

Miguel Ángel Pérez Martínez
Universidad del País Vasco
Vizcaya, España
egppemam@bs.ehu.es

Miguel Ángel Peña Cerezo
Universidad del País Vasco
Álava, España
egppecem@bs.ehu.es

Óskar Villarreal Larrínaga
Universidad del País Vasco
Vizcaya, España
egpvilao@bs.ehu.es

Aplicación del análisis de componentes principales a la inmunización financiera: el caso del mercado español de deuda pública*

A financial immunization study using principal component analysis: The case of the Spanish public debt market

RESUMEN

El objetivo de las estrategias de inmunización financiera es evitar el riesgo derivado de posibles variaciones en los tipos de interés. Los modelos de inmunización financiera propuestos con este propósito, se pueden clasificar en tres grupos: modelos unifactoriales basados en medidas únicas de duración, modelos multifactoriales basados en un conjunto de medidas de duración y modelos sustentados en medidas de dispersión. En este trabajo, circunscrito al mercado español de deuda pública, se ha simulado el comportamiento de los modelos unifactoriales (sustentados en variaciones aditivas, multiplicativas y multiplicativas según vencimiento) y comparado los resultados generados con los de los modelos multifactoriales basados en el análisis de componentes principales.

Palabras clave: duración, inmunización financiera, riesgo de tipos de interés.

ABSTRACT

The objective of the financial immunization's strategies is to avoid the risk due to possible variations on the interest rates. The financial immunization models

* Este trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación 1/UPV 00166.321-H-15324/2003 de la Universidad del País Vasco.

proposed for this aim can be classified in three groups: single-factor models based on unique duration measures, multifactorial models based on a set of duration measures and models based on spread measures. In this work, from Spanish government bond market data, we simulate the spread model based in the use of multifactorial models and compare the results with those obtained applying single-factor models, based on additive, multiplicative and multiplicative depending on term shifts of yield curve variations.

Key words: duration, financial immunization, interest rate risk.

1. INTRODUCCIÓN

La inmunización financiera es una estrategia de gestión para carteras compuestas por activos financieros de renta fija, cuyo objetivo es tratar de eliminar el riesgo derivado de posibles cambios en los tipos de interés en sus dos vertientes: riesgo de precio y riesgo de reinversión. La implementación de esta estrategia se fundamenta en el concepto de duración introducido en 1938 por Macaulay.

Los planteamientos iniciales basados en medidas únicas de duración han dado paso a modelos multifactoriales más complejos, que están apoyados en un conjunto de medidas de duración inmunizadora, así como a modelos basados en la reducción de la dispersión de los flujos de caja de las carteras con relación al horizonte de inversión.

El presente trabajo pretende comparar el comportamiento de los modelos basados en medidas únicas de duración con los modelos multifactoriales de inmunización. Para ello se ha simulado el comportamiento de carteras inmunizadas a partir de los modelos anteriores, compuestas por obligaciones y bonos negociados en el mercado español de deuda pública anotada.

En la sección 2 se hace una somera presentación de los planteamientos teóricos realizados en torno a la inmunización financiera. En la sección 3 se plantean el desarrollo matemático seguido para la obtención de los modelos multifactoriales de inmunización. En la sección 4 se analizan los movimientos habidos en la estructura temporal de tipos de interés (ETTI) en España, para, a partir de ellos, definir las medidas de duración inmunizadora. En la sección 5 se muestran los términos en los que se han llevado a cabo la simulación de las carteras y se analizan los resultados obtenidos y por último, en la sección 6 se presentan las conclusiones más relevantes del estudio.

2. MODELOS DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA

Las estrategias utilizadas para gestionar carteras compuestas por activos financieros de renta fija se pueden clasificar de manera somera en dos grupos: *estrategias de gestión pasiva*, que persiguen como objetivo la minimización de riesgos, y *estrategias de gestión activa*, que pretenden la asunción de mayores riesgos al objeto de intentar lograr mayores rentabilidades. En

el primer grupo de estrategias se incluye la inmunización financiera cuyo objetivo es la reducción del riesgo de las carteras, concretamente, del riesgo de interés asociado a la incertidumbre existente acerca de los posibles desplazamientos que puedan darse en la estructura temporal de tipos de interés (ETTI).

El riesgo de interés tiene dos vertientes: el riesgo de precio y el riesgo de reinversión. El *riesgo de precio* se asocia a los cambios en los precios que tienen lugar si se producen variaciones en la ETTI: un incremento en los tipos de interés da lugar a una reducción en el precio de los bonos, y viceversa. Por su parte, el *riesgo de reinversión* se asocia al desconocimiento del rendimiento que se puede obtener mediante la reinversión de los flujos de caja que generan las carteras de bonos a lo largo del tiempo: un incremento en los tipos de interés da lugar a un aumento en la rentabilidad obtenida por la reinversión de tales flujos, y viceversa. Ambos elementos de riesgo actúan en sentido contrario: un incremento en los tipos de interés tiene un efecto beneficioso sobre el valor de las carteras, por medio de la reinversión de los flujos de caja intermedios a tipos de interés más altos, y un efecto perjudicial, mediante el efecto que tal incremento tiene sobre el precio de los bonos. Lo contrario sucede cuando tiene lugar una reducción en los tipos de interés.

La inmunización financiera es una estrategia de gestión pasiva para carteras de bonos cuyo objetivo es tratar de eliminar el riesgo de interés, mediante la compensación de los efectos precio y reinversión, anteriormente comentados. La inmunización financiera pretende garantizar la rentabilidad de una cartera durante un período determinado de tiempo, de tal modo que permita a un inversor hacer frente a compromisos de pago futuros mediante la inversión actual en una cartera de bonos. Los trabajos realizados en torno a la inmunización financiera diferencian los casos en los que el compromiso de pago futuro es único, inmunización financiera simple, de aquellos en que existen múltiples pagos futuros, inmunización financiera múltiple. Este estudio se ocupa del primero de los casos, *la inmunización financiera simple*.

El teorema de la inmunización financiera, propuesto por Fisher y Weil (1971), establece que la condición que debe cumplir una cartera de bonos para poder garantizar una determinada rentabilidad en un plazo de tiempo, es que su duración coincida con dicho período de tiempo u horizonte de inversión. Para llegar a esta conclusión, estos autores partieron de dos supuestos excesivamente restrictivos relativos al comportamiento de los tipos de interés, cuales son el cumplimiento de la teoría de las expectativas puras y la limitación de los posibles desplazamientos de la ETTI a variaciones en paralelo.

