

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN
Ciencia y Tecnología Espacial**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

***VIENTOS Y TURBULENCIA ATMOSFÉRICA EN
EL HEMISFERIO SUR DE SATURNO***

Estudiante *Zulueta Barbadillo, Asier*
Director/a *del Río Gaztelurrutia, Teresa
Antuñano Martín, Arrate*
Departamento *Física Aplicada I*
Curso académico *2020/2021*

Bilbao, 10 de septiembre de 2021

Resumen

A fin de estudiar la naturaleza de las estructuras de vientos en Saturno, se presenta un análisis de la turbulencia del hemisferio sur del planeta a través del cálculo de la potencia espectral de los trazadores pasivos de su atmósfera. Se analiza el comportamiento espectral de cortes fotométricos cubriendo el paralelo completo, en latitudes comprendidas entre los 15° y los 45°S . Además, se mide el perfil de vientos, tanto zonales como meridionales, mediante el uso del correlador PICV3 y el método manual de *cloud tracking*, abarcando las latitudes entre los 0° y los 70°S . Para ambos trabajos se emplean imágenes en el filtro CB2 obtenidas en febrero de 2005 por la misión Cassini.

Palabras Clave

Saturno, Dinámica atmosférica, Turbulencia, Vientos

Abstract

In order to study the nature of Saturn's wind structures, an analysis of the planet's southern hemisphere turbulence is made by calculating the power spectra of the passive tracers of its atmosphere. Spectral behavior of photometric cuts across all of the planet's longitudes are analysed, between latitudes of 15° and 45°S . Furthermore, a profile of zonal and meridional winds is measured by the PICV3 correlator and through the cloud tracking method between latitudes of 0° and 70°S . For both analyses, images with the CB2 filter from the Cassini mission, February 2005, were used.

Key Words

Saturn, Atmospheric dynamics, Turbulence, Winds

Abstraktua

Saturnoko haize-egituren izaera aztertzeke helburuarekin, planetaren hego hemisferioaren turbulentiaren analisisia aurkezten da bere atmosferako trazatzaile pasiboen potentzia espektralaren kalkulua-
ren bidez. Paralelo osoa barne hartzen duten ebaki fotometrikoen
jokaera espektrala aztertzen da, 15° eta 45°S arteko latitudeetan.
Gainera, zonaldeko zein hegoaldeko haizearen profila kalkulatu-
en da PICV3 korreladorearekin eta *cloud tracking* eskuzko metodoa
erabiliz, 0° eta 70°S arteko latitudeak barne hartzen. Bi lanetarako
Cassini misioak 2005eko otsailean CB2 iragazkiarekin lortutako
irudiak erabiltzen dira.

Hitz gakoak

Saturno, Dinamika atmosferikoa, Turbulentzia, Haizeak

Índice

1. Introducción	1
1.1. Saturno	1
1.2. Cassini	1
1.3. Objetivos	3
2. Conceptos teóricos y criterios empleados	4
2.1. Periodo de rotación	4
2.2. Sistema de coordenadas	4
2.3. Dinámica de Saturno	5
2.3.1. Balance geostrófico	5
2.3.2. Corrientes en chorro en Saturno	6
2.3.3. Vorticidad	6
2.4. Turbulencia	6
2.4.1. Número de Reynolds	7
2.4.2. Disipación de la energía cinética	8
2.4.3. Cascada de energía	8
2.4.4. Teoría espectral de la turbulencia	9
2.4.5. Diferencias entre la turbulencia en 2D y 3D	10
2.4.6. Espectro de potencia	10
3. Metodología y Observaciones	12
3.1. Observaciones	12
3.2. Procesado de imágenes	13
3.2.1. Selección de imágenes: PVOL++	13
3.2.2. Calibrado de imágenes: CISSCAL	14
3.2.3. Proyección del planisferio: PLIA	14
3.3. Cortes de brillo	15
3.3.1. Análisis del espectro de brillo	18
3.4. Medición de vientos	19
3.4.1. Correlador PICV3	20
3.4.2. <i>Cloud tracking</i>	20
3.4.3. Errores de medida de vientos	21
4. Resultados y análisis	23
4.1. Medición vientos	23
4.2. Potencia espectral	29
5. Conclusión y trabajo futuro	33
Referencias	36
Apéndices	37
Apéndice A. Magnitudes del espectro de Kolmogórov	37
Apéndice B. Códigos empleados	38
Apéndice C. Datos de los vectores de viento	45

Índice de figuras

1.	Imagen de Saturno tomada por la Voyager II	1
2.	Diagrama del viaje de Cassini	2
3.	Diseño de la nave Cassini	2
4.	Diseño del instrumento ISS de Cassini	2
5.	Diferencia entre coordenadas planetográficas y planetocéntricas	5
6.	Cascada de energía de Richardson	9
7.	Diferencias entre una turbulencia 2D y 3D	11
8.	Opciones de filtrado de PVOL++	14
9.	Imagen de Saturno navegada mediante PLIA	15
10.	Corte de brillo medio en latitud	16
11.	Corte de brillo con correcciones fotométricas	17
12.	Región de combinación lineal entre cortes de brillo	18
13.	Proceso de obtención del corte fotométrico del planeta	19
14.	Procesado de la imagen mediante GIMP	20
15.	Medición de vientos mediante PICV3	21
16.	Proyección de los vectores de vientos sobre Saturno	23
17.	Número de vectores de viento obtenidos para cada latitud	24
18.	Viento zonal en función de latitud	26
19.	Viento meridional en función de la latitud	27
20.	Comparación del perfil de viento del HS de Saturno	28
21.	Comparación del perfil de viento alrededor de $\sim 25^\circ\text{S}$	29
22.	Potencia espectral en función del número de onda	30
23.	Ajustes del logaritmo de la potencia para una latitud de 15°S	30
24.	Ajustes del logaritmo de la potencia para una latitud de 30°S	31
25.	Correlación de du/dy con la pendiente m	32

Índice de tablas

1.	Resumen de los parámetros de Saturno	1
2.	Información sobre los filtros empleados	3
3.	Pares de imágenes empleados para la medición de vientos	12
4.	Imágenes empleadas para los cortes de brillo	13
5.	Errores en la medida de los vientos	22
6.	Ajustes de los espectros de potencia	31
7.	Datos de los vectores de viento	47

Lista de Códigos

1.	Código modificado para realizar la media en latitud de 2 px contiguos.	38
2.	Código empleado para crear un archivo con los valores de k para cada latitud.	38
3.	Código empleado para la representación del perfil de vientos.	38
4.	Código empleado para la aplicar la corrección de Minnaert empleando la k media.	40
5.	Código empleado para la combinación lineal entre cortes de brillo.	41
6.	Código empleado para realizar la transformada de Fourier del corte de brillo.	42
7.	Código empleado para analizar el rango en el que los ajustes de la FT minimizan el parámetro χ^2	43

Acrónimos

CIRS *Composite Infrared Spectrometer*. 1

CISSCAL *Cassini ISS Calibration Tool*. 14, VII

FT *Fourier Transform*. 29, 44, VIII

HS *Hemisferio Sur*. 3, 12, 31, VIII

ISS *Imaging Science Subsystem*. 1–3

NAC *Narrow Angle Camera*. 2, 3, 12, 15, 21, 23, 33

PICV *Planetary Image Correlation Velocimetry*. 19–21, 33, VII

PLIA *Planetary Laboratory for Image Analysis*. 14–17, 19, VII

PVOL *Planetary Virtual Observatory and Laboratory*. 13, 14, VII

SKR *Saturn Kilometric Radiation*. 4

SW *Software*. 20

UVIS *Ultraviolet Imaging Spectrograph*. 1

VIMS *Visible and Infrared Mapping Spectrometer*. 1

WAC *Wide Angle Camera*. 2, 3, 12, 15, 23

1. Introducción

1.1. Saturno

Saturno es un gigante gaseoso que, a una distancia media de $14,27 \cdot 10^8$ km, es el sexto planeta más distante al Sol. Su periodo orbital es de 29,5 años y posee una órbita de excentricidad 0,056. Su periodo de rotación es de 10 hr 39 min 24 s¹.

El planeta tiene un radio ecuatorial de 60.268 km y un factor de achatamiento de 0,098. Su masa es de $5,68 \cdot 10^{26}$ kg, convirtiéndose en el segundo planeta más grande del Sistema Solar.

Saturno está principalmente compuesto por hidrógeno molecular y helio. Los reanálisis de las Voyager efectuados por Conrath and Gautier, 2000 cifran la relación de volumen de mezcla entre ambos compuestos en $[\text{He}]/[\text{H}_2]=0,11 - 0,16$. Tal y como modelaron Fegley and Prinn, 1985, las grandes cantidades de H_2 permitirían al metano ser el compuesto carbonatado principal, además de encontrarse también en su atmósfera otros elementos químicos, como el hidrógeno, nitrógeno o sulfuro, principalmente en la forma H_2O , NH_3 y H_2S (Fouchet et al., 2009).

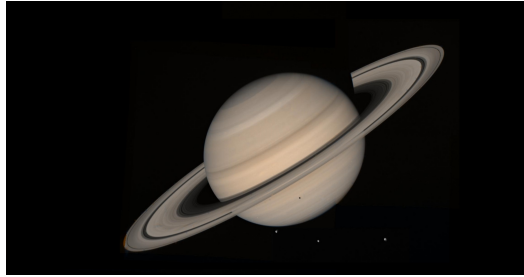


Figura 1: Imagen de Saturno obtenida por la Voyager II. Fuente: NASA/JPL

$R_{S,E}$ (km)	M (kg)	d_M (km)	τ_{rot} (hr)	τ_{orb} (años)	f_{achat}
60.268	$5,68 \cdot 10^{26}$	$14,27 \cdot 10^8$	10,66	29,46	0,098

Tabla 1: Resumen con los parámetros relevantes de Saturno, donde $R_{S,E}$ es el radio en el ecuador de Saturno, M su masa y d_M su distancia media al Sol. Los parámetros τ_{rot} y τ_{orb} hacen referencia a su periodo de rotación y su periodo orbital, respectivamente, y f_{achat} al factor de achatamiento del planeta.

1.2. Cassini

El orbitador Cassini fue una nave desarrollada por la NASA con el objetivo principal de estudiar la atmósfera, anillos y lunas de Saturno, obteniendo durante su misión inicial de 4 años una información sobre su atmósfera que no se tenía sobre ningún otro planeta diferente de la Tierra (Genio et al., 2009). Acoplada al orbitador, se envió la sonda Huygens desarrollada por la ESA, que inmergió en Titán en 2005.

En la Figura 2 se muestra las maniobras y sobrevuelo de Cassini, desde su lanzamiento en 1997 hasta su puesta en órbita alrededor de Saturno en 2004. La misión finalizó en septiembre de 2017 con el *Grand Finale*, en el que la nave Cassini se adentró en la atmósfera de Saturno.

Se representa en la Figura 3 el diseño e instrumentos de la nave Cassini. Entre ellos, se encuentran 12 tipos de instrumentos científicos diferentes con los que se han publicado alrededor de 4000 artículos científicos².

Una de los grandes retos de la teledetección³ (*remote sensing*) llevada a cabo por Cassini es la di-

¹El tiempo de 10 hr 39 min 24 s es el estándar empleado para el periodo de rotación interno de Saturno, aunque existen incertidumbres alrededor del mismo, tal y como se describe en la Sección 2.1.

²https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/overview/#otp_quick_facts

³Los instrumentos científicos de teledetección que incorporaba eran el VIMS, UVIS, CIRS y ISS (ver lista de acrónimos en la página IX).

facultad para observar el planeta entero a una resolución espacial que permita analizar los procesos dinámicos de la atmósfera (Genio et al., 2009). Por esa razón el orbitador Cassini combina instrumentos de gran campo de visión con otros de campo más reducido.

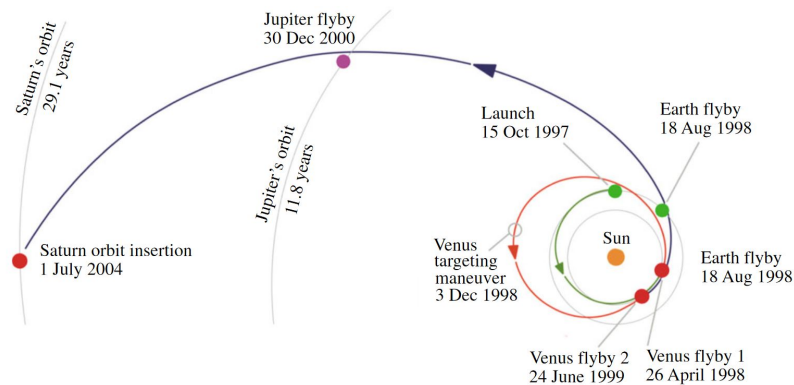


Figura 2: Diagrama adaptado por Hahn, 2020 que muestra el viaje de la nave Cassini hasta Saturno.

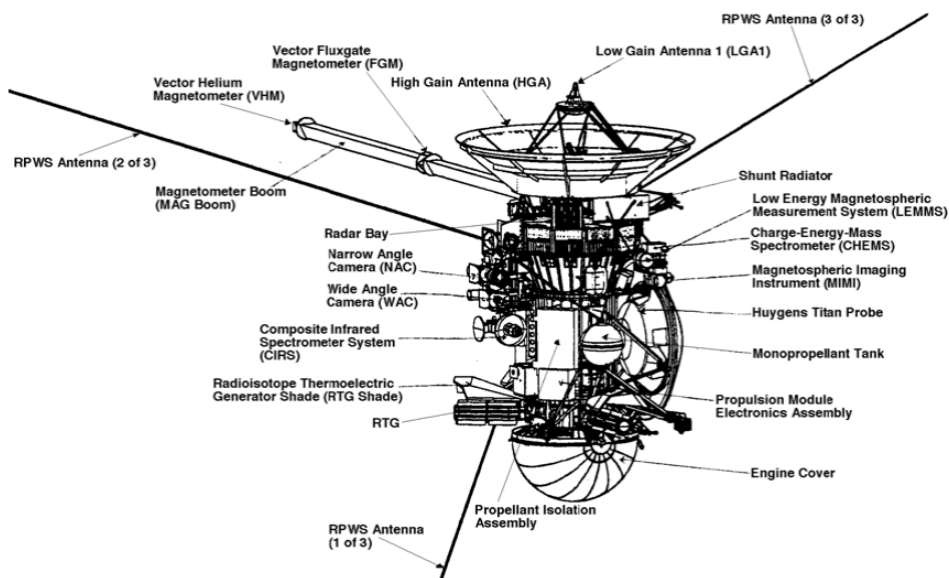


Figura 3: Diseño final de la nave Cassini mostrado por Jaffe and Herrell, 1997 en la que se indican los diferentes instrumentos.

En este trabajo se emplea el instrumento *Imaging Science Subsystem* (ISS) para obtener las imágenes de la atmósfera del planeta. El dispositivo consta de 2 cámaras, una de gran angular (*Wide Angle Camera*, WAC) y otra estrecha (*Narrow Angle Camera*, NAC). La primera está conformada por un telescopio refractor de 0,2 m de distancia focal y un campo de visión de 3,5°. La segunda es un telescopio reflector de 2 m y 0,35° de campo de visión.

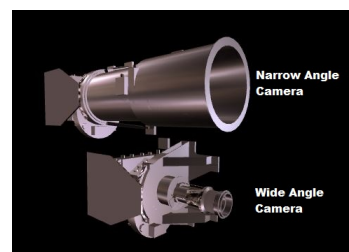


Figura 4: Diseño⁴del instrumento ISS de Cassini compuesto por dos cámaras.

La cámara de gran angular tiene 18 filtros (rueda de 9x2) con los que se puede abarcar el rango del espectro comprendido entre los 380 y los 1100 nm. La NAC posee un conjunto de 24 filtros diferentes

⁴Representación obtenida de <https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/the-journey/the-spacecraft/>.

(rueda de 12x2) con los que se puede abarcar el rango entre los 200 y los 1100 nm. Con este espectro se pueden estudiar desde la estructura tridimensional de las nubes de Saturno, hasta sus anillos y sus satélites helados (Porco et al., 2004).

Ambos pares de ruedas, tienen 14 filtros comunes: 7 filtros de banda media y ancha que van desde el azul hasta el infrarrojo cercano, 2 filtros en el metano, 2 en el continuo, 2 transparentes y un filtro de Ha. Para el sondeo atmosférico vertical se emplean los dos filtros fuertes en el metano (MT2 y MT3) y su acompañamiento en el continuo (CB2 y CB3). A partir del artículo de Porco et al., 2004, pp.443-451 en el que se describe tanto las dos cámaras como los filtros del ISS, se resumen los filtros utilizados de las imágenes analizadas (ver Tabla 2).

Filtro	$\lambda_{\text{eff, NAC}}$ (nm)	$\lambda_{\text{eff, WAC}}$ (nm)	Justificación científica
CB2	750	752	Filtro en continuo para el filtro de metano fuerte, MT2
CL1	651	634	Filtro abierto para combinar con la segunda rueda de filtros
CL2	651	634	Filtro abierto para combinar con la primera rueda de filtros

Tabla 2: Longitud de onda efectiva para cada filtro de la cámara NAC y WAC y la justificación de su utilización.

El filtro CB2 ha sido el más utilizado para las observaciones y su longitud de onda es la que más se adecua a la observación de las nubes de la troposfera (Trammell et al., 2014). Este filtro de metano continuo permite generalmente estudiar las estructuras atmosféricas que se encuentran aproximadamente entre los 500 – 700 mb (Pérez-Hoyos and Sánchez-Lavega, 2006), aunque se pueden estudiar puntualmente regiones más profundas (Sánchez-Lavega et al., 2007).

1.3. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es profundizar en el estudio de la dinámica atmosférica de Saturno. A día de hoy, se desconoce la naturaleza de la estructura de vientos en Saturno, existiendo aún un debate sobre si los vientos que se observan en la troposfera están conectados a vientos más profundos no observables con la instrumentación actual, o si por el contrario, están alimentados por pequeñas turbulencias atmosféricas como pequeños ciclones, anticiclones, etc.

A partir de este objetivo general, se han planteado dos objetivos principales:

- Estudio del espectro de energías a partir de cortes de brillo en longitud a determinadas latitudes del hemisferio sur (HS). Se analiza el comportamiento del espectro en función de la longitud de onda, comparándolo con la teoría del modelo espectral de Kolmogórov.
- Medición de la estructura de vientos horizontal y meridional para las mismas latitudes que en el objetivo anterior. Se comparan los perfiles de vientos medidos con los presentados por Sánchez-Lavega et al., 2000 y García-Melendo et al., 2011, con el fin de investigar posibles alteraciones.

Un objetivo inicial de este trabajo era estudiar el campo de turbulencia en el hemisferio sur de Saturno, con especial hincapié en las latitudes del llamado pasillo de las tormentas. Simulaciones en curso de la evolución de estas tormentas parecen indicar que la turbulencia, introducida de forma artificial en las simulaciones, juega un papel importante en la evolución de estas. Es por esta razón que se estudian imágenes obtenidas por el Instrumento ISS en febrero de 2005, que muestran el hemisferio sur en un periodo caracterizado por la ausencia de tormentas, con el objetivo de determinar el campo turbulento real antes del desarrollo de una tormenta. Sin embargo, la baja resolución de las imágenes han impedido medir el campo de energía cinética turbulenta.

2. Conceptos teóricos y criterios empleados

En esta sección se indican los criterios empleados en relación al sistema de rotación del planeta (Sección 2.1) y al sistema de coordenadas empleado (Sección 2.2), así como los conceptos teóricos relacionados con la dinámica y la turbulencia de Saturno (Secciones 2.3 y 2.4) que son relevantes en un posterior análisis.

2.1. Periodo de rotación

En los planetas gaseosos se emplean diversos sistemas para la medición de sus periodos de rotación. El Sistema I abarca la zona ecuatorial y la región del cinturón norte y sur ecuatorial. El Sistema II se adecua el resto de latitudes sin incluir los polos del planeta. Finalmente, el Sistema III hace referencia a su rotación interna.

La rotación interna de los planetas gaseosos se determina mediante teledetección. Mientras que en el caso de Júpiter se puede emplear la periodicidad de las emisiones de radio de su campo magnético⁵, la casi nula inclinación del campo magnético en el caso de Saturno dificulta su medida (Genio et al., 2009).

