/1						
PAVONADO			Peso				damages. All rights reserved in the of a patent, utility model or design.		e grant		
Primer diedro		Des	signación								
	Sepai		r imanes :	 22 mm			IK4 OIDEKO				
							Research Alliance				

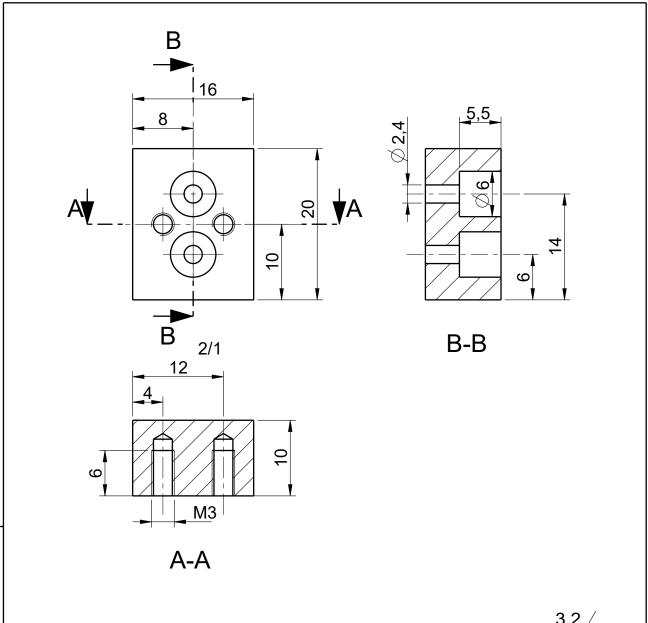


Medidas en mm		Valor	de ru	gosid	lad Ra	en μm							
Tolerancias generale	s roscas	métric	as IS	IID O	N 13: 6H	H / 6g							
Tolerancias generale	s mecar	nizado:			Aristas:								
ISO 2	768-mK				ISO 127	15 -0,1 +0,5 +0,3							
Lineales (Clase m) Angulares (Clase m)				100 107									
0.5 - 6 ± 0.1													
6 - 30 ± 0.2	0- 10	±1° 50	-120	± 20'									
30 - 120 ± 0.3	10- 50	± 30' >	>120	± 10'	Tolera	ncias generales							
120 - 400 ± 0.5	Aris	tas (Cla	ase n	า)	piezas	soldadas:							
400 - 1000 ± 0.8	0,5-3	±0.2	>6	±1	EN	ISO 13920-AE							
1000 - 2000 ± 1.2	3- 6	± 0.5					Versión	Posic.		Modificación		Fecha	Nombre
Acero F-1140 /	C45E	/ 1.1	191			DIN A4				Código de id	entifica	ación	
EN 10083-2						Dibujado	Mónica Gil						
Recocido (+A) Dureza HB ma	. 207					Comprob.	Josu Peña		ña	Hoja № 1	N°	Hojas	1
	x. 207					Fecha	05-2020			The reproduction, distribution and utilization of this drawing as well as the communication of its contents to			
-						Escala		1/1		others without express authorization is prohibited.  Offenders will be held liable for the payment of damages. All rights reserved in the event of the grant of a patent, utility model or design.			
PAVONADO						Peso							
Primer diedro					Des	signación							
<del></del>			Se	par	ado	r imanes 2	25 mm			K 4 🔾	DE	ΞΚ	0
)										Research Alliance			



Medidas en mm	Valor de rugosio	lad Ra	en μm						$\neg$		
Tolerancias generale	s roscas métricas ISO DII	N 13: 6I	H / 6g								
Tolerancias generale	s mecanizado:	Aristas:									
ISO 2	15 -0,1 +0,5 +0,3 +0,3										
Lineales (Clase m)	Angulares (Clase m)										
0.5 - 6 ± 0.1	s/ longitud lado menor										
6-30 ±0.2	0- 10 ±1° 50-120±20'		'								
	10- 50 $\pm$ 30' >120 $\pm$ 10'	1 0,0,0	ncias generales						- 1		
120 - 400 ± 0.5	Aristas (Clase m)	piezas	s soldadas:						-		
	$0.5-3 \pm 0.2 > 6 \pm 1$	EN	ISO 13920-AE								
1000 - 2000 ± 1.2	3- 6 ± 0.5			Versión	Posic.		Modificación	Fec	na	Nombre	
Acero F-1140 /	C45E / 1.1191		DIN A4	Código de identificaci				lentificació	'n		
EN 10083-2			Dibujado	Mónica Gil							
Recocido (+A)	007		Comprob.	Jos	Josu Peña		Hoja Nº 1	Nº Hoja	as	1	
Dureza HB ma	X. 207		Fecha	05	5-202	0	The reproduction, distribution and utilization of this drawing as well as the communication of its contents to others without express authorization is prohibited.  Offenders will be held liable for the payment of				
_			Escala		1/1						
PAVONADO			Peso				damages. All rights reserved in the of a patent, utility model or design.	e event of the gran	t		
Primer diedro		De	signación						_		
<del></del>	Sepa		r imanes 2	29 mm			IK4 🔾	DEF	<	0	
<b>9</b>							Research Alliance				