Con posterioridad a las aportaciones de Fisher y Weil, y al objeto de tratar de superar las limitaciones de su modelo, se han propuesto diferentes modelos alternativos de inmunización, que se pueden clasificar en tres grupos:

1. *Modelos unifactoriales de inmunización*. Se basan en medidas únicas de duración, obtenidas siguiendo el mismo desarrollo que Fisher y Weil, pero partiendo de diferentes supuestos acerca del tipo de desplazamiento que puede acontecer en la ETTI. Destacan entre estos modelos las propuestas realizadas por autores como Bierwag (1977), Bierwag y Kaufman (1977), Khang (1979) y Bierwag *et al.* (1981). Estos modelos tienen a favor su sencillez, razón por la cual son ampliamente utilizados en el ámbito profesional. Por el contrario, no

permiten captar en su totalidad los movimientos de la estructura tipo-plazo, motivo por el cual, no proporcionan una cobertura completa del riesgo de interés. La puesta en práctica de estrategias de inmunización basándose en medidas únicas de duración no garantiza la eliminación completa del riesgo de interés.

2. *Modelos de inmunización basados en medidas de dispersión.* Fijan su atención en el modo en que se estructuran los flujos de caja de las carteras respecto al horizonte de inversión. Dado que los objetivos perseguidos con la inmunización financiera serían fácilmente alcanzables si existiesen bonos cupón cero cuyo plazo de vencimiento coincidiese con el horizonte de inversión, estos modelos plantean la búsqueda de la aproximación más cercana posible al ideal del bono cupón cero, razón por la cual, lo que pretenden es minimizar la dispersión de los flujos de caja con relación a dicho horizonte. Siguiendo este planteamiento destacan las propuestas realizadas por Fong y Vasicek (1984), con su medida M^2 y el modelo de la M-Absoluta propuesto por Nawalkha y Chambers (1996). El principal problema que presentan estos modelos es que sintetizan en una única medida el riesgo total de las carteras de bonos, no permitiendo tratar de forma individualizada el riesgo de dichas carteras asociado a cada posible desplazamiento de la ETTI.
3. *Modelos multifactoriales de inmunización.* Se basan en la utilización de un conjunto de medidas de duración, mediante las cuales se pretende alcanzar una mayor precisión en la medición del riesgo de interés, y por ende, en su reducción. Destacan dentro de este grupo las aportaciones realizadas, entre otros, por Prisman y Shores (1988), Reitano (1991) y Barber y Cooper (1996). El problema que presentan estos modelos es que, si bien es posible que permitan una mejor cobertura del riesgo de interés, también es cierto que son más complicados de implementar que los modelos unifactoriales.

Este trabajo pretende analizar el comportamiento de los modelos multifactoriales, concretamente basándose en medidas de duración definidas a partir de los movimientos habidos en la estructura temporal de tipos de interés, obtenidas a partir de un análisis de componentes principales. Se comparan los resultados obtenidos aplicando este modelo con los obtenidos utilizando modelos unifactoriales basados en medidas únicas de duración. A continuación se exponen brevemente las características de modelos multifactoriales de inmunización.

3. MODELOS MULTIFACTORIALES DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA

Los modelos de inmunización financiera basados en medidas únicas de duración, permiten alcanzar los objetivos propuestos siempre y cuando la ETTI se desplace de acuerdo con el supuesto de partida establecido previamente a su obtención. Cada uno de estos modelos permite proteger al inversor frente a un desplazamiento concreto de la ETTI, pero no frente a todos ellos. Una de las alternativas propuestas para tratar de alcanzar una mayor protección frente a todo tipo de desplazamientos de la ETTI, es la aplicación de modelos multifactoriales basados en la utilización de un conjunto de medidas de duración. Al respecto, los planteamientos propuestos pueden ser clasificados en dos grupos:

- Por un lado, se proponen modelos de inmunización basados en la sustitución de la medida única de duración por un conjunto de medidas, cada una de las cuales pretende reducir el riesgo ante un desplazamiento concreto de la ETTI (Dattatreya y Fabozzi, 1995; Ho, 1992; Klaffk *et al.*, 1992; Reitano, 1991).
- Por otro lado, se proponen modelos que dividen la ETTI en tramos y que sustituyen la medida de duración única por un conjunto de medidas, cada una de las cuales cuantifica el riesgo que para las carteras supone un desplazamiento concreto en cada tramo de la ETTI (Kornbluth y Salkin, 1994; Nawalkha y Chambers, 1997; o Prisman y Shores, 1988).

Este trabajo pretende analizar el comportamiento del primer grupo de modelos. Sirva como ejemplo de los mismos las propuestas realizadas por Prisman y Shores (1988) y Nawalkha y Chambers (1997), que partiendo de planteamientos distintos llegaron a conclusiones similares.

Así, supuesto que se define la ETTI a partir de un polinomio:

$$h_x(0, t) = \sum_{j=1}^J X_j t^{j-1} \quad (1)$$

Siendo:

$h_x(0, t)$: tipo de interés al contado a plazo t , en un instante x .

X_j : coeficientes del polinomio.

t : tiempo.

j : grado del polinomio.

Supuesto que las únicas variaciones que se producen en la ETTI son las que se derivan del cumplimiento de la teoría de las expectativas puras, el valor acumulado de la inversión en una cartera de bonos, $I(m)$, al finalizar el horizonte de inversión m , sería:

$$I(m) = \sum_{t=1}^n FC_t e^{-h_x(0,t)t} e^{h_x(0,m)m} \quad (2)$$

Siendo:

FC_t : flujos de caja generados por la cartera en cada momento t , $t = 1, 2, 3, \dots, n$

Si tras la formación de la cartera, la ETTI se desplazara desde su posición inicial x a una nueva posición $x + \alpha$ del siguiente modo:

$$h_{x+\alpha}(0, t) = \sum_{j=1}^J (X_j + \alpha_j) t^{j-1} \quad (3)$$

Siendo:

α_j : variación en los coeficientes del polinomio.