El periodo de rotación de Saturno ha sido calculado en diversas ocasiones por la detección del SKR⁶, mediante la medida de radiofrecuencia por parte de las Voyager (Desch and Kaiser, 1981; Seidelmann et al., 2007), la sonda Ulysses (Galopeau and Lecacheux, 2000) y el orbitador Cassini (Gurnett et al., 2005). Sin embargo, las medidas del SKR realizadas por las sondas Voyager por un lado y por Ulysses y Cassini por otro, discrepan en $\sim 1\%$ (Sánchez-Lavega, 2005), lo que se traduce en un cambio en la velocidad de las corrientes en chorro ecuatoriales de más de 100 m/s (Genio et al., 2009).

Aunque todavía no existe consenso sobre el periodo de rotación del planeta, para la medida de los vientos el estándar es el Sistema III con un periodo de 10 hr 39 min 24 s.

2.2. Sistema de coordenadas

Los planetas no son esferas perfectas, sino que son esferoides cuya forma esta determinada por su factor de achatamiento f_{achat} . La latitud en un planeta achatado se puede definir empleando dos sistemas diferentes, pudiéndose especificar la latitud de un punto en función de la latitud planetográfica (ϕ_{pg}) o de la planetocéntrica (ϕ_{pc}). La latitud planetocéntrica se determina empleando el plano ecuatorial del planeta y la línea que conecta un punto de la superficie con el centro del planeta, mientras que la planetográfica se determina empleando el plano ecuatorial con la línea que forma un ángulo de 90° en la superficie. En la Figura 5 se muestra una representación de ambas.

Ambos sistemas están relacionados mediante el factor de achatamiento, siguiendo la expresión:

$$\text{tg } \phi_{pg} = (1 + f_{\text{achat}})^2 \cdot \text{tg } \phi_{pc} \quad (1)$$

En este trabajo las coordenadas empleadas son las planetocéntricas.

⁵La inclinación del campo magnético de Júpiter introduce una periodicidad que es representativa de la rotación interna del planeta.

⁶Pico de la intensidad de radiación, que en Saturno se sitúa en el rango de los kilómetros.

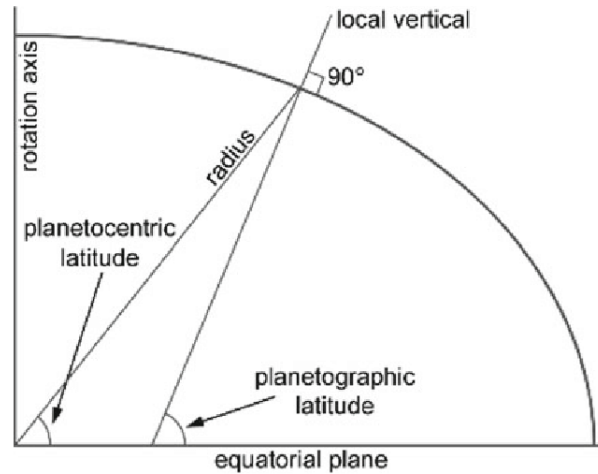


Figura 5: Diferencia entre la latitud planetocéntrica y la planetográfica. Hargitai et al., 2019.

2.3. Dinámica de Saturno

La dinámica de fluidos se encarga del estudio del movimiento de los fluidos, que engloba tanto a los gases como a los líquidos. Combinando la segunda ley de Newton, la ley de viscosidad de Newton y la conservación de la masa, se obtiene la ecuación de Navier-Stokes (Davidson, 2015):

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

donde \mathbf{u} es la velocidad del fluido, P la presión, ρ la densidad y ν la viscosidad cinemática. Se tiene por lo tanto que $D\mathbf{u}/Dt$ es la derivada material de la velocidad, $\nabla(P/\rho)$ hace referencia a la fuerza del gradiente de presión y el término $\nu \nabla^2 \mathbf{u}$ es el término no lineal introducido al suponer un fluido viscoso⁷.

Como Saturno es un planeta rápidamente rotante, su rotación es relevante para la dinámica atmosférica del planeta. Para tenerla en cuenta, se reescribe la ec.(2) en presencia de la fuerza de Coriolis de la forma (Lee et al., 2017):

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla P + \mathcal{R} \nabla^2 \mathbf{u} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} \quad (3)$$

donde \mathcal{R} es el número de Reynolds (ver Sección 2.4.1) y $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$ hace referencia al término de Coriolis con una velocidad angular $\boldsymbol{\Omega}$.

2.3.1. Balance geostrófico

En los planetas altamente rotantes, la fuerza de Coriolis y la de gradiente de presión dominan la ecuación del momento. La aproximación geostrófica se basa en su simplificación teniendo en cuenta un balance entre estos términos predominantes (Sánchez-Lavega, 2010). Saturno es un planeta que rota rápidamente, teniendo unas corrientes en chorro casi permanentes a diferentes latitudes (Antuñano, 2017).

Siguiendo el balance geostrófico se puede expresar la velocidad zonal (u) y la meridional (v) de la forma:

$$f_c u \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (4)$$

⁷En caso de suponer un fluido sin viscosidad ν , este último término desaparecería, obteniendo la ecuación de Euler para los fluidos.

$$f_c v \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5)$$

donde f_c es el parámetro de Coriolis ($f_c = 2\Omega \sin \phi$), ρ es la densidad y P la presión.

El viento geostrófico se define como

$$\mathbf{V}_g = u_g \mathbf{i} + v_g \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \frac{1}{\rho f_c} \nabla P \quad (6)$$

que para el caso de Saturno, se tiene que $u \approx u_g$ y $v \approx v_g$ excepto para las latitudes ecuatoriales (Antuñano, 2017).

2.3.2. Corrientes en chorro en Saturno

Se han propuesto principalmente dos hipótesis para explicar las corrientes en chorro en los planetas gigantes como Saturno: “*shallow forcing*” y “*deep forcing*”. La teoría de “*shallow forcing*” propone que las corrientes en chorro se forman en las capas exteriores de la atmósfera de los planetas gigantes mediante inestabilidades, mientras que la de “*deep forcing*” justifica la creación de corrientes en chorro mediante el calor interno y la convección ligada a la rápida rotación del planeta (Antuñano, 2017). Con los datos proporcionados por el *Grand Finale* de Cassini, se ha demostrado que los vientos en Saturno pueden descender una altitud de ~ 9000 km (Iess et al., 2019).

2.3.3. Vorticidad

La vorticidad (ω) es una magnitud vectorial definida como el rotacional del vector velocidad \mathbf{u} y mide la rotación local de un fluido en unidades de Tiempo^{-1} (Sánchez-Lavega, 2010).

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u} \quad (7)$$

La ecuación de la vorticidad se puede obtener a partir de la ec.(2). Desarrollando de la expresión el término $(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}$ de la forma $(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = (\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} + \nabla(u^2)/2$ y aplicando un rotacional a la ecuación (teniendo en cuenta que el rotacional de un gradiente es 0), se tiene la expresión:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) + \nu \nabla^2 \omega \quad (8)$$

de donde siguiendo la aproximación de un fluido incompresible (la densidad es constante y se tiene que $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$) y empleando la derivada material, se obtiene

$$\frac{D\omega}{Dt} = (\omega \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega \quad (9)$$

2.4. Turbulencia

Davidson, 2015 define la turbulencia como: “*distribución espacial compleja de la vorticidad que se manifiesta de manera caótica siguiendo la ec.(9). El campo de vorticidad es aleatorio tanto en el espacio como en el tiempo y exhibe una distribución amplia y continua de escalas de longitud y tiempo.*” Según Brown, 1991 se puede reconocer un flujo turbulento, de forma menos rigurosa, según las siguientes características:

- Tiene un comportamiento fuertemente no lineal
- Es rotacional

- Aparentemente es aleatorio en el espacio y en el tiempo
- Es intermitente y caótico
- Está asociado con vórtices, presenta un espectro continuo de remolinos y flujo medio de cizalla
- Presenta una fuerte mezcla, el principal instrumento en la difusión atmosférica

Como el comportamiento del campo de velocidades es caótico, es muy difícilmente reproducible, por lo que las teorías sobre la turbulencia se centran en describir sus propiedades estadísticas, como \bar{u} y $\overline{(u')^2}$ (Davidson, 2015).

Siguiendo esta idea se expresa la velocidad u en función de la velocidad media:

$$u = \bar{u} + u' \quad (10)$$

donde \bar{u} es la velocidad media del campo y u' la desviación respecto de la media.

El término no lineal de la ecuación de Navier-Stokes implica que en la ecuación diferencial que describe la evolución de la velocidad media aparece necesariamente el término $\overline{(u')^2}$, por lo que se necesita una nueva ecuación que describa su evolución. Al usar nuevamente la ecuación de Navier-Stokes aparece un momento estadístico de orden superior, y así sucesivamente. Este problema se denomina “*closure problem of turbulence*” y todavía no se ha encontrado una solución, ya que no se ha logrado cerrar el sistema introduciendo suposiciones no directamente deducibles de las ecuaciones del movimiento en sí mismas (y tampoco se sabe si existen). A pesar de no haber una teoría completa de la turbulencia, existen muchas teorías que funcionan para algunos problemas determinados. La más extendida de estas es la teoría K41 desarrollada por Kolmogórov en 1941 (Vallis, 2019).

2.4.1. Número de Reynolds

El número de Reynolds es un parámetro adimensional empleado para identificar un flujo como laminar o turbulento. Para introducir el número de Reynolds, Feynman et al., 1963 analiza el flujo de un fluido que pasa por un cilindro. Para ello asume que el fluido se comporta según las ecs.(7) y (8) y aplica las condiciones al cilindro⁸, que dependen de 3 parámetros: la viscosidad cinemática ($\nu = \eta/\rho$), el diámetro del cilindro (L) y la velocidad del fluido U . Reescalando las distancias en función de la única distancia dada (el diámetro del cilindro L), se tiene que la ec.(8) se convierte en

$$\frac{\partial \omega'}{\partial t'} + \nabla' \times (\omega' \times \mathbf{u}') = \frac{\eta}{\rho UL} \nabla'^2 \omega' \quad (11)$$

donde todas las constantes se pueden agrupar en un factor $1/\mathcal{R}$, siendo \mathcal{R} el número de Reynolds.

$$\mathcal{R} = \frac{\rho UL}{\eta} \quad (12)$$

donde en el caso general U y L representan las escalas relevantes de velocidad y longitud en el problema concreto.

Desde que en los experimentos llevado a cabo por Reynolds (Osborne, 1883) en los que ponía en evidencia la relación entre la viscosidad cinemática y la transición entre un flujo laminar y uno turbulento, se popularizó el uso del número de Reynolds para la caracterización del comportamiento de un flujo. Mientras que para altos valores de viscosidad (i.e. un número de Reynolds bajo) tiende a ser continuo y simétrico, a medida que la viscosidad disminuye ($\mathcal{R} \gtrsim 1$) el flujo comienza a perder simetría, a tener inestabilidades y a comportarse de manera más compleja, hasta que para números de Reynolds de varios órdenes de magnitud, se establecen los distintos regímenes turbulentos. Para dos comportamientos de fluidos caracterizados por un mismo número de Reynolds, el comportamiento del flujo en su correspondiente escala es similar.

⁸Establece la velocidad a largas distancias U como constante y la velocidad en la superficie del cilindro como 0.

2.4.2. Disipación de la energía cinética

La ley de viscosidad de Newton establece que la tensión debida a la viscosidad está relacionada con la tasa de deformación de los fluidos (Davidson, 2015):

$$\tau_{ij} = \rho\nu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] = 2\rho\nu S_{ij} \quad (13)$$

donde ρ es la densidad, ν la viscosidad cinemática y S_{ij} es el tensor de la tasa de deformación.

Para un determinado volumen V con una superficie de contorno S , la tasa de trabajo de τ_{ij} en un fluido viene dado por

$$\dot{W} = \oint u_i (\tau_{ij} dS_j) = \int \frac{\partial}{\partial x_j} [u_i \tau_{ij}] dV \quad (14)$$

De esta ecuación se tiene que la tasa de trabajo de τ_{ij} por unidad de volumen es $\partial/\partial x_j [u_i \tau_{ij}]$, que desarrollándola, y sabiendo que la fuerza neta de viscosidad es $f_i = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$, resulta

$$\frac{\partial [u_i \tau_{ij}]}{\partial x_j} = f_i u_i + \tau_{ij} S_{ij} \quad (15)$$

La ec.(15) representa los cambios de energía del fluido. El término $f_i u_i$ hace referencia a la tasa de cambio de la energía mecánica del fluido y el término $\tau_{ij} S_{ij}$ corresponde a la tasa de cambio de la energía interna por unidad de volumen, que por unidad de masa es

$$\varepsilon = \frac{\tau_{ij} S_{ij}}{\rho} = 2\nu S_{ij} S_{ij} \quad (16)$$

De la ec.(16) se tiene que la disipación de la energía es mayor en los torbellinos más pequeños, ya que la energía disipada es tanto mayor cuanto mayor sea el gradiente de velocidades (S_{ij} mayor).

2.4.3. Cascada de energía

A partir de la consideración de la Sección 2.4.1, en la que el flujo de un fluido con un número de Reynolds alto es de régimen turbulento, y de la observación empírica de torbellinos de diferentes tamaños, se desarrolló la idea de cascada de energía.

Este concepto proviene de que, debido a las fuerzas de inercia, los grandes torbellinos creados continuamente a partir del flujo se dividen transfiriendo su energía a otros de menor tamaño. En la teoría de Kolmogórov se asume que esta energía que es entregada al flujo a una cierta escala, es transferida a su vez a escalas menores de forma constante. Este proceso se repite de forma que se crea una cascada de energía de las estructuras más grandes a las más pequeñas, hasta que a escalas de $\sim L_v$ (donde $\mathcal{R} \gtrsim 1$) la viscosidad es importante y disipa la energía cinética transformándola en calor. Siempre que exista una viscosidad diferente de 0, la energía va a ser transferida a escalas en las que se va a disipar.

En la Figura 6 se representa esquemáticamente la cascada de energía, donde se muestra como la inyección de energía cinética proveniente de los torbellinos más grandes (de tamaño L_0) es transferida a otros más pequeños, y así sucesivamente hasta llegar a los torbellinos de escala $\sim L_v$ donde la energía cinética se convierte en calor.

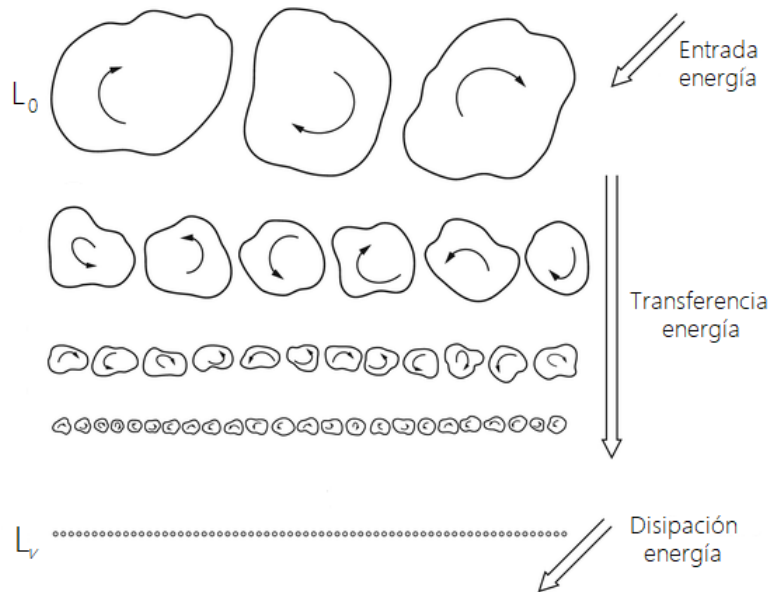


Figura 6: Representación de la cascada de energía de Richardson realizada a partir de Regev et al., 2016.

2.4.4. Teoría espectral de la turbulencia

La cascada de energía entre diferentes escalas es descrita de forma más sencilla en el espacio de frecuencias espaciales, donde un análisis dimensional junto con unas pocas hipótesis permiten deducir el comportamiento esperado del espectro de frecuencias.

Para trabajar en el espectro de frecuencias es necesario expresar el vector velocidad en función de sus componentes de Fourier:

$$u(x, y, z, t) = \sum_{\mathbf{k}} \tilde{u}(\mathbf{k}, t) e^{i(k^x x + k^y y + k^z z)} \quad (17)$$

donde \tilde{u} es la transformada de Fourier de u y \mathbf{k} el vector del número de onda.

La energía media \bar{E} viene dada⁹ por la expresión:

$$\bar{E} = \int \mathcal{E}(k) dk \quad (18)$$

donde $\mathcal{E}(k)$ es la densidad de energía espectral con dimensiones de Longitud³ / Tiempo².

La expresión universal común del espectro de energías para todo flujo turbulento \mathcal{E} se puede obtener a partir de un análisis dimensional.

Esta teoría se basa en las dos grandes suposiciones, la del traspaso de energía constante entre escalas y la de localidad espectral (Vallis, 2019). Por un lado, tal y como se ha explicado en la Sección 2.4.3, las fuerzas de inerciales son las causantes de la transferencia de energía a escalas de mayor a menor tamaño (es decir a torbellinos más pequeños). Por otro lado, la hipótesis de la localidad espectral se basa en aceptar que esta transferencia de energía es lo suficientemente local como para que sean las fuerzas de inercia (y no otras como la disipación) las importantes en las escalas intermedias.

⁹Asumiendo una turbulencia isotrópica para obtener un número de onda escalar y un dominio lo suficientemente grande como para transformar los sumatorios en integrales.

En base a estas hipótesis se puede expresar el espectro de energías en función del flujo espectral de energía¹⁰ (ϵ) y del número de onda (k) (no dependiendo de otros factores relacionados con la disipación o inyección de energía). Como de la ec.(18) se tiene que sus unidades son de Longitud³ / Tiempo², la única expresión que acepta una igualdad de unidades entre ambos lados de la ecuación es el denominado espectro -5/3 de Kolmogórov:

$$\mathcal{E}(k) = \mathcal{K} \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (19)$$

donde \mathcal{K} es la constante de Kolmogórov de valor experimental 1,5.

A partir de la ec.(19) y atendiendo a las dimensionalidad de las magnitudes, se puede obtener información de la velocidad y periodo de rotación del torbellino y, a partir de estos, el flujo espectral de energía (ϵ). Esto se muestra en el Apéndice A.

2.4.5. Diferencias entre la turbulencia en 2D y 3D

Analizando la enstrofía¹¹ y la energía (a partir de las ecuaciones de vorticidad en 2D para flujos incompresibles), se llega a la conclusión de que en 2 dimensiones (al contrario de lo que ocurre en 3D), la transferencia de energía fluye de las escalas más pequeñas a las más grandes, donde acontece la fricción en las capas límites.

Partiendo de las expresiones de la energía y enstrofía media, y teniendo en cuenta la conservación de las mismas, se llega a la existencia de dos rangos inerciales: el rango inercial de energía y el rango inercial de enstrofía. El primero de ellos transporta la energía a escalas mayores (con una tasa de cascada de energía ϵ), mientras que el segundo transporta la enstrofía a escalas más pequeñas (con una tasa de cascada de enstrofía η).

En el caso de 2D se tienen las ec.(20) y ec.(21) como expresiones del espectro de energías asociado rango inercial de enstrofía y al rango inercial de energía, respectivamente.

$$\mathcal{E}(k) = \mathcal{K}_\eta \eta^{2/3} k^{-3} \quad (20)$$

$$\mathcal{E}(k) = \mathcal{K}_\epsilon \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (21)$$

La diferencia entre los espectro de energías en un régimen turbulento de 2 y 3 dimensiones en función de k se indica en la Figura 7.

2.4.6. Espectro de potencia

Un análisis del espectro de potencia de la energía cinética permitiría en principio dirimir si el comportamiento de la troposfera de un planeta gaseoso como Saturno es consistente con alguna de las teorías de Kolmogórov. En este caso, al trabajar con imágenes de poca resolución, no es posible deducir campos de energía cinética turbulenta, por lo que se trabaja con la hipótesis de que el comportamiento de la reflectividad de las nubes (trazadores pasivos) es un reflejo de la dinámica atmosférica, y se estudia por tanto las variaciones en el brillo. En particular, centrando el estudio en las variaciones longitudinales a unas ciertas latitudes.