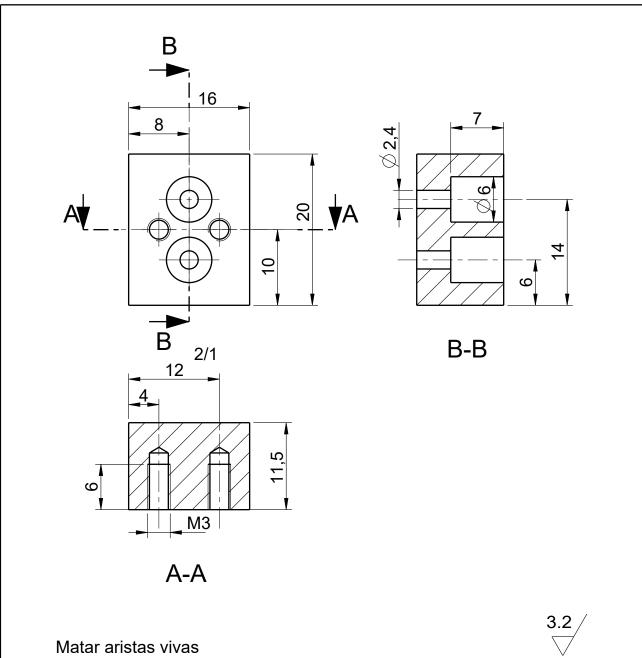




## Matar aristas vivas

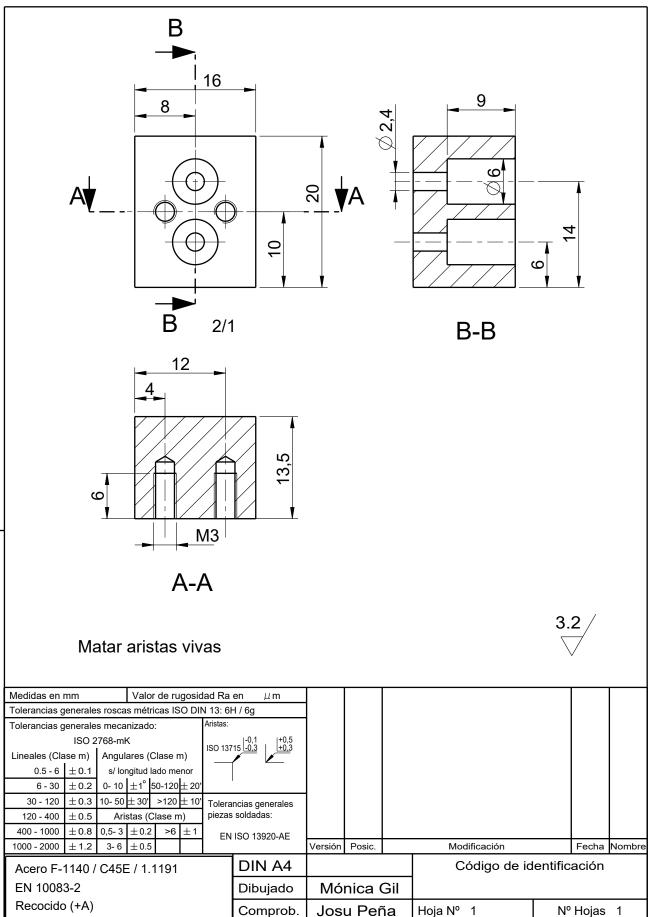


Medidas en mm	Valor de ru	gosid	ad Ra	en μm							
Tolerancias generales	roscas métricas IS	O DIN	l 13: 6ŀ	H / 6g	]						
Tolerancias generales	mecanizado:		Aristas:		]						
ISO 2768-mK				15 -0,1 +0,5 +0,3							
Lineales (Clase m)	Angulares (Clase n	n)	130 137	15 (-0,5)							
0.5 - 6 ± 0.1	s/ longitud lado me	. 1									
6 - 30 ± 0.2	0- 10 ±1° 50-120	± 20'									
30 - 120 ± 0.3 1	10- 50 ± 30' >120	± 10'	Tolera	ncias generales							
120 - 400 ± 0.5	Aristas (Clase m	1)	piezas	soldadas:							
		±1	EN	ISO 13920-AE							
1000 - 2000 ± 1.2	3-6 ± 0.5				Versión	Posic.		Modificación		Fecha	Nombre
Acero F-1140 / 0	C45E / 1.1191			DIN A4				Código de id	entifica	ación	
EN 10083-2				Dibujado	Mónica Gil						
Recocido (+A)	007			Comprob.	Josu Peña		ĭa	Hoja Nº 1	Nº I	Hojas	1
Dureza HB max	. 207			Fecha	05-2020			The reproduction, distribution and utilization of this drawing as well as the communication of its contents to			
_				Escala		2/1		others without express authorization is prohibited.  Offenders will be held liable for the payment of damages. All rights reserved in the event of the grant of a patent, utility model or design.			
PAVONADO				Peso							
Primer diedro			Des	signación				IK4 OIDEKO			
	Chapa	Gu	ía K	WEM 05-	G2 10	) mm					