El nuevo valor de la cartera al finalizar el horizonte de inversión pasaría a ser:

$$I'(m) = \sum_{t=1}^n FC_t e^{-h_{x+a}(0,t)t} e^{h_{x+a}(0,m)m} \quad (4)$$

En este caso, las condiciones que deben cumplirse para lograr una cartera inmunizada, esto es, para que el nuevo valor de la cartera, $I'(m)$, sea al menos igual al inicialmente previsto $I(m)$, es que las primeras derivadas de la función $I(m)$ respecto a los parámetros α_t , para $\alpha_t = 0$ sean iguales a cero, lo que conduce al cumplimiento de las siguientes relaciones:

$$D_j = \frac{\sum_{t=1}^n t^j FC_t e^{-h_x(0,t)t}}{\sum_{t=1}^n FC_t e^{-h_x(0,t)t}} = m^j \quad (5)$$

Donde D_j son las diferentes medidas de duración inmunizadora.

El cumplimiento de cada una de las condiciones anteriores permite eliminar el riesgo de las carteras de bonos asociado a un desplazamiento concreto de la ETTI. Así, si $D_1 = m$, la cartera de bonos estará inmunizada frente a un desplazamiento en paralelo de la ETTI; si $D_2 = m^2$, la cartera estará inmunizada frente a la adición de una función lineal de la forma $f(t) = \alpha_2 t$ a la estructura de tipos inicial; si $D_3 = m^3$, la cartera estará inmunizada frente a la adición de una función cuadrática de la forma $f(t) = \alpha_3 t^2$ a la estructura de tipos inicial, y así sucesivamente.

El problema que presentan los modelos multifactoriales de inmunización es la propia definición de las medidas de duración inmunizadora necesarias para su aplicación. La utilización de un número indiscriminado de medidas de duración limita las posibilidades de encontrar carteras que den solución al problema planteado. Además, puede dar lugar a la cobertura de riesgos inexistentes debido a que, desde un punto de vista económico, es difícilmente explicable el que acontezcan determinados movimientos en la ETTI.

4. MODELOS MULTIFACTORIALES DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

La implementación de modelos multifactoriales de inmunización financiera debe realizarse a partir de medidas de duración definidas sobre la base de desplazamientos en la ETTI que realmente puedan suceder. Al respecto, una de las soluciones adoptadas consiste en la definición de tales medidas a partir de los movimientos históricos acontecidos en la ETTI, concretamente aplicando la técnica estadística de análisis de componentes principales (véase, p. ej., Barber y Cooper, 1996). En este estudio se pretende comparar los resultados obtenidos aplicando modelos multifactoriales de inmunización, en los que se definen las medidas de duración

del modo descrito, con los obtenidos a partir de modelos unifactoriales basados en medidas únicas y, como consecuencia, más sencillos de implementar. Previamente a definir los modelos testados y los resultados obtenidos, es necesario analizar el tipo de movimientos habidos en España en la ETTI, utilizando, como ya se comentó, la técnica estadística del análisis de componentes principales.

Así, a partir de los precios medios diarios de las operaciones de compra-venta simple al contado realizadas sobre activos emitidos por el Tesoro Público dentro del mercado español de deuda pública anotada, se ha establecido los tipos de interés al contado para diferentes plazos aplicando la metodología propuesta por Svensson (1994). Se tomó como referencia un conjunto de 29 variables, correspondientes a las variaciones semanales de los tipos de interés al contado a 1 día, 1 semana, 15 días, 1 mes, 2 meses, 3 meses, 4 meses, 5 meses, 6 meses, 7 meses, 8 meses, 9 meses, 10 meses, 11 meses, 1 año, 2 años, 3 años, 4 años, 5 años, 6 años, 7 años, 8 años, 9 años, 10 años, 11 años, 12 años, 13 años, 14 años y 15 años¹. Para cada una de las variables se tomó un conjunto de 320 observaciones durante el período que media entre el 1 de enero de 1991 y el 31 de agosto de 1997².

Mediante el análisis de componentes principales, se pretende aproximar las variaciones de los tipos de interés al contado, de cada uno de los 29 plazos tomados como referencia, por medio de la siguiente relación lineal:

$$\Delta h(0,t)_T = \sum_{k=1}^K a_{kt} \Delta F_{kT} + e_{t,T} \quad (6)$$

Siendo:

$\Delta h(0,t)_T$: variación en el momento T del tipo de interés al contado al plazo t .

$\Delta F_{k,T}$: variación del factor k en el momento T .

$a_{k,t}$: impacto de la variación de una unidad en el factor k sobre el tipo de interés al contado al plazo t .

$e_{t,T}$: error aleatorio, distribuido con media cero y varianza constante.

Los resultados obtenidos indican que el 99,32% de los desplazamientos habidos en la ETTI durante el período de estudio pueden ser explicados por un conjunto de tres factores. Concretamente, el primer factor explica un 72,83% de los desplazamientos, el segundo un 24,17% y el tercero un 2,32%.

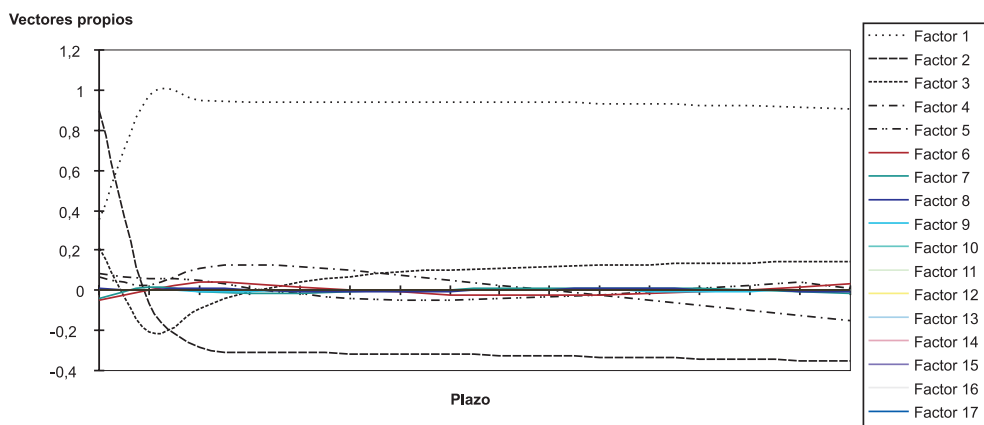
En la figura 1 se recoge, partiendo de una estructura temporal de tipos de interés plana, los desplazamientos de la misma ante variaciones en sentido positivo del valor de cada uno de los factores.