Por lo tanto, en este trabajo, se realiza un espectro de potencia a partir de la transformada de Fourier de la reflectividad de las nubes en función de la longitud a una latitud dada. Si del espectro se

¹⁰El flujo espectral de energía se considera el mismo en todo el proceso, desde la inyección de energía hasta su disipación.

¹¹La enstrofía se define como la integral al cuadrado de la vorticidad sobre un cierto dominio. Es una magnitud escalar que está relacionada con la energía cinética que interviene en los procesos de disipación.

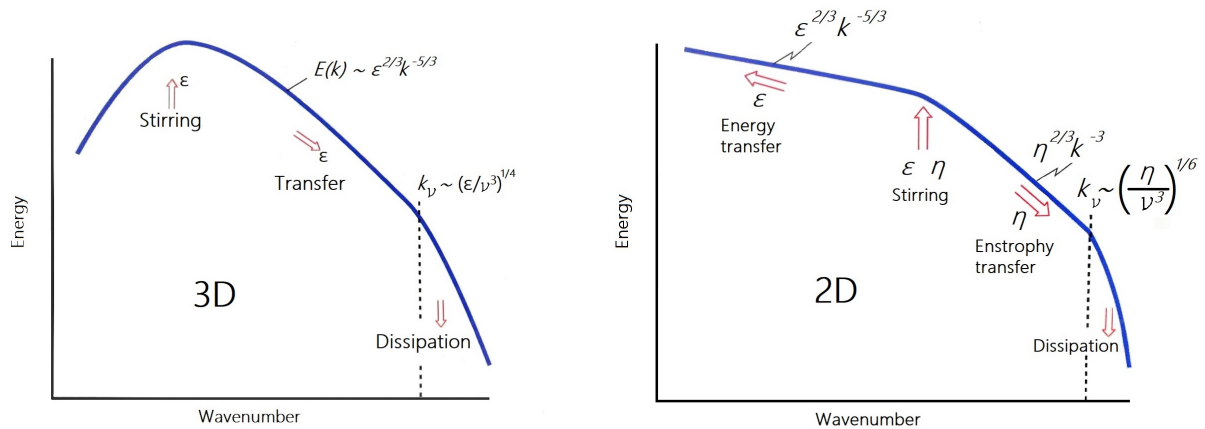


Figura 7: Diferencias en el espectro de energías entre una turbulencia de dos y tres dimensiones. (Composición realizada a partir de Vallis, 2019)

observa un comportamiento similar al predicho por una turbulencia tridimensional, se espera que el comportamiento de las capas de nubes estén conectadas con los vientos más profundos del planeta, mientras que si concuerda con la turbulencia en 2D, los vientos de las capas de nubes no tendrían un influencia clara de los vientos más profundos. Según las dimensiones del régimen turbulento empleado (esto se muestra en la Figura 7) existen diferentes cambios en la pendiente del espectro de energía. En un régimen turbulento en 3D se espera que el espectro de trazador pasivo siga la ley $k^{-5/3}$ hasta la k donde la disipación comienza a ser importante, a a partir de la cual se comportaría de la forma k^{-1} . En un régimen turbulento en 2D aparecería la ley de $k^{-5/3}$ en números de onda inferiores a una cierta k relacionada con la escala a la que la energía es suministrada en la atmósfera. A partir de ese número de onda, seguiría también la forma k^{-1} (Cosentino et al., 2019). En el estudio se analiza tanto la pendiente de los distintos tramos del espectro como el número de onda de transición entre los distintos regímenes.

3. Metodología y Observaciones

En esta sección se explica el procedimiento llevado a cabo desde la selección, calibrado y proyección de las imágenes tomadas por Cassini (Sección 3.2), hasta su utilización en los diferentes objetivos propuestos: la realización de cortes de brillo en longitud a determinadas latitudes (Sección 3.3) y su empleo para la medición de vientos en la troposfera de Saturno (Sección 3.4).

3.1. Observaciones

Las imágenes empleadas para el estudio de la turbulencia atmosférica y para la composición del perfil de vientos, han sido imágenes del HS de Saturno capturadas por las cámaras NAC y WAC de la nave Cassini en febrero de 2005. Las diferentes imágenes están realizadas con el filtro CB2 de metano en el continuo, teniendo la otra rueda con un filtro abierto (con longitud media ~ 750 nm, ver Sección 1.2). En ambos casos, el análisis se ha centrado en el HS de Saturno, en el rango de 0° a -70° aproximadamente. Además del empleo del filtro CB2 y de la visualización del hemisferio sur de Saturno, otro de los criterios empleados para la selección de las imágenes ha sido la cobertura global en longitud, con el objetivo de poder crear una proyección que abarque 360° .

En este trabajo se han utilizado 26 imágenes diferentes, siendo 12 de ellas empleadas en el estudio de la turbulencia y 20 en el perfil de vientos a la altura de las nubes de amoníaco. Las 20 imágenes del perfil de vientos se componen de 10 pares de imágenes separadas entre ellas un tiempo entre 10 hr 5 min 57 s y 12 hr 19 min 44 s. En la Tabla 3 se resumen las imágenes empleadas en el estudio del perfil de vientos (identificando las imágenes, indicando la fecha de las mismas y la cámara y filtros empleados), así como sus características de resolución espacial y ángulo de fase. De igual manera, en la Tabla 4 se indica las imágenes empleadas en el estudio de la turbulencia.

COISS	IDimagen	Fecha	Hora	Cámara	Filtro	Resolución Subspacecraft (km/px)	Ángulo de fase ($^\circ$)
2009	W1486267387	05-02-2005	03:36:49	Wide	CB2/CL2	200.57245	67.502246
2009	W1486303745	05-02-2005	13:42:46	Wide	CB2/CL2	198.53331	66.781721
2009	W1486273404	05-02-2005	05:17:05	Wide	CB2/CL2	200.24984	67.383945
2009	W1486310045	05-02-2005	15:27:46	Wide	CB2/CL2	198.15798	66.655420
2009	W1486279987	05-02-2005	07:06:48	Wide	CB2/CL2	199.89016	67.254100
2009	W1486316345	05-02-2005	17:12:46	Wide	CB2/CL2	197.77608	66.528663
2009	W1486285722	05-02-2005	08:42:23	Wide	CB2/CL2	199.57108	67.140621
2009	W1486322645	05-02-2005	18:57:46	Wide	CB2/CL2	197.38762	66.401439
2009	W1486291710	05-02-2005	10:22:11	Wide	CB2/CL2	199.23219	67.021769
2009	W1486328945	05-02-2005	20:42:46	Wide	CB2/CL2	196.99255	66.273738
2009	N1486267981	05-02-2005	03:46:43	Narrow	CL1/CB2	20.054093	67.490606
2009	N1486305781	05-02-2005	14:16:42	Narrow	CL1/CB2	19.841281	66.740977
2009	N1486293181	05-02-2005	10:46:42	Narrow	CL1/CB2	19.914812	66.992536
2009	N1486330982	05-02-2005	21:16:43	Narrow	CL1/CB2	19.686348	66.232368
2009	N1486286881	05-02-2005	09:01:42	Narrow	CL1/CB2	19.950601	67.117670
2009	N1486324681	05-02-2005	19:31:42	Narrow	CL1/CB2	19.726075	66.360246
2009	N1486440782	07-02-2005	03:46:42	Narrow	CL1/CB2	18.885217	63.914347
2009	N1486485166	07-02-2005	16:06:26	Narrow	CL1/CB2	18.500750	62.919286
2009	N1486466265	07-02-2005	10:51:25	Narrow	CL1/CB2	18.668889	63.347783
2009	N1486504066	07-02-2005	21:21:26	Narrow	CL1/CB2	18.325958	62.483235

Tabla 3: Pares de imágenes empleados para la medición de vientos.

COISS	IDimagen	Fecha	Hora	Cámara	Filtro	Resolución Subspacecraft (km/px)	Ángulo de fase (°)
2009	W1486267387	05-02-2005	03:36:49	Wide	CB2/CL2	200.57245	67.502246
2009	W1486272245	05-02-2005	04:57:47	Wide	CB2/CL2	200.31244	67.406760
2009	W1486274564	05-02-2005	05:36:25	Wide	CB2/CL2	200.18697	67.361096
2009	W1486278545	05-02-2005	06:42:46	Wide	CB2/CL2	199.96955	67.282580
2009	W1486280864	05-02-2005	07:21:25	Wide	CB2/CL2	199.84172	67.236769
2009	W1486284845	05-02-2005	08:27:46	Wide	CB2/CL2	199.62022	67.157996
2009	W1486287164	05-02-2005	09:06:25	Wide	CB2/CL2	199.49000	67.112034
2009	W1486291145	05-02-2005	10:12:46	Wide	CB2/CL2	199.26441	67.032999
2009	W1486293464	05-02-2005	10:51:25	Wide	CB2/CL2	199.13181	66.986882
2009	W1486297445	05-02-2005	11:57:46	Wide	CB2/CL2	198.90212	66.907577
2009	W1486299764	05-02-2005	12:36:25	Wide	CB2/CL2	198.76712	66.861302
2009	W1486303745	05-02-2005	13:42:46	Wide	CB2/CL2	198.53331	66.781721

Tabla 4: Imágenes empleadas para los cortes de brillo.

3.2. Procesado de imágenes

Por un lado, el método de selección y calibrado de las imágenes es el mismo tanto para aquellas empleadas en la obtención del espectro de energía como aquellas que se utilizan en la medida de vientos. Por otro lado, la proyección en planisferio varía en función del objetivo del mismo, ya que los parámetros empleados en su proyección se modifican para un mejor análisis (resolución, correcciones, etc.).

3.2.1. Selección de imágenes: PVOL++

Para seleccionar y obtener los archivos de las imágenes de Cassini deseados de la base de datos se emplea el programa PVOL++ (*Planetary Virtual Observatory and Laboratory*). El procedimiento llevado a cabo para la visualización en pantalla de las imágenes es:

1. Establecer la ruta de la base de datos: `File → Open local database`.
2. Establecer la ruta de las imágenes: `File → Set image base path`.
3. Pulsar el botón **N** para la selección de imágenes que cumplan las características de planeta, volumen, fecha, cámara y filtros.
4. Seleccionar las imágenes deseadas pulsando dos veces sobre ellas.
5. Pulsar el botón **GET** y establecer la ruta donde se desean guardar las imágenes.

El volumen trabajado en el proyecto es el COISS_2009. Para este caso, y teniendo en cuenta que la base de datos está localizada en un disco duro externo, las rutas empleadas son: `E:\Cassini\cassini_db\coiss_2009.db` y `E:\Cassini\cassini_db\coiss_2009.conf` para seleccionar los archivos de la base de datos y la configuración de los mismos (paso 1). Para la ruta de las imágenes (paso 2) se establece el camino: `E:\Cassini\cassini_orbiter\coiss_2009`.

Se muestra en la Figura 8 una captura con las diferentes opciones disponibles para filtrar las imágenes.

Adicionalmente, se puede guardar o abrir en una lista una selección de imágenes, mediante las siguientes opciones del programa: `My list → Save to file/Load from file`.

Figura 8: Opciones de filtrado de imágenes disponibles en PVOL++.

3.2.2. Calibrado de imágenes: CISSCAL

Para la calibración de las imágenes obtenidas anteriormente mediante PVOL++, se emplea el programa CISSCAL (Porco et al., 2004), desarrollado también en IDL. Para llevar a cabo la calibración se selecciona la opción *Batch Mode* donde se establece la ruta del *input* y del *output* de las imágenes.

Los pasos realizados por el programa CISSCAL para la calibración pasan por, primeramente, transformar la imagen a 12 bits corrigiendo su ponderación, a continuación eliminar el ruido coherente, los anillos de polvo, el campo grueso, el ruido térmico, corregir la no linealidad del CCD y convertir los números de datos en unidades de flujo. Para finalmente, normalizar la intensidad de la imagen con el flujo solar en Saturno (Antuñano, 2017).

3.2.3. Proyección del planisferio: PLIA

PLIA (*Planetary Laboratory for Image Analysis*) es un programa escrito en IDL que incorpora las tareas y técnicas básicas que comúnmente se emplean en el análisis de las imágenes planetarias (Hueso et al., 2010).

En este caso, se trabaja en PLIA con los datos de las imágenes anteriormente calibradas mediante CISSCAL. Una vez abierta la imagen calibrada, se navega la imagen (*Analysis* → *Measure Image*). Al navegarla se asocia a cada píxel de la imagen una longitud y latitud determinada. Para ello, PLIA lee el archivo *.xml* asociado a cada imagen, donde se describen las características y parámetros¹² de la toma de la imagen. Cuando la imagen no está perfectamente navegada (se aprecia que el límite del planeta establecido por el programa de manera automática no se ajusta al borde visual del mismo, llamado limbo) se realiza una corrección manual desplazando el ajuste automático realizado por PLIA en un número determinado de píxeles, tanto en la dirección X como en la Y. Las

¹²Para navegación de las imágenes se lee la longitud, latitud y coordenadas en píxeles de Cassini, así como la distancia al centro del planeta y el ángulo acimutal norte. Para la iluminación y los ángulos de visualización se lee además el ángulo de fase y la latitud y longitud sub-solar.

imágenes de Saturno tomadas por la cámara WAC en la que se puede ver el planeta en su totalidad, no suelen requerir de un ajuste manual (o precisan de una corrección sencilla). Sin embargo, en las imágenes tomadas por la cámara NAC, en la que solo se aprecia una región muy concreta de Saturno, este ajuste resulta más complicado, ya que la región del limbo del planeta que se usa como referencia es mucho más pequeña y difusa. En la Figura 9 se muestra una imagen de Cassini navegada mediante PLIA.

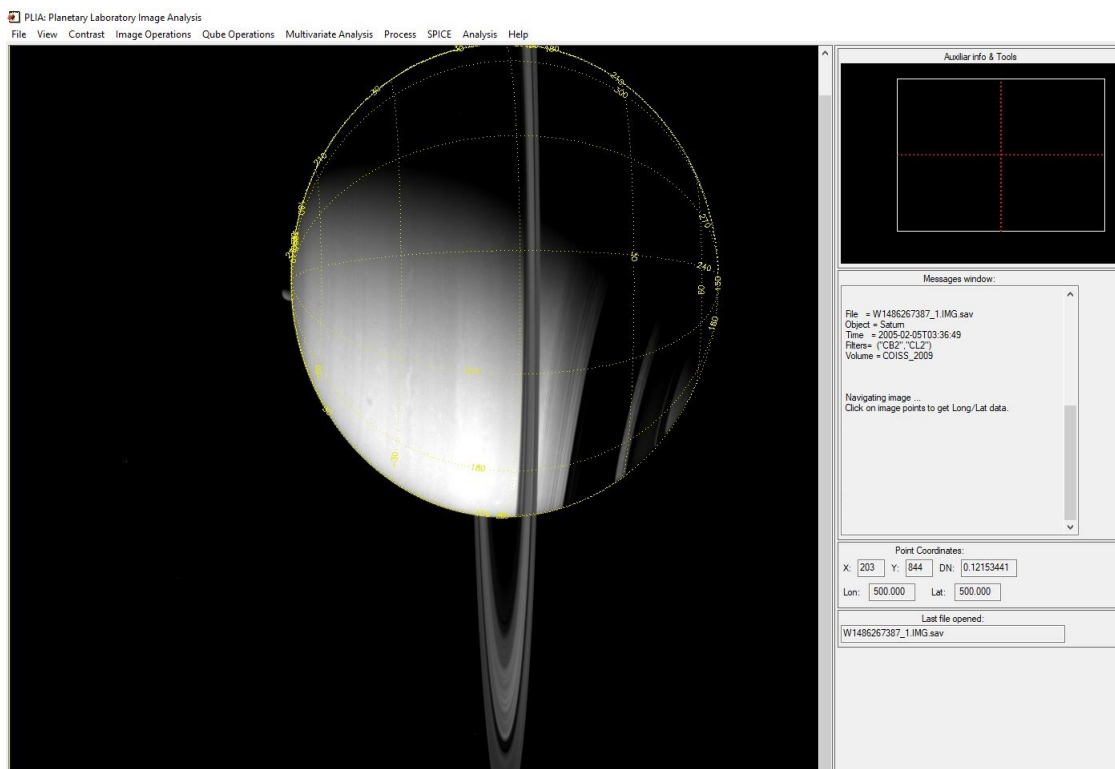


Figura 9: Imagen de Saturno navegada mediante PLIA.

Una vez la imagen está navegada, se proyecta en un planisferio seleccionando: *Analysis* → *Geometrical projections* → *Planisphere*. Al realizar esto, aparece un panel con las opciones para realizar el planisferio, entre las que se encuentran la resolución y rango de latitudes y longitudes del mismo. Además también aparece opciones sobre la corrección que se le puede aplicar a la imagen. En este trabajo, se analiza la región sur de Saturno, por lo que todos los planisferios creados (tanto para el análisis de la potencia espectral como de la medición de vientos) comprenden el rango de $0\text{-}360^\circ$ en longitud y de $-90\text{-}0^\circ$ en latitud. La resolución y correcciones fotométricas varían según la imagen y objetivo empleado.

Una vez obtenido el planisferio, se ajusta el contraste de la imagen para tener una mejor visualización. Para ello, primero se muestra en pantalla el histograma de los datos (*Contrast* → *Data Histogram*) y se ajusta según este (*Contrast* → *Specify Visualization Data*).

3.3. Cortes de brillo

Para obtener un corte de brillo que recorra todas las longitudes del planeta a una determinada latitud, se realiza una composición de los diferentes cortes obtenidos a partir de diferentes imágenes. La información de las imágenes empleadas para este propósito se muestra en la Tabla 4. En la Figura 13 se muestra un diagrama que resume el proceso llevado a cabo para la adquisición del corte de brillo del planeta.

El corte de brillo de un determinado planisferio se puede realizar desde el mismo programa PLIA, mediante la opción: Analysis → Photometry → Scan horizontal line, y a continuación se selecciona el px del eje Y (con equivalencia px-latitud) al que se realiza el corte. Para obtener un corte de brillo más suavizado que no dependa de variaciones de píxeles puntuales se modifica el archivo `plia_line_photometry.pro` para que, al realizarlo, PLIA realice la media con los 2 píxeles contiguos. Esta modificación se muestra en el Código 1 (ver Apéndice B). Como en este trabajo, a la hora de realizar cortes fotométricos, se emplea una resolución de $0,1^\circ/\text{px}$, se tiene que estos se realizan a una latitud determinada de $\phi \pm 0,1^\circ$. La diferencia entre realizar un corte de brillo haciendo y sin hacer la media se muestra en la Figura 10. Se aprecia como el trazado del brillo es el mismo pero los picos más pronunciados se suavizan.

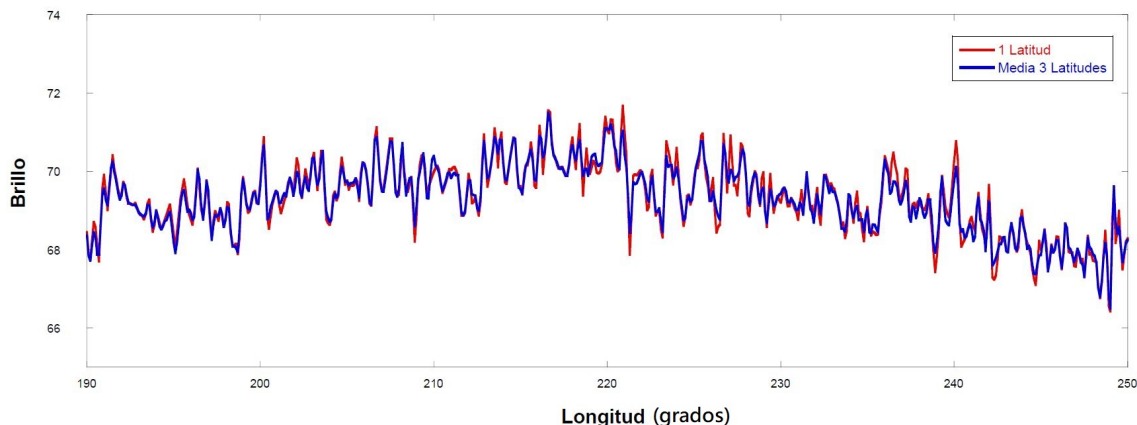


Figura 10: Diferencia en el corte de brillo al realizar la media de varias latitudes.