								Research Alliance			

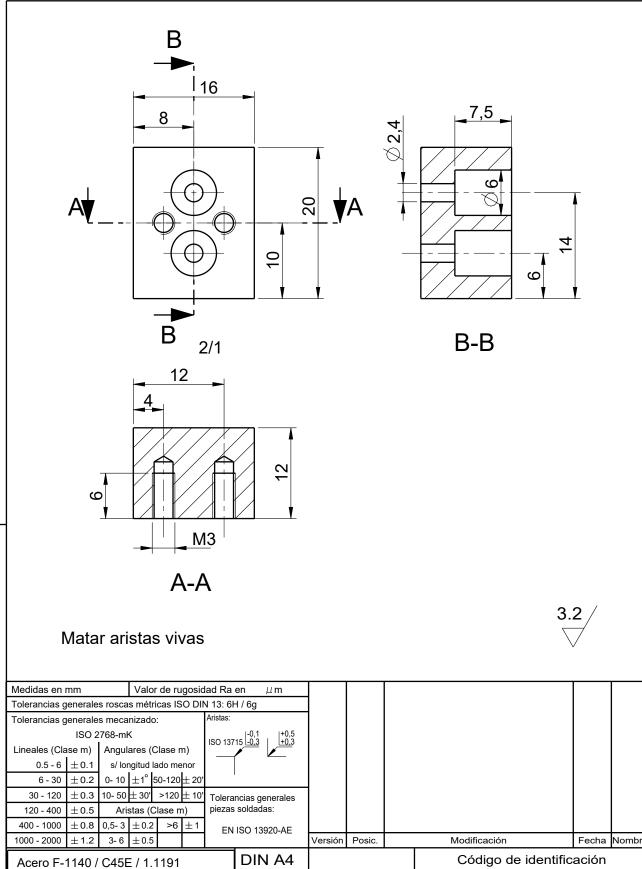




1											
Medidas en mm	Valor de rugosio	lad Ra	en μm								
Tolerancias generale	es roscas métricas ISO DII	N 13: 6I	H / 6g								
Tolerancias generale	es mecanizado:	Aristas:									
ISO 2	2768-mK	715 -0,1 +0,5 +0,3									
Lineales (Clase m)											
0.5 - 6 ± 0.1											
6 - 30 ± 0.2											
	10-50 ± 30' >120 ± 10'		incias generales								
120 - 400 ± 0.5	` '	piezas	s soldadas:								
	0,5-3 ±0.2 >6 ±1	EN	ISO 13920-AE								
1000 - 2000 ± 1.2	3- 6 ± 0.5			Versión	Posic.		Modificación		Fecha	Nombre	
Acero F-1140	/ C45E / 1.1191		DIN A4				Código de id	lentifica	ación		
EN 10083-2			Dibujado	Mónica Gil							
Recocido (+A)			Comprob.	Josu Peña		ĭа	Hoja Nº 1	Nº Hojas 1			
Dureza HB ma	ax. 207		Fecha	05-2020			The reproduction, distribution and utilization of this				
-			Escala		2/1		drawing as well as the communication of its contents to others without express authorization is prohibited. Offenders will be held liable for the payment of damages. All rights reserved in the event of the grant				
-			<b>-</b>								
PAVONADO			Peso				of a patent, utility model or design.	•			
Primer diedro		De	signación							_	
<del>  -   (1) -  </del>	Chapa Guí	a K∖	VEM 05-0	S2 11	n	□ IK4 ◯ IDEKO					
			Research Alliance								