¹ La mayor concentración de variables en el corto plazo se debe a la mayor volatilidad experimentada por la curva tipo-plazo en los tramos más cortos.

² Resultados de un estudio similar, en este caso con datos tomados entre el 1 de enero de 1991 y el 31 de octubre de 1997, pueden verse en Pérez (2000).

Figura 1

Desplazamientos de la estructura temporal de tipos de interés ocasionados por variaciones en los factores.



Fuente: Elaboración propia.

Si se exceptúa el tramo más corto de la curva, los desplazamientos en la estructura temporal de tipos de interés originados por variaciones en los factores 1 y 2 son aproximadamente paralelos, las variaciones en los factores 3 y 4 dan lugar, respectivamente, a cambios en la curvatura y la pendiente de la estructura de tipos. Resulta más complicado tratar de explicar de forma sencilla el tipo de desplazamientos que originan los cambios en los factores quinto y siguientes.

A partir de los resultados anteriores se pueden definir las medidas de duración inmunizadora, que determinan la sensibilidad del precio de los bonos ante variaciones en cada uno de los factores explicativos del comportamiento de la estructura temporal de tipos de interés, y pueden resultar apropiadas para establecer estrategias de inmunización.

Dado que la variación del precio de los bonos, ΔP , ante cambios en los tipos de interés viene dada por la siguiente expresión:

$$\Delta P = \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{[1 + h(0, t)]^{t+1}} \Delta h(0, t) \quad (7)$$

y conociendo que las variaciones en los tipos de interés pueden expresarse como:

$$\Delta h(0, t)_T = \sum_{k=1}^K u_{kt} \Delta F_{kT} + e_{t,T} \quad (8)$$

Siendo:

u_{kt} : elementos de los vectores propios.

Sustituyendo (8) en (7) obtenemos:

$$\Delta P = \sum_{t=1}^n \frac{FC_t t}{[1 + h(0, t)]^{t+1}} \sum_{k=1}^K u_{kt} \Delta F_k \quad (9)$$

Las medidas de duración, D_k , representativas del porcentaje de cambio en el precio de los bonos ante variaciones en cada factor principal y que se utilizarán para llevar a cabo la simulación de las carteras inmunizadas, quedan definidas en los siguientes términos:

$$D_k = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{FC_t t u_{kt}}{[1 + h(0, t)]^{t+1}}}{P} \quad (10)$$

La variación en el precio de los bonos ante cambios en el valor de los diferentes factores viene dada por:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_1 \frac{\Delta F_1}{\sqrt{\lambda_1}} - D_2 \frac{\Delta F_2}{\sqrt{\lambda_2}} - \dots - D_n \frac{\Delta F_n}{\sqrt{\lambda_n}} \quad (11)$$

A continuación se presenta la simulación realizada y los resultados de la misma.

5. MODELOS MULTIFACTORIALES: COMPORTAMIENTO EN EL MERCADO ESPAÑOL DE DEUDA PÚBLICA

5.1. Modelos testados

Para realizar la simulación se emplearon datos publicados por el Banco de España referentes a operaciones de compra-venta simple al contado realizadas sobre bonos y obligaciones emitidos por el Tesoro Público español, entre septiembre de 1997 y marzo de 2004. Los precios utilizados en la simulación son los precios medios de negociación diaria correspondientes a las operaciones de compra-venta simple al contado de dichos títulos³.

En la simulación no se utilizó la totalidad de activos disponibles, sino únicamente aquellos con un nivel de liquidez suficientemente elevado. Se pretende con ello evitar que los precios de los bonos se vean influenciados por la existencia de primas que compensen la falta de liquidez, así como posibles problemas a la hora de llevar a cabo la reestructuración de las carteras. El procedimiento utilizado para seleccionar los bonos y obligaciones que pueden formar parte de las carteras, está basado en la frecuencia mensual de negociación de los mismos. En este sentido, se ha calculado para cada título el porcentaje de días efectivamente

³ En algunos casos, y ante la ausencia de negociación de algunos valores en algunas fechas concretas, nos hemos visto obligados a calcular los precios teóricos de dichos valores aplicando los tipos de interés al contado, calculados por el método de Svensson (1994). Dichos tipos de interés al contado también sirvieron para determinar el rendimiento objetivo a alcanzar con cada una de las carteras inmunizadas.

negociados respecto del número total de días hábiles para cada mes, desde septiembre de 1997 hasta marzo de 2004, siempre y cuando estuviese vivo. Una vez conocido este parámetro, el criterio que se ha utilizado para considerar un valor lo suficientemente líquido, siempre desde un punto de vista semestral⁴, es que el valor haya sido negociado con una frecuencia superior al ochenta por ciento al menos cuatro meses en el semestre anterior (considerando por semestres los períodos comprendidos de enero a junio, y de julio a diciembre de cada año).

Se ha testado el funcionamiento de tres modelos unifactoriales de inmunización financiera basados, respectivamente, en desplazamientos de la estructura temporal de tipos de interés de tipo aditivo, multiplicativo y multiplicativo en función del vencimiento. En el cuadro 1 aparecen reflejadas las características de estos tres modelos. En las columnas 1 y 2 figuran, de forma analítica y gráfica, el tipo de desplazamiento que presuponen van a acontecer en la estructura temporal de tipos de interés. Por su parte, en la tercera columna figura la medida de duración inmunizadora utilizada para la implementación de cada una de las tres estrategias.

Cuadro 1
Modelos univariantes de inmunización financiera.

Variación en la ETTI	Desplazamiento en la ETTI	Medida de duración
Aditivo $h^*(0,t) = h(0,t) + \lambda$		$\frac{HI}{1 + h(0, HI)} = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t t}{[1 + h(0,t)]^{t+1} P}$
Multiplicativo $[1 + h^*(0,t)] = \lambda [1 + h^*(0,t)]$		$HI = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t t}{[1 + h(0,t)]^t P}$
Multiplicativo según el plazo de vencimiento $[1 + h^*(0,t)] = [1 + h^*(0,t)] \left[1 + \frac{\lambda \text{Ln}(1 + \alpha t)}{\alpha t} \right]$		$\text{Ln}(1 + \alpha HI) = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t \text{Ln}(1 + \alpha t)}{[1 + h(0,t)]^t P}$

Fuente: Elaboración propia.

⁴ Se ha considerado líquido aquel bono u obligación que cumple una serie de requisitos en un semestre determinado. Así mismo, se tomó el semestre como período de evaluación dado que la reestructuración de las carteras objeto de estudio también es semestral.