En primer lugar se realiza el corte fotométrico del planisferio sin corrección. En este primer paso se crean los planisferios estableciendo una resolución de $0,1^\circ/\text{px}$ y una resolución límite en longitud de $0,35^\circ$.

El planisferio predeterminado de PLIA es representado de 360° a 0° . Al establecer una resolución límite en longitud de $0,35^\circ$, se obtiene información de aquellos píxeles entre los que la diferencia en grados entre los consecutivos es inferior a $0,35^\circ$. Entre los dos extremos de la representación (360° y 0°) el programa detecta un salto de 360° (superior a los $0,35^\circ$), por lo que parte de la información en esos extremos se pierde al conformar el planisferio. Para solucionar este problema y obtener la información perdida de estos píxeles se establece un parámetro de resolución límite en longitud superior a 360° .

Estos cortes presentan un gradiente significativo en el brillo, debido al ángulo de fase de Cassini con respecto de Saturno y del Sol. Este gradiente se corrige mediante la función de Minnaert. La corrección de Minnaert es una técnica fotométrica que, conociendo la localización de la nave Cassini y del Sol con respecto a Saturno, puede corregir para una latitud dada el gradiente generado al realizar el corte fotométrico. La función de Minnaert se puede expresar de la siguiente manera (García et al., 1996):

$$N_{D,\text{norm}} = N_{D,\text{obsv}} \mu_0^{-k} \mu^{1-k} \quad (22)$$

donde los parámetros μ_0 y μ presentan una dependencia con los ángulos de la forma

$$\mu_0 = \cos \phi \cos(\alpha - \lambda)$$

$$\mu = \cos \phi \cos \lambda$$

donde $N_{D,\text{norm}}$ y $N_{D,\text{obsv}}$ es el nivel digital normal de cada píxel que se desea obtener y el observado. Los parámetros μ_0 y μ se definen en función del ángulo de fase (α), latitud (ϕ) y longitud (λ). La

función de Minnaert se emplea de tal manera que se encuentra el valor óptimo para el exponente de lambertianidad k . Este parámetro, que varía entre 0 y 1 (siendo cuando $k = 1$ el modelo lambertiano), se puede obtener determinando la pendiente de la recta de regresión entre $\ln(N_{D,\text{obsv}} \mu)$ y $\ln(\mu \mu_0)$ (Pinilla et al., 2001).

En la Figura 11 se ve como es un corte de brillo de una imagen sin corregir y como varía al aplicarle diferentes correcciones fotométricas, siendo la de Minnaert la que mejor corrige el gradiente de brillo.

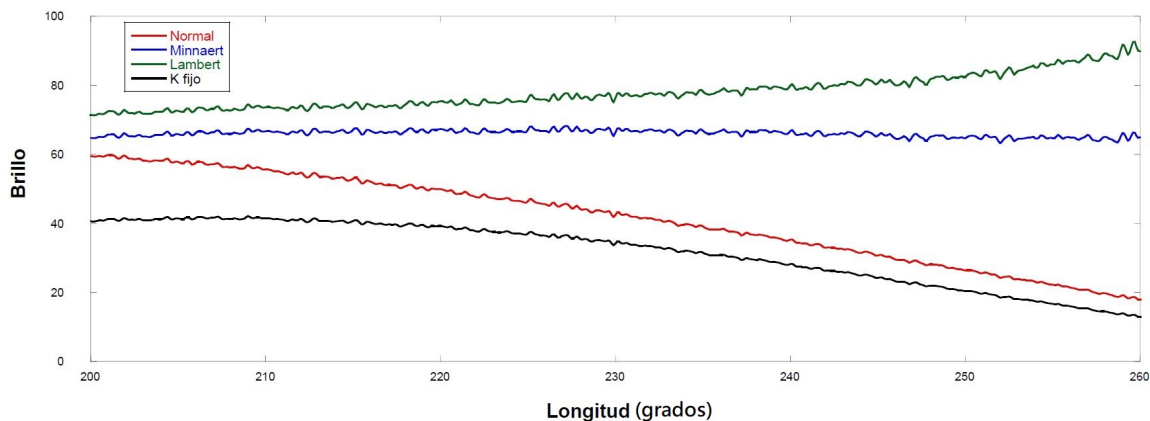


Figura 11: Corte de brillo original con diferentes correcciones fotométricas.

Tal y como se muestra en la ec.(22), la función de Minnaert depende de un parámetro k empírico. Para obtener este exponente de una forma rápida, se emplea el calculado por el programa PLIA cuando se aplica la corrección de Minnaert (a la hora de generar la proyección del planisferio). Sin embargo, esta k obtenida es específica para cada imagen analizada (y para cada latitud dentro de la misma). Aunque la variación entre diferentes imágenes tomadas por Cassini en intervalos de tiempo cortos (de menos de 1 día) es pequeña, a la hora de unir los diferentes cortes fotométricos para obtener un corte de todo el planeta (360°) se aprecia un salto significativo del brillo en algunos casos. Para solventar este problema, se pretende emplear un mismo parámetro k para todas las correcciones de los cortes fotométricos que conforman todo el planisferio. Para ello, se emplea el Código 2 (ver Apéndice B) con el objetivo de que cuando se aplique la corrección de Minnaert a una imagen, se cree también un archivo con la k calculada para cada latitud.

Por lo tanto, el segundo paso es obtener para cada imagen empleada en la composición la k para cada latitud (esto se obtiene generando en PLIA para cada imagen un planisferio con la corrección de Minnaert). Haciendo esto se obtiene un archivo que muestra para cada una de las imágenes la k asociada a cada latitud. Una vez conocidas todas los exponentes lambertianos de cada una de las imágenes, se obtiene para cada latitud la k_{media} de todas ellas, siendo esta k_{media} la que se empleará en la corrección de cada una ellas. El Código 4 (ver Apéndice B) realizado en MATLAB es el utilizado para aplicar la corrección.

Una vez obtenidos los 12 cortes de brillo a una cierta latitud para componer el corte de brillo total de 360° , se emplea el Código 5 (ver Apéndice B) para unir los diferentes cortes fotométricos mediante una composición lineal. Para la unión, se selecciona en la región de superposición del brillo ($\Delta\lambda$), estableciendo una longitud de inicio (λ_i) y otra de final (λ_f) entre las que se realiza la combinación. Como existe una tendencia en cada corte de brillo individual a tener un máximo alrededor de su longitud central (decreciendo el brillo en sus extremos), se selecciona para realizar la combinación la región entre la que el valor del brillo de ambos cortes tiene una magnitud semejante.

Se muestra en la Figura 12 un ejemplo de cómo se ha establecido, mediante criterio visual, la región

de combinación. La región en la que $\lambda < \lambda_i$ el corte de brillo final después de la combinación es la del corte de brillo 1. En la región en la que $\lambda > \lambda_f$ el corte fotométrico final viene dado únicamente por el corte derecho. La región comprendida entre $\lambda \in [\lambda_i, \lambda_f]$ viene dada por la combinación lineal de ambos cortes.

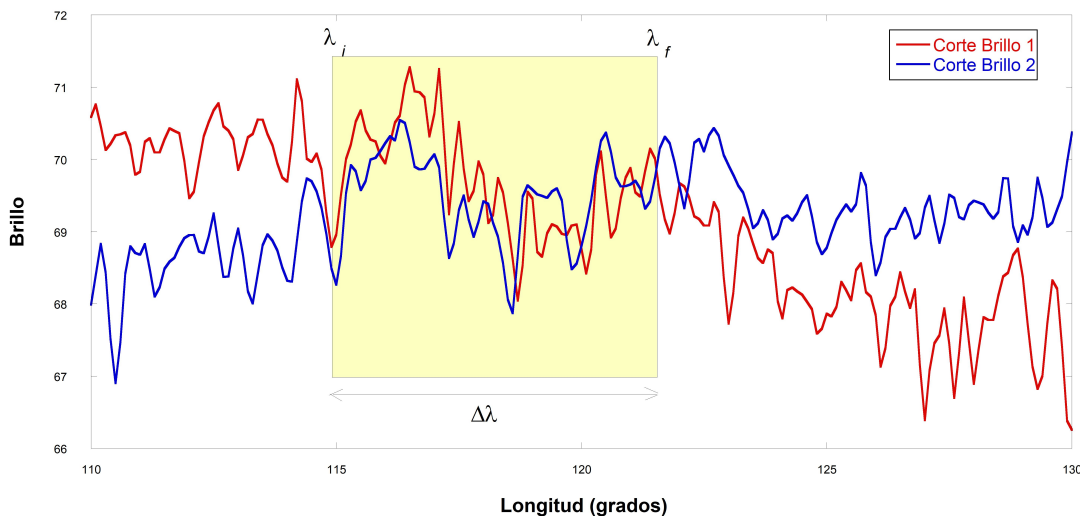


Figura 12: Región seleccionada para la combinación lineal de dos cortes de brillo.

En la ec.(23) se muestran las expresiones empleadas para realizar la combinación, donde B_C es el brillo resultante de la combinación, B_{izq} y B_{drch} el corte de brillo centrado a una latitud más pequeña y más grande y Res la resolución del planisferio en %/px (se emplea 0.1 %/px en todos los casos).

$$\begin{cases} B_C(\lambda) = B_{izq}(\lambda) & \text{si } \lambda < \lambda_i, \\ B_C(\lambda) = B_{izq}(\lambda) \cdot \frac{\lambda_f - Res}{\Delta\lambda} + B_{drch}(\lambda) \cdot \frac{Res - \lambda_i}{\Delta\lambda} & \text{si } \lambda \in [\lambda_i, \lambda_f], \\ B_C(\lambda) = B_{drch}(\lambda) & \text{si } \lambda > \lambda_f \end{cases} \quad (23)$$

A modo de resumen se muestra en la Figura 13 un diagrama con los diferentes procesos y aplicaciones que se han realizado para obtener el corte de brillo final.

Una vez realizada la combinación de cada una los cortes, se tiene el corte fotométrico total de todo el planeta (corte de 360°), con el que se obtiene la potencia espectral.

3.3.1. Análisis del espectro de brillo

Tal y como se ha explicado en la Sección 2.4.6, a la hora de la representación del espectro de brillo, cabe esperar dos regímenes turbulentos separados por un número de onda de transición (k_T), a partir de la cual la pendiente del espectro sufre un cambio significativo. Para detectar este punto de transición se desarrolla un algoritmo. Siguiendo una argumentación similar a la llevada a cabo por Cosentino et al., 2019, se selecciona una k de tal forma que χ^2 (ver ec.(24)) se minimice (Taylor, 2014), tratando además de intentar que los puntos de unión entre ambas pendientes tengan un valor semejante.

$$\chi^2 = \frac{\sum_i^{N_1} (\Delta E_i)^2}{N_1} + \frac{\sum_j^{N_2} (\Delta E_j)^2}{N_2} = \text{mín} \quad (24)$$

donde $\Delta E_{i,j}$ son los residuos de cada punto y $N_{1,2}$ el número de puntos.

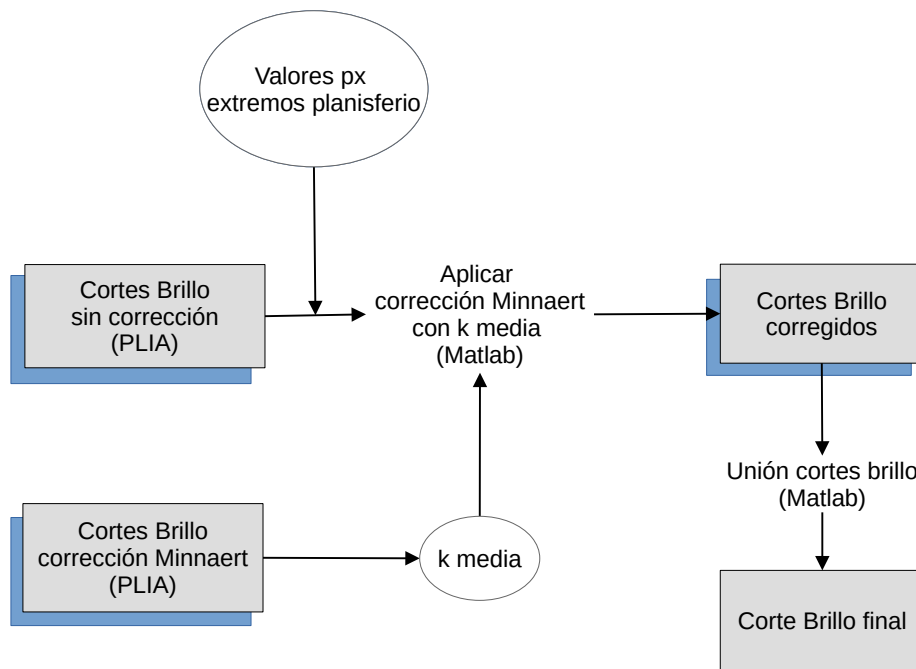


Figura 13: Proceso llevado a cabo para obtener, desde los cortes fotométricos realizados en PLIA de las diferentes imágenes, el corte de brillo final del planeta. Este proceso se repite para cada una de las latitudes en las que se han realizado los cortes.

En estudios del espectro de potencia es común acotar los números de onda a analizar entre un k_{min} y un k_{max} . Por un lado, se selecciona una k_{min} a fin de evitar los detalles a gran escala. Para delimitar este parámetro no existe un criterio extendido, pero los trabajos de Barrado-Izagirre et al., 2009 y Choi and Showman, 2011 en Júpiter lo establecen en $k_{min} = 10$. Otros lo han establecido a números de onda menor, como $k_{min} = 2$ (Cosentino et al., 2019). La k_{max} esta relacionada con las estructuras más pequeñas y, en última instancia, con el ruido. La delimitación de este parámetro depende en gran medida de la resolución de los datos.

La k_T obtenida en Júpiter ha variado según los criterios empleados. Algunos estudios localizan el k_T alrededor de $k \sim 25$ (Cosentino et al., 2017; Young and Read, 2017), mientras que otros lo establecen en números de onda más grandes (Barrado-Izagirre et al., 2009; Choi and Showman, 2011).

3.4. Medición de vientos

Para la medición de los vientos se han empleado dos métodos diferentes. Por un lado se emplea la tercera versión del correlador de vientos PICV (*Planetary Image Correlation Velocimetry*) y por otro lado, el método manual de *Cloud Tracking*.

Para las representaciones en planisferio de las imágenes tomadas por Cassini se emplea PLIA, pero en este caso aplicando una corrección de Lambert y empleando una longitud de resolución límite de 1° . Las imágenes empleadas se indican en la Tabla 3.

3.4.1. Correlador PICV3

PICV3 es un programa escrito en IDL que permite, a partir de un par de imágenes, obtener medidas automáticas del viento. Su uso proporciona las herramientas necesarias para facilitar la medida sistemática de vectores de vientos, otorgando a su vez la posibilidad de realizar una comprobación visual de la correlación efectuada, donde el usuario puede validar, corregir o rechazar la corrección dada por el SW. En este trabajo se han comprobado las medidas de viento una a una.

Antes de emplear el correlador PICV3 y con el objetivo de mejorar los resultados que ofrece, se edita la imagen mediante GIMP. En este programa se aplica a cada par de imágenes a analizar un filtro paso alto (con unos valores para la desviación estándar de 20,3 y para el contraste de 5,0) y a continuación un filtro de reducción de ruido (de fuerza 1,0). Los resultados de aplicar estos filtros se muestran en la Figura 14.

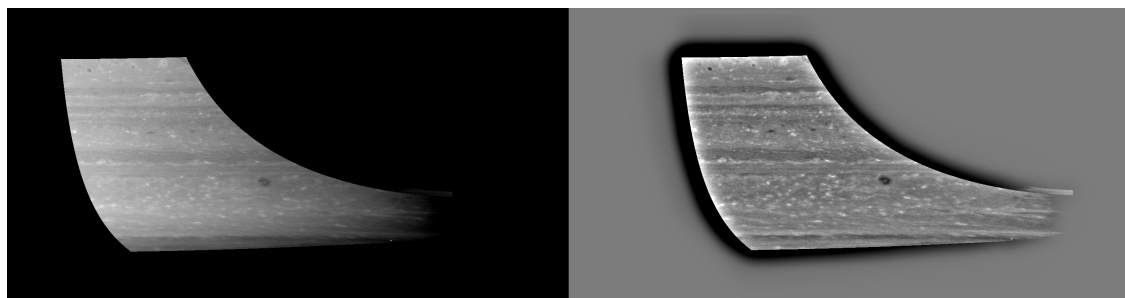


Figura 14: Comparación entre el planisferio antes (izquierda) y después (derecha) de aplicar los filtros en GIMP.

En la Figura 15 se muestra el proceso de medición de una determinada región del planisferio mediante el correlador PICV3. Se analizan las diferentes regiones modificando en `Edit Options` → `Edit Correlation parameters` las dimensiones de la caja y el rango en el que se buscará la correlación. Esto se cambia en función de la resolución de cada planisferio y de la región en la que se miden los vientos. La diferencia de tiempo entre la toma de ambas imágenes (necesaria para el cálculo de las velocidades) es obtenida a partir de la lectura del nombre de las imágenes. Para ello, los nombres de estas deben de seguir el criterio: `Año-Mes-Día-Hora-Minuto-Segundo_Info.jpg`, donde tras los segundos, se puede añadir información relevante (como la resolución, tratamiento de la imagen, etc.) sin que afecte al funcionamiento del programa.

3.4.2. Cloud tracking

El método de *Cloud tracking* es un método manual de monitorización de las nubes de la atmósfera en un par de imágenes. Este método es más limitado que el anterior ya que se obtienen menos vectores de vientos. Sin embargo, combinándolo con el método anterior, permite realizar comprobaciones sobre las mediciones efectuadas y obtener vectores de vientos en regiones que mediante el otro método resultan más complicadas (por ejemplo en las latitudes $\sim 0^\circ$ ¹³).

Realizando dos planisferios de la misma región en diferentes momentos (generalmente separados un tiempo no mayor al tiempo sidéreo del planeta), se selecciona cada una de las nubes en uno de ellos y la misma en el otro planisferio. Para que pulsando un determinado píxel en el planisferio se indique su latitud y longitud se selecciona la siguiente opción en el menú: `Analysis` → `Image`

¹³Tal y como se muestra en el perfil de vientos zonales obtenido (ver Figura 18) y en el perfil de vientos medido por García-Melendo et al., 2011, la velocidad zonal en $\sim 0^\circ$ aumenta y varía rápidamente, siendo más complicado el uso del correlador PICV3, que precisa de establecer manualmente las dimensiones entre las que buscar la correlación.

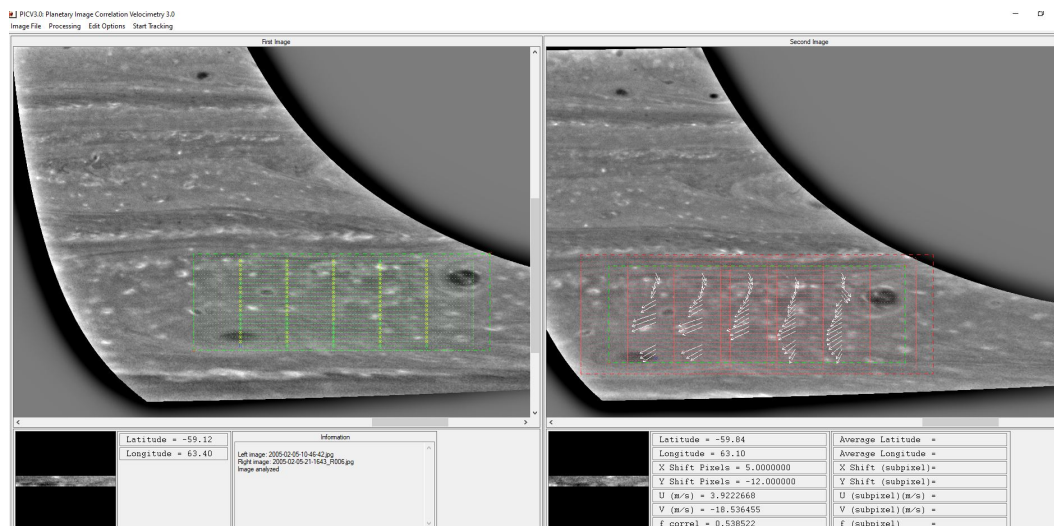


Figura 15: Proceso de medida del viento en PICV3.