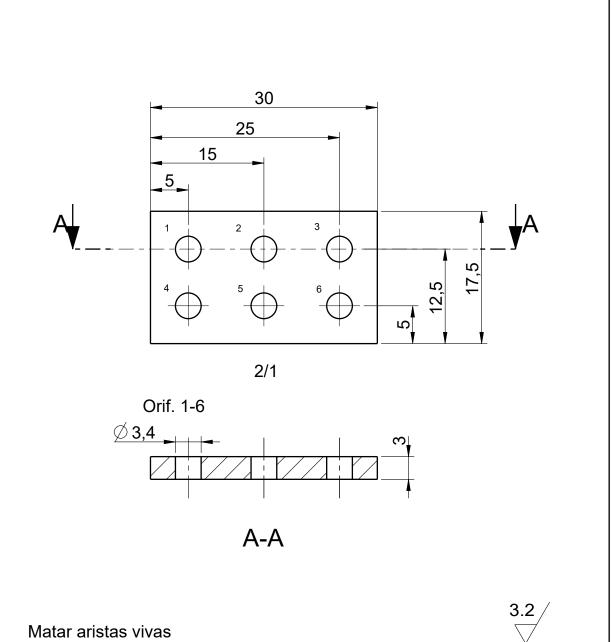
				,								4		
400 - 1000 ± 0.8	0,5- 3	±0.2	>6	±1	FN	ISO 13920-AE								
1000 - 2000 ± 1.2	3- 6	±0.5					Versión	Posic.		Modificación	Fecha	Nombre		
Acero F-1140 /	Acero F-1140 / C45E / 1.1191									Código de identificación				
EN 10083-2						Dibujado	Mónica Gil							
Recocido (+A)						Comprob.	Josu Peña			Hoja Nº 1	Nº	Hojas	1	
- Duleza lib illa	Dureza HB max. 207					Fecha	05-2020			The reproduction, distribution and utilization of this drawing as well as the communication of its contents to				
-	- -							2/1		others without express authorization is prohibited. Offenders will be held liable for the payment of				
PAVONADO						Peso				damages. All rights reserved in the event of the grant of a patent, utility model or design.				
Primer diedro	diedro Designación													

Designacion

Chapa Guía KWEM 05-G2 12 mm



Research Alliance







Medidas en mm													
Tolerancias genera	les rosca	ıs métric	cas IS	IID O	N 13: 61	H / 6g							
Tolerancias genera	les meca	ınizado:	:		Aristas:								
ISO 2768-mK					15 -0,1 +0,5 +0,3								
Lineales (Clase III) Arigulares (Clase III)													
0.5 - 6 ± 0.1		s/ longitud lado menor											
6 - 30 ± 0.2	2 0- 10	±1° 50	0-120	± 20'		•							
	3 10- 50	± 30'	>120	± 10'		ncias generales							
120 - 400 ± 0.5		istas (Cl		_	piezas	s soldadas:							
	3 0,5-3	-	>6	±1	EN	ISO 13920-AE							
1000 - 2000 ± 1.2	2 3-6	± 0.5					Versión	Posic.		Modificación		Fecha	Nombre
Acero F-1140	/ C45E	≣ / 1.1	191			DIN A4				Código de id	entific	ación	
EN 10083-2						Dibujado	Mónica Gil						
Recocido (+A		_				Comprob.	Jos	su Pe	ña	Hoja Nº 1	Nº Hojas 1		
Dureza HB m	ax. 20					Fecha	05	-202	0	The reproduction, distribution and utilization of this			
_						Escala	2/1			drawing as well as the communication of its contents to others without express authorization is prohibited.  Offenders will be held liable for the payment of			
PAVONADO						Peso				damages. All rights reserved in the event of the grant of a patent, utility model or design.			
Primer diedro					Des	signación							
<del></del>	-	Chapa unión flexo								IK4 🔾	D	ΞΚ	0
	74									Research Alliance			