En la tabla:

$h(0, t)$ es el tipo de interés al contado a un plazo t .

λ : es la variación aleatoria en los tipos de interés.

P : es el precio de los bonos.

FC_t : flujos de caja generados en cada momento t , siendo $t = 1, \dots, n$.

α : relación entre la variación de los tipos de interés a corto y a largo plazo⁵.

El primero de los modelos, parte del supuesto de que los posibles desplazamientos de la ETTI, sucederán en paralelo, al igual que la propuesta realizada por Fisher y Weil⁶. El segundo modelo supone que los movimientos en los tipos de interés son más pronunciados cuanto mayor es el período de tiempo. Por último, el tercero de los modelos supone justamente lo contrario, que la volatilidad en los tipos de interés es mayor en períodos más cortos de tiempo.

Al objeto de comprobar la importancia que tiene la dispersión de los flujos de caja de las carteras de bonos con relación al horizonte de inversión, para cada uno de los tres modelos contrastados y para cada uno de los plazos supuestos, se ha compuesto tres tipos de carteras:

- Carteras *bullet* o concentradas, compuestas únicamente por aquellos dos bonos de entre los disponibles cuyas duraciones estén más cercanas al horizonte de inversión.
- Carteras *barbell* o dispersas, compuestas también por dos bonos, pero en este caso aquellos con mayor y menor duración de entre los disponibles.
- Carteras *ladder* o escalonadas, compuestas por la totalidad de los bonos disponibles siguiendo el criterio de máxima diversificación.

Por otro lado, se formaron carteras inmunitizadas aplicando el modelo multifactorial a partir de las medidas de duración obtenidas con base en los resultados del análisis de componentes principales. Concretamente, se analizaron tres casos, teniendo en cuenta en cada uno de ellos, un solo factor, dos y hasta tres, respectivamente, y siguiendo el criterio de máxima diversificación entre los posibles activos que pueden formar parte de las carteras.

En lo referente a los plazos, se contrastó el comportamiento de estos modelos para horizontes de inversión de 2, 3 y 5 años. Al objeto de disponer de un número suficientemente significativo de carteras para cada estrategia, los plazos de inversión de las carteras se solapan entre sí excepto en períodos de un semestre. Como consecuencia, el número de carteras cuyos resultados se analizaron en este trabajo, es de 10 si se considera un horizonte de inversión de 2 años, de 8 si el horizonte es de 3 años y de 4 para un plazo de 5 años. En el cuadro 2 aparecen resumidas las estrategias de inmunización que se pretenden testar en este estudio.

El establecimiento de estrategias de inmunización conlleva la necesidad de reestructurar periódicamente las carteras al objeto de tratar de cumplir en todo momento la condición necesaria para alcanzar los resultados previstos, esto es, la igualdad entre la duración y el horizonte de inversión. Cuanto mayor sea la periodicidad con que se lleven a cabo las reestruc-

⁵ Se supone un valor de $\alpha = 0,1$.

⁶ A diferencia de aquellos se utiliza como ley de capitalización, la capitalización compuesta y no la continua.

turaciones de las carteras, menor será el período de tiempo durante el cual no se cumpla con el requisito anteriormente mencionado. Por el contrario, una mayor periodicidad en las reestructuraciones conlleva unos mayores costes de transacción. En este trabajo no se aborda la problemática que plantea la periodicidad en la reestructuración de las carteras. Se siguió el criterio empleado en trabajos similares realizados por otros autores de reestructurar las carteras con una periodicidad semestral. Además, los flujos de caja intermedios generados por las carteras, bien por el pago de cupones o por el reembolso del principal de alguno de los bonos llegada su fecha de vencimiento, se han reinvertido en las propias carteras manteniendo la estructura de las mismas en el momento de recibir estos flujos de caja⁷.

Cuadro 2
Estrategias de inmunización testadas.

Plazos testados	Modelos de inmunización	Estructura de las carteras
2 años	Modelos unifactoriales de inmunización	- <i>Bullet</i> : 2 bonos, los de duraciones más próximas al horizonte de inversión. - <i>Barbell</i> : 2 bonos, los de mayor y menor duración de entre los disponibles. - <i>Ladder</i> : todos los bonos con máxima diversificación.
	Duración aditiva Duración multiplicativa Duración multiplicativa s/vto.	
3 años	Modelos multifactoriales	Máxima diversificación
5 años	1 Factor 2 Factores 3 Factores	

Fuente: Elaboración propia.

5.2. Resultados alcanzados

Para valorar, tanto el rendimiento inicialmente esperado de las carteras como el rendimiento finalmente alcanzado con las mismas, se empleó la ley financiera de interés compuesto en términos anuales. Además, se utilizó como base temporal para realizar los cálculos 365/365. La rentabilidad objetivo de las carteras se calculó aplicando el modelo de Svensson (1994) para la determinación de tipos de interés al contado a partir de los precios de bonos que pagan periódicamente cupones.

La cobertura del riesgo de interés será más efectiva cuanto más cercano esté la rentabilidad final obtenida por las carteras a la rentabilidad inicialmente prevista en el momento de su composición. Desviaciones en la rentabilidad final, por exceso o por defecto, implican el incumplimiento de los objetivos previstos. Por este motivo, se analizó la eficacia de la cobertura

⁷ Se supuso la inexistencia de costes de transacción en las operaciones de reestructuración de las carteras.

con base en la diferencia existente entre la rentabilidad alcanzada y la rentabilidad inicialmente prevista para las carteras. Concretamente, se calculó para cada una de las carteras simuladas la diferencia en términos absolutos entre estos valores, dividiendo dicha diferencia entre la rentabilidad inicialmente prevista, para disponer de una medida que indique, en términos relativos, el porcentaje de desviación, en sentido positivo o negativo, que se produce entre la rentabilidad esperada y la finalmente alcanzada.

$$DR = \frac{R_r - R_e}{R_e}$$

Siendo:

DR : desviación relativa entre rentabilidad esperada y real.

R_e : rentabilidad esperada.

R_r : rentabilidad real.

Para analizar conjuntamente el comportamiento de cada uno de los modelos testados, se calculó para cada uno de ellos y para cada plazo de tiempo, la media y la desviación típica de las desviaciones relativas entre los rendimientos reales y los previstos. Los resultados alcanzados aparecen reflejados en los cuadros 3 y 4.