Details → Measure Image Points. Para evitar que salgan ventanas adicionales en cada selección y realizar más rápidamente las mediciones se selecciona: Analysis → Image Details → Erase Image Points → Closer to cursor.

El procedimiento de este método se basa en la selección en ambos planisferios de la misma nube, obteniendo la latitud (ϕ) y longitud (λ) en cada caso. Sabiendo las coordenadas, el tiempo transcurrido entre ambas tomas (Δt) y suponiendo que las nubes se comportan como trazadores pasivos, se calcula mediante las ecs.(25) y (26) el viento zonal y el meridional, respectivamente (Antuñano, 2017).

$$u = -\frac{2\pi R_\phi \cos \phi \Delta \lambda}{360 \Delta t} \quad (25)$$

$$v = -\frac{2\pi R_\phi \Delta \phi}{360 \Delta t} \quad (26)$$

donde el radio para un latitud dada (ϕ) se puede expresar en función del radio ecuatorial del planeta ($R_{S,E}$) y el factor de achatamiento (f_{achat}).

$$R_\phi \approx R_{S,E}(1 + f_{achat} \sin^2 \phi) \quad (27)$$

3.4.3. Errores de medida de vientos

Existen diferentes fuentes de error asociadas a la determinación de los vientos. Antuñano et al., 2015 establece una incertidumbre mínima ($\Delta Min.$) ligada a la resolución de la imagen y al intervalo de tiempo entre las dos tomas. También analiza las implicación de la navegación de las imágenes en los vientos. El limbo de Saturno, especialmente en las imágenes de la cámara NAC donde la resolución espacial es alta, se encuentra difuso. A partir del rango de píxeles de incertidumbre en este limbo, se puede establecer el error en la determinación de los vientos asociados al error de navegación. Por último, se analiza el error de *cloud tracking*. Este error está relacionado con la localización exacta del centro de la nube en la método manual de vientos y estima el error en los vientos a partir de la cantidad de píxeles de incertidumbre a la hora de la selección del centro de la nube.

Cada par de imágenes tiene unos errores asociados diferentes. En la Tabla 5 se indica el error para cada uno ellos, estando ordenados los pares según los mostrados en la Tabla 3.

$$\Delta_{\text{Min.}} = \frac{\text{Resolución imágenes}}{\Delta t} \quad (28)$$

Par_Imágenes	$\Delta_{\text{Nav.}} (\text{m s}^{-1})$	$\Delta_{\text{Min.}} (\text{m s}^{-1})$	$\Delta_{\text{Cloud Tracking}} (\text{m s}^{-1})$
Par 1	5.52	5.52	16.56
Par 2	5.47	5.47	16.41
Par 3	5.50	5.50	16.50
Par 4	5.41	5.41	16.23
Par 5	5.35	5.35	16.05
Par 6	5.83	0.53	2.12
Par 7	3.71	0.53	2.12
Par 8	4.24	0.53	2.12
Par 9	5.16	0.43	1.72
Par 10	3.43	0.49	1.96

Tabla 5: Error mínimo, de navegación y de *cloud tracking* de cada par de imágenes.

4. Resultados y análisis

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en ambas partes del trabajo y se realiza un análisis de los resultados.

4.1. Medición vientos

Para la medición de los vientos se han empleados los pares de imágenes de la Tabla 3. Las imágenes empleadas se han seleccionado atendiendo al tiempo entre las dos tomas (Δt), ya que como el error mínimo de resolución es inversamente proporcional a la diferencia de tiempo en entre ambas (ver ec.(28)), cuanto menor sea el tiempo que transcurre mayor es la incertidumbre que se propaga a la medida de los vientos. Por otro lado, si se deja demasiado tiempo (mucho más del periodo sidéreo) las estructuras de la troposfera que se quieren analizar pierden la forma que tenían, por lo que se imposibilita el uso del correlador. En febrero de 2005 Cassini obtuvo numerosas imágenes (de la misma región del planeta) con la cámara WAC y con el filtro del metano continuo (CB2) separadas ~ 1 hr. Sin embargo, una medición del viento con estas imágenes resulto en vectores de viento con una gran incertidumbre ($\Delta \text{Min.} \sim 50 \text{ m s}^{-1}$), por lo que fueron finalmente descartados. En su lugar, se emplearon los pares de imágenes que se encontraban separados un tiempo aproximado de ~ 10 hr. Empleando estos pares de imágenes la resolución se reducía en un factor 10 para el caso de las imágenes *wide* y en un factor 100 para las *narrow* (ver Tabla 5).

Los vectores de viento obtenidos se representan en el planisferio compuesto de Saturno (Figura 16) para indicar las regiones del planeta en las que se han efectuado la medición de los vientos. En esta representación se puede diferenciar las regiones analizadas mediante las cámaras NAC (la región donde los vectores de vientos están muy concentrados) de las WAC (donde se encuentran mucho más separados).

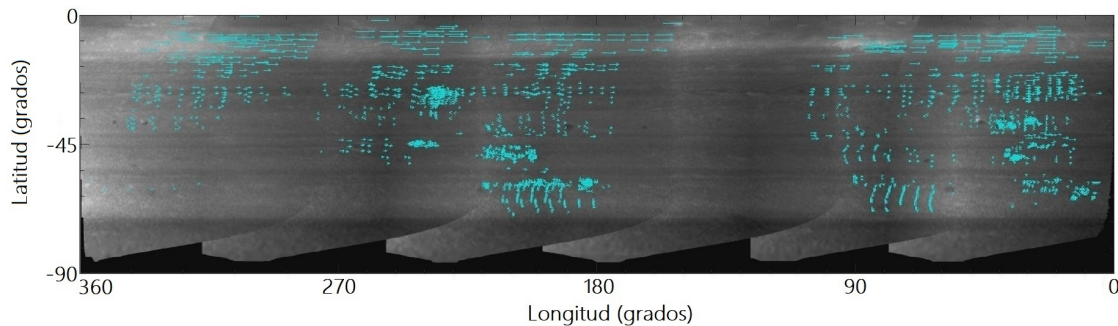


Figura 16: Proyección de los vectores de vientos sobre el planisferio de Saturno. El planisferio se ha realizado mediante la composición de imágenes del mismo día¹⁴.

Se emplea el Código 3 (ver Apéndice B) para realizar la media zonal y la desviación estándar de la media de los vectores de vientos obtenidos en cada rango de $0,5^\circ$ en latitud. Realizando esto, se tiene un perfil de vientos que va, desde los 70 hasta los $0,5^\circ \text{S}$.

En la Figura 17 se indica el número de vectores promediados por latitud. Se puede observar como hay regiones con muchos vectores de viento, como es el caso de las latitudes $\sim 60^\circ \text{S}$ y $\sim 50^\circ \text{S}$ (que corresponden con la localización de las imágenes *narrow* analizadas) y latitudes en las que los vientos medidos han sido escasos (bien sea porque menos imágenes de las analizadas se solapan en esas regiones o porque no se encuentran estructuras para estudiar la correlación) como es el caso de las latitudes de $\sim 55^\circ \text{S}$ y $\sim 15^\circ \text{S}$.

¹⁴Las imágenes que se han empleado para la composición no corresponden en todos los casos con las imágenes emplea-

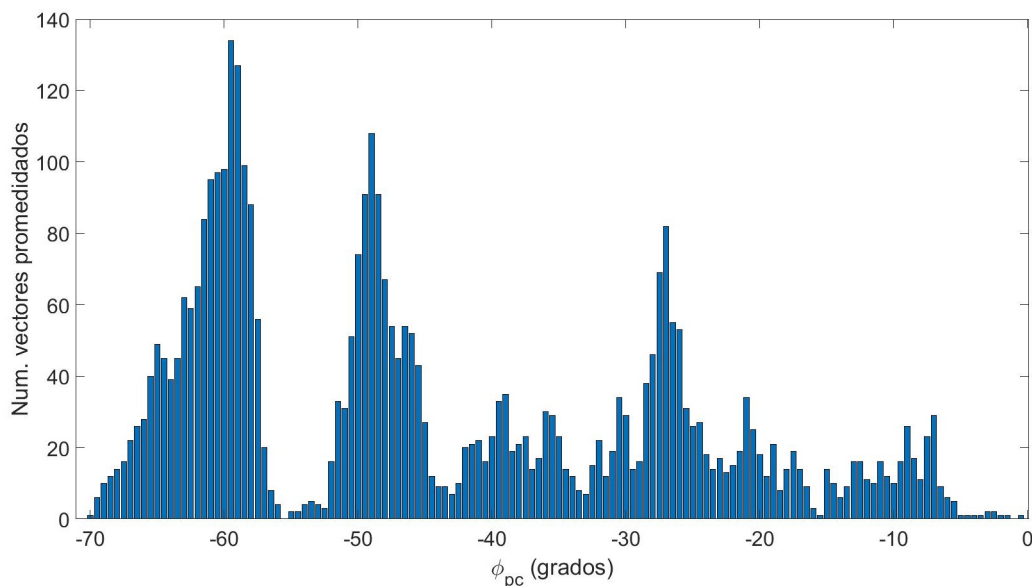


Figura 17: Número de vectores de viento obtenidos en cada latitud.

En la Figura 18 se representa el perfil de viento zonal obtenido para la región sur de Saturno a partir de la media zonal de los vectores de vientos obtenidos. De forma análoga, se representa en la Figura 19 el perfil de viento meridional calculado. En ambos se muestra la desviación estándar respecto de la media, definida como (Taylor, 2014):

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{N}} \quad (29)$$

donde \bar{x} es la media de la magnitud medida, x_i cada valor medido y N el número de mediciones realizadas.

En la Figura 20 se compara el perfil de vientos medido con los perfiles medidos anteriormente por Sánchez-Lavega et al., 2000 y García-Melendo et al., 2011.

Como se espera de Saturno (Sánchez-Lavega, 2010, pp.400), el régimen de vientos que se observa es principalmente zonal, con velocidades meridionales medias inferiores a 5 m/s en la gran mayoría de latitudes, excepto a latitudes entre 50°S y 70°S, donde la velocidad meridional media obtenida aumenta ligeramente, variando entre los 5 y los 20 m/s. En estas regiones donde la velocidad meridional es mayor, también lo es su incertidumbre.

En cuanto a la velocidad zonal, en este estudio se obtienen velocidades de unos 370 m/s en las latitudes cercanas al ecuador, similares a los medidos en García-Melendo et al., 2011 (ver Figura 20). Sin embargo, en esta región de latitudes entre 0 y 10°S el número de vectores de vientos medidos es bajo, especialmente para latitudes inferiores a 5°S, donde tal y como se muestra en la Figura 17, el número es inferior a 5.

A latitudes más altas, encontramos una corriente en chorro con velocidades máximas de 113 m/s a $\sim 42^\circ$ S. Este valor es 17 m/s menor que el medido en Sánchez-Lavega et al., 2000. Esta discrepancia es seguramente debida a la diferencia en resolución espacial de las imágenes y al menor número de

das para la medición del viento en ese punto.

imágenes medidas en este estudio. Esto ha implicado también que alrededor de la corriente en chorro de $\sim 55^\circ$ no se haya podido medir la velocidad de los vientos al completo.

Finalmente, en el rango de latitudes en el que nos hemos enfocado para el estudio de la turbulencia atmosférica, los vientos zonales medidos son similares a los medidos en Sánchez-Lavega et al., 2000 y García-Melendo et al., 2011. Esto se muestra en la Figura 21, donde se amplía la región correspondiente a una latitud $\sim 25^\circ\text{S}$ para ver distinguir mejor los diferentes perfiles.

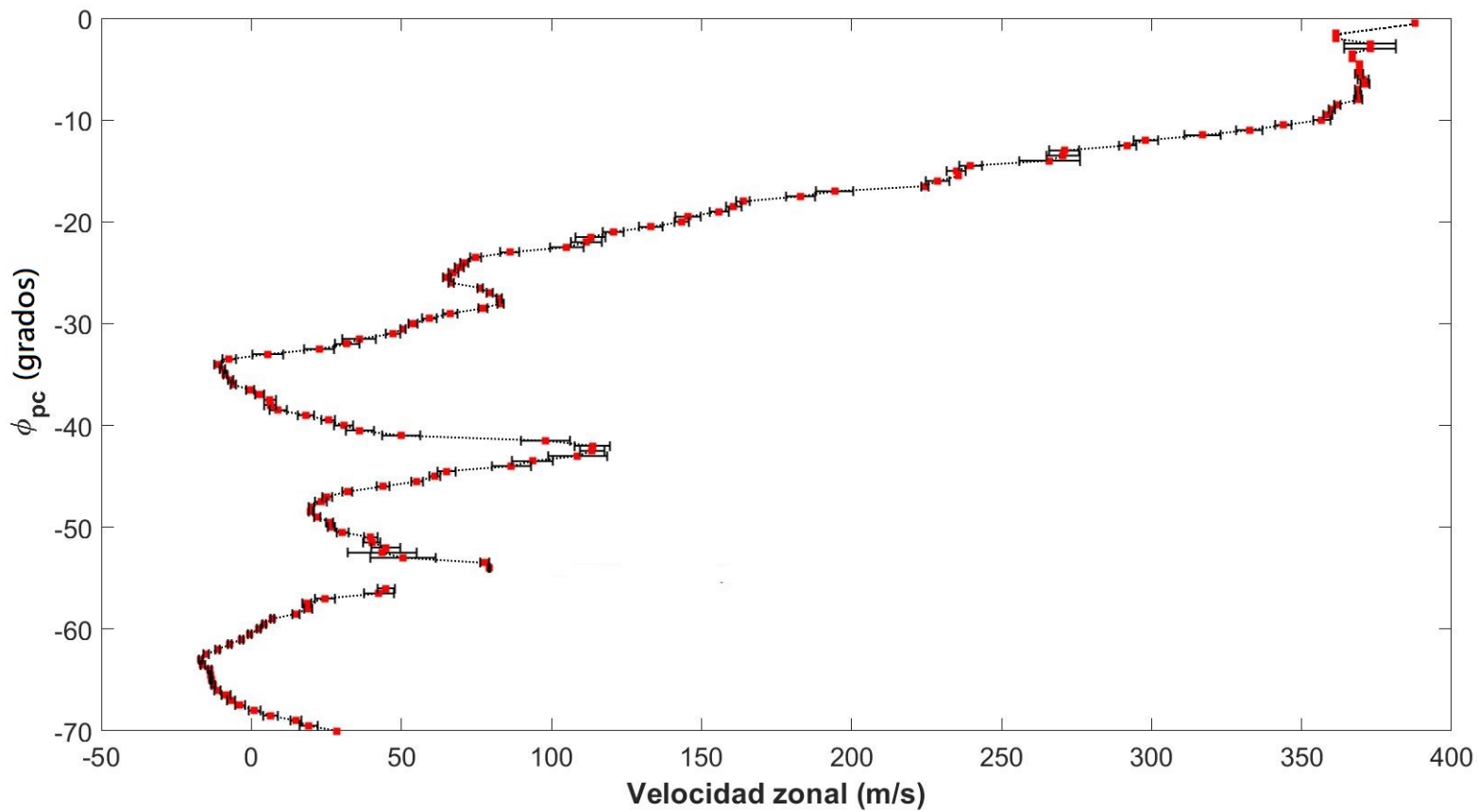


Figura 18: Velocidad media de los vientos zonales en m/s (puntos rojos) en función de la latitud planetocéntrica. Las barras de horizontales representan la desviación estándar de la media y la línea de puntos une las medias de la velocidad zonal.

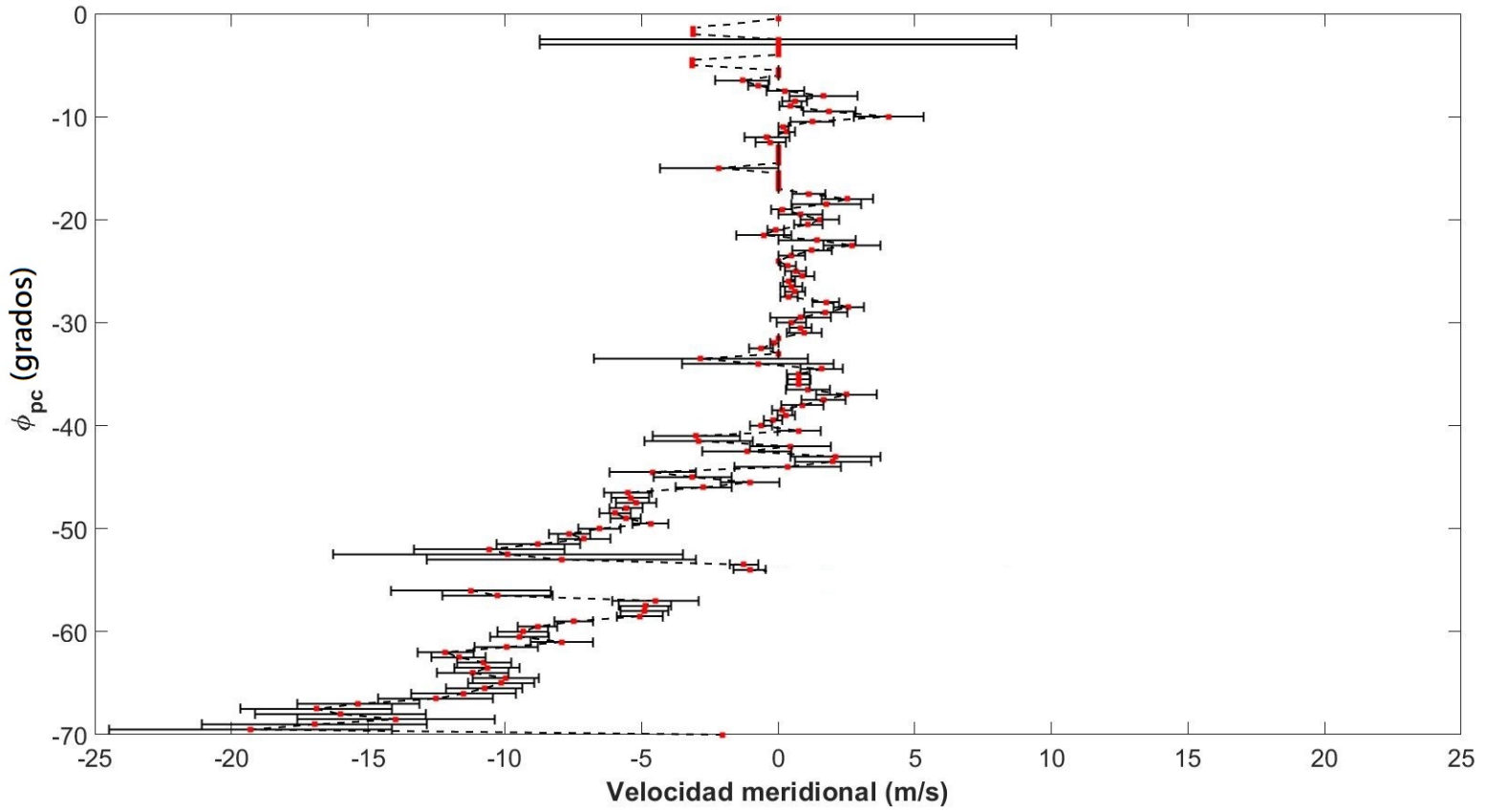


Figura 19: Velocidad media de los vientos meridionales en m/s (puntos rojos) en función de la latitud planetocéntrica. Las barras de horizontales representan la desviación estándar de la media y la línea de puntos une las medias de la velocidad meridional.

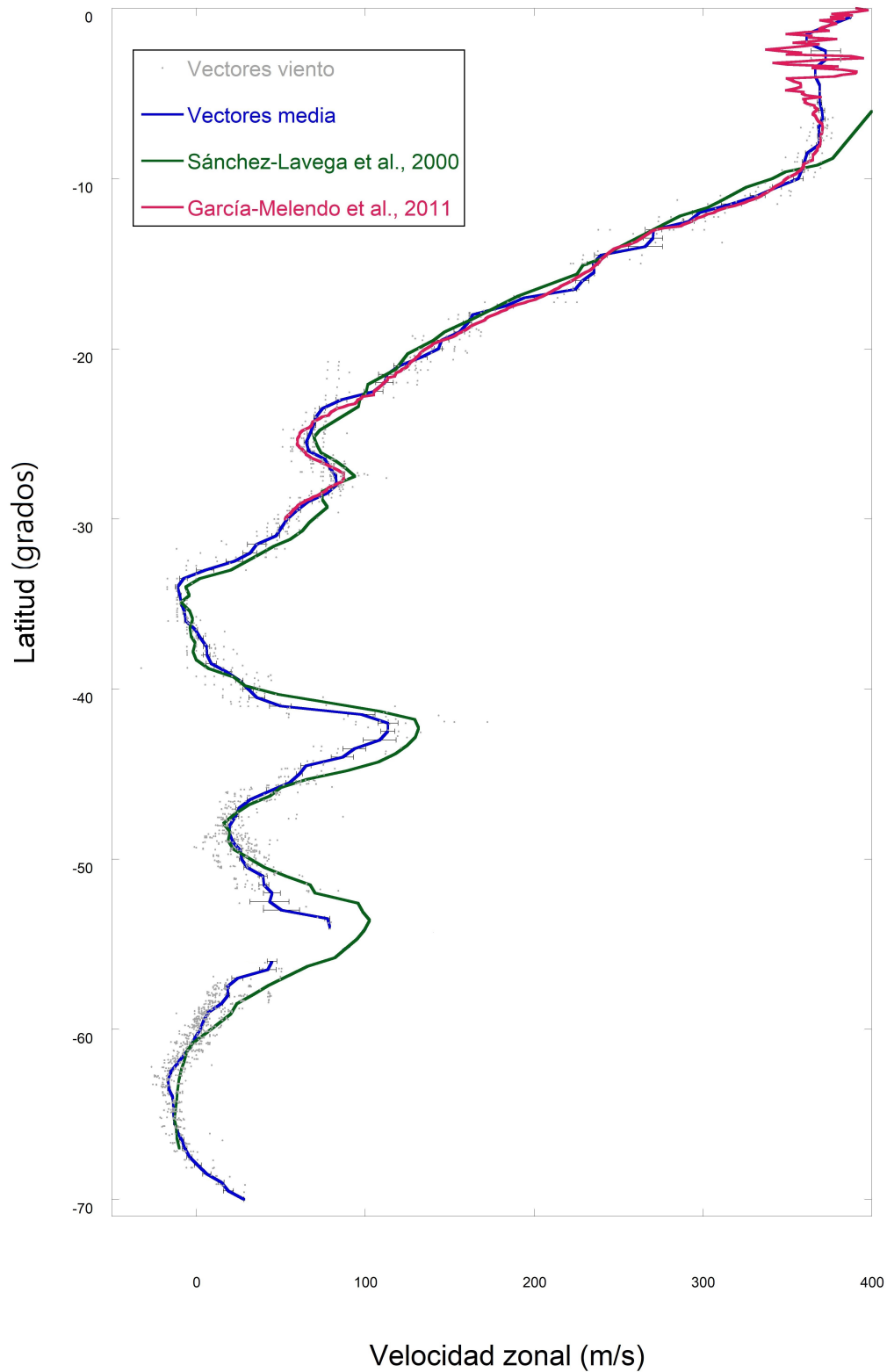


Figura 20: Representación de los datos de los vectores de viento calculados y de su media zonal (realizada cada 0,5°), comparándolos con los perfiles de viento obtenidos por García-Melendo et al., 2011 y Sánchez-Lavega et al., 2000. Se representan también todos los vectores de vientos obtenidos para realizar la media.

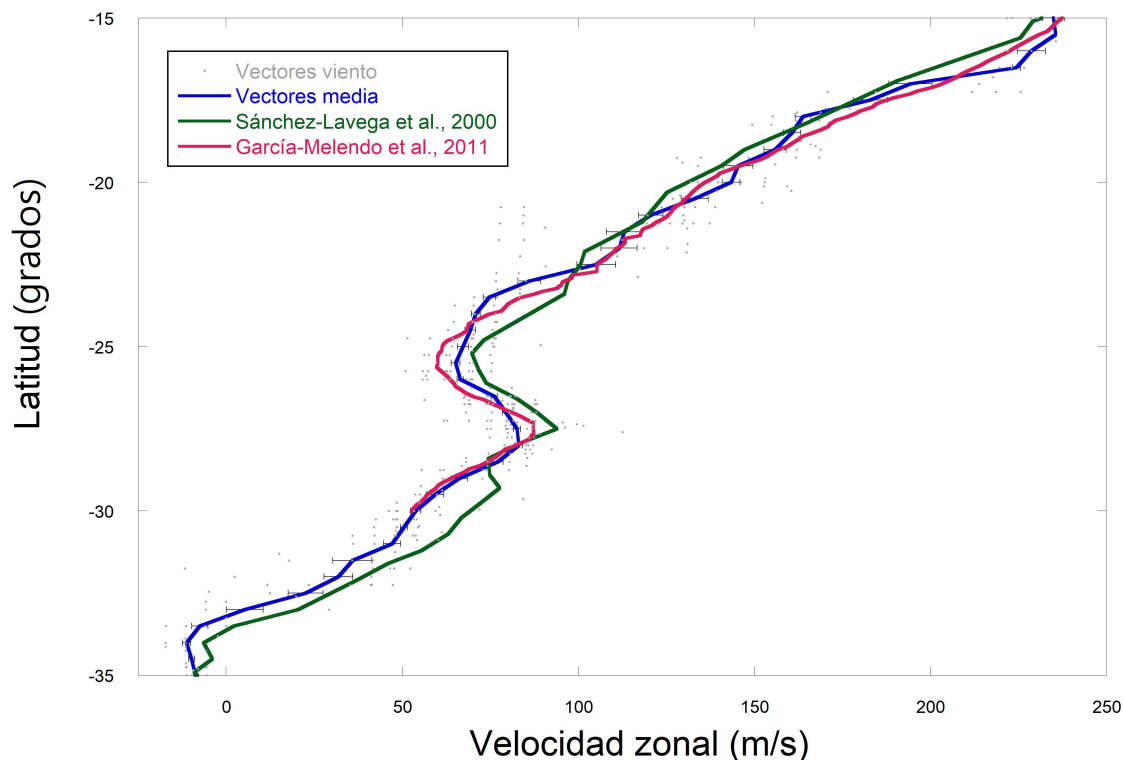


Figura 21: Representación ampliada del perfil de vientos obtenido alrededor de $\sim 25^\circ\text{S}$. Se representan también los vectores de vientos obtenidos por García-Melendo et al., 2011 y Sánchez-Lavega et al., 2000.

4.2. Potencia espectral

A partir de los cortes de brillo en longitud para determinadas latitudes, se emplea el Código 6 (ver Apéndice B) para realizar la FT de la potencia. A continuación, se establece el número de onda de transición k_T y se emplea el Código 7 (ver Apéndice B) para, según la ec.(24), obtener los dos ajustes.

Por un lado, es necesario establecer un k_{min} . En el estudio llevado a cabo por Cosentino et al., 2019 se indica la gran implicación que tiene la selección de este número de onda mínimo (relacionado con los eventos a larga escala del planeta), teniendo un impacto notable el cambio de $k_{min} = 1$ a $k_{min} = 2$. En este estudio se ha obtenido también que la k_T está altamente influenciada por la k_{min} , especialmente cuando esta es pequeña ($k_T \lesssim 50$). Se tiene que el cambio en la k_T implica también una variación de la pendiente (m_1) de la primer ajuste (la pendiente del segundo ajuste se ve menos influenciada al tener muchos más datos). Para el análisis, se opta por emplear una $k_{min} = 12$. Este número de onda mínimo se ha seleccionado teniendo en cuenta la periodicidad que pueden incorporar las diferentes composiciones realizadas, que constaban en su gran mayoría de 12 composiciones individuales.

Por otro lado, se ha analizado la implicación que tiene la selección de la k_{max} , relacionada con el ruido. La resolución espacial finita implica la existencia de un número de onda de Nyquist ($k_{Nyquist}$) determinado por el *aliasing* (Peralta et al., 2007). En este caso, se tiene que la $k_{Nyquist} = 1800$, por lo que el número de ondas empleado tiene que ser menor. En la Figura 22 se representa el espectro de potencia en función del número de onda, limitada a la $k_{Nyquist}$. Se aprecia en la representación como a números de onda más altos, aparece un cambio muy significativo en la pendiente del espectro. Se ha supuesto que toda esa región está relacionada con el ruido numérico ya que al realizar planisferios

con la mitad de resolución, el espectro se corta en las frecuencias espaciales menores, permaneciendo inalterado para estas. Siguiendo ese criterio se ha establecido un número de onda máximo de $k_{max} = 600$. Se ha comprobado que la k_T y la pendiente m_2 no presenta una dependencia importante de la k_{max} si esta se varía en el rango $k_{max} \in [600, 800]$.

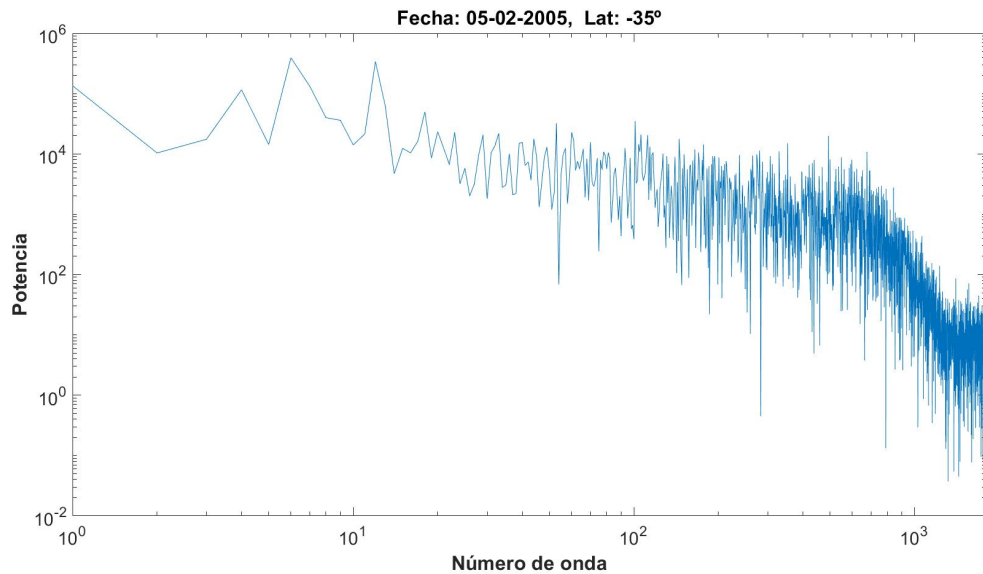


Figura 22: Potencia espectral en función del número de onda para una latitud de -35° .

Por lo tanto, se van a delimitar el espectro con los parámetros $k_{min} = 12$ y $k_{max} = 600$.

En la Figura 23 y 24 se representan los dos ajustes lineales realizados con los datos del logaritmo de la potencia frente al logaritmo del número de onda para una latitud planetocéntrica de -15° y de -30° , respectivamente. Se establece el número de onda de transición para aquel en aquel en el que χ^2 se minimiza y se realizan los dos ajustes lineales hasta la izquierda y a partir de la derecha del mismo.

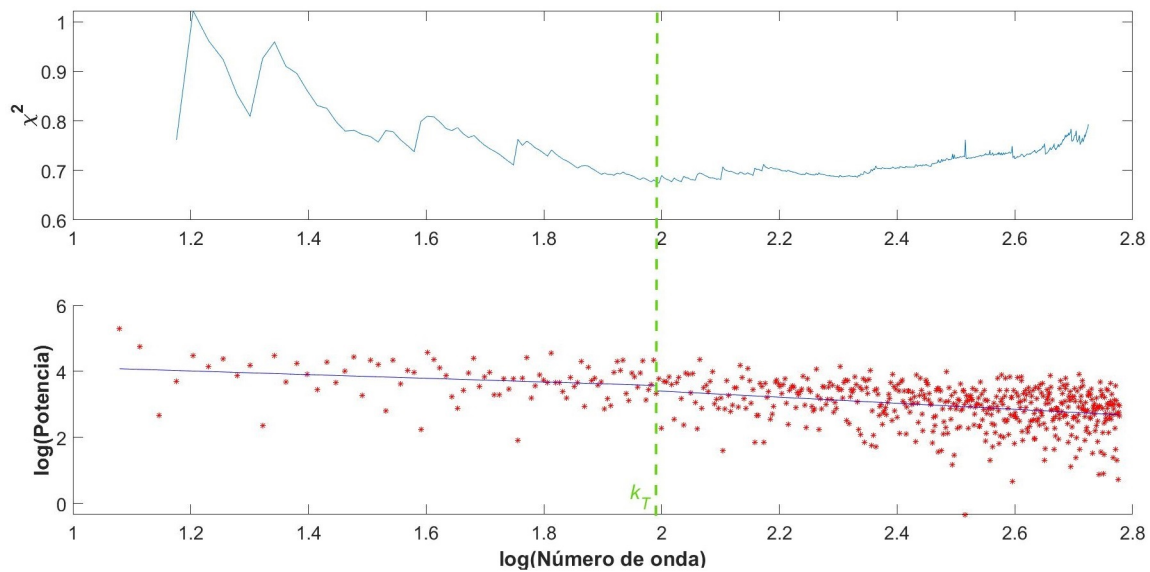


Figura 23: Parámetro χ^2 y logaritmo de la potencia en función del logaritmo del número de onda k para una latitud de -15° .

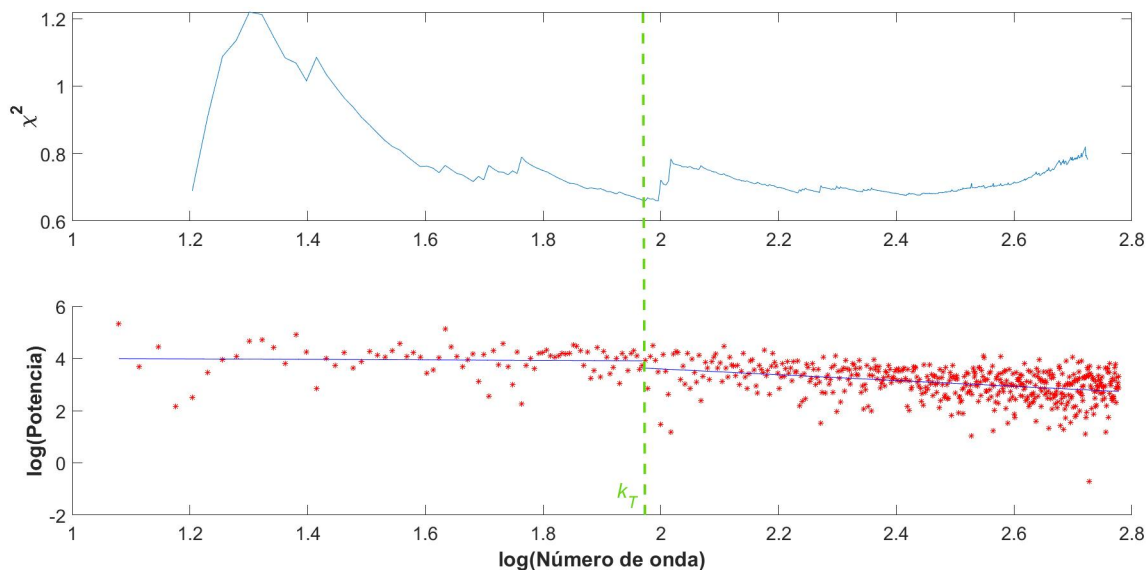


Figura 24: Parámetro χ^2 y logaritmo de la potencia en función del logaritmo del número de onda k para una latitud de -30° .

De forma análoga a la efectuada para las Figuras 23 y 24, se realiza para otras latitudes del HS, con el objetivo de obtener los diferentes ajustes. En la Tabla 6 se muestran las diferentes pendientes de los ajustes efectuados, así como el número de onda de transición obtenido para cada uno de ellos. La k_T se ha establecido teniendo en cuenta tanto el parámetro χ^2 como el salto en la potencia entre ambos ajustes que se da en el número de onda de transición. Para encontrar el punto en el que χ^2 se minimiza se ha comenzado a analizar la potencia de energía a partir de $k \sim 5$, de tal manera que la pendiente m_1 posea un número de valores del orden o mayor de 10.

Latitud ($^\circ$)	Pendiente m_1	Pendiente m_2	k_T
-45	-1.72	-0.54	26
-40	-5.47	-0.41	23
-35	-3.47	-0.87	28
-30	-0.09	-1.11	95
-25	-0.47	-0.88	40
-20	-3.96	-0.72	24
-15	-0.56	-0.91	100

Tabla 6: Para cada latitud se muestra la pendiente del ajuste correspondiente a los primeros números de onda (m_1) y la pendiente del ajuste de los que se encuentran después de la k_T (m_2).

Por un lado, analizando los valores de la Tabla 6 se aprecia que algunas de las pendientes siguen la forma k^{-1} que podría esperarse del análisis de los trazadores pasivos. Por otro lado, no se ha encontrado ajustes que puedan asemejarse a la relación $k^{-5/3}$ que predice la teoría de Kolmogórov.

Los valores del parámetro k_T se han dividido en dos regiones. Por un lado, se han encontrado en determinados ajustes que la χ^2 se minimizaba cuando la $k_T \sim 28$, mientras que también se ha encontrado en otras latitudes una $k_T \sim 97$.

La primera derivada de la velocidad zonal respecto del espacio está relacionada con la vorticidad, pudiendo caracterizar las regiones como ciclónicas o anticiclónicas. Este fenómeno se puede ver

reflejado en el aspecto visual de las bandas del planeta. En la Figura 25 se muestra una gráfica que relaciona la derivada del perfil de vientos con respecto del espacio y la variación de las pendientes de la Tabla 6, con el objetivo de analizar si presentan alguna correlación. Para su representación se ha ajustado el valor medio en latitud de todas las pendientes m_1 y m_2 (línea continua) con el valor 0 de la derivada de la velocidad con respecto del espacio ($du/dy = 0$). Aunque en la segunda gráfica de la Figura 25 (correspondiente a las pendientes m_2) se puede apreciar que en algunos casos (en las latitudes comprendidas entre los 25° y los 40° S) la variación de los valores de las pendientes coinciden con el comportamiento de la derivada del perfil de vientos, en general no se puede percibir una dependencia clara de las estas con la derivada del perfil de vientos.