Cuadro 3
Modelos unifactoriales de inmunización.

Duración aditiva						
	<i>BULLET</i>		<i>LADDER</i>		<i>BARBELL</i>	
	Media	Desviación	Media	Desviación	Media	Desviación
2 años	3,910%	4,065%	15,994%	16,701%	25,99%	27,234%
3 años	9,899%	13,714%	12,257%	8,197%	20,352%	24,527%
5 años	3,232%	3,393%	12,115%	8,199%	22,754%	10,921%
Duración multiplicativa						
	<i>BULLET</i>		<i>LADDER</i>		<i>BARBELL</i>	
	Media	Desviación	Media	Desviación	Media	Desviación
2 años	3,984%	4,026%	13,662%	15,126%	25,963%	27,206%
3 años	10,727%	15,133%	10,814%	6,330%	20,270%	24,519%
5 años	3,249%	3,402%	9,874%	7,441%	22,650%	10,858%
Duración multiplicativa según vencimiento						
	<i>BULLET</i>		<i>LADDER</i>		<i>BARBELL</i>	
	Media	Desviación	Media	Desviación	Media	Desviación
2 años	8,848%	14,198%	16,114%	16,120%	59,170%	49,120%
3 años	13,407%	13,912%	15,024%	8,577%	59,462%	36,339%
5 años	8,808%	6,779%	13,500%	8,289%	50,366%	21,187%

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 4
Modelos multifactoriales.

ACP						
	3 COMPONENTES		2 COMPONENTES		1 COMPONENTE	
	Media	Desviación	Media	Desviación	Media	Desviación
2 años	11,024%	11,042%	14,480%	12,887%	15,221%	14,790%
3 años	16,796%	18,158%	19,097%	19,873%	14,845%	11,297%
5 años	13,950%	7,034%	9,268%	8,286%	13,317%	7,895%

Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados anteriores, se pueden extraer varias conclusiones. Con relación a los modelos unifactoriales, se observa que la capacidad inmunizadora de las carteras es superior cuanto mayor es la concentración de los flujos de caja en torno al horizonte de inversión. Así, para los distintos plazos y medidas de duración contrastadas, la capacidad inmunizadora es más elevada en las carteras con configuración *bullet*. A continuación se sitúan las carteras con configuración *ladder* y, por último, las carteras con configuración *barbell*. Se observa que en las carteras con configuración *bullet*, la media de las desviaciones relativas de los resultados obtenidos sobre los inicialmente previstos se sitúa entre el 3,23% correspondiente a las carteras con vencimiento a 5 años inmunizadas frente a desplazamientos aditivos de la ETTI y el 13,41% de las carteras a 3 años inmunizadas frente a desplazamientos multiplicativos según el plazo de vencimiento. Por el contrario, en las carteras con configuración *barbell*, aquellas cuyos flujos de caja están más dispersos con relación al horizonte de inversión, las diferencias oscilan entre 20,27% de las carteras a 3 años inmunizadas frente a desplazamientos multiplicativos y el 59,46% de las carteras a 3 años inmunizadas frente a desplazamientos de tipo multiplicativo dependiendo del vencimiento. En un término medio se sitúan las carteras con configuración *ladder*.

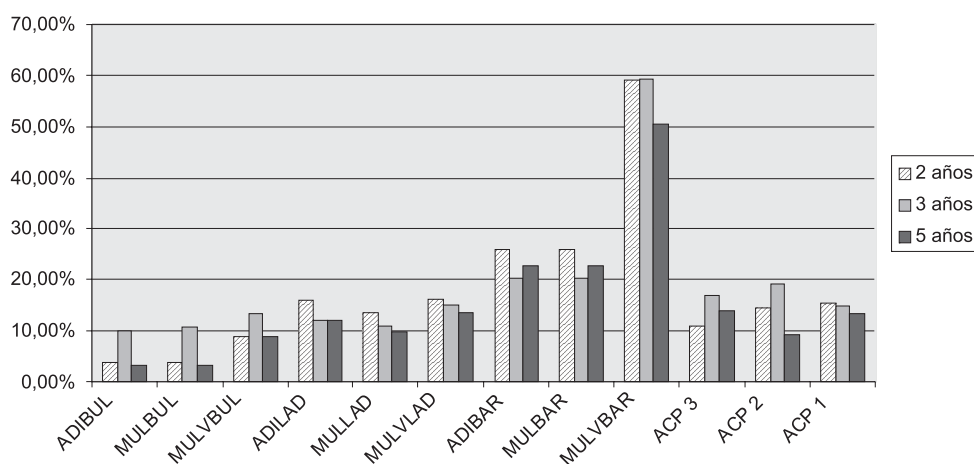
En la figura 2 aparecen reflejadas las medias de las desviaciones de los diferentes modelos analizados para las diferentes configuraciones contrastadas y para cada uno de los tres plazos probados.

En lo referente a los resultados alcanzados por cada uno de los modelos de duración testados, se observa que los peores resultados se obtienen utilizando el modelo basado en la duración obtenida a partir de movimientos multiplicativos con base en vencimiento de la ETTI. En este modelo, las medias de las desviaciones entre las rentabilidades reales y las previstas, así como las desviaciones típicas de dichas medias, han estado por encima de las obtenidas con los otros dos modelos. Las diferencias en resultado no son especialmente significativas entre el modelo aditivo y el multiplicativo.

Centrándonos en el objeto de estudio de este trabajo, que son los modelos multifactoriales de inmunización, se puede observar que, al revés de lo que cabría esperar, los resultados obtenidos por las carteras formadas a partir de una única medida de duración son muy similares a

Figura 2

Medias de las desviaciones relativas para los modelos y plazos testados.



Fuente: Elaboración propia.

los obtenidos cuando son dos o tres las medidas de duración consideradas. Además, se observa que los resultados obtenidos mediante la aplicación de modelos multifactoriales de inmunización no han superado a los obtenidos con los modelos unifactoriales con configuración *bullet* de las carteras, aunque sí a los de las carteras con configuración *barbell*. Los resultados son algo peores que los de las carteras con configuración *ladder*.