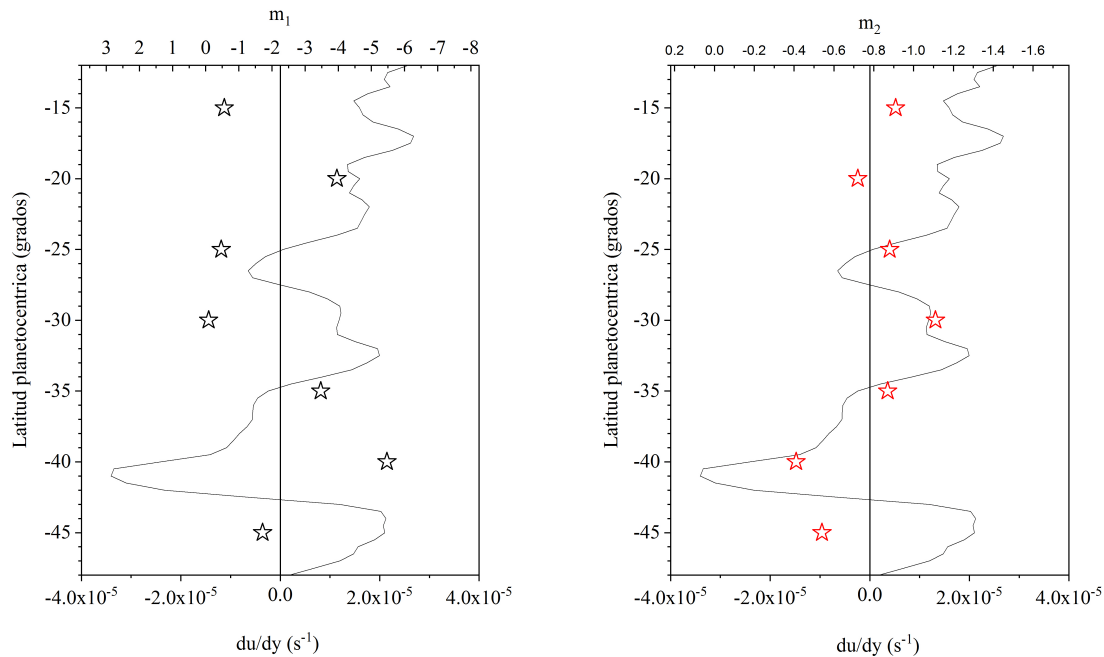


Figura 25: Correlación de du/dy con la pendiente m_1 y m_2 . En el eje x se representa, por un lado, la derivada de la velocidad con respecto del espacio (líneas discontinuas) y, por otro lado, los diferentes valores de las pendientes m_1 y m_2 (representados mediante estrellas). La línea continua vertical referencia la media en latitud de la pendiente m_1 y m_2 .

5. Conclusión y trabajo futuro

En el trabajo expuesto se ha estudiado la turbulencia atmosférica y los vientos en el hemisferio sur de Saturno utilizando imágenes capturadas en febrero de 2005 por las cámaras *Wide angle Camera* y *Narrow Angle Camera* a bordo de la nave Cassini.

Mediante un análisis espectral de los trazadores pasivos se ha observado la dependencia de los resultados con los modelos de la teoría de la turbulencia de Kolmogórov, con el fin de determinar si los vientos de las capas de nubes están conectados o no a los vientos más internos del planeta. A partir de los análisis efectuados no se ha podido concluir de manera contundente cual de ellas es la situación que acontece. Los resultados analizados han sido obtenidos a partir de imágenes de Saturno efectuadas por Cassini el mismo día (05-02-2005). Para obtener unos datos más fiables es necesario continuar el análisis realizado extendiéndolo a otras fechas y completar el análisis con imágenes de mayor resolución espacial. Asimismo, sería conveniente analizar también el hemisferio norte del planeta. Finalmente, se ha comprobado que la delimitación de la k_{min} juega un papel muy importante a la hora de determinar la k_T y las pendientes, en especial la correspondiente a la primera parte (m_1). Es por eso que, en un futuro análisis, convendría emplear criterios más elaborados (Peralta et al., 2007) para limitar la k_{min} y la k_{max} . También queda pendiente un análisis de los errores estimados de la k_T y de las pendientes.

Empleando el correlador PICV3 y el método manual de *cloud tracking* se ha medido el perfil de vientos, tanto meridionales como zonales, que abarcan el rango de entre los 0 y los -70° . Los resultados muestran velocidades medias meridionales inferiores a 5 m/s en la mayoría de latitudes, de acuerdo con el régimen zonal que siguen los vientos en Saturno. Por otro lado, el perfil de vientos zonales obtenido es similar a los perfiles medidos por Sánchez-Lavega et al., 2000 y García-Melendo et al., 2011, con diferencias de 17 m/s y 20 m/s en los picos de las corrientes en chorro a 42°S y 55°S , respectivamente. Estas discrepancias están relacionadas con la diferencia en el número de imágenes medidas entre este trabajo y los anteriormente mencionados, y la baja resolución espacial de algunos de los pares de imágenes utilizados.

La ampliación del número de vectores mediante la futura medición de un número alto de pares de imágenes NAC nos permitirá lograr perfiles de vientos de mayor resolución espacial. Así mismo, un número mayor de vectores obtenidos nos permitirá analizar las componentes turbulentas de los vientos zonales y meridionales, permitiéndonos analizar si las corrientes en chorro en Saturno están alimentadas por la turbulencia atmosférica de pequeña escala.

Referencias

- Antuñano, A., del Río-Gaztelurrutia, T., Sánchez-Lavega, A., & Hueso, R. (2015). Dynamics of Saturn's polar regions. *Journal of Geophysical Research: Planets*, *120*(2), 155–176. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/2014JE004709>
- Antuñano, A. (2017). *Dynamics of Saturn's Polar Regions* (Doctoral dissertation). Universidad del País Vasco.
- Barrado-Izagirre, N., Pérez-Hoyos, S., & Sánchez-Lavega, A. (2009). Brightness power spectral distribution and waves in Jupiter's upper cloud and hazes. *Icarus*, *202*(1), 181–196. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2009.02.015>
- Brown, R. A. (1991). *Fluid Mechanics of the Atmosphere* (Vol. 47). International Geophysics Series.
- Choi, D. S., & Showman, A. P. (2011). Power spectral analysis of Jupiter's clouds and kinetic energy from Cassini. *Icarus*, *216*(2), 597–609. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2011.10.001>
- Conrath, B. J., & Gautier, D. (2000). Saturn Helium Abundance: A Reanalysis of Voyager Measurements. *Icarus*, *144*(1), 124–134. <https://doi.org/https://doi.org/10.1006/icar.1999.6265>
- Cosentino, R. G., Butler, B., Sault, B., Morales-Juberías, R., Simon, A., & de Pater, I. (2017). Atmospheric waves and dynamics beneath Jupiter's clouds from radio wavelength observations. *Icarus*, *292*, 168–181. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2017.01.006>
- Cosentino, R. G., Simon, A., & Morales-Juberías, R. (2019). Jupiter's Turbulent Power Spectra From Hubble Space Telescope. *Journal of Geophysical Research: Planets*, *124*(5), 1204–1225. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/2018JE005762>
- Davidson, P. (2015). *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford University Press.
- Desch, M. D., & Kaiser, M. L. (1981). Voyager measurement of the rotation period of Saturn's magnetic field. *Geophysical Research Letters*, *8*(3), 253–256. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/GL008i003p00253>
- Fegley, J., B., & Prinn, R. G. (1985). Equilibrium and nonequilibrium chemistry of Saturn's atmosphere - Implications for the observability of PH₃, N₂, CO, and GeH₄. *Icarus*, *299*, 1067–1078. <https://doi.org/10.1086/163775>
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. L. (1963). *The Feynman lectures on physics*. Addison-Wesley.
- Fouchet, T., Moses, J. I., & Conrath, B. J. (2009). Saturn from Cassini-Huygens. In M. K. Dougherty, L. W. Esposito, & S. M. Krimigis (Eds.). Springer.
- Galopeau, P. H. M., & Lecacheux, A. (2000). Variations of Saturn's radio rotation period measured at kilometer wavelengths. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *105*(A6), 13089–13101. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/1999ja005089>
- García, E., Hernandez, R., & Perez, I. (1996). *Corrección del efecto topográfico en imágenes Landsat-TM* [Cuadernos del Centro de Estudios Ambientales], Centro de Estudios Ambientales. Vitoria-Gasteiz.
- García-Melendo, E., Pérez-Hoyos, S., Sánchez-Lavega, A., & Hueso, R. (2011). Saturn's zonal wind profile in 2004–2009 from Cassini ISS images and its long-term variability. *Icarus*, *215*(1), 62–74. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2011.07.005>
- Genio, A. D. D., Achterberg, R. K., Baines, K. H., Flasar, F., Peter L. Read, A. S.-L., & Showman, A. P. (2009). Saturn from Cassini-Huygens. In M. K. Dougherty, L. W. Esposito, & S. M. Krimigis (Eds.). Springer.
- Gurnett, D. A., Kurth, W. S., Hospodarsky, G. B., Persoon, A. M., Averkamp, T. F., Cecconi, B., Lecacheux, A., Zarka, P., Canu, P., Cornilleau-Wehrin, N., Galopeau, P., Roux, A., Harvey, C., Louarn, P., Bostrom, R., Gustafsson, G., Wahlund, J.-E., Desch, M. D., Farrell, W. M., ... Pedersen, A. (2005). Radio and Plasma Wave Observations at Saturn from Cassini's

- Approach and First Orbit. *Science*, 307(5713), 1255–1259. <https://doi.org/10.1126/science.1105356>
- Hahn, A. (2020). *Basic calculus of planetary orbits and interplanetary flight : the missions of the Voyagers, Cassini, and Juno*. Springer.
- Hargitai, H., Willner, K., & Hare, T. (2019). Fundamental Frameworks in Planetary Mapping: A Review. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62849-3_4
- Hueso, R., Legarreta, J., Rojas, J., Peralta, J., Pérez-Hoyos, S., del Río-Gaztelurrutia, T., & Sánchez-Lavega, A. (2010). The Planetary Laboratory for Image Analysis (PLIA). *Advances in Space Research*, 46(9), 1120–1138. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.asr.2010.05.016>
- Iess, L., Militzer, B., Kaspi, Y., Nicholson, P., Durante, D., Racioppa, P., Anabtawi, A., Galanti, E., Hubbard, W., Mariani, M. J., Tortora, P., Wahl, S., & Zannoni, M. (2019). Measurement and implications of Saturn's gravity field and ring mass. *SCIENCE*. <https://doi.org/10.1126/science.aat2965>
- Jaffe, L. D., & Herrell, L. M. (1997). Cassini/Huygens Science Instruments, Spacecraft, and Mission. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 34(4).
- Lee, S., Ryi, S., Lim, H., & Radu, E. (2017). Solutions of Navier-Stokes Equation with Coriolis Force. *Advances in Mathematical Physics*. <https://doi.org/10.1155/2017/7042686>
- Osborne, R. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. 174, 935–982. <https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rstl.1883.0029>
- Peralta, J., Hueso, R., & Sánchez-Lavega, A. (2007). Cloud brightness distribution and turbulence in Venus using Galileo violet images. *Icarus*, 188, 305–314. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.12.005>
- Pérez-Hoyos, S., & Sánchez-Lavega, A. (2006). On the vertical wind shear of Saturn's Equatorial Jet at cloud level. *Icarus*, 180(1), 161–175. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2005.07.011>
- Pinilla, C., García-López, S., Ariza-Lopez, F., & Sánchez, M. (2001). Utilización de la Lambertianidad de la superficie en el control de la corrección atmosférica de imágenes Landsat-TM. *Teledetección, Medio Ambiente y Cambio Global*, 446–450.
- Porco, C. C., West, R. A., Squyres, S., McEwen, A., Thomas, P., Murray, C. D., Del Genio, A., Ingersoll, A. P., Johnson, T. V., Neukum, G., Veverka, J., Dones, L., Brahic, A., Burns, J. A., Haemmerle, V., Knowles, B., Dawson, D., Roatsch, T., Beurle, K., & Owen, W. (2004). Cassini imaging science: Instrument characteristics and capabilities and anticipated scientific investigations at Saturn. *Space Sci. Rev.*, 115. <https://doi.org/10.1007/s11214-004-1456-7>
- Regev, O., Umurhan, O. M., & Yecko, P. A. (2016). Turbulence. *Modern Fluid Dynamics for Physics and Astrophysics* (pp. 507–593). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3164-4_9
- Sánchez-Lavega, A., Hueso, R., & Pérez-Hoyos, S. (2007). The three-dimensional structure of Saturn's equatorial jet at cloud level. *Icarus*, 187(2), 510–519. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.10.022>
- Sánchez-Lavega, A. (2010). *An Introduction to Planetary Atmospheres* (1st Edition). CRC Press.
- Sánchez-Lavega, A., Rojas, J. F., & Sada, P. V. (2000). Saturn's Zonal Winds at Cloud Level. *Icarus*, 147(2), 405–420. <https://doi.org/https://doi.org/10.1006/icar.2000.6449>
- Sánchez-Lavega, A. (2005). How Long Is the Day on Saturn? *Science*, 307(5713), 1223–1224. <https://doi.org/10.1126/science.1104956>
- Seidelmann, P. K., Archinal, B. A., A'hearn, M. F., Conrad, A., Consolmagno, G. J., Hestroffer, D., Hilton, J. L., Krasinsky, G. A., Neumann, G., Oberst, J., Stooke, P., Tedesco, E. F., Tholen, D. J., Thomas, P. C., & Williams, I. P. (2007). Report of the IAU/IAG Working Group on cartographic coordinates and rotational elements: 2006. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 98, 155–180. <https://doi.org/10.1007/s10569-007-9072-y>

- Taylor, J. R. (2014). *Introducción al Análisis de Errores: El estudio de las incertidumbres en las mediciones físicas*. Editorial Reverté.
- Trammell, H. J., Li, L., Jiang, X., Smith, M., Hörst, S., & Vasavada, A. (2014). The global vortex analysis of Jupiter and Saturn based on Cassini Imaging Science Subsystem. *Icarus*, 242, 122–129. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.icarus.2014.07.019>
- Vallis, G. K. (2019). *Essentials of Atmospheric and Oceanic Dynamics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781107588431>
- Young, R. M. B., & Read, P. L. (2017). Forward and inverse kinetic energy cascades in Jupiter's turbulent weather layer. *Nature Physics*, 13, 1135–1140. <https://doi.org/https://doi.org/10.1038/nphys4227>

Apéndices

A. Magnitudes del espectro de Kolmogórov

A partir del espectro de Kolmogórov de la ec.(19) se puede obtener información sobre los torbellinos. Siguiendo con el análisis dimensional efectuado anteriormente para obtener la energía espectral, se tiene que para la velocidad asociada al número de onda debe de ser

$$v_k = \sqrt{\mathcal{E}(k) k}$$

El periodo de rotación de estos remolinos se puede calcular de la siguiente manera:

$$\tau_k = \frac{1/k}{v_k} = \frac{1}{\sqrt{k^3 \mathcal{E}(k)}}$$

Finalmente, el flujo de energía se puede expresar en función de la velocidad de desplazamiento de torbellino (v_k) y de su periodo de rotación (τ_k), de forma que

$$\epsilon \sim \frac{v_k^2}{\tau_k} = \frac{k \mathcal{E}(k)}{\tau_k}$$

B. Códigos empleados

```

'Scan horizontal line': BEGIN
    Print, 'Introduce Y Line for photmetry:'
    Read, YLine
    My_Line1= Reform(Image [*,(YLine+1)])      ; Se establece una linea Y+1
para el corte fotometrico
    My_Line2= Reform(Image [*,(YLine-1)])      ; Se establece una linea Y-1
para el corte fotometrico
    My_Line = Reform(Image [*, YLine])
    File_Name='YLine'
    END
ENDCASE

; Show the line
Window,1, Title=File_Name
PLOT,My_Line

; Write the line
CLOSE,1
OPENW,1, File_Name+'.dat'
FOR j=0,n_Elements(My_Line)-1 DO BEGIN      ; Se recorren todas las
longitudes de la imagen para la linea Y introducida
    Printf,1, j, ((My_Line[j]+My_Line1[j]+My_Line2[j])/3.0)      ; Se realiza
la media entre el px introducido y los dos contiguos
ENDFOR
CLOSE,1

```

Código 1: Código modificado para realizar la media en latitud de 2 px contiguos.

```

OPENW,3, 'K_index_values.dat'      ; Se crea el archivo
Printf,3, 'Latitude', 'K_value'    ; Se escribe la cabecera
For j=0, n_Elements(k)-1 DO BEGIN
    Printf,3, j/10.0-90.0, k[j]    ; Se escribe el valor de K asociado a la latitud
ENDFOR
CLOSE,3

```

Código 2: Código empleado para crear un archivo con los valores de k para cada latitud.

```

clc; clear; close;
2
str = 'Datos.dat'; %Nombre del archivo con los datos
4 Datos = textread(str); %See lee el archivo. Eliminar antes el encabezado
Pc_Latitude = Datos(:,1); %La primera columna corresponde a la latitud pc
6 Longitude = Datos(:,3); %La segunda columna corresponde a la longitud
u = Datos(:,4); %La cuarta columna alberga las velocidades zonales
8 v = Datos(:,5); %La quinta columna alberga las velocidades meridionales

10 Steps_Media = 0.5; %Media de velocidades cada 0.5deg de latitud
Latitude_Inicio = -70.5; %Latitud mas al sur para representar
12 Latitude_Final = -0.1; %Latitud mas al norte para representar

14 Latitude_Rango = Latitude_Inicio:Steps_Media:Latitude_Final; %Rango de latitudes a
representar
Num = zeros(1,length(Latitude_Rango)); %Se crea un array para alberga el numero
de medidas por cada media de latitud
16 k=1;

18 for i = Latitude_Inicio:Steps_Media:Latitude_Final %Se recorre el rango de
latitudes estipulado para realizar las medias
    Latitude_min = i - Steps_Media;

```



```

20   Latitud_max = i + Steps_Media;
   Localizacion_Latitude = find(Pc_Latitude < Latitud_max & Pc_Latitude >
   Latitud_min); % Se obtiene un array con las posiciones en las que se
   encuentran las velocidades que estan en el rango de latitudes deseado
22   Num_Medidas = length(Localizacion_Latitude);
   Num(k) = Num_Medidas; % Numero de medidas con las que se realiza la media en
   cada rango de latitud
24   u_Lat = zeros(1,Num_Medidas); % Se crea un array para almacenar los valores
   de u. Se reestablece en cada step de latitud
   v_Lat = zeros(1,Num_Medidas); % Se crea un array para almacenar los valores
   de v. Se reestablece en cada step de latitud
26
   if Num_Medidas == 0 % Si no se ha encontrado ningun caso que cumpla las
   condiciones
28       u_media(k) = NaN;
       v_media(k) = NaN;
30       Error_Lat(k) = NaN;
   else
32       for z=1:1:Num_Medidas
           r = Localizacion_Latitude(z); % Indice del array de datos leidos
           en los que la latitud se encuentra dentro del rango seleccionado
34       u_Lat(z) = u(r); % Se guarda el valor de la velocidad zonal para
           ese indice r
           v_Lat(z) = v(r); % Se guarda el valor de la velocidad meridional
           para ese indice r
36       end
38       u_media(k)=sum(u_Lat)/Num_Medidas; % Se obtiene la velocidad zonal media
           como la suma de todos los valores de u dentro del rango entre el numero de
           medidas
           v_media(k)=sum(v_Lat)/Num_Medidas; % Se obtiene la velocidad meridional
           media como la suma de todos los valores de v dentro del rango entre el numero
           de medidas
40
42       Dif2_Media_u = 0; % Variables para almacenar la diferencia al cuadrado de
           los valores de la velocidad respecto de la media
           Dif2_Media_v = 0;
44       for z=1:1:Num_Medidas % Se recorren todas las mediciones para obtener el
           sumatorio de la desviacion
           Dif2_Media_u = Dif2_Media_u + (u_Lat(z)-u_media(k))^2;
           Dif2_Media_v = Dif2_Media_v + (v_Lat(z)-v_media(k))^2;
46       end
48
           Desviacion_Media_u(k) = sqrt((1/(Num_Medidas-1))*Dif2_Media_u)/(sqrt(
           Num_Medidas)); % Desviacion estandar de la media para u
           Desviacion_Media_v(k) = sqrt((1/(Num_Medidas-1))*Dif2_Media_v)/(sqrt(
           Num_Medidas)); % Desviacion estandar de la media para v
50
52   end
   k=k+1;
54 end
56
   % Se representa el perfil de vientos zonales
58 figure(1);
   e=errorbar(u_media , Latitud_Rango , Desviacion_Media_u , 'horizontal' , '-s' , 'MarkerSize
   ' , 5 , 'MarkerEdgeColor' , 'red' , 'MarkerFaceColor' , 'red');
60 e.LineWidth = 1;
   xlabel('u (m/s)' , 'FontSize' , 15 , 'FontWeight' , 'bold');
62 ylabel('\phi_{pc} (deg)' , 'FontSize' , 15 , 'FontWeight' , 'bold');
   xlim([-50 400]);