Por último, y referente a los plazos analizados, se observa que los resultados alcanzados son más satisfactorios cuanto mayor es el horizonte de inversión considerado. Tanto la media de las desviaciones como las desviaciones típicas de las medias han sido menores, con alguna excepción, para el plazo de inversión de 5 años que para los plazos de 2 y 3 años. Este hecho podría deberse a que cuanto mayor es el plazo de inversión considerados serán los desplazamientos ocurridos en la estructura temporal de tipos de interés, pudiendo compensarse entre sí los efectos derivados de movimientos de sentido contrario en la ETTI.

Otro aspecto interesante de analizar en este trabajo, es el sentido de las desviaciones que se producen entre las rentabilidades esperadas y las alcanzadas. Aunque el objetivo de la inmunización financiera es buscar el acercamiento entre ambos valores, y cualquier diferencia entre ellos debe considerarse una desviación en el cumplimiento de los objetivos previstos, se cree que es interesante analizar el sentido, positivo o negativo, de las diferencias habidas, dado que no es posible valorar en la misma medida las diferencias habidas si las rentabilidades alcanzadas superan a las esperadas, que sí sucede lo contrario.

Para analizar este aspecto, se ha determinado para cada uno de los modelos y plazos testados el porcentaje de ocasiones en que el rendimiento final de las carteras supera al inicialmente previsto. Los resultados obtenidos aparecen reflejados en el cuadro 5.

Se observa que cuanto mayor es el horizonte de inversión de las carteras mejor es el comportamiento que éstas presentan. Así, las carteras cuyo horizonte de inversión es de 5 años presentan, en la mayoría de los casos, desviaciones entre las rentabilidades realmente obtenidas y las inicialmente previstas positivas. Este porcentaje se reduce cuando el horizonte de inversión es de 3 años y más aún cuando el plazo de inversión es de 2 años.

Por otra parte, se observa que comparando los modelos testados y con independencia de la estructura de la cartera, el modelo que mejor comportamiento presenta, en la mayor parte de los casos, es el basado en desplazamientos de la ETTI de tipo multiplicativo según el plazo de vencimiento. Las carteras formadas siguiendo este modelo son las que presentan, en un mayor número de casos, una rentabilidad superior a la inicialmente esperada. Hay que recordar que en dicho modelo el supuesto realizado en torno al posible comportamiento de los tipos de interés se basa en la mayor volatilidad que históricamente han presentado los tipos de interés a corto plazo frente a los tipos a largo plazo.

Cuadro 5
Porcentaje de ocasiones en que el rendimiento final de las carteras inmunizadas supera al rendimiento esperado.

		2	3	5
Multiplicativa según Vto.	<i>BULLET</i>	70%	100%	100%
	<i>LADDER</i>	70%	87,5%	100%
	<i>BARBELL</i>	90%	100%	100%
Aditiva	<i>BULLET</i>	60%	75%	100%
	<i>LADDER</i>	60%	75%	100%
	<i>BARBELL</i>	60%	75%	100%
Multiplicativa	<i>BULLET</i>	60%	75%	100%
	<i>LADDER</i>	60%	87,5%	75%
	<i>BARBELL</i>	60%	75%	100%
	ACP 1 duración	80%	87,5%	100%
	ACP 2 duraciones	70%	87,5%	50%
	ACP 3 duraciones	70%	87,5%	100%

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, no se observan diferencias importantes entre los resultados obtenidos aplicando una, dos o tres medidas de duración inmunizadora en los modelos multifactoriales de inmunización, ni diferencias significativas entre los resultados de los modelos unifactoriales, con independencia de la configuración de las carteras, y los de los multifactoriales.

Para finalizar el presente trabajo, se hace referencia a las limitaciones que tiene este estudio. En primer lugar, el planteamiento de estrategias de inmunización utilizando las duraciones obtenidas a partir de los vectores propios, presenta como principal limitación, el supuesto implícito de que los desplazamientos futuros de la estructura de tipos van a continuar el

mismo comportamiento seguido en los últimos años. La segunda limitación del estudio viene dada por la utilización del modelo de Svensson, para la determinación de los tipos de interés al contado con los que establece los rendimientos objetivos de las carteras inmunizadas. Parte de las diferencias entre los rendimientos reales de las carteras inmunizadas y los rendimientos previstos, se pueden explicar por los posibles errores de estimación del modelo de Svensson. Por último, el número de carteras consideradas en el estudio es muy reducido. La falta de datos anteriores al estudio nos imposibilita llevar a cabo un análisis más exhaustivo del problema.

6. CONCLUSIONES

La inmunización financiera es una estrategia de gestión pasiva para carteras compuestas por activos financieros de renta fija, cuyo objetivo es tratar de eliminar de las mismas el riesgo asociado a la incertidumbre existente en torno a los movimientos futuros de la estructura temporal de tipos de interés. Los modelos de inmunización, inicialmente planteados, basados en el uso de medidas únicas de duración, han dado paso a propuestas más complejas basadas en la utilización de un vector o conjunto de duraciones y en el uso de medidas de dispersión de los flujos de caja de las carteras.

Utilizando datos del mercado español de deuda pública, se ha simulado el comportamiento de carteras inmunizadas de bonos siguiendo modelos unifactoriales de inmunización considerando diferentes estructuras de cartera, así como de modelos multifactoriales basados en la utilización de varias medidas de duración inmunizadora, definidas con base en el comportamiento que la ETTI ha mostrado a lo largo del tiempo. Las conclusiones alcanzadas indican que los resultados obtenidos con los modelos multifactoriales, superan a los obtenidos mediante la aplicación de medidas únicas de duración cuando la configuración de las carteras es del tipo *barbell* o *ladder*, siendo el resultado el contrario cuando la configuración de las carteras es de tipo *bullet*, esto es, cuando mayor es la concentración de los flujos de caja con relación al horizonte de inversión. El resultado es el mismo con independencia de la medida de duración utilizada en la aplicación del modelo unifactorial. Por otra parte, se ha observado que los resultados de las coberturas son mejores cuanto mayor es el horizonte de inversión de las carteras, hecho que se cree puede deberse a que cuanto mayor es el plazo de inversión, mayores posibilidades existen de que se puedan neutralizar los efectos de sentido contrario que puedan tener lugar como consecuencia de las posibles variaciones en los tipos de interés.

De estos resultados se puede deducir, con las limitaciones que el análisis plantea, que la mayor complejidad y dificultad de implementación de los modelos multifactoriales no se ve posteriormente recompensados por una mayor reducción del riesgo de interés de las carteras.

Miguel Ángel Pérez Martínez es Doctor en CC. Económicas y Empresariales por la UPV/EHU. Es miembro del Departamento de Economía Financiera II (Economía Financiera y Contabilidad, Comercialización e Investigación de Mercados) de la UPV/EHU, del Instituto de Economía Aplicada a la Empresa de la UPV/EHU y de la Academia Española de Direc-

ción y Economía de la Empresa. Es responsable del Máster en Finanzas, título propio de la UPV/EHU. Su labor investigadora está orientada a los productos y mercados financieros en general, y a la gestión de carteras compuestas por activos financieros de renta fija en particular. Es autor de distintos artículos publicados en libros y revistas nacionales e internacionales. Ha presentado numerosas ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios de carácter nacional e internacional.

Miguel Ángel Peña Cerezo posee el título profesional de Actuario de Seguros, y el de Licenciado en Ciencias Económicas y Empresariales y de Estudios de Posgrado por la Universidad del País Vasco. Es miembro del Departamento de Economía Financiera II (Economía Financiera y Contabilidad, Comercialización e Investigación de Mercados) de la UPV y de la Academia Española de Dirección y Economía de la Empresa. Ha compaginado su cargo en la UPV con la docencia en universidades extranjeras. Su labor investigadora está enmarcada en diversas líneas de actuación relacionadas con la gestión de activos financieros, mercados financieros, metodología científica, etc. Es autor de distintos artículos publicados en libros y revistas nacionales e internacionales. Ha presentado numerosas ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios de carácter nacional e internacional, obteniendo diversos premios por dicha labor. Para más información: www.vc.ehu.es/miguelangel.

Óskar Villarreal Larrinaga es Licenciado en CC. Económicas y Empresariales, rama Empresa, especialidad Dirección Financiera por la UPV/EHU. Es miembro del Departamento de Economía Financiera II (Economía Financiera y Contabilidad, Comercialización e Investigación de Mercados) de la UPV/EHU, del Instituto de Economía Aplicada a la Empresa de la UPV/EHU y de la Academia Española de Dirección y Economía de la Empresa. Su labor de investigación se centra en dos áreas la internacionalización de empresas, que es el eje fundamental de la tesis doctoral en ejecución sobre las multinacionales vascas, y la gestión de carteras compuestas por activos financieros de renta fija. Es autor de distintos artículos publicados en libros y revistas nacionales e internacionales. Ha presentado numerosas ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios de carácter nacional e internacional.

Referencias

- Barber, J. R., & Cooper, M. L. (1996). Immunization using principal component analysis. *Journal of Portfolio Management*, otoño, 99–105.
- Bierwag, G. O. (1977). Immunization, duration, and the term structure of interest rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, diciembre, 725–742.
- Bierwag, G. O. (1991). *Análisis de la duración. La gestión del riesgo de tipo de interés*. Madrid: Alianza Editorial.
- Bierwag, G. O., & Kaufman, G. G. (1977). Coping with the risk of interest-rate fluctuations: A note. *Journal of Business*, julio, 364–370.

- Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., Schweitzer, R., & Toevs, A. (1981). The art of risk management in bond portfolios. *Journal of Portfolio Management*, primavera, 27–36.
- Dattatreya, R. E., & Fabozzi, F. J. (1995). The risk-point method for measuring and controlling yield curve risk. *Financial Analyst Journal*, julio-agosto, 45–54.
- Fisher, L., & Weil, R. L. (1971). Coping with the risk of interest risk fluctuations: Returns to bondholders from naive and optimal strategies. *Journal of Business*, vol. 44, 4, 408–431.
- Fong, G. H., & Vasicek, A. (1984). A risk minimizing strategy for portfolio immunization. *Journal of Finance*, vol. XXXIX, 5, diciembre, 1541–1546.
- Ho, T. S. Y. (1992). Key rate durations: Measures of interest rate risks. *Journal of Fixed Income*, septiembre, 29–44.
- Khang, C. (1979). Bond immunization when short-term interest rates fluctuate more than long-term rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, diciembre, 1085–1091.
- Klaffky, T. E., Ma, Y. Y., & Nozari, A. (1992). Managing yield curve exposure: Introducing reshaping durations. *Journal of Fixed Income*, diciembre, 39–46.
- Kornbluth, J. S. H., & Salkin, G. R. (1994). Duration moments and yield curve movements. *Journal of Business Finance and Accounting*, vol. 21, marzo, 175–193, .
- Macaulay, F. R. (1938). *Some theoretical problems suggested by the movements of interest rate, bond yields and stock prices in the U.S. since 1856*. Nueva York: National Bureau of Economic Research.
- Nawalkha, S. K., & Chambers, D. R. (1996). An improved immunization strategy: M-absolute. *Financial Analyst Journal*, septiembre-octubre, 69–76.
- Nawalkha, S. K., & Chambers, D. R. (1997). The m-vector model: Derivation and testing of extensions to m-square. *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, 2, invierno, 92–98.
- Pérez, M. A. (2000). Tratamiento del riesgo en las estrategias de inmunización financiera. *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, vol. 9, 1, 71–82.
- Pérez, M. A., Peña, M. A., & Ruiz, V. (2004). Modelos univariantes de inmunización financiera: comportamiento en el mercado español de deuda pública. *Papers Proceeding XIII International Congress. AEDEM: Cartagena de Indias*, 125–141.
- Pérez, M. A., Jáuregui-Arraburu, J. F., & Villarreal, O. (2005). Inmunización financiera y M²: comportamiento del mercado español de deuda pública. *VV. AA. de las XV Jornadas Hispanolusas de Gestión Científica*: Sevilla, 377–391.
- Pérez, M. A., & Mendialdua, A. (1999). Una revisión crítica de las medidas de duración propuestas para la cuantificación del riesgo de interés en los activos de renta fija. *Cuadernos de Gestión*, 21, 23–41.
- Prisman, E. Z., & Shores, M. R. (1988). Duration measures for specific term structure estimations and applications to bond portfolio immunization. *Journal of Banking and Finance*, 12, 493–504.
- Reitano, R. R. (1991). Multivariate duration analysis. *Society of Actuaries*, vol. XLIII, 355–375.
- Svensson, L. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. *Working Paper, 114*. International Monetary Fund.
- Willner, R. (1996). A new tool for portfolio managers: Level, slope and curvature durations. *Journal of Fixed Income*, 48–59.

Recibido: 15/12/05

Aceptado: 01/02/06