```

```

64 %Se representa el perfil de vientos meridionales
66 figure(2);
e=errorbar(v_media, Latitud_Rango, Desviacion_Media_v, 'horizontal', '-s', 'MarkerSize
    ',5, 'MarkerEdgeColor', 'red', 'MarkerFaceColor', 'red');
68 e.LineWidth = 1;
xlabel('v (m/s)', 'FontSize',15, 'FontWeight', 'bold');
70 ylabel('\phi_{pc} (deg)', 'FontSize',15, 'FontWeight', 'bold');
xlim([-25 25]);
72
74 %Se representa el numero de medidas realizadas por latitud
figure(3);
bar(Latitud_Rango, Num);
76 xlabel('\phi_{pc} (deg)', 'FontSize',15, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Num. vectores promedidados', 'FontSize',15, 'FontWeight', 'bold');

```

Código 3: Código empleado para la representación del perfil de vientos.

```

1 clear; clc; close;
3 %Se lee el corte de brillo a una determinada latitud
str = "Nombre_Archivo"; % Archivo con los valores del corte de brillo
5 strdat = str+".dat";
Photometric_Cut = textread(strdat);
7
9 % Valores de k media y latitud
k = **; % Introducir el valor de la k media manualmente
Latitude = **; % Introducir la latitud planetocentrica manualmente
11
13 Planisphere_Resolution = 0.1;
Longitude =transpose(0.0:Planisphere_Resolution:360.0);
Brillo = Photometric_Cut(:,2);
15
17 % Datos Imagen----> Introducir valores manualmente.
% Los siguientes valores se encuentran en la cabecera de cada imagen.
19 Sub_Space_Latitude = **;
Sub_Space_Longitude = ** ;
21 Sub_Solar_Latitude = **;
Sub_Solar_Longitude = **;
Phase_Angle = **;
23
25 SEN_Bp = sind(Sub_Solar_Latitude);
COS_Bp = cosd(Sub_Solar_Latitude);
SEN_B = sind(Sub_Space_Latitude);
27 COS_B = cosd(Sub_Space_Latitude);
alpha=Phase_Angle;
29
31 %Se aplica la funcion de Minnaert al corte de brillo
for i = 1:length(Longitude)
    Delta_L = cosd(Longitude(i)-Sub_Space_Longitude);
33 Delta_L_Alpha = cosd(Longitude(i)-Sub_Solar_Longitude);
mu(i) = SEN_B .* sind(Latitude) + COS_B * cosd(Latitude) .* Delta_L;
35 mu0(i) = SEN_Bp .* sind(Latitude) + COS_Bp * cosd(Latitude) .* Delta_L_Alpha;
end
37 mu=fliplr(mu);
mu0=fliplr(mu0);
39 for i = 1:length(Longitude)
    IF0(i) = Brillo(i).*(mu0(i).^(-k)).*(mu(i).^(1.0-k));
41 end
43 mu=transpose(mu); mu0=transpose(mu0); IF0=transpose(IF0);
Correction=IF0 ./ Brillo;

```

```

45 % Parametros para establecer el limite de la correccion de Minnaert
47 Lim_Cor = 3.0;
48 Factor_Max = 2.0;
49 Mu_Limit = 0.15;
50 Max_Data=max( Brillo)*Factor_Max;
51
52 for i = 1:length(Longitude)
53     if (Correction(i)>Lim_Cor)
54         IF0(i)=Lim_Cor*Brillo(i);
55     end
56     if(IF0(i) == Max_Data)
57         IF0(i) = Max_Data;
58     end
59     if(mu0(i) < Mu_Limit)
60         IF0(i) = 0;
61     end
62     if (mu(i) < Mu_Limit)
63         IF0(i) = 0;
64     end
65 end
66
67 % Se representa el corte de brillo corregido y se guarda en un archivo
68 Longitude = transpose(fliplr(transpose(Longitude)));
69 plot(Longitude ,IF0);
70 Tabla=table(Longitude ,IF0);
71 Str_Guardado = str + "_Minnaert.txt ";
72 writetable(Tabla , Str_Guardado);

```

Código 4: Código empleado para la aplicar la corrección de Minnaert empleando la k media.

```

clear; clc; close;
2
% Parametros a editar:
4     % 'Norm' o 'Comb' en funcion de si los cortes de brillo de la izquierda y de
5     % la derecha de la combinacion son unicos o ya son una combinacion
6     Izq = 'Norm';
7     Dch = 'Comb';
8
9     str_izq = "Nombre_1" ; % Nombre que define el corte de la imagen izq
10    str_dch = "Nombre_2" ; % Nombre que define el corte de la imagen derch
11
12    Combinacion_Inicio = **; % Px donde se inicia la comb. lineal
13    Combinacion_Final = **; % Px donde se termina la comb. lineal
14
15    % El numero de px en funcion de la resolucion empleada.
16    N_Pixeles = 3601;
17
18    % Se anade a los string la terminacion que tienen todos los archivos
19    str1_dat = strcat(str_izq, "_Minnaert.txt");
20    str2_dat = strcat(str_dch, ".dat");
21
22    % Se leen la segunda columna de los archivos (Brillo) a partir de la segunda
23    % linea (la primera es la cabecera)
24    % Escribir 1,1 si normal; 1,0 si comb
25    Imagen_Izquierda = csvread(str1_dat ,1,1);
26    Imagen_Derecha = csvread(str2_dat ,1,0);
27
28    % Se ordenan los valores para que vayan de 0 --> 360deg en vez de a la inversa (
29    % como estaban inicialmente en el archivo de lectura). Si se lee una
30    % combinacion no se realiza ningun cambio ya que previamente se ha ordenado
31    if Izq == 'Comb'

```

```

28     Brillo_Izquierda = Imagen_Izquierda;
else
30     Brillo_Izquierda = transpose(fliplr(transpose(Imagen_Izquierda)));
end
32 if Dch == 'Comb'
    Brillo_Derecha = Imagen_Derecha;
34 else
    Brillo_Derecha = transpose(fliplr(transpose(Imagen_Derecha)));
36 end

38 Brillo_Combinacion = zeros(N_Pixeles,1);
Pixel_Combinacion = Combinacion_Final-Combinacion_Inicio;
40
%La parte de la izquierda y de la derecha de la region de combinacion se
% mantiene con la imagen de la izquierda y de la derecha, respectivamente
42 for i = 1:1:Combinacion_Inicio
    Brillo_Combinacion(i) = Brillo_Izquierda(i);
44 end
for i = Combinacion_Final:1:N_Pixeles
46     Brillo_Combinacion(i) = Brillo_Derecha(i);
end
48
%Se realiza la combinacion lineal del brillo en la region entre las longitudes
% delimitadas
50 for i = Combinacion_Inicio:1:Combinacion_Final
    Brillo_Combinacion(i) = Brillo_Izquierda(i)*((Combinacion_Final-i)/
    Pixel_Combinacion) + Brillo_Derecha(i)*((i-Combinacion_Inicio)/
    Pixel_Combinacion);
52 end

54 %Se representa la combinacion de brillo realizada
Longitude = 0.0:0.1:360.0;
56 plot(Longitude, Brillo_Combinacion);
xlabel('Longitude (deg)');
58 ylabel('Brillo');
legend(('Imags. ...'+ str_izq + ' y ...'+ str_dch));
60
%Se guarda la informacion en un archivo .dat donde el Brillo viene ordenado de
% 0--->360deg
62 Tabla=table(Brillo_Combinacion);
strfin = strcat('Combinacion_Brillo.dat');
64 writetable(Tabla, strfin);

```

Código 5: Código empleado para la combinación lineal entre cortes de brillo.

```

clear; clc; close;
2
%Se lee el archivo con los datos de brillo
4 Dat = xlsread('*.xlsm');
Datos = Dat(1:3600,1);
6
N = length(Datos); % numero de muestras
8 e = 2.718281828459045235360; % valor cte e
FT_X = zeros(length(Datos),1); %Se crea array para la transformada de fourier de
% los datos
10
for k = 1:1:N %k hace referencia a la frecuencia actual
12     for n = 1:1:N %n hace referencia a la medida de brillo actual
        FFT_X(k) = FFT_X(k)+Datos(n)*e^(-i*2*pi*k*n/N); %Se asigna el valor de
% la transformada a la frecuencia k
14     end
end

```

```

16 FT_X=FT_X(1:N/2);
18 k=1:1:length(FFT_X);

20 % Representacion logaritmica de la transformada
loglog(k,abs(FFT_X).^2);
22 xlim([0 1800]);
xlabel('Numero de onda', 'FontSize', 18, 'FontWeight', 'bold');
24 ylabel('Potencia', 'FontSize', 18, 'FontWeight', 'bold');
title('Fecha: 05-02-2005, Lat: *');

```

Código 6: Código empleado para realizar la transformada de Fourier del corte de brillo.

```

1 clc; close;

3 % Se trabaja con un rango de todos los valores de la FT
Ini = *; % k a partir del cual se considera la FT
5 Fin = *; % k hasta que el cual se considera la FT
FT_X = FT_X(Ini:Fin); k = k(Ini:Fin);
7

9 y=(log10(abs(FT_X).^2));
x=(log10(k));

11 % Se asigna el rango entre los que se van a analizar las pendientes
Inicio = *;
13 Final = *;

15 Residuo_Total = inf(length(x),1); % Array en el que se almacenaran los valores de
    los residuos

17 for q = Inicio:1:Final

19     % Se varia la division de los datos de los ejes x e y dentro del rango para
    comprobar los diferentes ajustes lineales
    x1=x(1:q);
21     x2=x(q:end);
    y1=y(1:q);
23     y2=y(q:end);

25     % Se emplea la funcion polyfit que realiza el ajuste lineal
    p1 = polyfit(x1,y1,1);
27     z1=@(x1) polyval(p1,x1);
    p2 = polyfit(x2,y2,1);
29     z2=@(x2) polyval(p2,x2);

31     % Se obtienen los parametros del ajuste lineal realizado para cada punto
    Val_fit1=polyval(p1,x1);
33     Val_fit2=polyval(p2,x2);

35     % Se obtienen los residuos de ambos ajustes
    Residuos_1 = 0;
37     Residuos_2 = 0;
    for j = 1:length(x1)
39         Residuos_1 = Residuos_1 + (abs(Val_fit1(j)-y1(j)).^2);
    end
41

    for j = 1:length(x2)
43         Residuos_2 = Residuos_2 + (abs(Val_fit2(j)-y2(j)).^2);
    end
45

    % Se obtiene el residuo total como suma de los residuos de cada uno de los
    dos ajustes

```

```

47     Residuo_Total(q) = Residuos_1/length(x1)+Residuos_2/length(x2);
49 end
51 %Se obtiene la n_corte para la cual la suma de los residuos es minima
n_corte=find(Residuo_Total == min(Residuo_Total));
53 %A partir de la n_corte calculado se realiza la representacion y el ajuste de
    ambas partes
55 x1=x(1:(n_corte-1));
x2=x((n_corte-1):end);
57 y1=y(1:(n_corte-1));
y2=y((n_corte-1):end);
59
p1 = polyfit(x1,y1,1);
61 z1=@(x1) polyval(p1,x1);
p2 = polyfit(x2,y2,1);
63 z2=@(x2) polyval(p2,x2);
65
66 tiledlayout(2,1);%Se representan dos graficas en pantalla
67
68 %Se representa el parametro chi2 en funcion de k
69 nexttile;
k1=Ini:1:length(FT_X)+Ini-1;
71 k1=log10(k1);
semilogx(Residuo_Total);
73 ylabel('\chi^2', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
75
76 %Se representa la potencia en funcion de k, realizando los ajustes de ambas
    partes
77 nexttile;
Val_fit1=polyval(p1,x1);
79 Val_fit2=polyval(p2,x2);
scatter(x1,y1, '*','r');
81 hold on;
scatter(x2,y2, '*','r');
83 hold on;
fplot(z1,[x1(1),x1(end)], 'b');
85 fplot(z2,[x2(1),x2(end)], 'b');
ylabel('log(Potencia)', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
87 xlabel('log(Numero de onda)', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
xlim([0 3]);

```

Código 7: Código empleado para analizar el rango en el que los ajustes de la FT minimizan el parámetro χ^2 .

C. Datos de los vectores de viento

ϕ_{pc} (deg)	u (m/s)	v (m/s)	$\sigma_{\bar{u}}$ (m/s)	$\sigma_{\bar{v}}$ (m/s)	Num. vectores
-70.0	28.3	-2.0	0.0	0.0	1
-69.5	19.1	-19.3	3.1	5.2	6
-69.0	14.8	-17.0	1.9	4.1	10
-68.5	6.4	-14.0	2.4	3.6	12
-68.0	1.0	-16.0	2.0	3.1	14
-67.5	-3.8	-16.9	1.7	2.8	16
-67.0	-6.8	-15.4	1.4	2.2	22
-66.5	-8.5	-12.5	1.4	2.1	26
-66.0	-11.2	-11.5	1.0	1.9	28
-65.5	-12.8	-10.8	0.6	1.4	40
-65.0	-13.3	-10.1	0.4	1.2	49
-64.5	-13.6	-10.0	0.4	1.2	45
-64.0	-14.0	-11.1	0.6	1.3	39
-63.5	-16.1	-10.6	0.7	1.2	45
-63.0	-16.8	-10.8	0.6	1.0	62
-62.5	-15.1	-11.7	0.8	1.0	59
-62.0	-11.2	-12.2	0.8	1.0	65
-61.5	-7.2	-9.9	0.7	1.2	84
-61.0	-3.2	-7.9	0.6	1.2	95
-60.5	-0.6	-9.5	0.7	1.1	97
-60.0	2.5	-9.3	0.6	0.9	98
-59.5	4.3	-8.8	0.5	0.7	134
-59.0	7.1	-7.5	0.6	0.7	127
-58.5	14.8	-5.0	1.1	0.8	99
-58.0	18.9	-4.9	1.3	0.9	88
-57.5	18.5	-4.9	1.5	1.0	56
-57.0	24.4	-4.5	3.3	1.6	20
-56.5	42.5	-10.3	4.9	2.0	8
-56.0	44.9	-11.2	2.8	3.0	4
-55.0	156.7	1.7	0.1	6.7	2
-54.5	156.7	1.7	0.1	6.7	2
-54.0	79.2	-1.0	0.4	0.6	4
-53.5	77.7	-1.3	1.5	0.5	5
-53.0	50.6	-7.9	10.8	4.9	4
-52.5	43.5	-9.8	11.5	6.4	3
-52.0	44.9	-10.6	4.9	2.8	16
-51.5	40.2	-8.8	2.9	1.5	33
-51.0	39.8	-7.1	2.3	1.0	31
-50.5	30.3	-7.7	1.9	0.8	51
-50.0	26.7	-6.5	1.2	0.8	74
-49.5	26.1	-4.7	1.1	0.7	91
-49.0	22.0	-5.6	1.0	0.5	108
-48.5	19.8	-6.0	0.8	0.6	91
-48.0	20.0	-5.6	1.0	0.6	67
-47.5	23.3	-5.2	2.0	0.7	54
-47.0	25.3	-5.4	1.7	0.7	45

-46.5	32.0	-5.5	1.7	0.9	54
-46.0	43.9	-2.7	2.0	1.0	52
-45.5	55.2	-1.0	2.0	1.1	43
-45.0	61.2	-3.1	1.8	1.4	27
-44.5	65.0	-4.6	3.0	1.6	12
-44.0	86.7	0.3	6.6	1.9	9
-43.5	93.7	2.0	6.8	1.4	9
-43.0	108.7	2.1	9.7	1.7	7
-42.5	113.5	-1.1	4.1	1.6	10
-42.0	113.6	0.5	5.9	1.5	20
-41.5	98.0	-2.9	8.1	2.0	21
-41.0	50.0	-3.0	6.4	1.6	22
-40.5	36.1	0.8	4.7	0.8	16
-40.0	30.8	-0.6	3.1	0.4	23
-39.5	25.6	-0.2	2.3	0.3	33
-39.0	18.1	0.3	2.7	0.3	35
-38.5	9.0	0.1	2.9	0.4	19
-38.0	6.3	0.9	2.0	0.8	21
-37.5	6.2	1.7	1.9	0.8	23
-37.0	2.7	2.5	1.5	1.1	14
-36.5	-0.4	1.0	1.4	0.8	17
-36.0	-6.1	0.7	0.9	0.4	30
-35.5	-7.0	0.8	0.9	0.4	29
-35.0	-8.6	0.7	0.5	0.4	23
-34.5	-9.7	1.6	0.9	0.8	14
-34.0	-11.2	-0.7	1.2	2.8	12
-33.5	-7.4	-2.8	2.2	3.9	8
-33.0	5.4	0.0	5.2	0.0	7
-32.5	22.7	-0.6	5.0	0.4	15
-32.0	31.9	-0.1	4.1	0.0	22
-31.5	35.9	0.0	5.5	0.0	12
-31.0	47.2	0.9	2.4	0.6	19
-30.5	50.5	0.8	1.0	0.4	34
-30.0	53.9	0.5	1.5	0.5	29
-29.5	59.5	0.8	2.4	1.1	14
-29.0	66.3	1.7	2.3	0.8	16
-28.5	77.2	2.7	1.5	0.6	38
-28.0	83.1	1.8	1.0	0.5	46
-27.5	82.7	0.4	0.9	0.3	69
-27.0	79.4	0.6	0.9	0.4	82
-26.5	76.2	0.5	0.9	0.4	55
-26.0	66.5	0.4	0.9	0.2	53
-25.5	65.2	0.9	1.3	0.4	31
-25.0	67.3	0.7	1.6	0.4	26
-24.5	69.4	0.4	1.5	0.3	27
-24.0	71.0	0.0	1.2	0.0	18
-23.5	74.8	0.5	1.8	0.5	14
-23.0	86.1	1.2	3.2	0.7	17
-22.5	105.1	2.7	5.5	1.0	13

-22.0	111.6	1.4	5.1	1.4	15
-21.5	113.1	-0.5	5.0	1.0	19
-21.0	120.6	-0.1	3.4	0.3	34
-20.5	133.1	1.1	3.8	0.5	25
-20.0	143.5	1.5	2.5	0.7	18
-19.5	145.5	0.8	4.1	0.8	12
-19.0	156.0	0.1	3.1	0.4	21
-18.5	160.8	1.8	2.5	1.3	8
-18.0	163.9	2.5	2.3	0.9	14
-17.5	183.0	1.1	4.8	0.6	19
-17.0	194.4	0.0	6.1	0.0	14
-16.5	224.5	0.0	1.1	0.0	9
-16.0	228.8	0.0	4.0	0.0	3
-15.5	235.6	0.0	0.0	0.0	1
-15.0	235.0	-2.2	3.2	2.2	14
-14.5	239.6	0.0	3.7	0.0	10
-14.0	265.9	0.0	10.1	0.0	6
-13.5	270.5	0.0	5.6	0.0	9
-13.0	271.0	0.0	5.0	0.0	16
-12.5	292.0	-0.3	2.9	0.6	16
-12.0	298.0	-0.4	4.1	0.8	11
-11.5	316.9	0.3	6.0	0.3	10
-11.0	332.6	0.2	4.4	0.2	16
-10.5	343.9	1.2	2.7	0.8	12
-10.0	356.6	4.1	2.9	1.3	10
-9.5	358.7	1.9	1.6	1.0	16
-9.0	360.2	0.4	1.1	0.4	26
-8.5	361.9	0.6	1.2	0.5	17
-8.0	368.7	1.7	1.3	1.3	11
-7.5	369.0	0.3	0.9	0.7	23
-7.0	368.7	-0.7	0.8	0.4	29
-6.5	371.1	-1.3	1.5	1.0	9
-6.0	370.5	0.0	1.7	0.0	6
-5.5	369.2	0.0	1.4	0.0	5
-5.0	369.3	-3.1	0.0	0.0	1
-4.5	369.3	-3.1	0.0	0.0	1
-4.0	366.8	0.0	0.0	0.0	1
-3.5	366.8	0.0	0.0	0.0	1
-3.0	372.8	0.0	8.7	8.7	2
-2.5	372.8	0.0	8.7	8.7	2
-2.0	361.6	-3.1	0.0	0.0	1
-1.5	361.6	-3.1	0.0	0.0	1
-0.5	387.7	0.0	0.0	0.0	1

Tabla 7: Datos de los vectores de viento obtenidos promediados cada 0,5°.